Основные подходы к построению моделей систем

План

- Математические схемы.
- Формальная модель объекта.
- Типовые схемы.

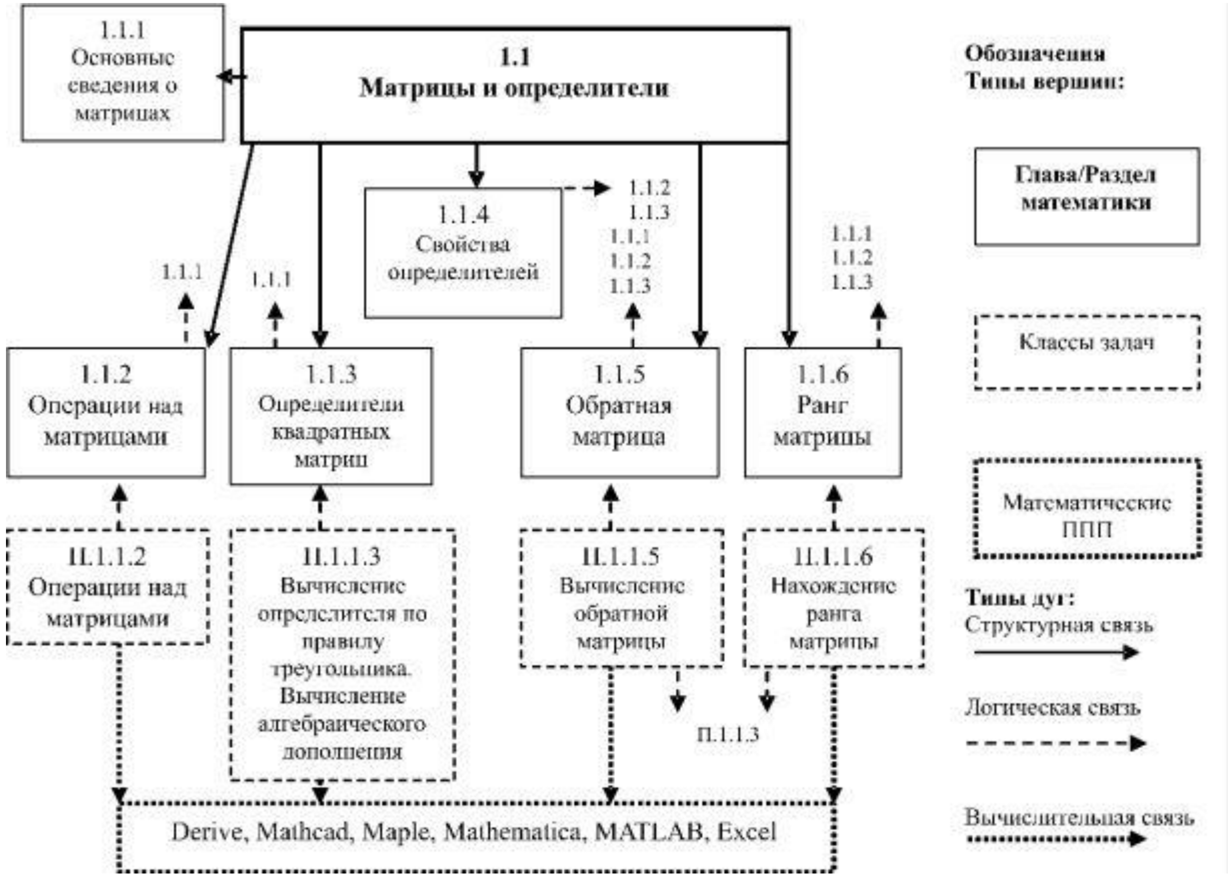
- Наибольшие затруднения и наиболее серьезные ошибки при моделировании возникают при переходе от содержательного к формальному описанию объектов исследования, что объясняется участием в этом творческом процессе коллективов разных специальностей: специалистов в области систем, (заказчиков), и специалистов в области машинного моделирования (исполнителей). Эффективным средством для нахождения взаимопонимания между этими группами специалистов является язык математических схем, позволяющий во главу угла поставить вопрос об адекватности перехода от содержательного описания системы к ее математической схеме, а лишь затем решать вопрос о конкретном методе получения результатов с использованием ЭВМ.

Математические схемы

- Исходной информацией при построении математических моделей процессов функционирования систем служат данные о назначении и условиях работы исследуемой (проектируемой) системы ***S***. Эта информация определяет основную цель моделирования системы ***S*** и позволяет сформулировать требования к разрабатываемой математической модели ***M***. Причем уровень абстрагирования зависит от круга тех вопросов, на которые исследователь системы хочет получить ответ с помощью модели, и в какой-то степени определяет выбор математической схемы.
- Введение понятия «математическая схема» позволяет рассматривать математику не как метод расчета, а как метод мышления, как средство формулирования понятий, что является наиболее важным при переходе от словесного описания системы к формальному представлению процесса ее функционирования в виде некоторой математической модели (аналитической или имитационной).

- При пользовании математической схемой исследователя системы ***S*** в первую очередь должен интересовать вопрос об адекватности отображения в виде конкретных схем реальных процессов в исследуемой системе, а не возможность получения ответа (результата решения) на конкретный вопрос исследования.
- Например, представление процесса функционирования информационно-вычислительной системы коллективного пользования в виде сети схем массового обслуживания дает возможность хорошо описать процессы, происходящие в системе, но при сложных законах распределения входящих потоков и потоков обслуживания не дает возможности получения результатов в явном виде.
- Математическую схему можно определить как звено при переходе от содержательного к формальному описанию процесса функционирования системы с учетом воздействия внешней среды, т. е. имеет место цепочка «описательная модель → математическая схема → математическая (аналитическая или (и) имитационная) модель».
- Каждая конкретная система ***S*** характеризуется набором свойств, под которыми понимаются величины, отражающие поведение моделируемого объекта (реальной системы) и учитывающие условия ее функционирования во взаимодействии с внешней средой (системой) ***E***. При построении математической модели системы необходимо решить вопрос об ее полноте.

Пример **Математической схемы**



- Введение коэффициентов важности каждого учебного элемента потребовало перераспределения часов

Формальная модель объекта

- Модель объекта моделирования, т. е. системы ***S***, можно представить в виде множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы и образующих в общем случае следующие подмножества:
- совокупность *входных воздействий* на систему

$$x_i \in X, i = \overline{1, n_X}$$

- совокупность *воздействий внешней среды*

$$v_l \in V, l = \overline{1, n_V}$$

- совокупность *внутренних (собственных) параметров* системы

$$h_k \in H, k = \overline{1, n_H}$$

- совокупность *выходных характеристик* системы

$$y_j \in Y, j = \overline{1, n_Y}$$

При моделировании системы ***S*** входные воздействия, воздействия внешней среды ***E*** и внутренние параметры системы являются независимыми переменными, которые в векторной форме имеют соответственно вид

$$\vec{x}(t)=\left(x_1(t), x_2(t), ..., x_{nX}(t), \right);\ \vec{v}(t)=\left(v_1(t), v_2(t), ..., v_{nV}(t), \right);\ \vec{h}(t)=\left(h_1(t), h_2(t), ..., h_{nH}(t), \right);$$

а выходные характеристики системы являются зависимыми переменными и в векторной форме имеют вид $\vec{y}(t)=\left(y_1(t), y_2(t), ..., y_{nY}(t), \right)$..

Процесс функционирования системы ***S*** описывается во времени оператором ***F_s***, который в общем случае преобразует независимые переменные в зависимые в соответствии с соотношениями вида

$$\vec{y}(t)=F_S\left(\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t\right). \qquad (4.1)$$

Совокупность зависимостей выходных характеристик системы от времени $y_j(t)$ для всех видов $j=\overline{1, n_Y}$ называется <u>*выходной траекторией*</u> $\vec{y}(t)$. Зависимость (4.1) называется законом функционирования системы ***S*** и обозначается $\boldsymbol{F_s}$. В общем случае закон функционирования системы $\boldsymbol{F_s}$ может быт задан в виде функции, функционала, логических условий, в алгоритмической и табличной формах или в виде словесного правила соответствия.

Весьма важным для описания и исследования системы ***S*** является понятие *алгоритма функционирования* $\boldsymbol{A_s}$, под которым понимается метод получения выходных характеристик с учетом входных воздействий $\vec{x}(t)$, воздействий внешней среды $\vec{v}(t)$ и собственных параметров системы $\vec{h}(t)$. Очевидно, что один и тот же закон функционирования $\boldsymbol{F_s}$ системы ***S*** может быть реализован различными способами, т. е. с помощью множества различных алгоритмов функционирования $\boldsymbol{A_s}$.

Соотношения (4.1) являются математическим описанием поведения объекта (системы) моделирования во времени ***t***, т. е. отражают его динамические свойства. Поэтому математические модели такого вида принято называть *динамическими моделями* (системами).

Для *статических моделей* математическая модель (4.1) представляет собой отображение между двумя подмножествами свойств моделируемого объекта *Y* и *{X, V, H}*, что в векторной форме может быть записано как

$$\vec{y} = f\left(\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}\right). \tag{4.2}$$

Соотношения (4.1) и (4.2) могут быть заданы различными способами: аналитически (с помощью формул), графически, таблично и т. д.

Такие соотношения в ряде случаев могут быть получены через свойства системы ***S*** в конкретные моменты времени, называемые состояниями/

Состояние системы ***S*** характеризуется векторами

$$\vec{z}\,' = \left(z_1', z_2', ..., z_k',\ \right),\ \vec{z}\,'' = \left(z_1'', z_2'', ..., z_k'',\ \right),$$

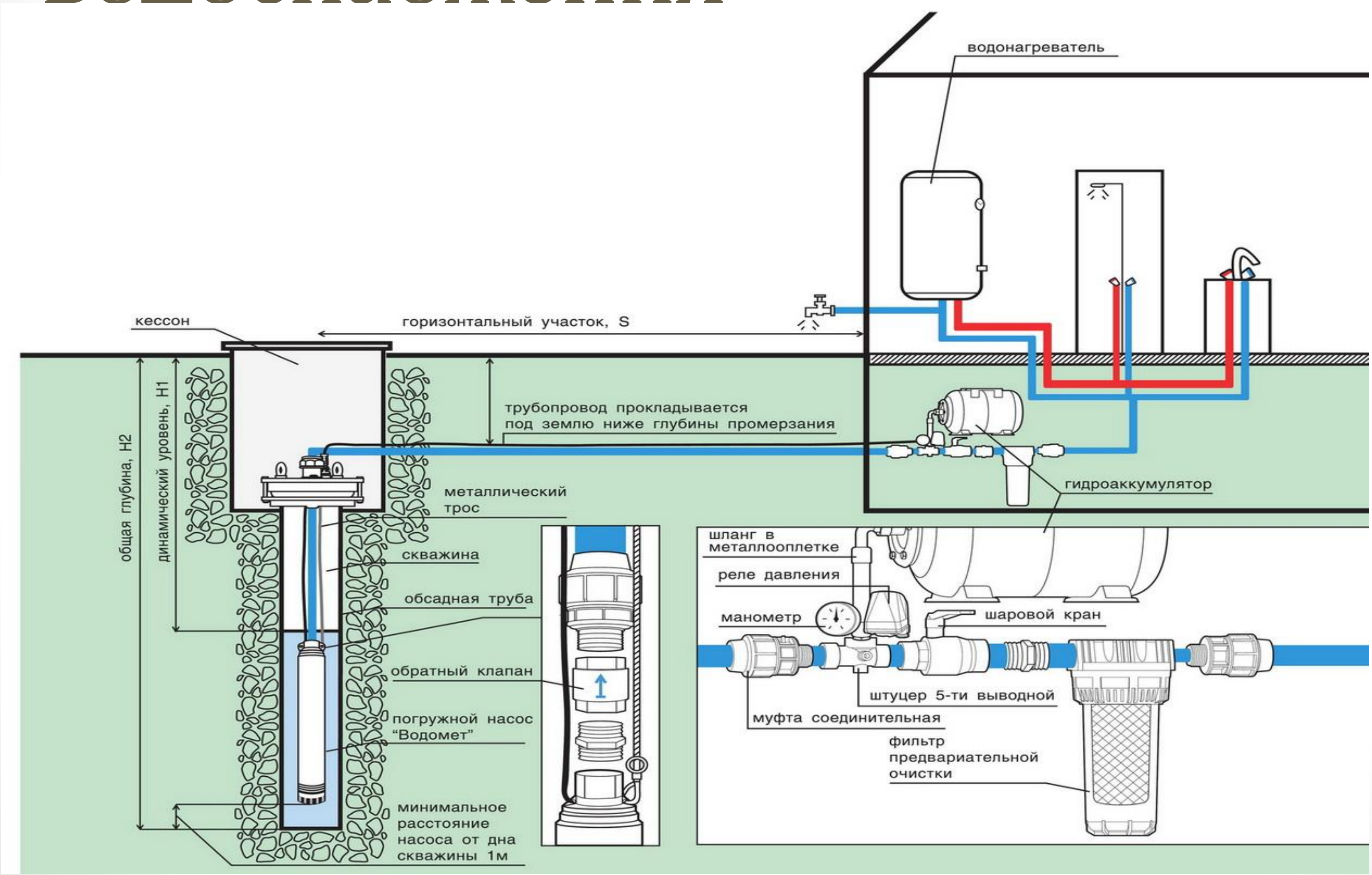
Где $z_1' = z_1(t'), z_2' = z_2(t'), ..., z_k' = z_k(t'),$ в момент $t' \in (t_0, T),$

$z_1'' = z_1(t''), z_2'' = z_2(t''), ..., z_k'' = z_k(t''),$ в момент $t'' \in (t_0, T).$

Типовые схемы

- Приведенные математические соотношения представляют собой математические схемы общего вида и позволяют описать широкий класс систем.
- Однако в практике моделирования объектов в области системотехники и системного анализа на первоначальных этапах исследования системы рациональнее использовать типовые математические схемы: дифференциальные уравнения, конечные и вероятностные автоматы, системы массового обслуживания, сети Петри и т. д.
- Не обладая такой степенью общности, как рассмотренные модели, типовые математические схемы имеют преимущества простоты и наглядности, но при существенном сужении возможностей применения. В качестве детерминированных моделей, когда при исследовании случайные факторы не учитываются, для представления систем, функционирующих в непрерывном времени, используются дифференциальные, интегральные, интегро-дифференциальные и другие уравнения, а для представления систем, функционирующих в дискретном времени,— конечные автоматы и конечно-разностные схемы.
- В качестве стохастических моделей (при учете случайных факторов) для представления систем с дискретным временем используются вероятностные автоматы, а для представления системы с непрерывным временем — системы массового обслуживания и т. д.

Типовые схемы водоснабжения



- Перечисленные типовые математические схемы, естественно, не могут претендовать на возможность описания на их базе всех процессов, происходящих в больших информационно-управляющих системах.
- Агрегативные модели (системы) позволяют описать широкий круг объектов исследования с отображением системного характера этих объектов. Именно при агрегативном описании сложный объект (система) расчленяется на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивающие взаимодействие частей.
- Таким образом, при построении математических моделей процессов функционирования систем можно выделить следующие основные подходы: непрерывно-детерминированный (например, дифференциальные уравнения); дискретно-детерминированный (конечные автоматы); дискретно-стохастический (вероятностные автоматы); непрерывно-стохастический (системы массового обслуживания); обобщенный, или универсальный (агрегативные системы).