O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA
MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

X.Z.IGAMBERDIYEV, J.U.SEVINOV

# BOSHQARISH NAZARIYASI

*O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining muvofiqlashtiruvchi Kengashi tomonidan darslik sifatida tavsiya etilgan*

TOSHKENT – 2018

**UDK 681.5.011**

**Igamberdiyev X.Z., Sevinov J.U.** Boshqarish nazariyasi. Darslik. – T.: «…………………», 2018. 326 b.

Darslik oliy o‘quv yurtlarining 5312700 – «Intellektual muxandislik tizimlari», 5312600 – «Mexatronika va robototexnika», 5330200 – «Informatika va axborot texnologiyalari» (sanoat ishlab chiqarishida) va 5311000 – «Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqarish» (kimyo, neft-kimyo va oziq-ovqat sanoati) ta’lim yo‘nalishlari hamda unga turdosh bakalavr ta’lim yo‘nalishlari talabalari uchun mo‘ljallangan.

Darslik boshqarish nazariyasining asosiy tushuncha va ta’riflari, avtomatik boshqarish tizimlarining matematik ifodalash usullari; chiziqli, nochiziqli va diskret avtomatik boshqarish tizimlarining turg‘unligini tahlili, rostlash sifatini baholash va sintezlash, shuningdek, tasodifiy avtomatik boshqarish tizimlari haqida ma’lumotlar keltirilgan. Keltirilgan nazariy materiallar misollar yordamida yoritilgan, mustaqil tayyorlanish uchun esa nazorat savollari va testlar ilova qilingan.

***Taqrizchilar:***

**Sh.M.Gulyamov** – TDTU «Ishlab chiqarish jarayonlarini avtomatlashtirish» kafedrasi professori, texnika fanlari doktori;

**B.M.Azimov** – TATU huzuridagi Axborot-kommunikasiya texnologiyalari ilmiy-innovasion markazi «Texnik tizimlarda boshqaruv» labaratoriyasi mudiri, texnika fanlari doktori, professor.

# KIRISH

Respublikada chuqur bilimga hamda yuqori saviyaga ega bo‘lgan yosh kadrlarni tayyorlash va bu kadrlar yordamida ilm-fan, ishlab chiqarishdagi dolzarb masalalarni yechish, yangi natijalarga erishish ishlari jadal olib borilmoqda. Kadrlar tayyorlash milliy dasturi “Ta’lim to‘g‘risida”gi O‘zbekiston Respublikasi qonunining qoidalariga muvofiq holda bo‘lib, milliy tajribaning tahlili va ta’lim tizimidagi jahon miqyosidagi yutuqlar asosida tayyorlangan. Albatta, kadrlarni zamon talabi darajasida tayyorlashda fanlardan yaratilgan darslik va o‘quv qo‘llanmalar muhim ahamiyat kasb etadi. Bugungi kunda talabalarga har bir fandan nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq etishni mukammal o‘rgata oladigan o‘quv qo‘llanmalarning mavjudligi muhim masalalardan biridir.

*Boshqarish nazariyasi* – fani nisbatan yaqinda vujudga kelgan bo‘lsada, inson ishtirokisiz ishlovchi alohida qurilmalar qadimdan ma’lum bo‘lgan.

Yevropa sanoatida XVIII asrning oxirida sodir bo‘lgan birinchi keskin burilish natijasida vujudga kelgan rostlagichlar (1765-yilda I.I.Polzunov bug‘ mashinasi qozonidagi suv sathini rostlagichi, 1784-yilda J.Uatt bug‘ mashinasi valining aylanish tezligi rostlagichi) tashqi muhit ta’siri ostida ishlovchi texnik qurilmalarning ishini stabillashga mo‘ljallangan edi. Eng samarali usul manfiy teskari bog‘lanishdan foydalanish edi, XIX asrda poluintuitiv kiritildi va kerakli hisob-kitoblarsiz bu doim ham kerakli samarani bera olmasdi. Manfiy teskari bog‘lanishli rostlagichlarni qo‘llashda ko‘pincha taxmin qilingan afzalliklar o‘rniga kutilmagan texnik hodisalarga: noturg‘unlik va yangi harakatlar paydo bo‘lishiga duch kelishar edi. Bu hodisalarni tadqiq etish uchun mos usullar talab qilinardi, bu usullar g‘ayrioddiy xususiyatlarni nafaqat tushuntirib berishi, balki rostlagichlar tavsifining umumiy qonuniyatlarini qarab chiqishga imkon berishi lozim edi. Ular-ning asoslari XIX asrning oxirlarida ingliz matematik-mexanigi D.Maksvellning (1866 y.) hamda rus mexanigi I.A.Vishnegradskiyning (1876, 1877 yy.) «rostlagichlar haqida»gi birinchi asarlarida bayon etib berildi. Yangi nazariyalarning jadal rivojlanishi elektrotexnik tizimlar, xususan elektromashinalar va radioavtomatika tizimlarining paydo bo‘lishi bilan boshlandi. Shu paytgacha, elektr mashinaning tezligini rostlash tizimi avtomatik boshqarishning klassik namunasi hisoblanib keldi. Keyinchalik ma’lum bo‘ldiki, avtomatik boshqaruv nazariyasining usullari mexanika, energetika, radio- va elektrotexnikada, ya’ni teskari aloqani qo‘llash mumkin bo‘lgan hamma sohadagi turli fizik tabiatli obyektlarning ishlashini tushuntirib berishi mumkin ekan. Barcha usullarni bir vazifa birlashtirib turadi: o‘tish jarayonlaridagi kerakli aniqlikni va qanoatlantiruvchi sifatni ta’minlab berish. Shunday qilib, avtomatik boshqaruv nazariyasi, mohiyatiga ko‘ra, manfiy teskari bog‘lanishli tizimlardagi jarayonlar nazariyasi hisoblanadi. Ayni vaqtda, avtomatik boshqaruv nazariyasi o‘zining tahliliy apparati bilan ilmiy fanga aylangan.

Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish masalalariga avtomatik boshqarishni qo‘llash texnologik jarayonlarni avtomatik boshqarish tizimlari yordamida amalga oshiriladi. Ularda texnologik jarayon va texnologik obyekt holati zamonaviy EHMlardan foydalanilgan holda tahlil qilinadi. Shulardan ko‘rinadiki, avtomatik boshqarish insonlar tomonidan amalga oshiriladi, boshqaruv tizimining texnik vositalari, shu jumladan, EHMlar boshqaruv yechimlarini ishlab chiqish va qo‘llashning murakkab jarayonida inson imkoniyatlarini ko‘p marta oshiruvchi qudratli vosita sanaladi. EHMlar asosidagi zamonaviy avtomatik boshqaruv tizimi hozirgi davr ishlab chiqarish amaliyotida keng qo‘llanilmoqda.

Boshqaruv nazariyasining o‘rganish predmeti teskari bog‘lanishli avtomatik tizimlarni konstruksiyalash, ularning xossalari, hisoblash usullari hisoblanadi. Fan va texnikaning hozirgi taraqqiyotida modellarni tuzish uchun odatda, makroolam fizikasi va mexanikasining asosiy qonunlari shakllangan, ya’ni differensial tenglamalar apparatidan foydalaniladi. Shunday ekan, avtomatik boshqaruv nazariyasining predmeti avtomatik tizim modelining xossalari hisoblanadi, bu xossalar differensial tenglamalar hamda ularning turli o‘zgartirishlari va interpretatsiyalari ko‘rinishida ifodalanadi.

# I BOB. BOSHQARISH NAZARIYASINING UMUMIY XUSUSIYATLARI VA TUSHUNCHALARI

## 1.1. Boshqarish nazariyasining asosiy tushuncha va ta'riflari

Boshqarish nazariyasi (BN) boshqarish to‘g‘risida ilmiy ta’lim beruvchi ilmiy fanlar qatoriga kiradi. ABN – bu avtomatik boshqarish tizimi (ABT)da kechuvchi axborot jarayonlari predmetini o‘rganuvchi ilmiy fandir.

BN turli fizik tabiatli BT ning o‘ziga xos umumiy qonuniyatini va bu qonuniyat asosida yuqori sifatli boshqarish tizimlarini qurish prinsiplarini ishlab chiqadi [1-7].

BNda boshqarish prinsiplarini o‘rganish orqali tizimning fizik va konstruktiv xususiyatlardan abstraktlashtiriladi va real tizimning o‘rniga matematik modeli adekvat bo‘lgan tizim ko‘riladi. BNda asosiy tadqiqot usuli matematik modellashtirish hisoblanadi. Undan tashqari ABNning uslubiyot asoslarini quyidagilar tashkil etadi [4,5]:

– odatdagi differensial tenglamalar nazariyasi;
– operatsion hisoblash;
– garmonik tahlil;
– vektor-matritsali algebra.

### 1.1.1. Boshqa texnikaviy fanlar bilan o‘zaro aloqasi

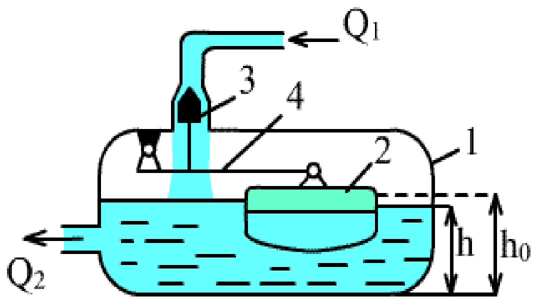
ABN boshqarish tizimlari elementlarining ishlash nazariyasi (datchik, registr) bilan birgalikda *avtomatikani* tashkil etadi. Avtomatika texnik obyektlarni boshqarish to‘g‘risidagi fan bo‘lib, texnik kibernetikaning bir bo‘lagi hisoblanadi. Shuningdek avtomatika texnik obyektlarni boshqarish uchun kerak bo‘lgan axborotlar va ularni qayta ishlash bilan shug‘ullanuvchi – *axborotlar nazariyasi* va *BN* fanlariga bo‘linadi [4,5,8].

*Kibernetika* – murakkab tizimlar (texnik obyektlar, texnologik jarayonlar, jonli organizmlar, jamoalar, tashkilotlar va h.k.) ni optimal boshqarish to‘g‘risidagi fan.

*Texnik kibernetika* (yoki *avtomatik boshqarish nazariyasi*) – kibernetikaning g‘oya va usullari yordamida texnik tizimlarni o‘rganuvchi fan sohasi. Texnik obyektlarni boshqarishning asosiy vazifasi – jarayonga qo‘yilgan talablarni bajarilishida ayni sharoitda boshqarish algoritmlarini topish va amalga oshirishdir.

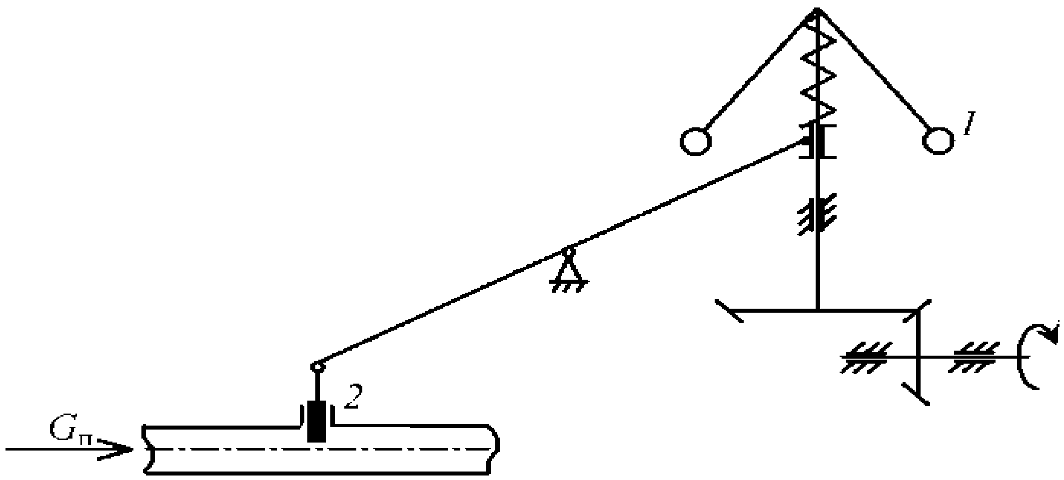
### 1.1.2. Tarixiy ma’lumotlar

Sanoatda qo‘llanilishi mumkin bo‘lgan eng birinchi avtomatik rostlagich rus mexanigi I.I.Polzunov tomonidan (1765 y.) yaratilgan [4,8-12]. Bu qurilma bug‘ mashinasi qozonidagi suv sathi balandligini inson ishtirokisiz bir me’yorda ushlab turishga mo‘ljallangan qurilma edi (1.1-rasm). Ma’lumki, qozondagi suv miqdori uning bug‘ga aylanishi va sarfi sababli kamayadi, natijada undagi bug‘ bosimi ham kamayadi. Bu o‘z navbatida bug‘ mashinasining yomon ishlashiga, uning tezligi o‘zgarib turishiga sabab bo‘ladi. Shu sababli bug‘ qozonidagi suv sathi balandligi va bug‘ mashinasining aylanish tezligini saqlab turish o‘sha davrning eng muhim muammolaridan hisoblanardi. Qozondagi 1 chiquvchi suvning sarfi $Q_2$ oshganda suv sathi $h_0$ balandlikdan kamayadi. Richak 4 ga mahkamlangan to‘siq *3* qalqovuch 2 pasayishi hisobiga ochiladi va qozonga tushayotgan suv hajmi $Q_1$ oshadi. Suvning sathi *h* oshganda qalqovuch 2 ko‘tariladi hamda bu o‘z navbatida qozonga tushayotgan suv hajmi $Q_1$ ni to‘siq 3 orqali kamaytiradi. Polzunov yaratgan texnik vosita (rostlagich) tufayli, odam qozondagi suv sathi balandligini nazorat qilish, agar undagi suv sathi oldindan belgilab qo‘yilgan suv sathi balandligidan kamaysa – suv quyib, ortib ketganda esa qozonga suv kelishini to‘xtatish jarayonini boshqarib turish funksiyasini bajarishdan ozod bo‘ldi.



*1.1-rasm.* ***Polzunov rostlagichi.***

1784-yida ingliz mexanigi Jems Uatt ikkinchi muammoni hal qildi – bug‘ mashinasi valining aylanish tezligini rostlay oladigan avtomatik qurilma – rostlagichni yaratdi (1.2-rasm) [4,11,12]. Valning aylanish soni o‘zgarsa, markazdan qochma kuchlarning ta’siri ostida yuklar 1 o‘z holatini o‘zgartiradi hamda rostlash organi 2 joyini o‘zgartirish hisobiga bug‘ uzatilishi o‘zgaradi. Bu o‘z navbatida valning aylanishlar soniga bog‘langan, faqat dastlabkiga teskari yo‘nalishda.




*1.2-rasm.* ***Uatt rostlagichi.***

Bu ikki texnik qurilma yordamida o‘sha vaqtdagi texnologik mashinalarning ishonchli va o‘zgarmas tezlikda ishlashi birmuncha ta’minlangan. Polzunov va Uattlarning rostlagichlarida avtomatik rostlash tizimlarining asosiy elementlari sifatida obyekt – bug‘ qozoni va bug‘ mashinasini, rostlash qurilmasi – rostlovchi qopqoqli po‘kak va markazdan qochma uzatgichlarni ko‘rishimiz mumkin.

Boshqarish nazariyasining asoschisi 1876-yilda «Bevosita ta’sir qiluvchi rostlagichlar» to‘g‘risidagi ilmiy ishni chop ettirgan rus olimi va muhandisi I.A.Vishnegradskiy hisoblanadi [11,12]. Ushbu ishda u rostlash obyekti va rostlagichni yagona rostlash tizimda ekanligini va shuning uchun rostlagich va boshqarish obyektidan o‘tuvchi jarayon o‘zaro aloqada bo‘ladi va birgalikda ko‘rib chiqilishi shart ekanligini birinchi bo‘lib isbotlab berdi.

O‘sha vaqtlarda ushbu yo‘nalishda Maksvell ham ishlagan. Keyinchalik mashhur rus olimlari A.M.Lyapunov va N.E.Jukovskiylar avtomatik boshqariladigan mashina va mexanizmlarda kechayotgan jarayonlarning matematik nazariyasi asoslarini yaratgan.

Zamonaviy boshqarish nazariyasining rivoji XX chi asrning 20-30-yillarida Minorskiy, Naykvist, Xazenlarning maqolalarini paydo bo‘lishi bilan boshlandi. Nazariy ishlar muhandislar uchun klassik usullardan foydalanib avtomatik rostlash tizimlarini kundalik loyihalash imkonini yaratdi [4,6,12-15].

So‘nggi vaqtlarda klassik usullar o‘zining mukammalligiga erishganda tadqiqot ishlari optimal usullarni ishlab chiqish yo‘nalishiga qaratilgan edi.

A.S.Pontryagin o‘zining «maksimum prinsipi» ni ishlab chiqqan bo‘lsa, R.Bellman va R.Kalmanlar «Avtomatlashtirilgan boshqarishning optimallik prinsiplari» ni yaratganlar. Ushbu fanning rivojiga o‘zbekistonlik olimlardan N.R.Yusupbekov, M.M.Komilov, T.F.Bekmuratov, X.Z.Egamberdiyevlar o‘zlarining ilmiy natijalari bilan hissalarini qo‘shganlar.

### 1.1.3. Asosiy tushuncha va ta’riflar

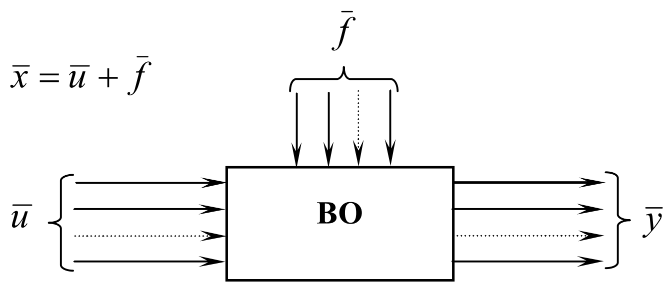
Boshqariluvchi obyekt va avtomatik boshqarish qurilmasi (rostlagich) birgalikda hamda ularni o‘zaro ta’siri – *avtomatik boshqarish tizimi* deyiladi.

*ABT* – bu shunday tizimki, unda boshqarilish vazifasi avtomatik bajariladi, ya’ni inson ishtirokisiz.

*Avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi* – bu tizimda boshqarish vazifasini bir qismi avtomatik boshqarish qurilmasida bajariladi, bir qismi (ayniqsa, muhim va murakkab qismi)ni esa inson bajaradi.

*Qurilma (tizim)ning ishlash algoritmi* – bu qurilma (tizim)da texnik jarayonni to‘g‘ri bajarilishi haqida yetakchi buyruqlar majmui.

*Boshqarish obyekti* (BO) – texnik jarayonni amalga oshiruvchi va ishlash algoritmini amalga oshirish uchun maxsus tashkil etilgan tashqi ta’sirga muhtoj qurilma (qurilmalar majmui), moslama yoki jarayon. Boshqarish obyekti – zaruriy holatni ta’minnlashi kerak (1.3-rasm).




*1.3-rasm.* ***Boshqarish obyekti.***

ABNda *boshqarish obyekti* istalgan texnik obyekt, texnologik jarayon, shuningdek, sodda ABT bo‘lishi mumkin.

Istalgan obyekt tashqi muhitning obyektga ta’siri, rostlagichli boshqarish signalining ta’siri, obyektning o‘zida jarayonlarni belgilovchi *kattaliklar* qatorida tavsiflanadi.

*Ta’sir* deb tashqaridan obyektga ta’sir etuvchi kattaliklarga aytiladi (1.3-rasm). Ta’sirlarning ikki turi mavjud:

1. *Boshqaruv ta'siri* $\bar{u}$ (boshqaruv signali, boshqaruvchi kirish kattaligi) – bu boshqaruvchi qurilma tomonidan ishlab chiqiluvchi (yoki inson tomonidan beriluvchi) ta'sir.

2. *G'alayon* $\bar{f}$ – boshqarish tizimiga bog'liq bo'lmagan obyektga ta'sir. G'alayon *yuklamaga* – bu tizimning ishlashiga bog'liq bo'lgan tashqi ta'sir va *xalaqitga* – obyektda qo'shimcha ko'rinishda bog'liq bo'lgan zararli tashqi ta'sirlarga bo'linadi.

Ta'sirlar uch jihatdan quyidagilarga bo'linadi: *energetik* (energiyani o'zgartirish va uzatish), *metabolik* (kattalikning shakli va tarkibini o'zgartirish), *axborot* – energetik va metabolik hosil bo'lgan har bir ta'sirlar bir vaqtni o'zida axborot bo'ladi.

Boshqarish obyektining ishlashini tavsiflovchi o'zgaruvchilarga – *chiqish kattaliklari* $\bar{y}$ (bular barchasi fizik kattaliklar) deyiladi. Ba'zida ularni tizimning *chiqish koordinatalari* deb nomlanadi (1.3-rasm).

*Boshqarish algoritmi* – bu ishlash algoritmlarini amalga oshirish maqsadida obyektdagi tashqi ta'sirlar tavsifini aniqlovchi buyruqlar majmui.

*Avtomatik boshqarish* – bu boshqarish algoritmiga muvofiq ta'sirlarni amalga oshirish jarayoni.

*Avtomatik boshqarish qurilmasi* (ABQ) – boshqarish algoritmi bilan muvofiq kelishda ta'sirlarni amalga oshiruvchi qurilma.

*Boshqarish qurilmasining ishlash algoritmi* – bu mavjud boshqarish algoritmi.

ABTda jarayonlarni o'rganishda muhim jihatlardan biri bu axborotdir. Bu jarayonlar signal o'zgartirgichlar hisoblanadi.

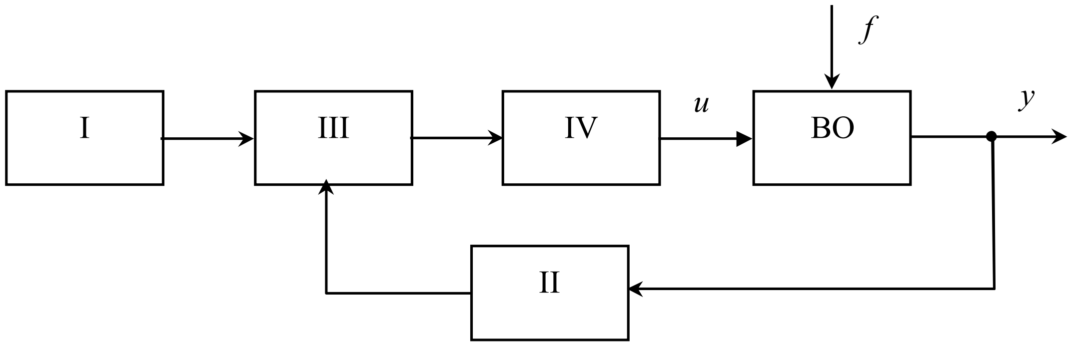
*Signal* – bu muayyan fizik kattaliklarni o'zgarishi.

Obyektning o'zida o'zgarishlarni tavsiflovchi kattaliklarga *ichki kattalik* yoki *obyekt holati* deyiladi.

Ular ichidan obyekt holatini tavsiflovchi va atayin o'zgartiriluvchi yoki doimiy ushlab turiluvchi – *boshqarish kattaligini* alohida keltirish mumkin.

Kundalik hayotimizda biz har xil jarayonlarni boshqarishga duch kelamiz. Masalan, korxona faoliyatini, harbiy operatsiyalarni, transport vositalarini va hokazo. U yoki bu jarayonni oldiga qo'yilgan maqsad sari yo'naltirishga *boshqarish* deyiladi.

Har qanday jarayonni boshqarish quyidagi to'rtta bosqichdan iborat. Buni sxematik tarzda quyidagicha ifodalash mumkin (1.4-rasm):




*1.4-rasm.* ***Boshqarish bosqichlari:***
I – boshqarish maqsadi; II – boshqarish to‘g‘risida axborot; III – taqqoslash, tahlil etish va qaror qabul qilish; IV – qabul qilingan qarorni bajarish.

Boshqarish jarayonini hamma bosqichlarini bajarilishini ta’minlaydigan texnik vositalar to‘plamiga *boshqarish tizimi* deyiladi.

## 1.2. Avtomatik boshqarish tizimlarning sxemalari

**ABTda quyidagi sxemalardan foydalaniladi:**

1. *Funksional sxema* – bu sxema tizimning qanday elementdan tashkil topganini bildiradi. Unda har bir elementga mos ravishda shu elementning nomi yoki u bajaradigan funksiyasining nomi keltiriladi.

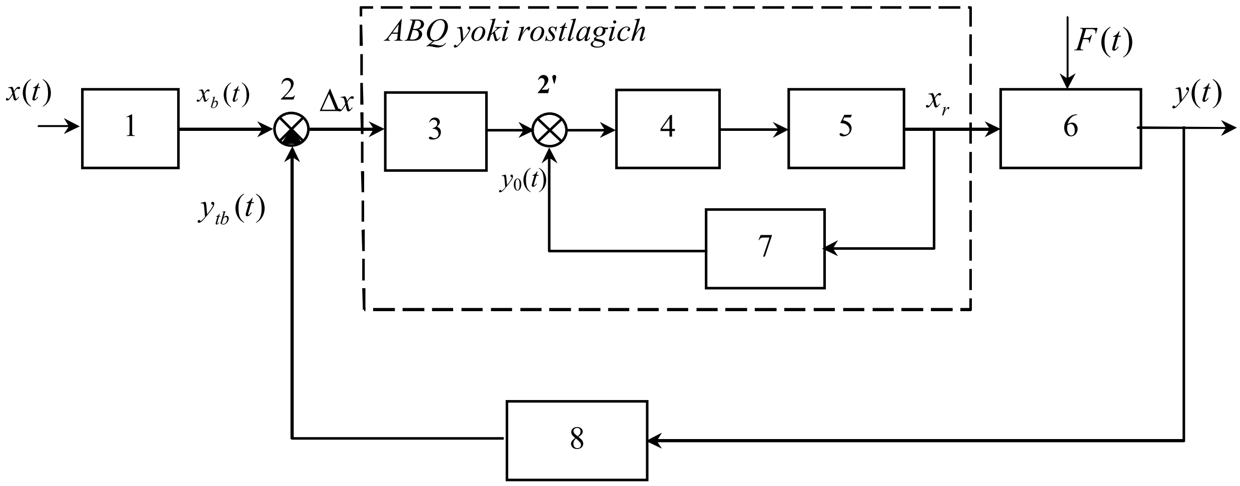
Oddiy avtomatik boshqarish tizimlarining funksional sxemasiga misol qilib, kirish va chiqish kattaligi bitta bo‘lgan bir o‘lchamli tizimni keltiramiz (1.5-rasm).

Bu yerda $x(t)$ – kirish signali; $y(t)$ – chiqish (rostlanuvchi yoki boshqariluvchi) kattalik; $x_b(t)$ – boshqariluvchi kattalikning berilgan qiymati; $\Delta x=x_b(t)–y_{tb}(t)$ – boshqariluvchi kattalikning berilgan qiymatdan chetlashishi yoki og‘ishi; $F(t)$ – qo‘zg‘atuvchi signal yoki ta’sir; $y_{tb}(t)$ – asosiy teskari bog‘lanish signali; $y_0(t)$ – mahalliy teskari bog‘lanish signali; $x_r$ – boshqaruvchi, rostlovchi kattalik yoki signal.

1 – topshiriq beruvchi element. Boshqarish maqsadiga muvofiq keladigan boshqarish signallarini tashkil etish uchun mo‘ljallangan.

2, 2' – taqqoslovchi yoki solishtiruvchi element. Bunda bir necha signal mutlaq (absolyut) qiymati bo‘yicha solishtiriladi.

3, 4 – kuchaytiruvchi va o‘zgartiruvchi element. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq signallarni kuchaytirish va o‘zgartirish uchun mo‘ljallangan.



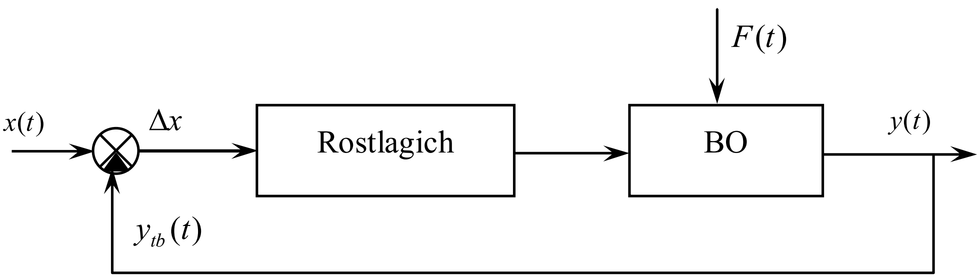

*1.5-rasm.* ***Bir o'lchamli oddiy ABT funksional sxemasi.***

5 – ijro etuvchi element. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq boshqaruv obyektiga ta'sir etuvchi signalni tashkil etish uchun mo'ljallangan.

6 – boshqarish obyekti. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq, o'z holatini o'zgartirishi kerak bo'lgan har qanday fizik tabiatli jarayonlar, qurilmalar va hokazolar bo'lishi mumkin.

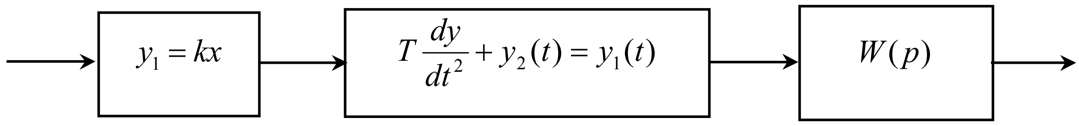
7 – mahalliy teskari bog'langan element yoki korrektlovchi qurilma. Bu tizimning dinamik xususiyatini yaxshilash uchun ishlatiladi.

8 – asosiy teskari bog'lanish elementi yoki axborot datchiklari deyiladi. Bu tizimda bo'layotgan jarayonlar to'g'risida teskari bog'lanish zanjiri orqali ma'lumot olish uchun mo'ljallangan (1.6-rasm).




*1.6-rasm.* ***Bir o'lchamli oddiy ABT soddalashtirilgan funksional sxemasi.***

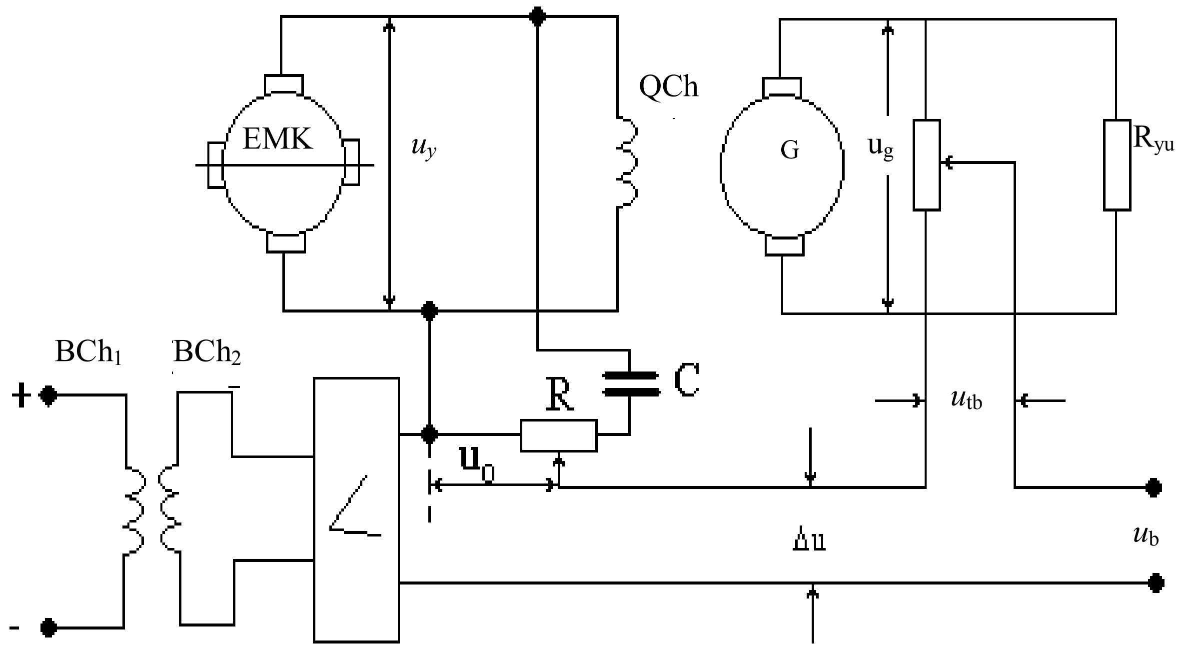
2. *Strukturaviy sxema (model)* – bu sxema tizimning matematik modelini bildiradi. Bunda har bir elementga mos ravishda algebraik, differensial, integral tenglamasi yoki qandaydir uzatish funksiyasi keltiriladi (1.7-rasm).




*1.7-rasm.* ***Strukturaviy sxema.***

3. *Prinsipial sxema* – bu sxema funksional sxemani kengaytirilgan ko‘rinishi bo‘lib, bunda har bir elementni kengaytirib ko‘rsatiladi.

***1.1-misol.*** O‘zgarmas tok generatorining kuchlanishini avtomatik boshqarish tizimining prinsipial sxemasi 1.8-rasmda keltirilgan bo‘lib, bu yerda EMK – elektr mashina kuchaytirgich; $BCh_1$; $BCh_2$ – EMK ning boshqarish chulg‘amlari; *G* – o‘zgarmas tok generatori; QCh – generatorning qo‘zg‘atuvchi chulg‘ami; $R_{yu}$ – yuklama; $u_g$ – boshqariluvchi, rostlanuvchi kattalik; $u_{tb}$ – teskari bog‘lanish signali; $\Delta u = u_b - u_{tb}$ – rostlanuvchi kattalikni berilgan qiymatdan og‘ishi; $u_b$ – rostlanuvchi kattalikning berilgan qiymati; $u_y$ – rostlovchi, boshqaruvchi signal.




*1.8-rasm.* ***O‘zgarmas tok generatorining kuchlanishini avtomatik boshqarish tizimining prinsipial sxemasi.***

*Tizimning ishlash prinsipi quyidagicha:*

Tizimning maqsadi generator kuchlanishini $u_g$ – o‘zgarmas holda tutib turish. Buning uchun $u_b$ kuchlanish olinadi, uning qiymati rostlanuvchi kattalik $u_g$ kuchlanish bilan bir xil qilib olinadi, chunki generator nominal kuchlanish $u_{gnom}$ ishlab chiqarganda $\Delta u=u_b-u_{tb}=>0$ bo‘lishi kerak. Yuklama $R_{yu}$ o‘zgarishi bilan generator kuchlanishi $u_g$ ham o‘zgaradi, buning natijasida teskari bog‘lanish kuchlanishi $u_{tb}$ ham o‘zgarib $\Delta u=u_b-u_{tb}$ kuchlanish hosil bo‘ladi. Agar $\Delta u=u_b-u_{tb}$ ishorasi musbat (+) bo‘lsa, ya’ni rostlanuvchi kattalik $u_g$ o‘z nominal qiymati $u_{gnom}$ dan kichik bo‘lsa, unda $\Delta u$ signal EMKning ikkinchi boshqarish chulg‘amida $BCh_2$ dagi magnit oqimiga mos yo‘nalgan oqim hosil qiladi. Buning natijasida $BCh_1$ va $BCh_2$ chulg‘amlardagi magnit oqimlari qo‘shilib EMKning boshqaruvchi kattaligi $u_y$ ko‘tarilishiga olib keladi. EMK esa generatorning qo‘zg‘atuvchi chulg‘amiga QCh qo‘zg‘atuvchi rolini o‘taydi va oxir oqibatda generator kuchlanishi $u_g$ nominal qiymat $u_{gnom}$ ga teng bo‘ladi. Agar $\Delta u=u_b - u_{tb}$ manfiy ishoraga ega bo‘lsa, unda EMKning $BCh_1$ va $BCh_2$ chulg‘amlaridagi magnit oqimlari qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘lib, EMKning ishlab chiqargan kuchlanishi $u_y$ kamayishiga olib keladi.

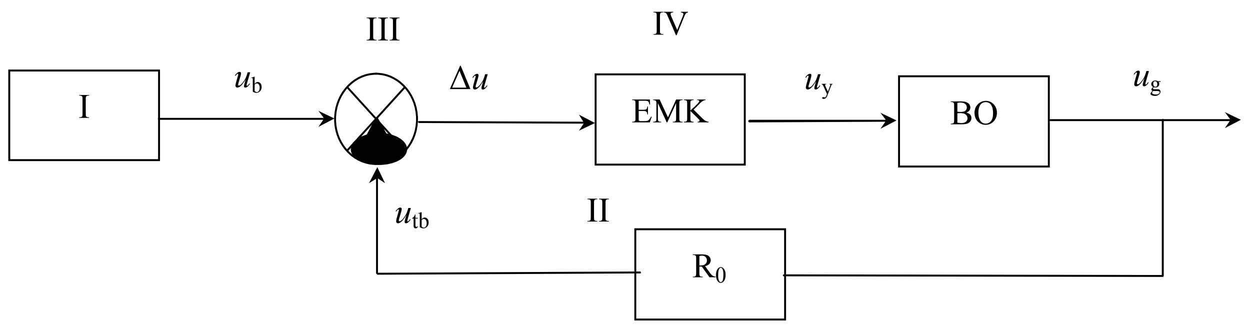
Endi bu tizim boshqarish tizimi ekanligini isbotlaymiz. Buning uchun boshqarishga muvofiq keluvchi 4 bosqichlarni aniqlaymiz (1.9-rasm).

I – $u_g$ = const bo‘lishi kerak;

II – $u_{tb}$ = var o‘zgarishi;

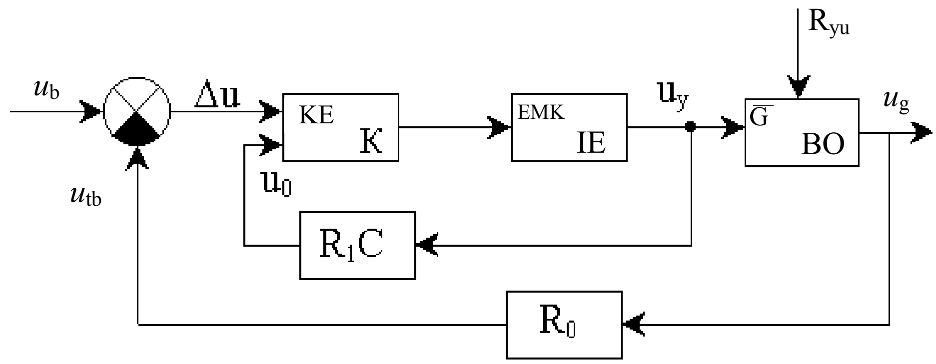
III – $\Delta u=u_b - u_{tb}$ hosil bo‘lishi;

IV – kuchaytirgich va EMK yordamida amalga oshiriladi.



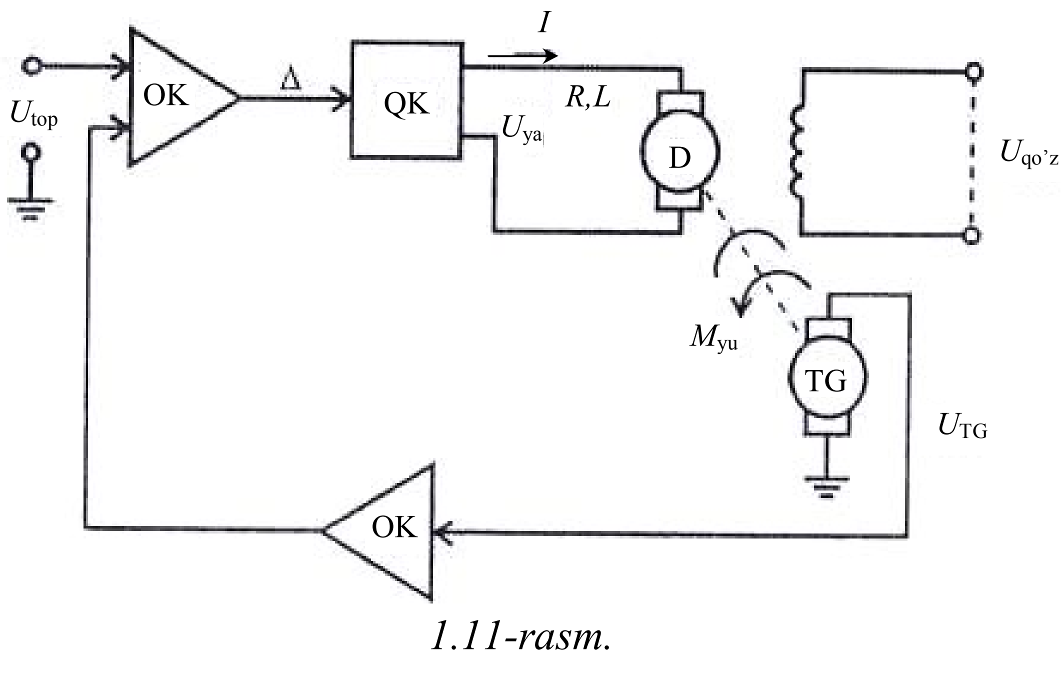

*1.9-rasm.*

Ko‘rilayotgan tizimning ishlash prinsipiga ko‘ra, uning funksional sxemasini tuzamiz (1.10-rasm).




*1.10-rasm.* ***Funksional sxema:***
KE – kuchaytiruvchi element, IE – ijro elementi, K – kuchaytirgich.

***1.2-misol.*** Eng ko‘p tarqalgan avtomatik tizimlardan biri – *mustaqil qo‘zg‘atishli doimiy tok dvigatelining aylanish tezligini stabillash tizimidir*. Uning ishlash maqsadi – valga «yuklanish» berilganda dvigatelning berilgan tezligini ushlab turishdan iborat. O‘xshash tipdagi tizimlar, masalan, metall kesish dastgohlarida foydalaniladi va bunda metallning kesish chuqurligiga bog‘liq bo‘lgan holda berilgan aylanish tezligini ushlab turish lozim. 1.11-rasmda bunday tizimlarni amalga oshirishning soddalashgan sxemasi keltirilgan.




*1.11-rasm.*

Bu yerda quyidagi belgilashlar kiritilgan: $U_{top}$ – tizimga berilgan ta’sirning topshiriq qiymati (berilgan kuchlanish); OK – kirish va chiqish elektr zanjirlarini moslashtirish uchun operatsion kuchaytirgich; Δ – berilgan kuchlanish va taxogenerator kuchlanishlari o‘rtasidagi farq;

QK – kichik quvvatli Δ signalni yuqori kuchlanish (dvigatel yakoridagi kuchlanish) ga o‘zgartirib berish uchun quvvat kuchaytirgichi; D – elektr dvigatel; $I$ – elektr dvigatel zanjiridagi tok; $R$, $L$ – yakor zanjiridagi qarshilik va induktivlik; $U_{ya}$ – elektr dvigatel yakori chulg‘amidagi kuchlanish; $U_{qo'z}$ – qo‘zg‘atuvchi kuchlanish; TG – taxogenerator (elektr kuchlanishli kichik quvvatli generator), dvigatel aylanish tezligini datchigi sifatida foydalaniladi; $U_{TG}$ – taxogenerator kuchlanishi; $M_{yu}$ – yuklanish momenti.

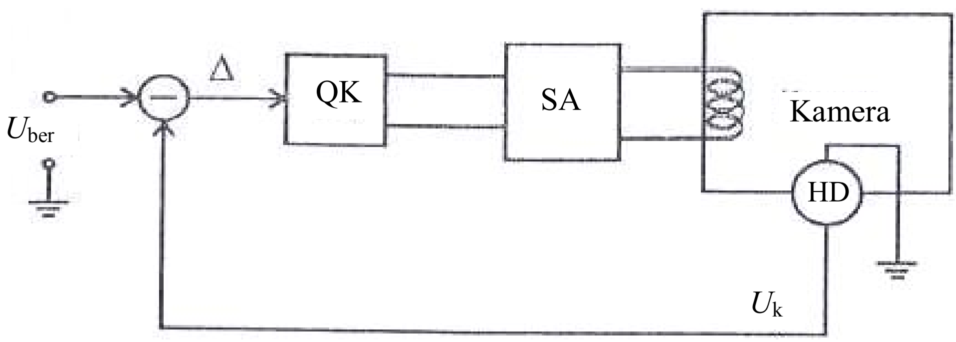
Ushbu tizimda manfiy teskari bog‘lanish tashkil qilingan va u quyidagicha:

$$\Delta = U_{top} - U_{TG} .$$

Agar $M_{yu}$ oshsa, $U_{TG}$ pasayib (tushib) ketadi va $U_{ya}$ oshib ketib, dvigatelda kuchlanish oshib ketganda dvigatel aylanishlarini «ushlab turish» imkonini beradi. Agar $M_{yu}$ kamayib ketsa, dvigatelning aylanish tezligini juda ko‘p miqdorda oshirish imkonini bera olmaydigan teskari jarayon yuz beradi.

Ushbu sinf misolini tavsiflashda dinamik tizimlarni tavsiflash uchun foydalaniladigan o‘zgaruvchilar: kirish - $U_{top}$, chiqish - $U_{TG}$, g‘alayon - $M_{yu}$, holat - $I$, $U_{ya}$, parametrlar - $L$, $R$ kiritilgan.

***1.3-misol.*** Endi maishiy texnika sohasidagi hammaga ma’lum sovutgich haroratini stabillash tizimini ko‘rib chiqamiz. Har bir sovutgichda kameradagi massaning o‘zgarishi va mahsulotlar harorati o‘zgarganda yoki eshik ochilganda haroratni stabillashdan iborat maqsadni amalga oshiruvchi sodda avtomatik rostlash tizimi qo‘llaniladi. 1.12-rasmda sovutgich haroratni rostlash tizimining soddalashtirilgan sxemasi keltirilgan.




*1.12-rasm.* ***Sovutgich haroratini stabillash tizimining funksional sxemasi.***

Bu yerda $U_{ber}$ – berilgan haroratga mos keluvchi signal; HD – harorat datchiki; QK – boshqarish qurilmasi sifatida qo‘llaniladigan releli xarakteristikali quvvat kuchaytirgichi, u sovuq agentni kameralarning quvurlari orqali «haydovchi» bo‘lib, sovitish agregati (SA) ni qo‘shadi yoki ajratadi.

Sovutgichlarda operatsion kuchaytirgichlar ishlatilmaydi; berilgan va haqiqiy haroratlarni solishtirish bevosita amalga oshiriladi. Sxemada ushbu amal mos element bilan ko‘rsatilgan.

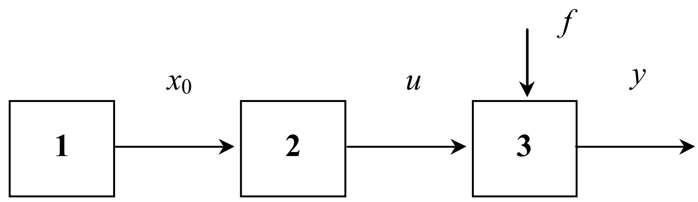
Tizim quyidagicha ishlaydi: agar eshik ochilib, kameraga issiq mahsulotlarning bir qancha massasi quyilsa, unda kamerada harorat tezda oshib ketadi va berilgan (quyi) hamda oshib ketgan haqiqiy harorat o‘rtasidagi $\Delta$ farq oshib ketadi va rele xarakteristikali QK qo‘shiladi hamda sovutish agregati ishlay boshlaydi. Bir qancha vaqtdan so‘ng $\Delta$ farq boshlang‘ich qiymatdan kichik bo‘ladi va rele QKni ajratib yuboradi. Bunday tizim faqat «bir tomon» sovutishga ishlaydi. Ushbu jarayonni quyidagi kattaliklar tavsiflaydi: kirish – $U_{ber}$, chiqish – harorat datchigidan chiquvchi kuchlanish; holat – kamera ichidagi harorat, xalaqit – qo‘yilgan mahsulotdagi issiqlik miqdori.

## 1.3. Boshqarishning fundamental prinsiplari

Tizimni boshqarishning statik va dinamik xususiyatlarini bilgan holda, tizimning matematik modelini qurish va aniq ta’sirlarda shu tizimning berilgan ishlash ketma-ketligini ta’minlab beruvchi boshqarish ketma-ketligini topish mumkin. G‘alayonlantiruvchi ta’sirlar oldindan notanish tarzda o‘zgarishi sababli model har doim haqiqiy tizimning xususiyatlarini yaqindan tasvirlab bera olmaydi. Shu sababli tizimning topilgan boshqarish ketma-ketligida o‘zini tutishi istalgan tizimdan farq qiladi. Tizimni o‘zini tutishini talab qilingan darajaga yaqinlashtirish uchun boshqarish algoritmi nafaqat tizimning xususiyatlari va ishlash algoritmlarini, balki tizimni haqiqiy ishlashi bilan bog‘liq bo‘lishi kerak [14-18].

ABTlari asosida boshqarishning ayrim umumiy shartlari yotadi. Hozirgi vaqtda texnikada boshqarishning 3 ta asosiy prinsiplari aniqlangan va ulardan foydalanilmoqda. Ular quyidagilardir: ochiq boshqarish prinsipi, kompensatsiya prinsipi va teskari aloqa yoki og‘ish prinsipi.

***Ochiq boshqarish prinsipi.*** Bu prinsipning ma’nosi shundan iboratki, boshqarish ketma-ketligi faqatgina berilgan ishlash ketma-ketligi asosida ishlab chiqiladi va boshqa omillar – g‘alayonlar yoki jarayonning chiqish kattaliklari bilan nazorat qilinmaydi. Tizimning umumiy funksional sxemasi 1.13-rasmda keltirilgan.




*1.13-rasm.* ***Ochiq boshqarish prinsipi.***

Ishlash ketma-ketligi topshirig‘i $x_0(t)$ ni maxsus texnik qurilma – dastur topshiriq beruvchisi tomonidan ishlab chiqilgani kabi, oldindan, tizim loyihalanayotgan vaqtda bajarilishi va undan keyin boshqarish qurilmasini (2) tuzatayotganda bevosita qo‘llanilishi mumkin. So‘nggi holatda sxemada blok 1 yo‘q. Ikkala holatda ham sxema strelkalar bilan ko‘rsatilgani kabi asosiy ta’sirlar kirish elementlaridan chiqish elementlariga (3) uzatiladigan ochiq zanjir ko‘rinishga ega. Ochiq tizimlarida $u$ va $x_0$ yaqinligi faqatgina hamma elementlaridan kuzatiladigan fizik qonuniyatlaridan tanlash va tuzish bilan ta’minlanadi.

Odatiy kamchiliklariga qaramay, bu prinsip juda keng qo‘llaniladi.

Ochiq zanjirlarda qo‘llaniladigan barcha elementlar istalgan tizim tarkibiga kirganligi, bu prinsip shunchalik sodda bo‘lib tushunilganligi sababli uni har doim ham asosiy prinsiplardan biri kabi ajratmaslik imkonini beradi. Bunga ochiq zanjirlarni qurishning umumiy qonunlarini ajratish ham kiradi. Tuzuvchiga foydali bo‘lgan asosiy qoidalar sezilarli darajada mustaqil qurilmalarning xususiyatlari bilan bog‘liq va asbobsozlik hamda mashinasozlikning amaliy kurslarida maxsus o‘rganiladi.

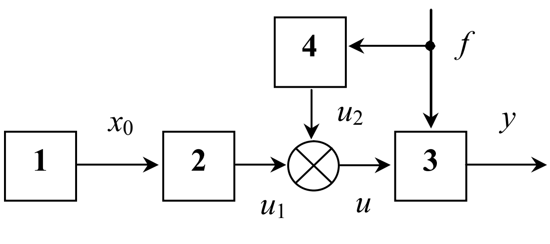
Yuqorida ta’kidlab o‘tilgan operatsiyalar qo‘shish, ajratish va qayta qo‘shish ko‘p hollarda har qaysisi ochiq zanjirda boshqarish elementi sifatda qaralishi mumkin bo‘lgan turli mantiqiy elementlar va ularning to‘plamlari (uzgich, rele, VA, YOKI, EMAS elementlari va boshqalar) yordamida amalga oshirilishi mumkin.

Bu elementlarning boshqa turi sifatida dasturiy elementni ishga tushiruvchi qurilmalar va dasturiy elementlarning o‘zidan tashkil topgan dastur datchiklari qaralishi mumkin.

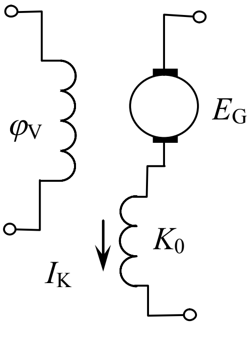
Elementlarning keyingi turi chiziqli o‘zgartirgichlar hisoblanadi. Bunday o‘zgartirgichlarning biri fizik kattalikni boshqa foydalanishga qulay bo‘lgan kattalikka almashtirishni amalga oshiradi. Boshqa bir turi kuchaytirgichlarning kirish va chiqishida son qiymati har xil bo‘lgan bir xil fizik kattaliklarga ega. Shuningdek, nochiziqli funksional o‘zgartirgichlardan ham foydalaniladi.

Agar g‘alayonlantiruvchi ta’sirlar ochiq zanjirda topshirilgan aniqlikda ishlash ketma-ketligini ta’minlab bermaydigan darajada yirik bo‘lsa, aniqlikni oshirish maqsadida ayrim hollarda ta’sirni o‘lchab, o‘lchash natijalariga ko‘ra ishlash algoritmini chetlanishga chiqishiga sabab bo‘layotgan g‘alayonlarni kompensatsiyalash maqsadida zanjir tarkibiga tahrirlovchi elementlarni kiritish mumkin. Boshqarishning bunday prinsipini – ***kompensatsiyalash (g‘alayon bo‘yicha boshqarish) prinsipi*** deyiladi.

Rostlanayotgan kattalikning chetlanishi faqatgina boshqaruvchi $u$ ta’sirigagina emas, balki g‘alayonlantiruvchi ta’sir $f$ ga bog‘liq bo‘lgani uchun, ya’ni $y = F_1(u_1, f)$, boshqarishni $y = F_2(f)$ shunday tanlash mumkinki, o‘rnatilgan tartibda chetlanish bo‘lmasin, ya’ni $\Delta y = x_0 - F_1(u_1, f) = 0$. Bu prinsipning funksional sxemasi 1.14-rasmda ko‘rsatilgan. Harorat o‘zgarganda mayatnik uzunligini bir xilda ushlab turishni ta’minlab beruvchi xronometr mayatnigidagi turli issiqlik kengayish koeffitsiyentiga ega bimetallik sterjenlar tizimi bilan tushuntirsh mumkin (1.15-rasm). Agar generator $E_G = k\varphi_V$ elektr yurituvchi kuchi $\varphi_V$ ga chiziqli bog‘liq bo‘lsa, unda topshirilgan kuchlanish $U_G$ ni bir xilda ushlab turish uchun generator elektr yurituvchi kuchini o‘zgartirish lozim.



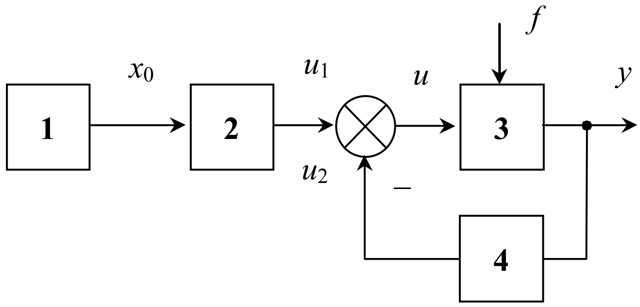

*1.14-rasm.* ***Kompensatsiyalash (g‘alayon bo‘yicha boshqarish) prinsipi.***




*1.15-rasm.* ***Bimetallik sterjenlar tizimi.***

1940-yilda G.V.Shipanov boshqarilayotgan kattaliklarni g‘alayon ta’sirlardan invariantlikka erishish prinsipini taklif qildi. Shipanov kompensatsiyani ta’sirlardan o‘lchamasdan, rostlagichni kompensatsiyaga mos tanlab bunga erishmoqchi edi. U bu tanlashni qanoatlantiruvchi matematik shartlarni oldi, lekin bu shartlarni fizikaviy jihatdan amalga oshirishda qiyinchiliklarga uchradi.

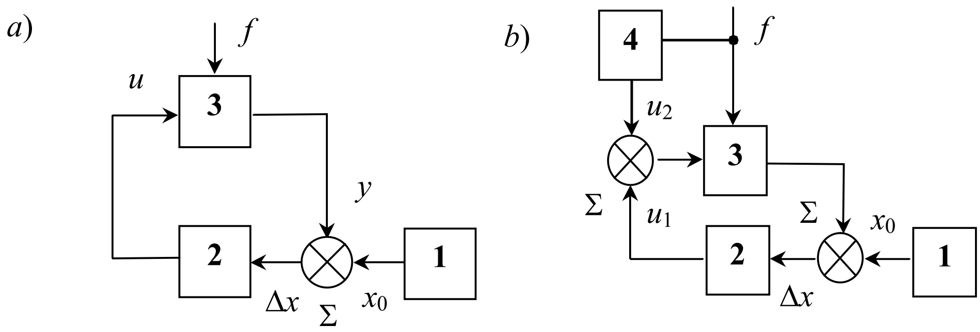
***Teskari aloqa yoki og‘ish prinsipi.*** Tizimni shunday qurish ham mumkinki, ishlash ketma-ketligining aniqligi g‘alayonlarni o‘lchamasdan ham ta’minlansin. 1.16-rasmda korrektlovchi qurilmalar boshqarish ketma-ketligiga 1-13-rasmda keltirilgan koordinatalarning qiymati bo‘yicha kiritilgan. Bu maqsadda tizim tuzilishiga $y$ ni o‘lchashga mo‘ljallangan va boshqarish qurilmasiga korrektlovchi ta’sirlarni ishlab chiqarishga mo‘ljallangan elementlarni oluvchi qo‘shimcha aloqalarni kiritish mumkin. O‘z ichiga sxema berk zanjir ko‘rinishiga ega va shu narsa bu prinsipga nom berishda ustuvor poydevor bo‘lib xizmat qiladi. Kiritilgan qo‘shimcha zanjir *teskari aloqa* zanjiri deb ataladi, bunga asos bo‘lib esa ta’sirlarni qo‘shimcha aloqa orqali qarama-qarshi boshqarish obyektiga uzatilishi sanaladi.




*1.16-rasm.* ***Teskari aloqa yoki og‘ish prinsipi.***

1.16-rasmda tasvirlangan sxemada umumiy holdagi berk tizim tasvirlangan. Shu sxema asosida ko‘pgina o‘zgartiruvchi va hisoblab-yechuvchi elementlar quriladi. Boshqarishda esa berk tizimning xususiy ko‘rinishi keng tarqalgan. Bu sxemalarda boshqarish ketma-ketligi korreksiyasi bevosita $y$ kattalik qiymatlariga binoan amalga oshiriladi, ularning qiymatlaridan chetlanishi bo‘yicha esa, ishlash ketma-ketligi $x_0$ aniqlanadi, ya’ni $\Delta u = u_1 - u_2$.

Teskari aloqa bilan turli ko‘rinishli boshqarishni amalga oshiruvchi sxema 1.17,*a* - rasmda keltirilgan: $\mp$ element boshqarish ketma-ketligini topshiradi, solishtirish elementi – $\sum$ summator esa $y$ ni $x_0$ dan keltirib chiqaradi, ya’ni chetlanish yoki xatolik deb ataluvchi $\Delta x$ kattalikni ishlab chiqadi.




*1.17-rasm.* ***Teskari aloqa bilan turli ko‘rinishli boshqarishni amalga oshiruvchi sxemalar.***

Ko‘p hollarda funksiya boshqaruvchi ta’sirlarni ishlab chiqishi emas, balki uning vaqt bo‘yicha hosila va integralini ishlab chiqishi maqsadga muvofiq bo‘ladi:

$$u = F(\Delta x_1, \Delta x_{2,} ....\int_0^t \Delta x....). \qquad (1.1)$$

*F* funksiya $\Delta x$ funksiya bilan bir xil ishorali bo‘lmasligi va uning «kamayuvchisi» bo‘lmasligi kerak. Boshqa argumentlarga nisbatan uning qiymati tahlil natijalarida aniqlanadi.

Aytib o‘tilgan *F* funksiyaga bo‘lgan shartlarga ko‘ra chetlanish funksiyasidagi boshqarish *rostlash* deb ataladi. Bu holatda boshqaruvchi qurilmalar *avtomatik rostlagich* deb nomlanadi. Obyekt 3 va rostlagich 2 (1.17,*b*-rasm) *avtomatik rostlash tizimi* (ART) deb atalib, berk tizimni tashkil etadi. Boshqarish ta’siri *u* ni ishlab chiqarayotgan rostlagich boshqarish ketma-ketligi (1.1) ifodaga mos ravishda obyekt chiqishiga nisbatan manfiy aloqani paydo qiladi. Rostlagich orqali paydo bo‘ladigan teskari aloqa asosiy teskari aloqa deb ataladi. Bundan tashqari, rostlagich ichida boshqa mahalliy teskari aloqa mavjud bo‘lishi mumkin.

## 1.4. Avtomatik boshqarish tizimlarining sinflanishi

ABTlari asosiy sinfiy belgilarga ko‘ra quyidagi turlarga bo‘linadi:

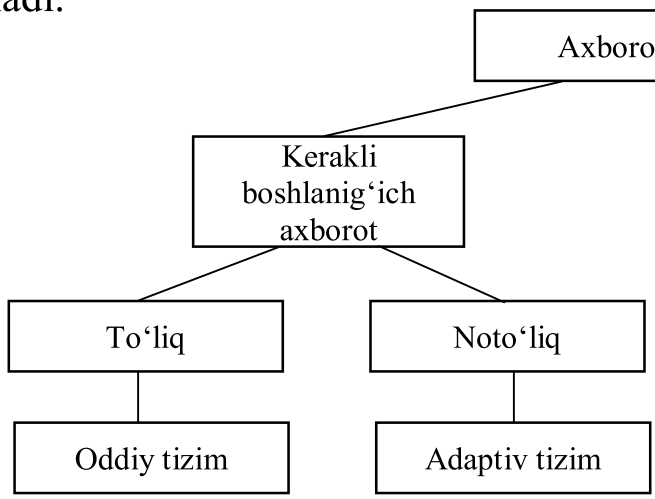
1. Tizim va boshqarish obyekti haqidagi axborotga bog‘liq holda.
2. Tizimning ichki dinamik xususiyatlariga asoslangan holda.

***1. Tizim va boshqarish obyekti haqidagi axborotga bog‘liq holda.***

Birlamchi manbasi tajribaga asoslangan holda tekshirilayotgan obyekt to‘g‘risidagi har qanday ma’lumotlar majmuasiga *axborot* deyiladi.

Axborot *kerakli boshlang'ich axborot* va *ishchi axborotlarga* bo'linadi. Kerakli boshlang'ich axborot to'liq va noto'liq bo'ladi (1.18-rasm).

Tashqi ta'sir o'zgarishiga moslashish xususiyatiga ega bo'lgan tizimlarni *o'zini-o'zi avtomatik tarzda sozlovchi* yoki *adaptiv tizimlar* deyiladi. Bunday tizimlarda kerakli boshlang'ich axborot noto'liq bo'ladi.

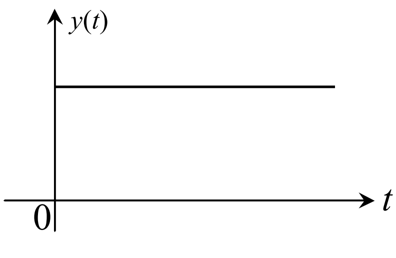



*1.18-rasm.* ***Tizim va boshqarish obyekti haqidagi axborotga bog'liq holda sinflanishi.***

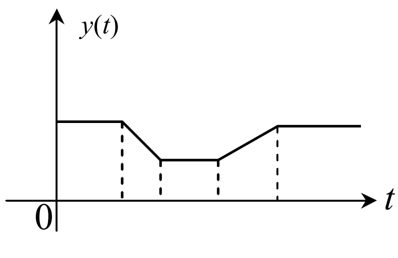
Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimlar *oddiy tizimlar* deb ataladi va ular ishlash rejimi bo'yicha quyidagi turlarga bo'linadi (vaqt bo'yicha topshiriq ta'sirining o'zgarish tavsifiga bog'liq holda):

*a*) *Stabillovchi avtomatik rostlash tizimlari (stabillashtirish tizimi).* Bunda rostlanuvchi kattalikning qiymati doimiy bo'ladi. Bu tizimlarda avtomatik rostlagichlarning vazifasi rostlanuvchi kattalikning muayyan, mutlaqo doimiy qiymatida saqlash va texnologik jarayonni stabillashdir. Bu holda texnologik reglament talablariga ko'ra rostlanuvchi kattalikning qiymati doimiy bo'ladi (1.19-rasm)

$$x(t) \approx x_m(t) = const \,.$$




*1.19-rasm.* ***Stabillashgan avtomatik boshqarish tizimi.***



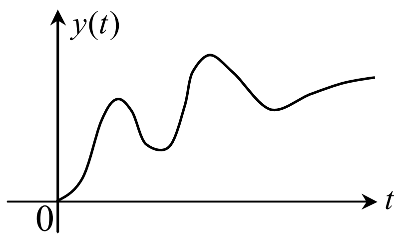

*1.20-rasm.* ***Programmali avtomatik tizim.***

*b*) *Programmali avtomatik rostlash tizimlari.* Programmali avtomatik rostlash tizimlarida oldindan ma’lum bo‘lgan qonunga ko‘ra o‘zgaradigan qiymatli rostlanuvchi kattalik mavjud bo‘ladi. Bu tizimlarda rostlanuvchi kattalikning belgilangan qiymati rostlagich topshirig‘i orqali ma’lum qonun bo‘yicha ishlab chiqariladi. Bunda ishlash algoritmi boshqariladigan kattalik oldindan berilgan vaqt funksiyasiga $f(t)$ mos ravishda o‘zgaradi (1.20-rasm):

$$x(t) \approx x_m(t) = f_n(t).$$

*d*) *Kuzatuvchi avtomatik rostlash tizimlari.* Bu tizimlarda boshqarilayotgan kattalikning berilgan qiymati juda keng chegarada ixtiyoriy qonun bo‘yicha o‘zgarishi mumkin (1.21-rasm), masalan, radiolakator antenna

$$x(t) \approx x_m(t) = f_k(t).$$




*1.21-rasm.* ***Kuzatuvchi avtomatik tizim.***

Kuzatuvchi tizimlardan odatda fazoda obyektlarni joylashtirishda masofadan turib boshqarish uchun foydalaniladi.

***2. Tizimning ichki dinamik xususiyatiga asoslangan turlari.***

Bunday tizimlar quyidagi turlarga bo‘linadi:

*a)* chiziqli va nochiziqli tizimlar;

*b)* statsionar va nostatsionar tizimlar;

*d)* uzluksiz va uzlukli (diskret) tizimlar;

*e)* to‘plangan va taqsimlangan parametrli tizimlar;

*f)* bir konturli va ko‘p konturli tizimlar.

*g)* bir o‘lchamli va ko‘p o‘lchamli tizimlar va h.k.

Ustlash (superpozitsiya) usulini qo‘llash mumkin bo‘lgan tizimlar *chiziqli tizimlar* deyiladi. Chiziqli tizimlarda chiqishdagi kattalikning o‘zgarishi kirishdagi kattalikning o‘zgarishiga proporsional holatda o‘zgaradi.

Dinamik tizim chiziqli deyilad, agar istalgan kirish ta’sirlarining chiziqli kombinasiyasi chiqish funksiyasining o’sha ciziqli kombinasiyasiga mos kelsa. Chiziqli tizimning ushbu xossasi superpozitsiya prinsipi deyiladi va buni quyidagicha ifodalash mumkin

$$A\left\{\sum_{i}^{n} c_i x_i(t)\right\} = \sum_{i}^{n} c_i A x_i(t),$$

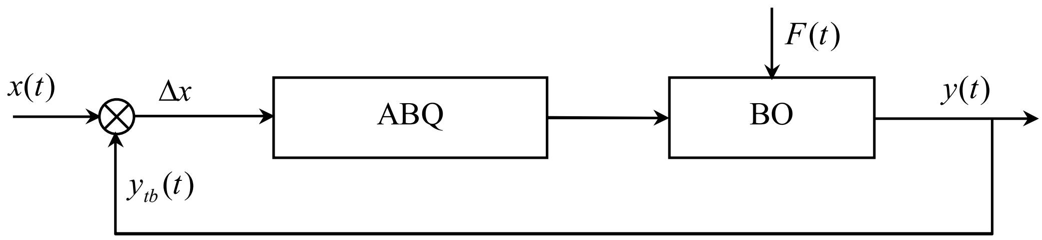
bu erda $c_i$, $x_i(t)$ - istalgan son va funksiya.

Tarkibida hech bo‘lmaganda bitta nochiziqli element yoki nochiziqli tenglamasi bo‘lgan tizimlarga *nochiziqli tizimlar* deyiladi.

Agar tizim elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o‘zgarmasa, bunday tizimlarga *statsionar tizim* deyiladi.

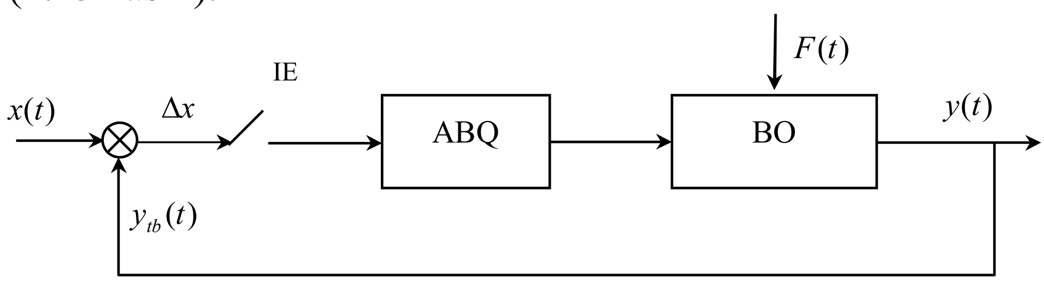
Parametrlar vaqtga bog‘liq bo‘lmagan tizimlarga *nostatsionar tizim* deb aytiladi.

ABTlarining barcha zvenolari vaqt bo‘yicha uzluksiz kirish signaliga mos ravishda chiqish signallari ham uzluksiz bo‘lsa, bunday tizimlarni *uzluksiz tizimlar* deyiladi (1.22-rasm).




*1.22-rasm.* ***Uzluksiz tizim.***

*Uzlukli yoki diskret tizimlar* deb – tarkibida hech bo‘lmaganda bitta zveno diskret (yoki impulsli) chiqish signaliga ega bo‘lgan ABTlarga aytiladi (1.23-rasm).




*1.23-rasm.* ***Uzlukli yoki diskret tizim:*** *IE – impulsli element.*

Agar tizim elementlarining xossalari boshqarish obyektining fazoviy koordinatalariga bog‘liq holda o‘zgarsa, *taqsimlangan*, fazoviy koordinatalarga bog‘liq bo‘lmasa *to‘plangan parametrli tizimlar* deyiladi.

*Bir konturli tizimlar* deb tarkibida faqat bitta asosiy teskari bog‘lanishi mavjud bo‘lgan ABTlarga aytiladi.

*Ko'p konturli tizimlar* deb tarkibida faqat bitta asosiy teskari bog'lanishdan tashqari mahalliy teskari bog'lanishlari ham mavjud bo'lgan ABTlarga aytiladi.

Tarkibida bitta boshqaruvchi va bitta boshqariluvchi kattalikka ega bo'lgan ABTlarga *bir o'lchamli tizimlar* deyiladi. Yoki boshqacha qilib aytganda, bitta kirish va bitta chiqish parametriga ega bo'lgan ABTlarga *bir o'lchamli tizimlar* deyiladi.

## Nazorat va muhokama savollari

1. ABN qanday fanlar qatoriga kiradi?
2. ABNning uslubiyot asoslarini nimalar tashkil etadi?
3. Sanoatda qo'llanilishi mumkin bo'lgan eng birinchi avtomatik rostlagichlar qachon va kimlar tomonidan yaratilgan?
4. Ushbu fanni rivojlanishiga o'zlarini hissalarini qo'shgan Yevropa va o'zbekistonlik olimlardan kimlarni bilasiz?
5. Avtomatik va avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarini tushuntiring va ular orasidagi farqni ayting.
6. Avtomatik boshqarish tizimi deb nimaga aytiladi?
7. Ta'sir, g'alayon, signal, obyekt, qurilma kabi iboralarni tushuntiring.
8. Avtomatik boshqarish tizimlarida qanday sxemalardan foydalaniladi va ularni tushuntiring?
9. Boshqarishning fundamental prinsiplariga qanday boshqarish prinsiplari kiradi?
10. Kompensatsiyalash (g'alayon bo'yicha boshqarish) prinsipi bilan teskari aloqa (og'ish) prinsiplari orasida qanday farq bor? Ochiq boshqarish prinsipi bilan-chi?
11. Avtomatik boshqarish tizimlar asosiy sinfiy belgilariga ko'ra qanday turlarga bo'linadi?
12. Oddiy va adaptiv tizim deb nimaga aytiladi?

13. Oddiy tizimlarning ishlash rejimi bo‘yicha topshiriq ta’sirining o‘zgarish tavsifiga bog‘liq holda qanday turlarga bo‘lish mumkin?

14. Tizimning ichki dinamik xususiyatiga asoslangan turlarini aytib bering.

# II BOB. AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING MATEMATIK IFODASI

Matematikaning til va usullarini joriy etish bilan ABTni hisoblash va loyihalash masalalarini samarali yechimi hamda tizimda sodir bo‘ladigan jarayonlarni chuqur tahlil etish imkoni bo‘ladi. Shuningdek, ABTlarini tadqiq etish yoki loyihalashda birinchi navbatda butun tizimning elementlarining matematik tenglamasi (matematik modeli) tuzib olinadi [11, 14, 20].

Matematik tenglamani tuzish quyidagi bajariladigan ish tartibi ketma-ketligidan iborat:

– dastlabki farazni qabul qilish;

– kirish va chiqish o‘zgaruvchilarini tanlash;

– har bir o‘zgaruvchi uchun sanash tizimini tanlash;

– energiya yoki kattalikning o‘zgartirish qonuniyatini matematik shaklda aks ettirilgan fizik usullarini joriy etish.

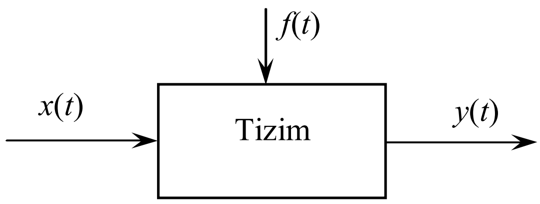
So‘nggi vaqtlarda boshqarish nazariyasida tizimning odatdagidek differensial tenglamalardan ko‘ra uzatish xossasi shaklida ifodalangan tenglamalari keng tarqalgan.

## 2.1. Statik va dinamik modellar

Avtomatik rostlash tizimlarining statik va dinamik xossalari tizimdagi tarkibiy elementlarning tavsiflari orqali aniqlanadi.

Element yoki tizimning statik tavsifi deb o‘rnatilgan rejimda jarayonning chiqish va kirish parametrlari nisbatiga aytiladi. Ushbu nisbat analitik yoki grafoanalitik usul bilan ifodalanadi va hisoblash yoki tajriba usullari bilan aniqlanadi [14,18].

Umumiy holda zveno va tizimlar ixtiyoriy tartibdagi *nochiziqli differensial tenglamalar* bilan ifodalanadi.




*2.1-rasm.* ***Tizim yoki zveno.***

ABTlari statik (barqaror) rejimda ishlaganda:

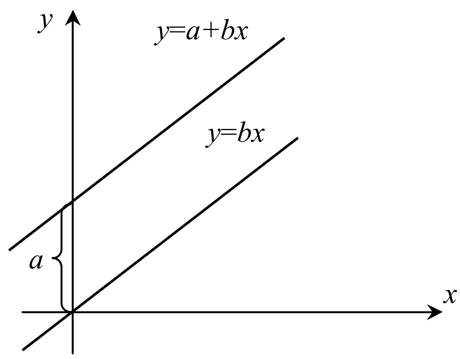
– obyektga kiruvchi modda yoki energiya miqdori, undan chiqadigan modda yoki energiya miqdoriga teng bo‘lishi kerak, $x(t) = y(t)$;

– rostlanuvchi yoki boshqaruvchi parametr vaqt davomida o‘zgarmas bo‘lishi kerak, ya’ni $y(t) = const$;

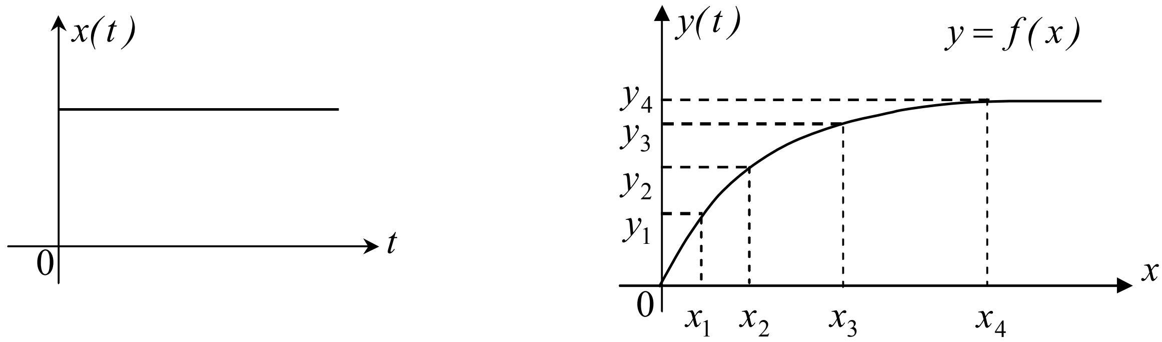
– ABTning rostlash organi harakatsiz turishi kerak.

Statik rejimda kirish kattaligi bilan chiqish kattaligi grafik ko‘rinishda yoki ma’lum algebraik tenglama ko‘rinishida berilishi mumkin. Agar chiqish kattaligi kirish kattaligi bilan chiziqli bog‘langan bo‘lsa, shu bog‘lanishni ifodalovchi tenglama *to‘g‘ri chiziqli tenglama* deyiladi, ya’ni $y = a + yx$, $y = bx$ (2.2-rasm). Tizimning turg‘un holatini ifodalovchi tenglamaga *statik tenglama* deyiladi.

Tizimning asosiy ish rejimi bu dinamik rejim hisoblanadi. Chunki bu rejimda tizimga har xil signallar ta’sir etib, tizim harakatda bo‘ladi va bu harakat differensial tenglama orqali ifodalanadi.




*2.2-rasm.* ***To‘g‘ri chiziqli xarakteristikalar.***




*2.3-rasm.* ***Tizimning dinamik xarakteristikasi.***

Tizimning dinamik holatini, ya’ni o‘tkinchi jarayon holatini ifodalovchi tenglamaga *dinamik tenglama* deyiladi.

Demak, dinamik rejimni ifoda etuvchi differensial tenglama shu holatning o‘zini, harakat tezligini hamda harakatning tezlanishini ifoda etadi.

$$F(y,\dot{y},\ddot{y},x,\dot{x})+f=0, \tag{2.1}$$

bunda, $x$, $f$ – kirish kattaligi; $y$ – chiqish kattaligi, $\dot{y}$,$\dot{x}$ – vaqt bo‘yicha birinchi tartibli hosilasi, $\ddot{y}$ – vaqt bo‘yicha ikkinchi tartibli hosilasi. (2.1) tenglama dinamik rejimning tenglamasi deyiladi.

Statik rejimda esa, $y$=const; $x$=const bo‘ladi. Unda (2.1) tenglama quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

$$F(y;0;0;x;0)+f=0. \tag{2.2}$$

(2.2) tenglama statik (o‘rnatilgan) rejimni ifoda etadi va *statik tenglama* deyiladi.

*Statik xarakteristika* – bu statik rejimda (vaqt bo‘yicha doimiy $x$ ta’siri va $f$ g‘alayonlar hamda boshqariluvchi kattalik quyidagicha bog‘langan $Y=F(x,f)$) chiqish kattaligini kirish kattaligiga bog‘liqligi.

## 2.2. Chiziqlantirish

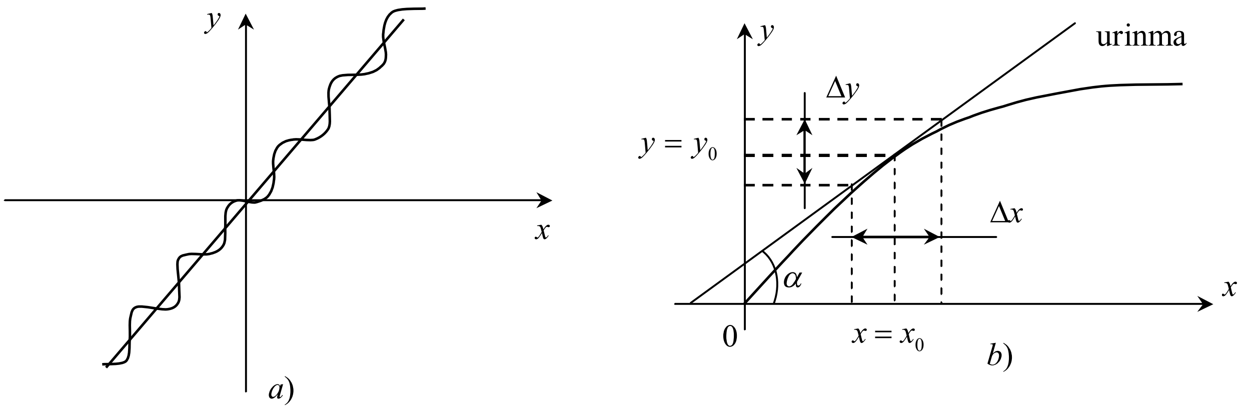
Real sharoitlarda ABTlarni elementlari egri chiziqli xarakterga ega bo‘lganligi, ya’ni elementlardagi jarayonlar nochiziqli differensial tenglama bilan ifodalanganligi uchun ularni tahlil qilish qiyinchilik tug‘diradi. Nochiziqli differensial tenglamalarning umumiy yechimi bo‘lmaganligi sababli bu elementlarning xarakteristikalarini chiziqli differensial tenglamalar bilan almashtiriladi. Nochiziqli differensial tenglamani chiziqli differensial tenglama bilan almashtirish *chiziqlantirish* deyiladi [14,15]. Aniqlik biroz pasayganligiga qaramay, chiziqlantirilgan modellar sodda va mukammal usullar orqali tizimni tahlil qilishga imkon beradi.

Chiziqlantirishda ko‘pincha quyidagi usullardan foydalaniladi:

– o‘rtacha qiymatni olish usuli;

– kichik og‘ish yoki urinma o‘tkazish usuli.

1. Agar egri chiziqli xarakteristika 2.4*a*-rasm ko‘rinishda bo‘lsa, *o‘rtacha qiymatni olish usuli* qo‘llaniladi.




*2.4-rasm.* ***O'rtacha qiymatni olish usuli (a) va kichik og'ish yoki urinma o'tkazish usuli (b) tavsiflari.***

2. *Kichik og'ish usuli.* Bu usulda elementning statik xarakteristikasi $y = f(x)$ kirish signalining ma'lum $x_0$ qiymatida Teylor qatoriga yoyiladi (2.4*b*-rasm).

$$y = y_0 + \frac{dy}{dx}\Delta x + \frac{d^2y}{dx^2}\Delta x^2 + \frac{d^3y}{dx^3}\Delta x^3 + ... \ .$$

Agar $\Delta x \to 0$ ikkinchi va uchinchi tartibli tenglamalar nolga teng bo'lib, tenglama

$$y = y_0 + \frac{dy}{dx}\Delta x \, ,$$

ko'rinishda bo'lib qoladi, u holda

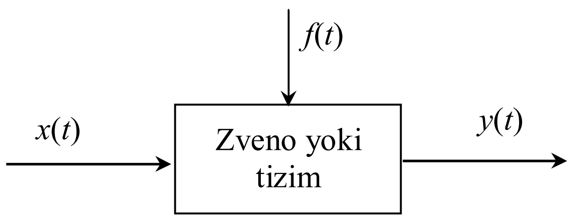
$$\Delta y = y - y_0 = \frac{dy}{dx}\Delta x \, ; \; \Delta y = \alpha \cdot \Delta x \, .$$

Chiziqlantirishning bu usullarini qo'llash shartlari: birinchidan, chiziqlantirish faqat kichik og'ishlar uchun qo'llaniladi, ya'ni chiziqlantirish natijasida olingan natijalar tizimdagi shunday rejimlarda tadqiqotga yaqin bo'lishi kerakki, kirishdagi holat kattaliklari o'rnatilgan qiymatdan yetarli darajada kichik og'ishga ega bo'lishi kerak. Qisqacha qilib aytganda $\Delta x, \Delta y$ - juda kichik bo'lishi kerak; ikkinchidan, chiziqlantirish faqat uzluksiz differensiallanuvchi (ya'ni $y = f(x)$ – funksiya uzluksiz funksiya bo'lgan) nochiziqlilarga qo'llanilishi mumkin.

## 2.3. Avtomatik boshqarish tizimlarining asosiy (tipik) kirish signallari

Avtomatik tizimlar va ularning elementlarini tajribaviy va nazariy tadqiq etishda standart signallar, ya'ni *tipik kirish signallari*dan foydalaniladi. Bu signallar oddiy matematik funksiyalar bilan ifodalanadi va tizimga tatbiq etishni osonlashtiradi [4,14].

Tizimda borayotgan jarayonni o'rganish uchun uni ifoda etuvchi differensial tenglamaning yechimini yoki bu tenglamani qandaydir yo'l bilan topish kerak bo'ladi. Buning uchun kirish signali vaqtga bog'liq bo'lishi shart. ABTlarida $x(t)$ va $f(t)$ signallarini kirish signallari deyiladi, $y(t)$ ni chiqish signali yoki kirish signalidan olingan reaksiya deb ataladi (2.5-rasm).




*2.5-rasm.* ***Zveno yoki tizim.***

Tizimning dinamik xususiyatlarini aniqlashtirishda quyidagi tipik kirish signallardan foydalaniladi:

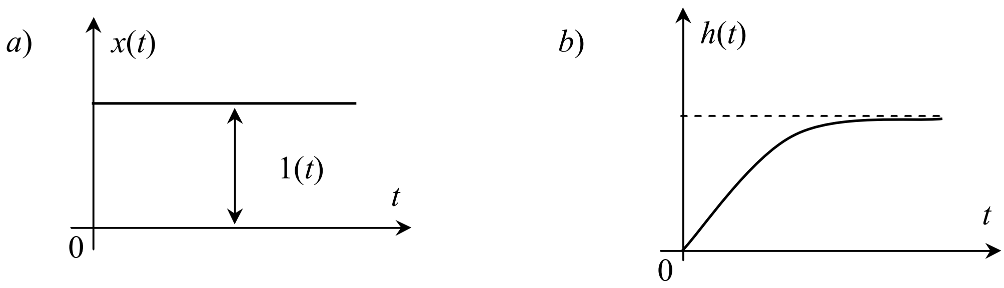
*Pog'onali signal yoki pog'onali funksiya*. Ushbu ta'sir juda tez (oniy) noldan bir necha qiymatga o'sadi va shu qiymatda doimiy qoladi. Matematik ifodasi quyidagicha: $x(t) = A \cdot 1(t)$.

Pog'onali signal quyidagi funksiya bilan ifodalanadi:

$$x_p(t) = \begin{cases} 0, & agar \quad t < 0; \\ a_0, & agar \quad t \geq 0. \end{cases}$$

Tizimni tahlil qilish va hisoblashda kirish signalini $a_0 = 1$ deb foydalanish qulay hisoblanadi. Unda ushbu signalni *birlik pog'onali signal* deb ataymiz va $1(t)$ belgilaymiz.

Pog'onali signaldan tizimlarni stabillashtirishda sinov va hisoblash signallari sifatida ko'p foydalaniladi. Ushbu signalning xarakteristikalari quyidagi 2.6*a*-rasmda keltirilgan.




*2.6-rasm.* ***Birlik pog'onali signal (a) va undan olingan o'tish (b) xarakteristikasi.***

Misol sifatida o'zgarmas tokni ulashni keltirish mumkin.

Pog'onali signalning Laplas tasviri quyidagicha bo'ladi:

$$L\{A \cdot 1(t)\} = A\frac{1}{p}.$$

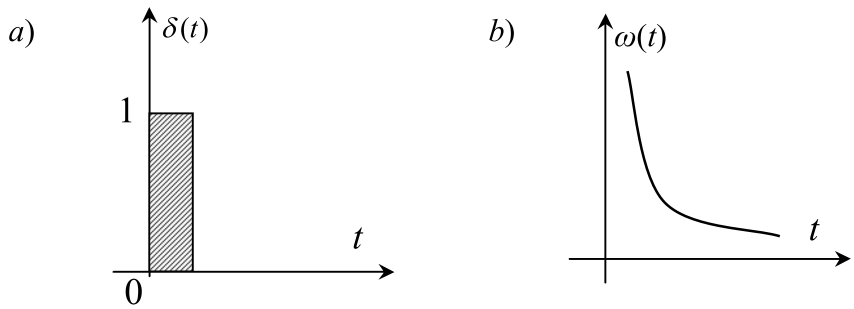
Tizimga yoki zvenoning pog'onali signaldan olingan reaksiyasiga *o'tkinchi xarakteristika* deb ataladi va $h(t)$ bilan belgilanadi (2.6*b*-rasm).

*Impulsli signal (funksiya).* Ushbu signal to'g'ri burchak shaklidagi birlik impulslarni o'zida aks ettirgan bo'lib, yetarli darajada baland va davomiyligi juda kichik. Bunday signallarning yuzasi $a_0$ ga teng bo'ladi. Boshqacha qilib aytganda amplitudasi 0 da ∞ ga teng bo'lib, davomiyligi cheksiz kichik bo'lgan funksiya.

Avtomatik tizimlarni matematik tahlil qilishda

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & agar \ \ t \neq 0; \\ \infty, & agar \ \ t = 0, \end{cases}$$

bu yerda $\int\limits_0^\infty \delta(t)dt = 1$, tenglama bilan ifodalanadigan *delta-funksiya* deb nomlanuvchi *birlik pog'onali impuls signallardan* foydalaniladi. Ushbu signalning xarakteristikalari quyidagi 2.7-rasmda keltirilgan.




*2.7-rasm.* ***Impulsli signal (a) va undan olingan impulsli o'tkinchi (vazn) (b) xarakteristikasi.***

Impulsli signalning Laplas tasviri birga teng, ya'ni $L\{\delta(t)\} = 1$.

Tizim yoki zvenoning birlik impulsli funksiyadan olingan reaksiyaga *impulsli o'tkinchi xarakteristika* yoki *vazn funksiyasi* deyiladi va $\omega(t)$ bilan belgilanadi (2.7*b*-rasm).

*Garmonik (sinusoidal) signal (funksiya).*

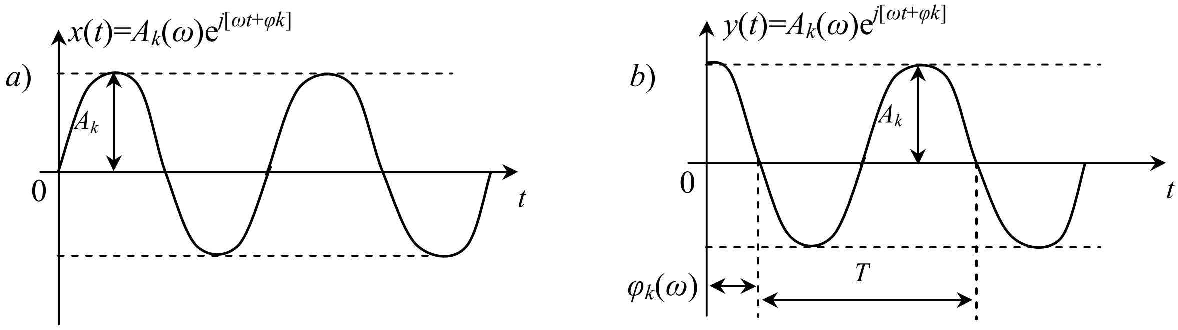
Bu signal haqiqiy yoki kompleks ko'rinishda bo'lishi mumkin

$x(t) = A_k(\omega)\sin(\omega t + \varphi_k(\omega))$;

$x(t) = A_k(\omega)\cos(\omega t + \varphi_k(\omega))$.

$\dot{x}(t) = A_k(\omega)[\cos(\omega t + \varphi_k) + j\sin(\omega t + \varphi_k)] = A_k(\omega)e^{j(\omega t + \varphi_k)}$ – kompleks ko'rinishi.

bu yerda, $A_k(\omega)$ – kirish signallarining amplitudasi; $\varphi_k(\omega)$ – kirish signalining fazasi; $\omega$ – chastotasi, $\omega = \frac{2\pi}{T}$; T – davr, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (2.8-rasm).




*2.8-rasm.* ***Garmonik signal (a) va undan olingan chastotaviy xarakteristika.***

Bir o'lchamli chiziqli statsionar tizimning kirishiga $x(t) = A_k(\omega)e^{j(\omega t + \varphi_k(\omega))}$ signal ta'siri berilganda uning chiqishidagi majburiy tebranishlari kirish signalining tebranishlari chastotasiga teng chastota bilan tebranish hosil qiladi. Lekin chiqish tebranishlari amplitudasi $A_{ch}(\omega)$ va fazasi $\varphi_{ch}(\omega)$ kirish tebranishlari amplitudasi va fazasidan farqli bo'lgan garmonik qonun bo'yicha o'zgaradi.

Tizim yoki zvenoning garmonik signaldan olingan reaksiyasiga *chastotaviy xarakteristika* deyiladi.

Kuzatuvchi va dasturiy tizimlar uchun ko'pincha quyidagi *chiziqli tipik signallardan* foydalaniladi:

$$x(t) = 1(t)a_1 t,\ (0 \le t < -\infty),$$

bu yerda $a_1$ koeffitsiyent $x(t)$ signalning o'sish tezligini tavsiflaydi.

## 2.4. Laplas almashtirishi va uning xossalari

Chiziqli differensial tenglamalarni yechimini olish maqsadida samarali va bevosita yetakchi bo‘lgan tatbiqiy matematik tahlilning operatsion hisoblash usullaridan foydalaniladi.

Laplas almashtirishi haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyani (shu jumladan vaqt funksiyasi) kompleks o‘zgaruvchili funksiyaga o‘zgartiriladi. Laplas almashtirishi differensial va integral tenglamalar o‘rniga algebraik tenglamalardan foydalanishga imkon beradi, ya’ni differensiallash va integrallash operatsiyalari ko‘paytirish va bo‘lish operatsiyalari bilan almashtiriladi [18,20]. Bundan tashqari, differensial tenglamalarning operator shaklida yozilishi vaqt sohasidan chastota sohasiga o‘tishni yengillashtiradi. Avtomatik rostlash tizimlarini hisoblashda esa chastotaviy usullardan keng foydalaniladi.

Quyidagi integral yordamida haqiqiy o‘zgaruvchi «*t*» ga ega bo‘lgan *f*(*t*) funksiyasini kompleks o‘zgaruvchi «*p*» ga ega bo‘lgan *F*(*p*) funksiyaga almashtirishga *Laplas almashtirishi* deyiladi

$$F(p) = L\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dp\,,$$

bu yerda $f(t)$ – original, $F(p)$ – tasvir, $p$ – kompleks o‘zgaruvchi.

*Chiziqlilik xossasi.*

$$L\{f_1(t) + f_2(t)\} = F_1(p) + F_2(p)\,,$$

$$L\{kf(t)\} = kF(p)\,.$$

*Originalni differensiallash va integrallash xossasi.*

$$L\{f^{(n)}(t)\} = p^n F_1(p) - \sum_{i=1}^{n} p^{n-i} f^{(i-1)}(0)\,,$$

$$L\{f^{(-n)}(t)\} = \frac{F(p)}{p^n} + \sum_{i=1}^{n} \frac{f^{(-i)}(0)}{p^{n-i+1}}\,,$$

bu yerda $f^{(-n)} = \int \ldots \int f(t)(dt)^n$ .

*Laplas teskari almashtirishi.*

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\} = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha - j\infty}^{\alpha + j\infty} F(p)e^{pt}dp.$$

bu yerda $L^{-1}$ – Laplas teskari almashtirishi.

2.1-jadval

| $f(t)$ ning originali | $F(p)$ ning tasviri | $f(t)$ ning originali | $F(p)$ ning tasviri |
|---|---|---|---|
| $1(t)$ | $\frac{1}{p}$ | $\cos\omega t$ | $\frac{p}{p^2+\omega^2}$ |
| $t$ | $\frac{1}{p^2}$ | $\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}$ | $\frac{1}{p^n}$ |
| $t^n$ | $\frac{n!}{p^{n+1}}$ | $\frac{1}{\omega}\mathrm{sh}\,\omega t$ | $\frac{1}{p^2+\omega^2}$ |
| $e^{-\alpha t}$ | $\frac{1}{p+\alpha}$ | $\mathrm{ch}\omega t$ | $\frac{p}{p^2+\omega^2}$ |
| $te^{-\alpha t}$ | $\frac{1}{(p+\alpha)^2}$ | $e^{-\alpha t}\sin\omega t$ | $\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$ |
| $\sin\omega t$ | $\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$ | $e^{-\alpha t}\cos\omega t$ | $\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$ |

Differensial yoki integral tenglamalarni operatsion hisoblash yordamida yechishdan maqsad – algoritmi moddiy o‘zgaruvchi funksiyani kompleks o‘zgaruvchili funksiyaga almashtirish, kompleks o‘zgaruvchili sohada yechimlarni izlash va nihoyat teskari, ya’ni topilgan yechimni kompleks o‘zgaruvchili sohadan moddiy o‘zgaruvchili sohaga almashtirishdan iborat.

Amalda ishni osonlashtirish maqsadida har safar Laplas almashtirish operatsiyasini bajarmay, ko‘p uchraydigan funksiyalarning tasvir va originallari hisoblangan jadvaldan foydalanish ancha qulay (2.1-jadval).

Keltirilgan jadvaldan teskari tartibda, ya’ni ma’lum $F(p)$ tasvir bo‘yicha tegishli $f(t)$ originalni topish uchun foydalanish ham mumkin.

## 2.5. Uzatish funksiyasi

ABTlarni kirish va chiqish kattaliklari orasida o‘zaro o‘rnatilgan aloqasini quyidagi differensial tenglama ko‘rinishida ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned} a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\ldots+a_n y(t)= \\ =b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\ldots+b_m x(t)+c_0 f(t), \end{aligned} \tag{2.3}$$

bu yerda $x(t)$, $f(t)$ – elementning kirish kattaliklari; $y(t)$ – elementning chiqish kattaligi; $a_i$, $b_i$ – tenglamaning koeffitsiyentlari.

(2.3) tenglamani operator formada yozishimiz mumkin. Ushbu formada yozish uchun differensiallash operatsiyasini o‘rniga qisqartirilgan shartli belgilash kiritamiz: $\frac{d}{dt}=p$. Mos ravishda *k*-chi tartibli hosila $\frac{d^k}{dt^k}=p^k$ belgilanadi. Unda (2.3) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozishimiz mumkin [12,14,18]:

$$\begin{aligned} a_0p^n y(t)+a_1p^{n-1}y(t)+\ldots+a_n y(t)= \\ =b_0p^m x(t)+b_1p^{m-1}x(t)+\ldots+b_m x(t)+c_0 f(t) \end{aligned} \tag{2.4}$$

yoki

$$\begin{aligned} (a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n)y(t)= \\ =(b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_m)x(t)+c_0 f(t). \end{aligned} \tag{2.5}$$

(2.5) tenglamaga quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$D(p)=a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n. \tag{2.6}$$

(2.6) tenglama chiqish kattaligining differensiallash operatori *xususiy* yoki *xarakteristik operator* deb nomlanadi. Elementning xususiy harakati, ya’ni tashqi ta’sirlar bo‘lmagandagi harakati ko‘phadni tavsiflagani uchun uni shartli nomlanadi [12,18].

$$K_1(p)=b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_m,\ \ K_2(p)=c_0. \tag{2.7}$$

(2.7) tenglama kirish kattaligining differensiallash operatorlari *kirish, g‘alayon operatorlari* deb nomlanadi.

Unda (2.5) tenglama quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$D(p)y(t)=K_1(p)x(t)+K_2(p)f(t). \tag{2.8}$$

Differensial tenglamani boshqacha tatbiq qilingan formada yozish Laplas almashtirishini qo‘llashga asoslangan. Differensial tenglamaga Laplas almashtirishini qo‘llashda tashqi ta’sir bo‘lgunga qadar tizim tinch holatda deb hisoblanadi va barcha boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘ladi,

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n) y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_m) x(p).$$

*Uzatish funksiyasi* $W(p)$ deb – boshlang‘ich shartlari nol bo‘lganida chiqish signalining Laplas tasvirini kirish signalining Laplas tasviri signali nisbatiga aytiladi.

$$W(p) = \left. \frac{y(p)}{x(p)} \right|_{t=0} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n}. \qquad (2.9)$$

yoki

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)},$$

bu yerda $K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_{m-1} p + b_m$ - $m$ darajali ko‘phad;

$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n$ - $n$ darajali ko‘phad.

Odatdagi differensial tenglamalar bilan yoziluvchi real elementlar uchun (2.9) tenglama suratidagi ko‘phad darajasi maxrajidagi ko‘phad darajasidan kichik yoki teng bo‘lishi kerak, ya’ni $m \le n$ shart bajarilishi kerak. Uzatish funksiyasining barcha koeffitsiyentlari – element parametrlarini tavsiflovchi haqiqiy sonlardir.

Tartibi yuqori bo‘lmagan ($n$<3) uzatish funksiyasi bilan yoziluvchi elementlar uchun *standart formada* uzatish funksiyasini yozish qabul qilingan. Shuning uchun uzatish funksiyasi shunday yoziladiki, maxrajining erkin hadlari $a_n$ birga teng bo‘lsin [12,18,20]. Suratining erkin hadlari $b_m$ uzatish koeffitsiyentiga teng bo‘ladi va uni qovusdan tashqariga chiqaziladi

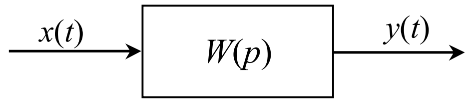
$$W(p) = \frac{k(b_0^* p^m + b_1^* p^{m-1} + ... + b_{m-1}^* p + 1)}{a_0^* p^n + a_1^* p^{n-1} + ... + a_{n-1}^* p + 1}, \text{ bu yerda } k = \frac{b_m}{a_n}.$$

Uzatish funksiyasi bir necha kompleks o‘zgaruvchi $p = \alpha \pm j\beta$ funksiya hisoblanadi. O‘zgaruvchi $p$ning qiymatlari uzatish funksiyasi nolga aylansa, *nollari* deyiladi, cheksizga aylansa uzatish funksiyasining *qutblari* deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, uzatish funksiyasining sur'at ildizlari uzatish funksiyasining *nollari*, maxraj ildizlari esa uzatish funksiyasining *qutblari* deyiladi.

(2.9) tenglamaga muvofiq zveno yoki tizimning chiqish signalini quyidagicha yozish mumkin:

$$y(p) = W(p) \cdot x(p). \qquad (2.10)$$

Endi zveno yoki tizimning uzatish $W(p)$ funksiyasi bilan o'tkinchi funksiyasi $h(t)$ hamda impulsli o'tkinchi funksiyasi $\omega(t)$ orasidagi bog'lanishni ko'rib chiqamiz (2.9-rasm).




*2.9-rasm.*

a) Agar kirish signali $x(t) = 1(t)$ bo'lsa, unda uning Laplas tasviri $x(t) = \dfrac{1}{p}$ bo'ladi. (2.10) formulaga muvofiq chiqish signalining Laplas tasviri $y(p) = W(p) \cdot \dfrac{1}{p}$ ga teng bo'ladi. Bundan originalga o'tsak $y(t) = h(t) = L^{-1}\left\{W(p) \cdot \dfrac{1}{p}\right\}$ bo'ladi.

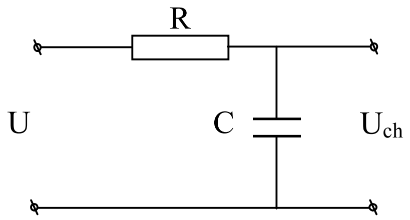
Demak, o'tkinchi funksiya $h(t)$ bilan uzatish funksiyasi $W(p)$ bir ma'noli bog'langan ekan.

b) Agar $x(t) = \delta(t)$ bo'lsa, unda $x(p) = 1$ bo'ladi. (2.10) formulaga muvofiq chiqish signalining Laplas tasviri $y(p) = W(p)$ bo'lib, uning originali impulsli o'tkinchi funksiyasi bo'ladi, ya'ni $y(t) = \omega(t) = L^{-1}\{W(p)\}$.

Demak, impulsli o'tkinchi funksiya $\omega(t)$ uzatish funksiyasining originali ekan.

Endi uzatish funksiyasining mohiyatini aniq misolda ko'rib chiqamiz [21-23].

**2.1-misol.** RC zanjiri berilgan bo'lsin (2.10-rasm). Ushbu zanjirining uzatish funksiyasi $W(p)$ ni toping.




*2.10-rasm.*

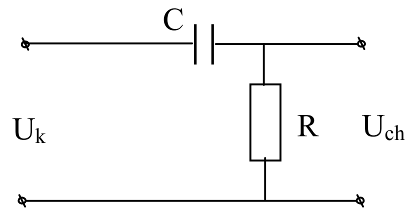
*Yechish:*

$$U_k(p) = R + \frac{1}{pC}; \quad U_{ch}(p) = \frac{1}{pC};$$

$$W(p) = \frac{U_{ch}(p)}{U_k(p)} = \frac{\frac{1}{pC}}{R + \frac{1}{pC}} = \frac{1}{RCp + 1} = \frac{1}{Tp + 1},$$

bu yerda, $T = RC$ – vaqt doimiyligi.

**2.2-misol.** $RC$ zanjiri berilgan bo'lsin (2.11-rasm). Ushbu zanjirning uzatish funksiyasi $W(p)$ni toping.




*2.11-rasm.*

*Yechish:*

$$U_k(p) = \frac{1}{pC} + R;$$

$$U_{ch}(p) = R;$$

$$W(p) = \frac{U_{ch}(p)}{U_k(p)} = \frac{R}{\frac{1}{pC} + R} = \frac{RCp}{1 + RCp} = \frac{Tp}{1 + Tp},$$

bu yerda, $T = RC$ – vaqt doimiyligi.

**2.3-misol.** $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 4\dot{x} + 5x$ chiziqli tenglamani uzatish funksiyasi ko'rinishida ifodalang va uni MATLAB muhitida kiriting hamda nol-qutb formasida modelini quring.

***Yechish:*** Yuqoridagi chiziqli tenglamani operator ko'rinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$(p^2 + 2p + 3)y = (4p + 5)x \quad \text{yoki} \quad D(p)y = K(p)u$$

bu yerda $x(t)$ – kirish signali, $y(t)$ – chiqish signali, $p = \frac{d}{dt}$ – differensiallash operatori, $D(p) = p^2 + 2p + 3$ va $K(p) = 4p + 5$ – operator polinomlar.

Yuqorida keltirilgan (1.11) tenglamadan zvenoning uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{4p + 5}{p^2 + 2p + 3}$$

ga teng.

MATLAB muhitida uzatish funksiyasi $s$ kompleks o‘zgaruvchidan ikki ko‘phad (polinomlar) munosabatlari ko‘rinishida kiritiladi [30,31]. Polinomlar darajasi *kamayish* bo‘yicha yozilgan massiv koeffitsiyentlari kabi saqlanadi, ya’ni

$$F(s) = \frac{4s+5}{s^2+2s+3}.$$

Unda uzatish funksiyasi MATLAB muhitida quyidagi ko‘rinishda kiritiladi:

```
>> n = [4 5]
      n =
         4    5
>> d = [1 2 3]
      d =
        1.0000    2.000    3.000
>> f = tf ( n, d )
      Transfer function:
        4 s + 5
      ---------------
      s^2 + 2 s + 3
```

yoki birdaniga, surat va maxrajlari dastlab qurilmasdan:

```
>> f = tf ( [4 5], [1 2 3] );
```

Xotirada uzatish funksiyasi tavsiflovchi **tf** obyekt sinfi yaratiladi. Buyruq oxiridagi nuqtali vergul natijani ekranga ko‘rsatadi.

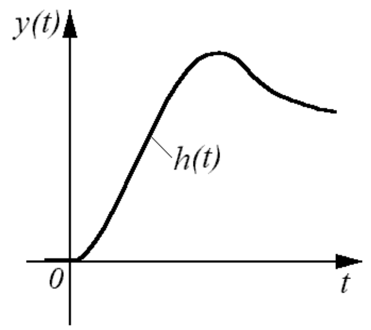
«Nol-qutb» formasida uzatish funksiyasi modelni oson qurish mumkin.

```
>> f_zpk = zpk(f)
      Zero/pole/gain:
        4 (s+1.25)
      ---------------
      (s^2  + 2s + 3)
```

Ushbu funksiya $s = -1.25$ nuqtada bitta nol hamda $s = -1 \pm 1.4142i$ nuqtalarda ikkita qutbga ega.

## 2.6. Avtomatik boshqarish tizimlarning vaqt xarakteristikalari

Elementlarning dinamik xossalarini yanada yaqqol aks ettirishda ularning o‘tkinchi funksiyasi (xarakteristikasi)dan foydalaniladi.




2.12-rasm. ***O‘tkinchi xarakteristika (funksiya).***

*O‘tkinchi funksiya* $h(t)$ deb boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda kirishiga birlik pog‘onali signal berilganda vaqt bo‘yicha chiqish kattaligi $y(t)$ ning o‘zgarishiga aytiladi (2.12-rasm).

$$x(t) = 1(t),$$

$$y(t) = h(t).$$

O‘tkinchi funksiya gafik (unda uni xarakteristika deyiladi) ko‘rinishda yoki formula ko‘rinishida berilgan bo‘lishi mumkin. O‘tkinchi funksiya $h(t)$, istalgan bir xil bo‘lmagan differensial tenglama kabi ikkita tashkil etuvchiga ega bo‘ladi: majburiy $h_m(t)$ va erkin $h_e(t)$. O‘tkinchi jarayonning *majburiy tashkil etuvchisi* o‘zida dastlabki tenglamaning qisman yechimini aks ettiradi. Pog‘onali signalda majburiy tashkil etuvchilar statik elementlar uchun bevosita differensial tenglama (hosilasi nol bo‘lgan) da topish mumkin bo‘lgan chiqish kattaliklarining o‘rnatilgan qiymatlariga teng bo‘ladi.

$$h_M(t) = y(\infty) = \frac{b_m}{a_n}.$$

*Erkin tashkil etuvchi* quyidagi ko‘rinishda (bir xil ildizlar mavjud bo‘lmaganda) mos bir jinsli differensial tenglama yechimlari kabi topilishi mumkin:

$$h_E(t) = \sum_{k=1}^{n} C_k e^{\lambda_k t},$$

bu yerda $\lambda_k$ – xarakteristik tenglama ildizlari; $C_k$ – boshlang‘ich shartga bog‘liq bo‘lgan doimiy integrallash.

*Xarakteristik tenglama* – muayyan differensial tenglamaga mos keluvchi, ushbu differensial tenglamaning chap qismi tartibi va koeffitsiyentlari bilan daraja va koeffitsiyentlari mos keluvchi algebraik tenglamani o‘zida aks ettiruvchi tenglamadir.

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\cdots+a_n y(t)=b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\cdots+b_m x(t)$$

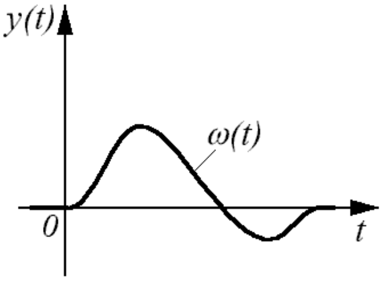
differensial tenglama uchun xarakteristik tenglama quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

$$a_0\lambda^n+a_1\lambda^{n-1}+\cdots+a_n=0,$$

bu yerda, $\lambda$ – xarakteristik tenglamaning yechimi (ildizi) hisoblanib, kompleks son.

***Impulsli o‘tkinchi funksiya (vazn funksiyasi) ω(t)*** deb boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda kirishiga delta-funksiya berilgandan so‘ng vujudga keladigan chiqish kattaligi $y(t)$ ning o‘zgarishiga aytiladi (2.13-rasm).

Impulsli o‘tkinchi funksiya o‘tkinchi funksiya $h(t)$ dan olingan hosilaga teng [18,20,25]:




*2.13-rasm.* ***Impulsli o‘tkinchi xarakteristika (funksiya).***

$$\omega(t)=\frac{dh(t)}{dt},$$

va aksincha, o‘tkinchi funksiya impulsli o‘tkinchi funksiyadan olingan integralga teng:

$$h(t)=\int_0^t \omega(t)dt.$$

O‘tkinchi xarakteristika $h(t)$ va impulsli o‘tkinchi xarakteristikalar *vaqt xarakteristikalari* deyiladi.

ABTning o‘tkinchi va vazn funksiyalari to‘g‘risida bilimga ega bo‘lib, boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda ixtiyoriy kirish ta’sirlarida tizimning reaksiyasini quyidagi formula yordamida aniqlash mumkin:

$$y(t)=h(t)x(0)+\int_0^t h(t-\tau)x^{'}(\tau)d\tau,$$

$$y(t)=h(0)x(t)+\int_0^t w(t-\tau)x(\tau)d\tau.$$

Ko‘rib o‘tilgan ikki formulalar Dyuamel integrali yoki svyortka integrali variantida bo‘lib, ular o‘zaro oson olinadi. Real inersion zvenolar uchun chiqishdagi reaksiya doimo kirish ta'siridan ortda qoladi, ya'ni $h(0)=0$.

## 2.7. Avtomatik boshqarish tizimlarining chastotaviy xarakteristikalari

Chiziqli statsionar tizimlarni tasvirlashda chastotali xarakteristikalar juda muhim rol o'ynaydi. Chastotaviy xarakteristikalar elementlarning uzatish xususiyatlari bilan ifodalanadi. Elementning chastotaviy xarakterisikalarini bilgan holda istalgan chastotalardagi garmonik ta'sirlarda, shuningdek turli chastotalardagi garmonik ta'sirlar yig'indisida uning reaksiyasini aniqlashimiz mumkin [14,15,18,23]. ABN va amaliyotida chastotaviy xarakteritikalardan keng foydalaniladi.

Uzatish funksiyasining ta'rifiga ko'ra

$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{b_0p^m+b_1p^{m-1}+...+b_{m-1}p+b_m}{a_0p^n+a_1p^{n-1}+...+a_{n-1}p+a_n}. \qquad (2.11)$$

Uzatish funksiyasi $W(p)$ dan $p=j\omega$ bilan almashtirish orqali $W(j\omega)$ funksiya olinadi va uni *chastotaviy uzatish funksiyasi* deyiladi

$$W(j\omega)=\frac{b_0(j\omega)^m+b_1(j\omega)^{m-1}+...+b_{m-1}(j\omega)+b_m}{a_0(j\omega)^n+a_1(j\omega)^{n-1}+...+a_{n-1}(j\omega)+a_n}. \qquad (2.12)$$

Chastotaviy uzatish funksiyasi $W(j\omega)$ chastota deb ataluvchi haqiqiy o'zgaruvchi «$\omega$» ga bog'liq bo'lgan kompleks funksiyadir.

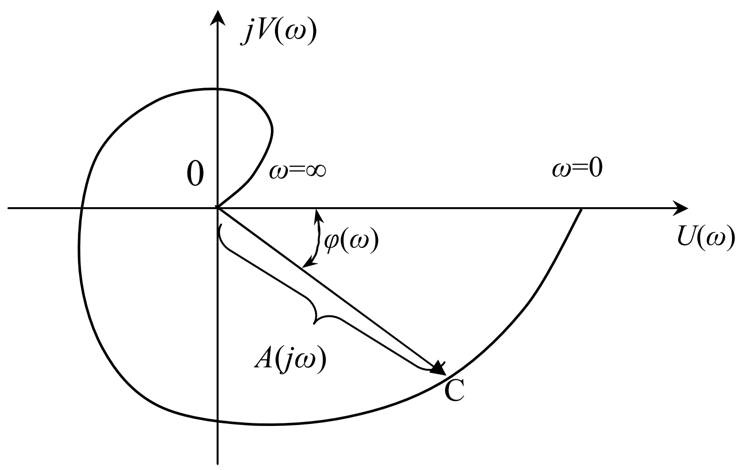
$W(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega)$ – algebraik ko'rinishi;

$W(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ – darajali ko'rinishi;

$W(j\omega)=A(\omega)\cos\varphi(\omega)+jA(\omega)\sin\varphi(\omega)$ – trigonometrik ko'rinishi, bu yerda, $U(\omega)$ – haqiqiy qism; $V(\omega)$ – mavhum qism; $A(\omega)$ - amplituda; $\varphi(\omega)$ – faza.

$$A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)};\, \varphi(\omega)=arctg\frac{V(\omega)}{U(\omega)}.$$

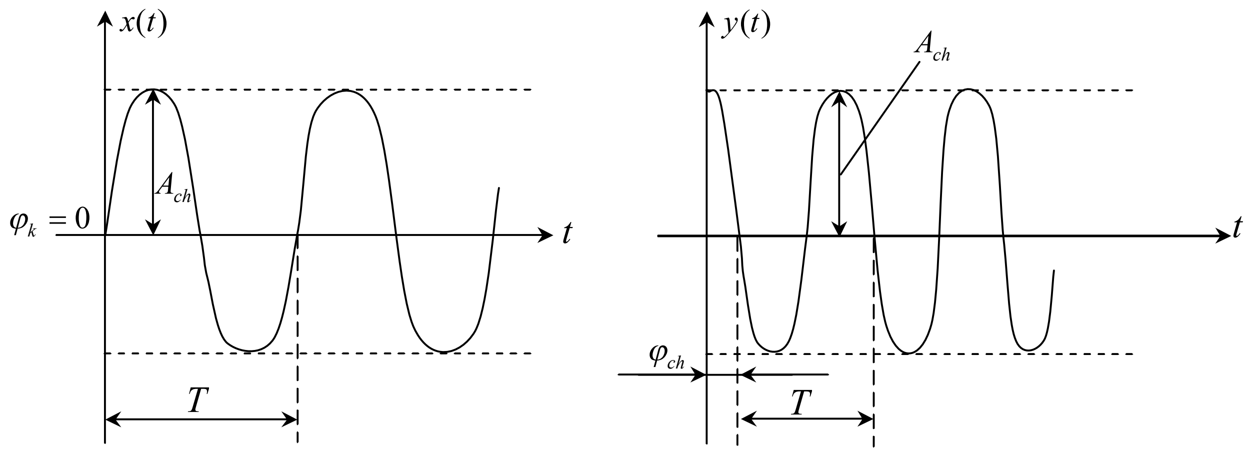
Kompleks tekisligida $W(j\omega)$ funksiyasini $\overrightarrow{OC}$ vektor orqali ifodalash mumkin. Bu vektorning uzunligi chastotali uzatish funksiyasining amplitudasi «$A$»ga vektorning haqiqiy musbat o‘q bilan hosil qilgan burchagi fazasi «$\varphi$»ga teng bo‘ladi (2.14-rasm).




*2.14-rasm.* ***Amplituda-fazali xarakteristika.***

Chastota noldan cheksiz (0<ω<∞) oraliqda o‘zgarganda $\overrightarrow{OC}$ vektorning kompleks tekisligida chizgan egri chizig‘iga *amplituda-fazali xarakteristika* (AFX) deyiladi yoki boshqacha qilib aytganda AFX deb kompleks tekisligida chastotaning o‘zgarishiga qarab amplituda va fazaning o‘zgarishiga aytish mumkin (2.14-rasm).

Chastotali uzatish funksiyasining *amplitudasi* chiqish signalining amplitudasini kirish signalining amplitudasiga nisbatan necha marotaba kattaligini ko‘rsatadi. Chastotali uzatish funksiyasining moduli amplitudani beradi, ya’ni $A(\omega) = |W(j\omega)| = \dfrac{A_{ch}(\omega)}{A_k(\omega)}$; chastotali uzatish funksiyasining argumenti chiqish va kirish signallari orasidagi burchak siljishini ko‘rsatadi, ya’ni $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ (2.15-rasm).




*2.15-rasm.* ***Faza chastotaviy xarakteristika.***

$$W(j\omega)=\frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}=\frac{A_{ch}(\omega)e^{j[\omega t+\varphi_{ch}]}}{A_k(\omega)e^{j[\omega t+\varphi_k]}}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

bu yerda $A(\omega)=\dfrac{A_{ch}(\omega)}{A_k(\omega)}$; $\varphi(\omega)=\varphi_{ch}-\varphi_k$ bo‘ladi.

Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda barcha chastotaviy xarakteristikalarning ifodasi va qisqartmalarini keltirib o‘tamiz:

$W(j\omega)$ – amplituda fazaviy xaraketistika (AFX);

$U(\omega)$ – haqiqiy chastotaviy xarakteristika (HChX);

$V(\omega)$ – mavhum chastotaviy xarakteristika (MChX);

$A(\omega)$ – amplituda chastotaviy xarakteristika (AChX);

$\varphi(\omega)$ – faza chastotaviy xarakteristika (FChX).

Bu xarakteristikalarning hammasi oddiy chiziqli masshtabda chiziladi.

## 2.8. Logarifmik chastota xarakteristikalar

Tizimning chastotaviy xarakteristikasining darajali tenglamasi $W(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ ni logarifmlaymiz [14,20,24]:

$$\ln W(j\omega)=\ln A(\omega)+j\varphi(\omega)$$

yoki

$$\lg W(j\omega)=\frac{\ln A(\omega)+j\varphi(\omega)}{2{,}3}. \tag{2.13}$$

(2.13) ifodaning – haqiqiy qismi chastota funksiyasi modulining logarifmiga, mavhum qismi esa chastota funksiyasining argumentiga teng bo‘lgan logarifmik amplituda-faza chastota xarakteristikasining ifodasidir. Bu xarakteristikani ikkita mustaqil – logarifmik amplituda chastota (LAChX) va faza chastotaviy xarakteristika (LFChX) larga bo‘lish mumkin.

Tizim yoki zvenoning *logarifmik amplituda-chastota xarakteristikasi* chastota o‘zgarishiga bog‘liq bo‘lgan chastota funksiyasidagi modul logarifmining o‘zgarishini aniqlaydi, ya’ni amplitudaning $\lg\omega$ ga nisbatan chizilgan grafigiga *logarifmik amplituda-chastotaviy xarakteristika* (LAChX) deyiladi.

Logarifmik masshtabda qurilib, chastota o‘zgarishiga bog‘liq bo‘lgan faza o‘zgarishini aniqlovchi xarakteristika *logarifmik faza-chastotaviy xarakteristikasi* deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, $\varphi(\omega)$ni $lg\,\omega$ga nisbatan chizilgan grafigiga *logarifmik fazo-chastotaviy xarakteristika* (LFChX) deyiladi.

$e^{j\varphi(\omega)}$ davriy funksiya bo‘lgani uchun, $\ln W(j\omega)$ ko‘p qiymatli funksiyadan iborat. Shuning uchun biz keyinchalik (2.13) ifodada logarifmning asosiy ma’nosini nazarda tutamiz. Logarifmik xarakteristika va o‘lchov birliklari akustika nazariyasidan olingan.

LAChX ni qurayotganda ordinatalar o‘qiga modul logarifmi, abssissa o‘qiga esa chastota logarifmini qo‘yamiz. LAChX ni qurganda $\ln A(\omega)$ o‘rniga quyidagi funksiya ko‘riladi:

$$L(\omega) = 20\lg\left|W(j\omega)\right| = 20\lg A(\omega) = f(\lg\omega). \qquad (2.14)$$

(2.14) ifoda tizimning chiqish amplitudasini kirish amplitudasiga nisbatini aniqlab, kirish signali orqali kuchlanish darajasini tasvirlaydi. $L(\omega)$ ning o‘lchov birligi – desibel. Bir desibel amplitudaning $\sqrt[20]{10}$ marta o‘zgarishiga to‘g‘ri keladi. Chastotalarning o‘lchov birligi – oktava va dekada.

Agar ikki $\omega_1$, $\omega_2$ chastotalarning qiymati bir-biridan ikki marta farq qilsa, ularning farqi bir oktavaga teng bo‘ladi:

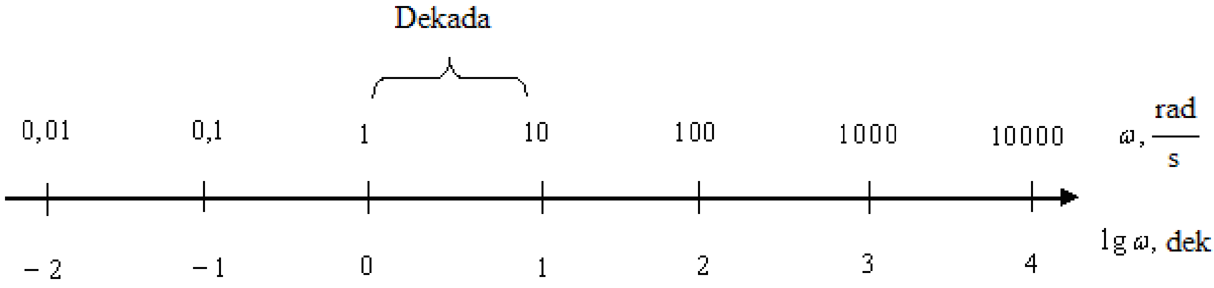
$$\omega_1/\omega_2 = 2 \quad \text{yoki} \quad \log(\omega_1/\omega_2) = \log_2 2 = 1 \text{ oktava.}$$

Agar ikki $\omega_1$, $\omega_2$ chastotalarning qiymati bir-biridan 10 martaga farq qilsa, ularning farqi 1 dekadaga teng bo‘ladi:

$$\omega_1/\omega_2 = 10 \ \text{yoki} \ \lg(\omega_1/\omega_2) = \lg 10 = 1 \text{ dekada.}$$

Chastotaning dekada birligidagi qiymatini topish uchun shu chastotaning o‘nlik logarifmini aniqlash kerak.

Demak, $\lg\omega$ning o‘lchov birligi «dekada», bir dekada chastotaning o‘n marta oshishini bildiradi (2.16-rasm).




*2.16 - rasm.* ***Chastotaning dekada birligidagi masshtabi.***

G.Bode ko‘pincha birgina LAChX ni qurish bilan kifoyalanish mumkinligini ko‘rsatadi, chunki faza xarakteristikadan amplituda va amplituda xarakteristikadan faza xarakteristikalarini aniqlash mumkin.

Agar tizimlarning LAChX va LFChX lari o‘rtasida bir qiymatli bog‘lanish mavjud bo‘lsa, bunday tizimlar minimal fazali tizim deyiladi. Ko‘p tizim va zvenolar uchun logarifmik xarakteristikalar oktavaga desibel va dekadaga desibel birligida ifodalanadigan, turli og‘ishlarga ega bo‘lgan to‘g‘ri chiziqdan iborat. (2.14) ifodadagi chastota funksiyasining modulini logarifmlashda ko‘paytma va bo‘linmalar, yig‘indi va ayirmalar bilan almashtiriladi, bu esa tahlil qilinayotgan ifodalarni soddalashtiradi.

Logarifmik chastota xarakteristikalari chiziqli va chiziqli bo‘lmagan avtomatik rostlash tizimlarini amalda hisoblashda keng foydalaniladi.

## 2.9. Elementar zvenolar va ularning xarakteristikalari

Boshqarish nuqtayi nazaridan avtomatik tizimlar va ularning tarkibiy zvenolari o‘zlarining statik va dinamik xarakteristikalariga ko‘ra sinflanadi. Bunday sinfiy chiqish va kirish kattaliklarining turg‘unlashmagan rejimda vaqt funksiyasidagi bog‘lanishiga asoslangan. Tadqiq qilinayotgan avtomatik tizimlarning dinamik xarakteristikalari oldindan ma’lum bo‘lgan va bir-biri bilan bog‘langan elementar (yoki tipik) zvenolar shaklida keltiriladi. Quyidagi uchta talabni qanoatlantiradigan zveno shartli ravishda elementar zveno deyiladi: 1) zvenoning differensial tenglamasi ikkinchi tartibdan yuqori bo‘lmasligi shart; 2) zveno detektorlash qobiliyatiga ega bo‘lib, signallarni bir yo‘nalishda – kirishdan chiqishga tomon o‘tkazishi kerak; 3) zvenoga boshqa zvenolar ulanganda, u o‘zining dinamik xususiyatlarini o‘zgartirmasligi lozim [3,20,23].

Avtomatik boshqarish tizimlarining zvenolari har xil fizikaviy tabiatga, ishlash prinsipiga, konstruktiv formaga hamda sxemalarga bo‘linishi mumkin. Lekin bu zvenolarning dinamik xususiyatlarini o‘rganishda, tadqiq qilishda uning chiqishidagi hamda kirishidagi kattaliklarni bog‘lovchi tenglama muhim rol o‘ynaydi. Elementar zvenolarning xarakteristikalarini tahlil qilish uchun standart shaklda yozilgan dinamik tenglamalar ishlatiladi.

Matematik ifodasi differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolarga *dinamik zveno* deyiladi. Tipik dinamik zveno deb, tartibi ikkidan yuqori bo‘lmagan differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolarga aytiladi. Ularga asosan quyidagi zvenolar kiradi [3,20,23]:

1. Kuchaytiruvchi (proporsional, inersiyasiz) zveno.
2. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno.
3. Integrallovchi zveno.
4. Differensiallovchi zveno.
5. Tebranuvchi zveno.
6. Tezlatuvchi zveno.
7. Kechikuvchi zveno.

Quyida shu zvenolarning vaqt hamda chastotali xarateristikalarini ko‘rib chiqamiz.

***1. Kuchaytiruvchi (proporsional, inersiyasiz) zveno.*** Agar zveno tizimga kechikish va boshqa xatolar kiritmay faqat kirishga berilgan signalning masshtabini o‘zgartirsa, bu zveno *kuchaytiruvchi* (proporsional, inersiyasiz) zveno deyiladi. U statikaning algebraik tenglamasi orqali ifodalanadi:

$$y = Kx,$$

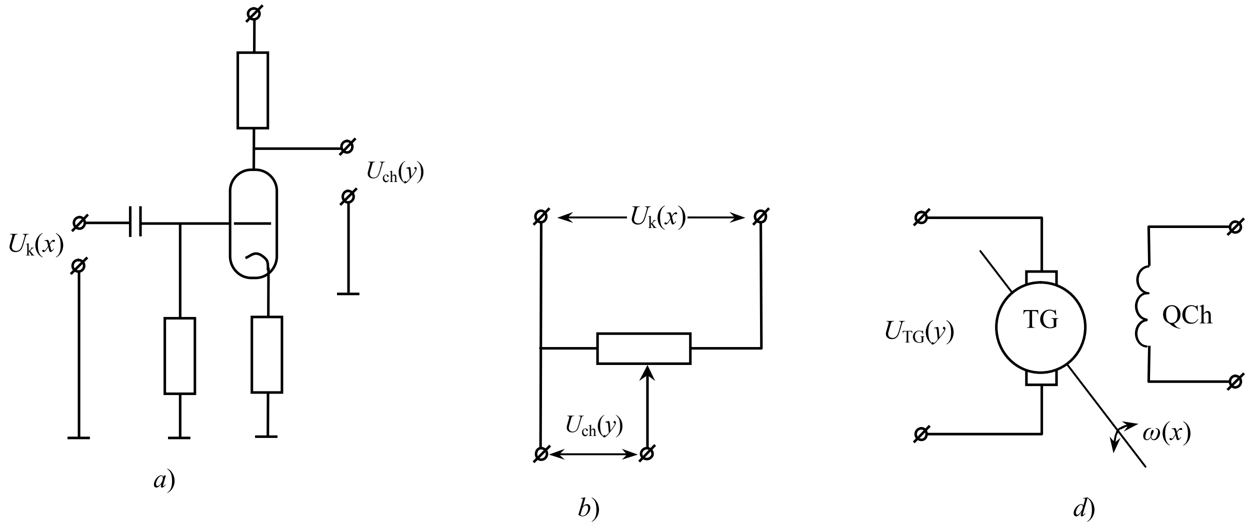
bu yerda, $y$ – zvenoning chiqish kattaligi; $K$ – zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti; $x$ – zvenoning kirish kattaligi.

Kuchaytiruvchi zveno dinamikasining tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$y(t) = K \cdot x(t). \qquad (2.15)$$

Bunday zvenoning chiqishidagi kattalik kirishidagi kattalikka nisbatan proporsional ravishda o‘zgaradi.

Bu zvenoga elektron kuchaytirgich, potensiometr, taxogenerator kabi elementlar misol bo‘la oladi (2.17-rasm.)




*2.17-rasm.* ***Elektron kuchaytirgich (a); potensiometr (b); taxogenerator (d), bu yerda «ω» o'qning aylanish tezligi.***

(2.15) tenglamaga Laplas almashtirishlarini kiritamiz

$$y(p) = K \cdot x(p),$$

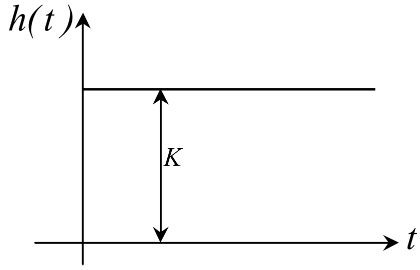
bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = K.$$

Shunday qilib, proporsional zvenoning uzatish funksiyasi kuchaytirish koeffitsiyenti «$K$» ga teng bo'ladi.

Uzatish funksiyasi orqali zveno yoki tizimning vaqt xarakteristikalarini aniqlash mumkin

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{K\frac{1}{p}\right\} = K \cdot 1(t).$$



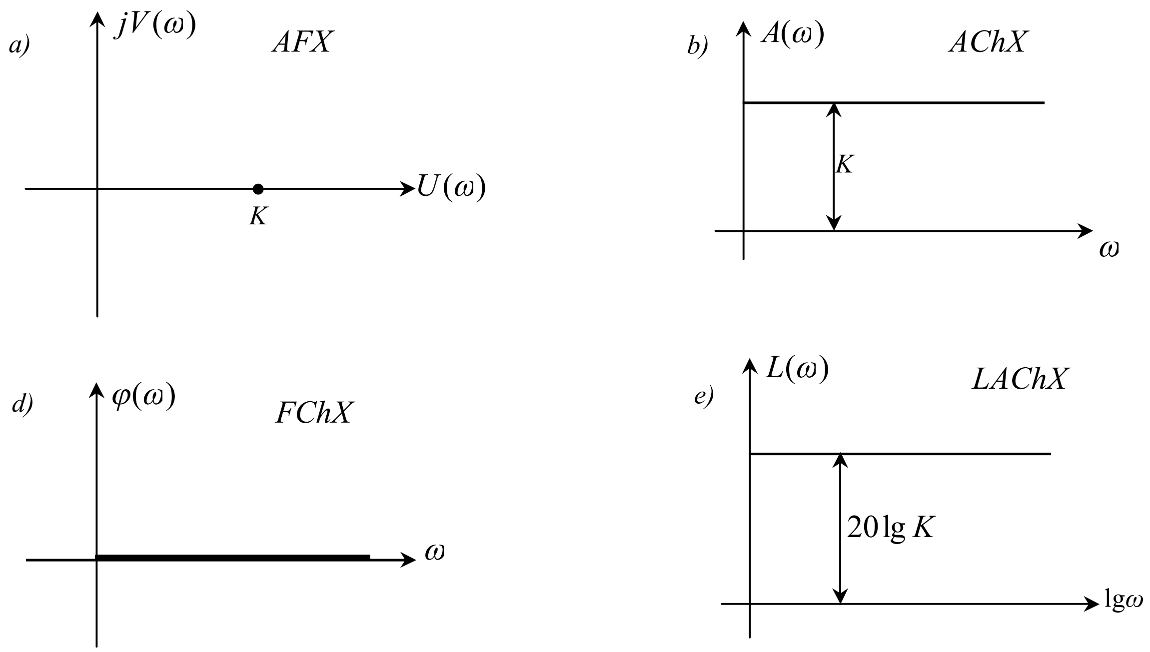

*2.18-rasm.* ***Vaqt xarakteristikasi.***

Chastotaviy uzatish funksiyasini aniqlash uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ da «$p$» ni «$j\omega$» bilan almashtiriladi

$$W(j\omega) = K; \quad A(\omega) = K; \ \ \varphi(\omega) = 0,$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K.$$

Kuchaytiruvchi zveno berilgan signallarga faza siljishlarini kiritmaydi va barcha chastotali signallarni ravon o‘tkazadi. AFX ning gadografi (2.19-rasm) kompleks teksligidagi haqiqiy o‘qda boshlang‘ich koordinatalardan $K$ masofaga kechikkan nuqta bilan ifodalanadi. Zvenoning $A(\omega)$ amplituda-chastota xarakteristikasi – chastotalar o‘qidan $A(\omega) = K$ miqdorga kechikkan to‘g‘ri chiziqdir.




*2.19-rasm.* ***Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d); logarifmik amplituda chastotali (e) xarakteristikalar.***

$\varphi(\omega) = 0$ faza-chastota xarakteristika faza siljishlarning yo‘qligini bildiradi. Amplituda, chastotaning cheksizlikka intilgan har bir qiymatida istalgan real kuchaytiruvchi zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti nolgacha kamayib ketadi.

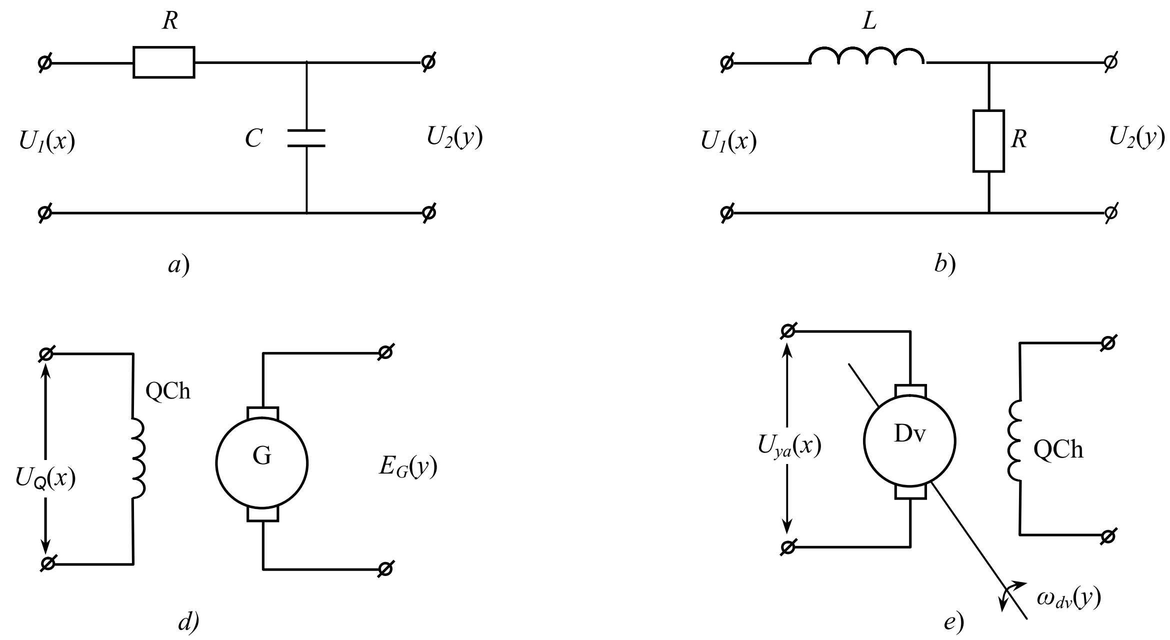
Ushbu zvenoning fazasi minimal qiymatga ega yoki nolga teng, ya’ni minimal fazalidir. Kuchaytirish koeffitsiyenti $K$ chiziqli zveno uchun doimiy, chiziqli bo‘lmagan zveno uchun esa o‘zgaruvchandir.

***2. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno.*** Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattaliklarini bog‘lovchi tenglama birinchi tartibli differensial tenglamadan iborat:

$$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=K\cdot x(t) \qquad (2.16)$$

bu yerda, $K$ – zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti; $T$ – zvenoning vaqt doimiysi.

RC, RL – zanjirlari, o‘zgarmas tok generatori va dvigatellari bu zvenoga misol bo‘la oladi (2.20-rasm).




*2.20-rasm.* ***RC zanjiri (a); LR zanjiri (b); o‘zarmas tok generatori (d); o‘zgarmas tok dvigateli (e).***

(2.16) tenglamaga Laplas o‘zgartirishini kiritib, bu zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$(Tp+1)\cdot y(p)=Kx(p),$$

bundan

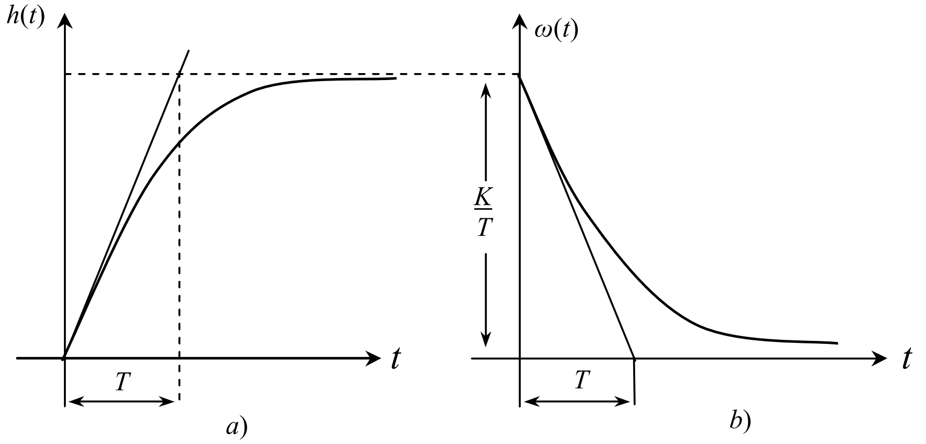
$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{K}{Tp+1}.$$

Inersial zvenoning o‘tkinchi funksiyasi

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{K}{1+Tp}\cdot\frac{1}{p}\right\} = K(1-e^{-\frac{t}{T}})1(t),$$

eksponenta qonuni bo‘yicha o‘zgaradi (2.21-rasm). Impulsli o‘tkinchi funksiyani quyidagicha aniqlash mumkin (2.21,*b*-rasm)

$$\omega(t) = h'(t) = L^{-1}\{W(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{K}{1+pT}\right\} = \frac{K}{p}e^{-\frac{t}{T}}1(t).$$



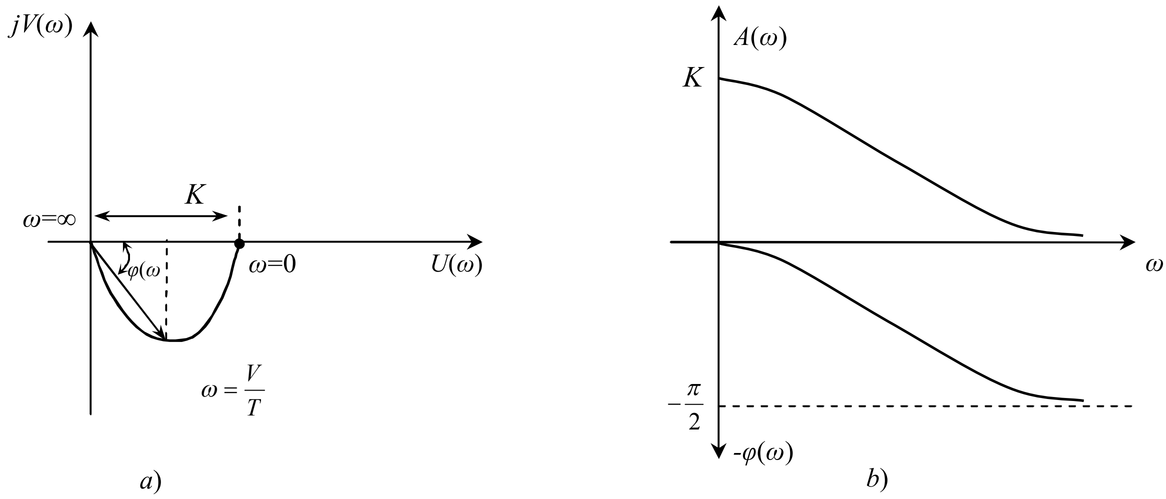

*2.21-rasm.* ***O‘tkinchi xarakteristika (a); impulsli o‘tkinchi xarakteristika (b).***

Zvenoning chastotali uzatish funksiyasini hamda uning chastotali xarakteristikalarini aniqlash uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ da «$p$»ni «$j\omega$» bilan almashtirish kerak (2.22-rasm).

$$W(j\omega) = \frac{K}{1+j\omega T} = \frac{K(1-j\omega T)}{(1+j\omega T)(1-j\omega T)} =$$

$$= \frac{K}{(1+\omega^2T^2)} - j\frac{K\omega T}{(1+\omega^2T^2)} = U(\omega) + jV(\omega);$$

$$U(\omega) = \frac{K}{1+\omega^2T^2}$$ – haqiqiy qism; $$V(\omega) = -\frac{K\omega T}{1+\omega^2T^2}$$ – mavhum qism




*2.22-rasm.* ***Amplituda-fazali xarakteristika (a); amplituda-chastotali va faza-chastotali xarakteristika (b).***

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} =$$

$$= \sqrt{\frac{K^2}{\left(1+T^2\omega^2\right)^2} + \frac{K^2T^2\omega^2}{\left(1+T^2\omega^2\right)^2}} = \frac{K\sqrt{1+T^2\omega^2}}{1+T^2\omega^2} = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}};$$

$$\varphi(\omega) = arctg\,\frac{V(\omega)}{U(\omega)} = arctg\,\frac{-KT\omega}{K} = -arctg\,\omega T;$$

Zvenoning logarifmik amplituda chastotali xarakteristikasi (LAChX) quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi:

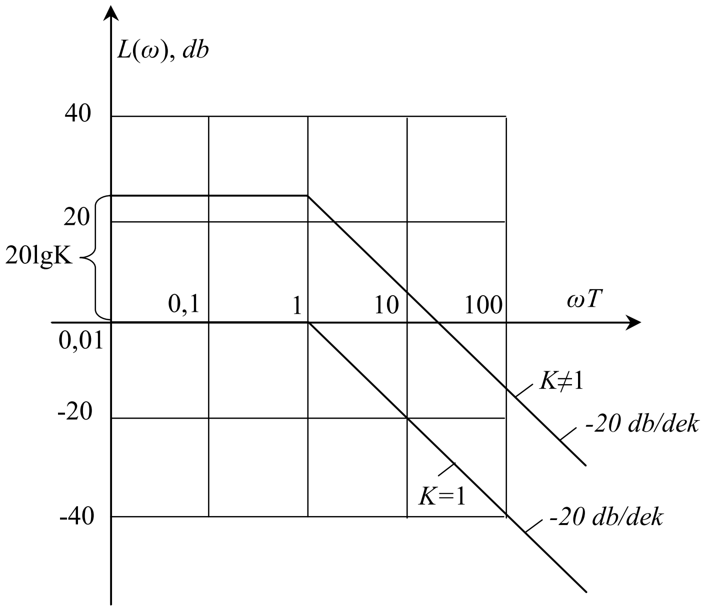
$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg\left[\frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\right] = 20\lg K - 20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}.$$

Bu zvenoning asimptotik LAChXni

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20\lg K, & 0<\omega<1 \;\; yoki \;\; 0<\omega<\dfrac{1}{T} \;\; bo'lganda, \\ 20\lg K - 20\lg\omega T, & \omega T>1 \;\; yoki \;\; \omega>\dfrac{1}{T} \;\; bo'lganda, \end{cases}$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Shunday qilib, chastotaning $0<\omega<\dfrac{1}{T}$ oralig‘idagi qiymatlarida $K$=1 bo‘lganda $L(\omega)$ xarakteristikasi abssissa o‘qi bilan mos tushadi, chunki $L(\omega) = 20\lg 1 = 0$. Agar $K \neq 1$ bo‘lsa, unda shu chastota oralig‘ida $L(\omega)$ xarakteristikasi $20\lg K$ balandlikda abssissa o‘qiga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. $\omega T > 1$ yoki $\omega > \frac{1}{T}$ bo‘lganda $L_a(\omega) = -20\lg\omega T$ ga teng bo‘ladi (2.23-rasm).




$$\omega T = 1, \quad L(\omega) = 0\,db;$$
$$\omega T = 10, \quad L(\omega) = -20\,db;$$
$$\omega T = 100, \quad L(\omega) = -40\,db.$$

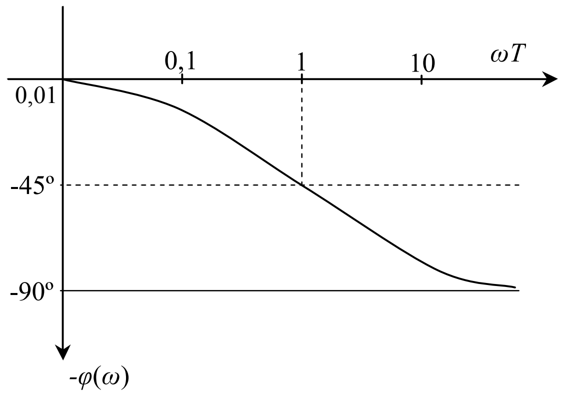
*2.23-rasm.* ***Logarifmik amplituda chastotali xarakteristika.***

Shunday qilib, inersial zvenoning LAChX si tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ yoki $\omega T = 1$ gacha hech qanday o‘zgarishsiz qoladi va shu chastotadan keyin -20 db/dek og‘ish bo‘yicha o‘zgaradi.

Haqiqiy LAChX $L(\omega)$ asimptotik $L_a(\omega)$ xarakteristikadan birmuncha farq qiladi va bu farq faqat tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ yoki $\omega T = 1$ da eng katta qiymatga ega bo‘lib, u taxminan –3,03 db ga teng, ya’ni

$$L(\omega) = L(1) = -20\lg\frac{1}{\sqrt{1+(1)^2}} = -\,20\lg\frac{1}{\sqrt{2}} = -3{,}03\,db.$$

Amaliyotda LAChX ni aniq ko‘rish talab qilinmaydi. Shuning uchun uni ikkita bir-biri bilan tutashgan to‘g‘ri chiziq ko‘rinishida quriladi. Logarifmik faza-chastotali xarakteristika $\varphi(\omega) = -arctg\omega T$ ifoda yordamida aniqlanadi (2.24-rasm).




$$\omega T = 0, \quad \varphi(\omega) = 0^\circ;$$
$$\omega T = 1, \quad \varphi(\omega) = -45^\circ;$$
$$\omega T = \infty, \quad \varphi(\omega) = -90^\circ.$$

*2.24-rasm.* ***Logarifmik faza-chastotali xarakteristika.***

Tutash $\omega = \dfrac{1}{T}$ yoki $\omega T = 1$ chastotada $\varphi(\omega) = -arctg1 = -45^\circ$ga teng bo‘lib, shu chastotaga nisbatan LFChX ning simmetriyaligi uning o‘ziga xos xarakterli fazilati hisoblanadi.

***3. Integrallovchi zveno.*** Chiqish kattaligi kirish kattaligiga bog‘liq bo‘lmagan, lekin chiqish koordinata o‘zgarishining tezligi zveno kirishidagi signalga proporsional bo‘lgan zveno *integrallovchi zveno* deyiladi. Bu zveno tavsifi quyidagicha:

$$\frac{dy}{dt} = Kx, \tag{2.17}$$

bu yerda $K$ – zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti va uning vaqt doimiysi nisbatiga teng zvenoning tarqalish tezligi.

(2.17) ifodani integrallab o‘tish jarayoni tenglamasini hosil qilamiz

$$y(t) = K\int_0^t x(t)dt, \tag{2.18}$$

(2.18) ifodadan chiqish kattaligi kirish kattaligining integraliga proporsional ekanligi kelib chiqadi. (2.18) tenglamani Laplas bo‘yicha tasviri quyidagi ko‘rinishga ega:

$$y(p) = \frac{K}{p}x(p),$$

zvenoning uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{p}.$$

Bu zvenoni yana astatik zveno deb ham yuritiladi.

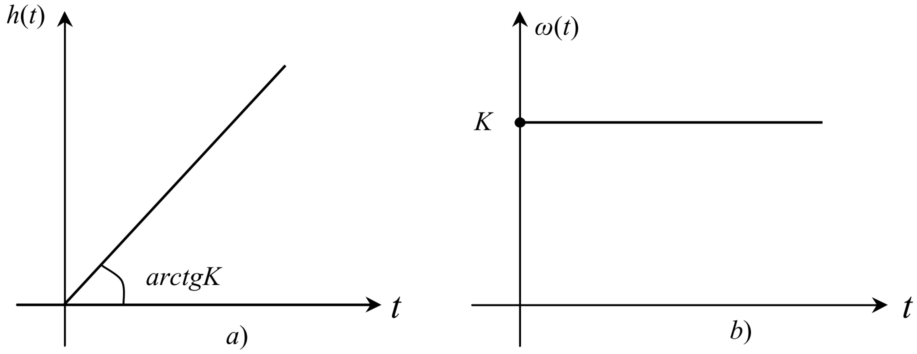
Integral zvenoning o‘tkinchi funksiyasi

$$h(t)=L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\}=L^{-1}\left\{\frac{K}{p}\cdot\frac{1}{p}\right\}=K\cdot t\cdot 1(t)$$

va impulsli o‘tkinchi funksiyasi (vazn funksiyasi)

$$\omega(t)=h'(t)=K$$

2.25b-rasmda keltirilgan.

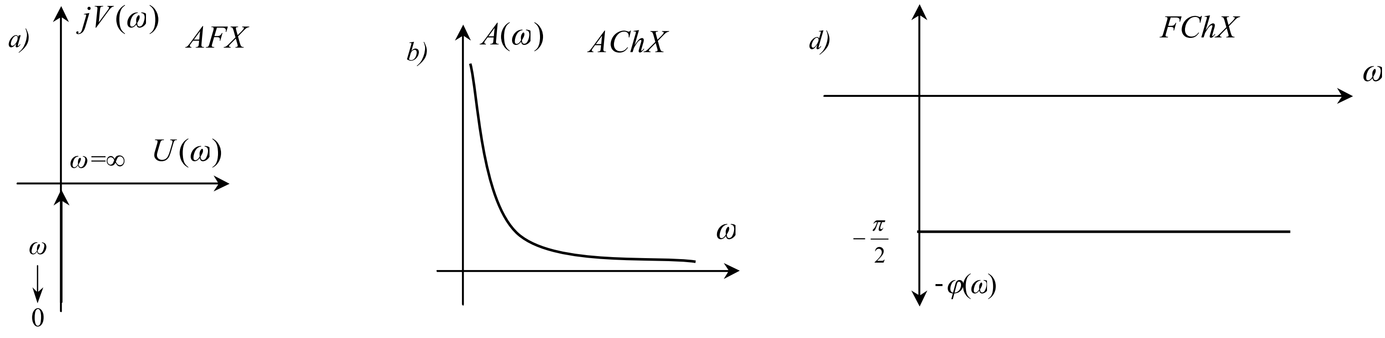



*2.25-rasm.* ***O‘tkinchi xarakteristika (a); impulsli o‘tkinchi xarakteristika (b).***

Integral zvenoning chastotali uzatish funksiyasi

$$W(j\omega)=\frac{K}{j\omega}=\frac{K}{\omega}e^{-j\frac{\pi}{2}} \tag{2.19}$$

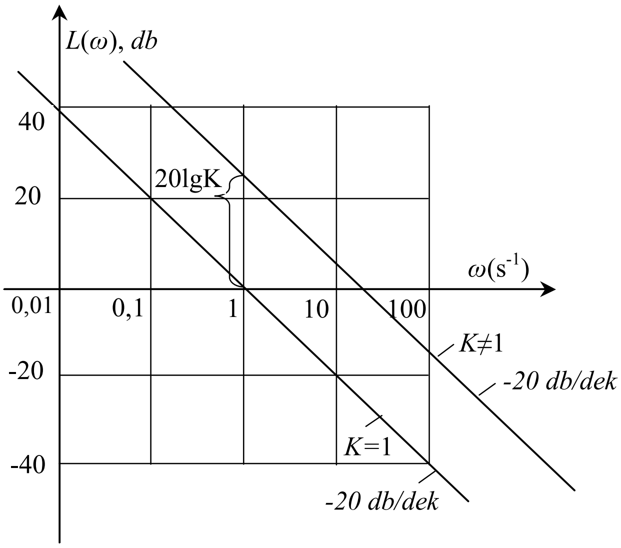
bo‘lib, unda $A(\omega)=\frac{K}{\omega}$ – amplituda-chastota funksiyasi; $\varphi(\omega)=-\frac{\pi}{2}$ – faza-chastota funksiyasi (2.26-rasm).




*2.26-rasm.* ***Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d) xarakteristikalar.***

Zvenoning AFX si (2.19) ifodaga muvofiq kompleks tekisligining manfiy mavhum o‘qi bilan mos tushadi va chastota $0 < \omega < \infty$ bo‘lganda koordinata o‘qi boshiga tomon yo‘nalgan bo‘ladi.

Logarifmik amplituda-chastota xarakteristikasi $L(\omega) = 20\lg A(\omega) = = 20\lg \frac{K}{\omega} = 20\lg K - 20\lg \omega$ ifoda yordamida aniqlanadi (2.27-rasm).




$$\omega = 1, \qquad L(\omega) = 0\,db;$$
$$\omega = 10, \qquad L(\omega) = -20\,db;$$
$$\omega = 100, \qquad L(\omega) = -40\,db;$$
$$\omega = 0{,}1, \qquad L(\omega) = 20\,db;$$
$$\omega = 0{,}01, \qquad L(\omega) = 40\,db.$$

*2.27- rasm.* ***Logarifmik faza-chastotali xarakteristika.***

Demak, bu zvenoning $L(\omega)$ xarakteristikasi koordinatalari $\omega = 1$ va $20\lg K$ bo‘lgan nuqtadan o‘tgan og‘ma to‘g‘ri chiziq bo‘lib, chastota bir dekadaga ko‘payganda $L(\omega)$ ordinatasi 20 db ga kamayadi. Shuning uchun $L(\omega)$ xarakteristikasining og‘ishi -20 db/dek (minus 20 detsebel bir dekadaga deb o‘qiladi).

***4. Differensiallovchi zveno.*** Chiqish kattaligi kirish parametrlarining o‘zgarish tezligiga proporsional bo‘lgan zveno *differensiallovchi zveno* deyiladi. Bu ideal differensiallovchi zvenoning xususiyatlari

$$y(t) = K \cdot \frac{dx}{dt}, \tag{2.20}$$

tenglama bilan ifodalanadi. Bunda $K$ – uzatish koeffitsiyenti. Unga elektr sig‘im, induktivlik, taxogenerator (agar kirish kattaliga o‘qning aylanish tezligi emas, burchak burilishi bo‘lsa) misol bo‘la oladi.

(2.20) tenglamani Laplas bo‘yicha o‘zgartirib, zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = Kp. \qquad (2.21)$$

Bunda o‘tkinchi $h(t)$ va impulsli o‘tkinchi $\omega(t)$ funksiyalarni aniqlaymiz

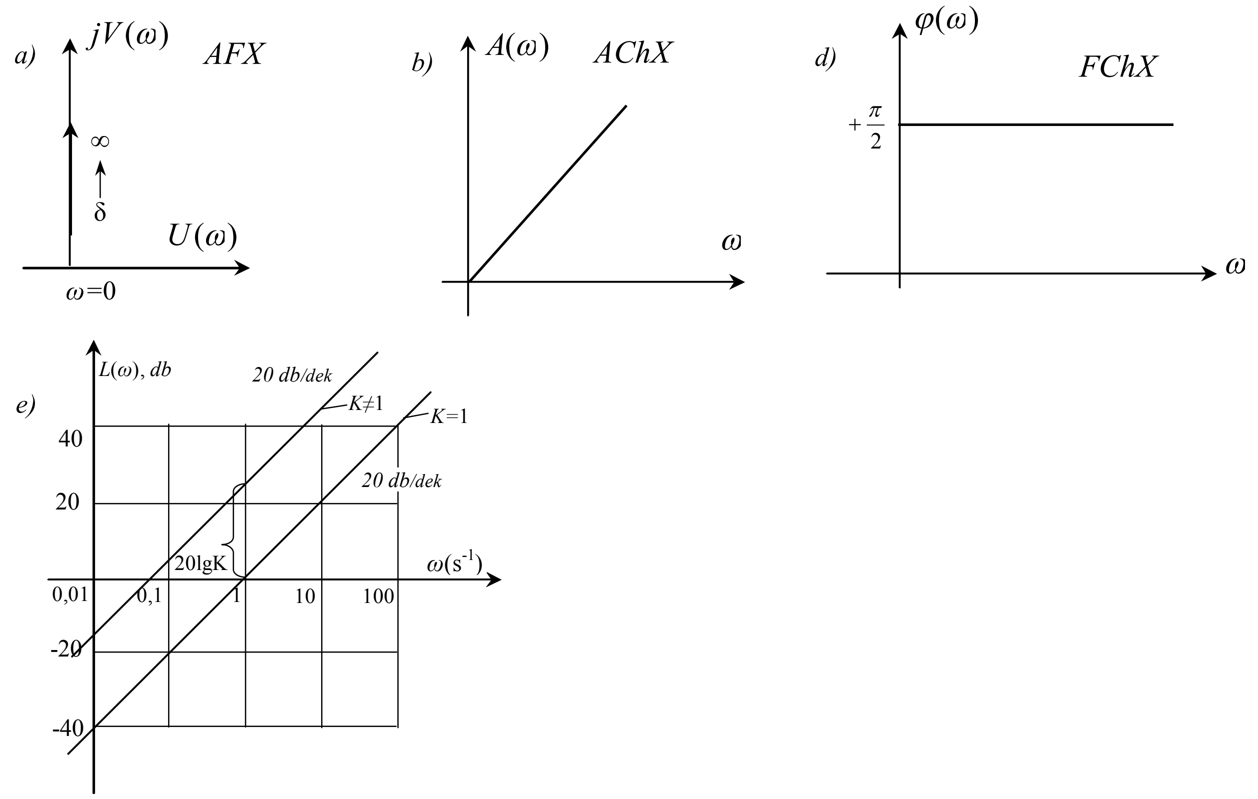
$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{Kp \cdot \frac{1}{p}\right\} = K \cdot \delta(t),$$

$$\omega(t) = h'(t) = K \cdot \delta'(t).$$

(2.21) ifodada «$p$» ni «$j\omega$» bilan almashtirib chastotali uzatish funksiyasini

$$W(j\omega) = K \cdot j\omega = K \cdot \omega e^{j\frac{\pi}{2}},$$

hamda chastotali xarakteristikalarini aniqlaymiz (2.28-rasm). Unda $A(\omega) = K\omega$ – amplituda chastotali funksiya; $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$ – faza chastotali funksiya; $L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K + 20\lg\omega$ – logarifmik-amplituda chastota funksiyasi.




*2.28-rasm.* ***Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d); logarifmik amplituda chastotali (e) xarakteristikalar.***

Shunday qilib, bu zvenoning AFX si kompleks tekisligining musbat mavhum o‘qi bilan mos tushib, chastota $0<\omega<\infty$ o‘zgarganda yuqoriga qarab yo‘naladi. LAChXsi esa koordinatalari $\omega$=1 va $L(\omega)=20\lg K$ bo‘lgan nuqtadan o‘tgan to‘g‘ri chiziqdir. Shuning uchun $L(\omega)$ xarakteristikasining og‘ishi +20db/dek (plyus 20 desebel bir dekadaga deb o‘qiladi).

*Real differensiallovchi zvenolar* dinamikasining umumiy tenglamasi quyidagicha

$$T\frac{dy}{dt}+y=K\frac{dx}{dt}. \tag{2.22}$$

(2.22) tenglamani Laplas bo‘yicha o‘zgartirib, zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$W(p)=\frac{K\cdot p}{1+Tp}.$$

Real differensiallovchi zvenoning uzatish funksiyasidan ko‘rinib turibdiki, real holatda idel integrallovchi zvenoni aperiodik zveno bilan birgalikda amalga oshirilar ekan.

***5. Tebranuvchi zveno.*** Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattalik-lari o‘rtasidagi bog‘lanish ikkinchi tartibli differensial tenglama orqali ifodalanadi:

$$T^2\frac{d^2y}{dt^2}+2\xi T\frac{dy}{dt}+y(t)=K\cdot x(t), \tag{2.23}$$

bu yerda $0<\xi<1$ oralig‘idagi qiymatga ega bo‘lib, so‘nish darajasi (koeffitsiyenti) deyiladi. Elektr tebranuvchi zanjir, elastik mexanik tizim bu zvenoga misol bo‘la oladi.

(2.23) tenglamani Laplas almashtirishi orqali o‘zgartirib

$$(T^2p^2+2\xi Tp+1)y(p)=Kx(p),$$

zvenoning uzatish funksiyasi aniqlanadi

$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{K}{T^2p^2+2\xi Tp+1}. \tag{2.24}$$

Chastotali uzatish funksiyasini aniqlash uchun (2.24) ifodada «$p$» ni «$j\omega$» bilan almashtiramiz.

$$W(j\omega)=\frac{K}{T^2(j\omega)^2+2\xi\, j\omega T+1}=\frac{K[(1-\omega^2T^2)-j\omega 2\xi T]}{[(1-\omega^2T^2)+j\omega 2\xi T][(1-\omega^2T^2)-j\omega 2\xi T]};$$

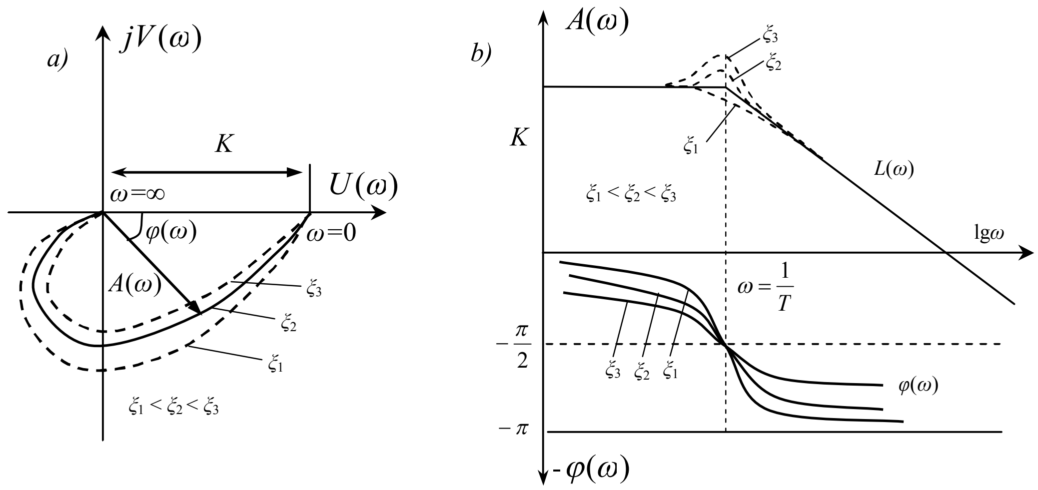
$$U(\omega) = \frac{K(1-\omega^2T^2)}{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2T^2}$$ – haqiqiy qism;

$$V(\omega) = -\frac{2K\xi\omega T}{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2T^2}$$ – mavhum qism;

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2T^2}}$$ – amplituda-chastota funksiyasi;

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{V(\omega)}{U(\omega)} = -arctg\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2T^2}$$ – faza-chastota funksiyasi.

2.29-rasmda tebranuvchi zvenoning chastotali xarakteristikalari keltirilgan.



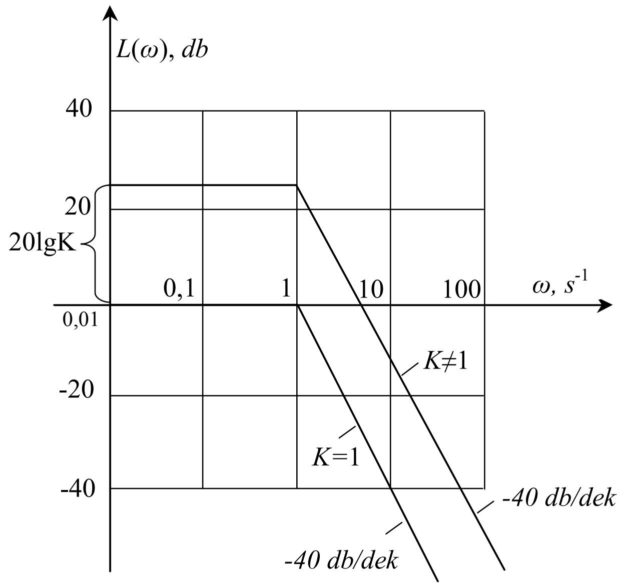

*2.29-rasm.* ***a) amplituda fazali; b) amplituda chastotali va faza chastotali xarakteristikalar.***

Bu zvenolarning LAChX si ko‘rilayotganda quyidagi asimptotik tenglamadan foydalaniladi:

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20\lg K, & \omega T \le 1 \ \ yoki \ \ \omega \le \frac{1}{T} \ \ bo'lganda; \\ 20\lg K - 40\lg \omega T, & \omega T > 1 \ \ yoki \ \ \omega > \frac{1}{T} \ \ bo'lganda. \end{cases}$$

tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ gacha bu zvenoning LAChX si abssissa o‘qi bilan mos tushadi, undan keyin -40 db/dek og‘ishga ega bo‘ladi.

Tebranuvchi zvenoning LAFX si $\varphi(\omega) = -arctg\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2T^2}$ ga teng bo‘lib, bu xarakteristikaning 0º dan -180 º gacha o‘zgaradi (2.30-rasm).




$$\omega T = 0; \qquad \varphi(\omega) = 0$$
$$\omega T = 0; \qquad \varphi(\omega) = -90^0$$
$$\omega T = \infty; \qquad \varphi(\omega) = -\pi$$

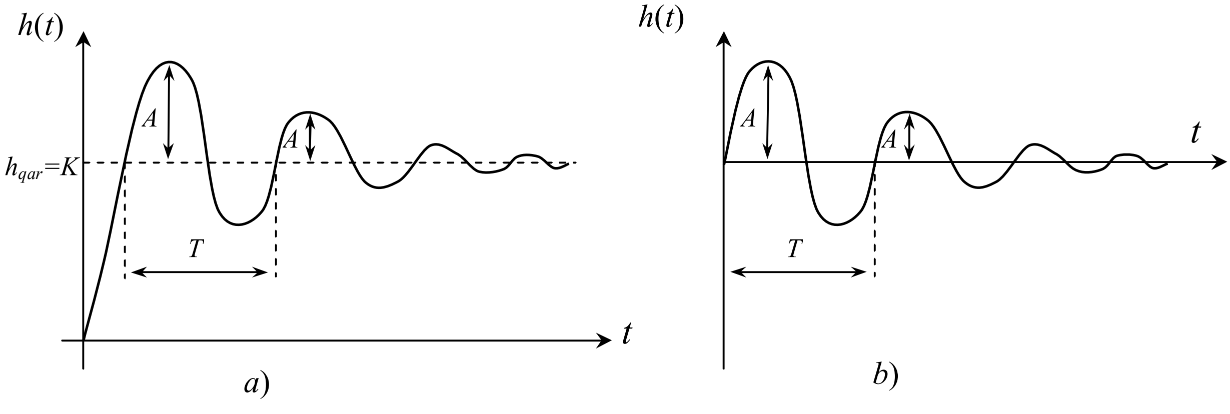
2.30-rasm. ***Logarifmik amplituda chastotali xarakteristika.***

Tebranuvchi zvenoning o'tkinchi funksiyasi

$$h(t) = L^{-1}\left\{W(p)\cdot\frac{1}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{K}{T^2p^2 + 2\xi pT + 1}\cdot\frac{1}{p}\right\} = K\left[1 - \frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\beta}e^{-\alpha t}\cdot\sin(\beta t + \varphi_0)\right],$$

bu yerda, $\alpha = \dfrac{\xi}{T}$; $\beta = \dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$; $\varphi_0 = arctg\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{d}$; impulsli o'tkinchi (vazn) xarakteristikasi $\omega(t) = h'(t) = \dfrac{K(\alpha^2+\beta^2)}{\beta}e^{-\alpha t}\sin\beta t$ ga teng.

2.31-rasmda tebranuvchi zvenoning vaqt xarakteristikalari keltiril-gan.




2.31-rasm. ***a) o'tkinchi xarakteristika; b) impulsli o'tkinchi (vazn) xarakteristika.***

Tebranuvchi zvenoning o'tish jarayoni egri chizig'ining so'nish koeffitsiyenti $\xi$ ning qiymatiga bog'liq. Agar $\xi$>1 bo'lsa, o'tish jarayoni nodavriy jarayon xususiyatlariga ega, agar $\xi$ noldan 1 gacha o'zgarsa, o'tish jarayonining xarakteri tebranma so'nuvchi bo'ladi. Bularni hisobga olib, tebranuvchi zvenoning uzatish funksiyasi $W(p)$ dan so'nish koeffitsiyenti «$\xi$» ning qiymatiga qarab quyidagi ikkita tipik bo'lmagan zvenolarning uzatish funksiyasini olish mumkin:

***a) Konservativ zveno* (*$\xi = 0$*).** Uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{K}{1 + p^2T^2}.$$

Chastotali xarakteristikalari quyidagicha ifodalanadi (2.32-rasm).

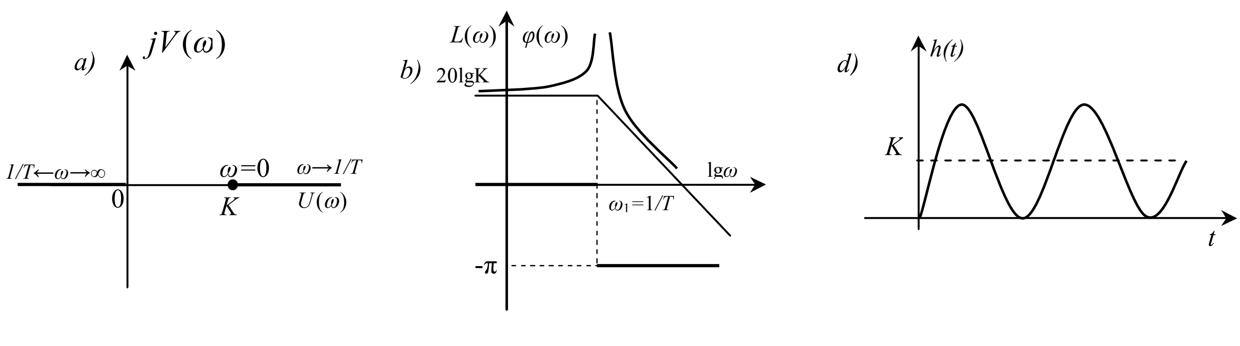
$W(j\omega) = \dfrac{K}{1 - \omega^2T^2}$ – amplituda faza chastotali funksiyasi;

$A(j\omega) = \dfrac{K}{1 - \omega^2T^2}$ – amplituda chastotali funksiya;

$\varphi(\omega) = \begin{cases} 0; & \omega < \dfrac{1}{T} \ \ bo'\lg anda; \\ -\pi; & \omega \geq \dfrac{1}{T} \ \ bo'\lg anda. \end{cases}$ – faza chastotali funksiya;

$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K - 40\lg \omega T$ – logarifmik amplituda chastotali funksiya.

Konservativ zvenoning o'tkinchi funksiyasi $h(t) = K(1 - \cos\omega_1 t); \ \ \omega_1 = \dfrac{1}{T}$ bo'lib, amplitudasi «$K$» ga teng bo'lgan $\omega_1$ chastotali so'nuvchi bo'lmagan garmonik tebranishlarni ifodalaydi (2.32*d*-rasm).




*2.32-rasm.* ***a) AFX; b) LAChX va LFChX; d) o'tkinchi xarakteristika.***

***b) Ikkinchi tartibli inersial zveno*** **($\xi \geq 1$).** Bunda xarakteristik tenglamaning ildizlari faqat haqiqiy qismga ega bo‘ladi va bu zvenoni ketma-ket ulangan ikkita birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno sifatida ko‘rsatish mumkin, ya’ni

$$W(p) = \frac{K}{(1+pT_1)(1+pT_2)},$$

bunda $T_{1,2} = \dfrac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}$.

***6. Tezlatuvchi zveno.*** Bu zveno quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$y(t) = K\left[x(t) + T\frac{dx}{dt}\right]. \tag{2.25}$$

Uni proporsional va differensiallagich zvenolarning parallel ulanishi yordamida hosil qilish mumkin.

(2.25) tenglamaning Laplas tasviri

$$y(p) = K[x(p) + Tpx(p)]$$

orqali bu zvenoning uzatish funksiyasi aniqlanadi:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = K(1+pT).$$

Chastotali uzatish funksiyasi

$$W(j\omega) = K(1 + j\omega T) = K + jK\omega T$$

ko‘rinishga ega.

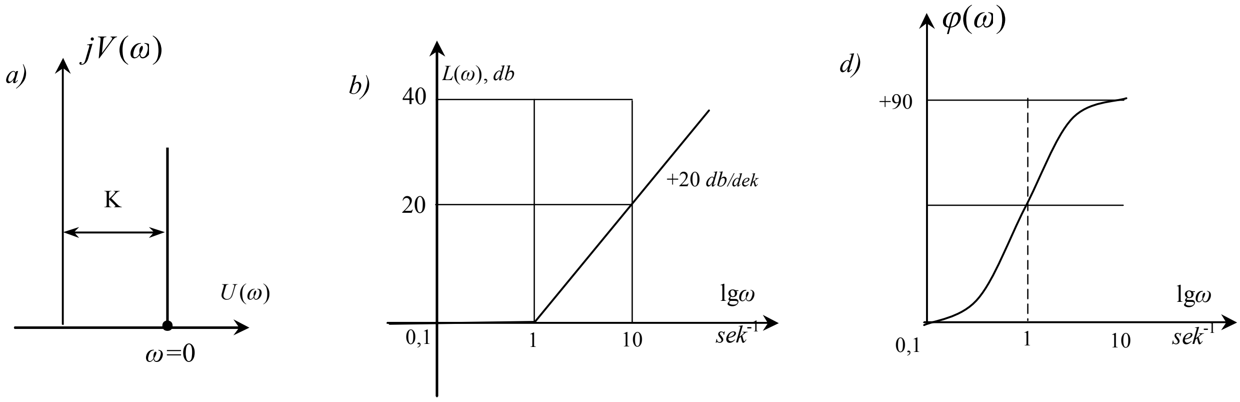
Bunda

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = K\sqrt{1+(\omega T)^2} \qquad \text{– AChX;}$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{V(\omega)}{U(\omega)} = arctg\omega T \qquad \text{– FChX;}$$

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20\lg K, & 0 < \omega < \dfrac{1}{T}\ bo'\lg anda, \\ 20\lg K + 20\lg \omega T, & \omega > \dfrac{1}{T}\ bo'\lg anda. \end{cases} \qquad \text{– LAChX.}$$

Bu xarakteristikalar 2.33-rasmda keltirilgan.




*2.33-rasm.* ***a) AFX; b) LChX; d) LFChX.***

Vaqt xarakteristikalari $h(t)$ va $\omega(t)$ quyidagi ifodalar bilan aniqlanadi.

$$h(t) = L^{-1}\left\{K(1+pT)\cdot\frac{1}{p}\right\} = K_0 \cdot 1(t) + KT\delta(t);$$

$$\omega(t) = h'(t) = K\left[T\delta(t) + \delta(t)\right].$$

Differensiallagich zvenolar kabi tezlatgich zvenolarni ideal ko'rinishda amalga oshirish mumkin emas, chunki real qurilmalarda, tizimlar tarkibida kichik parametrga ega bo'lgan inersialliklar albatta bo'ladi. Ular uzatish funksiyasi $W(p)$ ning maxrajidagi polinomlar orqali xarakterlanadi. Odatda $W(p)$ maxrajidagi polinomlarning tartibi uning suratidagi polinomlar tartibidan ancha yuqori bo'ladi.

*7.* ***Kechikuvchi zveno.*** Umumiy holda, agar faza bo'yicha siljish shu zveno uchun mumkin bo'lgan ortib ketsa, zveno *nominal fazali* hisoblanadi. Bunday zvenolar qatoriga sof kechikish zvenosi kiradi. Bu zvenoning mohiyati shundan iboratki, u o'zining *sof* yoki *transport kechikish vaqti* deb ataladigan doimiy τ kechikish bilan kirish signalini xatosiz takrorlaydi. Zvenoning xususiyati $y(t) = x(t-\tau)$ tenglama bilan ta'riflanadi. Bu tenglamaning operator shakli quyidagicha

$$y(p) = e^{-p\tau}x(p).$$

Zvenoning uzatish funksiyasi yuqoridagi tenglamadan kelib chiqadi:

$$W(p) = e^{-p\tau}.$$

Zvenoning amplituda-faza xarakteristikasi:

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos\omega\tau - j\sin\omega\tau.$$

Ko'rilayotgan zvenoning o'tish xarakteristikasi va impulsli o'tish xarakteristikasi quyidagicha

$$h(t) = 1(t-\tau),$$
$$\omega(t) = \delta(t-\tau).$$

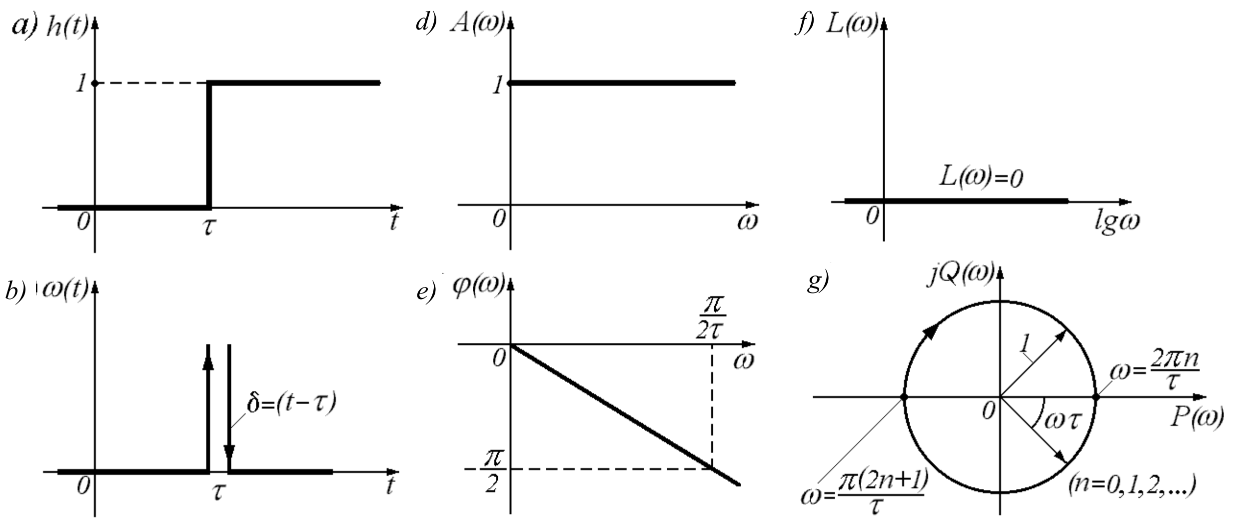
Amplituda va faza chastota xarakteristikalari esa quyidagicha:

$$A(\omega) = \sqrt{\cos^2(\omega\tau) + \sin^2(\omega\tau)} = 1,$$
$$\varphi(\omega) = arctg\frac{-\sin\omega\tau}{\cos\omega\tau} = -arctg\left(\frac{\sin\omega\tau}{\cos\omega\tau}\right) = arctg(-tg\omega\tau) = -\omega\tau. \quad (2.26)$$

Ko‘rinib turibdiki, logarifmik amplituda chastota xarakteristikasi

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg 1 = 0.$$

abssissa o‘qiga mos bo‘lib, faza esa (2.26) tenglamaga muvofiq ω chastota o‘sish bilan cheksiz oshib boradi. 2.34-rasmda sof kechikish zvenosining xarakteristikalari keltirilgan.

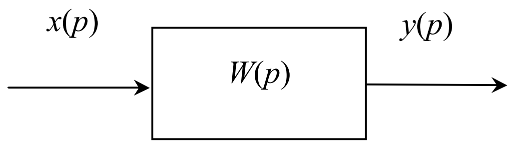



*2.34-rasm.* ***Sof kechikuvchi zvenosining xarakteristikalari.***

## 2.10. Statsionar chiziqli tizimlarning strukturali sxemalari

Avtomatik boshqarish tizimlari matematik modelining ulangan zvenolar ko‘rinishidagi grafik tasviriga *strukturali sxema* deyiladi.

Strukturali sxemada zvenolar shartli ravishda to‘g‘ri to‘rtburchak shaklida ifodalanadi. Unda chiqish va kirish kattaliklari hamda zvenoning uzatish funksiyasi $W(p)$ ko‘rsatiladi (2.35-rasm).



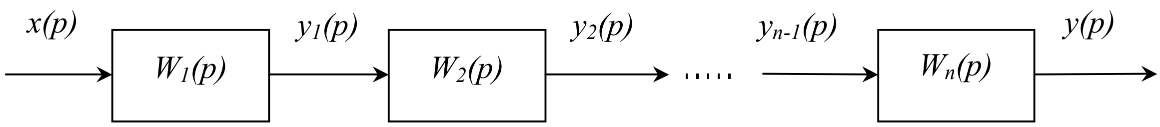

*2.35-rasm.* ***Strukturali sxema.***

Strukturali sxema tizim tarkibidagi zvenolarning o‘zaro bog‘lanishni hamda tizimdan signallarning o‘tishi va o‘zgarishini yaqqol tasvirlanganligi sababli amaliyotda ABT larni tadqiq qilishda hamda loyihalashtirishda juda keng qo‘llaniladi [14,15,20].

Tizimlarni tadqiq etishda ko‘p hollarda struktur sxemalarni o‘zgartirishga to‘g‘ri keladi.

*a) ketma-ket ulangan zvenolar.*

Zvenolar ketma-ket ulangan taqdirda oldingi zvenoning chiqishidagi kattalik keyingi zvenoning kirishidagi kattalik rolini o‘taydi (2.36-rasm).




*2.36-rasm.* ***Ketma-ket ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.***

Zvenolarning uzatish funksiyasi $W_i(p)$ ma’lum bo‘lsin. Shu bog‘lanishning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni aniqlash talab etiladi.

$$\left.\begin{aligned} y(p) &= W_n(p)\cdot y_{n-1}(p) \\ y_{n-1}(p) &= W_{n-1}(p)\cdot y_{n-2}(p) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_2(p) &= W_2(p)\cdot y_1(p) \\ y_1(p) &= W_1(p)\cdot x(p) \end{aligned}\right\} \tag{2.27}$$

(2.27) tenglamalar tizimida oraliqdagi o‘zgaruvchilarni yo‘qotib, quyidagi ifoda olinadi:

$$y(p) = W_1(p)\cdot W_2(p)\ldots W_n(p)\cdot x(p),$$

bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \dots W_n(p)$$

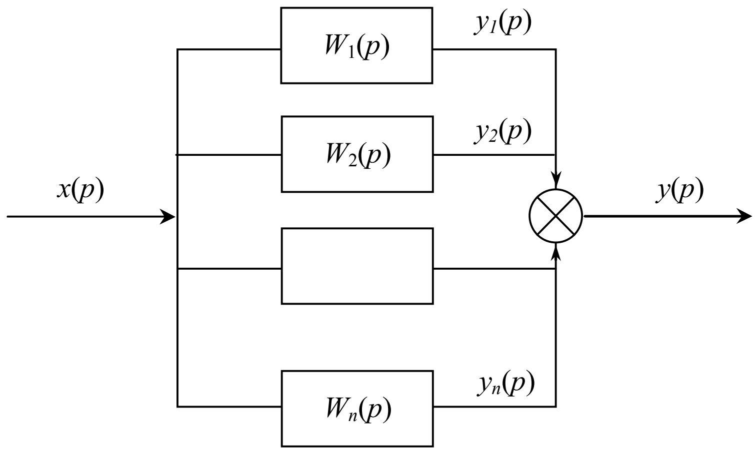
yoki

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \prod_{i=1}^{n} W_i(p). \tag{2.28}$$

Shunday qilib, zvenolari ketma-ket ulangan bog‘lanishning (ya’ni ochiq zanjirli tizimning) uzatish funksiyasi ayrim zvenolar uzatish funksiyasining ko‘paytmasiga teng bo‘lar ekan.

*b) zvenolarning parallel ulanishi.*

Bu holda hamma «*n*» ta zvenolarning kirishiga bitta signal ta’sir etadi, chiqish signallari esa qo‘shiladi (2.37-rasm).




*2.37-rasm.* ***Ketma-ket ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.***

$$y(p) = y_1(p) + y_2(p) + \dots + y_n(p), \tag{2.29}$$

$$\left.\begin{array}{l} y_1(p) = W_1(p) \cdot x(p) \\ y_2(p) = W_2(p) \cdot x(p) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_n(p) = W_n(p) \cdot x(p) \end{array}\right\}. \tag{2.30}$$

(2.30) tenglamani (2.29) tenglamaga qo‘yamiz va quyidagi ifodani olamiz:

$$y(p) = \left[W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)\right] \cdot x(p),$$

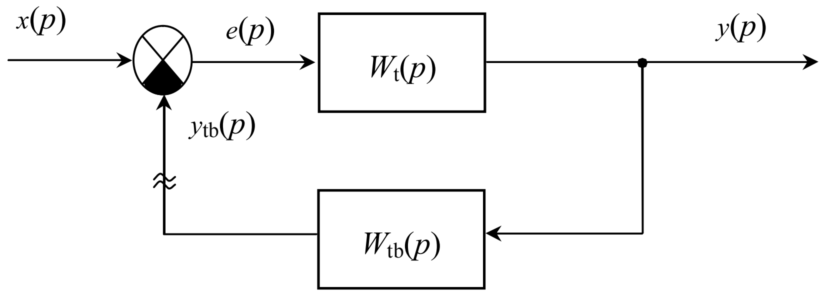
bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) + W_2(p) + \ldots + W_n(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p). \qquad (2.31)$$

Shunday qilib, zvenolar parallel ulangan bog‘lanishning uzatish funksiyasi undagi zvenolar uzatish funksiyalarining yig‘indisiga teng bo‘lar ekan.

*d) zvenolarning teskari bog‘lanish zanjiri orqali ulanishi.*

Bunday bog‘lanishning strukturali sxemasi 2.38-rasmda keltirilgan.




*2.38-rasm.* ***Teskari bog‘lanish zanjiri orqali ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.***

Teskari bog‘lanish manfiy va musbat bo‘ladi. Agarda $e(p) = x(p) - y_{tb}(p)$ bo‘lsa, manfiy teskari bog‘lanish aks holda musbat teskari bog‘lanish deyiladi.

Tizimni fikran, solishtiruvchi elementdan oldin ajratib, ochiq tizimni hosil qilamiz. Bunda ikkita ketma-ket ulangan zvenolarning bog‘lanishi hosil bo‘ladi. Shuning uchun ochiq tizimning uzatish funksiyasi

$$y(p) = W_t(p) \cdot e(p), \qquad (2.32)$$

$$e(p) = x(p) \pm y_{tb}(p). \qquad (2.33)$$

(2.33) tenglamani berk tizimning ulanish tenglamasi deyiladi.

$$y_{tb}(p) = W_{tb}(p) \cdot y(p). \qquad (2.34)$$

(2.34) tenglamani oldin (2.33) ga keyin esa (2.32) tenglamaga qo‘yib, berk tizimning uzatish funksiyasi aniqlanadi.

$$y(p) = W_t(p)\left[x(p) \pm W_{tb}(p) \cdot y(p)\right],$$

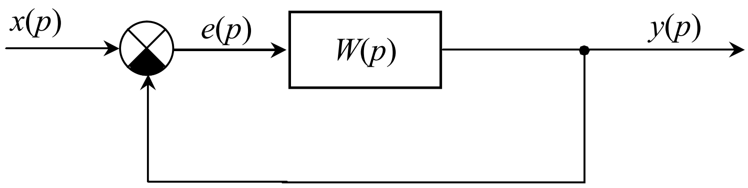
$$y(p) = \left[1 \pm W_t(p) W_{tb}(p)\right] = W_T(p) \cdot x(p),$$

$$\Phi(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{W_t(p)}{1\pm W_t(p)W_{tb}(p)}=\frac{W_t(p)}{1\pm W(p)},\qquad(2.35)$$

bu yerda $W(p)=W_t(p)\cdot W_{tb}(p)$ – ochiq tizimning uzatish funksiyasi.

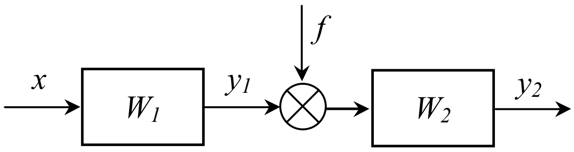
Ochiq tizimga birlik manfiy teskari bog‘lanish kiritilganda berk tizimning uzatish funksiyasi (2.35) formulaga muvofiq quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi (2.39-rasm).

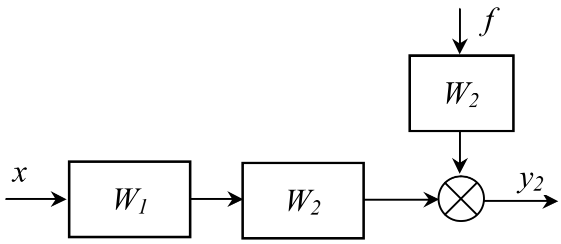
$$\Phi(p)=\frac{W(p)}{1\pm W(p)}.$$



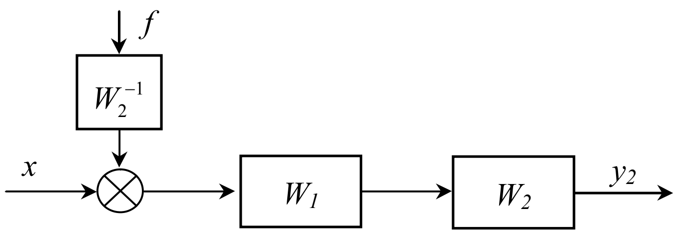

*2.39-rasm.* ***Birlik manfiy teskari bog‘lanish zvenolarning strukturali sxemasi.***

*e) summatorni ko‘chirish.*



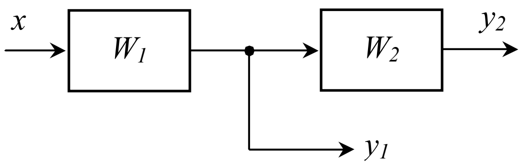



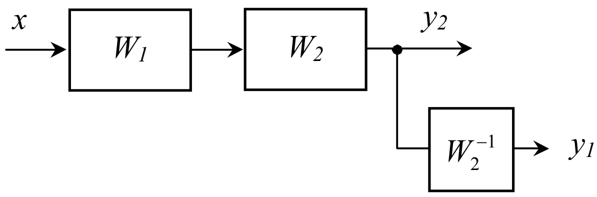

$$y_2=W_1W_2x+W_2f=W_2[W_1x+f],\qquad y_2=W_1W_2x+W_2f=W_2[W_1x+f]$$



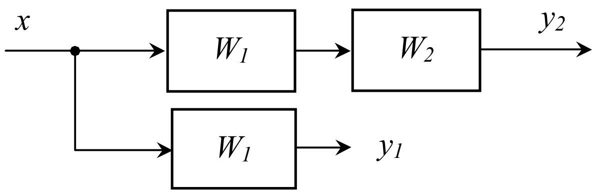

$$y_2=W_2^{-1}W_1W_2f+W_1W_2x=W_2[f+W_1x].$$

*f) tugunni ko'chirish.*



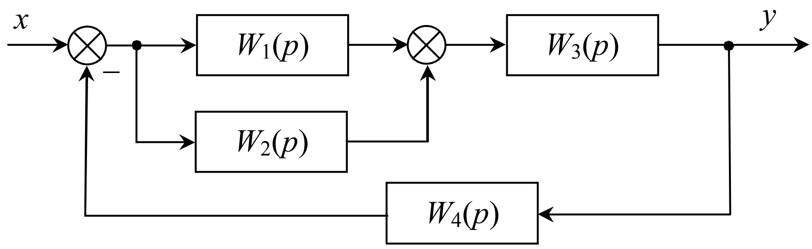

$$y_1 = W_1 x, \qquad y_1 = W_1 W_2 W_2^{-1} x = W_1 x$$




$$y_1 = W_1 x.$$

***2.4 - misol.***

2.40-rasmda keltirilgan strukturali sxemadan tizimning umumiy uzatish funksiyasini aniqlang.




*2.40-rasm.* ***Tizimning strukturali sxemasi.***

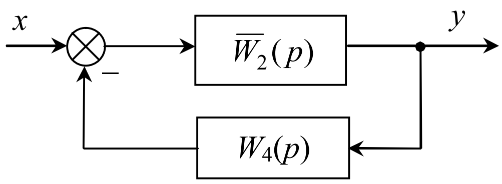
***Yechish:*** Dastlab tipik ulangan zvenolarning uzatish funksiyalarini aniqlaymiz: parallel ulangan zvenolarning uzatish funksiyasi

$$\overline{W}_1(p) = W_1(p) + W_2(p),$$

ketma-ket ulangan zvenolarning uzatish funksiyasi

$$\overline{W}_2(p) = \overline{W}_1(p) W_3(p).$$

Kiritilgan belgilashlarni hisobga olib, tizimning tuzilishini 2.41-rasmda ko'rsatilgan ko'rinishga keltirish mumkin.




*2.41-rasm.* ***Ekvivalent tizimning strukturali sxemasi.***

Strukturali o‘zgartirishlardan foydalanib, tizimning umumiy uzatish funksiyasini yozamiz

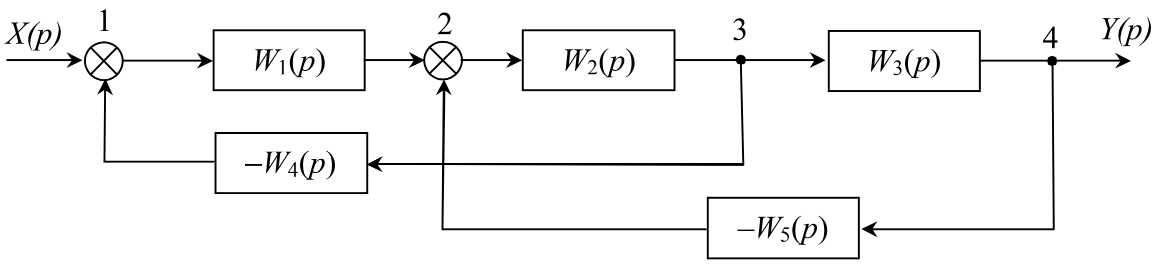
$$W(p) = \frac{\overline{W}_2(p)}{1 + \overline{W}_2(p)\, W_4(p)}.$$

$\overline{W}_1(p)$ va $\overline{W}_2(p)$ larning o‘rniga qiymatlarini qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$W(p) = \frac{\left[W_1(p) + W_2(p)\right] W_3(p)}{1 + \left[W_1(p) + W_2(p)\right] W_3(p) W_4(p)}.$$

***2.5 - misol.***

Boshqarish tizimining ko‘pkonturli strukturali sxemasi berilgan (2.42-rasm). Struktur o‘zgartirish qoidalari bo‘yicha tizimning strukturali sxemasini soddalashtiring va uzatish funksiyasini aniqlang.




*2.42-rasm.* ***Tizimning strukturali sxemasi.***

***Yechish:*** 1) Sxemani soddalashtirish usullaridan foydalanib, summator yoki tugunni elementlararo shunday ko‘chirish kerakki, qisqa yo‘l bilan uni soddalashtirish mumkin bo‘lsin. Buning uchun bir nechta variant mavjud:

*a*) summator 1 ni $W_1(p)$ zveno orqali signal yo‘nalishi bo‘yicha ko‘chirish (2.43a-rasm);

*b*)  summator 2 ni $W_1(p)$ zveno orqali signalga teskari yo‘nalish bo‘yicha ko‘chirish (2.43g-rasm);

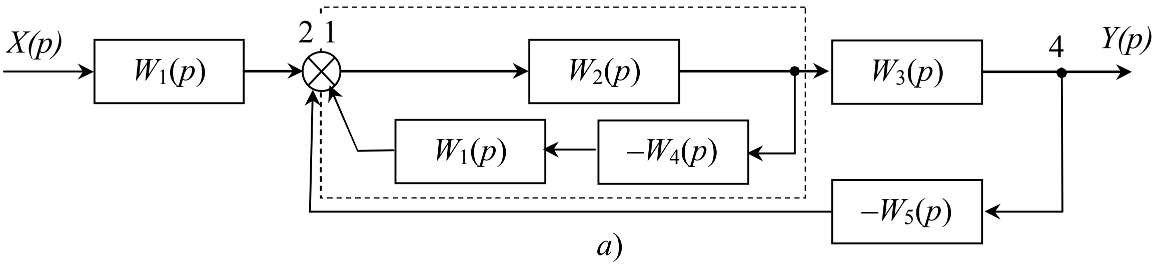
*d*)  tugun 3 ni $W_3(p)$ zveno orqali signal yo‘nalishi bo‘yicha ko‘chirish (2.43h-rasm), bunda tugun 4 bilan tugun 3 bir-birini qoplaydi;

e)  tugun 4 ni $W_3(p)$ zveno orqali signalga teskari yo‘nalish bo‘yicha ko‘chirish (2.43i-rasm).

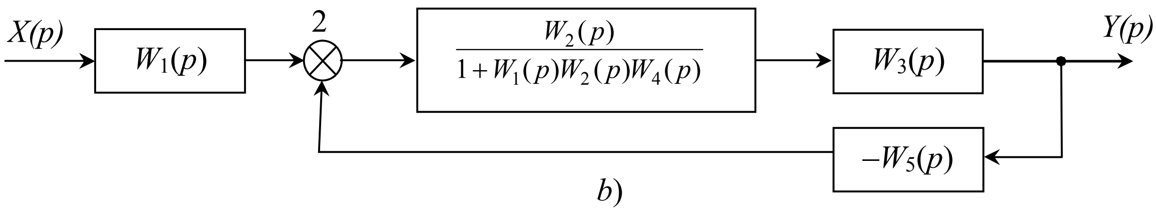
Istalgan holatda biz manfiy bir-birini kesib o‘tmaydigan bog‘lanishli ko‘pkonturli sxemani olamiz. So‘ngra 2.43,a-f-rasmda ko‘rsatilgan kabi teskari aloqaning ichki konturidan boshlab soddalashtirib boramiz.

Tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

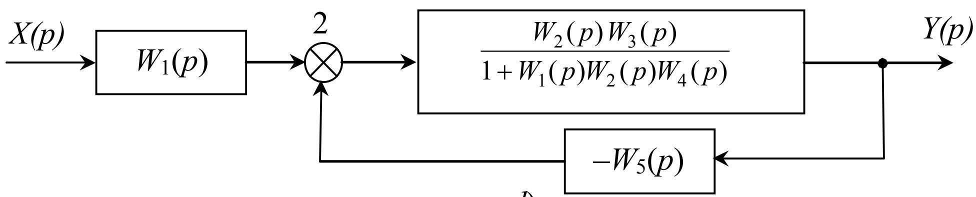
$$W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=\frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_4(p)+W_2(p)W_3(p)W_5(p)}. \qquad (2.36)$$



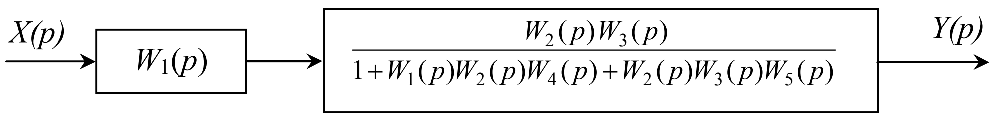

*a*)



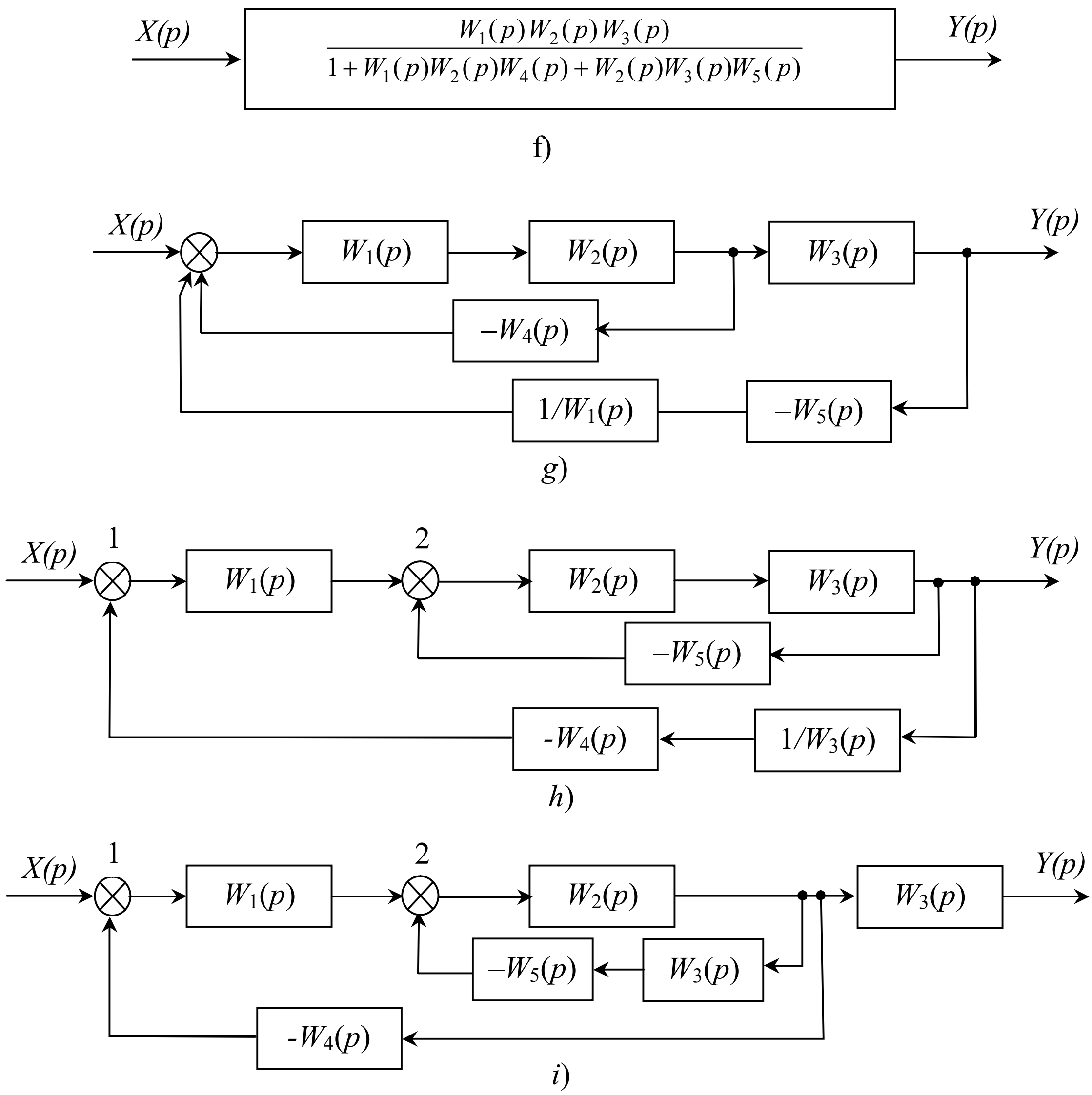

*b*)




*d*)




*e*)




*2.43-rasm.*

## 2.11. Ochiq tizimning chastotaviy xarakteristikalari

Ochiq tizimning chastotali xarakteristikasi $W(j\omega)$, ya’ni AFX si rostlash jarayonining turg‘unlik holatini tekshirishda juda muhim rol o‘ynaydi.

Agarda har bir zvenoning uzatish funksiyasi $W_i(p)$ ma’lum bo‘lsa, unda har doim ochiq tizimning chastotali xarakteristikalarini hisoblash mumkin bo‘ladi, chunki

$$W(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p). \qquad (2.37)$$

Ochiq tizimning AFX sini qurishda ayrim zvenolarning amplituda-chastotali xarakteristikalari ko‘paytirilib, faza-chastotali xarakteristikalari esa qo‘shiladi [4,17,26].

$$W(j\omega) = W_1(j\omega)\cdot W_2(j\omega)\cdot\ldots\cdot W_n(j\omega) =$$
$$= \left[A_1(\omega)\cdot A_2(\omega)\cdot\ldots\cdot A_n(\omega)\right]e^{j[\varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)+\ldots+\varphi_n(\omega)]} = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega)\cdot e^{j\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\omega)}. \qquad (2.38)$$

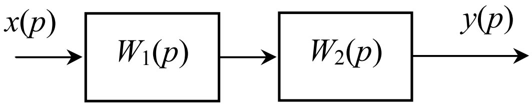
Agarda har bir zvenoning AFX $W(j\omega)$si berilgan bo‘lsa, unda ochiq tizimning AFX sini $W(j\omega)$ni qurish uchun har bir aniqlangan chastota uchun $|W_i(j\omega)|$ vektorlar modullarini ko‘paytirish va hosil bo‘lgan vektorni

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \ldots + \varphi_m(\omega) \qquad (2.39)$$

burchak ostida yo‘naltirish kerak.

Yuqorida aytilganlarni misollarda ko‘rib chiqamiz [21,27].

**2.6 - misol.** Ketma-ket ulangan ikki zvenoning uzatish funksiyasi berilgan bo‘lsin (2.44-rasm.)




*2.44-rasm.* ***Ketma-ket ulangan ikkita zvenoning strukturali sxemasi.***

$$W_1(p) = \frac{K}{1+pT_1}; \quad W_2(p) = \frac{1}{p}.$$

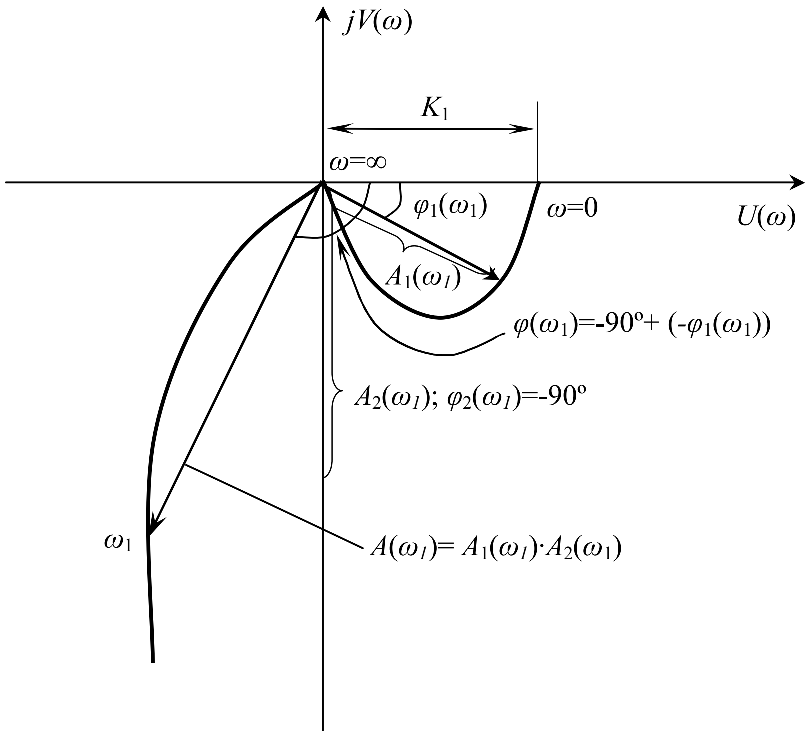
Bunda ochiq tizimning uzatish funksiyasi

$$W(p) = W_1(p)\cdot W_2(p) = \frac{K}{p(1+pT_1)};$$

chastotali uzatish funksiyasi esa $W(j\omega) = W_1(j\omega)\cdot W_2(j\omega) = \dfrac{K}{(1+j\omega T_1)j\omega}$

bo‘ladi.

Inersial zvenoning AFX $W_1(j\omega)$ si va ideal integrallovchi zvenoning AFX $W_2(j\omega)$ sining grafigi ma'lum. Shuning uchun bu zvenolarning AFX si chizib olinadi hamda har bir belgilangan chastota uchun bu zveno-larning amplitudalarini ko'paytirib, $\varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)=\varphi(\omega)$ yoki $\varphi(\omega)=-90^\circ-\varphi_1(\omega)$ burchak ostida yo'naltiriladi (2.45-rasm).




*2.45-rasm.* ***Amplituda fazali xarakteristika.***

Masalan, $\omega_1$ chastotaga to'g'ri kelgan nuqta uchun inersial zvenoning amplitudasi $A_1(\omega_1)$ ga fazasi esa $\varphi_1(\omega_1)$ ga, integrallovchi zvenoning amplitudasi $A_2(\omega_1)$ga fazasi esa o'zgarmas $\varphi_2(\omega)=-90^\circ$ ga teng bo'ladi.

(2.38) ifodaga muvofiq bu chastota uchun $A(\omega_1)=A_1(\omega_1)\cdot A_2(\omega_1)$ bo'lib, bu amplitudani $\varphi(\omega_1)=-90^o+(-\varphi_1(\omega_1))$ burchak ostida yo'naltiriladi. Har bir belgilangan chastota uchun yuqoridagi tadbirlar qaytariladi va umumiy AFX chiziladi.

## 2.12. Ko‘p o‘lchamli elementlarni vektor-matritsa shaklida ifodalash

Zamonaviy boshqarish tizimlarida bir necha kirish va bir necha chiqish o‘zgaruvchili elementlar ko‘plab uchraydi. Bunday elementlarni ko‘p o‘lchamli deyiladi.

Ko‘p o‘lchamli elementlar eng avval boshqarish obyektining o‘zida hisoblanadi.

Ko‘p o‘lchamli boshqarish tizimining boshqa qismida bo‘lishi ham mumkin, masalan, mikrokompyuterlar ko‘rinishidagi murakkab boshqarish qurilmalarining ko‘pkanalli generatorlar bajarilishi vazifasida.

Chiqish o‘zgaruvchilari odatda qoida bo‘yicha o‘lchashlar uzatiladigan real fizik kattaliklar bo‘ladi. Biroq chiqish o‘zaruvchisi sifatida bir necha abstrakt o‘zgaruvchilar bo‘lishi mumkin, masalan, real chiqish o‘zgaruvchisining hosilasi aniq fizik ma’noga ega emas, hattoki bitta kirish va bitta chiqishli elementlarda ham, ko‘p o‘lchamli sifatida qarashimiz mumkin [20,26].

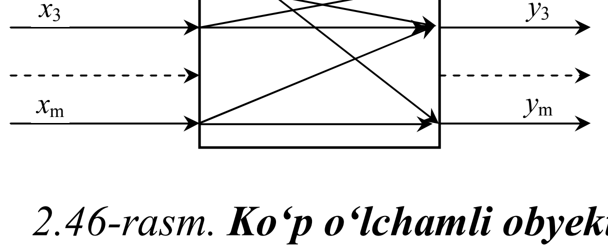
Istalgan chiziqli ko‘p o‘lchamli element uzatish xossasining matematik ifodasini asosan ikki ko‘rinishda ifodalash mumkin [6,9]:

1) real kirish va chiqish o‘zgaruvchilari (kirish-chiqish (KCh) usulida ifodalash) uchun ifodalangan, ko‘rilayotgan dinamik xarakteristika (differensial tenglama, vaqt, uzatish va chastotaviy funksiyalar) yordamida;

2) abstrakt chiqish o‘zgaruvchisi uchun ifodalangan Koshi shaklidagi differensial tenglamalar yordamida.

## 2.13. Avtomatik boshqarish tizimini “kirish-chiqish” usulida ifodalash

Ko‘p o‘lchamli obyekt *m* kirish o‘zgaruvchi va *n* chiqish o‘zgaruvchilariga ega bo‘lsin (2.46-rasm).




*2.46-rasm.* ***Ko‘p o‘lchamli obyekt.***

Umumiy holda har bir kirish o‘zgaruvchilari har bir chiqish o‘zgaruvchilari bilan bog‘langan. Agar barcha kanallar $x_k - y_l$ bo‘yicha o‘zaro aloqa chiziqli (chiziqlantirilgan) bo‘lsa, u holda umumiy holda elementlarni quyidagi tizim ko‘rinishida ifodalash mumkin:

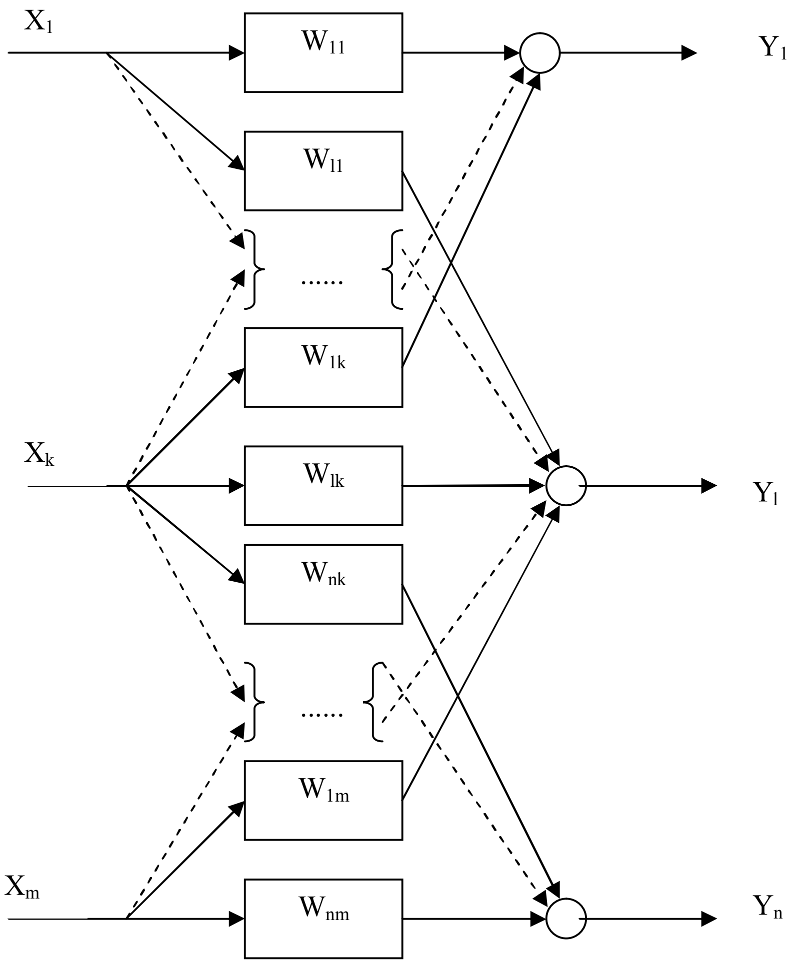
$$\sum_{l=1}^{n} D_{il}(p)y_l(t) = \sum_{k=1}^{m} K_{ik}(p)x_k(t)\ ,\ i = 1,2...n\ ,$$

bu yerda $D_{il}(p), K_{ik}(p)$ – kirish va chiqishning differensial operatorlari.

Vektor tenglama ko‘rinishida esa

$$D(p)Y(t) = K(p)X(t),$$

bu yerda $Y(t), X(t)$ – kirish va chiqish o‘zgaruvchilari vektori $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$, $D(p), K(p)$ – operator matrisalari $\underset{n\times n}{D_{il}}(p), \underset{n\times m}{K_{ik}}(p)$.




*2.47-rasm.* ***Ko‘p o‘lchamli obyektni kirish-chiqish usulida ifodalangan sxemasi.***

Agar boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lsa, unda Laplas bo‘yicha tasviri

$$D(p)Y(p) = K(p)X(p).$$

Endi elementning uzatish funksiyasi matritsasini (uzatish matritsas-ini) aniqlash mumkin:

$$W(p) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \cdots & W_{1m}(p) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ W_{n1}(p) & \cdots & W_{nm}(p) \end{bmatrix} = D^{-1}(p)K(p).$$

Ushbu matrisaning elementlari o‘zida alohida kanallar $x_k - y_l$ bo‘yicha uzatish funksiyasini $W_{lk}(p)$ aks ettiradi. Agar $D(p)$ diagonal bo‘lsa, unda $W_{lk}(p)$ uzatish funksiyasini aniqlashdan foydalanib oson topiladi:

$$W_{lk}(p) = \frac{y_l(p)}{x_k(p)} = \frac{K_{ik}(p)}{D_{il}(p)}, \; i = 1{,}2\ldots n.$$

Unda tizimni vektorli operator tenglamasi yordamida ifodalash mumkin

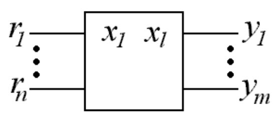
$$Y(p) = W(p)X(p)$$

va boshlang‘ich sxemani boshqasi bilan almashtiriladi (2.47-rasm):

## 2.14. Avtomatik boshqarish tizimini fazo holatida ifodalash

Ma’lum topshiriq ta’sirlari orqali tizimning o‘zini tutishini bashoratlashga imkon beruvchi obyekt to‘g‘risidagi minimal axborot ***ABTning holati*** deyiladi.

ABN nuqtayi nazardan obyekt o‘zida qora qutini aks ettiradi.




Vaqtning istalgan momentida obyekt holatini uchta vektorli fazo aniqlaydi:

1) **Kirishdagi** vektorli fazo $R = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix}$ obyektdagi

(umumiy holda – boshqaruvchi, xalaqit va yuklama) kirish ta’sirlarini aniqlaydi.

2) **Ichki holat** vektorli fazo $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_l \end{bmatrix}$ kirish ta’sirida tizimning reaksiyasini aniqlaydi.

3) **Chiqishdagi** vektorli fazo $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ chiqish o‘zgaruvchilarini aniqlaydi.

Ushbu vektorlar yig‘indisi tizimning holatini (fazo holatini) aniqlaydi.

Uzluksiz chiziqli tizim uchun obyektning dinamika va statikasi quyidagi vektorli tenglama ko‘rinishida ifodalaniladi [6,9,11]:

$$\begin{cases} \dfrac{dX(t)}{dt} = A^* X(t) + B^* R(t) \\ Y(t) = C^* X(t) + D^* R(t), \end{cases} \tag{2.40}$$

bu yerda $A^*$ – ABTning koeffitsiyentlar matritsasi; $B^*$ – ABTning boshqarish (kirishdagi) matritsasi (g‘alayon ko‘rilmaydi); $A^* = \lfloor a_{ij} \rfloor_{lxl}$, $B^* = \lfloor b_{ij} \rfloor_{lxn}$ – obyektning konstruktiv parametrlariga bog‘liq bo‘lgan doimiy koeffitsiyentlar matritsalari; $C^*$ – ABTning kuzatish (chiqishdagi) matritsasi; $D^*$ – ABTning aylanib o‘tish matritsasi.

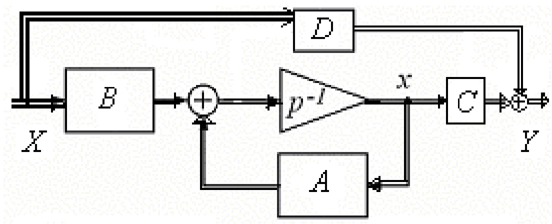
$C^* = \lfloor c_{ij} \rfloor_{mxl}$, $D^* = \lfloor d_{ij} \rfloor_{mxn}$ – obyekt chiqishida kirish ta’siri va holat o‘zgaruvchilariga inersiyasiz ta’sirini tavsiflovchi doimiy koeffitsiyentli matritsalar.

Ushbu ifoda ABTni har tomonlama aks ettirish imkonini beradi:

– birinchi tenglama ABTni dinamikasini ifodalaydi va *holat tenglamasi* deyiladi.

– ikkinchi tenglama ABTni statikasini ifodalaydi va chiqish (kuzatish) tenglamasi deyiladi. Bu tenglamalar chiqish (kuzatiluvchi) o‘zgaruvchili holat o‘zgaruvchilari va kirish ta’sirlarini bog‘laydi.

(2.40) tenglama ko‘rinishida holat o‘zgaruvchilari yordamida ifodalangan obyekt modeli quyidagi algoritmik sxemaga mos keladi:




*2.48-rasm.* ***Obyekt modelining algoritmik sxemasi.***

$\dot{X}$ va $X$ dan tarkib topgan zvenoda o‘zaro quyidagi amal bajariladi:

$$X = \frac{1}{p} I\dot{X},$$

bu yerda $\frac{1}{p}$ – integrallash operatori, $I$ – birlik matritsa.

Holat va chiqish tenglamalaridan ko‘p o‘lchamli chiziqli obyekt statikasi matritsali tenglamasini quyidagicha olish mumkin:

$$Y = K_R R,$$

bu yerda $K_R = D^* - C^*(A^*)^{-1} B^*$ – obyektning uzatish koeffitsiyentlari matritsasi.

Amaliyotda kirish vektori va ichki holatni birgalikda birlashtirilsa qulay bo‘ladi:

$V = \begin{bmatrix} R(t) \\ X(t) \end{bmatrix}$ – umumlashtirilgan vektor holati.

Shunday qilib, tenglamalar tizimini olamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{dX(t)}{dt} = A \cdot V(t), \\ Y(t) = C \cdot V(t). \end{cases}$$

Unda (2.40) tizimni quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin:

$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B^* & A^* \end{bmatrix}$ – koeffitsiyentlar matritsasi;

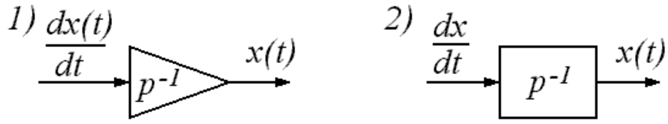
$C = \begin{bmatrix} D^* & C^* \end{bmatrix}$ – chiqish matritsasi.

Fazo holatida tizimlarni grafik ko‘rinishi sifatida $A, C$ matritsalarni oson olishga imkon beruvchi **holat o‘zgaruvchilari sxemalari**ning maxsus strukturali sxemalari taklif etiladi.

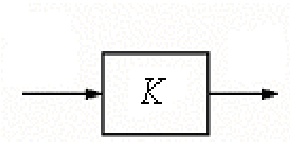
## 2.15. Holat o‘zgaruvchilari sxemalari

Holat o‘zgaruvchilari sxemalari quyidagi asosiy elementlardan tashkil topgan:

1.Holat o‘zgaruvchilari sxemalari asosida birlik integrator yotadi:




2. Holat o‘zgaruvchilari sxemalarining keyingi asosiy elementi proporsional (inersiyasiz) zveno hisoblanadi:




3. Summator.

Holat o‘zgaruvchilari sxemalari obyektning uzatish funksiyasi bo‘yicha quriladi. Holat sxemasini qurishning uch usuli mavjud:

– bevosita dasturlashtirish (bazali) usuli;
– parallel dasturlashtirish usuli;
– ketma-ket dasturlashtirish usuli.

***Bevosita dasturlashtirish (bazali) usuli.*** ABTning ifodasi uzatish funksiyasi ko‘rinishida berilgan bo‘lsin:

$$W(p)=\frac{b_0p^m+b_1p^{m-1}+...+b_{m-1}p+b_m}{a_0p^n+a_1p^{n-1}+...+a_{n-1}p+a_n},$$ bu yerda $n=m$.

*Holat o‘zgaruvchilari sxemalarini bazali usulda qurish algoritmi.*

1. *O‘zgartirilgan* uzatish funksiyasini olamiz: berilgan surat va maxrajlarni eng yuqori darajali $p$ ga bo‘lamiz, shuningdek $a_0$ koeffitsiyentga ham. Agar $m> n$ bo‘lmasa, holat o‘zgauvchilari sxemalarini qurib bo‘lmaydi.

$$W(p)=\frac{b_0+b_1p^{-1}+\ldots+b_{n-1}p^{-n+1}+b_np^{-n}}{a_0+a_1p^{-1}+\ldots+a_{n-1}p^{-n+1}+a_np^{-n}}\quad\begin{vmatrix}\div a_0\\ \div a_0\end{vmatrix}$$

$$W(p)=\frac{\frac{b_0}{a_0}+\frac{b_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{b_{n-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{b_n}{a_0}p^{-n}}{1+\frac{a_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{a_{n-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{a_n}{a_0}p^{-n}};$$

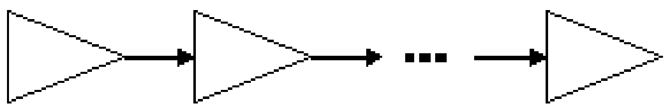
$$W(p)=\frac{Y(p)}{R(p)}\Rightarrow Y(p)=W(p)\cdot R(p);$$

$$Y(p)=E(p)\left(\frac{b_0}{a_0}+\frac{b_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{b_{m-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{b_m}{a_0}p^{-n}\right),\ \text{bu yerda}\ \mathrm{E(p)}-\text{xatolik.}$$

$$E(p)=\frac{R(p)}{1+\frac{a_1}{a_0}p^{-1}+\ldots+\frac{a_{n-1}}{a_0}p^{-n+1}+\frac{a_n}{a_0}p^{-n}}.$$

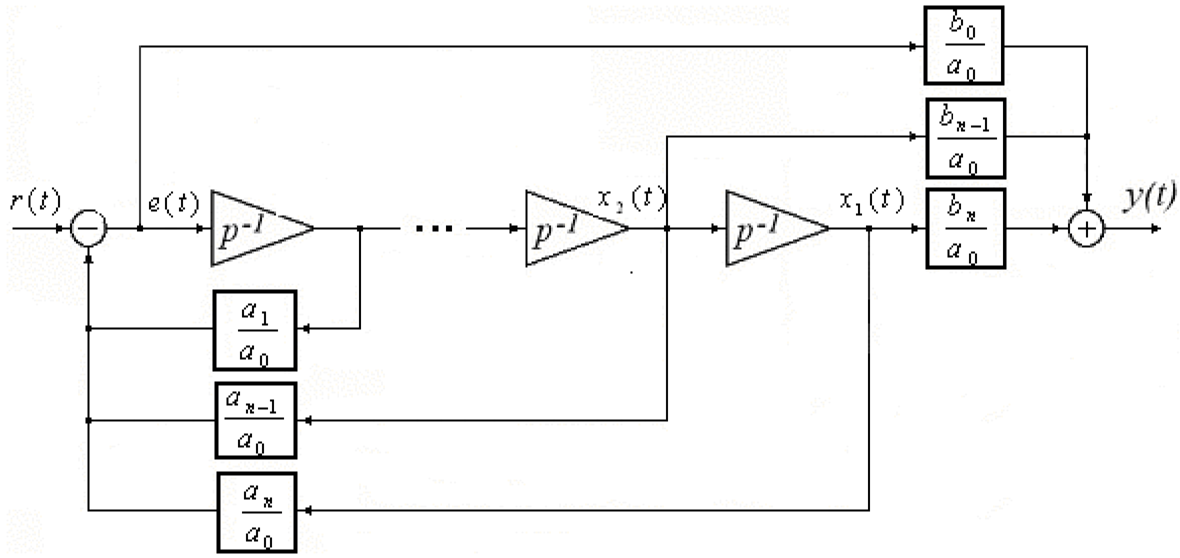
$$E(p)=R(p)-E(p)\frac{a_1}{a_0}p^{-1}-\cdots-E(p)\frac{a_n}{a_0}p^{-n}.$$

2. $k$ birlik integratordan ketma-ket zanjir quramiz, bu yerda, $k$ – o‘zgartirilgan uzatish funksiyasi suratining $p$ darajali maksimal moduli.



3. O‘zgartirilgan uzatish funksiyasining surati to‘g‘ri aloqa tarmog‘ini qurishga imkon beradi. Har bir ($i$-chi) integrator mos ravishda koeffitsiyent ($\frac{b_i}{a_0}$)ga ko‘paytiriladi, so‘ngra olingan signallar yig‘iladi. Agar koeffitsiyent ($\frac{b_i}{a_0}$) = 0 bo‘lsa, unda mos ravishda signallar qatnashmaydi. O‘zgartirilgan uzatish funksiyasining qo‘shiluvchi suratlari soni chiqish signalini hosil qiluvchi signallar soniga teng bo‘ladi.

$\frac{b_0}{a_0}$ koeffitsiyent xatolik signaliga mos bo‘ladi. Agar $m < n$ bo‘lsa, unda xatolik signaliga muvofiq koeffitsiyent nolga teng bo‘ladi.




4. O‘zgartirilgan uzatish funksiyasining maxraji teskari aloqa (analogik) liniyalarini qurishga imkon beradi. (+) belgili maxraj koeffitsiyentlari manfiy teskari aloqaga mos keladi va aksincha. Maxrajda bir bo‘lishi shart, lekin u holat o‘zgaruvchilari sxemalarida aks etmaydi.

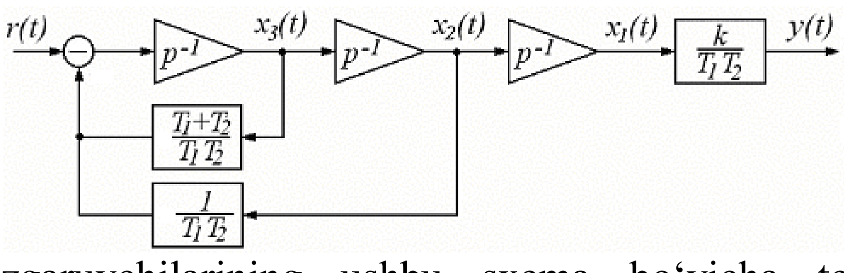
***2.7-misol.*** Quyidagi uzatish funksiyasini ko‘rib chiqamiz:

$$W(p)=\frac{k}{p(T_1 p+1)(T_2 p+1)},$$

uni

$$W(p)=\frac{k}{T_1T_2p^3+(T_1+T_2)p^2+p}=\frac{\frac{k}{T_1T_2}p^{-3}}{1+\frac{T_1+T_2}{T_1T_2}p^{-1}+\frac{1}{T_1T_2}p^{-2}}$$

ga o‘zgartiramiz. Berilganlar bo‘yicha sxema quramiz




Holat o‘zgaruvchilarining ushbu sxema bo‘yicha tenglamalar tizimini tuzamiz. Kengaytirilgan vektorni ko‘ramiz:

$$V=\begin{bmatrix} r \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$, chiqish vektori - $Y=\left[y_1\right]$.

$r(t)$ – birlik pog‘onali funksiya bersak, unda tenglamalar tizimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{cases} \dfrac{dr}{dt}=0; \\ \dfrac{dx_1}{dt}=x_2; \\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_3; \\ \dfrac{dx_3}{dt}=r-\dfrac{T_1+T_2}{T_1\cdot T_2}x_3+x_2\left(-\dfrac{1}{T_1\cdot T_2}\right); \end{cases}$$

$y(t)$ uchun tenglama tuzamiz: $y(t)=\dfrac{k}{T_1T_2}x_1$.

Matritsa koeffitsiyentlarini aniqlaymiz:
$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} r & x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -\dfrac{1}{T_1T_2} & -\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2} \end{bmatrix}. \end{array}$$

Chiqishda matritsa: $C=\begin{bmatrix} 0 & \dfrac{k}{T_1T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Ya’ni, agar matritsali ko‘rinishda yozadigan bo‘lsak, unda quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

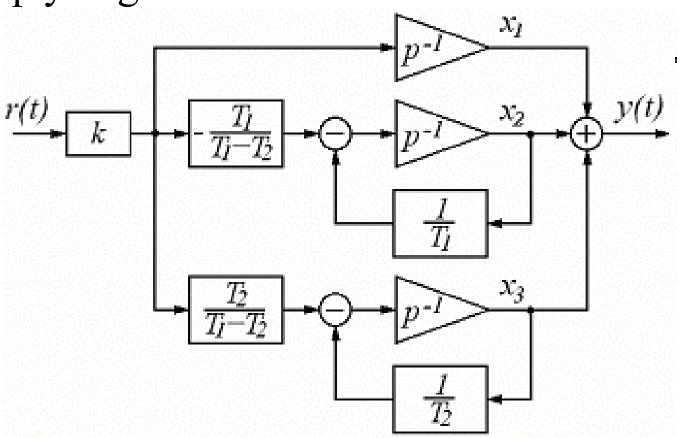
$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt}=A\cdot V(t), \\ Y(t)=C\cdot V(t). \end{cases}.$$

***Ketma-ket va parallel dasturlashtirish usuli.*** Ushbu holatda berilgan strukturali sxema bog‘langan zvenolar ko‘rinishida yoki oddiy zvenolar uzatish funksiyalarining ko‘paytmasi (yoki yig‘indisi) ko‘rinishida bo‘ladi. Bunda holat o‘zgaruvchisi sxemasi zvenolarning har biri (tayanch usullar) uchun holat o‘zgaruvchilari sxemasini ketma-ket qurish yo‘li bilan olinadi.

***2.8-misol:***

$$W(p)=\frac{k}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}=k\left(p^{-1}-\frac{T_1}{T_1-T_2}\cdot\frac{p^{-1}}{1+\frac{1}{T_1}p^{-1}}+\frac{T_2}{T_1-T_2}\cdot\frac{p^{-1}}{1+\frac{1}{T_2}p^{-1}}\right).$$

Holat sxemasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:




Tenglamalar tizimsini tuzamiz:

$$\begin{cases}\dfrac{dr}{dt}=0;\\[2mm] \dfrac{dx_1}{dt}=kr;\\[2mm] \dfrac{dx_2}{dt}=k\left(\dfrac{-T_1}{T_1-T_2}\right)r-\dfrac{1}{T_1}x_2;\\[2mm] \dfrac{dx_3}{dt}=k\dfrac{T_2}{T_1-T_2}r-\dfrac{1}{T_2}x_3;\\[2mm] y=x_1+x_2+x_3.\end{cases}$$

Unda $A$ matritsa koeffitsiyentlari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 \\ k\dfrac{-T_1}{T_1 - T_2} & 0 & -\dfrac{1}{T_1} & 0 \\ k\dfrac{T_2}{T_1 - T_2} & 0 & 0 & -\dfrac{1}{T_2} \end{bmatrix}.$$

C matritsa esa quyidagiga teng: $C = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$.

## 2.16. «Kirish-chiqish» va fazo holati usuli ifodalarining o‘zaro aloqasi

Kirish-chiqish usulida ifodalagan tenglama berilgan bo‘lsin

$$\begin{cases} \dfrac{dX(t)}{dt} = A^* X(t) + B^* R(t), \\ Y(t) = C^* X(t) + D^* R(t). \end{cases} \tag{2.41}$$

Boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda $W(p) = \dfrac{Y(p)}{R(p)}$, unda (2.41) ifodaga muvofiq:

$$pX(p) = A^* X(p) + B^* R(p),$$
$$(pI - A^*)X(p) = B^* R(p),$$
$$X(p) = (pI - A^*)^{-1} B^* R(p).$$

$Y(p)$ni o‘rniga quysak [9,11]:

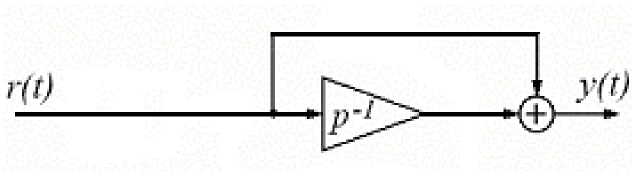
$$Y(p) = C^*(pI - A^*)^{-1} B^* R(p) + D^* R(p) \Rightarrow \frac{Y(p)}{R(p)} = W(p) = C^*(pI - A^*)^{-1} B^* + D^* \cdot$$

Bundan ko‘rinib turibdiki, matritsalar aniqlovchisi $(pI - A^*)^{-1}$ – tizimning xarakteristik tenglamasi hisoblanadi

$$\left(\frac{C^* \cdot bog' \cdot B^*}{\Delta} + D^*\right).$$

***2.9-misol.***

Agar holat o‘zgaruvchilari sxemasi quyidagi ko‘rinishda bo‘lsa, uzatish funksiyasini oling:




$$A^*=[0], B^*=[1], \quad C^*=[1], \quad D^*=[1],$$

$$W(p)=C^* \cdot (pI - A^*)^{-1} \cdot B^* + D^* = \frac{[1]\cdot[1]\cdot[1]}{p} + [1] = \frac{1}{p} + 1 = \frac{p+1}{p}.$$

## 2.17. O‘tish matritsasi. O‘tish matritsasini olishning analitik uslubi

ABT ifodasi berilgan bo‘lsin:

$$\begin{cases} \dfrac{dV(t)}{dt} = A \cdot V(t), \\ Y(t) = C \cdot V(t). \end{cases} \qquad (2.42)$$

Ushbu tenglamalar tizimsining yechimini topish kerak.

Ushbu tizimni yechish uchun (2.42) tenglamaga Laplas to‘g‘ri almashtirishini qo‘llaymiz, boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lmasligini ham hisobga olgan holda (tadqiq qilayotganda biz odatda boshlang‘ich shartlar nolga teng deb hisoblaymiz, aslida esa boshqacha bo‘lishi ham mumkin) [9,11]:

$$\frac{dV(t)}{dt} = A \cdot V(t),$$

$$pV(p) - V(0) = A \cdot V(p) \quad \rightarrow \quad pV(p) - A \cdot V(p) = V(0).$$

Guruhlashtiramiz:

$$(pI - A) \cdot V(p) = V(0), \qquad (2.43)$$

bu yerda $(pI - A)$ kvadrat matritsa; $I$ – birlik matritsa.

(2.43) tenglamaning chap tarafini (*pI-A*) teskari matritsasiga ko‘paytiramiz:

$$V(p)=(pI-A)^{-1}V(0),$$

$$V(p)=\Phi(p)V(0),$$

$\Phi(p)$ – o‘tish matritsasining tasviri.

Laplas teskari almashtirishini qo‘llab, quyidagini olamiz:

$$V(t)=\underbrace{L^{-1}\left\{(pI-A)^{-1}\right\}}_{\Phi(t)}\cdot V(0).$$

Shunday qilib, tenglama yechimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$V(t)=\Phi(t)V(0),$$

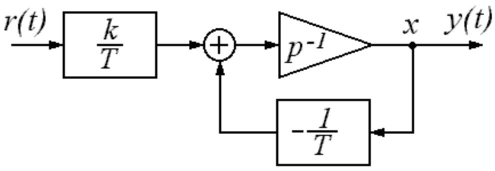
bu yerda, $\Phi(t)$ – o‘tish (kengaytirilgan) matritsasi, $\Phi(t)=L^{-1}\left\{(pI-A)^{-1}\right\}$.

Ushbu tenglamani tahlil qilib, agar bizga boshlang‘ich shartlar ma’lum bo‘lsa (ular odatda ma’lum), unda tizim o‘zini tutishi, istalgan $t$ vaqtda o‘zgaruvchilar qiymati to‘g‘risida hammasini bilish uchun o‘tish matritsasini topish kerak bo‘ladi.

Bu matrisani uch usulda olish mumkin, birinchisi – analitik – biz yuqorida ko‘rib chiqqan – $\Phi(t)=L^{-1}\left\{(pI-A)^{-1}\right\}$ ni aniqlashda matritsani olish algoritmi.

***2.10-misol:***

Aperiodik zvenoni ko‘rib chiqamiz – $W(p)=\dfrac{k}{p+1}$.




$$T=1,\quad \begin{cases}\dfrac{dr}{dt}=0;\\[2mm] \dfrac{dx}{dt}=kr-x;\end{cases}\qquad A=\begin{bmatrix}0 & 0\\ k & -1\end{bmatrix}$$

$F(t)$ ni topamiz:

$$pI=\begin{bmatrix}p & 0\\ 0 & p\end{bmatrix};\quad (pI-A)=\begin{bmatrix}p & 0\\ -k & p+1\end{bmatrix};\quad \Delta=p(p+1);\quad (pI-A)^{T}=\begin{bmatrix}p & -k\\ 0 & p+1\end{bmatrix};$$

$$[pI-A]_{qo'shish}=\begin{bmatrix}p+1 & 0\\ k & p\end{bmatrix};\quad \{pI-A\}^{-1}=\frac{1}{p(p+1)}\cdot\begin{bmatrix}p+1 & 0\\ k & p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{p} & 0\\[2mm] \dfrac{k}{p(p+1)} & \dfrac{1}{p+1}\end{bmatrix};$$

$\Phi(t)=L^{-1}\left\{(pI-A)^{-1}\right\}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ k(1-e^{-t}) & e^{-t}\end{bmatrix}$ – Laplas jadvali bo‘yicha qiymatlar.

## 2.18. Holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha o‘tish matritsalari tasvirini olish

O‘tish matritsasi quyidagi ko‘rinishda desak

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n-1} & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & & f_{2n-1} & f_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & \\ f_{n-1,1} & & & \ddots & f_{n-1n} \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn-1} & f_{nn} \end{bmatrix} \quad V(t) = \Phi(t) \cdot V(0),$$

umumlashgan vektorning $i$-chi tashkil etuvchisini quyidagicha yozish mumkin:

$$v_i(t) = f_{i1}v_1(0) + f_{i2}v_2(0) + \ldots + f_{ij}v_j(0) + \ldots + f_{in}v_n(0).$$

Ushbu tenglamada $\begin{matrix} v_j(0) = 1 \\ v_k(0) = 0\big|_{k \neq j} \end{matrix}$ bo‘lishi mumkin;

Agar boshlang‘ich shartlar $v_j(0) = 1$ bo‘lsa, unda bu integratorning $j$ chi kirishiga birlik impuls berilganligini bildiradi (delta funksiyaning integrali birlik funksiyani beradi) va unda umumlashgan vektorning $i$ chi tashkil etuvchisini tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$v_i(t) = f_{ij},$$

ya’ni integratorning mos $i$ chi kirishlari birlik impulsga reaksiyasi hisoblanadi va bu reaksiya $F(t)$ o‘tish matritsasining $f_{ij}$ elementi hisoblanadi.

$F(t)$ o‘tish matritsasining $f_{ij}$ elementi boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda $j$-chi o‘zgaruvchiga birlik impuls berilgan $i$-chi reaksiya kabi holat o‘zgaruvchilar sxemasi bo‘yicha aniqlanadi. Birlik impulsga reaksiya – bu vazn - $w(t)$ funksiyasini aniqlaydi.

Vazn funksiyasi va uzatish funksiyalarini orasidagi aloqani hisobga olgan holda $j$-chi integratorning kirishi va $i$-chi integratorning chiqishlari orasidagi uzatish funksiyani o‘zida aks ettirgan $F(t)$ o‘tish matritsasining $f_{ij}$ elementlaridan olamiz.

*Holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha F(r) matritsani olish algoritmi quyidagicha* [9,11]:

1) Tizim kirishiga birlik pog‘onali signal berilishini hisobga olgan holda tizim kirishiga qo‘shimcha integratorni chizib olamiz.

2) So‘ngra holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha $V(t)$ umumlashgan vektorda o‘zgaruvchilarni tartiblaymiz.

3) Mos ravishda tanlangan tartib bilan chiqish integratorlarini nomerlaymiz.

4) Meyson formulasidan foydalanib, $F(r)$ matritsa elementlarini olamiz.

5) Matritsa elementlarini olishda integrator ko‘rsatkichi yo‘nalishida, ya’ni chapdan o‘ngga faqat asosiy kalan bo‘yicha axborotlar uzatish qobiliyati kabi aniqlanadigan tizimning *detektirlik* xossasini hisobga olamiz.

*Qatorga yoyish orqali o‘tish matritsasini olish quyidagicha:*

Buning uchun (2.41) differensial tenglamaning yechimi aniqlanadi.

$$V(t) = e^{At}V(0),$$

$$\Phi(t) = e^{At} \approx \sum_{i=0}^{\infty}\frac{(At)^i}{i!} = I + \sum_{i=1}^{\infty}\frac{(At)^i}{i!}.$$

Hozirgi vaqtgacha hisoblash: $\left|\frac{(At)^{s-1}}{(s-1)!} - \frac{(At)^s}{s!}\right| \le \varepsilon$.

O‘tish matritsasini olishning bunday usuli kompyuterda oson amalga oshiriladi va shuning uchun hozirgi vaqtgacha ko‘p foydalaniladi.

## Nazorat va muhokama savollari

1. Statik va dinamik modellarni tushuntiring.
2. Chiziqlantirish deb nimaga aytiladi va qanday usullari mavjud?
3. Avtomatik boshqarish tizimlarida foydalanadigan qanday asosiy (tipik) kirish signallarini bilasiz?
4. O‘tkinchi xarakteristika deb nimaga aytiladi?
5. Impulsli signal (funksiya) ni tushuntiring.
6. Impulsli o‘tkinchi xarakteristika yoki vazn funksiyasi deb nimaga aytiladi va u qanday belgilanadi?
7. Garmonik signal (funksiya) to‘g‘risida tushuncha bering.
8. Laplas almashtirishi deb nimaga aytiladi va uning qanday xossalari mavjud?
9. Uzatish funksiyasi deb nimaga aytiladi?
10. Uzatish funksiyasining nollari va qutblarini tushuntirib bering va ularga misollar keltiring.
11. Avtomatik boshqarish tizimlarining vaqt xarakteristikalariga nimalar kiradi?
12. Avtomatik boshqarish tizimlarining qanday chastotaviy xarakteristikalarini bilasiz?

13. Logarifmik amplituda va faza chastotaviy xarakteristikalarni tushuntirib bering hamda ular qanday masshtabda quriladi?

14. Tipik dinamik zvenolar deb nimaga aytiladi va ularga qanday zvenolar kiradi?

15. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zvenoga misollar keltiring va differensial tenglamasi, uzatish funksiyasi hamda chastotaviy xarakteristikalarini tushuntirib bering.

16. Integrallovchi va differensiallovchi zvenolarning vaqt va chastotaviy xarakteristikalarini quring.

17. Tebranuvchi zvenoning dempfirlash (so‘nish, tebranishni kamaytirish) koeffitsiyentini tushuntiring.

18. Tebranuvchi zvenoning xususiy chastotasi deganda nimani tushunasiz?

19. Tebranuvchi zvenoning doimiy vaqti bilan xususiy chastotasi qanday bog‘langan?

20. Kechikuvchi zvenoning vaqt va chastotaviy xarakteristikalarini tushuntiring.

21. Strukturali sxema deb nimaga aytiladi.

22. Ketma-ket va parallel ulangan zvenolarning umumiy uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?

23. Zvenolar teskari bog‘lanish zanjiri orqali ulanganda uzatish funksiyasi qanday topiladi?

24. Tugun va summatorni elementlararo ko‘chirish qoidasini tushuntiring.

25. Fazoviy holatda modelni tushuntiring?

26. «Nol – qutb» ko‘rinishidagi modelni tushuntiring?

27. Ko‘p o‘lchamli elementlarni vektor-matritsa shaklida qanday ifodalanadi?

28. Istalgan ko‘p o‘lchamli element uzatish xossasining matematik ifodasini qanday ko‘rinishlarda ifodalash mumkin?

29. Holat o‘zgaruvchilari sxemalari qanday quriladi va qanaqa usullari mavjud?

30. Holat o‘zgaruvchilari sxemalarini bazali usulda qurish algoritmini tushuntiring.

31. «Kirish-chiqish» va fazo holati usuli ifodalarining o‘zaro aloqasi.

32. O‘tish matritsasi va uni olishning analitik uslubini tushuntiring.

33. Holat o‘zgaruvchilari sxemasi bo‘yicha matritsani olish algoritmi qanday amalga oshiriladi?

34. Qatorga yoyish orqali o‘tish matritsasini qanday olinadi?

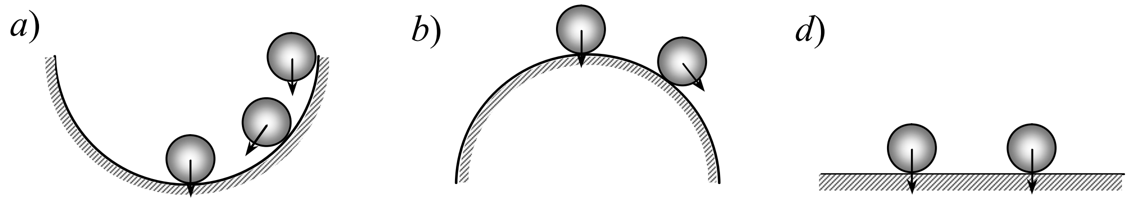
## III BOB. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING TURG‘UNLIGI

### 3.1. Turg‘unlik to‘g‘risida tushuncha

ABTlarni ishlash qobiliyatiga qo‘yilgan talab, ularning turli xil tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’siriga nosezgir bo‘lishidir.

Agarda tizim turg‘un bo‘lsa, unda u tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’sirlarga bardosh bera oladi va o‘zining muvozanat holatidan chiqarilganda yana ma’lum aniqlikda dastlabki holatiga qaytib keladi. Agarda tizim noturg‘un bo‘lsa, unda u tashqi qo‘zg‘atuvchi ta’sir natijasida muvozanat holati atrofida cheksiz katta amplitudaga ega bo‘lgan tebranishlar hosil qiladi yoki muvozanat holatidan cheksiz uzoqlashadi [4,20,26].

Agarda har qanday cheklangan kirish kattaligining absolyut qiymatida chiqish kattaligi ham cheklangan qiymatga ega bo‘lsa, bunday tizim *turg‘un* deb yuritiladi (3.1*a*-rasm).

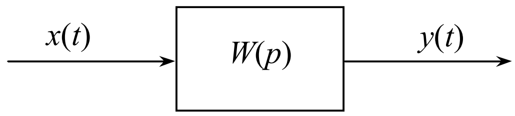



*3.1-rasm.* ***a - turg‘un holat; b - noturg‘un holat, d – neytral holat.***

### 3.2. Chiziqli avtomatik boshqarish tizimining turg‘unlik sharoitlari. A.M.Lyapunov teoremasi

Tizimning turg‘unligini tahlil qilishda A.M.Lyapunov tomonidan yaratilgan usullarga asoslanadi. Chiziqli yoki chiziqlantirilgan tizim uchun turg‘unlikning zarur va yetarli sharti sifatida birinchi yaqinlashish tenglamasi uchun tuzilgan xarakteristik tenglama ildizlari (qutblari) ning haqiqiy qismini manfiy ishorasi xizmat qiladi [10,14,26].

Kirish kattaligi $x(t)$ va chiqish kattaligi $y(t)$ bo‘lgan tizimni ko‘rib chiqamiz (3.2-rasm).




*3.2-rasm.*

Tizimning differensil tenglamasini umumiy ko‘rinishda quyidagicha yozish mumkin:

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+a_n y(t)=b_0\frac{d^m x}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}+\ldots+b_m x(t). \qquad (3.1)$$

Tizimning turg‘un yoki noturg‘unligini ko‘rish uchun (3.1) tenglamaning yechimini aniqlash kerak bo‘ladi.

$$y(t)=y_e(t)+y_m(t), \qquad (3.2)$$

bu yerda $y_m$(t) – (3.1) tenglamaning xususiy yechimi bo‘lib (majburiy tashkil etuvchi), tizimda muvozanat rejimini ifodalaydi; $y_e(t)$ – (3.1) tenglamaning o‘ng tomoni nolga teng bo‘lgandagi umumiy yechimi bo‘lib (erkin tashkil etuvchisi), u tenglamaning o‘tkinchi rejimini ifodalaydi.

$$t\to\infty \text{ bo‘lganda } y_e(t)\to 0 \qquad (3.3)$$

bo‘lishi tizimning turg‘unligini ifodalaydi.

Agar (3.3) shart bajarilsa, unda tizim turg‘un bo‘ladi. (3.1) tenglamaning o‘tkinchi (erkin) tashkil etuvchisi $y_e(t)$

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\ldots+a_n y(t)=0, \qquad (3.4)$$

tenglamaning yechimini ifodalaydi.

Bu tenglamadan ko‘rinib turibdiki, uning yechimi (3.1) tenglamaning o‘ng tomonidagi $b_i$ koeffitsiyentga va $x(t)$ funksiyaning o‘zgarish xarakteriga bog‘liq emas ekan. (3.3) shartga ko‘ra, tizimning turg‘unligi yoki noturg‘unligi koeffitsiyentlar $b_i$ va kirish kattaligi $x(t)$ funksiyaga bog‘liq emas ekan [8,18,20,26].

Demak, tizimning turg‘unligi uning ichki xususiyati bo‘lib, unga ta’sir etuvchi signallarga bog‘liq emas.

(3.4) tenglamaning yechimini aniqlash uchun xarakteristik tenglamani olamiz:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n = 0\,, \qquad (3.5)$$

bu yerda $p_1$, $p_2$, …, $p_n$ – (3.5) xarakteristik tenglamaning ildizlari bo‘lib, ular har xil bo‘lsin, unda (3.4) tenglamaning yechimini quyidagi ko‘rinishda ko‘rsatish mumkin:

$$y_e(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}\,, \qquad (3.6)$$

bu yerda $s_i$ – tizimga qo‘yilgan boshlang‘ich shartlar bo‘yicha aniqlanadigan ixtiyoriy o‘zgarmas son.

Shunday qilib, chiziqli tizimning turg‘unligini xarakteristik tenglamaning ildizlari aniqlar ekan. Ildizlar esa haqiqiy, kompleks va mavhum bo‘lishi mumkin.

Chiziqli tizim uzatish funksiyasi $W(p)$ ning hamma qutblari haqiqiy qismining manfiy ishoraga ega bo‘lishi uning turg‘un bo‘lishining zarur va yetarli sharti hisoblanadi.

Uzatish funksiyasining maxrajidagi polinom ildizlarini uzatish funksiyasining qutblari, suratidagi polinom ildizlarini esa uzatish funksiyasining nollari deyiladi.

Ochiq tizim uchun

$$W(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}\,. \qquad (3.7)$$

Ochiq tizim uzatish funksiyasining xarakteristik tenglamasi $Q(p)$=0 ning ildizlari haqiqiy qismining manfiy bo‘lishi ochiq tizimning turg‘un bo‘lishining yetarli va zaruriy shartidir.

Berk tizim uchun

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{\dfrac{P(p)}{Q(p)}}{1+\dfrac{P(p)}{Q(p)}} = \frac{P(p)}{Q(p)+P(p)} = \frac{B(p)}{A(p)}\,, \qquad (3.8)$$

$A(p) = 1 + W(p) = 0$ – berk tizimning xarakteristik tenglamasi.

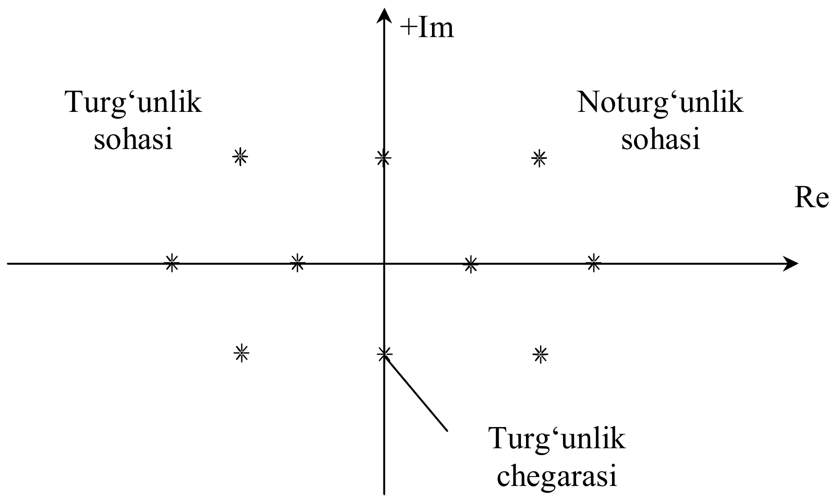
Berk tizim xarakteristik tenglamasi $A(p)$=0 ildizlari haqiqiy qismining manfiy bo‘lishi uning turg‘un bo‘lishining yetarli va zaruriy shartidir.

Turg‘unlikning bu sharti A.M.Lyapunov tomonidan nochiziqli tizimlarning chiziqlantirilgan tenglamalari uchun isbotlandi va qo‘llanildi. Quyida bu teoremani isbotsiz keltiramiz [14,20,25]:

***1-teorema:*** Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining haqiqiy qismi manfiy bo‘lsa, unda real tizim ham turg‘un bo‘ladi, ya’ni juda kichik nochiziqli hadlari tizimning turg‘unlik holatiga ta’sir ko‘rsata olmaydi (3.3-rasm).

***2-teorema:*** Agarda chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglama-sining birorta ildizi musbat haqiqiy qismga ega bo‘lsa, unda real tizim noturg‘un bo‘ladi, ya’ni juda kichik nochiziqli hadlari tizimni turg‘un qila olmaydi (3.3-rasm).

***3-teorema:*** Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasining ildizlari mavhum yoki nolga teng bo‘lsa, unda real tizim turg‘unlik chegarasida bo‘ladi, bunda juda kichik nochiziqli hadlar o‘tkinchi jarayon ko‘rinishini tubdan o‘zgartirib yuborishi hamda real tizimni turg‘un yoki noturg‘un holatga keltirishi mumkin (3.3-rasm).




*3.3-rasm.* ***Xarakteristik tenglama ildizlarining kompleks tekisligida joylashishi.***

Shunday qilib, tizim turg‘unligini tadqiq etish uning xarakteristik tenglamasi ildizlarining ishorasini aniqlashdan, ya’ni xarakteristik tenglama ildizlarini kompleks tekisligida mavhum o‘qqa nisbatan qanday joylashganligini aniqlashdan iborat ekan.

Kompleks tekisligida xarakteristik tenglama ildizlarining mavhum o‘qqa nisbatan joylashganligini aniqlaydigan qoidalarga *turg‘unlik mezonlari* deyiladi.

Tizimning turg‘unlik masalalarini yechishda quyidagi turg‘unlik mezonlaridan foydalaniladi:

1) Turg‘unlikning algebraik mezonlari:
   a) Raus mezoni;
   b) Gurvis mezoni;
   d) Lenar-Shipar mezoni;
   e) Neymark mezoni.
2) Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari:
   a) Mixaylov mezoni;
   b) Naykvist mezoni;
   d) Turg‘unlikning logarifmik mezoni;
   e) D – bo‘linish usuli.

## 3.3. Turg‘unlikning algebraik mezonlari. Raus turg‘unlik mezoni

Tizimning turg‘unligi xarakteristik tenglamalarning ildizlarini hisobga olmasdan turib aniqlaydigan qoidalarga algebraik mezonlar deyiladi. Turg‘unlikning algebraik mezoni xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlari orqali tizimning turg‘unligi haqida fikr yuritish imkonini beradi [8,20,25]. Turg‘unlikning algebraik mezonidan Raus va Gurvis mezonlari eng ko‘p qo‘llaniladi. Xarakteristik tenglama quyidagi ko‘rinishda berilgan bo‘lsin:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n = 0. \qquad (3.9)$$

Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlarini musbat bo‘lishi tizimning turg‘un bo‘lishi uchun zaruriy shartdir

$$a_0 > 0, \;\; a_i > 0, \;\; ..., \;\; a_n > 0. \qquad (3.10)$$

Raus va Gurvis mezonlari matematik jihatdan ekvivalentdir.

Rausning turg‘unlik mezoni 1887-yil ingliz matematigi E.Raus tomonidan taklif qilingan. Bu mezonni quyidagi jadval orqali tushuntirish mumkin.

3.1-jadval

| $r_i$ koef-ti | i qator | Ustun | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| – | 1 | $c_{11}=a_0$ | $c_{21}=a_2$ | $c_{31}=a_4$ | …… |
| – | 2 | $c_{12}=a_1$ | $c_{22}=a_3$ | $c_{32}=a_5$ | …… |
| $r_3=\frac{c_{11}}{c_{12}}$ | 3 | $c_{13}=c_{21}-r_3c_{22}$ | $c_{23}=c_{31}-r_3c_{32}$ | $c_{33}=c_{41}-r_3c_{42}$ | …… |
| $r_4=\frac{c_{12}}{c_{13}}$ | 4 | $c_{14}=c_{22}-r_4c_{23}$ | $c_{24}=c_{32}-r_4c_{33}$ | $c_{34}=c_{42}-r_4c_{43}$ | …… |
| $r_5=\frac{c_{13}}{c_{14}}$ | 5 | $c_{15}=c_{23}-r_5c_{24}$ | $c_{25}=c_{33}-r_5c_{34}$ | $c_{35}=c_{43}-r_5c_{44}$ | …… |
| …… | … | …… | …… | …… | …… |
| $r_i=\frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}$ | $i$ | $c_{1,i}=c_{2,i-2}-r_ic_{2,i-1}$ | $c_{2,i}=c_{3,i-2}-r_ic_{3,i-1}$ | $c_{3,i}=c_{4,i-2}-r_ic_{4,i-1}$ | …… |

3.1-jadvalning birinchi qatoriga xarakteristik tenglama koeffitsiyentlari indeksi oshib borish tartibida juft indeksli $a_0$, $a_2$, $a_4$, $a_6$, …, ikkinchi qatoriga esa toq indeksli $a_1$, $a_3$, $a_5$, $a_7$, … koeffitsiyentlar joylashtiriladi.

Jadvalning qolgan har bir koeffitsiyentlari quyidagicha topiladi [20,25]:

$$c_{n,i} = c_{n+1,\,i-2} - r_i\, c_{n+1,\,i-1}, \tag{3.11}$$

bu yerda

$$r_i = c_{1,i-2} \big/ c_{1,i-1}. \tag{3.12}$$

(3.11) va (3.12) tenglamalarda $n$ – indeks jadvaldagi ustunni nomerini $i$ – indeksi esa qator nomerini bildiradi.

Raus jadvalini qatorlar soni xarakteristik tenglamasi darajasi $n$+1 ga teng.

Raus jadvalini to‘ldirgandan so‘ng u tizim turg‘un yoki noturg‘unligini aniqlash mumkin. Raus turg‘unlik mezoni quyidagicha ifodalanadi: ABT turg‘un bo‘lishi uchun Raus jadvalining birinchi ustuni koeffitsiyentlari bir xil ishorali bo‘lishi, ya’ni $c_{i,n+1} > 0$ bo‘lganda

$$c_{11} = a_0 > 0;\; c_{12} = a_1 > 0;\; \ldots;\; c_{i,n+1} > 0, \tag{3.13}$$

shart yetarlidir.

Agar birinchi ustun koeffitsiyentlarining hammasi musbat bo‘lmasa, tizim noturg‘un bo‘ladi hamda xarakteristik tenglamaning o‘ng ildizlar soni Raus jadvali birinchi ustunidagi ishoralar o‘zgarish soniga teng. Xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining son qiymati berilgan bo‘lsa, Raus mezonidan foydalanish juda oson.

**3.1-misol.** Xarakteristik polinomi

$$D(p) = 0{,}104p^7 + 0{,}33p^6 + 5{,}5p^5 + 15{,}5p^4 + 25p^3 + 25p^2 + 19{,}7p + 9{,}5$$

bo‘lgan tizimning Raus mezoni bo‘yicha turg‘unligini baholang.

***Yechish:*** Raus mezoni bo‘yicha hisoblashda 3.2-jadval ko‘rinishida ifodalash qulaydir.

3.2-jadval

| Parametrlar | $c_{11}=a_0$ | $c_{21}=a_2$ | $c_{31}=a_4$ | $c_{41}=a_6$ |
|---|---|---|---|---|
| | $c_{12}=a_1$ | $c_{22}=a_3$ | $c_{32}=a_5$ | $c_{42}=a_7$ |
| $r_1 = c_{11}/c_{12}$ | $c_{13}=c_{21}-r_1c_{22}$ | $c_{23}=c_{31}-r_1c_{32}$ | $c_{33}=c_{41}-r_1c_{42}$ | $c_{43}=0$ |
| $r_2 = c_{12}/c_{13}$ | $c_{14}=c_{22}-r_2c_{23}$ | $c_{24}=c_{32}-r_2c_{33}$ | $c_{34}=c_{42}-r_2c_{43}$ | $c_{44}=0$ |
| $r_3 = c_{13}/c_{14}$ | $c_{15}=c_{23}-r_3c_{24}$ | $c_{25}=c_{33}-r_3c_{34}$ | $c_{35}=c_{43}-r_3c_{44}$ | $c_{45}=0$ |
| … | … | … | … | … |

Berilgan tizim uchun Raus jadvali 3.3-jadval ko‘rinishiga ega bo‘ladi

$$D(p) = \overset{a_0}{0{,}104}\,p^7 + \overset{a_1}{0{,}33}\,p^6 + \overset{a_2}{5{,}5}p^5 + \overset{a_3}{15{,}5}\,p^4 + \overset{a_4}{25}\,p^3 + \overset{a_5}{25}\,p^2 + \overset{a_6}{19{,}7}\,p + \overset{a_7}{9{,}5}$$

3.3-jadval

| Parametrlar | $a_0$=0,104 | $a_2$=5,5 | $a_4$=25 | $a_6$=19,7 |
|---|---|---|---|---|
| | $a_1$=0,33 | $a_3$=15,5 | $a_5$=25 | $a_7$=9,5 |
| $r_1$=0,315 | 0,6 | 17,1 | 16,7 | 0 |
| $r_2$=0,55 | 6,0 | 15,8 | 9,5 | 0 |
| $r_3$=0,1 | 15,52 | 15,75 | 0 | 0 |
| $r_4$=0,386 | 9,7 | 9,5 | 0 | 0 |
| $r_5$=1,6 | 0,55 | 0 | 0 | 0 |
| $r_6$=0 | 9,5 | 0 | 0 | 0 |

To‘ldirilgan Raus jadvalining (3.3-jadval) birinchi ustun koefft-isiyentlari musbat bo‘lgani uchun tizim turg‘undir.

## 3.4. Gurvis turg‘unlik mezoni

Bu mezon 1895-yilda nemis matematigi Gurvis tomonidan taklif qilingan.

Xarakteristik tenglama quyidagi ko‘rinishda berilgan bo‘lsin:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + ... + a_{n-1} p + a_n = 0 . \qquad (3.14)$$

Gurvis turg‘unlik mezoniga muvofiq xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlaridan Gurvisning bosh aniqlovchisi tuziladi. Bunda $a_0 > 0$ bo‘lib, aniqlovchilari quyidagi qoidalarga asosan hisoblash kerak [8,20,23]:

1) koeffitsiyentlarni bosh diagonal bo‘yicha «$a_1$» dan to «$a_n$» gacha o‘sish tartibi bilan yozib chiqiladi;

2) bosh diagonalga nisbatan qatorlarning pastga tomon indekslari kamayuvchi, yuqoriga tomon indekslari o‘sib boruvchi koeffitsiyentlar bilan to‘ldiriladi;

3) indekslari noldan kichik hamda «$n$» dan katta bo‘lgan koeffitsiyentlar o‘rniga nollar yoziladi;

4) Gurvis aniqlovchisining yuqori tartibi xarakteristik tenglamaning darajasiga teng bo‘ladi;

5) Gurvis aniqlovchisining oxirgi tartibi $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$ ga tengdir.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & ... & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & ... & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & ... & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ... & a_n \end{vmatrix} . \qquad (3.15)$$

*Gurvis mezonining ta’rifi:*

Agarda $a_0 > 0$ bo‘lib, Gurvisning hamma aniqlovchilari noldan katta bo‘lsa, u holda tizim turg‘un bo‘ladi, ya’ni $a_0 > 0$ bo‘lganda $\Delta_1 > 0$; $\Delta_2 > 0$; $\Delta_3 > 0 \cdots \Delta_n > 0$ bo‘lishi kerak. $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$ bo‘lishi Gurvis aniqlovchisining tuzilish strukturasidan kelib chiqadi. Shunga ko‘ra, agar $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1} = 0$ bo‘lsa, tizim turg‘unlik chegarasida bo‘ladi. Bu tenglik esa ikki holda, ya'ni $a_n = 0$ yoki $\Delta_{n-1} = 0$ bo'lganda bajarilishi mumkin.

Agarda $a_n = 0$ bo'lsa, unda tekshirilayotgan tizim turg'unlik holatining aperiodik chegarasida bo'ladi (ya'ni xarakteristik tenglamaning bitta ildizi nolga teng bo'ladi).

Agarda $\Delta_{n-1} = 0$ bo'lsa, unda tekshirilayotgan tizim turg'unlik holatining tebranma chegarasida bo'ladi (ya'ni xarakteristik tenglama juft mavhum ildizga ega bo'ladi).

Endi $n = 1, 2, 3, 4$ ga teng bo'lgan tenglamalar bilan ifodalangan tizimlar uchun Gurvis mezonining shartlarini ko'rib chiqamiz.

*a*) $n = 1, \quad a_0 p + a_1 = 0.$

Bunda $a_0 > 0$; $\Delta_1 = a_1 > 0$ turg'unlik sharti bo'ladi. Demak, birinchi tartibli tizimlar turg'un bo'lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo'lishi yetarlidir.

*b*) $n = 2, \quad a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0.$

Bunda turg'unlik shartlari quyidagicha bo'ladi:

$$a_0 = 0; \ \Delta_1 = a_1 > 0; \ \Delta_2 = a_1 \cdot a_2 > 0; \ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 0 = a_1 a_2 > 0.$$

Demak, ikkinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizimlarning turg'un bo'lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo'lishi yetarli shart hisoblanadi.

*d*) $n = 3, \quad a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$

Turg'unlikning zaruriy shartlari:

$$a_0 > 0; \ \Delta_1 = a_1 > 0; \ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0; \ \Delta_3 = a_3 \cdot \Delta_2 > 0.$$

Shunday qilib, uchinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizim turg'un bo'lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo'lishi yetarli bo'lmay, bunda $(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0$ tengsizlikning bajarilishi zarur shart hisoblanadi.

*e*) $n = 4, \quad a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p^2 + a_4 = 0$

Turg'unlik shartlari:

$$a_0>0;\;\; \Delta_1 = a_1 > 0;\;\; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0\,;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3 + 0 + 0 - 0 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 = a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0$$

$$\Delta_4 = a_4 \cdot \Delta_3\,.$$

To‘rtinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizimlar turg‘un bo‘lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo‘lishidan tashqari yana ikki $(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0,\; a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0$ shartlar bajarilishi kerak.

Xarakteristik tenglamaning darajasi «$n$» ortgan sari yuqoridagi kabi bajarilishi kerak bo‘lgan shartlar ham ko‘payib boradi. Shuning uchun turg‘unlikning Gurvis mezonining $n\leq 4$ bo‘lgan tizimlar uchun qo‘llash maqsadga muvofiq bo‘ladi.

**3.2-misol.** $12p^3 + 10p^2 + 8p + 10 = 0$ xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsa, Gurvis mezoni bo‘yicha turg‘unlikka tekshiring.

***Yechish:***

Bu yerda $a_0$=12>0, $a_2$=8>0,

$a_3$=10>0, $a_3$=10>0.

Demak, Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilgan. Endi zaruriy shartini aniqlaymiz. Buning uchun $\Delta_2$ va $\Delta_3$ larni aniqlaymiz

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 10\cdot 8 - 12\cdot 10 = -40 < 0\,.$$

Noldan kichik bo‘lganligi sababli tizim noturg‘un bo‘ladi. O‘z navbatida

$$Д_3 = a_3 \cdot Д_2 = 10\cdot(-40) = -400 < 0$$

bo‘ladi.

**3.3-misol.** $0{,}1p^4 + 6p^3 + 4p^2 + p + 4 = 0$ xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsa, Gurvis mezoni bo‘yicha turg‘unlikka tekshiring.

***Yechish:***

Bu yerda $a_0$=0,1>0, $a_1$=6>0, $a_2$=4>0,

$a_3$=1>0, $a_4$=4>0.

Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilgan. Endi zarur shartini aniqlaymiz. Buning uchun $\Delta_2$, $\Delta_3$ va $\Delta_4$ larni aniqlaymiz:

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 6 \cdot 4 - 0.1 \cdot 1 = 23.9 > 0;$$
$$\Delta_3 = a_3\left(a_1 a_2 - a_0 a_3\right) - a_1^2 a_4 = 1 \cdot 23{,}9 - 6^2 \cdot 4 = 23{,}9 - 144 = -120{,}1 < 0.$$
$$\Delta_4 = a_4 \Delta_3 = 4 \cdot (-120.1) = -480{,}4 < 0.$$

Gurvis mezonining zaruriy sharti bajarilmaganligi sababli berilgan xarakteristik tenglma noturg‘un.

**3.4-misol.** $3p^5 + 10p^4 + 5p^3 - 7p^2 + p + 100 = 0$ xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsa, Gurvis mezoni bo‘yicha turg‘unlikka tekshiring.

***Yechish:***

Bu yerda $a_0 = 3 > 0$, $a_1 = 10 > 0$, $a_2 = 5 > 0$,
$a_3 = -7 < 0$, $a_4 = 1 > 0$, $a_5 = 100 > 0$.

$a_3 = -7$ manfiy ishorali bo‘lganligi sababli Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilmayapti. Shuning uchun berilgan ushbu xarakteristik tenglama noturg‘undir.

## 3.5. Lenar-Shipar turg‘unlik mezoni

Bu mezon 1919-yil P.Lenar va R.Shipar tomonidan taklif qilingan. Xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsin

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n = 0, \qquad (3.16)$$

bu xarakteristik tenglamada $n$ ning qiymatlari katta bo‘lganda Gurvis mezonining o‘rniga Lenar-Shiparning turg‘unlik mezonini qo‘llash ancha qulaydir.

Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlari musbat bo‘lganda $\Delta_1, \Delta_3, ...$ toq indeksli aniqlovchilar musbat ekanligi va Gurvisning $\Delta_2, \Delta_4, ...$ juft indeksli aniqlovchilari ham musbat va aksincha ekanligi isbotlangan.

Shuning uchun turg‘unlikning zarur sharti bajarilgan holda, ya’ni xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlari musbat bo‘lganda turg‘unlik sharti Gurvis koeffitsiyentlari orasida

$$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5$$

hamma juft indeksli yoki hamma toq indeksli aniqlovchilar musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Tizim turg‘un bo‘lishi uchun quyidagi tengsizlik bajarilishi zarur va yetarlidir:

$$a_0 > 0,\ a_1 > 0,\ \ldots,\ a_n > 0,$$

$$\Delta_1 > 0,\ \Delta_3 > 0,\ \Delta_5 > 0 \text{ yoki } \Delta_2 > 0,\ \Delta_4 > 0,\ \Delta_6 > 0$$

bo‘lganda

$$\Delta_0 > 0,\ \Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0,\ \ldots,\ \Delta_n > 0.$$

Turg‘unlikning Gurvis mezoniga nisbatan Lenar-Shipar mezonida kamroq sonli aniqlovchilar topiladi.

## 3.6. Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari. Argumentlar prinsipi

Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari avtomatik tizimlarning chastotaviy xarakteristikalari ko‘rinishiga qarab ularning turg‘unlik holatlarini tekshirish imkonini beradi [8,14,20].

Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari grafoanalitik mezon bo‘lib, tizimlarning turg‘unligini tekshirishda juda keng qo‘llaniladi. Chunki bu mezonlar yordamida yuqori darajali avtomatik tizimlarning turg‘unlik holatini tekshirish ancha oson hamda ular sodda geometrik tasvirga egadir [20,25].

Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari asosida kompleks o‘zgaruvchi funksiya nazariyasidan ma’lum bo‘lgan argumentlar prinsipi yotadi.

Quyida argumentlar prinsipining qisqacha bayonini keltiramiz

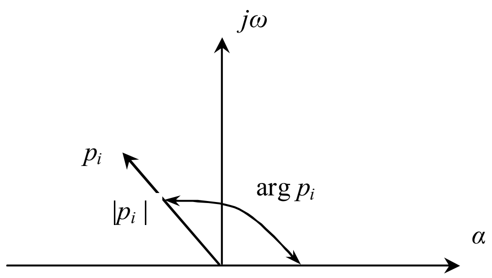
$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n = 0. \tag{3.17}$$

«$n$» - darajali polinom berilgan bo‘lsin. Bu polinomni Bezu teoremasiga asosan quyidagicha ifodalash mumkin

$$D(p) = a_0 (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)\ldots(p - p_n), \tag{3.18}$$

bu yerda $r_1$, $r_2$, …, $r_{\text{n}}$ – $D(p)$=0 xarakteristik tenglamaning ildizlari.

«r» kompleks tekisligida har qaysi ildizni koordinata o‘qi boshidan «$r_i$» nuqtagacha o‘tkazilgan vektor orqali ifodalash mumkin (3.4-rasm).

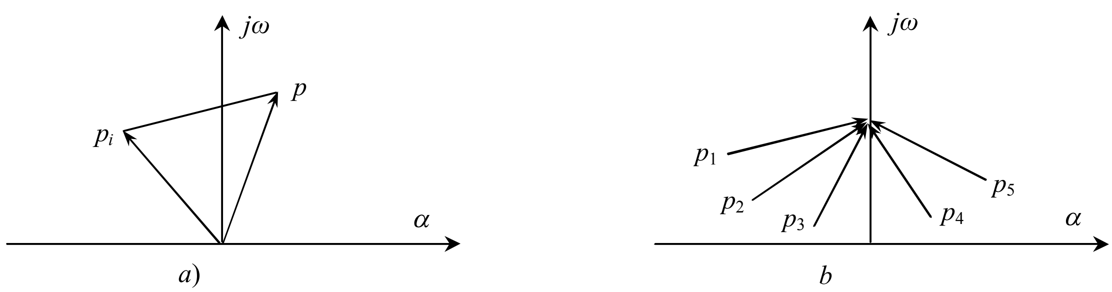



3.4-rasm.

Bu vektorning uzunligi kompleks sonning $p_i = \alpha_i + j\omega_i$ ning moduli $|p_i|$ga shu vektorning musbat haqiqiy o‘q bilan hosil qilgan burchagi esa $p_i$ kompleks sonining argumentiga yoki fazasi $(p - p_i)$ga teng bo‘ladi. $(p - p_i)$ miqdorning geometrik o‘rni $p_i$ nuqtadan ixtiyoriy «r» nuqtasiga o‘tkazilgan vektor orqali ifodalanadi. Xususiy holda $p = j\omega$ bo‘lganda (3.18) ifodani

$$D(j\omega) = a_0(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)(j\omega - p_3)\ldots(j\omega - p_n) \qquad (3.19)$$

ko‘rinishida ifodalash mumkin. (3.19) ifodaning geometrik tasviri 3.5-rasmda keltirilgan.




3.5 -rasm.

$D(j\omega)$ vektorning moduli $(j\omega - p_i)$ elementar vektorning va $a_0$ koeffitsiyentining ko‘paytmasiga

$$|D(j\omega)| = a_0|j\omega - p_1| \cdot |j\omega - p_2| \cdot |j\omega - p_3| \cdot \ldots \cdot |j\omega - p_n| \cdot \ldots \qquad (3.20)$$

argumenti esa elementar vektorlar argumentining yig‘indisiga teng bo‘ladi

$$\arg D(j\omega)=\sum_{i=1}^{n}\arg\left(j\omega-p_i\right). \tag{3.21}$$

Chastota $-\infty<\omega<\infty$ o‘zgarganda $D\left(j\omega\right)$ vektor argumentining o‘zgarishi

$$\underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta\arg} D(j\omega)=\sum_{i=1}^{n}\underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta\arg}\left(j\omega-p_i\right) \tag{3.22}$$

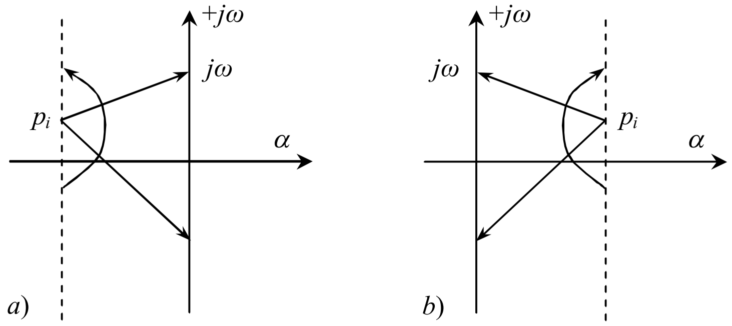
ga teng bo‘ladi.

(3.22) ifodaga ko‘ra $D(j\omega)$ vektor argumentining o‘zgarishini hisoblash uchun $(j\omega-p_i)$ vektorlar argumenti o‘zgarishining yig‘indisini hisoblash zarur. Argumentning bu o‘zgarishi esa $p_i$ ildizning kompleks tekisligining qaysi tomonida joylashganligiga bog‘liq.

**1.** $p_i$ ildiz kompleks tekisligining chap tomonida joylashgan bo‘lsin (3.6*a*-rasm).

$-\infty<\omega<\infty$ o‘zgarganda $(j\omega-p_i)$ vektorning uchi mavhum o‘q bo‘yicha pastdan yuqoriga soat strelkasiga teskari (qarshi) yo‘nalishda 180° burchakka buriladi, ya’ni

$$\underset{-\infty<\omega<\infty}{\Delta\arg}\left(j\omega-p_i\right)=\pm\pi\,. \tag{3.23}$$




3.6-rasm.

**2.** $p_i$ ildiz kompleks tekisligining o‘ng tomonida joylashgan bo‘lsin (3.6*b*-rasm).

Bu holda yuqoridagi kabi fikr yuritganimizda $(j\omega-p_i)$ vektori chastota $-\infty<\omega<\infty$ o‘zgarganda soat strelkasi yo‘nalishi bo‘yicha (manfiy) -π burchakka buriladi, ya’ni

$$\Delta \arg_{-\infty<\omega<\infty} (j\omega - p_i) = -\pi \,. \qquad (3.24)$$

$D(p) = 0$ tenglamaning «$l$» ildizlari kompleks tekisligining o‘ng tomonida, $(n-l)$ ta ildizlari chap tomonida joylashgan deb faraz qilaylik. Unda (3.23) va (3.24) ifodalarga asoslanib, $D(j\omega)$ vektor argumentining o‘zgarishi

$$\Delta \arg_{-\infty<\omega<\infty} D(j\omega) = (n-l)\pi - l\pi = (n-2l)\pi \qquad (3.25)$$

ga teng bo‘lishini ko‘ramiz.

(3.25) tenglik argumentlar prinsipining ifodasini bildiradi va uni quyidagicha ta’riflash mumkin.

Chastota $-\infty < \omega < \infty$ o‘zgarganda $D(j\omega)$ vektori argumentining o‘zgarishi chap va o‘ng ildizlar ayirmasining «$\pi$» soniga ko‘paytirilganiga teng bo‘ladi.

Agarda $0 < \omega < \pi/2$ o‘zgarsa, unda

$$\Delta \arg_{0<\omega<\infty} D(j\omega) = (n-2l)\frac{\pi}{2} \qquad (3.26)$$

bo‘ladi.

## 3.7. Turg‘unlikning Mixaylov mezoni

Mixaylovning turg‘unlik mezoni o‘zining mohiyati jihatdan argumentlar prinsipining geometrik tasviridir.

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n = 0 \qquad (3.27)$$

xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsin. Bu yerda $D(p)$ polinomni xarakteristik polinom deb ataladi.

Tizim turg‘un bo‘lishi uchun (3.27) xarakteristik tenglamaning hamma ildizlari kompleks tekisligining chap yarim tekisligida joylashishi, ya’ni o‘ng ildizlar soni $l = 0$ bo‘lishi kerak. U holda argumentlar prinsipiga muvofiq $\Delta \arg_{0<\omega<\infty} D(j\omega) = n\frac{\pi}{2}$ yoki $\Delta \arg_{-\infty<\omega<\infty} D(j\omega) = n\pi$ shart bajarilishi kerak [8,20,25].

Chastota $-\infty < \omega < \infty$ o‘zgarganda $D(j\omega)$ vektorning kompleks tekisligidagi geometrik o‘rniga Mixaylov gadografi deyiladi.

$$D(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_n = U(\omega) + jV(\omega),$$

bunda $U(\omega) = (a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \ldots)$ haqiqiy qism bo‘lib, u chastotaga nisbatan juft funksiyadir, ya’ni $U(\omega) = U(-\omega)$.

Mavhum qism esa chastotaga nisbatan toq funksiya bo‘ladi.

$$V(\omega) = \omega(a_{n-1} + a_{n-3}\omega^2 - a_{n-5}\omega^4 + \ldots),$$
$$V(-\omega) = -V(\omega).$$

Shunday qilib,

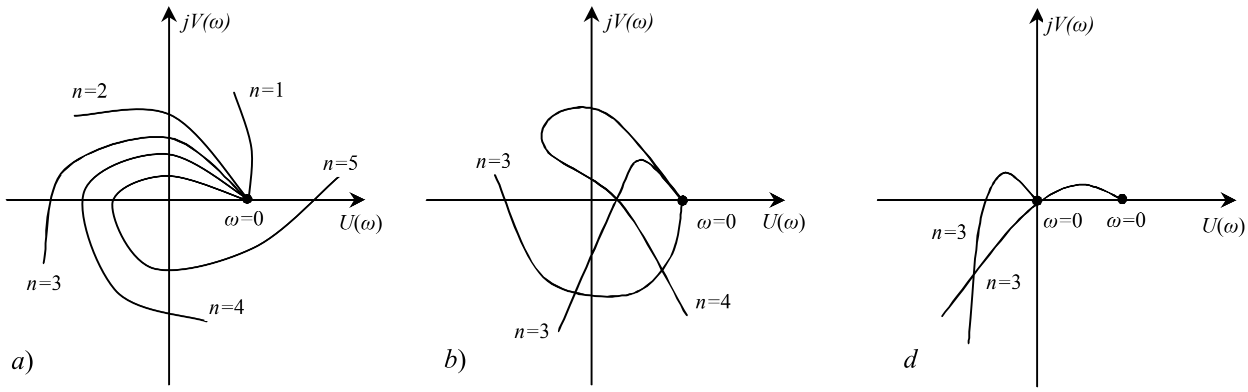
$$D(\omega) = U(\omega) - jV(\omega)$$

bo‘ladi.

*Mixaylov mezonining ta’rifi:*

Agar chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda Mixaylov gadografi haqiqiy musbat o‘qdan boshlab koordinata boshi atrofida musbat (soat strelkasiga qarshi) yo‘nalishda $n\pi/2$ burchakka burilsa, u holda tizim turg‘un bo‘ladi (bu yerda «*n*» xarakteristik tenglamaning darajasi) [8,20,28].

3.7*a*-rasmda turg‘unlik shartlari uchun Mixaylov gadograflarining ko‘rinishlari keltirilgan.



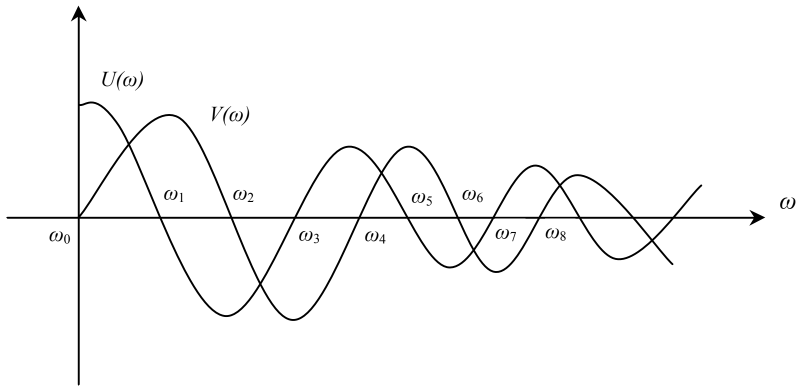

*3.7-rasm.* ***a) tizimning turg‘unlik shartlari; b) tizimning noturg‘unlik shartlari; d) tizimning turg‘unlik chegaralari shartlari uchun Mixaylov gadograflarining ko‘rinishlari.***

Mixaylov gadografi tahlil etilganda, unda quyidagi natija kelib chiqadi.

Mixaylov gadografi koordinata tekisligida kvadratlarni ketma-ket kesib o‘tganda, u haqiqiy va mavhum o‘qlarni birin-ketin kesib o‘tadi.

Mixaylov gadografi haqiqiy o‘qni kesib o‘tganda, uning mavhum funksiyasi $V(\omega)$ nolga aylanadi, mavhum o‘qni kesib o‘tganda esa Mixaylovning haqiqiy funksiyasi $U(\omega)$ nolga aylanadi.

Shuning uchun gadografning haqiqiy va mavhum o‘qlarni kesib o‘tgan nuqtalaridagi chastotaning qiymati $U(\omega) = 0$ (*a*), $V(\omega) = 0$ (*b*) tenglamalarining ildizlari bo‘lishi kerak. Ushbu funksiyalarning grafigi 3.8-rasmda keltirilgan.




*3.8-rasm.* ***Gadografning haqiqiy va mavhum o‘qlarni kesib o‘tgan nuqtalaridagi ko‘rinish grafigi.***

Bu egri chiziqlarning abssissa o‘qi bilan kesishgan nuqtalari (a) va (b) tenglamalarning ildizlarini bildiradi.

Agar $\omega_0$, $\omega_2$, $\omega_4$,… (b) tenglamaning ildizlari $\omega_1$, $\omega_3$, $\omega_5$,… esa (a) tenglamaning ildizlari bo‘lib, shu bilan birga $\omega_0 < \omega_2 < \omega_4$ va $\omega_1 < \omega_3 < \omega_5$ bo‘lsa, unda tizim turg‘un bo‘lishi uchun $\omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \omega_5$ tengsizlik bajarilishi kerak.

**3.5-misol.** $2p^3 + 6p^2 + 10p + 15 = 0$ xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsin. Mixaylov mezoni yordamida tizimning turg‘unligini tekshiring.

***Yechish:*** Buning uchun xarakteristik tenglamada «*p*» ni «*jω*» bilan almashtiramiz va haqiqiy hamda mavhum qismlarga ajratamiz.

$2(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 10(j\omega) + 15 = 0,$

$U(\omega) = 15 - 6\omega^2; \quad V(\omega) = \omega(10 - 2\omega^2)$

$a)\ \omega = 0$ bo‘lsa $\quad U(\omega) = 15; \qquad V(0) = 0;$

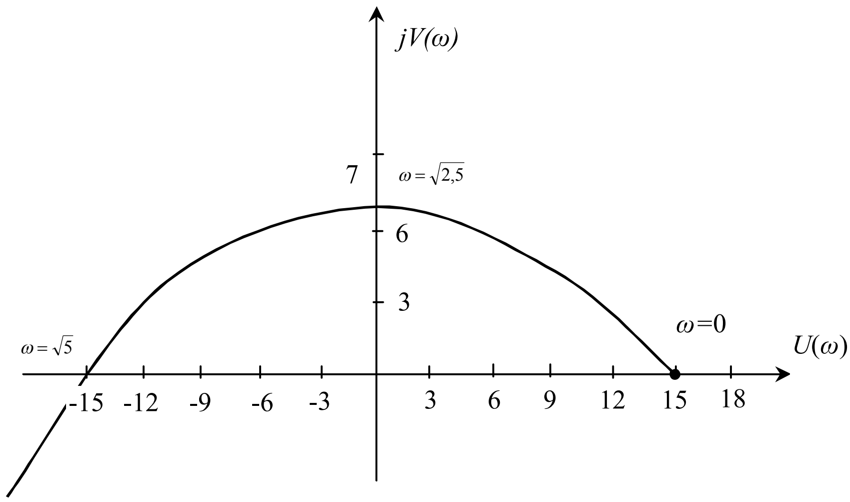
$b)\ U(\omega) = 0; \qquad 15 - 6\omega^2 = 0 \qquad \omega^2 = 15/6 = 2.5;$

$V(\sqrt{2.5}) = \sqrt{2.5}(10 - 2 \cdot 2.5) = \sqrt{2.5} \cdot 5 = 7;$

$d)\ V(\omega) = 0; \qquad (10 - 2\omega^2) = 2 \qquad \omega^2 = 5;$

$U(\sqrt{5}) = 15 - 6 \cdot 5 = -15$.

Shu qiymatlar asosida Mixaylov gadografini quramiz (3.9-rasm).




*3.9-rasm.*

Mixaylov gadografi uchta chorakni ketma-ket kesib o‘tyapti, ya’ni I, II va III choraklarni. Shuningdek, xarakteristik tenglamaning darajasi ham *n*=3 teng. Ko‘rinib turibdiki, tizim Mixaylov mezonidagi shartlarini qanoatlantirgani uchun u turg‘undir.

**3.6-misol.** $p^3 + 4p^2 + 10p + 40 = 0$ xarakteristik tenglama berilgan bo‘lsin. Mixaylov mezoni yordamida tizimning turg‘unligini tekshiring.

***Yechish:*** Buning uchun xarakteristik tenglamada «*p*» ni «*jω*» bilan almashtiramiz va haqiqiy hamda mavhum qismlarga ajratamiz.

$$(j\omega)^3 + 4(j\omega)^2 + 10j\omega + 40 = 0,$$

$$u(\omega) = 40 - 4\omega^2; \qquad v(\omega) = \omega(10 - 2\omega^2),$$

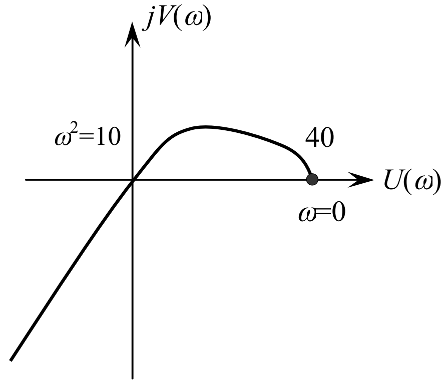
$$a)\ \omega = 0, \quad u(0) = 40$$

$$v(0) = 0,$$

$$б)\, u(\omega) = 0, \quad 40 - 4\omega^2 = 0,$$

$$\omega^2 = 10.$$

$$v(\sqrt{\omega}) = \sqrt{10}(10 - 10) = 0.$$




*3.10-rasm.*

3.10-rasmda keltirilgan gadografdan ko‘rinib turibdiki, tizim turg‘unlik chegarasida.

## 3.8. Naykvist turg‘unlik mezoni

Turg‘unlikning Naykvist mezoni ochiq tizimning amplituda faza xarakteristikasi (AFX) bo‘yicha berk tizimning turg‘unligini tekshirish imkoniyatini beradi. Ochiq tizimning AFXsini esa ham analitik ham tajriba yo‘li bilan olish mumkin.

Turg‘unlikning ushbu mezoni aniq fizik ma’noga ega bo‘lib, ochiq tizimning statsionar chastotali xususiyatlarini berk tizimning nostatsionar xususiyatlari bilan bog‘laydi [14,23,26].

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi $W(p)=\dfrac{P(p)}{Q(p)}$ berilgan bo‘lsin. Bu yerda $Q(p)=0$ – ochiq tizimning xarakteristik tenglamasi. Berk tizimning uzatish funksiyasi:

$$\Phi(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)}=\frac{\dfrac{P(p)}{Q(p)}}{1+\dfrac{P(p)}{Q(p)}}=\frac{P(p)}{Q(p)+P(p)},$$

$$A(p)=1+W(p)=1+\frac{P(p)}{Q(p)}=\frac{Q(p)+P(p)}{Q(p)}. \qquad (3.28)$$

Berk tizimning xarakteristik tenglamasi:

$Q(p)+P(p)$ – berk tizimning xaraktestik polinomini ifodalaydi.

$Q(p)$ – polinom «*n*» darajaga ega;

$P(p)$ – polinom «*m*» darajaga ega.

Tizimni ishga tushirish uchun doimo $m<n$ bo‘lishi kerak. Shuning uchun $Q(p)+P(p)$ polinom «*n*» darajaga ega bo‘ladi.

Ochiq tizimning o‘zi turg‘un va noturg‘un hollarda bo‘lishi mumkin. Biz mana shu ikki holatda berk tizimning turg‘unligini tekshirib ko‘ramiz.

***a) Ochiq tizim turg‘un holatda.***

Xarakteristik tenglamaning o‘ng ildizlari soni $l=0$. Argumentlar prinsipiga asosan ochiq tizim xarakteristik tenglamasi argumentining o‘zgarishi:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta\arg} Q(j\omega)=n\frac{\pi}{2}\cdot$$

Endi berk tizim turg‘un bo‘lishini talab etamiz. Unda quyidagi tenglik bajarilishi lozim:

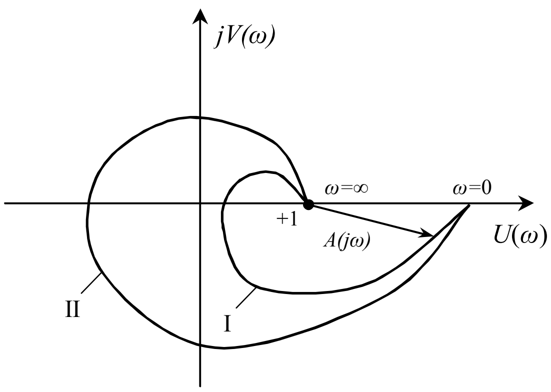
$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta}\arg[Q(j\omega)+P(j\omega)] = n\frac{\pi}{2}\ . \qquad (3.29)$$

(3.28) ifodaga muvofiq berk tizimning xarakteristik tenglamasining argument o‘zgarishi:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta}\arg A(j\omega) = \underset{0<\omega<\infty}{\Delta}\arg[Q(j\omega)+P(j\omega)] - \underset{0<\omega<\infty}{\Delta}\arg Q(j\omega) = n\frac{\pi}{2} - n\frac{\pi}{2} = 0\,. \qquad (3.30)$$

Shunday qilib, berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun chastota $0<\omega<\infty$ o‘zgarganda $A(j\omega)$ vektorining koordinata o‘qi atrofidagi burchak burilishi (argument o‘zgarishi) nolga teng bo‘lishi kerak yoki chastota $0<\omega<\infty$ o‘zgarganda berk tizim AFXsi $A(j\omega)$ koordinata boshini, ya’ni (0; 0) nuqtani o‘z ichiga olmasligi kerak.

$A(j\omega)=1+W(j\omega)$ gadografining ko‘rinishi 3.11-rasmda keltirilgan.

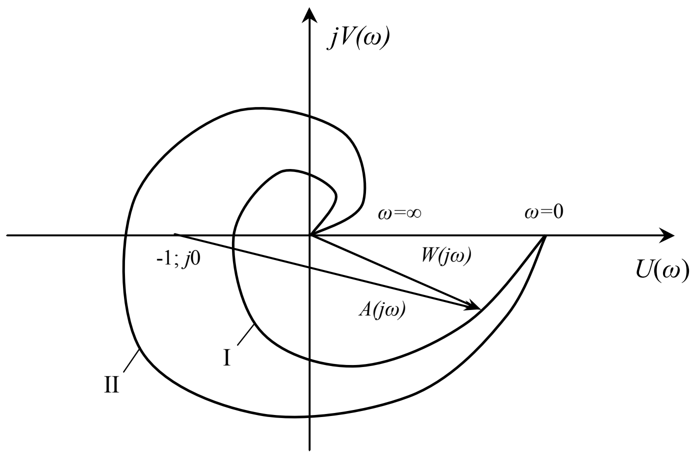



*3.11-rasm.* ***I – berk tizim turg‘un; II – berk tizim noturg‘un.***

Lekin tizimning AFX $A(j\omega)=1+W(j\omega)$ si ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ sidan «+1» ga farq qiladi.

Shuning uchun yuqorida keltirilgan Naykvist mezonining ta’rifini ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ ga tatbiq etganimizda Naykvist mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

*Berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$si chastota $0<\omega<\infty$ o‘zgarganda (-1; j0) kritik nuqtani o‘z ichiga olmasaligi kerak* (3.12-rasm).




*3.12-rasm.* ***I – berk tizim turg‘un; II – berk tizim noturg‘un.***

***b) Ochiq tizim noturg‘un.***

Bunda ochiq tizim xarakteristik tenglamasi «*l*» o‘ng ildizga ega, ya’ni $l \neq 0$, unda argumentlar prinsipiga muvofiq

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} Q(j\omega) = (n-2l)\frac{\pi}{2} \tag{3.31}$$

bo‘ladi.

Agar tizimning turg‘un bo‘lishi talab etilsa, unda quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}[Q(j\omega)+P(j\omega)] = n\frac{\pi}{2}\cdot \tag{3.32}$$

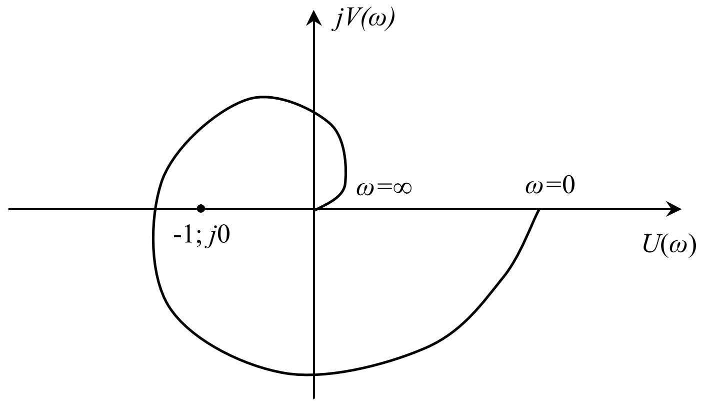
U holda $A(j\omega) = 1 + W(j\omega)$ vektorining argument o‘zgarishi

$$\underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} A(j\omega) = \underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg}[Q(j\omega)+P(j\omega)] - \underset{0<\omega<\infty}{\Delta \arg} Q(j\omega) = n\frac{\pi}{2} - (n-2l)\frac{\pi}{2} = l\pi \tag{3.33}$$

bo‘ladi. Ya’ni $A(j\omega)$ vektorning koordinata o‘qining boshi atrofidagi summar burchak burilishi turg‘un berk tizim uchun «$l\pi$» ga teng bo‘lishi lozim.

Bundan Naykvist mezonining quyidagi ta’rifi kelib chiqadi:

*Berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun chastota* $0<\omega<\infty$ *o‘zgarganda ochiq tizimning AFX* $W(j\omega)$*si kritik nuqta (-1; j0)ni* $l/2$ *marta o‘z ichiga olishi kerak;* bunda $l$ - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlar soni (3.13-rasm).

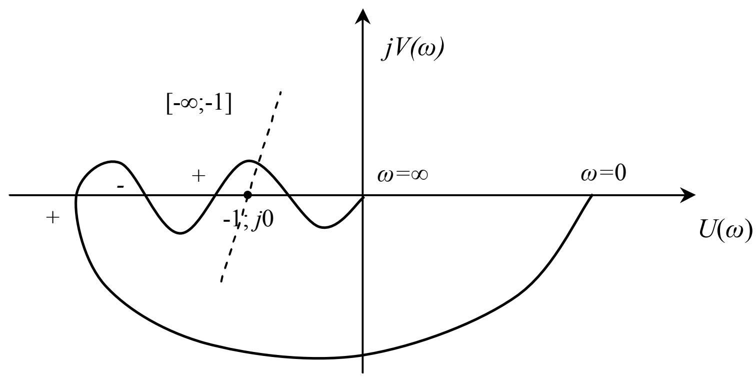



*3.13-rasm.*

$W(j\omega)$ gadografi (-1; $j$0) nuqtani bir marta o‘z ichiga olyapti. Shuning uchun bunda ochiq tizimning o‘ng ildizlar soni $l$ = 2, chunki $l/2 = 1 \Rightarrow\ l = 2$. Demak ochiq tizimning o‘ng ildizlar soni $l$ = 2 bo‘lsa, berk tizim ham noturg‘un bo‘ladi.

Amaliy masalalarni yechishda Ya.Z.Sipkin taklif etgan «o‘tish qoidasini» qo‘llash maqsadga muvofiqdir.

$W(j\omega)$ xarakteristikani o‘tishi deganda shu xarakteristikaning kompleks tekisligida manfiy haqiqiy o‘qni (-1; $j$0) nuqtaning chap tomonini, ya’ni $[-\infty;-1]$ kesmani chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda pastdan yuqoriga kesib o‘tsa, musbat o‘tish yuqoridan pastga kesib o‘tsa, manfiy o‘tish deyiladi (3.14-rasm).



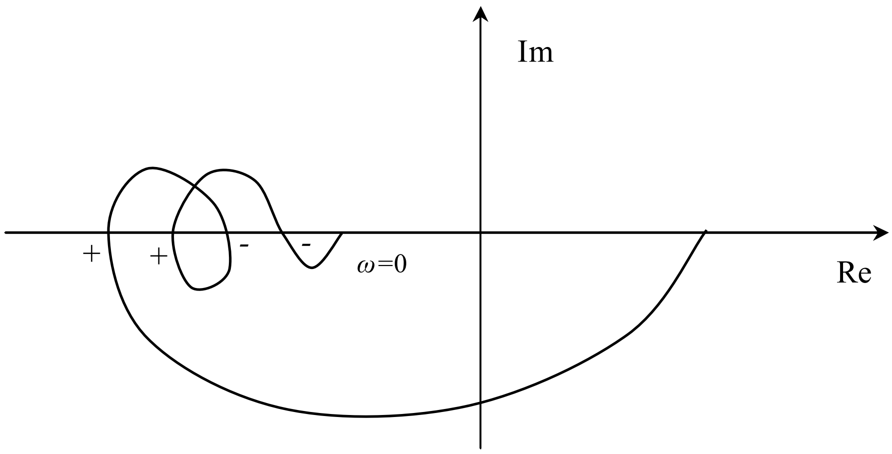

*3.14-rasm.*

Yuqorida aytilganlarni e’tiborga olgan holda Naykvist mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

*Berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun ochiq tizimning AFXsining chastota* $0 < \omega < \infty$ *o‘zgarganda* $[-\infty;-1]$ *kesma orqali musbat va man-*

*fiy o‘tishlarning ayirmasi $l/2$ga teng bo‘lishi kerak.* Bunda $l$ - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlar soni.

Agar ochiq tizimning AFXsi $\omega = 0$ bo‘lganda $[-\infty; -1]$ kesmada boshlansa yoki $\omega = \infty$ bo‘lganda shu kesmada tugasa, unda bunday o‘tishni yarim o‘tish deyiladi (3.15-rasm).




*3.15-rasm.*

Statik ochiq tizimning $W(j\omega)$ xarakteristikalari chastota o‘zgarganda yopiq kontur hosil qiladi.

Ideal integrallagich zvenosi bo‘lgan astatik ochiq tizimlarning $W(j\omega)$ xarakteristikalari chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda yopiq kontur hosil qilmaydi.

***d*) astatik tizim uchun Naykvist mezonini qo‘llash.**

Astatik tizimning AFX

$$W(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{(j\omega)^{\nu} Q(j\omega)}, \tag{3.34}$$

ko‘rinishga ega bo‘lib, berk kontur hosil qilmaydi.

Bunday tizimlar uchun ochiq tizimning xarakteristik tenglamasi nol ildizga ega bo‘lib, quyidagi ko‘rinishda yozilishi mumkin.

$$Q(p) = p^{\nu} Q_1(p), \tag{3.35}$$

bu yerda, $\nu$ – astatizm darajasi, ya’ni tizimdagi ideal integral zvenolar soni; $Q(p)$ – nol ildizga ega bo‘lmagan polinom.

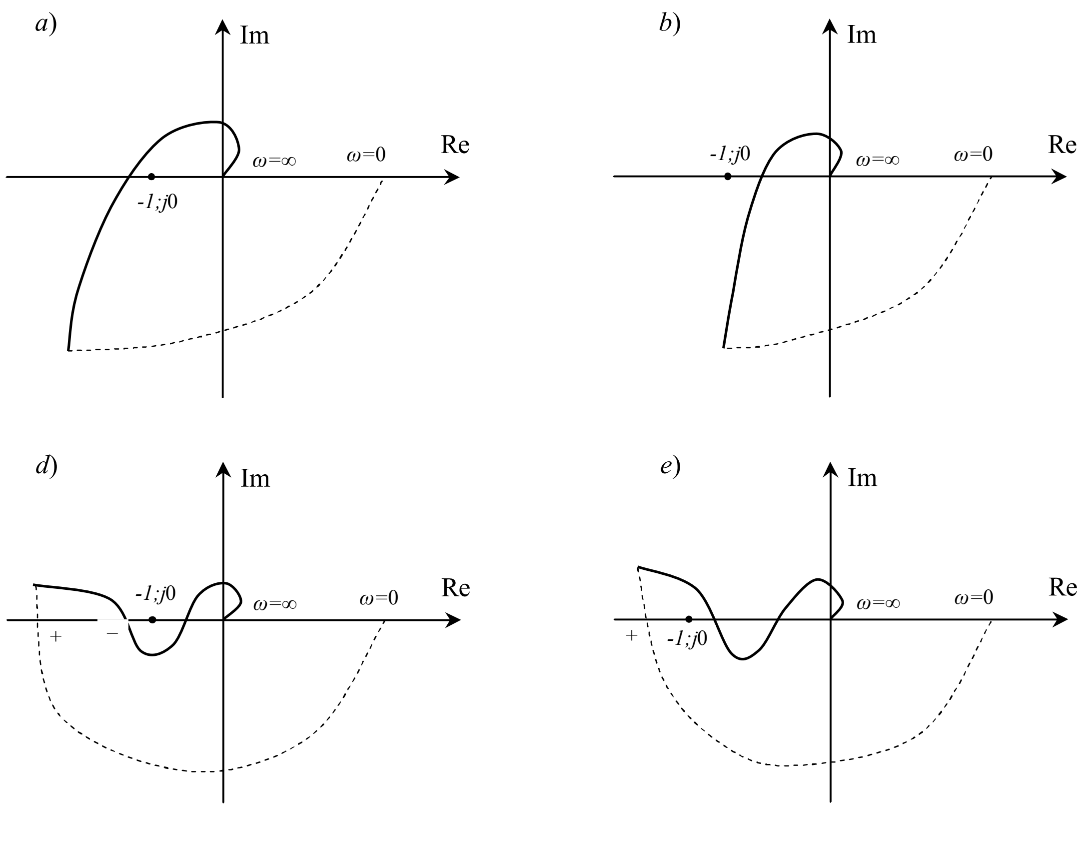
Astatik tizimlarning AFXsi (3.32) ifodaga ko‘ra $\omega = 0$ bo‘lganda $\infty$ bo‘ladi. Shuning uchun kritik (-1; *j*0) nuqtani «kontur ichida» yoki «kontur tashqarisida» ekanligini aniqlash qiyinlashadi, ya’ni $W(j\omega)$

xarakteristikasi (-1; $j$0) kritik nuqtani o‘z ichiga olishi yoki olmasligini aytish mumkin bo‘lmay qoladi. O‘z navbatida berk tizimning turg‘unlik masalalarini yechish qiyinlashadi.

Tizim tarkibidagi ideal integrallovchi zvenolar chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda $-\nu\dfrac{\pi}{2}$ burchak o‘zgarishini beradi. Bunda $\nu$ – ketma-ket ulangan ideal integrallovchi zvenolar soni.

Shuning uchun $\Delta \arg A(j\omega)$ ni hisoblash uchun $W(j\omega)$ gadografi cheksiz katta radiusga ega bo‘lgan aylananing yoyi bilan musbat haqiqiy yarim o‘qqa qadar to‘ldiriladi ($l$=0 yoki juft son bo‘lganda). Unda Naykvist mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

*Agar ochiq tizimning «∞» radiusga ega bo‘lgan aylananing yoyi bilan to‘ldirilgan ochiq tizimning* $W(j\omega)$ *xarakteristikasi chastota* $0 < \omega < \infty$ *o‘zgarganda kritik* $(-1; j0)$ *nuqtani* $l/2$ *marta o‘z ichiga olsa, berk astatik tizim turg‘un bo‘ladi.* Bunda $l$ - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlar soni.




*3.16-rasm.* ***a) ν=1 berk tizim noturg‘un; b) ν=1 berk tizim turg‘un; d) ν=2 berk tizim turg‘un; e) ν=2 berk tizim noturg‘un.***

3.16-rasmda ochiq tizim turg‘un bo‘lgan $(l=0)$ holda berk tizimning turg‘unligini aniqlashga misollar keltirilgan.

3.16-rasmda keltirilgan gadograflardan ko‘rinib turibdiki, agar tizim turg‘un bo‘lsa, u holda kritik $(-1; j0)$ nuqta «$\infty$» radiusga ega bo‘lgan aylananing yoyi bilan to‘ldirilgan ochiq tizim AFX sining tashqarisida yotadi. Agar bu nuqta shu xarakteristikaning ichida bo‘lsa, unda tizim noturg‘un bo‘ladi.

Agar ochiq tizim turg‘un bo‘lsa, $(l=0)$, unda AFX manfiy haqiqiy yarim o‘qni $\left[-\infty; -1\right]$ kesmada kesib o‘tadi yoki bu kesmani juft marta kesib o‘tadi. Agar [-∞; -1] kesmani kesib o‘tishlar soni toq bo‘lsa, unda berk tizim noturg‘un bo‘ladi.

Ochiq tizim yoki uning tarkibidagi birorta zvenoning tenglamasi noma’lum bo‘lsa-yu, lekin ochiq tizimning $W(j\omega)$ AFX si tajriba yo‘li bilan olingan bo‘lsa, unda bunday tizimning turg‘unligini tekshirish uchun faqatgina Naykvist mezonini qo‘llash mumkin. Bu esa Naykvist turg‘unlik mezonining boshqa turg‘unlik mezonlaridan afzalligini ko‘rsatadi. Bundan tashqari kechikuvchi tizimlarning turg‘unligini tekshirishda faqatgina Naykvist mezonini qo‘llash mumkin.

## 3.9. Logarifmik chastotaviy xarakteristika bo‘yicha turg‘unlikning tahlili (Turg‘unlikning logarifmik mezoni)

Muhandislik amaliyotida ABT larning turg‘unligini tahlil etishda ochiq tizimning logarifmik chastotaviy xarakteristikasi (LChX) dan keng foydalaniladi. Chunki ochiq tizimning asimptotik LAChXsini qurish AFXni qurishdan ancha oson va qulaydir [17,23].

Tizimning turg‘unligi ochiq tizim $W(j\omega)$ AFXsining $[-\infty; -1]$ kesmada manfiy haqiqiy yarim o‘qni kesib o‘tishlar soni bilan bog‘liqdir. Shuning uchun ochiq tizimning AFXsi $W(j\omega)$ bilan LChXsi orasidagi bog‘liqlikni aniqlab olamiz.

Ochiq tizimning AFXsi $W(j\omega)$ manfiy haqiqiy o‘qni kesib o‘tganda, LFChX $-\pi(2l+1)$ chiziqlarning birini kesib o‘tadi. $i=0,1,2,3,\dots$ tizimning turg‘unligi nuqtayi nazaridan olganda, bu o‘tishlar soni kritik $(-1; j0)$ nuqtaning o‘ng tomonida, $|W(j\omega)|<1$ AFX ning moduli birdan kichik bo‘lganda, ya’ni LAChX ordinatalari manfiy $L(\omega)=20\lg|W(j\omega)|<0$ bo‘lganda sodir etilsa, unda bu o‘tishlar tizimning turg‘unligiga hech qanday xavf tug‘dirmaydi.

Shu sababli $L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| < 0$ bo‘lagi tizimning turg‘unligini tekshirilayotganda unchalik ahamiyat kasb etmaydi.

$W(j\omega)$ xarakteristikaning $[-\infty; -1]$ kesma orqali musbat o‘tishiga (pastdan yuqoriga) LFChX ning $L(\omega) > 0$ bo‘lagida $-\pi(2l+1)$ to‘g‘ri chiziqni yuqoridan pastga (musbat o‘tish) kesib o‘tishi $W(j\omega)$ xarakteristikaning $[-\infty; -1]$ kesma orqali manfiy o‘tishiga (yuqoridan pastga) LFChX ning $L(\omega) > 0$ bo‘lagida $-\pi(2l+1)$ to‘g‘ri chiziqni pastdan yuqoriga (manfiy) o‘tishi to‘g‘ri keladi.

Yuqorida aytilganlarni hisobga olib, turg‘unlikning logarifmik mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin:

Agar ochiq tizimning LFChX $L(\omega) > 0$ bo‘lagida $-\pi(2l+1)$ to‘g‘ri chizig‘idan o‘tgan musbat va manfiy o‘tishlari ayirmasi $l/2$ ga teng bo‘lsa, berk tizim turg‘un bo‘ladi. Bunda $l$ – ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o‘ng ildizlari soni.

3.17-rasmda ochiq tizim turg‘un bo‘lgan holda, berk tizim turg‘un yoki noturg‘un holatlariga to‘g‘ri keladigan logarifmik xarakteristikalaridan misollar keltirilgan.

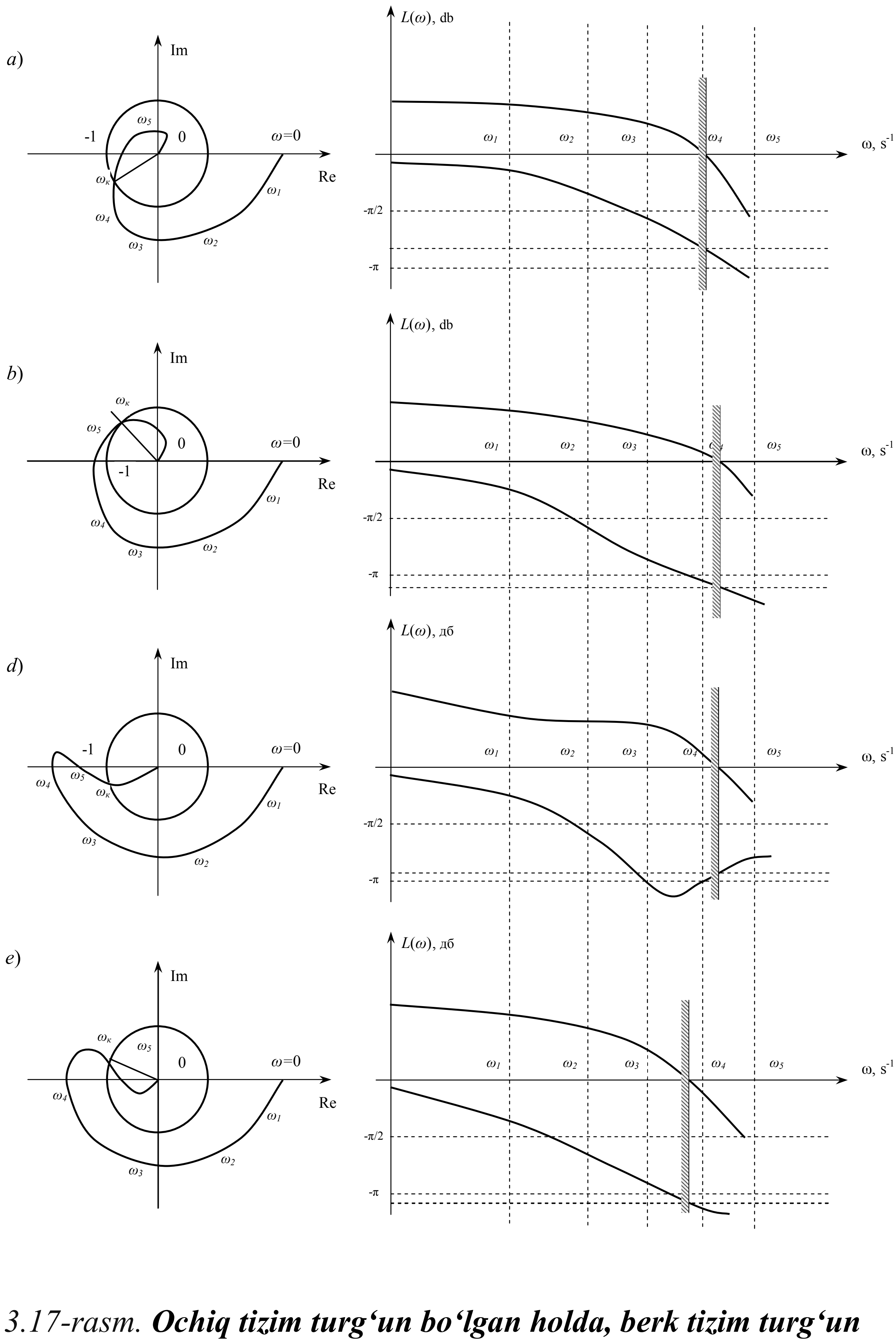
Berk tizimning turg‘unligini tekshirish LAChX ning musbat ordinatasiga to‘g‘ri kelgan bo‘lagida tekshirilgan, rasmda u shtrixlangan chiziq bilan ko‘rsatilgan. Logarifmik xarakteristikalar bilan birga ularga mos tushadigan ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ xarakteristikalari ham keltirilgan.

$W(j\omega)$ xarakteristikasining radiusi birga teng bo‘lgan aylana bilan kesishiga LAChX ning abssissa o‘qi bilan kesishi to‘g‘ri keladi va bu chastotani kesish chastotasi deyiladi va $\omega_к$ bilan belgilanadi.

$W(j\omega)$ xarakteristikasining manfiy haqiqiy o‘q bilan kesishgan nuqtasiga LFChX ning $\pi$ to‘g‘ri chizig‘ini kesib o‘tishi to‘g‘ri keladi va bu chastotani $\omega_у$ o‘tish chastotasi deyiladi.

Agar ochiq tizim turg‘un ($l$=2) bo‘lsa, unda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun $\omega_к < \omega_у$ sharti bajarilishi kerak. Aks holda berk tizim noturg‘un bo‘ladi.

3.17*a,d*-rasmlarda keltirilgan xarakteristikalar berk tizimning turg‘un holatiga to‘g‘ri keladi, 3.17*b,e*-rasmlarda keltirilgan xarakteristikalar esa berk tizimning noturg‘un holatiga to‘g‘ri keladi.




*3.17-rasm.* ***Ochiq tizim turg'un bo'lgan holda, berk tizim turg'un (a,d) yoki noturg'un (b,e) holatlariga to'g'ri keladigan logarifmik xarakteristikalar.***

## 3.10. Tizim parametrlari tekisligida turg‘unlik doirasini qurish. D – bo‘linish usuli

ABT larni hisoblashda va loyihalashda uning ayrim parametrlarini tizim turg‘unligiga ta’sirini tekshirish kerak bo‘lib qoladi.

Bunday masalani yechishda turg‘unlik sohalarini qurish, ya’ni tizim turg‘un bo‘lishi uchun parametr qiymatlarini shunday sohasini aniqlash zarur bo‘ladi [14,20].

Tizim a) nol ildizga $a_n$=0;

b) juft mavhum ildizga;

d) ∞ ildizga $a_0$=0

ega bo‘lganda turg‘unlik chegarasida bo‘ladi.

Turg‘unlik sohalari bir parametr tekisligida va ikki parametr tekisligida quriladi.

Parametrlar tekisligida ildizlarning tartibda joylashishiga qarab sohalarga ajratuvchi egri chiziqlar to‘plamiga parametrlar tekisligining *D-bo‘linishi* deyiladi.

Ayrim hollarda qandaydir $k$ parametrni tizimning turg‘unligiga bo‘lgan ta’sirini aniqlash zarur bo‘lib qoladi.

Masalan: shu $k$ parametr xarakteristik tenglamaning ichiga chiziqli kirgan bo‘lsin, ya’ni

$$A(p) = P(p) + kQ(p),$$

$p = j\omega$ almashtirishdan so‘ng D-bo‘linish chegarasini

$$A(j\omega) = P(j\omega) + kQ(j\omega) = 0$$

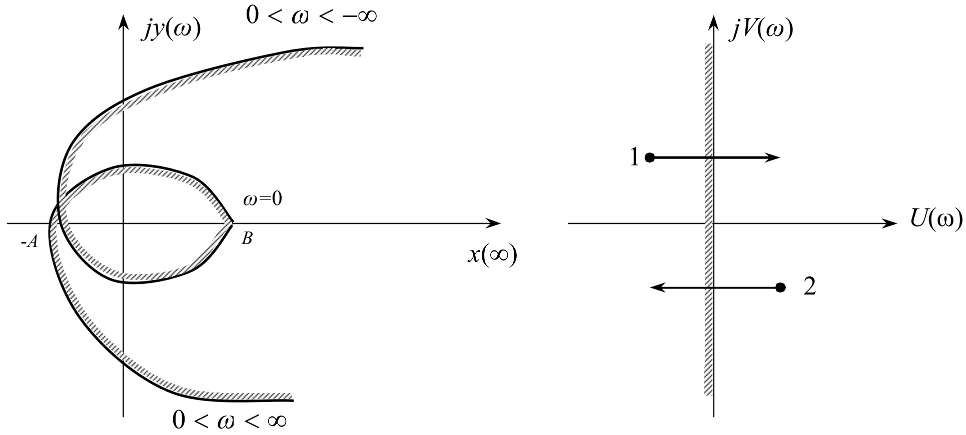
ko‘rinishga keltirish mumkin.

Bundan $k = -\dfrac{P(j\omega)}{Q(j\omega)} = x(\omega) + jy(\omega)$,

$x(\omega)$ – $k$ parametrga nisbatan yozilgan xarakteristik tenglamaning haqiqiy qismi; $y(\omega)$ – esa mavhum qismi bo‘ladi.

D – bo‘linish chegarasini qurayotganda uni faqat chastotaning musbat qiymatlari uchun qurish yetarlidir, ya’ni $0 < \omega < \infty$. Undan keyin esa chastotaning manfiy qiymatlariga to‘g‘ri keladigan uchastkasini haqiqiy o‘qqa nisbatan simmetrik ravishda chizib qo‘yish mumkin. Chastota $0 < \omega < \infty$ o‘zgarganda $P$ tekisligida pastdan yuqori tomon chap yarim tekisligi (ya’ni turg‘unlik sohasi) mavhum o‘qning chap tomonida bo‘ladi. Shuning uchun o‘qning chap tomonini shtrixlaymiz.

Mavhum o‘q bo‘yicha bunday harakatga $k$ tekisligidagi D – bo‘linish chegarasining chastota $-\infty < \omega < +\infty$ gacha o‘zgarganidagi chap tomonini shtrixlash to‘g‘ri keladi (3.18-rasm).




*3.18-rasm.*

Agar $k$ tekisligida D – bo‘linish chegarasini shtrixlash yo‘nalishiga qarab kesib o‘tilsa, unda ($P$ tekisligida) ildizlar tekisligida bitta ildiz o‘ng yarim tekisligidan chap yarim tekisligiga o‘tgan bo‘ladi (3.18-rasmdagi 2 nuqta).

O‘zgaruvchi parametr $k$ haqiqiy son bo‘lgani uchun hosil bo‘lgan turg‘unlik sohasidan turg‘unlik kesmasi ajratib olinadi. Ya’ni haqiqiy o‘qdagi turg‘unlik sohasida yotgan AB kesma ajratib olinadi. Demak, AB kesmaga to‘g‘ri keladigan $v$ parametrning har qaysi qiymatida tizim turg‘un bo‘ladi.

## 3.11. Kechikishli va irratsional zvenoli tizimlarning turg‘unligi

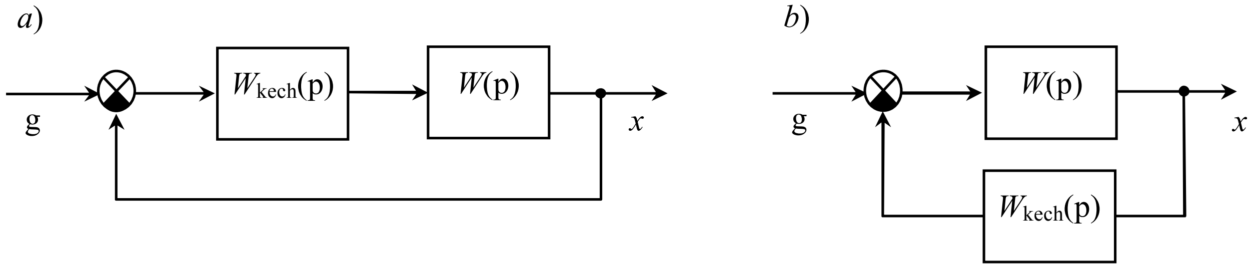
Avtomatik boshqarish tizimlari kirish kattaligi $u(t)$ va chiqish kattaligi $y(t)$ larining o‘rtasidagi bog‘liqlik quyidagi ko‘rinishga ega bo‘lgan zvenolardan tuzilishi mumkin [20,26]:

$$y(t) = u(t - \tau), \qquad (3.36)$$

bu yerda, $\tau$ – doimiy kattalik (miqdor) bo‘lib, *kechikish vaqti* deyiladi. Bunday zvenolar kechikuvchi zvenolar deb ataladi va ular kirish kattaligining o‘zgarishini yo‘qotishlarsiz (buzilishlarsiz), lekin bir qancha $\tau$ kechikish vaqti bilan amalga oshiradi.

Kechikuvchi zvenolarning uzatish funksiyasi

$$W_{kech}(p) = e^{-p\tau}. \tag{3.37}$$




3.19-rasm.

Sof kechikish zvenolarni ko‘pincha materiallar bir nuqtadan boshqasiga tasmali transporterlar orqali ko‘chiruvchi texnologik jarayonlarda; magnitli zaxira tizimlarida va boshqa tizimlarda uchratish mumkin.

Tarkibida hech bo‘lmaganda bitta kechikuvchi zveno bo‘lgan avtomatik boshqaruv tizimlari *kechikuvchi tizimlar* deyiladi. Kechikishli tizimlardagi jarayonlar differensial-ayirma tenglamalar yordamida tavsiflanadi.

Bitta kechikuvchi zvenodan tashkil topgan bir konturli avtomatik boshqaruv tizimining strukturaviy sxemasi, agar kechikuvchi zveno to‘g‘ri zanjirda bo‘lsa, 3.19,*a*-rasmdagidek keltiriladi, agar kechikuvchi zveno teskari zanjirda bo‘lsa, 3.19,*b*-rasmdagidek keltiriladi.

Kechikishli boshqarish tizimining uzatish funksiyasi quyidagiga teng:

$$W_{\tau}(p) = W_{kech}(p)W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}e^{-s\tau}, \tag{3.38}$$

bu yerda $W(p) = \dfrac{R(p)}{Q(p)}$ – kechikishi hisobga olinmagan ochiq tizimning o‘zida $p$ operatorning ratsional-kasrli funksiyasini namoyon etuvchi uzatish funksiyasi.

Agar kechikuvchi zveno to‘g‘ri zanjirda bo‘lsa, unda berk tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$W_{gx}(p)=\frac{W_\tau(p)}{1+W_\tau(p)}=\frac{R(p)e^{-p\tau}}{Q(p)+R(p)e^{-p\tau}}=\frac{R_\tau(p)}{D_\tau(p)}. \qquad (3.39)$$

Agar ushbu kechikuvchi zveno teskari aloqa zanjirida bo‘lsa, unda yopiq tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$W_{gx}(p)=\frac{W(p)}{1+W_\tau(p)}=\frac{R(p)}{Q(p)+R(p)e^{-p\tau}}=\frac{R(p)}{D_\tau(p)}. \qquad (3.40)$$

(3.39) va (3.40) lardan ko‘rinib turibdiki, kechikuvchi zvenoning ulanish joyiga bog‘liq bo‘lmagan holda kechikishli tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$D_\tau(p)=Q(p)+R(p)e^{-p\tau}=0. \qquad (3.41)$$

Bu xarakteristik tenglama tarkibida $e^{-p\tau}$ borligi uchun u polinom hisoblanmaydi va *p* operatorning transsendent funksiyasi deyiladi hamda odatdagi algebraik tenglamalardan farq qilgan holda cheksiz ildizlar to‘plamiga ega bo‘ladi [14,20].

Doimiy kechikishli chiziqli tizim turg‘un bo‘lishi uchun (3.41) tenglamaning barcha ildizlari chap ildizlar bo‘lishi zaruriy va etarlidir. (3.41) tenglamaning ildizlarini topish mushkul, shuning uchun kechikishli tizimning turg‘unligini tadqiq qilishda turg‘unlik mezonlaridan foydalaniladi.

Kechikishli berk tizimning turg‘unligi haqidagi xulosa kechikishli ochiq tizim AFX si $W_\tau(j\omega)$ ni (-1; *j*0) nuqtaga nisbatan tadqiq qilinishiga asoslanib amalga oshiriladi. Kechikishli tizimlar uchun Naykvist turg‘unlik mezonining ifodalanishi ratsional-kasrli uzatish funksiyasiga ega oddiy tizimlar uchun ifodalanishiga o‘xshashdir.

Kechikishli ochiq tizimning chastotali uzatish funksiyasi $W_\tau(j\omega)$ ni (3.38) tenglamadan $p\to j\omega$ bilan almashtirib hosil qilinadi:

$$W_\tau(j\omega)=W(j\omega)e^{-j\omega\tau}=A(\omega)e^{-j\varphi(\omega)}e^{-j\omega\tau}=A(\omega)e^{-j\varphi_\tau(\omega)}, \qquad (3.42)$$

bu yerda $W(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega)$ – kechikish hisobga olinmagan ochiq tizimning AFX si; $A(\omega)=|W(j\omega)|=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}$ – AChX; $\varphi(\omega)=arctg\dfrac{V(\omega)}{U(\omega)}$ – FChX;

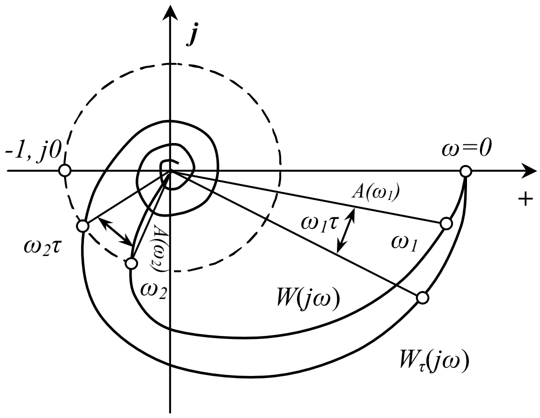
$$\varphi_\tau(\omega) = \varphi(\omega) - \omega\tau \tag{3.43}$$

kechikishli ochiq tizimning FChX si.

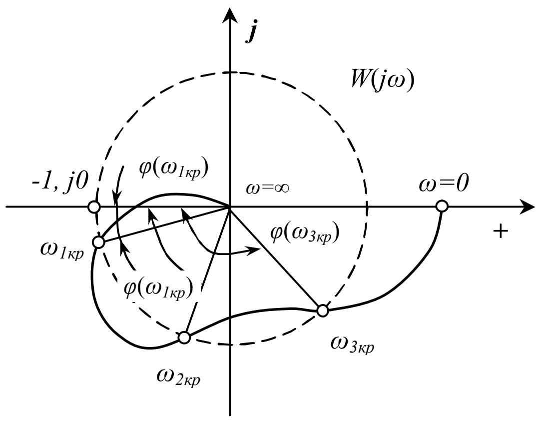
(3.42) va (3.43) lardan ko‘rinib turibdiki, kechikuvchi zvenoning mavjudligi ochiq tizimning AFX si moduli $A(\omega)$ ni o‘zgartirmaydi, faqatgina chastota proporsional ravishda proporsional koeffitsiyenti kechikish vaqti $\tau$ hisoblanuvchi manfiy $\omega\tau$ fazoviy siljish hosil qiladi [20,23].

Kechikishi bo‘lmagan ochiq tizimning AFX si $W(j\omega)$ ni bilgan holda kechikishli berk tizimning AFX si $W_\tau(j\omega)$ ni oson qurish mumkin. Buning uchun $W(j\omega)$ AFX ning modul vektori $A(\omega)$ ni soat strelkasi yo‘nalishi bo‘yicha $\omega_i\tau$ burchakka burish kerak. Ω chastotani oshishi bilan $\omega\tau$ burchak tez oshib boradi, $A(\omega)$ esa odatda kamayadi, shuning uchun ham kechikishli berk tizimlarning AFX si $W_\tau(j\omega)$ koordinata boshini o‘rab oluvchi spiral ko‘rinishiga ega bo‘ladi (3.20-rasm). AFXning «o‘rab olish» da $\omega\tau$ fazaviy siljishning borligi, umuman aytganda, turg‘unlikni yomonlashtiradi, chunki AFX kritik nuqta (-1; $j$0) ga yaqinlashib keladi. Biroq ba’zida $W(j\omega)$ AFX ning murakkab formasiga kechikish doimiysini kiritish turg‘unlik shartlarini yaxshilashi mumkin.

Kechikish vaqti $\tau$ ni keng chegaralarda o‘zgartirib, uning shunday qiymatini topish mumkinki, bunda berk tizim turg‘unlik chegarasiga tushib qoladi. Bunday hollarda $W_\tau(j\omega)$ xarakteristika (-1; $j$0) nuqta orqali o‘tadi.




*3.20-rasm.*




*3.21-rasm.*

Kechikish vaqti $\tau_{кр}$ va unga mos keluvchi chastota qiymati $\omega_{кр}$ kritik deb ataladi.

Agar $W(j\omega)$ gadografning birlik radiusli aylana bilan bir nechta nuqtalarda kesishishga ega bo‘lsa, masalan, $\omega_{1кр}$, $\omega_{2кр}$ va $\omega_{3кр}$ (3.21-rasm) larda, unda tizim bir qancha kritik chastotaviy kechikish vaqtlariga ega bo‘ladi:

$$\tau_{1кр} = \varphi(\omega_{1кр})/\omega_{1кр}\,;\ \tau_{2кр} = \varphi(\omega_{2кр})/\omega_{2кр}\,;\ \tau_{3кр} = \varphi(\omega_{3кр})/\omega_{3кр}\,,$$

chunki minimal kechikish vaqti $\tau_{кр\min} = \tau_{1кр}$. Tizim $\tau < \tau_{1кр}$ da, shuningdek, $\tau_{2кр} < \tau < \tau_{3кр}$ da turg‘un bo‘ladi. Tizim $\tau_{1кр} < \tau < \tau_{2кр}$ da, shuningdek, $\tau < \tau_{3кр}$ larda noturg‘un bo‘ladi.

Tizimning noturg‘unlik va turg‘unlik uchastkalari $\tau$ ning uzluksiz o‘zgarishida (shuningdek, tizimning boshqa parametrlarida ham) almashish holati doimiy kechikishli ko‘pgina tizimlarning xarakterli xususiyati hisoblanadi. Odatda, tezkorlik va aniqlikni oshirish maqsadida tizimlarning kechikish vaqti τ ni kechiktirishga intiladi, shuning uchun ham turg‘unlik mezonlari faqatgina minimal kechikish vaqtlari uchun ifodalanadi.

Agar kechikish vaqti τ minimal kritik kechikish vaqti $\tau_{кр\min}$ dan kichik bo‘lsa, avtomatik boshqaruv tizimi turg‘un bo‘ladi:

$$\tau < \tau_{кр\min}\,.$$

## Nazorat va muhokama savollari

1. ABTning turg‘unligi deganda nimani tushunasiz?
2. Chiziqli ABTning turg‘unligini yetarli va zaruriy shartlarini tushuntiring.
3. Chiziqli ABTning turg‘unligi to‘g‘risidagi Lyapunov teoremasini ayting?
4. Turg‘unlik mezonlari deb nimaga aytiladi?
5. Turg‘unlikning algebraik mezonlariga qanday mezonlar kiradi?
6. Tug‘unlikning Raus va Gurvis mezonlarini afzalliklari va kamchiliklari to‘g‘risida aytib bering.
7. Gurvis aniqlovchisi (detirminanti) qanday qoidalarga asosan aniqlanadi?
8. Gurvis mezonining ta’rifini aytib bering.

9. Lenar-Shipar turg‘unlik mezoni qachon va kim tomonidan taklif qilingan?

10. Turg‘unlikning chastotaviy mezonini imkoniyatlari va qo‘llanilishi to‘g‘risida nimalar deya olasiz?

11. Argumentlar prinsipini tushuntirib bering.

12. Mixaylov gadografi qanday tartibda quriladi.

13. Mixaylov mezonining ta’rifini aytib bering.

14. Naykvist mezonining qanday imkoniyatlari mavjud?

15. Ochiq tizim turg‘un bo‘lgan holatda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun Naykvist mezoniga asosan qanday shart bajarilishi kerak?

16. Ochiq tizim noturg‘un bo‘lgan holatda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun Naykvist mezoniga asosan qanday shart bajarilishi kerak?

17. Ya.Z.Sipkin taklif etgan «o‘tish qoidasi»ni tushuntirib bering.

18. Astatik tizim uchun Naykvist mezoni qanday qo‘llaniladi?

19. Turg‘unlikning logarifmik mezonini tushuntirib bering.

20. D-bo‘linishi deb nimaga aytiladi?

21. Kechikuvchi tizimlar deb nimaga aytiladi? Kechikishli va irratsional zvenoli tizimlarning turg‘unligi to‘g‘risida tushuncha bering.

# IV BOB. AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING SIFAT KO‘RSATKICHLARINI TADQIQ QILISH

## 4.1. Umumiy tushunchalar

Avtomatik boshqarish tizimlarining sifat ko‘rsatkichlari boshqarish obyektining o‘zi qanday bo‘lsa, shunday boshqaruvchi qurilmani, ya’ni butun boshqarish tizimining xususiyatlari orqali aniqlanadi. Sonli o‘lchagichlarga ega bo‘lgan va tashkil etuvchilar xossalarining ushbu majmui boshqarish tizimlarining *sifat ko‘rsatkichlari* deyiladi.

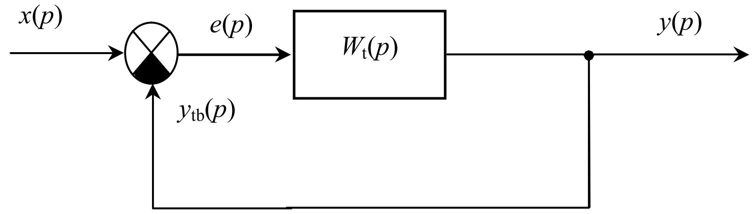
Avtomatik tizimlarning sifati istalgan texnologik qurilma qanday bo‘lsa, shunday umumiy qabul qiligan, butun tizim, uning o‘lchamlari, ishonchliligi, chidamliligi va boshqa ko‘rsatkichlari orqali baholanadi. Ushbu umumtexnikaviy ko‘rsatkichlar yig‘indisi keng ma’noda boshqarish tizimi sifatini tavsiflaydi [2,8,20].

ABN va avtomatlashtirish amaliyotida «tizimning sifati», «boshqarish sifati» terminlari qoida bo‘yicha tor ma’noda faqat tizimlarning statik va dinamik xossalarida ko‘rib chiqiladi. Bu xossalar o‘rnatilgan va o‘tish rejimlarda berilgan darajada boshqariluvchi kattaliklar (obyektning chiqish kattaliklari) ni ushlab turish aniqligini qayta aniqlash, ya’ni boshqarish jarayonini samaradorligini ta’minlash imkonini beradi.

Faqat statik va dinamik xossalarni qamrab olgan ABT sifatining tor ma’nodagi bunday tushunchasi uchun «boshqarish sifati» termini qo‘llaniladi. Miqdoriy shaklda ifodalangan tizimning o‘zini xossasi esa *boshqarishning sifat ko‘rsatkichlari* deyiladi.

O‘tkinchi jarayonning aniqligini va rostlash bir tekisligini xarakterlovchi sifat ko‘rsatkichlarga o‘tkinchi jarayon tezkorligi (o‘tkinchi jarayon vaqti), tebranishlar soni (o‘tkinchi jarayonning tebranishlar soni) hamda o‘tarostlash kiradi.

O‘zgarmas koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglama bilan ifodalangan tizim berilgan bo‘lsin.




*4.1-rasm.*

Kirish kattaligi $x(t)$ o‘zgarganda tizimning chiqishidagi $y(t)$ kattalikni o‘zgarishini quyidagicha ifodalash mumkin

$$y(t) = y_e(t) + y_m(t), \tag{4.1}$$

bunda, $y(t)$ – tizimni ifoda etuvchi tenglamaning umumiy yechimi; $y_e(t)$ – shu yechimning erkin tashkil etuvchisi.

Agar $y_e(t)$ karra ildizga ega bo‘lmasa, unda

$$y_e(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t},$$

bunda, $C_i$ – tizimning parametrlari va boshlang‘ich shartlarga bog‘liq bo‘lgan o‘zgarmas son; $p_i$ – berk tizimning xarakteristik tenglamasi, $A(p) = 0$ ildizlaridir.

$y_m(t)$ - kirish signali $x(t)$ning o‘zgarishiga bog‘liq bo‘lgan o‘tkinchi jarayonni qaror rejimini ifodalovchi majburiy tashkil etuvchidir.

(4.1) tenglamadan ko‘rinib turibdiki, o‘tkinchi jarayonning sifatini uning $y_e(t)$ va $y_m(t)$ tashkil etuvchilari yordamida aniqlash mumkin ekan. Shu nuqtayi nazardan qaraganda rostlash jarayonining sifatini aniqlash yoki baholash ikki guruhga bo‘linadi:

Birinchi guruh – erkin tashkil etuvchi $y_e(t)$ hisoblanib, o‘tkinchi jarayonni ifodalovchi sifat ko‘rsatkichi.

Ikkinchi guruh – tizimning aniqligini belgilovchi o‘tkinchi jarayonning majburiy tashkil etuvchisini $y_m(t)$ xarakterlovchi sifat ko‘rsatkichlari.

Boshqarish sifatini tahlili uchun baholashning bevosita va bilvosita usullaridan foydalanish mumkin.

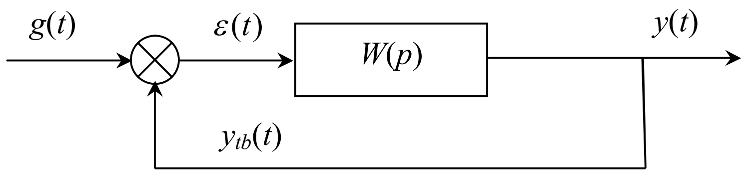
O‘tkinchi jarayon egri chizig‘i bo‘yicha aniqlangan sifat ko‘rsatkich-larini tizimning sifatini *bevosita baholash usuli* deyiladi.

O‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini tajriba hamda nazariy yo‘l bilan olish mumkin. Ayrim hollarda yuqori tartibli tizimlar uchun o‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlash ancha qiyinchilik tug‘diradi. Bunday hollarda o‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlamasdan turib shu jarayonning sifatini baholashga to‘g‘ri keladi. O‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlamasdan turib, shu jarayonning sifatini baholashga imkon beruvchi usul sifat ko‘rsatkichlarini baholashning *bilvosita usuli* deyiladi [8,23]. Sifat ko‘rsatkichning bilvosita usullariga quyidagilar kiradi: so‘nish usuli; integral usuli; chastotaviy usul.

Sifat ko‘rsatkichining o‘ziga xos turkumiga *integral baholash* kiradi. Ushbu baholashda bevosita tizimning o‘tish funksiyasi bo‘yicha yoki tizimning uzatish funksiyasi koeffitsiyentlari bo‘yicha hisoblanadi.

## 4.2. Barqaror rejimda rostlash sifatini baholash

Quyidagi blok-sxemani ko‘rib chiqamiz (4.2-rasm):




*4.2-rasm.*

Bu yerda xatolik bo‘yicha uzatish funksiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$\varepsilon(t) = g(t) - y_{tb}(t),$$
$$y_{tb}(t) = W(p)\cdot\varepsilon(t),$$
$$\varepsilon(t) = g(t) - y_{tb}(t) = g(t) - W(p)\varepsilon(t),$$
$$\varepsilon(t)\left[(1 + W(p))\right] = g(t).$$

Tasvirga o‘tamiz

$$\varepsilon(p)\left[1 + W(p)\right] = g(p),$$

$$W_{xato}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{g(p)} = \frac{1}{1 + W(p)},$$

bu yerda, $W_{xato}(p)$ – xatolik bo‘yicha uzatish funksiyasi.

Agar $g(t), 0 \le t \le \infty$ oraliqda differensiallovchi bo‘lsa, tizimning xatoligi $\varepsilon(t)$ ni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\varepsilon(t) = C_0 g(t) + C_1 g'(t) + \frac{C_2}{2!} g''(t) + \ldots + \frac{C_m}{m!} g^{(m)}(t). \tag{4.2}$$

Bu yerda $C_0$, $C_1$, $C_2$, …, $C_m$ – *xatolik koeffitsiyentlari* deb ataladi. Xatolik koeffitsiyenti xatolik bo‘yicha uzatish funksiyasi asosida quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$C_0 = \lim_{p \to 0} W_{xato}(p);$$

$$C_1 = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p}\left[W_{xato}(p) - C_0\right];$$

$$C_2 = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p^2}\left[W_{xato}(p) - C_0 - C_1 p\right];$$

...

$$C_n = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p^n}\left[W_{xato}(p) - C_0 - C_1 p - \ldots - C_{n-1} p^{n-1}\right].$$

Bu yerda $C_0$ – statik xatolik koeffitsiyenti, $C_1$ – tezlik bo‘yicha xatolik koeffitsiyenti, $C_2$ – tezlanish bo‘yicha xatolik koeffitsiyenti deyiladi.

Agar kirish signali $g(t)=1(t)$ bo‘lsa, $C_0 = \lim_{p \to 0} W_{xato}(p), C_1 = C_2 = \ldots = C_n = 0$ bo‘ladi.

Agar kirish signali $g(t)=t$ bo‘lsa,

$C_0 = \lim_{p \to 0} W_{xato}(p), C_1 = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p}\left[W_{xato}(p) - C_0\right], \quad C_2 = \ldots = C_n = 0$ va hokazo bo‘ladi.

Statik tizimlarda $C_0$ koeffitsiyenti noldan farqli.

1 – tartibli astatizmli tizimlarda $C_0 = 0;\ C_1 \neq 0$.

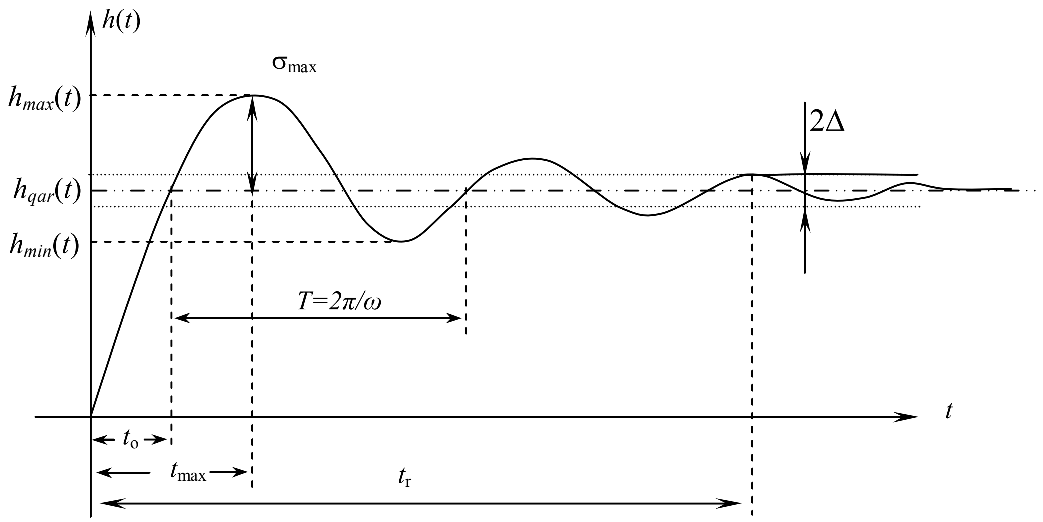
2 – tartibli astatizmli tizimlarda $C_0 = 0;\ C_1 = 0;\ C_2 \neq 0$.

Integral zvenolarning soni oshishi bilan tizimning aniqligi oshadi, lekin bu holda tizimning turg‘unligi jiddiy ravishda kamayadi.

Nisbatan sekin o‘zgaruvchi ta’sirlarda odatda xatoliklar koeffitsiyenti usuli qo‘llaniladi.

## 4.3. Pog‘anali signal ta’siri orqali o‘tish jarayonning sifat ko‘rsatkichlari

Tizimning pog‘onali signaldan olgan reaksiyasiga o‘tkinchi funksiya deyiladi. Tizimning o‘tkinchi xarakteristikasi bo‘yicha quyidagi sifat ko‘rsatkichlarini aniqlash mumkin (4.3-rasm):




*4.3-rasm.* ***O‘tkinchi xarakteristika.***

1) Rostlanish vaqti yoki o‘tkinchi jarayon vaqti – $t_r$. Bu rostlanuvchi qiymat o‘zining qaror qiymatiga ma’lum $\Delta$ darajada aniq bo‘lishi kerak, ya’ni

$$\left| h_{\max} - h_{qar} \right| \leq \Delta,$$

bu yerda $\Delta -$ tizim tezkorligini ifodalovchi qiymat (odatda $\Delta = (2 \div 5)\% h_{qar}$ bo‘ladi).

2) O‘ta rostlash (yoki maksimal rostlash) – $\sigma, \%$

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{qar}}{h_{qar}} \cdot 100\%.$$

O‘tkinchi xarakteristikani qaror qiymatdan qanchaga o‘zgarganligini (og‘ganligini) bildiradi.

3) Tebranishlar soni – $\mu$. $h(t)$ xarakteristikani tebranishlar soni odatda $\mu \leq (1 \div 2)$ gacha, ayrim hollarda $\mu \leq (3 \div 4)$ gacha bo‘lishi mumkin.

4) Oshish vaqti – $t_o$, bu $h(t)$ xarakteristikani $h_{qar}$ qiymatining birinchi uchrashgan nuqtasidir.

5) Maksimal vaqt – $t_{\max}$. $h(t)$ xarakteristikaning maksimal qiymatga erishishga ketgan vaqt.

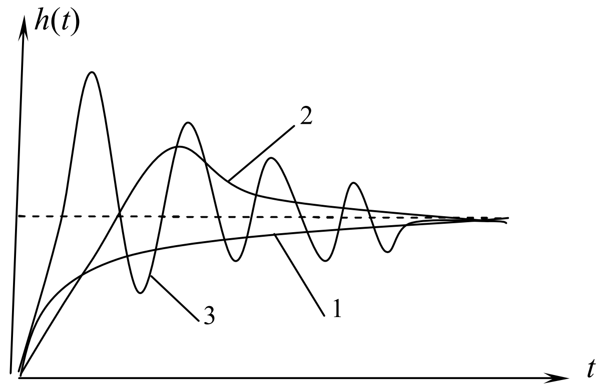
6) Tebranish chastotasi (davri) – $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ yoki $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

7) So‘nish dekrementi – $\chi$, buning fizik ma’nosi o‘tkinchi xarakteristikaning so‘nish tezligini bildiradi

$$\chi = \left| \frac{h_{\max} - h_{qar}}{h_{mix} - h_{qar}} \right| \cdot 100\% .$$

Pog‘onali signalda tizim uchta ko‘rinishda bo‘lishi mumkin:

1) monoton jarayon;
2) aperiodik jarayon;
3) tebranuvchi jarayon.




*4.4-rasm.*

O‘tkinchi xarakteristika $h(t)$ni nazariy tomondan topadigan bo‘lsak, $h(t) = L^{-1}\left\{ W(p)\dfrac{1}{p} \right\}$ ifoda orqali amalga oshiramiz. O‘tish funksiyasini bevosita qurish uchun ABT uzatish funksiyasining qutblarini bilish zarur. ABT uzatish funksiyasining tartibi yuqori bo‘lganda uning qutblarini aniqlash ancha qiyin. ABT sifatini baholovchi bilvosita usullarga chastota usullari (sifat to‘g‘risida chastota xarateristikalari bo‘yicha hukm chiqarish) va muhandislik amaliyotida kamdan-kam qo‘llanuvchi ildiz usullari (sifat to‘g‘risida ABT uzatish funksiyasi qutblari) taalluqlidir.

## 4.4. Rostlash sifatini baholashning ildiz usullari

Bu usul xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga va o‘tish jarayonining sifati bilan ko‘rsatilgan chegaralar orasidagi bog‘liqlikni aniqlashga asoslangan.

Bu usul o‘tish jarayonining tebranuvchanligini va rostlash vaqtini yetarli darajada tez aniqlashga imkon beradi [14,20,26].

Quyidagi tenglamani ko‘rib chiqamiz:

$$C_0 p^n + C_1 p^{n-1} + \ldots + C_n = 0.$$

Agar o‘zgaruvchi $x$ rostlanuvchi kattalik bo‘lsa, quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

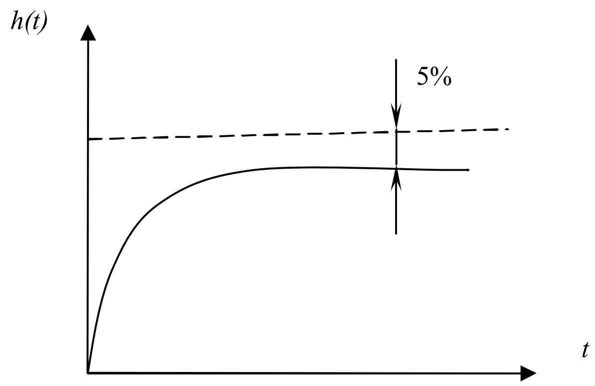
$$x(t)=\sum_{i=1}^{n} A_i e^{p_i t},$$

bu yerda, $p_i$ – $\varepsilon(t) = C_0 g(t) + C_1 g'(t) + \frac{C_2}{2!} g''(t) + \ldots + \frac{C_m}{m!} g^{(m)}(t)$ – xarakteristik tenglamani ifodalaydi, $i$=1,2,3,…$n$ – ildizlar.

Rostlash vaqti $t_r$ ichida o‘zgaruvchi $x/t_r=1/m$ bo‘lganda o‘zining boshlang‘ich qiymatiga tenglik shartini yozish talab qilinadi.

Bu yerda $m$ birorta butun musbat son, $m$ – ko‘pincha 20 ga teng qilib olinadi, shunda $1/m=1/20=5\%$ bo‘ladi.

Bu holda xarakteristik tenglama turg‘unlik shartlarinigina qanoatlantirib qolmaydi.




*4.5-rasm.* ***Tizimning o‘tish grafigi.***

Bu tenglamaning ildizlari mavhum o‘qdan $\alpha$ - kattaligidan kichik masofada bo‘lmasligi kerak.

$\alpha$ - kattaligi $t_r$ va $1/m$ lar bilan quyidagicha bog‘langan:

$$1/m = e^{-\alpha t_r}.$$

Bu ifodani logarifmlaymiz – $\ln m=-\alpha\, t_r$, $\alpha = \dfrac{\ln m}{t_r}$.

Shunday qilib, mavhum o‘q bilan unga yaqin joylashgan ildizlar orasidagi masofa $\dfrac{\ln m}{t_r}$ rostlash vaqtidan katta bo‘lmasligi zarur.

Tekshirish uchun yangi o‘zgaruvchi kiritamiz: $z=p+\dfrac{\ln m}{t_r}$ va quyidagi shart bajarilishini ko‘rib chiqamiz: $1/m = e^{-\alpha t}$.

Yangi o‘zgaruvchi $z$ – uchun mavhum o‘q $P$ – tekisligida $\ln m/t_r$ kattalikda chapga surilgan bo‘ladi, u holda xarakteristik tenglama quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$C_0\left(z - \frac{\ln m}{t_r}\right)^n + C_1\left(z - \frac{\ln m}{t_r}\right)^{n-1} + \ldots + C_n = 0. \tag{4.3}$$

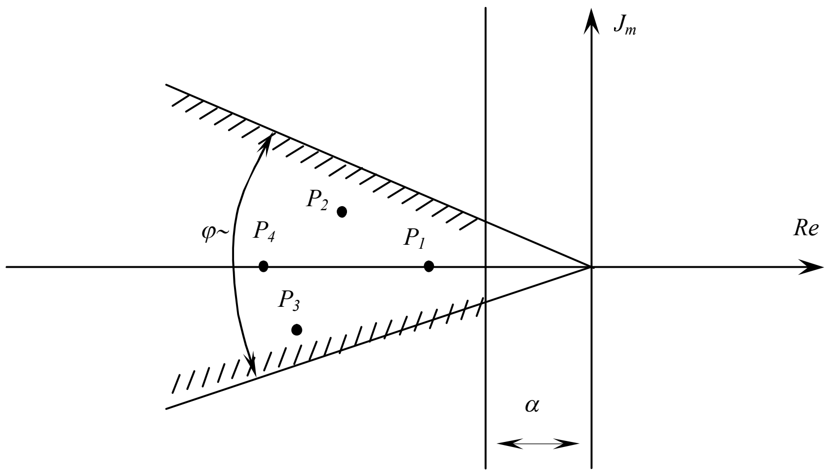
Oxirgi tenglamadagi har bir ayirmaning darajasi darajali qatorga yoyilishi mumkin:

$$\begin{gathered}\left(z-\frac{\ln m}{t_r}\right)=z^n-nz^{n-1}\frac{\ln m}{t_r}+\frac{n(n-1)}{2!}z^{n-2}\left(\frac{\ln m}{t_r}\right)^2-\\ -\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}z^{n-3}\left(\frac{\ln m}{t_r}\right)^3+\ldots+(-1)^n\left(\frac{\ln m}{t_r}\right)^n.\end{gathered} \tag{4.4}$$

Agar (4.3) – tenglama uchun (4.4) – qatorga yoyish shartini hisobga olgan holda turg‘unlik sharti bajarilsa, tizimning rostlash vaqti $t_r$ dan katta bo‘lmaydi.

Bu usulning geometrik shakli 4.6-rasmda keltirilgan.

$\cos\varphi$ kattaligi tizimning so‘nish koeffitsiyenti deyiladi. Bu kattalik qancha kichik bo‘lsa, tizim shunchalik tebranishlarga moyil bo‘ladi. $\alpha$ kattaligi esa turg‘unlik darajasini aniqlaydi.




*4.6-rasm.*

## 4.5. O‘tish jarayoni sifatining integral baholari

Bu usul asosida ideal tizimga nisbatan real tizimlarda o‘tayotgan o‘tish jarayonining chetlanishini tavsiflovchi integral ko‘rsatkichlar yotadi.

Ideallashtirilgan o‘tish jarayoni sifatida pog‘onali yoki eksponensial o‘tish jarayonlari olinadi.

Integral ko‘rsatkichlar yoki integral baholash rostlanayotgan kattaliklarning berilgan qiymatidan olingan xususiy integralni aniqlaydi [11,20,23].

Quyidagi 3 ta integral baholash ko‘p qo‘llaniladi:

$$J_1 = \int_0^\infty x dt, \qquad J_2 = \int_0^\infty x^2 dt, \qquad J_3 = \int_0^\infty \left[x^2 + \tau^2 (x^1)^2\right] dt,$$

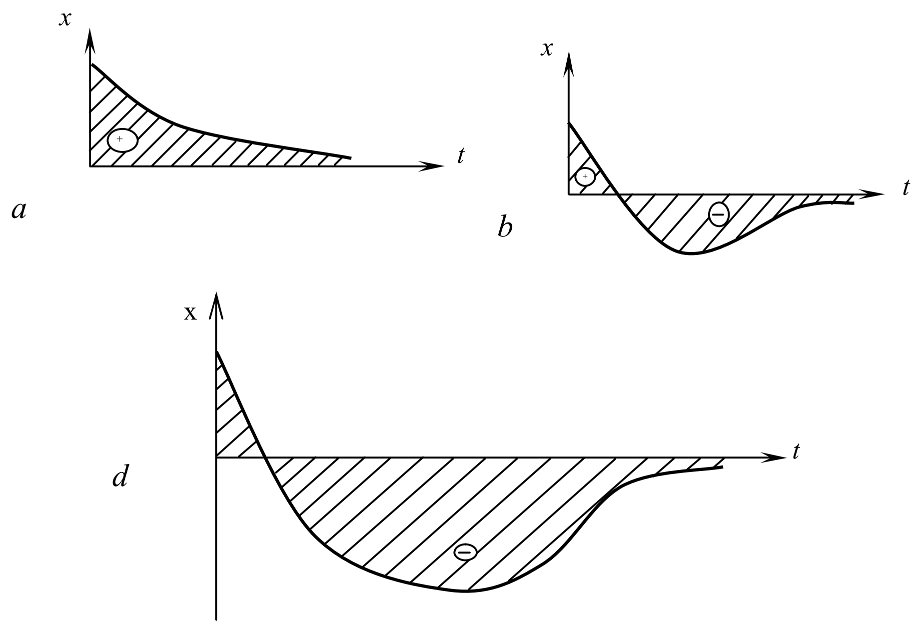
bu yerda $x=x(t)$ – rostlanayotgan kattalikning berilgan qiymatdan chetlanish funksiyasi; τ – vaqt o‘lchoviga ega bo‘lgan kattalik.

Quyida keltirilgan integral baholashni tahlil qilamiz:

O‘tish jarayoni monoton xarakterga ega bo‘lganda, $J_1$ baholash qo‘llaniladi (4.7*a*-rasm). $J_1$ – qanchalik kichik bo‘lsa, jarayon shuncha yaxshi bo‘ladi.

$J_1$ baholash tebranma o‘tish jarayonlari uchun qo‘llanilsa, noto‘g‘ri natija beradi (4.7*b*-rasm).

Tebranma o‘tish jarayonlarining sifatini baholash uchun $J_2$ baholash-dan foydalanish kerak (4.7*d*-rasm).




*4.7-rasm.*

$J_2$ ni qo‘llashda juda ham ehtiyot bo‘lish kerak, chunki aniq doimiy vaqtli o‘tish jarayonlariga nisbatan kuchli tebranma o‘tish jarayonlari hollari bo‘lishi mumkin, u holda sifatni $J_2$ orqali ifodalash mumkin.

$J_2$ o‘tish jarayonining ravonligini aks ettirmaydi, shuning uchun $J_2$ baholashda o‘tish jarayonining ravon o‘tishini hisobga oluvchi ba’zi bir parametrlarni qo‘shish zarurati tug‘iladi. $J_3$ baholash o‘tish jarayonining ravon o‘tishini hisobga oladi.

$J_3$ baholashga muvofiq ideallashtirilgan o‘tish jarayoni qilib pog‘onali funksiya emas, balki eksponensial funksiya olinadi.

## 4.6. Rostlash sifatini baholashning chastota usullari

Avtomatik tizimlarning sifatini tahlil qilishda bu usul keng qo‘l-laniladi.

Bizga o‘ng va nol qutblari bo‘lmagan tizimning uzatish funksiyasi *W(p)* berilgan bo‘lsin. Bu tizimning vazn funksiyasini aniqlash uchun Furening teskari almashtirishidan foydalanish mumkin

$$\omega(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}W(j\omega)e^{j\omega\tau}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}W(j\omega)(\cos\omega t+\sin\omega t)d\omega\cdot \qquad (4.5)$$

(4.5)– tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\omega(t)=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\,W(j\omega)\cos\omega t d\omega-\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}J_{m}W(j\omega)\sin\omega t d\omega, \qquad (4.6)$$

$t$<0 bo‘lganda, vazn funksiyasi nolga teng bo‘lishini va $\sin\omega t$ toq funksiya ekanligini hisobga olib, (4.6) tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\omega(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \operatorname{Re}W(j\omega)\cos\omega t d\omega + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty J_m \sin\omega t d\omega = 0. \tag{4.7}$$

(4.5) – tenglamadan

$$\operatorname{Re}W(j\omega)\cos\omega t = -J_m W(j\omega)\sin\omega t. \tag{4.8}$$

(4.5) va (4.8) – tenglamalar asosida quyidagini yozishimiz mumkin:

$$\left.\begin{aligned} \omega(t) &= \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \operatorname{Re}W(j\omega)\cos\omega t d\omega \\ \omega(t) &= -\frac{2}{\pi}\int_0^\infty J_m W(j\omega)\sin\omega t d\omega \end{aligned}\right\}. \tag{4.9}$$

Agar tizimning kirishiga birlik pog‘onali funksiya ta’sir qilayotgan bo‘lsa, o‘tish funksiyasi $h(t)$ ni quyidagicha ifodalash mumkin [23,26]:

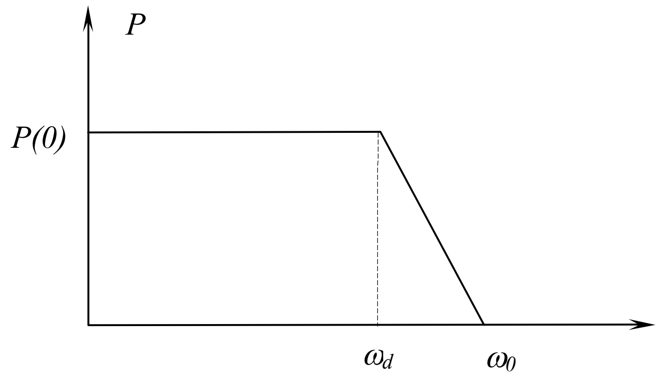
$$h(t) = \int_0^t \omega(t)dt = \int_0^t \left[\frac{2}{\pi}\int_0^t \operatorname{Re}W(j\omega)\cos\omega t d\omega\right]dt = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{P(\omega)\sin\omega t}{\omega}d\omega, \tag{4.10}$$

bu yerda $P(\omega)$ – tutash tizimning haqiqiy chastota tavsifi.

(4.10) – tenglama avtomatik tizimlarning sifat tahlilida asos qilib olinadi. (4.10) – tenglama asosida o‘tish jarayonini qurishning trapetsiya usuli yoki V.V.Solodovnikovning $h$ funksiya usulini ko‘rib chiqamiz.

Bu usulga asosan boshlang‘ich haqiqiy chastota tavsifi tipik trapetsiyalarga bo‘linadi va Solodovnikovning $h$ – funksiya jadvali bo‘yicha har bir trapetsiya uchun o‘tish jarayoni quriladi va tipik o‘tish funksiyalarini algebraik qo‘shish yo‘li bilan izlanayotgan o‘tish jarayoni hosil qilinadi.

Faraz qilamiz, tutash tizimning haqiqiy chastota tavsifi 4.8-rasm kabi berilgan.




*4.8-rasm.*

bu yerda $\omega_0$ – tizimning o‘tkazish yo‘li, $\omega_d$ – tizimning bir tekis o‘tkazish yo‘li.

O‘tish funksiyasi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi.

$$h(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\omega d}\frac{P_0 \sin\omega t}{\omega}d\omega + \frac{2}{\pi}\int_{\omega d}^{\omega_0}\frac{a - b_\omega}{\omega}\sin t d\omega .$$

Oxirgi tenglamada $a$ va $b$ ni quyidagicha aniqlash mumkin:

$$a = P(0)\cdot\frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega_1} = P(0)\frac{1}{1-\lambda}; \quad \lambda = \frac{\omega_d}{\omega_0}$$

$$b = \frac{P(0)}{\omega}\cdot\frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega_1} = \frac{P(0)}{\omega}\cdot\frac{1}{1-\lambda}; \quad 0 \le \lambda \le 1.$$

Qabul qilingan belgilashni hisobga olib, *P(0)=1* uchun oxirgi ifodani integrallaymiz

$$h_\lambda(t) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{1-\lambda}\left[si\tau - \lambda si\tau + \frac{\cos\tau - \cos\tau}{\tau}\right]$$

bu yerda

$$si\tau = \int_0^\infty \frac{\sin\omega t}{\omega}d\omega \quad \text{– integral sinus}$$

$$\tau = \omega_0 \cdot t$$

Oxirgi ifoda birlik trapetsiya uchun o‘tish funksiyasini tasvirlaydi va u vaqtga nisbatan o‘lchamsizdir. Quyidagi tenglamalar orqali o‘lchamli vaqt va modulga o‘tish mumkin:

$$h(t) = h_\lambda(\tau) \cdot P(0); \quad t = \frac{\tau}{\omega_0}.$$

Haqiqiy chastota tavsifining va ularga mos keladigan o‘tish jarayonining asosiy xossalarini ko‘rib chiqamiz:

1) Chiziqli xossasi: agar haqiqiy chastota tavsifini yig‘indi holda ifodalash mumkin bo‘lsa, u holda

$$\left.\begin{array}{r} P(\omega) = \sum\limits_{i=1}^{n} P_i(\omega) \\ h_i(t) = \dfrac{2}{\pi}\int\limits_0^\infty \dfrac{P_i(\omega)}{\omega}\sin\omega t d\omega \end{array}\right\}. \tag{4.11}$$

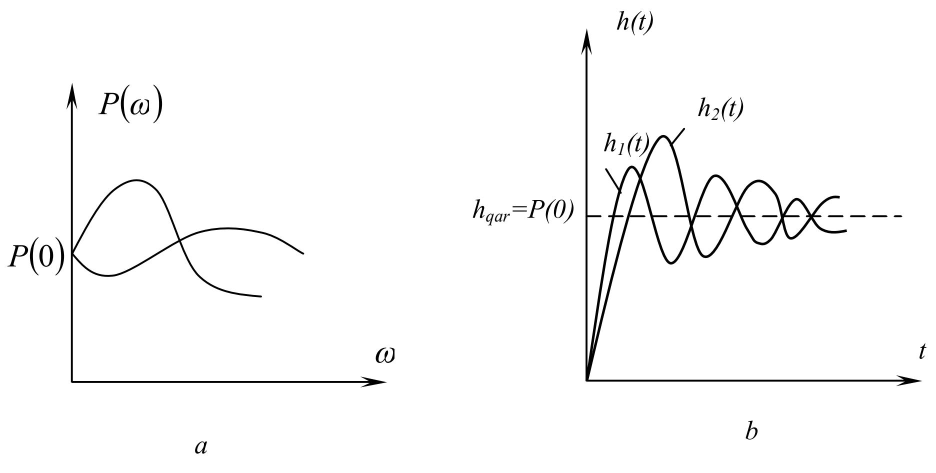
O‘tish jarayonini ham yig‘indi holda ifodalash mumkin:

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} R_i(t). \tag{4.12}$$

2) Ordinata o‘qi bo‘yicha $P(\omega)$ va $h(t)$ masshtabining mos kelishi. Agar $P(\omega)$ ni doimiy ko‘paytuvchi $a$ ga ko‘paytirilsa, $h(t)$ ning mos qiymatlari ham $a$ ko‘paytuvchiga ko‘payadi.

3) $P(\omega)$ va $h(t)$ ning abssissa o‘qi bo‘yicha masshtablarining mos kelishi.

Agar argument $\omega$ chastota tavsifining mos ifodasi doimiy songa ko‘paytirilsa, u holda argument o‘tish jarayoniga mos keladigan ifodada shu songa bo‘linadi (4.9*a,b*-rasm).




*4.9-rasm.*

4) Haqiqiy chastota tavsifining boshlang‘ich qiymati o‘tish tavsifining oxirgi qiymatiga teng:

$$\lim_{\omega\to 0} P(\omega) = \lim_{\omega\to\infty} x(t) = \lim_{\omega\to 0} h(t).$$

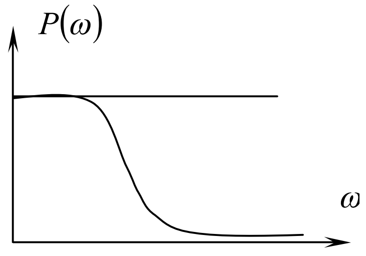
Mavhum chastota tavsifining boshlang‘ich qiymati

$$Q(0)=0.$$

5) Haqiqiy chastota tavsifining oxirgi qiymati o‘tish tavsifi originalining boshlang‘ich qiymatiga teng:

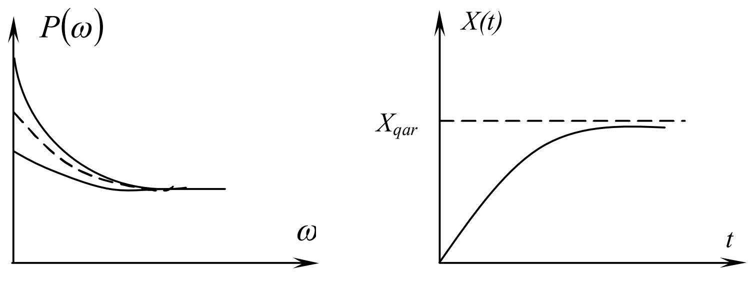
$$\lim_{t\to 0} P(0) = \lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{t\to 0} h(t).$$

6) Tizim o‘tish tavsifining o‘ta rostlanishi 18% dan oshmasligi uchun $(\sigma \le 18\%)$ haqiqiy chastota tavsifi chastotaning musbat o‘sib bormaydigan funksiyasi bo‘lishi kerak, ya’ni $t(\omega)>0$ da $\dfrac{dp(\omega)}{d\omega} \le 0$ bo‘lishi kerak




*4.10-rasm.*

7) O‘tish jarayonining monoton bo‘lish sharti (4.11-rasm)




*4.11-rasm.*

$$P(\omega) > 0 \text{ da } \left|\frac{dP}{d\omega}\right| < 0.$$

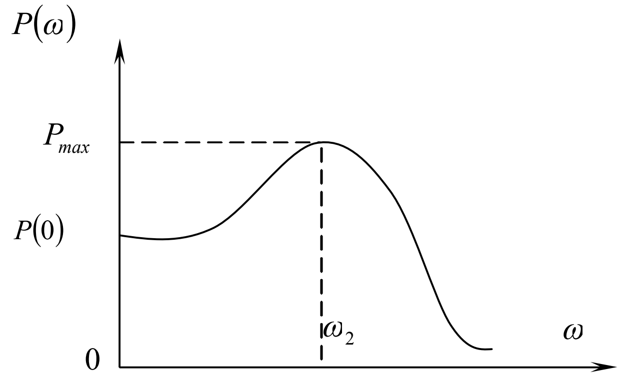
O‘tish jarayoni monoton xarakterga ega bo‘lishi uchun, unga mos keladigan haqiqiy chastota tavsifi musbat va chastotaning funksiyasi bo‘lishi hamda uning hosilasi manfiy va absolyut qiymati kamayib boruvchi bo‘lishi kerak, ya’ni

$$P(\omega) > 0, \qquad \left|\frac{dP(\omega)}{d\omega}\right| < 0.$$

8) O‘tish jarayonining o‘ta rostlanishini eng katta qiymatini haqiqiy chastota tavsifining maksimumi bo‘yicha topish

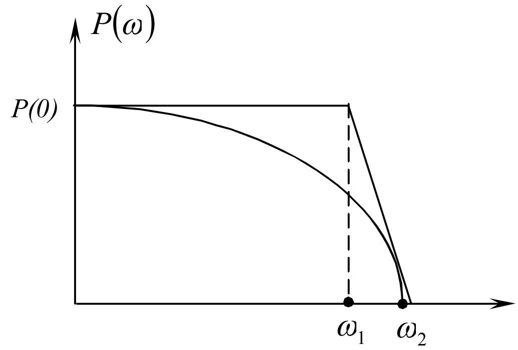
$$\sigma_{\max} = \left[1{,}18P_{\max} - P(0)\right] / P(0),$$

bu yerda $P_{\max} - P(\omega)$ ning maksimal qiymati, $P(0) - P(\omega)$ ning boshlang‘ich qiymati.




*4.12-rasm.*

9) Agar haqiqiy chastota tavsifi trapetsiya ko‘rinishiga yaqin bo‘lsa, uni chastotalar doirasi $\omega_2$ va nishablik koeffitsiyenti $\chi = \dfrac{\omega_1}{\omega_2}$ orqali approksimatsiya qilish mumkin.




*4.13-rasm.*

Bunda $\frac{\pi}{\omega_2} < t_r \frac{4\pi}{\omega_2}$ agar *P(ω)* maksimumga ega bo‘lsa, $\frac{3\pi}{\omega_2} < t_r \frac{8\pi}{\omega_2}$ bo‘ladi.

## Nazorat va muhokama savollari

1. Avtomatik boshqarish tizimlarining sifat ko‘rsatkichlarini bevosta baholash usulini tushuntirib bering.
2. Sifat ko‘rsatkichlarini baholashning bilvosita usulini deb nimaga aytiladi?
3. Barqaror rejimda rostlash sifatini baholashda xatolik bo‘yicha uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?
4. Xatolik bo‘yicha uzatish funksiyasi asosida xatolik koeffitsiyentlari qaysi formula orqali hisoblanadi?
5. Qanday ta’sirlada xatolik koeffitsiyenlari usulini qo‘llash maqsadga muvofiq?
6. O‘tkinchi xarakteristika bo‘yicha tizimning qanday sifat ko‘rsatkichlarini aniqlash mumkin?
7. Rostlash sifatini baholashning ildiz usuli qaysi chegaralar orasidagi bog‘liqlikni aniqlashga asoslangan?
8. Rostlash sifatini baholashning ildiz usulida so‘nish koeffitsiyenti nimaga bog‘liq?
9. O‘tish jarayoni sifatining integral baholash usuli asosida nima yotadi?
10. Eng ko‘p qo‘llaniladigan integral baholash usuli ifodalarini keltiring.
11. Rostlash sifatini baholashning chastota usulida haqiqiy chastota tavsifi va ularga mos keladigan o‘tish jarayonining asosiy xossalarini tushuntirib bering.
12. Rostlash sifatini baholashning chastota usulining afzalligi va qo‘llanilishi to‘g‘risida nimalar deyish mumkin?

# V BOB. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINI SINTEZLASH

## 5.1. Sintezlash masalasining qo‘llanilishi

ABTni sintezlash deganda uning struktura sxemasini va alohida zvenolarning parametrlari qiymatini shunday tanlash tushuniladiki, bunda barqarorlashgan tartibda berilgan aniqlik va o‘tish jarayonlarining maqbul xarakteristikasi ta’minlanadi.

Hozirgi vaqtda sintezlash masalasiga nisbatan ikki xil fikr mavjud. Birinchidan, sintezlash variatsion masala kabi talqin etilib, ABT shunday quriladiki, berilgan ishlash sharoitlarida xatolikning nazariy minimumi ta’minlanadi. Ikkinchidan, sintezlash muhandislik masalasi kabi talqin etilib, ABT shunday quriladiki, unga quyilgan texnik talablar ta’minlanadi. Muhandislik sintezlashda ABT dagi istalgan dinamik sifatlarni ta’minlash maqsadida uning biror o‘zgarmaydigan qismiga qo‘shilishi lozim bo‘lgan korreksiyalovchi vositalarning ko‘rinishi va parametrlar aniqlanadi [8,14,20].

Avtomatik boshqarish tizimini muhandislik sintezlarida, birinchidan, istalgan aniqlikni va ikkinchidan, o‘tish jarayonlarining maqbul xarakterlarini ta’minlashi lozim.

Birinchi masalaning yechilishi ko‘p hollarda tizimning istalgan umumiy kuchaytirish koeffitsiyentini va zarur bo‘lganda tizim aniqligini oshiruvchi korreksiyalovchi vositalar ko‘rinishini aniqlashga keltiriladi. Qiymatlarni parametrlarning katta bo‘lmagan soniga nisbatan o‘rnatilishi zarurligi natijasida yechim nisbatan sodda bo‘ladi. Eng oddiy holda tizmining faqat umumiy kuchaytirish koeffitsiyentini topish zarur.

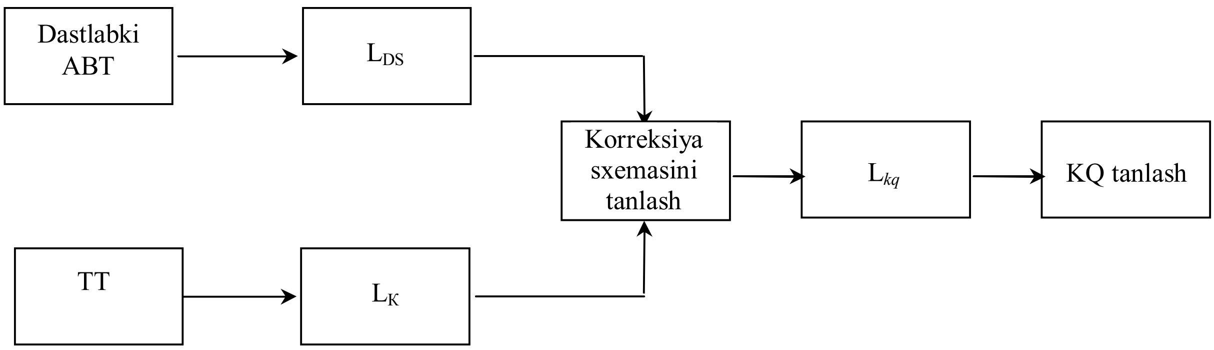
Ikkinchi masalaning yechilishi – o‘tish jarayonlarining maqbul xarakterini ta’minlash – katta sonli parametrlarning variatsiyalanishi va tizimni dempferlash masalasi yechimining ko‘p ma’noligi natijasida deyarli har doim qiyinroq bo‘ladi. Shuning uchun mavjud muhandislik usullari faqat ikkinchi masalani yechish bilan chegaralanadi.

## 5.2. Logarifmik chastota xarakteristikalari usuli yordamida sintezlash

ABTni sintezlashda uning asosiy elementlari (boshqarish obyekti, datchiklar, ijro qurilmalari) berilgan deb hisoblanadi va uni shunday korrelatsiyalash lozimki, tizimning istalgan sifati (berilgan aniqligi, tezkorligi, barqarorligi) ta’minlansin.

Sintezlash masalasining yechimi umuman olganda bir ma’noli, chunki berilgan sifat ko‘rsatkichlarini qanoatlantiruvchi bir ma’noli, ammo turli korreksiyaga ega bo‘lgan ABT larni yaratish mumkin. ABT ni shunday loyihalash lozimki, korreksiyalovchi qurilmalar (KQ) oddiy bo‘lishi, korreksiya esa oddiygina amalga oshirilishi lozim.

Hozirgi vaqtda logarifmik xarakteristikalardan foydalanib korreksiyalash usullari eng ko‘p tarqalgan bo‘lib, minimal-fazaviy tizimlar uchun faqat LAChX ni qo‘llash kifoyadir (5.1-rasm).




*5.1-rasm.* ***ABTni korreksiyalash.***

Texnik topshiriq asosida korreksiyalangan tizim LAChX $L_k(\omega)$ quriladi. Shu bilan birga dastlabki tizim ma’lum xarakteristikalar bo‘yicha $L_D(\omega)$ quriladi. Ikkala LAChX ni taqqoslash asosida hamda keyingi texnik amalga oshirishning soddaligi nuqtayi nazaridan korreksiya sxemasi (ketma-ket, teskari bog‘lanishli, kombinatsiyalashgan) tanlanadi. Undan keyin korreksiyalovchi qurilma LAChXsi $L_{kq}(\omega)$ topiladi va tanlanadi. Turli korreksiya sxemalari va mos KQ larni ko‘rib, ulardan eng yaxshisi tanlanadi.

Texnik topshiriqda tizimga quyidagi shartlar qo‘yiladi [8]:

1) *aniqlik sharti*: a) $y_{0t}$ maksimal amplituda va $\omega_t$ chastotali $y_0$ topshiruvchi garmonik ta’sirning (odatda kuzatuvchi tizimlar uchun)

yoki $y_{0t}$ maksimal tezlik va $y_{0sh}$ tezlanishlarga ega bo'lgan ixtiyoriy ta'sirlarning tizimda ishlanishidagi joiz xatolik,

b) tizimning astatizm tartibi $v$ yoki statik ba'zan kinetik xatolikka yo'l qo'yilmasligi:

2) *tezkorlik shartlari:* sakrama (pog'onali) ta'sirni ishlanishdagi rostlash vaqti $t_s$ yoki tizimning kesilish chastotasi $\omega_к$;

3) *barqarorlik ko'lami sharti:* faza bo'yicha $\Delta\varphi$ va modul bo'yicha $\Delta$L ko'lam, yoki pog'onali ta'sirni ishlashdagi joiz ortiqcha rostlash $h_t$ yoki tebranish koeffitsiyenti $M_m$ (odatda kuzatuvchi tizimlar uchun).

## 5.3. Texnik topshiriq bo'yicha LAChX ni qurish

Amalda barcha sifatli ABT lar chastota xarakteristikalarda namunaviy xususiyatlarga yoki na'munaviy LAChX larga ega. Namunaviy LAChX lar uchun ularning parametrlari va texnik topshiriqlardagi parametrlar orasida bir ma'noli bog'lanishni barqarorlashtiruvchi nomogrammalar hisoblangan. Korreksiya qilingan LAChX qurish past chastotali sohadan boshlanadi [8,23].

1. Past chastotalar sohasida tizimning aniq ishlash shartidan $\omega_m, L_m$ koordinatalari nazorat nuqta *K* ning holati aniqlanadi, bu yerda $\omega_m$– topshiruvchi ta'sirning maksimal chastotasi

$$\mathrm{L}_m = L(\omega_m) = 20\lg\left|W_k(j\omega_m)\right| = 20\lg\frac{y_{0t}}{e_{joiz}}, \qquad (5.1)$$

bu yerda, $L_m$ – shu chastotadagi kuchaytirish koeffitsiyenti (db).

ABT aniqligini garmonik signalning tiklanishi bo'yicha osongina baholash mumkin. Agar texnik topshiriq bo'yicha tiklash uchun eng qiyin bo'lgan topshiruvchi ta'sir quyidagi ko'rinishga ega bo'lsa:

$$\mathrm{y}_0(t) = y_{0m}\cdot\sin\omega_m t,$$

ABT xatoligi amplitudasi quyidagicha aniqlanadi:

$$e_m = y_{0m}\left|W_{eo}(j\omega_m)\right| = \frac{y_{0m}}{\left|1+W_{uz}(\mathrm{j}\omega)\right|} \cong \frac{y_{0m}}{\left|W_{uz}(j\omega)\right|}, \qquad (5.2)$$

chunki ish chastotasi diapazonida odatda $W_{uz}(j\omega) \geq 1,\ e_m \leq e_{joiz}$ shartidan (5.1) ni olamiz. Agar texnik topshiriqda topshiruvchi ta'sirning maksimal tezligi $\dot{y}_{0m}$ va maksimal tezlanishi $\ddot{y}_{0m}$ berilgan bo'lsa, uni quyidagi chastota va amplitudaga ega bo'lgan ekvivalent garmonik ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\omega_{\mathrm{m}} = \ddot{y}_{0m}(\dot{y}_{0m})^{-1};\ y_{0m} = \dot{y}_{0m}^{2}(\ddot{y}_{0m})^{-1}.$$

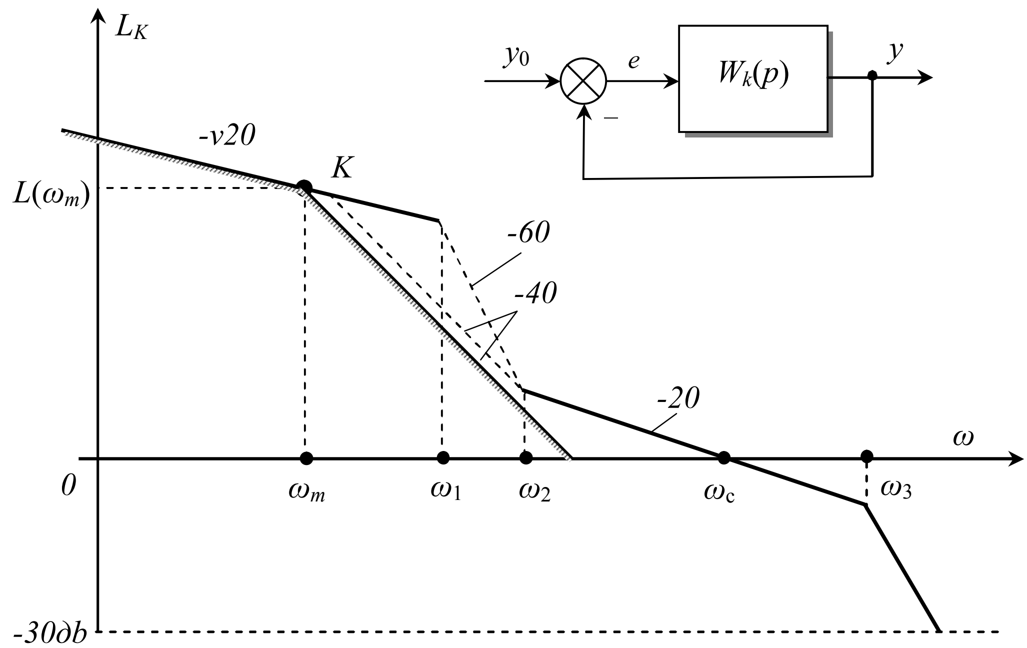
$K$ nuqta orqali $L_k(\omega)$ kirishi mumkin bo'lmagan taqiqlangan zonani aniqlovchi ikkita asimptota o'tkaziladi (5.2-rasm). Birinchi asimptota ($\omega \leq \omega_{\mathrm{m}}$ uchun) $(-\nu \cdot 20)$ db/dek og'ish bilan o'tkaziladi, bu yerda $\nu$ – texnik topshiriqda berilgan tizim astatizmi tartibi. Ikkinchi asimptota $(\omega > \omega_m)$ uchun og'ish bilan o'tkaziladi. Agar $\nu$ kattalik berilmagan bo'lsa, ammo texnik topshiriqda statik $e_{st}$ yoki kinetik $e_{kin}$ xatolikning mumkinligi yoki yo'qligi shartlari izohlangan bo'lsa, $\nu$ kattalik quyidagi sxema bo'yicha tanlanadi:

$$\begin{aligned} &e_{st} \neq 0 \rightarrow \nu = 0; \\ &e_{st} = 0,\ e_{kin} \neq 0 \rightarrow \nu = 1; \\ &e_{st} = 0,\ e_{kin} = 0 \rightarrow \nu \geq 2. \end{aligned}$$

Shuni aytish lozimki, ABT narxi va murakkabligi odatda astatizm tartibi oshishi bilan oshadi. Korreksiyalangan tizim LAChX si $[\omega_1 \geq \omega_m]$ chastotagacha kuchaytirish kaskadlarining minimal soni bilan kifoyalanish uchun odatda joiz soha chegarasi bo'yicha o'tkaziladi.

2. O'rtacha chastotalar sohasida $[\omega_2, \omega_3]$ istalgan tezkorlikni ta'minlagan holda $\omega_k$ nuqta orqali (-20) db/dek og'ish bilan asimptota o'tkaziladi (5.2-rasm). $\omega_k$ nuqta texnik topshiriqda beriladi yoki berilgan rostlash vaqti kattaligi bo'yicha topiladi:

$$\omega_k \cong \mathrm{k}_{\mathrm{k}} \cdot \frac{\pi}{t_k},\ k_k = 2 \div 4.$$




*5.2-rasm.* ***Korreksiyalangan tizimning logarifmik amplituda chastota xarakteristikalarini qurish.***

Minimal fazaviy tizimlar uchun LAChX ning bunday og‘ishi $[\omega_2, \omega_k], [\omega_k, \omega_3]$ kesmalar uzunligini tegishli ravishda tanlanganda ABT barqarorligini ta’minlaydi. Bu kesmalar qanchalik uzun bo‘lsa, faza bo‘yicha zaxira shunchalik katta va tebranish shuncha kichik bo‘ladi (tizimning kuchliroq dempferlanishi). Odatda, bu chegaralar uzunligini $\omega_k$ dan ikki tomonga qarab (0,2-0,9) dek ga teng qilib olinadi.

Agar tebranish ko‘rsatkichi $M_k$ berilgan bo‘lsa (odatda kuzatuvchi tizimlar uchun), taqriban quyidagilarni topish mumkin:

$$\omega_2 \le \omega_k \frac{\mathrm{M_m} - 1}{M_m}; \; \omega_3 \ge \omega_k \frac{M_m + 1}{M_m}. \tag{5.5}$$

$M_m$=1,1-1,3 kattalik juda yaxshi dempferlangan tizimga mos keladi; ko‘pgina kuzatuvchi tizimlar uchun $\mathrm{M_m} \le 1{,}8$ kattalik joizdir.

3. LAChX ning past chastotali kesmasi bilan o‘rtacha chastotali ($[\omega_1, \omega_2]$ diapazondagi) kesmani taqiqlangan zonaga tushmaydigan qilib (-40) db/dek yoki (-60) db/dek og‘ish bilan asimptota o‘tkaziladi.

4. Yuqori chastotalar sohasida ($\omega > \omega_3$ da) $L_k(\omega)$ iloji boricha $h_d(\omega)$ og‘ishi bilan o‘tkaziladi. LAChX ning bu qismini odatda $L = -30$ db qiymatgacha quriladi.

5. Nomogrammalar va texnik topshiriq bo‘yicha $\omega_2, \omega_k, \omega_3$ qiymatlari aniqlanadi.

Keyin korreksiya sxemasini tanlashga o‘tiladi. Shuni aytish lozimki, agar kesilish chastotasi $\omega_k$ topshiruvchi ta’sir maksimal chastotasidan ikkidan ortiq tartibga katta bo‘lsa, korreksiya masalasi nisbatan osonlashadi. Trakselga binoan korreksiya masalasini

$\mathrm{L}(\omega_{\mathrm{m}}) < 33\eta$ [db] bo‘lsa oddiy deb, agar $\mathrm{L}(\omega_{\mathrm{k}}) > 33 \cdot n$ (db),

(bu yerda $\mathrm{n} = \lg \frac{\omega_{\mathrm{k}}}{\omega_{\mathrm{m}}}$) bo‘lsa murakkab deb hisoblash mumkin.

## 5.4. ABT korreksiyasining ketma-ket sxemasi

Ketma-ket korreksiyalash sxemasida (5.3-rasm) KQ tizimda boshqa elementlar bilan injenerlik nuqtayi nazaridan mumkin bo‘lgan joyda ketma-ket ulanadi.

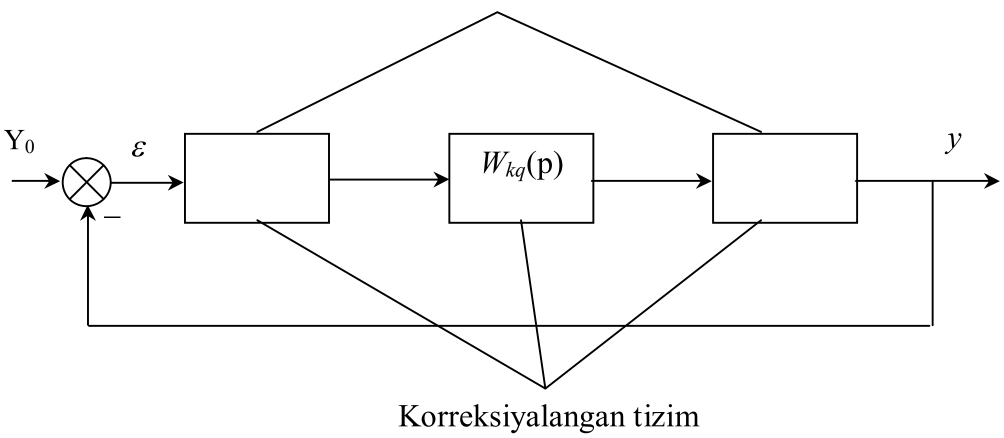
$$W_{\mathrm{k}}(p) = W_d(p) \cdot W_{kq}(p).$$

Shuning uchun

$$L_k(\omega) = L_d(\omega) \cdot L_{kq}(\omega),$$

bundan KQ ning qidirilayotgan LAChX si quyidagicha topiladi:

$$L_{kq}(\omega) = L_k(\omega) - L_d(\omega). \tag{5.6}$$




*5.3-rasm.* ***ABTni ketma-ket korreksiyalash.***

Agar korreksiyaning ketma-ket sxemasi tanlangan bo‘lsa KQ LAChXsi (5.6) ga binoan juda oson topiladi. Agar KQ passiv KQ – zanjir ko‘rinishida elektr zanjirda ishlashi shart bo‘lsa, uning parametrlarini hisoblash uncha qiyinchilik tug‘dirmaydi. Agar dastlabki ABTda elektr elementlar bo‘lmasa $L_{kq}(\omega)$ bo‘yicha KQ uzatish funksiyasi topiladi va KQ munosib elementlardan yig‘iladi.

***5.1-misol.*** Kuzatuvchi tizimning struktura sxemasi 5.4-rasmda keltirilgan. Tizimning chastota xarakteristikasi quyidagicha:

$$W_d(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)},$$

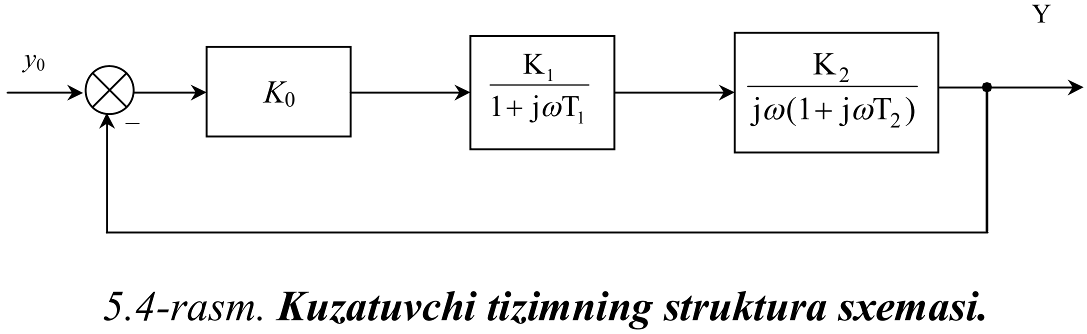
bu yerda $k = k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 = 0{,}4$; $T_1$=0,0625 sek; $T_2$=0,25 sek.

1. Korreksiya usuliga binoan $L_d(\omega), \varphi_d(\omega)$ ni quramiz (5.5-rasm). $L_d(\omega)$ quyidagi tartibda quriladi:

a) tutash chastotalarni topamiz $T_2^{-1} = 4\ c^{-1}, T_1^{-1} = 16\ c^{-1}$;

b) $(\omega = 1c^{-1}, L_d(1) = 20\lg k = -8$ db) koordinatali nuqtadan $T_2^{-1}$ chastotagacha (-20) db/dek og‘ish bilan asimptota o‘tkazamiz; keyin (-40) db/dek og‘ish bilan $T_1^{-1}$ chastotagacha asimptota o‘tkazamiz; keyin (-60) db/dek og‘ish bilan quyidagini quramiz.

$$\varphi_d(\omega) = -\frac{\pi}{2} - arctg\omega T_1 - arctg\omega T_2.$$




*5.4-rasm.* ***Kuzatuvchi tizimning struktura sxemasi.***

2. Texnik topshiriq bo‘yicha $L_k(\omega)$ni quramiz. Texnik topshiriqda quyidagilar ko‘rsatilgan:

a) topshiruvchi garmonik ta’sirning maksimal chastotasi

$$\omega_m = 0{,}05\,сек^{-1}$$

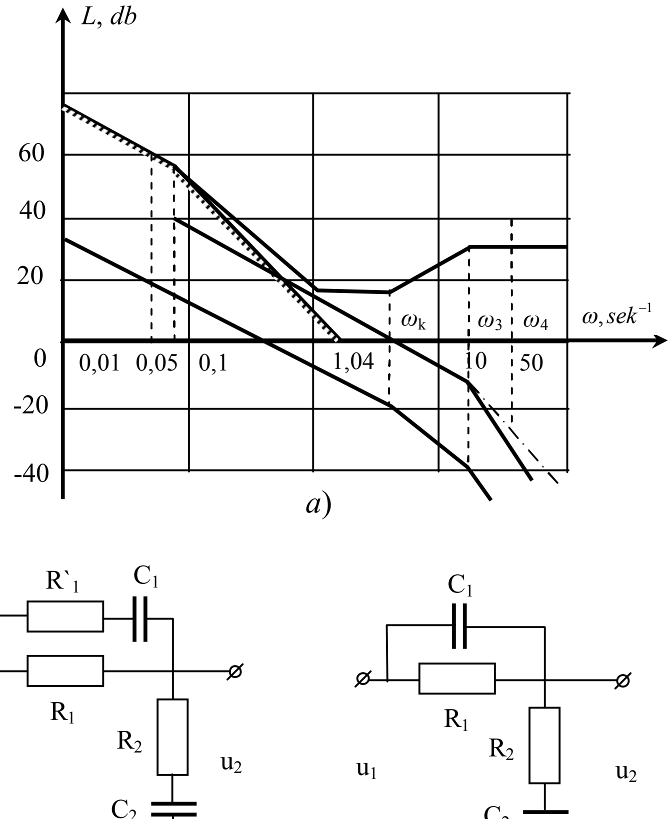
va mumkin bo‘lgan nisbiy xatolik $\frac{e_{\text{joiz}}}{y_{0m}} \leq 0{,}1\%$; tizim astatizmi $\nu = 1$;

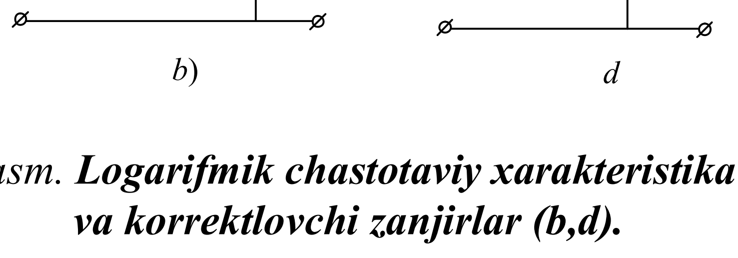
b) rostlash vaqti $t_s \leq 3\,c$.

Texnik topshiriqqa asosan nazorat nuqta koordinatalarini topamiz $\omega_m = 0{,}05\,\text{sek}^{-1}$, $L_m = 20\lg 1000 = 60\,\text{db}$.

Taqiqlangan zonani quramiz. Korreksiyalangan tizim kesilish chastotasini topamiz $\omega_k \cong 4\frac{\pi}{t_s} \cong 4\ c^{-1}$ va (-20) db/dek og‘ish bilan asimptota o‘tkazamiz. $[\omega_2, \omega_k]$, $[\omega_k, \omega_3] \cong 0{,}6$ kesmalarni shunday tanlaymizki, bunda $\omega_3 = 16\ c^{-1}$ va $\omega_2 = 1{,}0\ c^{-1}$ bo‘lsin.

Past chastotali asimptotani o‘rta chastotali asimptota bilan tutashtirishni (-40) db/dek og‘ish bilan amalga oshiramiz (5.5-rasm, *a*). Yuqori chastotali asimptotani $L_d(\omega)$ dagidek (-60) db/dek og‘ish bilan o‘tkazamiz.




*5.5-rasm.* ***Logarifmik chastotaviy xarakteristika (a) va korrektlovchi zanjirlar (b,d).***

3. Ketma-ket korreksiyalash sxemasini tanlaymiz. (5.6) dan $L_{kq}(\omega)$ ni topamiz. Bunday KQ ni RC – zanjir ko‘rinishida (5.5-rasm, b) va kuchaytirish koeffitsiyenti 100 ga teng bo‘lgan kuchaytirgichni amalga oshirish yetarlicha oson bo‘lsa-da, KQ ni (5.5-rasm, *d*) $L_{kq_2}(\omega)$ bo‘yicha amalga oshirish undan ham osonligini ko‘rish qiyin emas. $L_{kq}(\omega)$ ni olish uchun $L_k(\omega)\omega > \omega_3$ chastotalarda oldin (-40) db/dek og‘ish bilan, keyin esa (-60) db/dek og‘ish bilan (5.5-rasm, *a* dagi shtrix-punktir) chiziq o‘tishi lozim. Shu variantni va unga mos KQ tanlab elektron kuchaytirgich tanlaymiz.

4. KQ parametrlarini hisoblaymiz. $L_{kq}(\omega)$ bo‘yicha quyidagini topamiz:

$$W_{kq_2}(\mathrm{p}) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{100(1+p\omega_2^{-1})(1+p\omega_1^{-1})}{(1+p\omega_1^{-1})(1+p\omega_4^{-1})}.$$

bu yerda $\omega_1 = 0{,}08\ c^{-1}$; $\omega_2 = 1\ c^{-1}$; $\omega_k = 4\ c^{-1}$; $\omega_4 = 50{,}0\ c^{-1}$.

Korreksiyalovchi qurilmalar jadvalidan kuchaytirgichsiz uzatish funksiyalari uchun nazariy yo‘l bilan aniqlangan (analitik) ifodani topamiz:

$$W_{kq}(p) = \frac{(1+\mathrm{p}R_1C_1)(1+pR_2C_2)}{R_1R_2C_1C_2p^2 + [R_1C_1(1+R_2R_1^{-1})R_2C_2] + 1};$$

Uzatish funksiyalarini solishtirib quyidagini topamiz:

$$R_1C_1 = \omega_2^{-1} = 1\ c;\ \ R_2C_2 = \omega_c^{-1} = 0{,}25\ c;$$
$$R_1R_2C_1C_2 = \omega_2^{-1}\omega_4^{-1} = 0{,}25\ c^2.$$
$$R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1 = \omega_1^{-1} + \omega_4^{-1} = 12{,}52\ c.$$

Uchinchi tenglama oldingi ikki tenglamani bir-biriga ko‘paytirib olingan. Shunday qilib, to‘rtta noma’lumni topish uchun uchta tenglamaga egamiz, shuning uchun KQ ning bitta parametrini ixtiyoriy tanlab olish mumkin. Lampaning to‘r qarshiligi kattaligi cheklanganligi sababli ($R_{\text{to‘r}} \le$ 0,5 Mom); $R_1$=0,5 Mom deb tanlaymiz. Unda $C_1 = R_1^{-1} \cdot \omega_2^{-1} = 2$ mkF. Oxirgi tenglamadan $R_2$=5,63 Mom ni olamiz. Unda $C_2$=0,45 mkF.

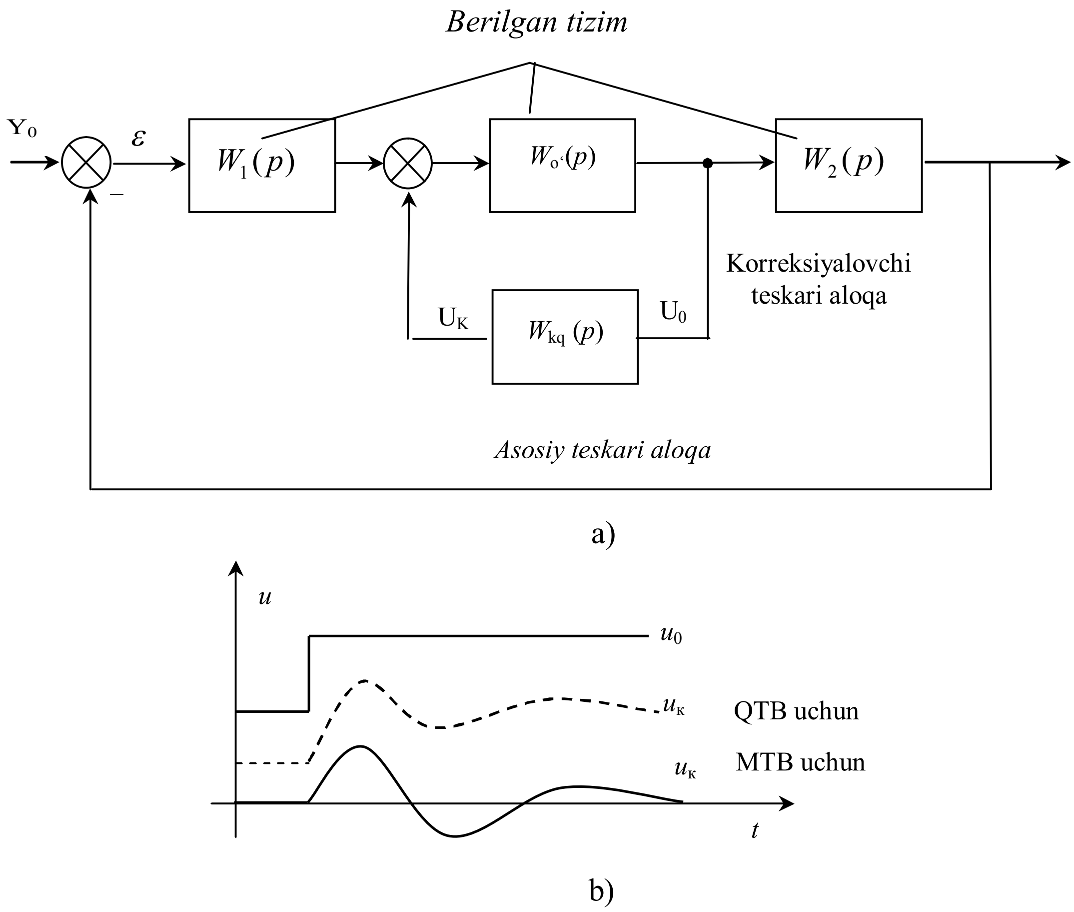
Shuni aytish lozimki, tanlangan KQ o‘zgarmas tok zanjirlari uchun korreksiyalovchi qurilmadir, shuningdek, masalan $L_d(\omega)$ si xuddi shunday o‘zgaruvchan tokli kuzatuvchi tizimni korreksiyalash uchun sxemasi boshqacha bo‘lgan (ko‘prikli *RC* – zanjir asosida) o‘zgaruvchan tokli KQ talab qilingan bo‘lar edi.

## 5.5. Teskari bog‘lanish yordamida korreksiyalash

Teskari bog‘lanishli korreksiyalash sxemasida (5.6-rasm, *a*) KQ tizimga tizimning $W_{qam}(p)$ uzatish funksiyali qismini qamrab olish bilan kiritiladi. Manfiy korrektirlovchi teskari bog‘lanish qamrab olingan qismning tizim xarakteristikasiga ta’sirini kamaytirish sababli, xarakteristikalarning barqarorligi kichik bo‘lgan elementlarni (elektron kuchaytirgichlar, kollektorli dvigatellar va sh.o‘.) teskari bog‘lanish orqali qamrab olishga intiladi [8,14,23].

Korreksiyalashni qat’iy va moslanuvchan teskari bog‘lanish orqali amalga oshirish mumkin. Qat’iy teskari bog‘lanish (QTB) o‘tish va bir qator tartibda ta’sir qilsa, moslanuvchan teskari bog‘lanish (MTB) faqat o‘tish tartibida ta’sir etadi (5.6-rasm, *b*).

Manfiy QTB da tizim qamrab olingan jismning statik ko‘chaytirish koeffitsiyenti kamayadi. Natijada korreksiyalangan tizim xatoligi ortadi. Shuning uchun amalda MTB yordamida korreksiyalash keng tarqaldi.




*5.6-rasm.* ***Teskari bog‘lanishli korreksiyalash sxemasi.***

KQ ni topish usulini ko‘raylik. Korreksiya sxemasidan (5.6-rasm, a) quyidagini olamiz:

$$W_{\text{k}}(p) = W_1(p)\frac{W_{qam}(p)}{1+W_{qam}(p)W_{kq}(p)}W_2(p) = \frac{W_d(p)}{1+W_{qam}(p)W_{kq}(p)}.$$

Oxirgi ifoda LAChX dan foydalanishga noqulay. Ammo agar chastotaning biror oralig‘ida quyidagini ta’minlash talab etilsa,

$$W_{\text{k}}(j\omega) \cong W_d(j\omega), \tag{5.7}$$

agar quyidagi shart bajarilsa,

$$\left|W_{\text{qam}}(j\omega)\cdot W_{kq}(j\omega)\right| << 1, \quad yoki \quad \text{L}_{\text{qam}}(\omega) + L_{kq}(\omega) < 0. \tag{5.8}$$

Chastota boshqa oralig‘ida

$$\left|W_{qam}(j\omega)W_{kq}(j\omega)\right| >> 1, \quad yoki \quad L_{\text{qam}}(\omega) + L_{kq}(\omega) > 0 \tag{5.9}$$

bo‘lsa,

$$W_k(j\omega) \cong \frac{W_d(\text{j}\omega)}{W_{\text{qam}}(j\omega)W_{kq}(j\omega)} = \frac{W_1(j\omega)W_2(j\omega)}{W_{kq}(j\omega)} \tag{5.10}$$

bo‘ladi.

Shunday qilib, haqiqatan ham, yuqoridagi ma’lum shartlarda korreksiyalangan tizim xarakteristikalari tizimning qamrab olingan qismiga bog‘liq bo‘lmaydi [8,23]. (5.10) dan $\text{L}_{\text{kq}}(\omega)$ ni topishga harakat qilamiz.

$$L_{\text{qam}}(\omega) + L_{kq}(\omega) = 0 \;\; dagi \;\; \omega', \omega''$$

chastotalar, ya’ni (5.8) yoki (5.9) bajariladigan chastotalar oralig‘ining chegaralari teskari bog‘lanishli korreksiyadagi tutash chastotalar deb ataladi. $\text{L}_{\text{kq}}(\omega)$ ni quyidagi tartibda qurish qulay [8,20]:

1. Dastlabki tizim (LAChX) $L_{\text{d}}(\omega)$ si quriladi.

2. Texnik topshiriq bo‘yicha korreksiyalangan tizim LAChX si quriladi.

3. (5.10) ga mos holda, ya’ni $[\omega', \omega'']$ biror chastota oralig‘i uchun (5.9) shartidan jamlangan LAChX topiladi:

$$L_{\sum}(\omega) = L_{qam}(\omega) + L_{kq}(\omega) - L_{k}(\omega).$$

4. Texnik imkoniyatlar va xarakteristikalarning beqarorligi asosida tizimdagi qamrab olinuvchi qism belgilanadi.

5. $[\omega', \omega'']$ chastotalar oralig‘i uchun

$$L_{kq}(\omega) = L_{\sum}(\omega) - L_{qam}(\omega)$$

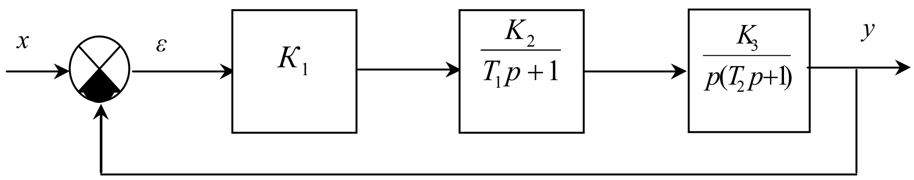
topiladi.

6. $L_{\mathrm{kq}}(\omega)$ bo‘yicha KQ tanlanadi. Agar uni amalga oshirish qiyin bo‘lsa, tizimda qamrab olinuvchi qismning boshqa varianti tanlanadi.

**5.2-misol.**

Hisoblash uchun berilgan:

a) strukturaviy sxemasi




*5.7- rasm.*

b) elementlarning uzatish koeffitsiyentlari:

$K_2$=30; $K_3$=3,0 grad/s;

d) elementlarning vaqt doimiyligi:

$T_1$=0,05 s; $T_2$=0,35 s;

d) kirish signalining o‘zgarish tezligi:

$$v = \frac{dx}{dl} = 30\,\text{grad/s};$$

e) sintez qilinayotgan tizimga talablar:

– tezlik xatoligi $\varepsilon_t \leq$ 0,25 grad/s;

– o‘tarostlash qiymati $\delta \leq 23$ %;

– o‘tkinchi jarayon vaqti $t_{o'} \leq$ 0,6 s.

*Berilgan aniqlik asosida tizimning va oldingi kuchaytirgichning zaruriy uzatish koeffitsiyentlarini aniqlaymiz.*

Sistemaning zaruriy uzatish koeffitsiyenti $K_z$ berilgan strukturaviy sxema uchun quyidagi formula bo‘yicha topiladi [22,27]:

$$K_z \geq \frac{v}{\varepsilon_t}.$$

Statik tizimlar uchun:

$$K_z \geq \frac{x - \varepsilon_{st}}{\varepsilon_{st}}, \tag{5.11}$$

bunda, $x$ – kirish ta’sir miqdori, $\varepsilon_{st}$ – statik xatolik qiymati. Berilgan son qiymatlarini qo‘yib, $K_z \geq 120$ s ni topamiz.

Kuchaytirish elementining uzatish koeffitsiyenti quyidagicha topiladi:

$$K_1 = \frac{K_z}{\prod K} = \frac{K_z}{K_2 \cdot K_3}. \tag{5.12}$$

Son qiymatlarni qo‘yib, $K_1$=1,33 ni topamiz.

*Sistemaning uzatish funksiyalarini topish.*

Berilgan tizimning uzatish funksiyalari quyidagi formulalardan topiladi:

$$W_o(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p) = \frac{K_1 K_2 K_3}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}, \tag{5.13}$$

$$W_b(p) = \frac{W_o(p)}{1 + W_o(p)} = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K}, \tag{5.14}$$

bu yerda $K = K_1 K_2 K_3$.

*Berilgan tizimning logarifmik chastota xarakteristikasini qurish.*

Berilgan tizim ketma-ket ulangan tipik dinamik zvenolardan tashkil topgan. Berilgan ochiq tizimning LAChXsi $L_{bn}(\omega)$ quyidagicha chiziladi: Koordinatalari $\omega = 1$ va $20\lg K = 20\lg 120 = 41{,}6$ db nuqtadan -20 db/dek og‘malikda $\omega_2 = 1/T_2$ chastotagacha to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz. Keyin $\omega_2$ dan $\omega_1 = 1/T_1$ gacha $L(\omega)$ ning og‘maligi -40 db/dek, $\omega_1$ dan boshlab -60 db/dek bo‘ladi. Sistemaning LFChXsi $\varphi(\omega)$ alohida zvenolarning $\varphi(\omega)$ lari yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$$\varphi_{bn}(\omega) = -90° - arctg\omega T_1 - arctg\omega T_2. \tag{5.15}$$

Chastota $\omega$ ga 0 dan $\infty$ gacha qiymatlar berib, $\varphi_{bn}(\omega)$ ni hisoblaymiz (5.1-jadval).

*5.1-jadval*

**Chastotani 0 dan ∞ gacha o‘zgarganda $\varphi_{bn}(\omega)$ ning qiymatlari**

| Chastota, $\omega$ | 0,10 | 0,16 | 0,25 | 0,40 | 0,63 | 1,00 | 1,58 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi_{bn}(\omega)$, grad | - 92,3 | - 93,6 | - 95,7 | - 99,1 | - 104,3 | - 112,2 | - 123,6 |
| Chastota, $\omega$ | 2,51 | 3,98 | 6,31 | 10,00 | 15,85 | 25,12 | 39,81 |
| $\varphi_{bn}(\omega)$, grad | - 138,5 | - 155,6 | - 173,2 | - 190,7 | - 208,2 | - 225,1 | - 239,3 |
| Chastota, $\omega$ | 63,10 | 100,00 | 158,49 | 251,19 | 398,11 | 630,96 | 1000 |
| $\varphi_{bn}(\omega)$, grad | - 249,9 | - 257,1 | - 261,9 | - 264,9 | - 266,8 | - 268,0 | - 268,8 |

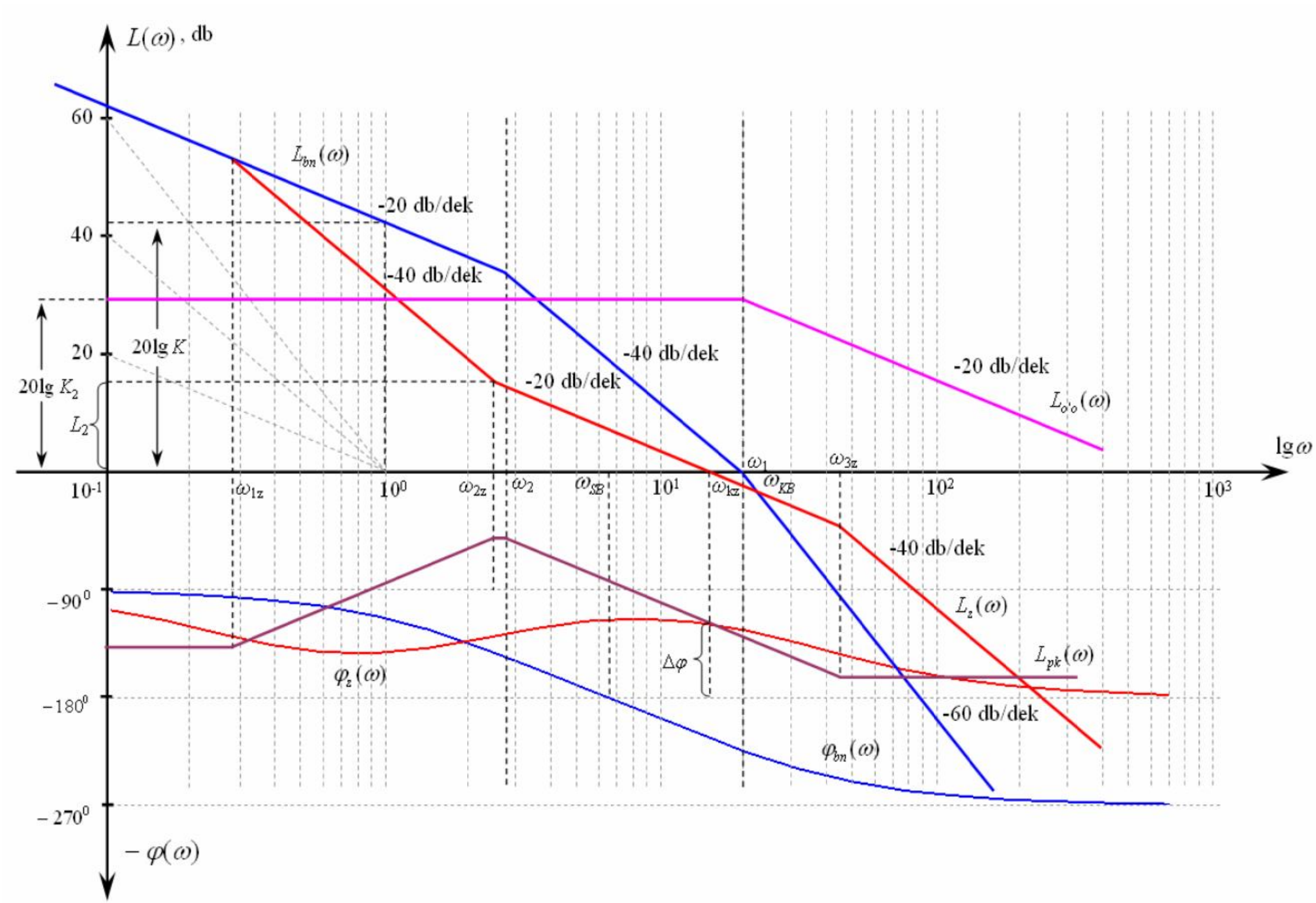
Turg‘unlik logarifmik mezoniga binoan tizim noturg‘undir, chunki $\omega_{KB} > \omega_{SB}$, bu yerda: $\omega_{KB}, \omega_{SB}$ berilgan tizimning kesishish va so‘nish chastotalari (5.8-rasm).

*Zaruriy tizimning LAChX va LFChX sini qurish.*

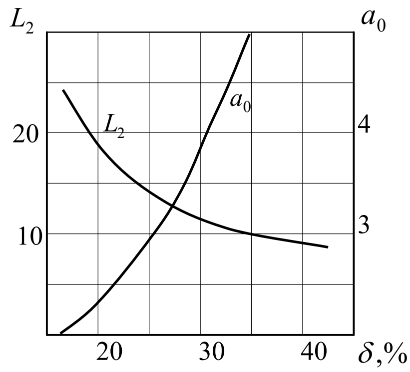
Ochiq tizimning zaruriy logarifmik xarakteristkalari loyihalashtirilayotgan tizimga qo‘yilgan quyidagi talablar orqali quriladi: kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti, tizimning astatizmi darajasi, o‘tkinchi jarayon vaqti, o‘ta rostlash qiymati.

LAChX ning past chastotali qismi ochiq tizimning kuchaytirish koeffitsiyenti va astatizmi $\gamma$ darajasi bilan aniqlanadi. Bu qism og‘maligi -20$\gamma$db/dek ga teng bo‘lib, ordinatasi $20lgK$ va abssissasi $\omega$=1 nuqtadan o‘tadi, bunda: $\gamma$-astatizm tartibi, $K$-tizimning kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti. Korrektlovchi element sodda bo‘lishligi uchun bu qism iloji boricha berilgan tizim LAChXsi bilan ustma-ust tushishi kerak [8,23,27].

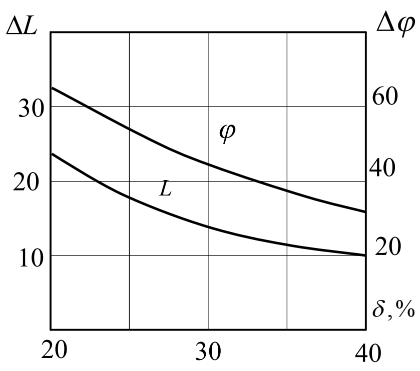
Amplitudaviy xarakteristikaning o‘rta chastotali qismi eng ahamiyatga ega qismidir, chunki tizimning o‘tkinchi jarayon sifati asosan shu qism xarakteri bilan aniqlanadi. Kesishish chastotasi $\omega_{kz}$ da LAChXning og‘maligi -20 db/dek bo‘lishi shart. Kesishish chastotasi o‘tkinchi jarayon vaqti $t_{o‘}$ va o‘ta rostlash qiymati $\delta$ bilan aniqlanadi: $\omega_{kz} \geq \frac{a_0\pi}{t_{o'}}$, bunda $a_0$ koeffitsiyent $\delta$ ga asosan tanlanadi (5.9-rasm).




*5.8-rasm.* ***Berilgan va zaruriy sistemaning logarifmik xarakteristkalari.***




*5.9-rasm.* ***$L_2$ va $a_0$ ning $\delta$ ga bog'liqlik grafiklari.***




*5.10-rasm.* ***$\Delta L$ va $\Delta\varphi$ ning $\delta$ ga bog'liqlik grafiklari.***

Zaruriy LAChXning o'rta qismi chap va o'ng tomonlarga modul bo'yicha $L_1$ va $L_2$ ga yetguncha davom ettiriladi. $L_1$ va $L_2$ qiymatlar $\delta$ ga bog'liq holda topiladi (5.9-rasm). $L_1$ va $L_2$ ga mos keluvchi chastotalarni $\omega_{2z}$ va $\omega_{3z}$ orqali belgilaymiz. Shuni hisobga olish kerakki, agar $\omega_{2z} - \omega_{3z}$ va $\omega_{kz} - \omega_{3z}$ intervallar qancha katta bo'lsa, $\delta$ ning qiymati shuncha kichik bo'ladi. LAChX ning o'rta qismi past chastotali qism bilan og'maligi -40 db/dek -60 db/dek bo'lgan kesma orqali tutashtiriladi.

LAChX ning yuqori chastotali qismi tizimning dinamikasiga ta'sir ko'rsatmaydi, shuning uchun bu qismni ixtiyoriy ravishda olish mumkin. Bu qismni qurishda korrektlovchi qurilmaning soddaroq bo'lishiga intilish lozim.

Zaruriy LAChXni qurish tartibi:

Qo'yilgan talablar ($K_z$, $\delta$, $t_{o'}$, $L_{bn}(\omega)$): $L_z \rightarrow W_z(p) \rightarrow \;\rightarrow \varphi_z(\omega) \rightarrow \Delta L, \Delta\varphi \rightarrow$ sifatni baholash.

Qurilayotgan misol uchun $\omega_{kz} = \dfrac{a_0\pi}{t_{o'}} = \dfrac{2{,}8\cdot 3{,}14}{0{,}6} \approx 15\,c^{-1}(\lg\omega_{kz} = 1{,}13)$ nuqtadan -20db/dek og'malikda to'g'ri chiziq o'tkazamiz. $\omega_{2z}$ va $\omega_{3z}$ chastotalarni $L_1$ va $L_2$ asosida topamiz ($\delta$=23% da grafikdan $L_1$=$L_2$=12÷15 db) $L_z$ ning boshqa qismlarini chizish 5.8-rasmda ko'rsatilgan. $L_z(\omega)$ ga asosan uzatish funksiyasini yozamiz:

$$W_z(p) = \frac{K(T_{2z}p+1)}{p(T_{1z}p+1)(T_{3z}p+1)}. \qquad (5.16)$$

Zaruriy tizimning LFChXsi quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$\varphi_z(\omega) = -90° - arctgT_{1z}\omega + arctgT_{2z}\omega - arctgT_{3z}\omega \qquad (5.17)$$

*5.2-jadval*

**Chastota 0 dan ∞ gacha o‘zgarganda $\varphi_z(\omega)$ ning qiymatlari**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chastota, $\omega$ | 0,10 | 0,16 | 0,25 | 0,40 | 0,63 | 1,00 | 1,58 |
| $\varphi_z(\omega)$, grad | -107,3 | -115,9 | -126,2 | -136,0 | -142,3 | -143,3 | -138,9 |
| Chastota, $\omega$ | 2,51 | 3,98 | 6,31 | 10,00 | 15,85 | 25,12 | 39,81 |
| $\varphi_z(\omega)$, grad | -130,9 | -122,5 | -116,5 | -114,5 | -117,0 | -123,8 | -134,3 |
| Chastota, $\omega$ | 63,10 | 100,00 | 158,49 | 251,19 | 398,11 | 630,96 | 1000,00 |
| $\varphi_z(\omega)$, grad | -146,2 | -156,8 | -164,8 | -170,3 | -173,8 | -176,1 | -177,6 |

$L_z(\omega)$ va $\varphi_z(\omega)$ larga asosan amplituda va faza bo‘yicha imkoniyatlar $\Delta L$ va $\Delta\varphi$ ni topamiz; $\Delta L=\infty$, $\Delta\varphi=65^0$ Grafikdan aniqlanishicha (5.10-rasm) berilgan $\delta\leq23\%$ bajarilishi uchun $\Delta L\geq19$db, $\Delta\varphi\geq55^0$ bo‘lishi kerak. Demak, qurilgan $L_z(\omega)$ tizimga qo‘yilgan talablarni qanoatlantiradi.

*LChXlar asosida korrektlovchi qurilmani qurish* [8,10,27].

Parallel korreksiyani hisoblash tartibi:

1. Berilgan tizim LAChXsi $L_{bn}(\omega)$ quriladi.
2. Sistemaga qo‘yilgan talablar asosida zaruriy tizim LAChXsi quriladi.
3. Qurilgan LAChX larga binoan ularga mos keluvchi LFChX lar quriladi.
4. Korrektlovchi qurilmaning ulanish joyi belgilanadi va qurilma parallel ulangan qismi LAChXsi chiziladi.
5. Parallel ulangan korrektlovchi qurilma LAChXsi topiladi:

$$L_{pk}(\omega) = L_{bn}(\omega) - L_z(\omega) - L_{o'o}(\omega). \qquad (5.18)$$

6. Topilgan $L_{pk}(\omega)$ ga asosan eng sodda korrektlovchi qurilma sxemasi tanlanadi.

Korrektlovchi qurilma ketma-ket ulanganda uning LAChXsi (4 va 5 punktlar o‘rniga) quyidagi formula bo‘yicha topiladi:

$$L_k(\omega) = L_z(\omega) - L_{bn}(\omega). \qquad (5.19)$$

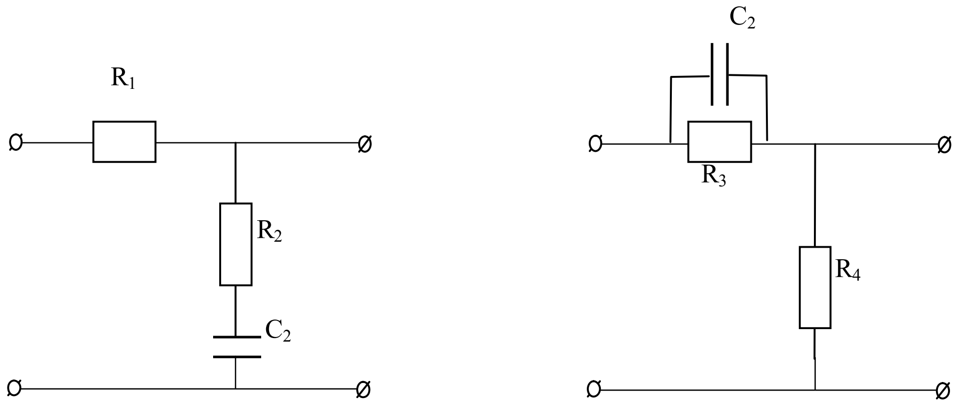
Qaysi xil korreksiyani tanlash berilgan tizim xususiyatlari va unga qo‘yilgan talablarga bog‘liq. Ba’zan aralash korreksiya ham qo‘llanadi.

Ko‘rsatilayotgan misol uchun korrektlovchi elementni uzatish funksiyasi $W_{o'o}(p) = K_2 /(pT_1 +1)$ bo‘lgan zvenoga parallel ulaymiz.

1–6 punktlarni bajarib va o‘zgarmas tok korrektlovchi zvenolari jadvallaridan korrektlovchi element LAChXsi va sxemasini topamiz.

$$W_{pk}(p) = \frac{G_o(T_{1z}p+1)(T_{3z}p+1)}{(T_{2z}p+1)(T_2p+1)}. \tag{5.20}$$

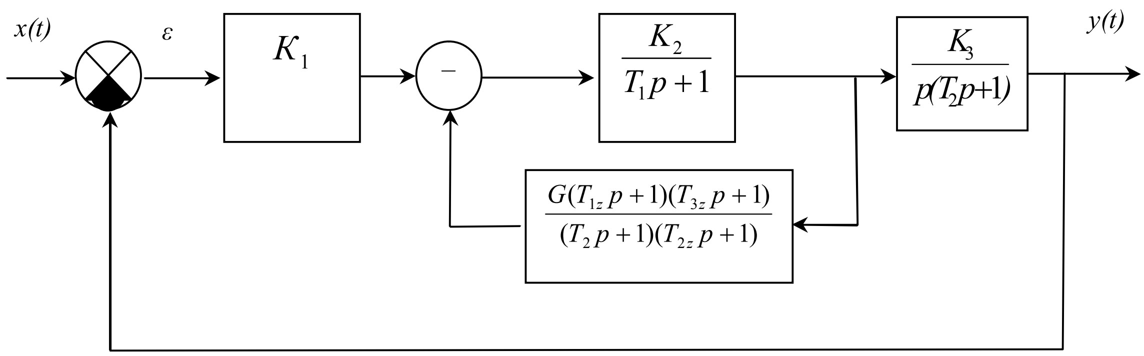
Bu korrektlovchi qurilmani ikkita korrektlovchi tipik zvenolarni, ya’ni differensiallovchi va integrallovchi zvenolarni ketma-ket ulab hosil qilish mumkin (5.11-rasm). Rezistorlar va kondensatorlar qiymati jadvallarda berilgan formulalar va LAChXdan topilgan quyidagi kattaliklar orqali topiladi: $T_{1z}$=3,5 s; $T_2$=0,35 s; $T_{3z}$=0,022 s; $T_{2z}$=0,41 s.



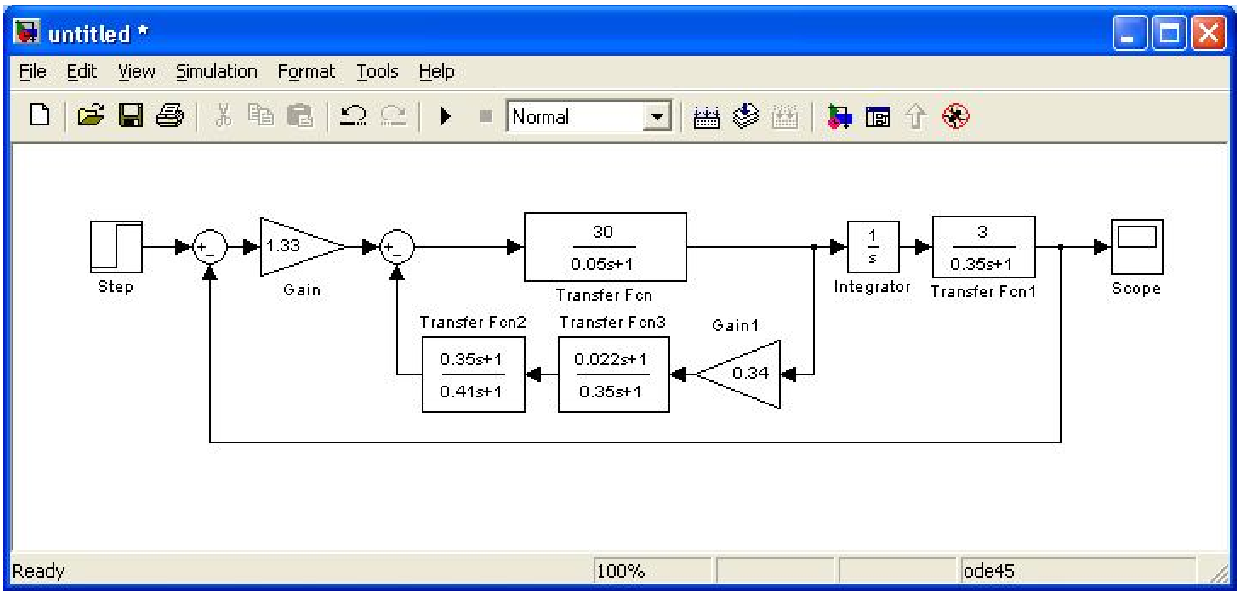

*5.11-rasm.* ***Korrektlovchi qurilmaning sxemasi.***

Noma’lum tenglamalar soni tenglamalar sonidan ko‘p bo‘lgan taqdirda ba’zi elementlar (rezistor va kondensatorlar) parametrlari ixtiyoriy berilishi mumkin. Korrektlovchi zvenolar o‘zaro ketma-ket ulanganda ularning kirish va chiqish qarshiliklarini moslashtirishga ahamiyat berish zarur. Buning uchun ular oralig‘iga moslovchi qurilma qo‘yiladi yoki $Z_{1chiq} << Z_{2kir}$ (10-50 marta) shart bajarilishiga erishish lozim.

Agar tanlangan korrektlovchi qurilma hisoblanganidan farq qilsa, unda sxemaga ulangan korrektlovchi qurilma hisobga olingan holda korrektlangan sxemani uzatish funksiyasi $W_{ks}(p)$ topiladi. Ko‘rilayotgan misolda $W_{ks}(p) = W_z(p)$, shuning uchun keyingi hisoblarda $W_z(p)$ni ishlatish mumkin. Korrektlangan tizimning strukturaviy sxemasi (5.12-rasm) da berilgan.




*5.12-rasm.* ***Korrektlangan tizimning strukturaviy sxemasi.***




*5.13-rasm.* ***MatLAB dasturida korrektlangan tizimning strukturaviy sxemasi.***

*O‘tkinchi jarayonni EHMda hisoblash.*

O‘tkinchi jarayonni har xil usullar yordamida hisoblash mumkin. Kurs ishida korrektlangan tizim o‘tkinchi jarayonini EHMda hisoblash uchun tizimni **MatLAB** amaliy dasturi orqali ifodalaymiz [29-33]. Strukturaga qiymatlarni kiritib (5.13-rasm), o‘tkinchi jaryon $h(t)$ xarakteristikasini olamiz.

O‘tkinchi jarayon grafigi 5.14-rasmda ko‘rsatilgan.


*5.14-rasm.* ***Korrektlangan tizimning birlik pog'onali kirish ta'siridagi o'tkinchi jarayoni grafigi.***

Grafikdan o'ta rostlash qiymatini va o'tkinchi jarayon vaqti $t_{o'}$=0,43 s ni topamiz.

$$\delta = \frac{h_{max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \cdot 100\% = \frac{1{,}1 - 1{,}0}{1{,}0} \cdot 100\% = 10\%$$

Korrektlangan tizimning bu qiymatlari loyihalanayotgan tizimga qo'yilgan talablarni qanoatlantiradi. Aks holda zaruriy tizim LAChXsi qaytadan qurilib, yangi korrektlovchi qurilma topilishi lozim.

## 5.6. Korreksiyalash usullarini qiyosiy baholash

Ketma-ket korreksiyalashning afzalligi uni amalga oshirishdagi soddaligi va ayniqsa KQ ni *RC* – zanjiri ko'rinishida bo'lishidadir. Ammo bunday korreksiyalashning imkoniyatlari nisbatan katta emas: bu usul odatda dastlabki tizim barqarorlikka yaqin yoki barqaror bo'lganida, ammo o'tish jarayonlarining sifati yomonligida (ortiqcha tebranishli, kichik tezkorli) qo'llaniladi. Bu hollarda faza bo'yicha ilgarilashni beruvchi turli *RC* – zanjirlar (differensiallovchi bo'g'inlar) keng qo'llaniladi. Ammo qator hollarda ular yuqori chastotali xalaqitlarning ta'sirini ta'kidlaydi. Undan tashqari, dastlabki tizim xarakteristikalarining beqarorligida ketma-ket korreksiyalash samarasiz.

Manfiy teskari bog'lanish orqali korreksiyalash, aksincha, tizim xarakteristikalarining dastlabki tizimdagi qamrab olingan qismi xarakteristikalarining barqarorligiga bog'liqligini kamaytiradi. Bu usulning kamchiligi sifatida KQ larni amalga oshirishdagi nisbatan murakkablikni ko'rsatish mumkin. Bunday korreksiyani amalga oshirish uchun katta datchiklar zarur. Bunday datchiklar qo'pol va qimmat bo'ladi.

## Nazorat va muhokama savollari

1. ABTni sintezlash deganda nimani tushunasiz?
2. Sintezlash masalasiga nisbatan qanday fikrlar mavjud?
3. Korreksiyalangan tizim LAChXsi nimaga asosan quriladi?
4. Texnik topshiriqda tizimga qanday shartlar qo'yiladi?
5. Texnik topshiriq bo'yicha LAChX nechta sohaga ajratiladi?
6. Zaruriy LFChXsi qanday quriladi?
7. LAChXda kesishish chastotasi qanday hisoblanadi?
8. LChXlar asosida korrektlovchi qurilma qanday quriladi?
9. ABT korreksiyasining ketma-ket sxemasini tushuntiring?
10. Teskari bog'lanish yordamida korreksiyalash qanday amalga oshiriladi?

# VI BOB. NOCHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR

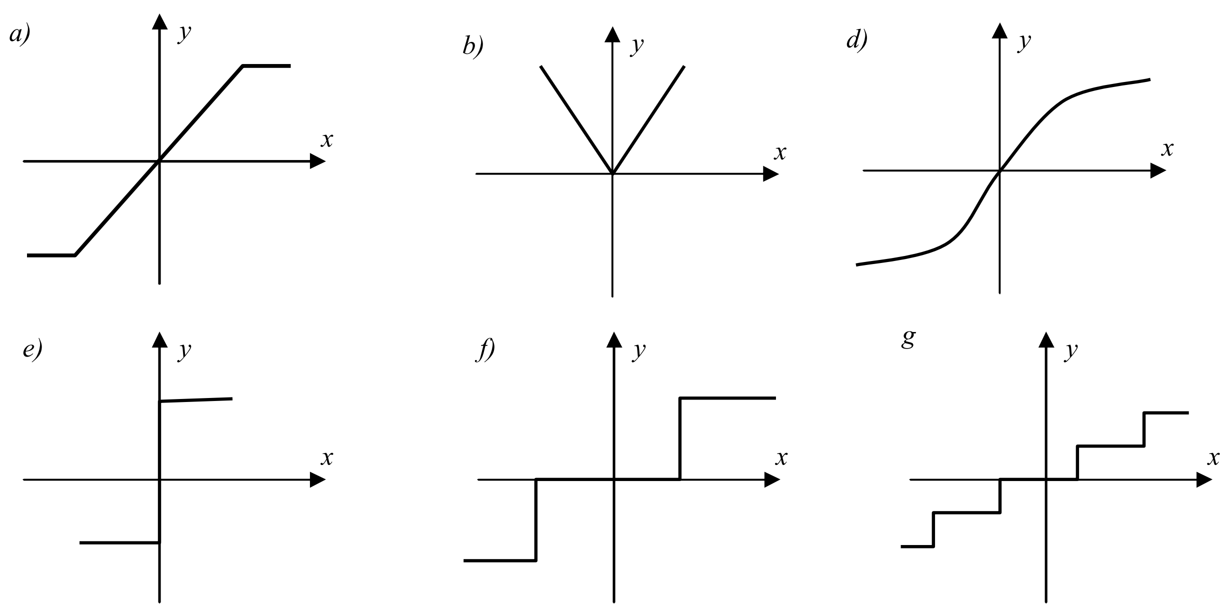
## 6.1. Nochiziqli tizimlarning xususiyatlari

Real tizimlarning elementlari o‘zining konstruksiyasiga nisbatan nochiziqlidir va ularning statik xarakteristikalari kirish signallarining chegaralangan qiymatlaridagina chiziqli xarakterga egadir.

Nochiziqlilikning hosil bo‘lish sabablariga quyidagilar kiradi: to‘yinish (nasisheniya); quriq sirpanish; qismlar orasidagi bo‘shliqlar; sezmaslik zonalarining mavjudligi; turli xil lyuftlar va hokazo.

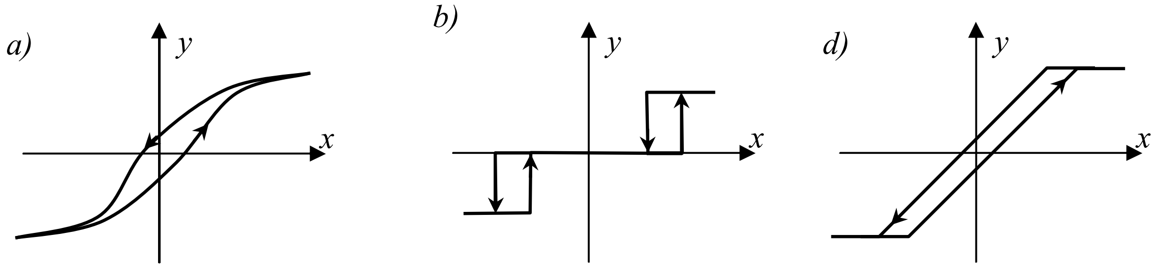
*Nochiziqli avtomatik tizimlar* deb tarkibida oddiy differensial tenglamalar bilan yoziluvchi zvenolardan tashqari hech bo‘lmaganda bitta nochiziqli xarakteristikaga ega bo‘lgan zvenoli tizimlarga aytiladi.

Tizimlarda uchraydigan nochiziqlilar chiziqlantirish mumkin bo‘lgan va mumkin bo‘lmaganlarga bo‘linadi. Shunindek, nochiziqlilar tekis xarakteristikali (uzluksiz) (6.1-rasm,d) va uzlukliga (6.1-rasm,e,f,g) ajratish mumkin.




*6.1-rasm.* ***Nochiziqli elementlarning xarakteristikalari.***

Nochiziqlilar shunindek, bir qiymatli (6.1-rasm) va ko‘p qiymatlilarga (6.2-rasm) bo‘linishi mumkin.




*6.2-rasm.* ***Ko‘p qiymatli nochiziqli elementlarning xarakteristikalari.***

Nochiziqli tizimlar asosan ikkiga bo‘linadi:

1) Statik xarakteristikalar ko‘rinishidagi nochiziqlilik.
2) Differensial tenglamalar orqali ifodalangan nichiziqlilik.

Nochiziqlilik tizimga tabiatan xos bo‘lishi mumkin va ko‘p hollarda u tizimning xarakteristikasini yomonlashtiradi. Bunday hollarda nochiqlilikning ta’sirini kamaytiriladi. Shu bilan bir qatorda tizimning tarkibiga unga zaruriy xususiyatlarni berish uchun sun’iy ravishda nochiziqlilar kiritiladi.

Nochiziqli avtomatik tizimlar quyidagi xususiyatlarga ega [6,16,19,26]:

1. Nochiziqli tizimlarda superpozitsiya usulini qo‘llash mumkin emas, chunki nochiziqli elementning parametrlari kirish signallarini qiymatiga bog‘liqdir.
2. Komutativlik prinsipini qo‘llash mumkin emas, ya’ni chiziqli va nochiziqli elementlarni o‘rnini almashtirib bo‘lmaydi.
3. Laplas va Fure almashtirishlarini qo‘llab bo‘lmaydi, chunki nochiziqli elementning xarakteristikasi uzluklidir.
4. Nochiziqli tizimlarning turg‘unligi murakkab xarakteristikaga ega. Ularda bir necha muvozanat va turg‘un holatlar hamda avtotebranishlar rejimi hosil bo‘lishi mumkin.

Nochiziqli tizimlardagi jarayonlarda chiziqli tizimlarda uchramaydigan bir qator jiddiy alohidaliklar bor. Bu muhim alohidaliklar sababli nochiziqli avtomatik boshqarish tizimlar turg‘unligi to‘g‘risidagi masala ham murakkablashadi.

Tizimning turg‘unligiga struktura va parametrlaridan tashqari boshlang‘ich shartlar ham katta ta’sir ko‘rsatadi. Barqaror jarayonlarning yangi ko‘rinishi – avtotebranishlar bo‘lishi mumkin. Avtotebranish bu so‘nmas tebranish. Tebranma tizimga tashqi qarshilik kuchi ta’sir etsa, tebranish so‘nadi, ya’ni uning tebranish amplitudasi (energiyasi) vaqt o‘tishi bilan kamayadi. Tebranishni so‘ndirmaslik uchun tebranma tizimni energiya bilan ta’minlab turiladi. Bunday tizim *avtotebranma* tizim deyiladi. Avtotebranish nazariyasi A.A.Andropov va boshqa olimlar tomonidan ishlab chiqilgan. Avtotebranishga quyidagilar misol bo‘la oladi: mayatnikning o‘zgarmas tebranishi, spiral prujina energiyasi hisobiga yoki ko‘tarilgan yuk energiyasi hisobiga ishlaydigan soatlar, akkumulator batareyasining energiyasi hisobiga ishlaydigan radiouzatgich, elektr qo‘ng‘iroq, pnevmatik bolg‘a, generator lampadagi elektr tebranishlar va boshqalar.

Umumiy holda nochiziqli tizimlarda chiziqli tizimlardagidek turg‘unlik sohasi yoki noturg‘unlik sohasi ikki xil ko‘rinishda emas, balki nisbatan ko‘proq:

1) Kichik qiymatlardagi turg‘unlik. Bunda kirish signali juda kichik o‘zgarganda tizim turg‘un qoladi.

2) Katta qiymatlardagi turg‘unlik. Bunda kirish signali katta, lekin chegaralangan qiymatlaridagi turg‘unligiga aytiladi.

3) To‘la turg‘unlik. Bunda kirish signalining qiymati cheksiz katta bo‘lishi mumkin.

Nochiziqli tizimlarning turg‘unligi uning strukturasiga, parmetrlariga, o‘zgaruvchilarining boshlang‘ich holatining qiymatiga va kirish signaliga bog‘liq bo‘ladi.

## 6.2. Nochiziqli tizimlarning statik xarakteristikalari

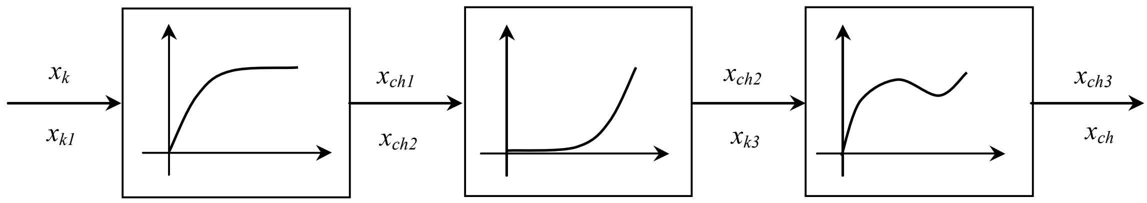
Tizimning xususiyatlari ularning statik va dinamik xarakteristikalari orqali ifodalanadi.

*Statik xarakteristika deb* tizimning muvozanat holatida uning kirish va chiqish signallari orasidagi munosabatga aytiladi.

Statik xarakteristikalar tenglama, jadval yoki grafik shakllarda berilishi mumkin. Nochiziqli tizimlarning statik xarakteristikalari uning tarkibiga kiruvchi elementning statik xarakteristikalariga va ulanish qoidalariga bog‘liq bo‘ladi.

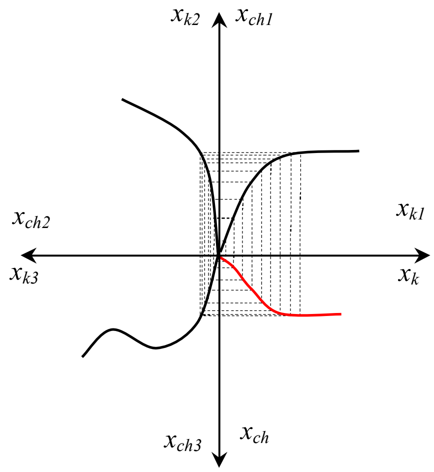
Statik xarakteristikalari grafik shaklda berilgan bo‘lsin.

1. Elementlar ketma-ket ulangan bo‘lsin (6.3-rasm).




*6.3-rasm.* ***Elementlarning statik xarakteristikalarini ketma-ket ulanishi.***

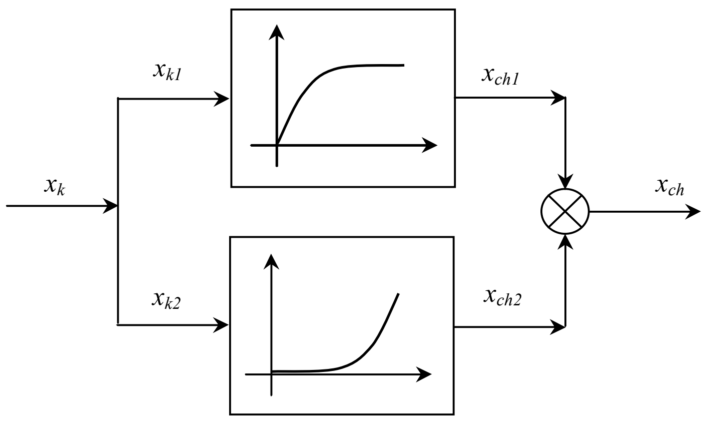
Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun to‘g‘ri chiziqli koordinatalar tizimidan foydalanamiz (6.4-rasm):




*6.4-rasm.* ***Statik xarakteristika.***

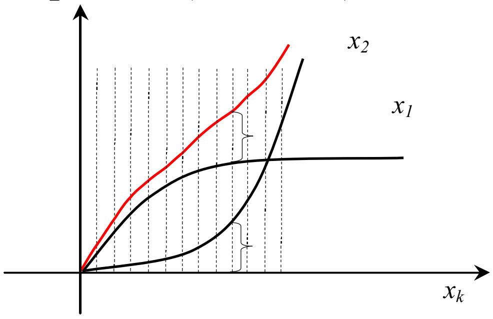
Agar 2 ta statik xarakteristika ketma-ket berilgan bo‘lsa, K=1 ya’ni uchinchi chorakdan 45° li burchak ostida o‘tkazib yuboriladi.

2. Tizimning elementlari parallel ulangan bo‘lsin (6.5-rasm).



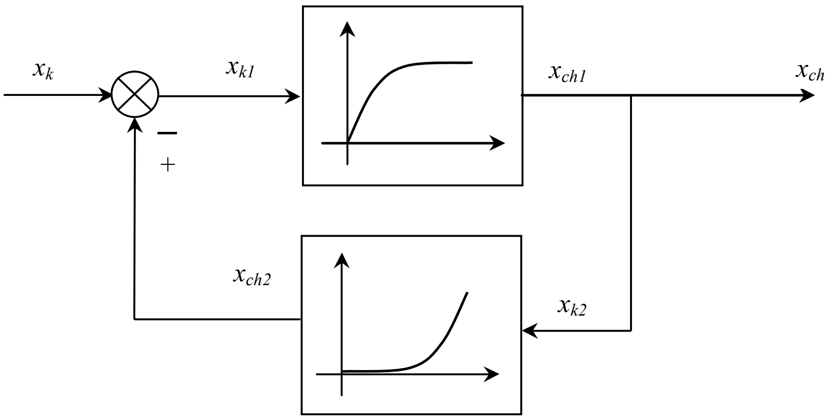

*6.5-rasm.* ***Elementlarning statik xarakteristikalarini parallel ulanishi.***

Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun grafikni qo‘shish orqali umumiy grafik chiqariladi (6.6-rasm).



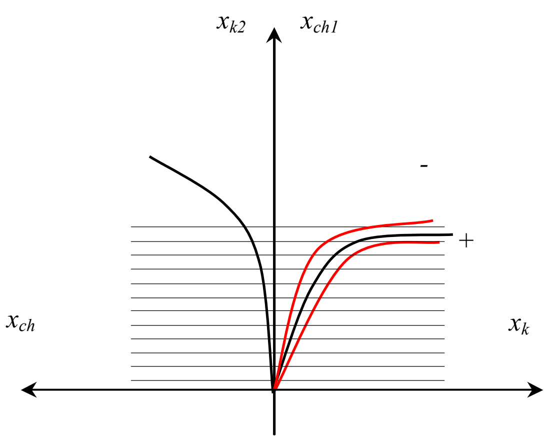

*6.6-rasm.* ***Statik xarakteristika.***

3. Tizimning elementlari teskari aloqa orqali ulangan bo‘lsa




*6.7-rasm.* ***Elementlarning statik xarakteristikalarini teskari aloqa orqali ulanishi.***

Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun grafikni qo‘shish orqali umumiy grafik chiqariladi (6.8-rasm).




*6.8-rasm.* ***Statik xarakteristika.***

## 6.3. Fazaviy fazo usuli

Tizimlarning tarkibida nochiziqli elementning bo‘lishi uning dinamikasini nochiziqli differensial tenglama orqali yozilishiga olib keladi. Bu esa bunday tizimlarni tekshirish masalasini murakkablashtiradi. Chunki nochiziqli differensial tenglamalarni yechishning yagona usuli mavjud emas. Hozirda nochiziqli tizimlarni tekshirishning turli xil analitik va grafoanalitik usullari mavjuddir. Eng ko‘p qo‘llanilayotganlari quyidagilar [11,23]:

– fazaviy fazo usuli;
– garmonik chiziqlantirish usuli;
– chastotaviy usullar;
– raqamli modellashtirish usullari.

*Fazaviy fazo usuli.*

Fazaviy fazo – koordinatalari qiymati ko‘rilayotgan tizim holatini to‘la-to‘kis aniqlovchi fazodir. Ikkinchi tartibli differensial tenglama orqali tavsiflanuvchi tizimni tadqiq qilganda fazaviy fazo fazaviy tekislikka o‘zgaradi.

Bu usul umumiy va samarador usul bo‘lib, jarayon haqida yaqqol geometrik tasvirlash imkonini beradi. U jarayonni, ya’ni tizimning harakatini fazoda tasvirlashga asoslangandir. Bu yerda faza jarayonning ayrim bosqichlari yoki qismlari deb tushuniladi.

Umumiy holda nochiziqli tizimning dinamikasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\Phi(x_1, x_2, ..., x_n; \frac{dx_1}{dt}, \frac{d^2x_2}{dt^2}, ..., \frac{d^n x_n}{dt^n}; g, f) = 0. \qquad (6.1)$$

(6.1) tenglamani birinchi tartibli differensial tenglamalar tizimi shaklida tasvirlab olish mumkin

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \Phi_1(x_1, x_2, ..., x_n, g, f) \\ \frac{dx_2}{dt} &= \Phi_2(x_1, x_2, ..., x_n, g, f) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{dx_n}{dt} &= \Phi_n(x_1, x_2, ..., x_n, g, f) \end{aligned}\right\} \qquad (6.2)$$

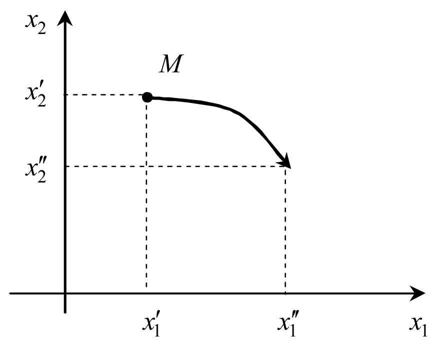
bu yerda $x_1, x_2, ..., x_n$ – vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi, ya’ni izlanayotgan vaqt funksiyalaridir ($x_1$ rostlanuvchi kattalik deyishimiz mumkin va $x_2$,

..., $x_n$ yordamchi o‘zgaruvchilar); $g$ va $f$ – boshqariluvchi (topshiriq beruvchi) va tashqi ta’sir (qo‘zg‘atuvchi) ta’sirlar.

Tenglamalar tizimini yechish uchun boshlang‘ich shartlar ma’lum bo‘lishi kerak. Faraz qilaylik differensial tenglamaning tartibi $n$=2 ga teng bo‘lsin. $t=t_0$ vaqtda o‘zgaruvchilar ma’lum qiymatlarga ega bo‘lsin: $x_1 = x_1'$, $x_2 = x_2'$. Bu qiymatlarni to‘g‘ri burchakli koordinatalar tizimida belgilab olishimiz mumkin (6.9-rasm). $t=t_1$ vaqtda o‘zgaruvchilar ma’lum qiymatga ega bo‘ladi. Bu yerda $M$ nuqta *tasvirlovchi nuqta* deyiladi.

Tasvirlovchi nuqta vaqt davomida harakatda bo‘ladi. Qaralayotgan to‘g‘ri burchakli koordinatalar tizimi *fazalar fazosi* deyiladi. Tasvirlovchi nuqta qoldirgan iz esa *fazalar trayektoriyasi* deyiladi.

Tizimning harakatini bunday tasvirlaganimizda vaqt o‘zgaruvchisi ishtirok etmaydi. Bu esa fazalar fazosi o‘tkinchi jarayonini miqdorini emas, balki sifatinigina aniqlash imkonini beradi.




*6.9-rasm.* ***M tasvirlovchi nuqtani faza tekisligidagi trayektoriyasi.***

Odatda fazalar fazosi koordinatalar o‘qlariga rostlanuvchi kattalikning qiymati emas, balki uni turg‘un qiymatdan farqi qo‘yiladi. Shuning uchun turli boshlang‘ich qiymatlarda turlicha fazalar trayektoriyasi hosil bo‘ladi.

Ma’lumki tizimning turg‘un holatida rostlanuvchi kattalik berilgan qiymatga teng bo‘ladi. Uning hosilasi ham «0»ga teng bo‘ladi. Bu esa koordinata boshi tizimning turg‘un holatiga mos kelishini ko‘rsatadi. Fazalar trayektoriyasini qurish uchun tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglamadan o‘zgaruvchi vaqt olib tashlanadi, ya’ni

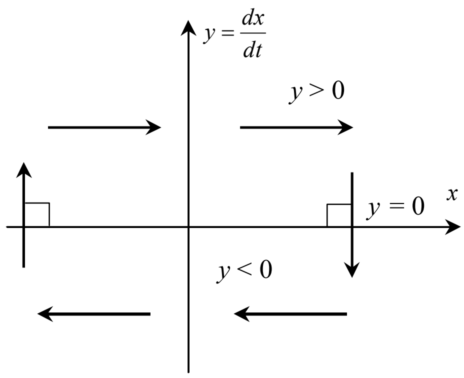
$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = x, \\ \dfrac{dx}{dt} = \Phi(x, y). \end{cases} \tag{6.3}$$

(6.3) tenglamadan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\Phi(x, y)}{x}. \tag{6.4}$$

(6.4) tenglama fazalar trayektoriyasining tenglamasi deyiladi. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida quyidagi qoidalarga amal qilish kerak:

1. Yuqori yarim tekislikda fazalar trayektoriyasi chapdan o‘ngga yo‘naltirilgan bo‘ladi.
2. Pastki yarim tekislikda o‘ngdan chapga yo‘nalgan bo‘ladi. Chunki $y < 0$.
3. Fazalar trayektoriyasi abssissa o‘qini to‘g‘ri burchak ostida kesib o‘tadi, chunki $y = 0$.
4. Bitta tizimning fazalar trayektoriyasi turli boshlang‘ich qiymatlarda bir-birini kesib o‘tmaydi.




*6.10-rasm.* ***Faza tekisligi.***

Fazaviy portret hamda vaqt funksiyasida koordinatalar o‘zgarishini aks ettiruvchi nuqtalarga misollar 6.11-rasmda keltirilgan.

Ushbu usulning *avzalligi* turli boshlang‘ich shartlardagi o‘tkinchi jarayonning shaklini yagona fazalar portretida ifodalash mumkin. *Kamchiligi* esa 3 va undan ortiq tartibli tizimni tadqiq qilish murakkabdir.

Bu usul yordamida quyidagi masalalarni yechish mumkin:

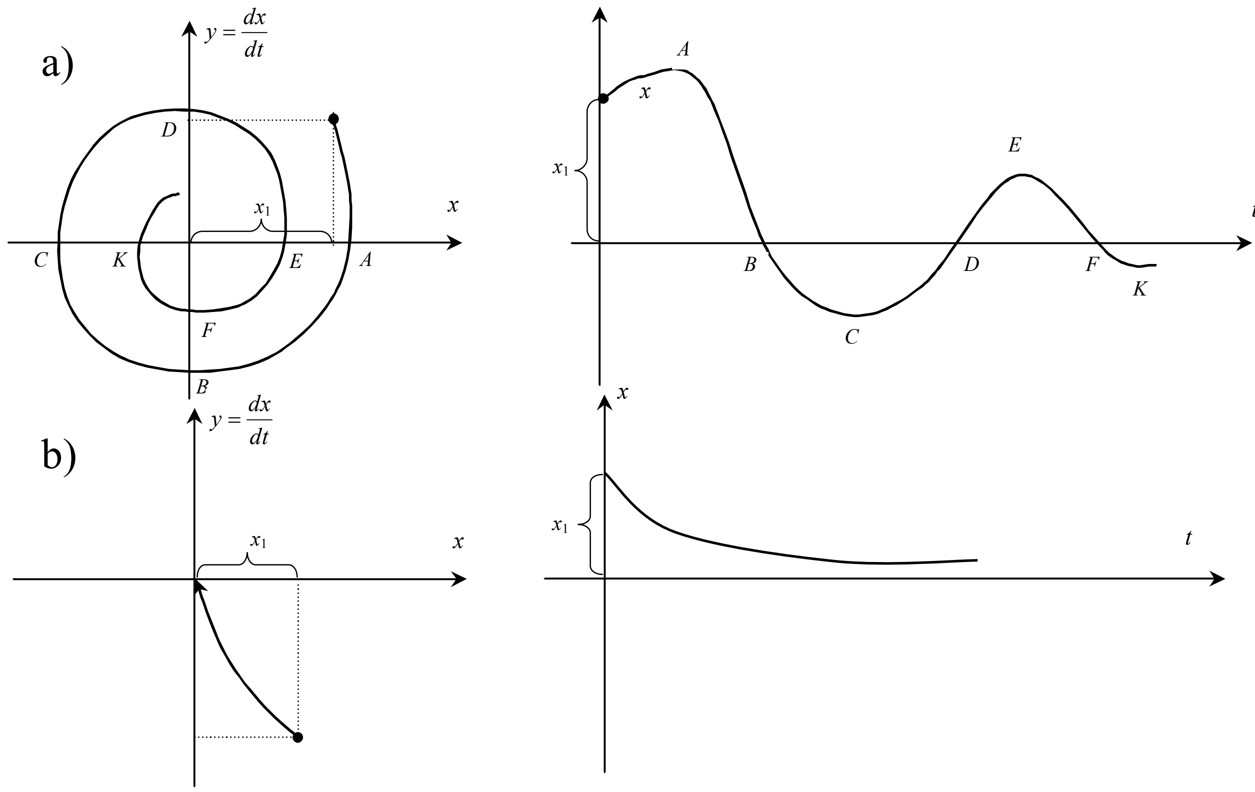
1. Tizimning mumkin bo‘lgan ishlash rejimlarini aniqlash;

2. Tizimning turg‘unligi haqida va uning chegaraviy qiymatlari to‘g‘risida xulosa chiqarish;

3. Avtotebranish va uning parametrlarini aniqlash;

4. Boshlang‘ich shartlar sohalarini aniqlash;

5. Tizimning sifat ko‘rsatkichlarini aniqlash, ya’ni tebranishlar soni, maksimal og‘ish va h.k.




*6.11-rasm.* ***Faza tekisligi.***

Shunday qilib, fazaviy fazo dinamik jarayonlarning geometrik shaklini tasvirlaydi. Bu geometrik tasvirlashda faqat koordinatalar qatnashadi, vaqt esa qatnashmaydi.

## 6.4. Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar

Ba’zi bir tizimning o‘tish jarayoni ikkinchi tartibli tenglama bilan ifodalansin [11,23]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1\frac{dx}{dt} + a_2x = 0. \qquad (6.5)$$

Bu tenglamani birinchi tartibli differensial tenglamalar orqali ifodalash mumkin

$$y = \frac{dx}{dt} \tag{6.6}$$

belgilash kiritib, (6.5) tenglamani quyidagicha yozamiz.

$$\frac{dy}{dt} = -a_1 y - a_2 x\,. \tag{6.7}$$

O‘zgaruvchi vaqtni yo‘qotish maqsadida (6.7) ni (6.6) ga bo‘lib ($x$ va $u \neq 0$):

$$\frac{dy}{dx} = -a_1 - a_2 \frac{x}{y} \tag{6.8}$$

hosil qilamiz.

(6.8) tenglamaning yechimi integral egri chiziqlar oilasini ifodalaydi va turli boshlang‘ich shartlarda turlicha ko‘rinishga ega bo‘ladi. Bu egri chiziqlar oilasining hamma to‘plami har xil fazo trayektoriyalarini ifodalaydi.

(6.5) tenglama $p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ xarakteristik tenglama orqali ifodalanadi va u

$$p_{1,2} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}$$

ildizlariga mos keladi. Bunda 6 ta holat bo‘lishi mumkin:

1) ildizlar mavhum, ya’ni $a_1 = 0$, $a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg‘unlik chegarasida);

2) kompleks ildizlar manfiy haqiqiy qismga ega, ya’ni $a_1^2 < 4a_2,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg‘un);

3) kompleks ildizlar musbat haqiqiy qismga ega, ya’ni $a_1^2 < 4a_2,\ a_1 < 0,\ a_2 > 0$ ( chiziqli tizim noturg‘un);

4) ildizlar haqiqiy manfiy, ya’ni $a_1^2 > 4a_2,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg‘un);

5) ildizlar haqiqiy musbat, ya’ni $a_1^2 > 4a_2,\ a_1 < 0,\ a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg‘un);

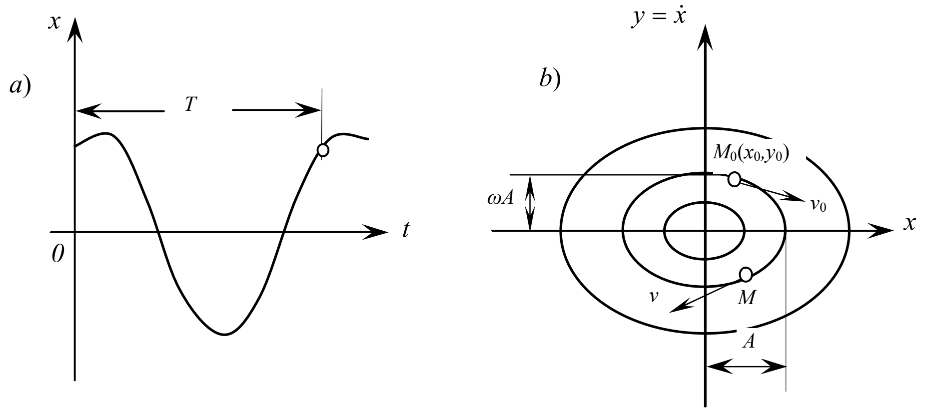
6) ildizlar haqiqiy va $a_2 < 0$ da har xil ishoraga ega (chiziqli tizim noturg‘un).

Ko‘rib chiqilgan har bir hol uchun fazoviy trayektoriyalar chizamiz:

**1) Ildizlar mavhum,** ya’ni $a_1 = 0$, $a_2 > 0$ (6.12-rasm). Bunda differensial tenglamaning yechimi so‘nmas tebranishni beradi.

$$x = A\sin(\omega t + \beta), \ \ y = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \beta), \ \ \omega = \sqrt{a_2} \ ,$$

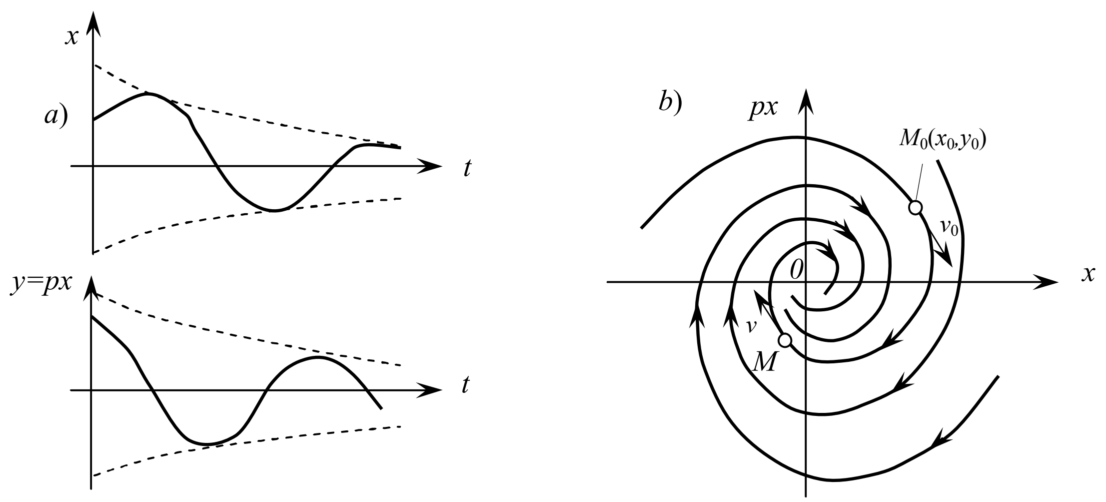
Ikkinchi tartibli tizimning fazo trayektoriyasi va undagi o‘tish jarayoni (ξ=0).




*6.12-rasm.* ***Tizim turg‘unlik chegarasida.***

**2) Kompleks ildizlar manfiy haqiqiy qismga ega,** ya’ni $a_1^2 < 4a_2$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ (6.13-rasm).

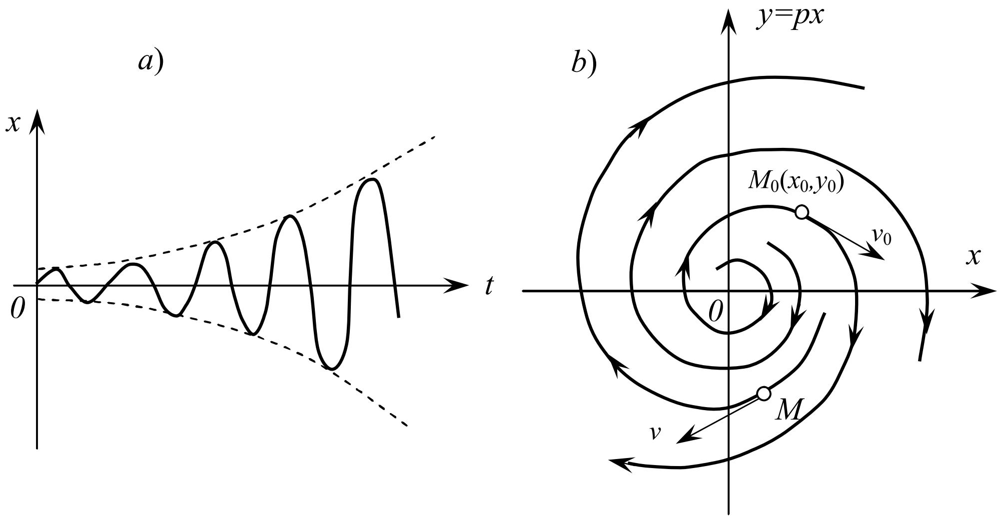
Ikkinchi tartibli tizimning 0<ξ<1 bo‘lganda fazo trayektoriyasi va o‘tish jarayoni




*6.13-rasm.* ***Tizim turg‘un.***

**3) Kompleks ildizlar musbat haqiqiy qismga ega,** ya’ni $a_1^2 < 4a_2$, $a_1 < 0$, $a_2 > 0$ (tizim noturg‘un) (6.14-rasm).

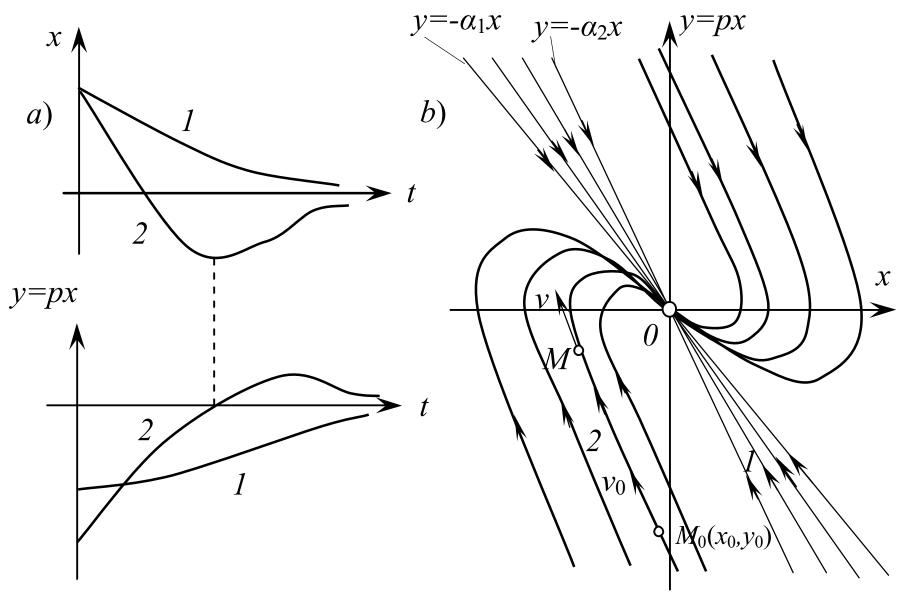
Ikkinchi tartibli tizimning -1<ξ<0 bo‘lganda fazo trayektoriyasi va o‘tish jarayoni




*6.14-rasm.* ***Tizim noturg'un.***

**4) Ildizlar haqiqiy manfiy,** ya'ni $a_1^2 > 4a_2,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'un) (6.15-rasm).

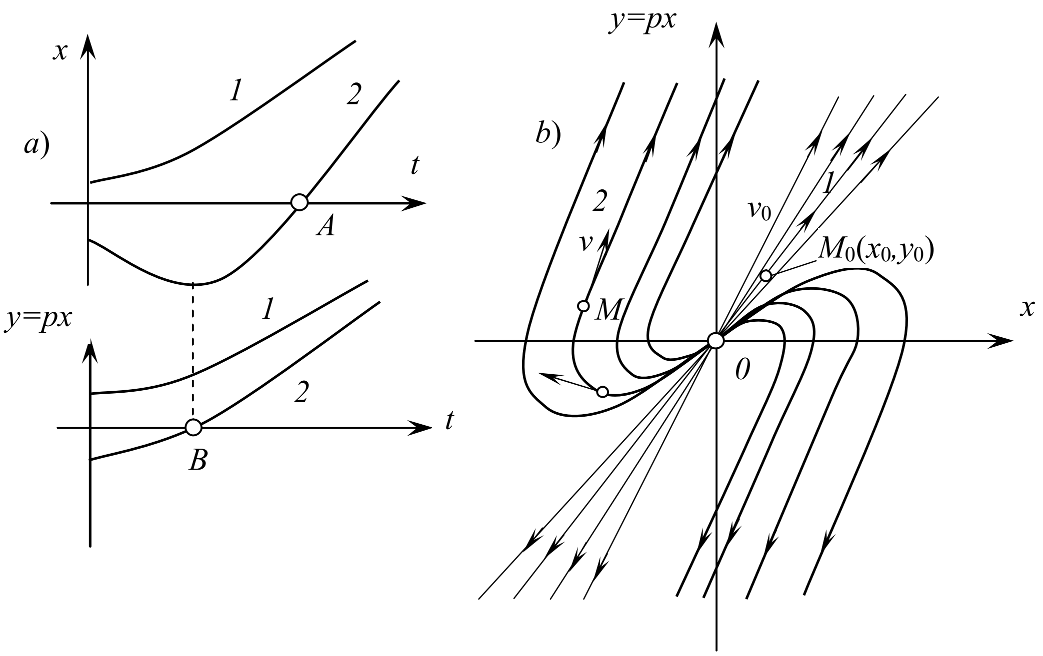
Ikkinchi tartibli tizimning ξ>0 bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni




*6.15-rasm.* ***Tizim turg'un.***

5) **Ildizlar haqiqiy musbat,** ya'ni $a_1^2 > 4a_2,\ a_1 < 0,\ a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg'un) (6.16-rasm).

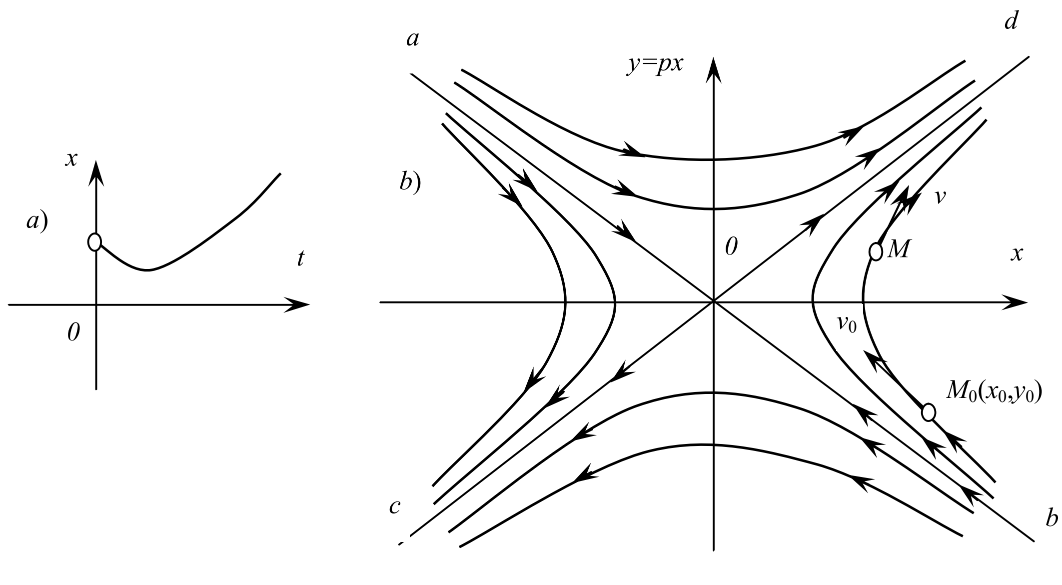
Ikkinchi tartibli tizimning ξ<-1 bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni




6.16-rasm. ***Tizim noturg'un.***

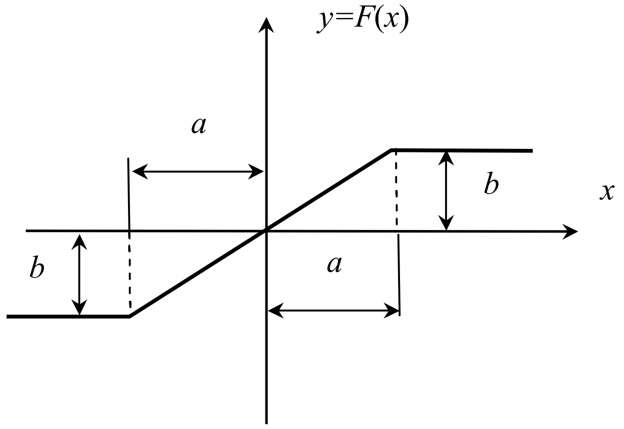
**6) Ildizlar haqiqiy va $a_2 < 0$ da har xil ishoraga ega (chiziqli tizim noturg'un).**

Ikkinchi tartibli tizimning $\xi>1$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni




6.17-rasm. ***Tizim noturg'un.***

**6.1-masala.** To'yinish chegaralari 6.18-rasmda keltirilgan statik xarakteristikali nochiziqli element uchun kompleks garmonik uzatish koeffitsiyenti $J(A)$ ni aniqlang.

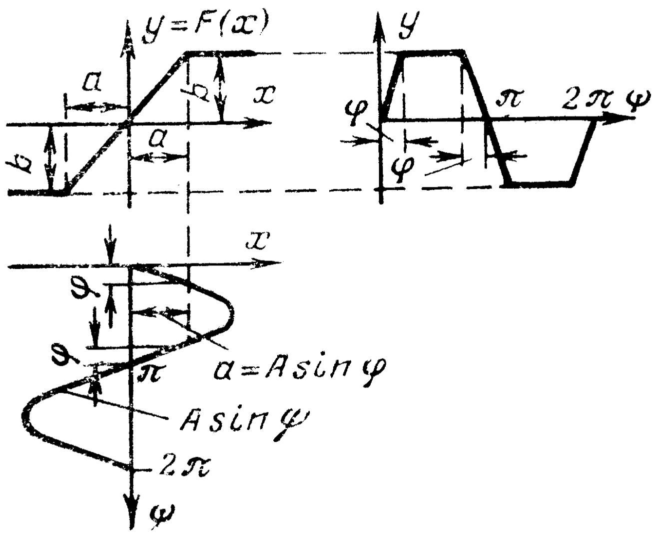



*6.18-rasm.*

**Yechish:** $A > a$, bo'lganda $x = A sin \omega_1 t$ sinusoidal kirish signali uchun chiqishdagi $y = F(x)$ signalning grafigini quramiz (6.19-rasm). Nochiliqlilik bir qiymatli kompleks uzatish koeffitsiyentidan iborat faqat haqiqiy qism

$$J(A) = q(A) = B_1 / A.$$

Fure qatori va 6.19-rasmdagi tavsifdan koeffitsiyent uchun formulalardan foydalanib, nochiziqli element chiqishidagi birinchi garmonika sinus tashkil etuvchisidan $B_1$ amplitudani aniqlaymiz



*6.19-rasm.*

$$B_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(A\sin\psi)\sin\psi d\psi = \frac{4}{\pi}\left[\int_0^{\varphi} kA\sin^2\psi d\psi + \int_{\varphi}^{\pi/2} b\sin\psi d\psi\right] =$$

$$= \frac{4}{\pi}\left[kA\left(\left|\frac{\psi}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\psi\right|_0^{\varphi}\right) - b\left|\cos\psi\right|_{\varphi}^{\pi/2}\right] = \frac{4}{\pi}\left(\frac{kA}{2}\varphi - \frac{kA}{4}\sin 2\varphi + b\cos\varphi\right), \quad (6.9)$$

bu yerda

$$k = \frac{b}{a};\ \psi = \omega_1 t. \quad (6.10)$$

6.19-rasmni inobatga olgan holda

$$\sin\varphi = \frac{a}{A}; \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{a}{A}\right);$$

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}. \tag{6.11}$$

Nochiziqli element parametri $a$ va chiqishdagi signal amplitudasi $A$ ni ikkilamchi sinus burchak deb belgilab olamiz:

$$\sin 2\varphi = 2\sin\varphi\cos\varphi = 2\frac{a}{A}\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}. \tag{6.12}$$

(6.10)-(6.12) ifodalardan foydalanib, (6.9) tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$B_1 = \frac{4}{\pi}\left(\frac{kA}{2}\arcsin\frac{a}{A} - \frac{ka}{2}\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} + ka\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}\right) = \frac{2k}{\pi}\left(A\arcsin\frac{a}{A} + a\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}\right).$$

Nochiziqli elementning kompleks garmonik uzatish koeffitsiyenti quyidagicha:

$$J(A) = \frac{B_1}{A} = \frac{2k}{\pi}\left(\arcsin\frac{a}{A} + \frac{a}{A}\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}\right).$$

**6.2-masala.** Garmonik tebranishi $x = A\sin\omega t$ qonuniyat bo‘yicha o‘zgaruvchi nuqta uchun fazoviy portretni quring.

**Yechish:** Fazoviy portretni qurish uchun $x$ koordinatalaridan hosilani aniqlaymiz

$$\frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t. \tag{6.13}$$

Fazoviy trayektoriya tenglamasini olish uchun $x$ va $\frac{dx}{dt}$ tenglamadan $t$ vaqtni olib tashlaymiz. $\frac{dx}{dt}$ ni $y$ bilan beligilab, (6.13) tenglamani kvadratga oshiramiz

$$y^2 = A^2\omega^2 \cos^2 \omega t. \tag{6.14}$$

Xuddi shunaqa $x$ tenglamani kvadratga oshirib, $\omega^2$ ga ko‘paytiramiz

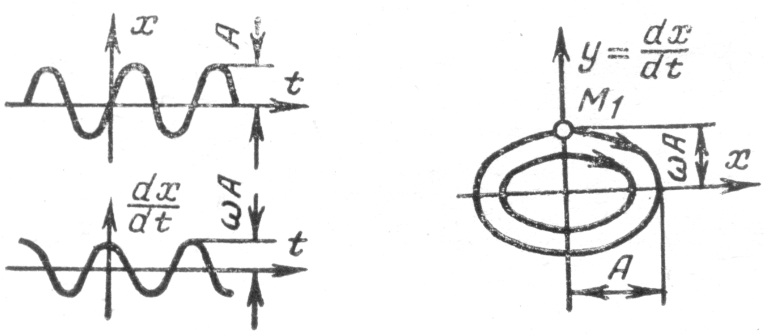
$$\omega^2 x^2 = A^2\omega^2 \sin^2 \omega t. \tag{6.15}$$

(6.14) va (6.15) tenglamaning o‘ng va chap tomonlarini qo‘shib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$y^2 + \omega^2 x^2 = A^2\omega^2 \text{ yoki } \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{A^2\omega^2} = 1. \tag{6.16}$$

(6.16) tenglama fazoviy trayektoriyani aks ettiruvchi tenglama hisoblanadi. 6.20-rasmda vaqt funksiyasida $x$ koordinatalar o‘zgarishini aks ettiruvchi nuqtalar va $y = \frac{dx}{dt}$ tezlik hamda fazoviy portret keltirilgan.

Fazoviy portret o‘zida ellipislar oilasini aks ettiradi.




*6.20-rasm.*

### 6.5. Lyapunov usuli asosida nochiziqli tizimlarning turg‘unligi tahlili

Faraz qilamiz, nochiziqli tizimning hamma o‘zgaruvchilari uchun o‘tish jarayoni chetlanishlari ularning barqaror jarayonlarining qiymatlariga nisbatan differensial tenglamalari berilgan. U holda $n$ – tartibli chiziqli tizim uchun quyidagi tenglamalar tizimini yozishimiz mumkin [4,10,11]:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= X_1(x_1, x_2, ..., x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= X_2(x_1, x_2, ..., x_n) \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= X_n(x_1, x_2, ..., x_n) \end{aligned}\right\}. \tag{6.17}$$

$X_1, X_2, ..., X_n$ – nochiziqlarning har qanday koʻrinishini oʻzida mujassamlashtirgan va har doim quyidagi

$$X_1, X_2, ..., X_n = 0$$

shartlarni qanoatlantiradigan ixtiyoriy funksiyalar.

Tahlil qilish uchun quyidagi tushunchani kiritamiz, bu yerda va keyinchalik koʻp oʻzgaruvchili funksiya sifatida *n* oʻlchovli Evklid fazosini koʻrib chiqamiz

$$V = V(x_1, x_2, x_3, ..., x_n).$$

Evklid fazosi deb xossasi absolyut geometriya aksiomalari va Evklidning parallel toʻgʻri chiziqlar haqidagi (postulati) aksiomasi bilan taʼrif qilinadigan fazoga aytiladi.

Taʼrif: $V$ – funksiya baʼzi bir sohada, agar u shu sohaning har bir nuqtalarida boshlangʻich koordinata atrofida bir xil ishorali boʻlib qolsa va faqat koordinata boshidan boshqa yerda nolga aylansa, uning ishorasi aniqlangan deyiladi.

Agar $V$ – funksiya bir xil ishorani saqlab qolsa va faqat koordinata boshidagina emas, balki shu sohaning boshqa nuqtalarida ham nolga aylanishi mumkin boʻlsa, uni doimiy ishorali deyiladi.

Agar $V$ – funksiya berilgan sohada boshlangʻich koordinata atrofida har xil ishoraga ega boʻlsa, u oʻzgaruvchi ishorali deyiladi.

$n = 2$ va $V = x_1^2 + x_2^2$ boʻlsin. $x_1 = x_2 = 0$ boʻlganda $V = 0$ va har qanday $x_1, x_2$ - larda $V > 0$ boʻladi, yaʼni $V$ ishorasi aniqlangan musbat funksiya boʻladi.

Shunga oʻxshab, har qanday n uchun funksiya $V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots + x_n^2$ ishorasi aniqlangan musbat funksiya boʻladi.

$V = -(x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2)$ ko‘rinishdagi funksiya, ishorasi aniqlangan manfiy funksiya bo‘ladi.

Endi $n=3$ bo‘lgan holda quyidagi funksiyani ko‘rib chiqamiz:

$$V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

Bu funksiya endi ishorasi aniqlangan emas, balki doimiy ishorali bo‘ladi. Chunki u $x_1, x_2, x_3$ – larning har qanday qiymatlarida musbat bo‘lib qoladi, lekin nafaqat $x_1, x_2, x_3 = 0$ bo‘lganda 0 ga aylanib qolmay, balki $x_1, x_2 = 0$ bo‘lgan holda $x_3$ ning har qanday qiymatlarida ham doimiy ishorali musbat bo‘ladi.

$V=x+x$ ko‘rinishdagi funksiyani ko‘rib chiqamiz. Bu funksiyaning ishorasi o‘zgaruvchandir, chunki $x=-x$ to‘g‘ri chiziqning o‘ng tekisligida hamma nuqtalar uchun u musbat va shu to‘g‘ri chiziqning chap tekisligidagi hamma nuqtalar uchun manfiydir.

Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo‘yicha hosilasi tushunchasini kiritamiz [11].

Har qanday funksiya

$$V = V(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$

$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$ bo‘lganda aynan nolga aylanadigan bo‘lsa va unda $x_1, x_2, \ldots, x_n$ kattaliklari tizimning o‘tish o‘zgaruvchilarga nisbatan olingan bo‘lsa va (6.17) – tenglama bu tizim uchun quyidagicha yozilishi mumkin bo‘lsa:

$X_1=x_1(t), X_2=x_2(t), \ldots, X_n=x_n(t)$ uni Lyapunov funksiyasi deyiladi.

Lyapunov funksiyasidan vaqt bo‘yicha hosila quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} + \ldots + \frac{\partial V}{\partial x_n}\frac{dx_n}{dt}$$

bu tenglama (6.17) – tenglamadan $\frac{dx_1}{dt};\ \frac{dx_2}{dt}, \ldots, \frac{dx_n}{dt}$ larni qiymatini qo‘yamiz:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1}X_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2}X_2 + \ldots + \frac{\partial V}{\partial x_n}X_n$$

$X_1, X_2, ..., X_n$ – lardan (6.17) – tizimning o‘ng qismlari bo‘lib, berilgan funksiyasidan $x_1, x_2, ..., x_n$ – lardan chetlanishlarini ko‘rsatadi.

Shunday qilib, Lyapunov funksiyasining vaqt bo‘yicha hosilasi ham $V$ – funksiyasiga o‘xshab, ba’zi bir chetlanishlarning funksiyasi bo‘ladi:

$$\frac{dV}{dt} = W(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Lyapunov funksiyasining hosilasiga yuqorida ko‘rsatib o‘tilgan ishorasi aniqlangan, doimiy ishorali va o‘zgaruvchan ishorali tushunchalarni qo‘llash mumkin.

Nochiziqli tizimlarning turg‘unligi to‘g‘risidagi Lyapunov teoremasini isbotsiz keltiramiz.

<u>Teorema:</u> Agar (6.17) – tenglama shaklida berilgan $n$ – chi tartibli tizimlarda shunday ishorasi aniqlangan $V(x_1, x_2, ..., x_n)$ Lyapunov funksiyasini tanlab olish mumkin bo‘lsa, uning vaqt bo‘yicha hosilasi $W(x_1, x_2, ..., x_n)$ ham ishorasi aniqlangan bo‘ladi, lekin $V(x_1, x_2, ..., x_n)$ – da ishorasi teskari ishorali bo‘lsa, u holda bunday tizim turg‘un bo‘ladi.

$W$ – funksiyaning ishorasi aniq bo‘lganda tizim asimtotik turg‘un bo‘ladi.

Yuqoridagi teorema turg‘unlikning faqat yetarli shartini berishi va nochiziqli tizim turg‘unlik sohasidan tashqari bir qator alohida sohalarga ega bo‘lishi mumkinligidan, nochiziqli tizimlarning nochiziqligini aniqlashda alohida zarurat kelib chiqadi.

Nochiziqli tizimlarning noturg‘unligini aniqlashda Lyapunovning quyidagi teoremasidan foydalaniladi.

Agar (6.17) tenglama shaklida berilgan $n$-chi tartibli tenglamalar tizimining $W(x_1, x_2, ..., x_n)$ hosilasi Lyapunovning biror $V(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyasida ishorasi aniqlangan bo‘lib, $V$ – funksiyaning o‘zi birorta soha koordinata boshiga kelib qo‘shilsa, uning ishorasi hosila $W$ ishorasi bilan bir xil bo‘lib, tizim noturg‘un bo‘ladi.

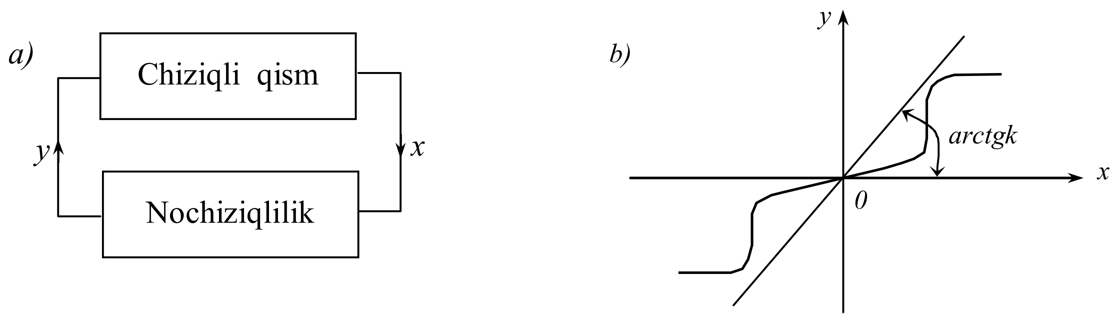
## 6.6. V.M.Popovning mutlaq turg‘unlik mezoni

Bir ma’noli nochiziqliklarni o‘z ichiga olgan nochiziqli tizimlarning turg‘unligini o‘rganishda ko‘pincha rumin olimi V.M.Popov tomonidan tadqiq qilingan turg‘unlikning chastota mezonidan foydalaniladi. Birorta noziqli tizim o‘zida bir ma’noli nochiziqlikka ega bo‘lsin

$$y = F(x), \tag{6.18}$$

tizimning chiziqli qismi ham quyidagi tenglama bilan ifodalansin,

$$Q(p) = -R(p)y, \tag{6.19}$$




*6.21-rasm.*

Bu yerda $Q(p)$ va $R(p)$ quyidagi ko'phadlarga teng [11,23]:

$$Q(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n,$$
$$R(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m,$$

bu yerda $m < n$.

$y = F(x)$ nochiziqlilik ixtiyoriy ko'rinishda bo'lib, berilgan *arctgk* burchak chegarasidan chiqmasin.

Shunday qilib, nochiziqlilik quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$0 < F(x) < kx.$$

$Q(P) = 0$ ning hamma ildizlari manfiy haqiqiy qismli yoki ulardan tashqari ikkitadan ortiq bo'lmagan nol ildizlariga ega. Boshqacha qilib aytganda $a_n$=0 yoki $a_n = a_{n-1} = 0.$

V.M. Popov turg'unlik mezonining ta'rifini isbotsiz keltiramiz.

Nochiziqli tizimning turg'unligini aniqlash uchun shunday chekli haqiqiy son $h$ – ni tanlab olish kerakki, unda hamma $\omega>0$ bo'lganda quyidagi tengsizlik bajarilsin:

$$Re(1 + j\omega h)W(j\omega) + \frac{1}{k} > 0, \tag{6.20}$$

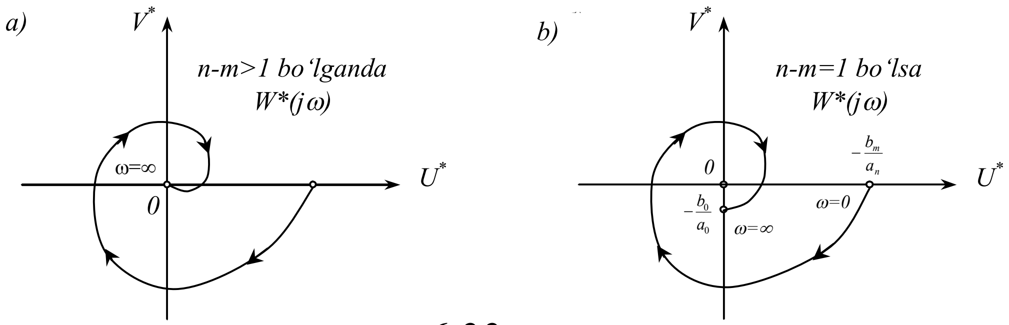
bu yerda, $W(j\omega)$ – chiziqli tizimning AFX si.

Teoremaning boshqacha ta’rifidan qulay geometrik izohlanadigan chastota xarakteristikasining ko‘rinishini o‘zgartirish bilan bog‘liq.

O‘zgaruvchan ko‘rinishli chastotaviy xarakteristika $W^*(j\omega)$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\left.\begin{aligned} U^*(\omega) &= Re\,W^*(j\omega) = Re\,W(j\omega), \\ V^*(\omega) &= Im\,W^*(j\omega) = \omega T_0\ Im\,W(j\omega), \end{aligned}\right\} \tag{6.21}$$

$T_0 = 1$ sek normalovchi ko‘paytiruvchi.




*6.22-rasm.*

Analogik *W(jω)* qachonki $Q(p)$ va $R(p)$ tenglamalarda darajalar farqi *n-m* > 1 bo‘lganda $W^*(j\omega)$ grafigi 6.22,a-rasm ko‘rinishga ega bo‘ladi. Agarda darajalar farqi n-m =1 bo‘lsa, u holda $W^*(j\omega)$ grafik oxiri mavhum o‘qning koordinata boshidan pastda bo‘ladi (6.22,b-rasm).

(6.20) tengsizlikning chap qismini quyidagicha o‘zgartiramiz:

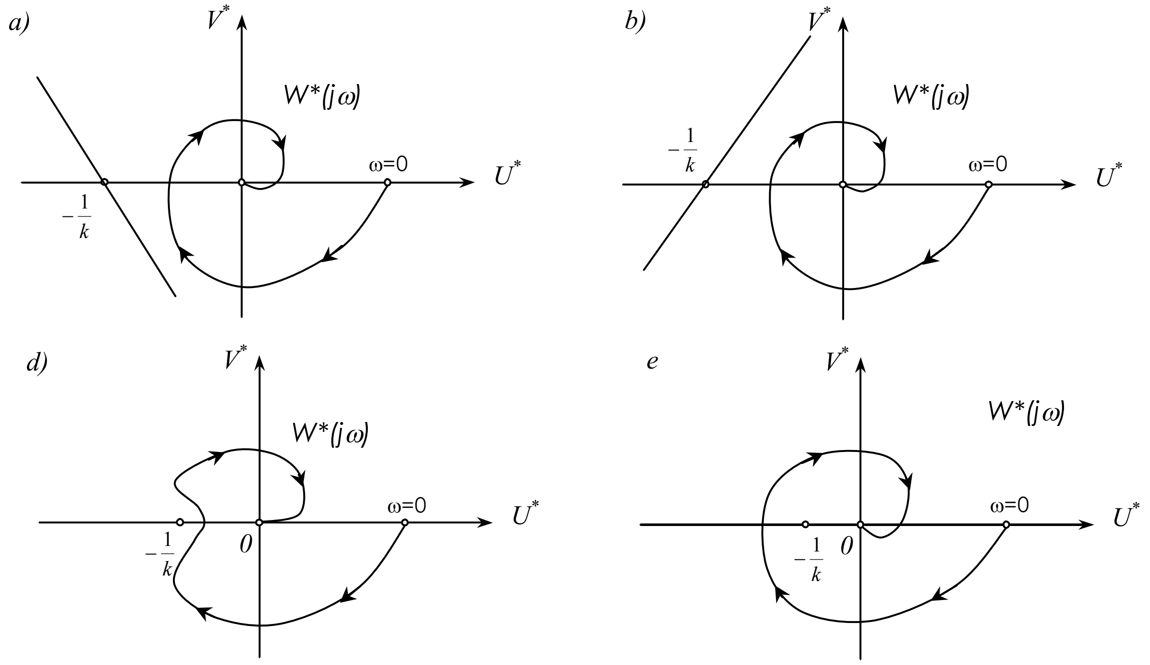
$$Re(1+j\omega h)\,W(j\omega)+\frac{1}{k}=Re\,W(j\omega)-\omega h\,Im W(j\omega)+\frac{1}{k}>0. \tag{6.22}$$

Unda, $W^*(j\omega)=U^*(\omega)+jV^*(\omega)$ va (6.21) chi munosabatlardan foydalanib, (6.22) tengsizikni barcha $\omega \geq 0$ da o‘zgartiramiz:

$$U^*(\omega)-\frac{1}{T_0}V^*(\omega)+\frac{1}{k}=U^*(\omega)-h_0V^*(\omega)+\frac{1}{k}>0. \tag{6.23}$$

$U^*(\omega)-h_0V^*(\omega)+\frac{1}{k}>0$ bo‘lganda $W^*(j\omega)$ tekisligida to‘g‘ri chiziqni ifodalaydi. Bundan V.M.Popov teoremasining geometrik izohi kelib chiqadi: *nochiziqli tizimning turg‘unligini aniqlash uchun* $W^*(j\omega)$

*tekisligida shunday to'g'ri chiziqni tanlab olish kerakki, u* $\left(-\frac{1}{k},\, j0\right)$ *nuqtasidan o'tganda* $W^*(j\omega)$ *egri chizig'i bu chiziqning o'ng tomonida yotsin.*




*6.23-rasm.* ***a va b hollarda tizim mutlaq turg'un; d va e hollarda tizim noturg'un.***

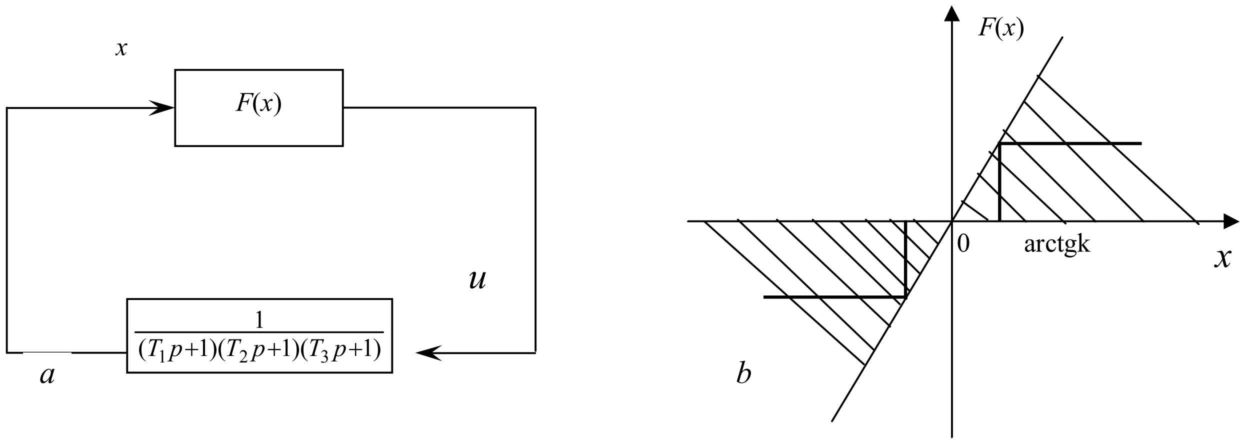
Tizimning chiziqli qismini va nochiziqli zvenoning uzatish koeffitsiyenti $k = k_{ch}k_n$ shartli ravishda nochiziqli zvenoga kiritilgan. Agar nochiziqli zveno xarakteristikasi $(0,k)$ sektorda joylashgan bo'lsa, $k$-ning qanday qiymatlarida tizim mutlaq turg'un bo'lishini aniqlang.

Boshlang'ich ma'lumotlar: tizim chiziqli qismining doimiy vaqtlari $T_1$=0,5 sek, $T_2$=0,2 sek $T_3$=0,1 sek.

**6.3-masala.** Nochiziqli avtomatik tizimning struktura sxemasi 6.25,*a*-rasmda keltirilgan.

**Yechish:** Tizim chiziqli qismining chastotali uzatish funksiyasni quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)}. \qquad (6.24)$$




*6.24-rasm.*

Uning haqiqiy va mavhum qismlari mos ravishda quyidagiga teng

$$U(\omega)=\mathrm{Re}W(j\omega)=\frac{1-\omega^2(T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3)}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)},\tag{6.25}$$

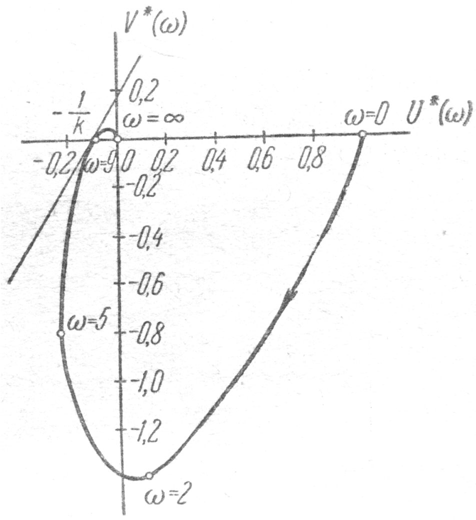
$$V(\omega)=\mathrm{Im}W(j\omega)=\frac{-\omega(T_1+T_2+T_3)+\omega^3T_1T_2T_3}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)}.\tag{6.26}$$

$U^*(j\omega)$ va $V^*(j\omega)$ ga ba'zi funksiyalar kiritamiz:

$$U^*(\omega)=\mathrm{Re}W(j\omega)=\frac{1-\omega^2(T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3)}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)},\tag{6.27}$$

$$V^*(\omega)=\omega\,\mathrm{Im}W(j\omega)=\frac{-\omega^2(T_1+T_2+T_3)+(\omega^4T_1T_2T_3)}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)}.\tag{6.28}$$

(6.27) va (6.28) tengliklar bo‘yicha $V^*(\omega)=f[U^*(\omega)]$ xarakteristikani quramiz (6.25-rasm) va $\left(-\frac{1}{k},\, j0\right)$ bo‘yicha Popov to‘g‘ri chizig‘ini shunday o‘tkazamizki, bunda qurilgan xarakteristika bu chiziqdan o‘ng tomonda yotsin. 6.25-rasmga binoan $\frac{1}{k}\approx 0{,}08$. Shuning uchun tizim $0<k<12{,}5$ sektorda yotuvchi hamma nochiziqli xarakteristikalar uchun mutlaq turg‘undir, shu jumladan 6.25-rasmda ko‘rsatilgan rele tipli xarakteristika ham turg‘un.

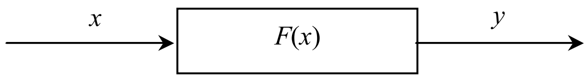



*6.25-расм.*

Shunday qilib, berk nochiziqli tizimning mutlaq turg‘unligining yetarli sharti ochiq holda *k* uzatish koeffitsiyentiga ega bo‘lgan tutash chiziqli tizimning zaruriy va yetarli sharti bajarilishiga keltirilyapti.

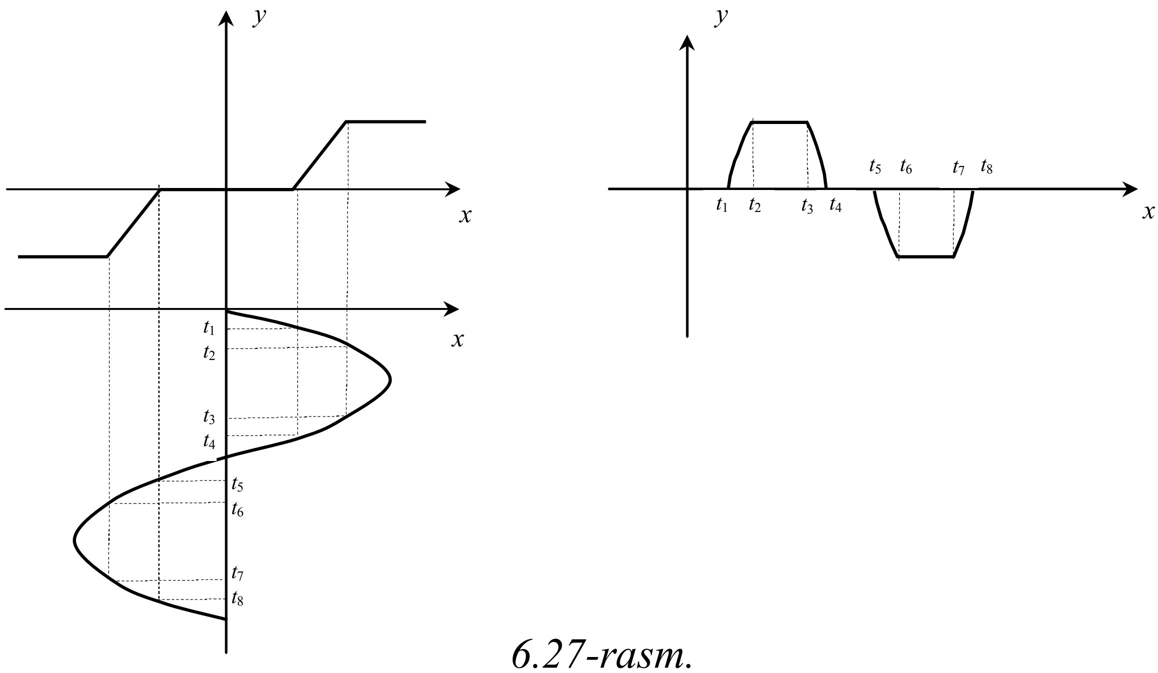
## 6.7. Garmonik balans usuli

Bu usul dinamikasi ikki va undan yuqori tartibli nochiziqli differensial tenglama bilan yoziluvchi tizimlarni tekshirish, nochiziqli tizimlarni majburiy harakatini taqriban tahlil qilish, tizimining turg‘unligini mavjud bo‘ladigan avtotebranishlarni parametrlarini aniqlash imkonini beradi [4,11,23]. Tizim tarkibida nochiziqli element bo‘lsin.




*6.26-rasm.*

Bu elementning kirishiga sinusoidal signal berilsa, uning chiqishida davriy signal hosil bo‘ladi (6.28-rasm).




*6.27-rasm.*

Hosil bo‘lgan davriy signalni Fure qatoriga yoyamiz

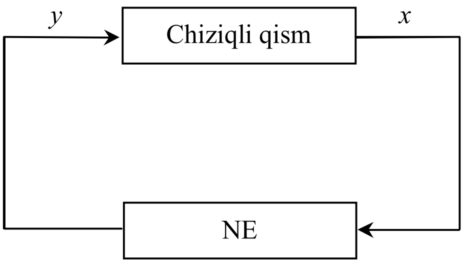
$$y = F(a\sin\omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(A_n \sin\omega t + B_n \cos\omega t),$$

bu yerda $A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(a\sin\omega t)dt$; $A_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(a\sin\omega t)\sin\omega t dt$;

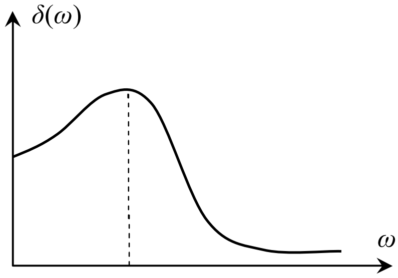
$B_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(a\sin\omega t)\cos\omega t dt$.

Qaralayotgan tizim ixtiyoriy strukturaga ega bo‘lsin. Lekin uning tarkibida bir donagina nochiziqli element bo‘lsin. U holda sistemani strukturasini quydagicha tasvirlab olish mumkin (6.28-rasm).

Agarda chiziqli qismning uzatish funksiyasi maxrajining darajasi suratining darajasiga nisbatan katta bo‘lsa, chiziqli qism yuqori chastotali signallarni so‘ndiradi (6.29-rasm).




*6.28-rasm.*




*6.29-rasm.*

$$W(p) = \frac{(A(p))^m}{(B(p))^n}, \quad n >> m$$

$$|W(j\omega)| >> |W(jn\omega)|, \quad n = 2,3,...$$

Chiziqli qismning bu xossasi filtrli xossasi deyiladi.

$$y = A_1 \sin\omega t + A_2 \sin\omega t + ... + B_1 \cos\omega t + B_2 \cos\omega t + ...$$
$$y = A_1 \sin\omega t + B_1 \cos\omega t,$$

bu yerda $\sin\omega t = \frac{x}{a}$, $\omega\cos\omega t = \frac{1}{a}\frac{dx}{dt}$ $\Rightarrow \cos\omega t = \frac{1}{a\omega}\frac{dx}{dt}$ deb quyidagi tenglamani hosil qilamiz

$$y = \frac{A_1}{a}x + \frac{B_1}{\omega a}\frac{dx}{dt}.$$

Bu tenglama nochiziqli elementning differensial tenglamasi deyiladi.

Quyidagi belgilashni kiritib $q(a)=\dfrac{A_1}{a},\ q'(a)=\dfrac{B_1}{a}px,\ p\to j\omega$

$$y=q(a)x+jq'(a)x,\qquad K_N(a)=q(a)+jq'(a).$$

*Nochiziqli elementning uzatish funksiyasi* deb chiqish signalining birinchi garmonikasi amplitudasini kirish signalining amplitudasi nisbatiga aytiladi. Agarda nochiziqli element bir qiymatli bo‘lsa $q'(a)=0$ bo‘ladi.

Nochiziqli elementning AFXsini qurish uchun quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$Z_N(a)=-\frac{1}{K_N(a)}.$$

*Avtotebranishni aniqlash usullari.*

Nochiziqli tizimlarni tekshirishda birinchi navbatda quydagi savollarga javob berish kerak [8,11]:

1. Tizimda avtotebranish mavjudmi?
2. Mavjud avtotebranish turg‘unmi?
3. Avtotebranishning parametrlari qanday?

Bu savollarga javob berish uchun avtotebranishni aniqlash zarur bo‘ladi. Aniqlashning 2 usuli mavjud:

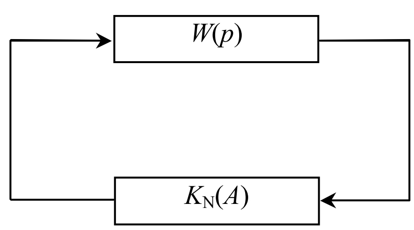
1. Analitik usul.
2. Chastotaviy usul (Goldfarb usuli).

***1. Analitik usul.*** Ushbu usuldan foydalanishda tizimning strukturasi quyidagi ko‘rinishga keltirib olinadi (6.30-rasm).

Bunda chiziqli qismning ko‘rinishi quyidagiga ega

$$W(p)=\frac{A(p)}{B(p)}.$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi topiladi



*6.30-rasm.*

$$W_B(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)\cdot K_N(A)}.$$

Berk tizimning xarakteristik tenglamasini nolga tenglaymiz

$$1+W(p)\cdot K_N(A)=0,$$

$$1+\frac{A(p)}{B(p)}\left[q(A)+\int q'(A)\right]=0,$$

$$B(p)+A(p)\left[q(A)+\int q'(A)\right]=0.$$

$p\to j\omega$ bilan almashtirib xarakteristik tenglamaning haqiqiy va mavhum qismlar topiladi. Haqiqiy va mavhum qismlar amplituda $A$ va chastota $\omega$ ga bog‘liq munosabat ko‘rinishda bo‘ladi, ya’ni

$$X(A,\omega)+jY(A,\omega)=0.$$

Ularni nolga tenglab, tenglamalar tizimini hosil qilamiz:

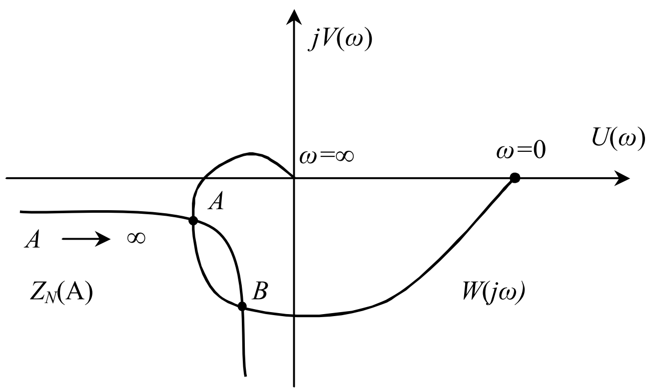
$$\begin{cases} X(A,\omega)=0, \\ Y(A,\omega)=0. \end{cases}$$

Agarda tenglamalar tizimini yechimi haqiqiy va musbat qiymatga ega bo‘lsa, tizimda avtotebranish mavjud bo‘ladi.

***2. Goldfrarb usuli.*** Bu usul uncha murakkab bo‘lmagan tizimlar uchun qo‘llanilib chiziqli qism filtrlil xususiyatiga ega bo‘lishi kerak. Bunda tizim ikki qismga ajratib olinadi: chiziqli va nochiziqli.

Avtotebranishni topish algoritmi quyidagidan iborat:

1. Chiziqli qismning AFXsi quriladi.
2. Nochiziqli elementning teskari uzatish funksiyasi topiladi



*6.31-rasm.*

$$Z_N(A) = -\frac{1}{K_N(A)} = -\frac{1}{q(A) + jq'(A)}.$$

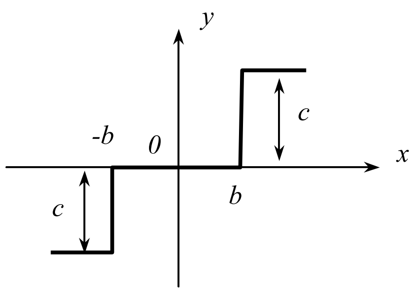
3. Amplitudani 0 dan $\infty$ gacha o‘zgartirib nochiziqli elementning teskari AFXsi quriladi.

**Popov mezoni:** Agarda ikkala AFX o‘zaro kesishsa tizimda o‘zaro avtotebranish mavjuddir.

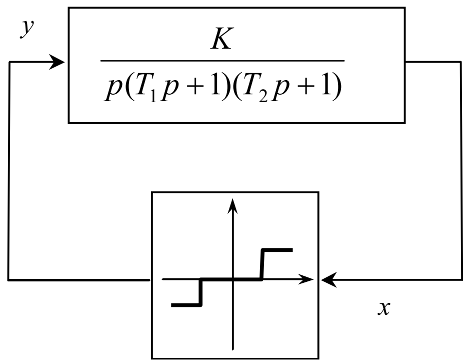
Avtotebranishni turg‘un yoki noturg‘unligini aniqlash uchun quyidagidan foydalaniladi:

Agarda amplituda 0 dan $\infty$ ga o‘zgarganda nochiziqli elementning AFXsi chiziqli qismning AFXsining konturiga kirsa shu nuqtada noturg‘un avtotebranish mavjud. Konturdan chiqadigan nutada turg‘un avtotebranish mavjud.

**6.4-masala**. Agar chiziqli qism parametrlari $k$=0,82 sek$^{-1}$, $T_1$=$T_2$=0,05 sek va nochiziqli zveno ($b$=0,25, $c$=110) statistik xarakteristikasi 6.32-rasmdagi kabi bo‘lsa, 6.33-rasmda keltirilgan struktur sxemali nochiziqli tizimning turg‘unligini tadqiq qiling.




*6.32-расм.* ***Statik xarakteristika.***




*6.33-расм.* ***Strukturali sxema.***

**Yechish:** Tizimning chiziqli qism $W_{ch}(j\omega)$ amplituda-faza chastotaviy xarakteristikasi va garmonik chiziqlantirilgan nochiziqli zveno $-Z(a) = -\dfrac{1}{W_N(a)}$ ning gadografni quramiz.

Strukturali sxemaga asosan tizimning chiziqli qism chastotaviy uzatish funksiyasi

$$W_{ch}(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+T_1 j\omega)(1+T_2 j\omega)},$$

uning moduli

$$|W_{ch}(j\omega)| = \frac{k}{\omega\sqrt{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega)}}$$

va fazasi

$$\phi(\omega) = -90^\circ - arctg\omega T_1 - arctg\omega T_2$$

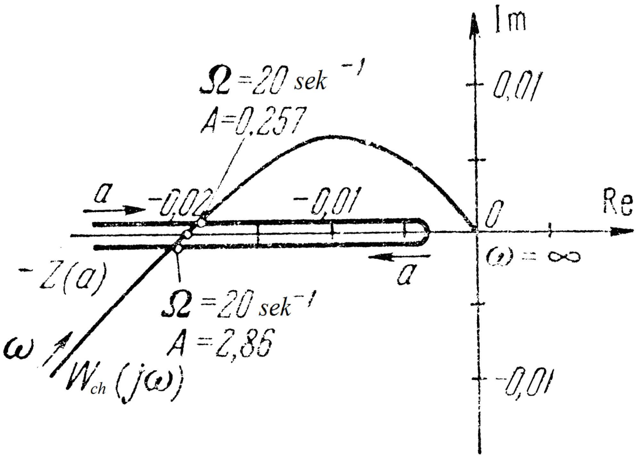
ni yozishimiz mumkin.

Son qiymatlarini quyib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$|W_{ch}(j\omega)| = \frac{0{,}82}{\omega\sqrt{(1+0{,}00025\omega^2)}}, \tag{6.29}$$

$$\phi(\omega) = -90^\circ - 2arctg0{,}05\omega. \tag{6.30}$$

$0 \le \omega \le \infty$ o‘zgartirib, tizimning chiziqli qism AFXsi $W_{ch}(j\omega)$ quramiz (6.34-rasm).




*6.34-rasm.* ***Chiziqli qism va nochiziqli zvenoning chastotaviy xarakteristikasi.***

Nochiziqli zvenoning garmonik chiziqlantirilgan uzatish funksiyasi quyidagicha:

$$W_N(a) = q(a) = \frac{4c}{\pi a}\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}, \quad a \ge b.$$

Bundan

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_N(a)} = -\frac{\pi a^2}{4c}\frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}.$$

Nochiziqli zvenoning son qiymatlarini qo‘ygandan so‘ng quyidagiga ega bo‘lmiz:

$$-Z(a) = -\frac{\pi a^2}{440}\frac{1}{\sqrt{a^2 - 0{,}0625}}. \qquad (6.31)$$

$a$ ning qiymatini $a = b = 0{,}25$ dan $\infty$ gacha o‘zgartirib, nochiziqli zveno $-Z(a)$ ning gadografini quramiz (6.34-rasm). Ushbu holda bu gadograf musbat haqiqiy yarim o‘q bilan ustma-ust tushadi va ikki o‘ramli bo‘ladi. $-Z(a)$ funksiya modulining minimal qiymati $a = b\sqrt{2} \approx 0{,}352$ ga teng bo‘lganda

$$\left|Z(a)\right|_{min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi \cdot 0.25}{2 \cdot 110} \approx 0{,}0036$$

ga erishadi.

$W_{ch}(jw)$ va $-Z(a)$ larning gadograflari ikki nuqtada kesishadi. Bu

$$W_{ch}(j\omega) = -\frac{1}{W_N(a)} = -Z(a)$$

tenglama 3-rasmga asosan ($\Omega = 20\ sek^{-1},\ A_1 = 0{,}257,\ A_2 = 2{,}86$) ikkita davriy yechim

$$\left.\begin{aligned} x &= A_1 \sin\Omega t \\ x &= A_2 \sin\Omega t \end{aligned}\right\} \qquad (6.35)$$

ga ega bo‘ladi.

Davriy yechim turg‘un bo‘lishi uchun tizimning chiziqli qism $W_{ch}(j\omega)$ AFX si kichik amplitudaga mos keluvchi $-Z(a)$ gadograf qismini o‘rab oldi. Shuning uchun, (6.35) tenglamaning birinchi yechimi noturg‘un hisoblanadi, ikkinchi yechimi esa turg‘undir. Shunday qilib, tizimda amplitudasi $A = 2{,}86$ va chastotasi $\Omega = 20\ sek^{-1}$, $x = 2{,}86 \sin 20t$ bo‘lgan avtotebranish hosil bo‘ldi.

## Nazorat va muhokama savollari

1. Nochiziqli tizim deb nimaga aytiladi?
2. Nochiziqlilikning hosil bo‘lish sabablariga nimalar kiradi?
3. Nochiziqli tizimlarning sinflanishi.

4. Nochiziqli avtomatik tizimlar qanday xususiyatlarga ega?
5. Qanday tizmlar avtotebranma tizim deyiladi?
6. Statik xarakteristika deb nimaga aytiladi?
7. Elementlarining statik xarakteristikalari grafik shaklda berilgan tizimning umumiy statik xarakteristikasini topish qanday amalga oshiriladi?
8. Nochiziqli tizimlarni turg‘unligini tekshirishning qanday usullari mavjud?
9. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida qanday qoidalarga amal qilinadi?
10. Fazaviy fazo usulining avzallik va kamchiliklarini tushuntirib bering.
11. Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar qanday quriladi?
12. Nochiziqli tizimlarning turg‘unligi to‘g‘risida Lyapunov teoremasini tushuntirib bering.
13. V.M.Popov mezoni nima uchun mutlaq turg‘unlik mezoni deb yuritiladi?
14. V.M.Popov turg‘unlik mezonini isbotsiz keltiring.
15. Avtotebranishni aniqlashning qanday usullari mavjud?

# VII BOB. DISKRET AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR. UMUMIY MA'LUMOTLAR. DISKRET TIZIMLARNING MATEMATIK IFODASI

## 7.1. Umumiy ma'lumotlar

### 7.1.1. Asosiy tushunchalar

*Diskret tizim* deb tarkibida uzluksiz dinamik zvenolardan tashqari, hyech bo'lmaganda bitta uzluksiz signalni kvantlab diskret signalga aylantirib beruvchi elementi mavjud bo'lgan tizimga aytiladi.

Agar signal vaqtning bir-biriga teng onlari $t_0, t_1, ..., t_k$ bilan aniqlansa, bunday signal *vaqt bo'yicha kvantlangan* (diskretlangan) deyiladi va $f(t_k)$ deb ifodalanadi. Kvantlash onlari orasida signal aniqlanmaydi. $T = t_k - t_{k-1}$ kattaligi *kvantlash davri yoki qadami* deyiladi va bunday tizim – *impulsli tizim* deyiladi.

Radio va optik lokasiya tizimlari, chastotali datchiklari mavjud tizimlar impulsli tizimga misol bo'la oladi.

Agar signal qat'iy aniq qiymatlar (sathlar)ga $f_0, f_1, \dots, f_i$ ega bo'lsa, sath bo'yicha kvantlangan signal deyiladi. $\Delta_i = f_i - f_{i-1}$ kattalik sath bo'yicha kvantlash qadami deyiladi. Ushbu holatda tizimning o'zini esa *releli tizim* deyiladi.

Releli tizimlarni amalga oshirish oson. Ish sifati esa, qoniqarli bo'lgani uchun ro'zg'or texnikasida keng ko'lamda qo'llanadi. Masalan, sovutish va elektr isitish asboblaridagi haroratni rostlovchi tizimlar.

Shunday signallar ham bo'ladiki, bir yo'la vaqt va sath bo'yicha kvantlanadi, ya'ni diskret vaqt onlari, $t_0, t_1, ..., t_k$ da aniqlanadi va aniq qiymatlar $f_0, f_1, \dots, f_i$ qabul qiladi. Bunday tizimlar *raqamli tizim* deyiladi.

Berk konturni ichiga raqamli hisoblash qurilmasi o'rnatilgan avtomatik boshqarish tizimlari "raqamli tizim" deyiladi. Bunday tizim boshqarishning murakkab algoritmlarini amalga oshirish imkonini beradi. Uning kirish joyida uzluksiz kattaliklar diskretlashtiriladi, chiqish joyida esa, teskari jarayon sodir bo'ladi.

Diskret tizimlarning rivojlanishi boshqarishga qo'yilgan konstruktiv, eksplutasion va metrologik talablarning muttasil oshib borishi bilan bog'liq. Misol uchun, zamonaviy elektromexanik tizimlarda 0,5 m/sek tezlik bilan surilish ta'minlanishi va bunday tezlikni 1% ga yaqin aniqlik bilan ushlab turish talab etiladi. Bunda pozisiyalash hatoligi 1-2 mkm.dan oshmasligi kerak. Analog boshqarish tizimlari inersiyaliligi va operasiya kuchaytirgichlarining "nol dreyfi" sababli bunday aniq ko'rsatgichlarni ta'minlab bera olmaydi. Boshqarish tizimlari o'sha ikkita sababsiz amalga oshmaydi. Bundan tashqari, tizimning ish rejimi o'zgarganda rostlagichning parametrlarini qayta sozlash, yana ehtimol, boshqarish tizimsi strukturasini o'zgartirishga to'g'ri kelishi mumkin. Bunday amal ko'p vaqtni talab etadi, demak, jihozlarning ish unumi pasayishi kuzatiladi.

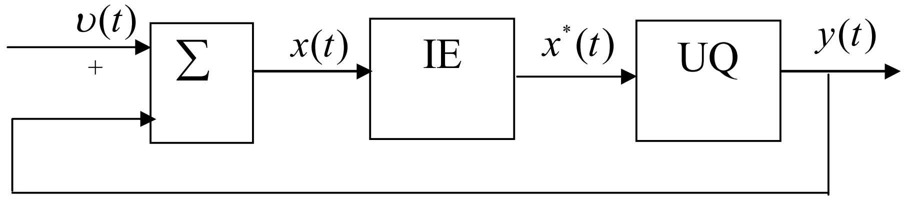
Diskret tizimlarda "nol dreyfi" yo'q, ular xalaqitlardan ancha yuqori himoyalangan va g'alayonlarga turg'un, o'lchamlari va og'irligi kichik. Boshqarish qonuni ularda dasturlar yordamida amalga oshiriladi, bu esa, rostlagichlarning parametrlarini tez o'zgartirish zarur bo'lsa, strukturasini ham o'zgartirish imkonini beradi. Diskret tizimlarda mikroprosessorlardan foydalanish boshqarish funksiyalarini kamaytirish imkonini beradi, masalan, tizim elementlari ishini testli nazorat qilishni tashkil etish, elementlarning ishlash qobiliyatini buzilishini o'z vaqtida aniqlash, tizimni "buzilish" joyini ko'rsatish, elementlarning jismoniy imkoniyatini hisobga olish.

Ayni vaqtda raqamli diskret tizimlarni hisoblash va loyihalash qator masalalarni aniq ta'riflash (qo'yish)ni talab etadi: boshqarish algoritmlarini puxta ishlab chiqish, ularni amalga oshirish uchun texnik vositalarni mohirona tanlash, xususiy buyruqlar tizimsi va hisoblash vositalari arxitekturasi, dasturiy ta'minot vositalarini loyihalash.

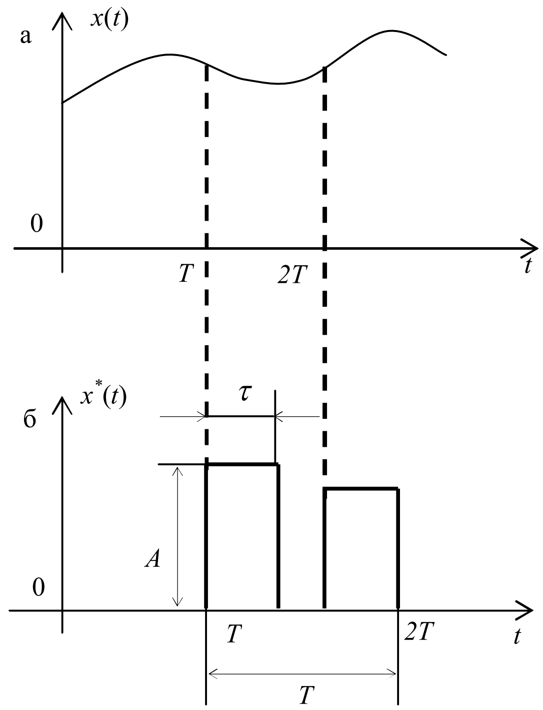
### 7.1.2. Impulsli tizimlarni sinflanishi

Yuqorida ta'kidlanganidek, impulsli avtomatik boshqarish tizim (IABS)larning o'ziga xos xususiyati shuki, hyech bo'lmaganda bitta o'zgaruvchan parametri (kattaligi) vaqt bo'yicha kvantlanishi kerak. Bu kattalik impulsli modulyasiyalash yo'li bilan impulslar ketma-ketligiga aylantiriladi va ular keyinchalik, tizimning uzluksiz qismiga ta'sir ko'rsatadi. Kvantlash va impulsli modulyasiyalash jarayonlari impulslovchi element yordamida amalga oshiriladi. Impulsli tizimni umumiy holda impulsli element (IE) va uzluksiz qism (UQ)dan iborat sxema ko'rinishida tasavvur qilish mumkin (7.1-rasm).

IE uzluksiz o'zgaradigan kattalik $x(t)$ni modulyasiyalangan impulslar $x^*(t)$ ketma-ketligiga aylantirib beradi. Bunda signal avval kvantlanadi (7.2.a-rasm) va keyin modulyasiyalanadi (7.2.b-rasm).




*7.1 - rasm.* ***IABSning namunaviy strukturasi:***
$\upsilon(t)$ - kirish signal; $x(t)$ - nomuvofiqlik signali, IEning kirishidagi signal;
$x^*(t)$ - impulsli elementning chiqish joyidagi (impulslangan) signal;
$y(t)$ - chiqish signali.




*7.2-rasm.* ***IE ning ishidagi vaqt diagrammalari.***

Impulsli modulyasiyalash jarayoni davriy takrorlanadigan impulslarning qandaydir parametrini ma'lum bir qonun bilan o'zgartirishdan iborat.

Modulyasiyalash qonunini aniqlaydigan kattalik "modulyasiyalovchi kattalik" deyiladi.

Impulsli ketma-ketlikning asosiy parametrlari quyidagilar: $A$ - impulsning amplitudasi (balandligi); $\tau$ - impulsning davomiyligi (eni); $T$ - kvantlash (takrorlanish, diskretlik) davri; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - takrorlanish chastotasi.

Impulslar ketma-ketligining qaysi parametri o'zgarishiga qarab, impulsli modulyasiyalash turlari quyidagicha bo'ladi:

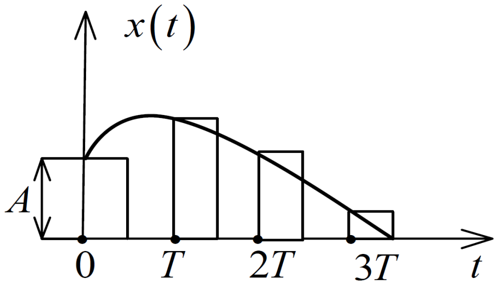
1. Amplituda-impulsli modulyasiyalash (AIM), bunda impuls amplitudasi kirish signaliga proporsional;

2. Kenglik-impulsli modulyasiya (KIM), bunda impulsning uzunligi (kengligi) kirish signaliga proporsional;

3. Vaqt-impulsli modulyasiyalash (VIM), unga faza-impulsli modulyasiyalash (FIM) kiradi. Bunda impulsning diskretlik davrining boshiga nisbatan fazasi yoki vaqt bo'yicha siljishi kirish signaliga proporsional. VIMga, yana, chastota-impulsli modulyasiyalash (ChIM) ham kiradi; diskretlik chastotasi kirish signaliga proporsional.

Bundan tashqari impulsli modulyasiyalash ikki turga bo'linadi. Agar impulslar ketma-ketligining parametrlari: bir-biridan bir xil vaqt onlarida nari turgan modulyasiyalovchi kattalikning qiymatlariga qarab o'zgarsa, bunday modulyasiyalash birinchi turdagi impulsli modulyasiyalash deyiladi. Agar modulyasiyalovchi kattalikning joriy qiymatiga qarab o'zgarsa, ikkinchi turdagi modulyasiyalash deyiladi.

Faqat AIM-1ga ega IABSlarning chiziqli ekanligini ko'rsatish qiyin emas, chunki ularda IEning chiqish signallari amplitudasi diskret vaqt onlaridagi kirish signallari qiymatiga proporsional (7.3-rasm).

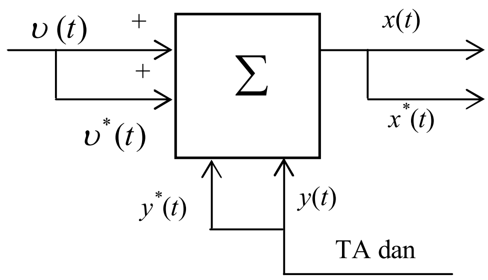



*7.3-rasm.* ***AIM-1 ga ega IEdagi chiqish signali.***

Modulyasiyalashning boshqa turlarida impuls kengligi $\tau$ ning eni (KIMda) yoki surilishi (VIMda) diskretlash davri – T chegaralarida cheklanganligi sababli IE to'yinib qoladi, bu esa, uning chiziqli emasligidan (matematik ifodalari ko'p darajali ekanidan) darak beradi.

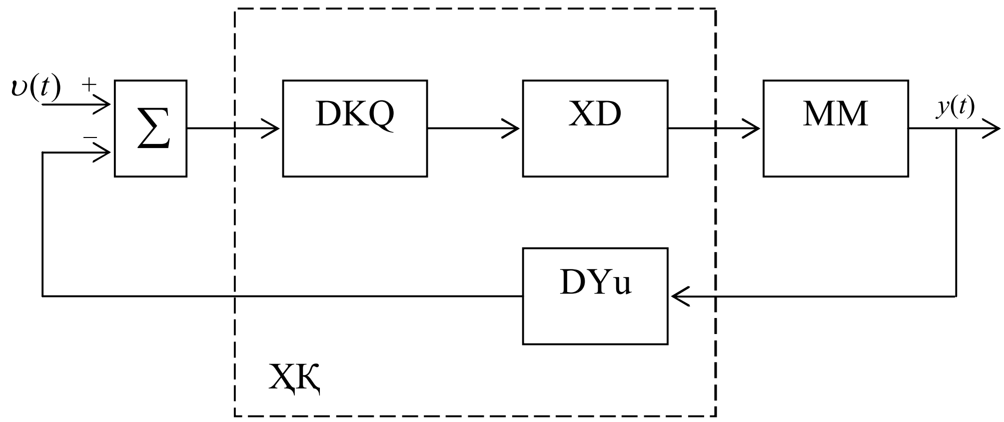
### 7.1.3. Diskret tizimlarga misollar

Diskret tizimlarning turli-tuman ko'rinishlari mavjud. Ular bir-biridan, avvalo, teskari aloqa (TA) zanjiridagi signallarni taqqoslash blokining strukturasi bilan farq qiladi. Bu blok zanjirga ta'sir impulslarini berib turadi (7.4-rasm).




*7.4-rasm.* ***Taqqoslash bloki.***

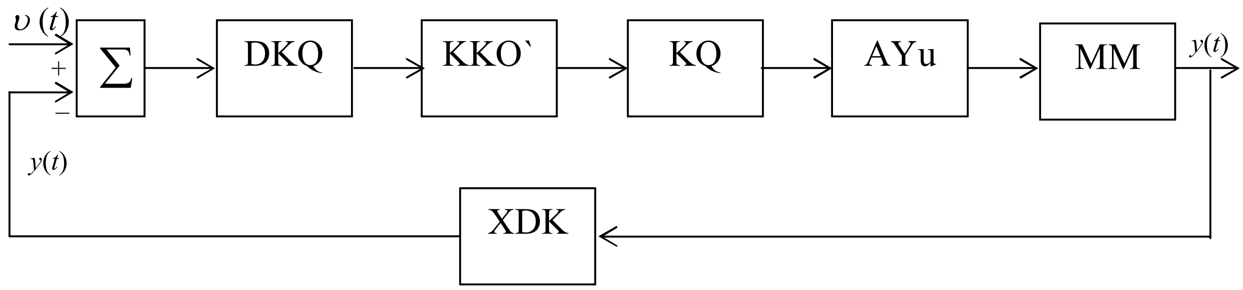
O'z navbatida, blokning strukturasi TA zanjiridagi datchiklarga bog'liq. Datchiklar esa, ijrochi qurilma, o'zgartiruvchi va korrektlovchi elementlarning turiga bog'liq. Bularga misol sifatida qadamli va elektrogidravlik dvigatellarda qo'llaniladigan raqamli yuritmaga ega bo'lgan tizimni keltirish mumkin.




*7.5 – rasm.* ***Raqamli yuritmaga ega bo'lgan diskret tizimning strukturali sxemasi:***

DKQ – diskret korreksiyalovchi qurilma; DYu – diskret yuritma; MM – mashina mexanizmi; XD – holat datchigi (raqamli); XQ – hisoblovchi qurilma.

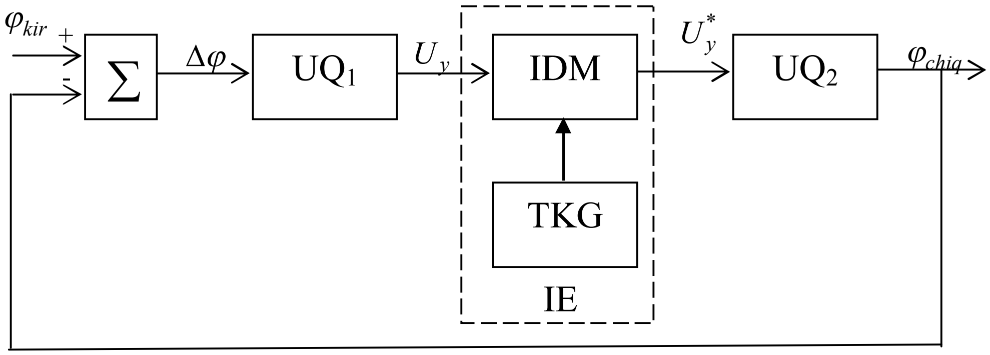
Bunday tizimlarning afzalligi shundan iboratki, boshqarish signallarini kodlardan chiqarish zarurati qolmaydi. Agar tizimda oddiy yuritma bo'lsa, diskret tizim quyidagicha ko'rinish oladi:




*7.6- rasm.* ***Analog tizimli diskret tizimning strukturaviy sxemasi:***
KKO' – "kuchlanish – kod" o'zgartiruvchsi; KQ – korrektlovchi qurilma (analog); AYu – analogli yuritma; XDK – holat datchigining kodlovchisi.

Zamonaviy tizimlarning teskari aloqa zanjirida impuls datchiklaridan keng foydalaniladi. Ular mashina mexanizmining holatiga qarab impulslar ketma-ketligini shakllantiradi. Agar bunday tizimlarning parametrlarini korreksiyalash uchun hisoblash vositalaridan foydalanilsa, bunday ketma-ketlik kodga aylantiriladi.

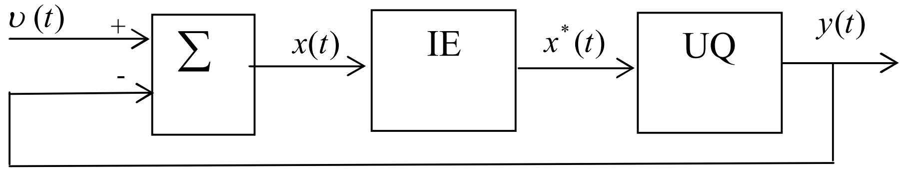
Impuls yuritmali diskret 7.7 – rasmda keltirilgan. Uning o'ziga xos xususiyati IDM va TKG dan iborat IE bo'lib, u uzluksiz signalni ishorasi o'zgaruvchan yuqori chastotali impulslarga aylantirib beradi.



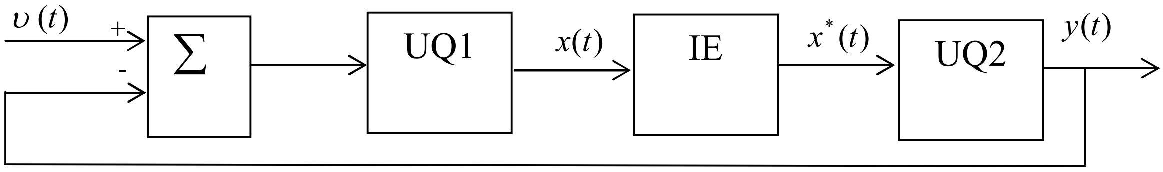

*7.7 – rasm.* ***Impuls yuritmali diskret tizim:***
$UQ_1$ – uzluksiz qism, o'lchagich – o'zgartirgich, dastlabki kuchaytirgich, korreksiyalovchi zvenodan iborat bo'lib, boshqarish signali $U_y$ ni shakllantiradi; IDM – impuls uzunligi modulyatori, chiqish joyida boshqarish signali impulsi - $U_y^*$ shakllanadi; TKG – tayanch kuchlanish generatori; $UQ_2$ – uzluksiz qism, kuch kanali (quvvat kuchaytirgichi, dvigatel, mexanik uzatma) xususiyatlarini aks ettiradi.

Impulsli tizimlar turli – tuman bo'lishiga qaramay, ularning strukturaviy sxemalarini ikki turga keltirish mumkin (7.8 – rasm):

*a*

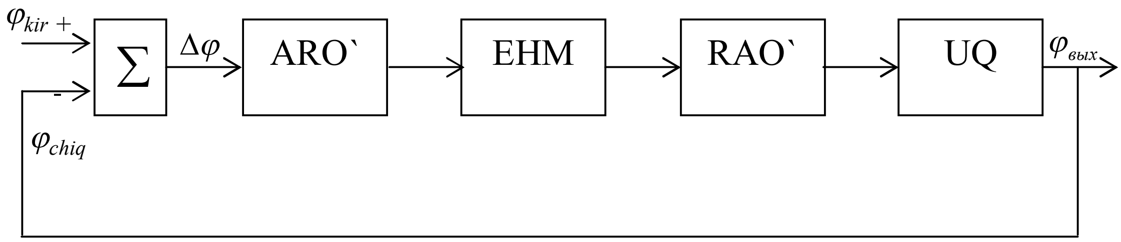



*б*




*7.8 – rasm.* ***IABS ning umumlashgan strukturaviy sxemasi:***
*a* – uzluksiz qismi ajratilmagan tizim, *b* – uzluksiz qismi ajratilgan tizim.

Nihoyat, raqamli tizim quyidagi ko’rinishda bo’ladi (7.9 – rasm).




*7.9 – rasm.* ***Raqamli tizimning strukturaviy sxemasi:***
ARO’ – analog-raqamli o’zgartirgich; RAO’ – raqam-analogli o’zgartirgich.

Bunday tasavvur diskret tizimlarning tahlili bilan bog’liq qator qiyinchiliklarni chetlab o’tish imkonini beradi, chunki teskari aloqa uzluksiz bo’ladi.

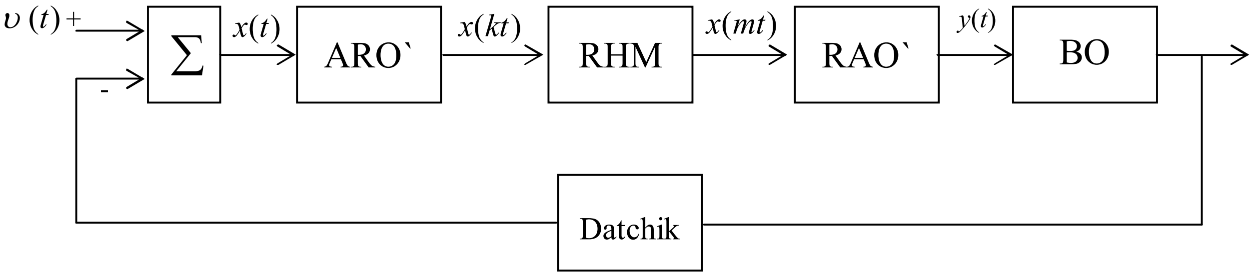
Yuqorida keltirilgan turli diskret tizimlarning tahlili shuni ko’rinadiki, diskret tizim uzluksiz tizimdan IE, RAO’, ARO’larning mavjudligi bilan farq qilar ekan.

## 7.2. Diskret tizimlarning matematik ifodasi

### 7.2.1. Diskret vaqtli tizim tushunchasi

Ushbu darslikning oldingi boblarida ko'rib chiqilgan tizimlar uzluksiz vaqtda ishlaydi. Ularning dinamikasi o'zgarmas koeffisiyentli differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Diskret tizimlarni o'rganishda diskret vaqtlarda kechadigan jarayonlarni ko'rib chiqamiz, ular ayirmali tenglamalar bilan ifodalanadi.

Raqamli ABSning strukturasi quyidagicha bo'lsin (7.10– rasm).




*7.10 – rasm.* ***Raqamli boshqarish tizimsi***

Bu sxemada raqamli hisoblash mashinasi (RHM) rostlagich vazifasini bajaradi va uning amallarni bajarish vaqti $T$ ga qaraganda juda kichik.

Faraz qilaylik $t=1$ da RHM ning kirishida $x(0)$, chiqishida $m(0)$ signal bor. RHM chiziqli amallarni bajargani uchun $m(0)=b_0 x(0)$ bo'ladi, bu yerda $b_0 = const$. Ushbu holda $m(T)$ uchta ifoda $x(0)$, $m(0)$, $x(T)$ ning funksiyasi bo'ladi:

$$m(T)=b_0 x(T)+b_1 x(0)-a_1 m(0),$$
$$m(2T)=b_0 x(2T)+b_1 x(T)+b_2 x(0)-a_1 m(T)-a_2 m(0),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$m(kT)=b_0 x(kT)+b_1 x\left[(k-1)T\right]+\ldots+b_n x\left[(k-n)T\right]-a_1 m\left[(k-1)T\right]-\ldots-a_n m\left[(k-n)T\right].$$

So'nggi formuladan $T$ ni chiqarib tashlasak, quyidagi ko'rinishga keladi:

$$m(k)=b_0 x(k)+b_1 x(k-1)+\ldots+b_n x(k-n)-a_1 m(k-1)-\ldots-a_n m(k-n). \quad (7.1)$$

(7.1) tenglama diskret filtrning ayirmali tenglamasi bo'ladi.

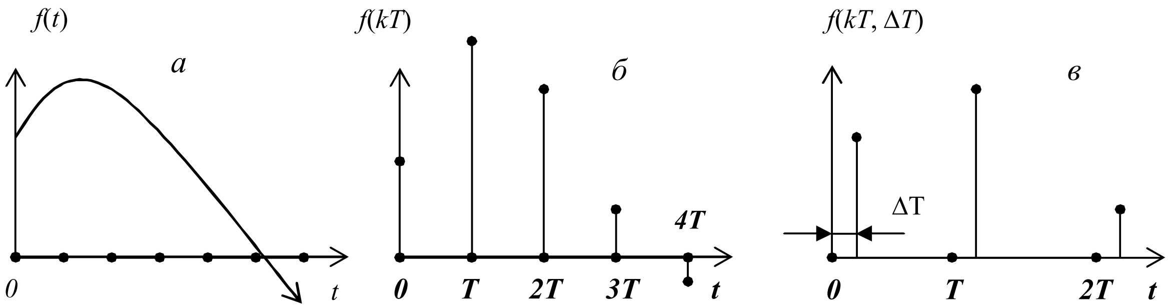
Diskret vaqtli tizimlarni tadqiq etish uchun panjarali funksiyalarni, ayirmali tenglamalarni, Laplasning diskret o'zgartiruvchisi va uning turli ko'rinishlarini o'z ichiga olgan matematik apparatdan foydalaniladi.

### 7.2.2. Panjarali funksiya va ayirmali tenglamalar

Panjarali funksiya (7.11 – rasm) deganda, diskret vaqt oraliqlari – $kT$ da aniqlanadigan diskret argumentning funksiyalari tushuniladi. Bunda $k = 0,1,2,3,...,$ $T$ diskretlash davri:

$$f(kT) = f(t)\big|_{t=kT} \text{ yoki } f(k) = f(t)\big|_{t=k,\ T=1} \qquad (7.2)$$

Diskretli funksiyaning $t = kT$ onlaridagi qiymatlari "diskretlar" deyiladi. Siljitilgan panjarali funksiyalar - $f(kT,T)$ yoki $f(k,\varepsilon)$ ham qo'llanadi, bu yerda $\varepsilon = \dfrac{\Delta T}{T} \le 1$.

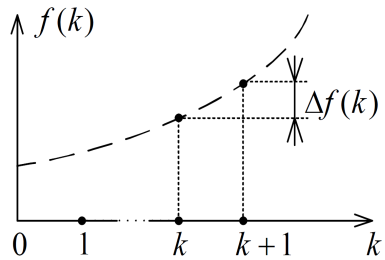



*7.11–rasm.* ***a – uzluksiz funksiya; b – panjarali funksiya; v – aralash panjarali funksiya.***

Shuni nazarda tutish kerakki, uzluksiz funksiya bo'yicha panjarali funksiyani osongina topish mumkin. Teskari masala esa, ya'ni panjarali funksiya bo'yicha uzluksiz funksiyani shakllantirish bir xil kechmaydi, chunki panjarali funksiyaning oraliq qiymatlari noma'lum.

Uzluksiz funksiyaning birinchi hosilasining panjarali funksiya uchun o'xshashi (analogi) birinchi ayirmadan iborat (1 - tartibli ayirma) (7.12 – rasm):

$$\Delta f(k) = f(k+1) - f(k). \qquad (7.3)$$




*7.12 – rasm.* ***Panjarali funksiyaning ayirmasini topish.***

Ikkinchi ayirma quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\Delta^2 f(k) = \Delta f(k+1) - \Delta f(k) = f(k+2) - f(k+1) - \{f(k+1) - f(k)\} =$$
$$= f(k+2) - 2f(k+1) + f(k),$$

$n$-chi ayirma:

$$\Delta^n f(k) = \Delta^{n-1} f(k+1) - \Delta^{n-1} f(k) = \sum_{i=1}^{n} C_n^i f(k+n-i)(-1)^i, \tag{7.4}$$

bu erda $C_n^i = \dfrac{n!}{i!(n-i)!}$ (birikishlar soni).

Integralning analogi yig'indi hisoblanadi:

$$F_\Sigma(k) = \sum_{i=0}^{k-1} f(i) = f(0) + f(1) + \ldots + f(k-1). \tag{7.5}$$

Yig'indilar ayirmasi quyidagi ifoda bo'yicha hisoblanadi

$$\Delta F_\Sigma(k) = F_\Sigma(k+1) - F_\Sigma(k) = f(k). \tag{7.6}$$

Panjarali funksiya va uning ayirmalarini diskret qurilmaning chiqish va kirish joyida bog'laydigan ifoda so'nggi ayirmali tenglama deyiladi. Bu tenglamani $n$-chi tartibli qurilma uchun umumiy holda quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} &a_0\Delta^n y(k) + a_1\Delta^{n-1} y(k) + \ldots + a_n y(k) = \\ &= \beta_0\Delta^m \upsilon(k) + \beta_1\Delta^{m-1}\upsilon(k) + \ldots + \beta_m\upsilon(k), \end{aligned} \tag{7.7}$$

bu yerda $m < n$, $y(k)$ - qurilmaning chiqish signali; $\upsilon(k)$ - qurilmaning kirish signali.

$$\begin{aligned} &a_0 y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \ldots + a_n y(k) = \\ &= b_0\upsilon(k+m) + b_1\upsilon(k+m-1) + \ldots + b_m\upsilon(k), \end{aligned} \tag{7.8}$$

bu yerda $a_l = \sum_{i=0}^{l} (-1)^{l-i} a_i c_{n-i}^{l-i}$, $c_{n-i}^{l-i} = \dfrac{(n-i)!}{(l-n)!(n-l)}$;

$$b_l = \sum_{i=0}^{l} (-1)^{l-i} \beta_i c_{m-i}^{l-i}, \quad c_{m-i}^{l-i} = \frac{(m-i)!}{(l-i)!(m-l)!}.$$

### 7.2.3. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari

Uzluksiz funksiya $f(t)$ lar uchun Laplas almashtirishining analogi panjarali funksiya $f(k)$ lar uchun Laplasning diskret o'zgartiruvchisidir.

To'g'ri diskret o'zgartirishi

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) e^{-skT}, \tag{7.9}$$

teskari diskret o’zgartirishi

$$f(k) = \frac{1}{j\omega_0} \int_{c-j\frac{\omega_0}{2}}^{c+j\frac{\omega_0}{2}} F^*(s) e^{skT} ds, \tag{7.10}$$

bu yerda $F^*(s)$ panjarali funksiya $f(k)$ning tasviri, $f(k)$ funksiya esa haqiqiy (original) deyiladi.

(7.9) va (7.10) dagi s – kompleks o’zgaruvchi; s – mutloq yaqinlashuv abssissasi; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - diskretlash chastotasi.

Bu formulalar quyidagicha timsoliy ko’rinishga ega bo’ladi:

$$F^*(s) = D\{f(k)\}, \tag{7.11}$$

$$f(k) = D^{-1}\{F^*(s)\}. \tag{7.12}$$

$F^*(s)$ tarkibida $e^{sT}$ ko’paytma borligi sababli, funksiya norasional bo’lib qolishidan qutilish uchun formuladagi o’zgaruvchilarni almashtirib, rasional ko’rinishga keltiriladi:

$$e^{sT} = z, \quad s = \frac{1}{T}\ln z. \tag{7.13}$$

Shunday qilib,

$$F(z) = Z\{f(k)\} = F^*(s)\Big|_{s=\frac{1}{T}\ln z} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k}, \tag{7.14}$$

$$f(k) = Z^{-1}\{F^*(z)\} = \frac{1}{2\pi j}\oint F^*(z) z^{k-1} dz. \tag{7.15}$$

Diskret tizimlar nazariyasida $z$ – almashtirishidan foydalanganda shuni unutmaslik kerakki, chiziqli tizimning vaqt funksiyasining qiymatlarini faqat kvantlash onidagina aniqlaydi (ya’ni funksiyaning kvantlash onlari orasidagi qiymatlari haqida axborotga ega bo’lmaydi).

Bundan tashqari, uzluksiz tizimning uzatish funksiyasi qutblar soni nollar sonidan hyech bo’lmaganda bittaga ko’p bo’lishi kerak. Bu real tizimlarda amalda doim bajariladi.

z – almashtirishiga o’tish uchun maxsus jadvallardan foydalaniladi. Eng ko’p ishlatiladigan o’zgartirishlarni keltiramiz (7.1 – jadval).

Quyida *z* – almashtirishining asosiy xossalarini ko’rib chiqamiz.

*Chiziqlilik xossasi*

$$af(k) \to aF(z); \quad f_1(k) + f_2(k) \to F_1(z) + F_2(z). \tag{7.16}$$

*Siljish teoremasi (ilgarilash va kechikish)*

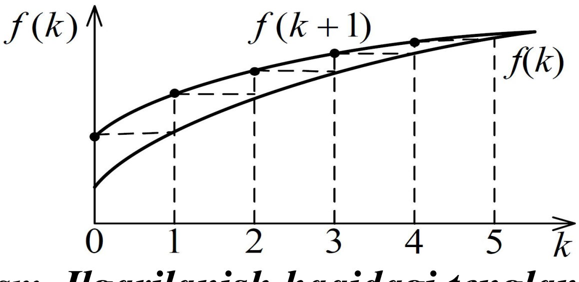
Ilgarilash 7.13-rasmda ko'rsatilgan, quyidagi formula yordamida hisoblanadi.

$$Z\{f(k+1)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k+1)z^{-k} = f(1)z^{-0} + f(2)z^{-1} + \ldots = \sum_{k=1}^{\infty} f[k]z^{-(k-1)} = z\sum_{k=1}^{\infty} f(k)z^{-k}.$$

7.1 – jadval

**Laplas almashtirishi va *z* – almashtirishi**

| Uzluksiz funksiya | | Panjarali funksiya | |
|---|---|---|---|
| Original | Laplas almashtirishi | Orginal | $z$ – almashtirishi |
| $1(t)$ | $\frac{1}{s}$ | $1(kT)$ | $\frac{z}{z-1}$ |
| $t$ | $\frac{1}{s^2}$ | $kT$ | $\frac{Tz}{(z-1)^2}$ |
| $\frac{t^2}{2}$ | $\frac{1}{s^3}$ | $\frac{(kT)^2}{2}$ | $\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$ |
| $e^{-at}$ | $\frac{1}{s+a}$ | $e^{-akT}$ | $\frac{Tz}{z-e^{-aT}}$ |
| $1-e^{-at}$ | $\frac{a}{s(s+a)}$ | $1-e^{-akT}$ | $\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$ |
| $\sin bt$ | $\frac{b}{s^2+b^2}$ | $\sin bkT$ | $\frac{z\sin bt}{z^2-2z\cos bT+1}$ |
| $\cos bt$ | $\frac{s}{s^2+b^2}$ | $\cos bkT$ | $\frac{z(z-\cos bT)}{z^2-2z\cos bT+1}$ |




7.13 – *rasm.* ***Ilgarilanish haqidagi tenglama uchun.***

Ifodaning o'ng tomonida $f(0)$ ni qo'shib va ayirib hosil qilamiz.

$$Z\{f(k+1)\} = z[F(z) - f(0)]. \tag{7.17}$$

Boshlang'ich shartlar no'lga teng bo'lganda $f(0) = 0$ va

$$Z\{f(n+1)\} = zF(z). \tag{7.18}$$

2 taktga ilgarilanganda va boshlang'ich shartlar no'lga teng bo'lganda

$$Z\{f(k+2)\} = z^2 F(z).$$

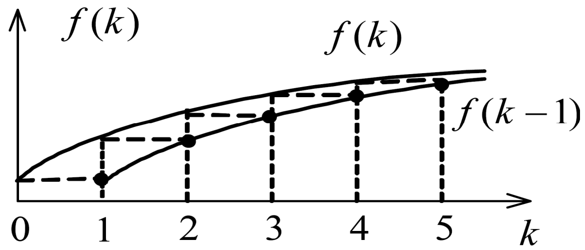
$m$ - taktga ilgarilanganda

$$Z\{f(k+m)\} = z^m F(z). \tag{7.19}$$

Kechikishni hisoblash uchun xuddi shu yo'llar bilan formulalar keltirib chiqariladi (7.14-rasm).

$$\begin{aligned} Z\{f(k-1)\} &= \sum_{k=0}^{\infty} f(k-1) z^{-k} = 0 \cdot z^{-0} + f(0) z^{-1} + f(1) z^{-2} + \ldots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-(k+1)} = z^{-1} F(z), \end{aligned} \tag{7.20}$$

$$\begin{aligned} &Z\{f[k-2]\} = z^{-2} F(z), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &Z\{f[k-m]\} = z^{-m} F(z). \end{aligned} \tag{7.21}$$




7.14 – rasm. Kechikish teoremasiga

*Ayirmalarni tasvirlash*

Dastlabki shartlar no'l bo'lganda:

$$Z\{\Delta f(k)\} = Z\{f(k+1)\} - Z\{f(k)\} = zF(z) - F(z) = (z-1)F(z). \tag{7.23}$$

…………………………

$$Z\{\Delta^m f(k)\} = (z-1)^m F(z). \tag{7.24}$$

*Yig'indini tasvirlash*

Yig'indining ayirmasi $\Delta F_\Sigma(k) = f(k)$ bo'lgani uchun tasviri $Z\{\Delta F_\Sigma(k)\} = F(z)$ bo'ladi. (7.22) tufayli $Z\{\Delta F_\Sigma(k)\} = (z-1) Z\{F_\Sigma(k)\}$ bo'lgani uchun uzil – kesil hosil qilamiz:

$$Z\{F_{\Sigma}(k)\}=\frac{F(z)}{z-1}. \qquad (7.24)$$

$m$ - tartibli yig'indi uchun

$$Z\{F_{\Sigma}^{m}(k)\}=\frac{F(z)}{(z-1)^{m}}. \qquad (7.25)$$

*Panjarali funksiyaning chekli qiymati*

$$f(\infty)=\lim_{k\to\infty}f(k)=\lim_{z\to 1}(z-1)F(z). \qquad (7.26)$$

*Panjarali funksiyaning dastlabki qiymati*

$$f(0)=\lim_{k\to 0}f(k)=\lim_{z\to\infty}F(z)$$

*Panjarali funksiyalar o'rami:*

Agar $Z\{f_1(k)\}=F_1(z)$ va $Z\{f_2(k)\}=F_2(z)$ bo'lsa,

$$F_1(z)\cdot F_2(z)=Z\left\{\sum_{\nu=0}^{k}f_1(\nu)f_2(k-\nu)\right\}=Z\left\{\sum_{\nu=0}^{k}f_2(\nu)f_1(k-\nu)\right\} \qquad (7.27)$$

bo'ladi.

*O'zgartirish formulasi:*

$$f(k)=\frac{1}{2\pi j}\oint F(z)z^{k-1}dz=\sum_{\nu=1}^{l}\operatorname{Re}s_{\nu}F(z)z^{k-1}. \qquad (7.28)$$

Integrallash radius $R>|z_{\nu}|_{\max}$, aylanasi bo'ylab bajariladi, bunda $z_{\nu}$ – $F(z)$ funksiyaning qutblarini, $z=z_{\nu}$ – oddiy qutblar uchun nuqtadagi chegirma.

$$\operatorname{Re}s_{\nu}F(z)z^{k-1}=\lim_{z\to z_{\nu}}(z-z_{\nu})F(z)z^{k-1}. \qquad (7.29)$$

*Yoyish formulasi:*

a) faraz qilaylik $F(z)=\dfrac{A(z)}{B(z)}=\dfrac{zA_0(z)}{B(z)}$ bo'lsin, maxrajining ildizlari oddiy, suratning darajasi maxrajnikidan kichkina, shunda:

$$f(k)=\sum_{\nu=1}^{n}\frac{A_0(z_{\nu})}{\dot{B}(z_{\nu})}z_{\nu}^{k}, \qquad (7.30)$$

bu yerda $z_{\nu}$ – maxrajning ildizlari.

b) Faraz qilaylik $F(z)=\dfrac{A(z)}{B(z)}$ bo'lsin, suratning no'l ildizi yo'q, suratning darajasi maxrajnikidan kichik, shunda:

$$f(k)=\sum_{\nu=1}^{n}\frac{A(z_\nu)}{\dot{B}(z_\nu)}z_\nu^{k-1},\quad k\geq 1. \tag{7.31}$$

v) Faraz qilaylik $F(z)=\dfrac{A(z)}{B(z)}$, suratning darajasi maxrajnikiga teng, shunda $A(z)$ ni $B(z)$ga bo'lib hosil qilamiz:

$$F(z)=f(0)+\frac{A_0(z)}{B(z)},$$

ya'ni b) xolatga kelamiz.

Umumiy xolda (jumladan, butun ildizlarda) $F(z)$ni bo'laklarga yoyish usulidan foydalanish mumkin.

*Loran qatoriga yoyish:*

$F(z)=\sum\limits_{k=0}^{\infty}f(k)z^{-k}=f(0)+f(1)z^{-1}+f(2)z^{-2}+\ldots,$ bo'lgani uchun $F(z)$ni, $(z)$ning kamayib boradigan darajalari bo'yicha Loran qatoriga yoyib va $F(z)$ning suratini maxrajiga bo'lib, $F(z)=c_0+c_1z^{-1}+c_2z^{-2}+\ldots$ ni hosil qilamiz. Ikkala qatorni taqqoslab, quyidagini chiqaramiz:

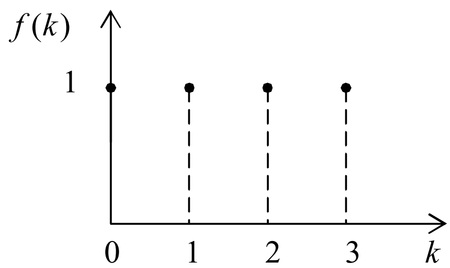
$$f(0)=c_0,\ f(1)=c_1, f(2)=c_2,\ldots \quad . \tag{7.32}$$

**7.1-misol.** $F(z)=\dfrac{z}{z-1}$ bo'lsa $f(k)$ni topish kerak.

**Yechish:** Bo'lish usulidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{array}{l|l}
-\;z & z-1 \\ \cline{2-2}
\;\;\underline{z-1} & 1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots \\
\;\;-\;1 & \\
\;\;\;\;\underline{1-z^{-1}} & \\
\;\;\;\;-\;z^{-1} & \\
\;\;\;\;\;\;\underline{z^{-1}-z^{-2}} & \\
\;\;\;\;\;\;\ldots\ldots\ldots & 
\end{array}$$

Funksiyaning grafigi 7.15-rasmda berilgan.




*7.15 – rasm.* $F(z)=\dfrac{z}{z-1}$ ***ning tasviriga mos original.***

Impulsli tizimlarda axborotning bir qismi kvantli, boshqa qismi uzluksiz (yechib olish onlari orasida) bo'ladi. Korrektlovchi qurilmasi yoki boshqarish qurilmasi sifatida tezkor hisoblash texnikasidan foydalanish shunga olib keladi-ki, axborotni istalgan vaqt onida baholash mumkin. Umuman, hisoblash qurilmasi yoki uning dasturiga oid impulsli xarakteristikani o'zgaruvchi parametrlarni uzluksiz funksiyalar bilan ifodalanganligini to'g'ri hosil qilish mumkin. Shuning uchun yechib olishlar orasida axborot olishning bir qancha usullari ishlab chiqilgan. Ulardan bittasi – modifikasiyalangan $z$- o'zgartirish. U shundan iboratki, axborotni yechib olish uchun $\varepsilon T$ kechikish beriladi, bunda $0 \le \varepsilon T \le 1$, $t = kT + \varepsilon T$. Modifikasiyalangan $z$ - o'zgartirish quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$F(z,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT + \varepsilon T) z^{-k}. \qquad (7.33)$$

O'z-o'zidan ayonki, $\varepsilon = 0$ bo'lganda oddiy $z$- o'zgarishga aylanib qoladi.

### 7.2.4. Ayirma tenglamalarni yechish

Chiziqli ayirma tenglamalarni yechishning uchta asosiy usullarini ko'rib chiqamiz.

Birinchisi chiziqli tenglamalarni yechishning klassik usulida erkin va majburiy qism (xad)larini topishdan iborat. U diskret tizimlardagi jarayonlarni tadqiq etishda qo'llaniladi.

Ikkinchi usul – rekkurentli usul bo'lib, tizimning ayirmali tenglamalaridan bevosita kelib chiqadi.

Uchinchi usul $Z$- "o'zgartirish" bo'yicha originalni (panjarali funksiya originali) topishga asoslanadi, bunda original Loran qatoriga yoyiladi.

Keyingi ikki usulni misolda ko'rib chiqamiz.

**7.2 - misol.** Faraz qilaylik,

$$u(k) = x(k) - x(k-1) - u(k-1), \quad k \ge 0, \quad x(-1) = u(-1) = 0 \text{ va}$$

$$x(k) = \begin{cases} 1, \text{ juft } k - \text{lar uchun} \\ 0, \text{toq } k - \text{lar uchun,} \end{cases}$$

bo'lsin. $k = 0,\ldots,4$ lar uchun $u(k)$ning qiymatlarini topish kerak.

$$u(0)=x(0)-x(-1)-u(-1)=1-0-0=1,$$
$$u(1)=x(1)-x(0)-u(0)=0-1-1=-2,$$
$$u(2)=x(2)-x(1)-u(1)=1-0-(-2)=3,$$
$$u(3)=x(3)-x(2)-u(2)=0-1-3=-4,$$
$$u(4)=x(4)-x(3)-u(3)=1-0-(-4)=5.$$

$k$ – ning ko'proq qiymatlarini olish uchun MATLAB dasturidan foydalanish mumkin:

```
uk minus 1=0; xk minus 1=0; xk=1;
for k=0:4
  uk=xk-xk minus1-uk minus1;
  [k xk uk]
  uk minus1=uk;
  xk minus1=xk;
  xk=1-xk;
end
```

Ushbu dastur bo'yicha hisoblanganda quyidagi koeffisiyentlar matrisasi olindi:

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | -2 |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 0 | -4 |
| 4 | 1 | 5 |

$z$- "o'zgarish" jadvallaridan foydalanib, uchinchi usulni ko'rib chiqamiz. Oldingi misol shartlari uchun kechikish teoremasini hisobga olgan holda $z$- "o'zgartirish"ni topamiz:

$$U(z)=X(z)-z^{-1}X(z)-z^{-1}U(z),$$

bunda $U(z)=\dfrac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}X(z).$

$x(k)=\begin{cases}1, \text{ juft } k-\text{lar uchun}\\ 0, \text{toq } k-\text{lar uchun,}\end{cases}$ sharti asosida va qatorlar nazariyasidagi formuladan foydalanib, yozamiz:

$$X(z)=1+0\cdot z^{-1}+1\cdot z^{-2}+0\cdot z^{-3}+1\cdot z^{-4}+\ldots=\frac{1}{1-x}\Big|_{x=z^{-2}}=\frac{1}{1-z^{-2}}=\frac{z^2}{z^2-1},$$

va

$$U(z)=\frac{z-1}{z+1}\frac{z^2}{z^2-1}=\frac{z^2}{z^2+2z+1}$$

topamiz.

Suratni maxrajga bo’lib hosil qilamiz:

$$\begin{array}{l|l}
\phantom{-}z^2 & z^2+2z+1 \\ \cline{2-2}
-\underline{z^2+2z+1} & 1-2z^{-1}+3z^{-2}-4z^{-3}+5z^{-4}-\ldots \\
\quad -2z-1 & \\
\quad -\underline{-2z-4-2z^{-1}} & \\
\qquad 3+2z^{-1} & \\
\qquad -\underline{3+6z^{-1}+3z^{2}} & \\
\qquad\quad -4z^{-1}-3z^{-2} & \\
\qquad\quad \underline{-4z^{-1}-8z^{-2}-4z^{-3}} & \\
\qquad\qquad 5z^{-4}+4z^{-3} &
\end{array}$$

$U(z)=1-2z^{-2}+3z^{-2}-4z^{-3}+5z^{-4}$, ya’ni $u(k)$ ning qiymatlari oldingi usul bilan topilganidek bo’ldi.

### 7.2.5. Uzatish funksiyalari va diskret tizimlarni modellashtirish sxemalari

Diskret tizim $n$ – tartibli, umumiy ko’rinishdagi ayirmali tenglama bilan ifodalangan bo’lsin:

$$\begin{aligned}&a_0y(k)+a_1y(k-1)+\ldots+a_ny(k-n)=\\&=b_0\upsilon(k)+b_1\upsilon(k-1)+\ldots+b_n\upsilon(k-m).\end{aligned}\tag{7.34}$$

Uni $z$ - “almashtirish” yo’li bilan, boshlang’ich shartlar no’lga teng bo’lgan xolat uchun hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}&a_0Y(z)+a_1z^{-1}Y(z)+\ldots+a_nz^{-n}Y(z)=\\&=b_0V(z)+b_1z^{-1}V(z)+\ldots+b_mz^{-m}V(z).\end{aligned}\tag{7.35}$$

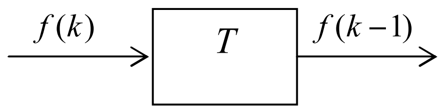
Bundan topamiz:

$$K(z)=\frac{Y(z)}{V(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\ldots+b_mz^{-m}}{a_0+a_1z^{-1}+\ldots+a_nz^{-n}}.\tag{7.36}$$

Bu ifoda diskret, uzatuvchi funksiya deyiladi. Bunday funksiyani ayirmali tenglama (7.8) dan ham, uni $z$ - o’zgartirib hosil qilish mumkin:

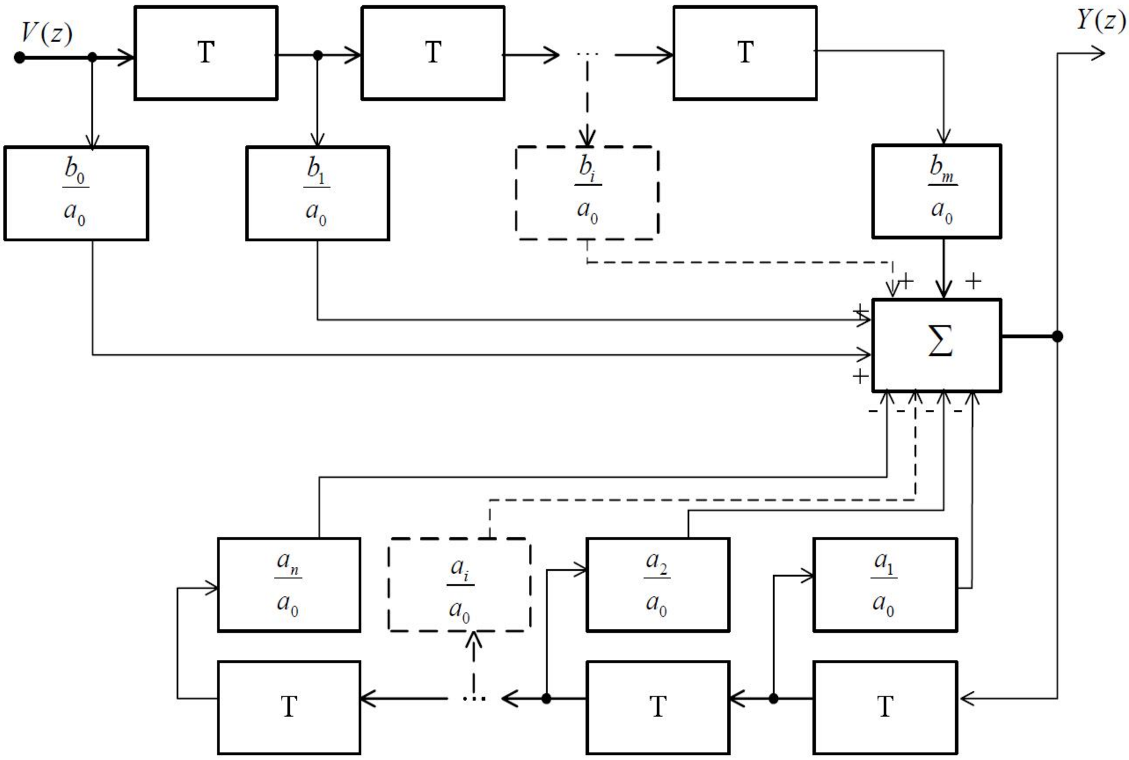
$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + ... + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + ... + a_n}. \qquad (7.37)$$

Diskretli tizimlarni modellashtirish uzluksiz tizimlardagiga o'xshash bo'ladi. Integrator o'rniga siljish registratoridan foydalaniladi:




,

U (registrator) diskretlash davriga kechiktiradi. Qolgan o'rinlarda modelni tuzish prinsiplari uzluksiz tizimdagi kabi bo'ladi. Ayirmali tenglama (7.34) yoki uzatish funksiyasining modeli 7.16 – rasmda berilgan. Bu sxema yagona emas, boshqacha ko'rinishlari ham bor. 7.16 – rasm. (7.34) yoki (7.36)ni modellashtirish sxemasi.




*7.16 – rasm.* ***Modellashtirish sxemasi (7.34) yoki (7.36).***

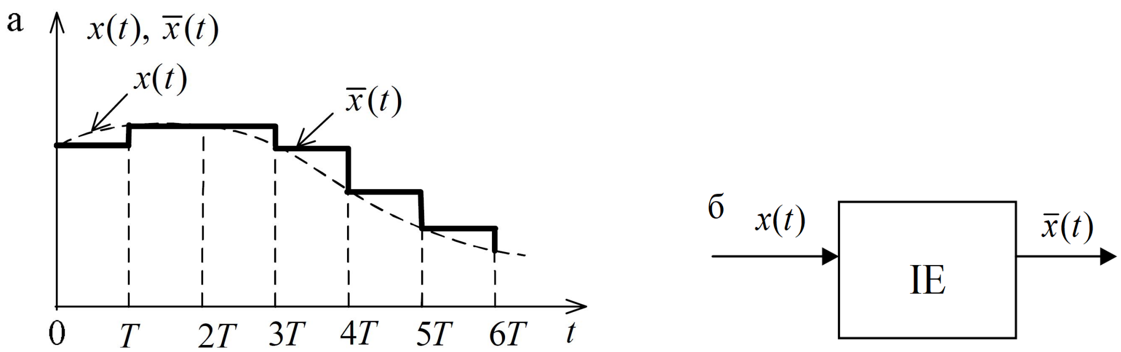
### 7.2.6. Ma'lumotlarni impulsli tizimda ifodalash

7.1 – rasmda keltirilgan tizimni ko'rib chiqamiz. Bu strukturadagi impulsli element (IE) signalni kvantlaydi va modulyasiyalaydi. Tabiiyki, uzluksiz signalni kvanlanganda axborot qisman yo'qoladi, chunki kvantlangan signalning qiymati faqat diskretlangan vaqt oni uchun ma'lum. Kvantlanganda axborot yo'qolishini kamaytirish uchun ma'lumotlarni tiklaydigan qurilma (fiksator) kiritiladi. Uning vazifasi – kvantlangan signalni dastlabki signalga yaqin uzluksiz signalga o'zgartirishdan iborat. No'l tartibli fiksator keng tarqalgan. U kvantlangan signalni kvantlash davri davomida eslab qoladi.

Real impulsli element kvantlovchi bilan fiksatorni birlashtiradi, ular o'z – o'ziga, alohida mavjud bo'lmaydi. IEning signallari va sxemasi 7.17 – rasmda ko'rsatilgan.

IEning chiqish joyidagi signalni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\bar{x}(t) = x(0)\left[1(t) - 1(t-T)\right] + x(T)\left[1(t-T) - 1(t-2T)\right] + x(2T)\left[1(t-2T) - 1(t-3T)\right] + \ldots$$

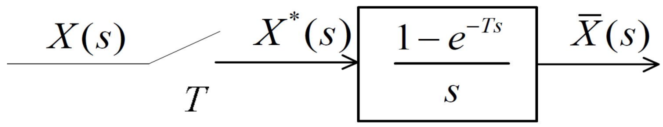



*7.17 – rasm.* ***IEning signali(a), IEning tasviri(b).***

Bu ifodani Laplas usuli bilan o'zgartirishdan hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}\bar{X}(s) &= x(0)\left[\frac{1}{s} - \frac{e^{-Ts}}{s}\right] + x(T)\left[\frac{e^{-Ts}}{s} - \frac{e^{-2Ts}}{s}\right] + x(2T)\left[\frac{e^{-2Ts}}{s} - \frac{e^{-3Ts}}{s}\right] + \ldots = \\ &= \left[x(0) + x(T)e^{-Ts} + x(2T)e^{-2Ts} + \ldots\right]\frac{1 - e^{-Ts}}{s} = \left[\sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTs}\right]\frac{1 - e^{-Ts}}{s}.\end{aligned} \tag{7.38}$$

Kvadrat qavslar ichidagi ifoda uzluksiz signalni kvantlash amalini, ikkinchi ko'paytma esa – fiksasiya (tiklash)ni aks ettiradi. Keyingisi IEning tasviriga (7.18 – rasm) ekvivalent. Boshqacha aytganda, impulsli element ideal impulsli element (kvantlovchi)dan kalit va uzatish funksiyasi $\frac{1-e^{-Ts}}{s}$ bo’lgan fiksatordan tashkil topadi.




*7.18 – rasm.* ***IE ning tasviri.***

Ideal impulsli elementning matematik modelini ko’rib chiqamiz. Undagi $X^*(s)$ ni $x(t)$ signalni Laplas usuli bilan o’zgartirilgan ko’rinishi deb ataymiz va quyidagi ifoda orqali topiladi:

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTs}. \qquad (7.39)$$

Bu formuladan Laplas teskari almashtirishi bajarib, ideal impulsli elementning vaqt tekisligidagi matematik modelini hosil qilamiz:

$$x^*(t) = L^{-1}\{X^*(s)\} = x(0)\delta(t) + x(T)\delta(t-T) + x(2T)\delta(t-2T) + \ldots \qquad (7.40)$$

Bunda $\delta(t-kT)$ - birlik impulsli funksiya, $t = kT$ vaqt onida mavjud; $x^*(t) - \delta -$funksiyaning ulushlari bilan ketma – ketligi; ulushlar $kT$ diskret vaqt onlaridagi dastlabki uzluksiz signallar qiymatiga teng. Biroq (7.39) va (7.40) – ideal IEning modellari xolos. Real IE – bu, kvantlovchi (ideal IEni) va funksator (shakllantiruvchi qurilma) yig’indisidir.

**7.3 - misol.** Birlik pog’onali signal $x(t) = 1(t)$ uchun $X^*(s)$ni topilsin.

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTs} = x(0) + x(T)e^{-Ts} + x(2T)e^{-2Ts} + \ldots = 1 + 1\cdot e^{-Ts} + 1\cdot e^{-2Ts} + \ldots$$

Bu quyidagi qatorga mos keladi: $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \ldots, \quad |x| < 1$. Shunda $X^*(s) = \frac{1}{1-e^{-Ts}}, \quad |e^{-Ts}| < 1$ bo’ladi. $|e^{-Ts}| = z^{-1}$ bo’lgani uchun $X^*(s) = E(z)\big|_{z=e^{Ts}} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \ldots$ bo’ladi.

### 7.2.7. Diskretli o’zgartirishning chastota xususiyatlari

Diskret o’zgartirishlar (yulduzcha bilan ifodalangan)ni boshqacha ko’rinishda ham tasavvur qilish mumkin.

Quyidagicha tasavvur foydali:

$$F^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} F(s + jk\omega_s) + \frac{f(0)}{2} \qquad (7.41)$$

yoki

$$F^*(s) = \frac{1}{T}\left[F(s) + F(s + j\omega_s) + F(s + j2\omega_s) + F(s - j\omega_s) + F(s - j2\omega_s) + \ldots\right] + \frac{f(0)}{2},$$

bunda $\omega_s = \dfrac{2\pi}{T}$ – kvantlash chastotasi, rad./s.

Bunday o'zgarishning asosiy xususiyatlarini aytib o'tamiz.

1. $F^*(s)$ bu – $j\omega_s$ davr bilan o'zgaruvchi $s$ parametrning davriy funksiyasi:

$$F^*(s) = F^*(s + j\omega_s). \qquad (7.42)$$

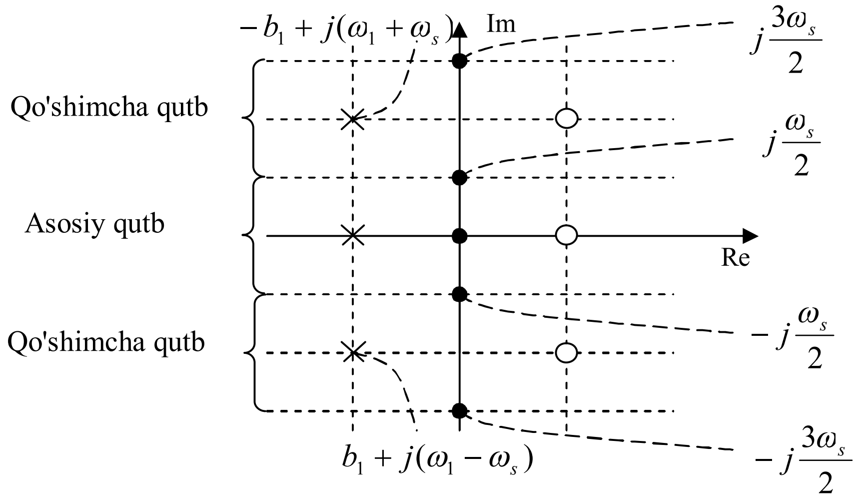
(7.39) ga ko'ra $F^*(s + j\omega_s) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kT(s + j\omega_s)}$.

Eyler formulasi asosida $\omega_s = \dfrac{2\pi}{T}; e^{-j\frac{2\pi}{T}kT} = e^{-jk2\pi} = 1,$ chunki $e^{-j2\pi k} = \cos 2k\pi - j\sin 2k\pi = 1.$

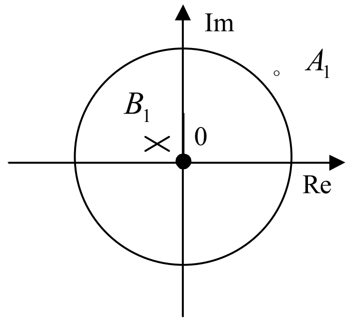
Demak, $F^*(s + j\omega_s) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}e^{-jkT\omega_s} = \sum\limits_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs} = F^*(s),$ shuni isbotlash talab etilgan edi.

2. Agar $F(s)$ funksiyaning $s = s_1$ qutbi bor bo'lsa, $F^*(s)$ning qutblari $s = s_1 + jm\omega_s$, bunda $m = 0, \pm 1, \pm 2\ldots$ bo'ladi.

$F^*(s)$ning no'llari holati ham $j\omega_s$ davr bilan davriylikka ega (7.19 - rasm). Rasmda no'llar doirachalar bilan, qutblar – kesishgan chiziqlar $(x)$bilan ifodalangan. Ular asosiy va qo'shimcha polyusalarda cheksiz marta hozir. Bu kamchilikdan qutilish uchun $e^{sT}$ni $z$ ga almashtirish $(e^{sT} = z)$ kerak. Shunda $s$ tekisligining hayoliy o'qidagi $-\dfrac{\omega_s}{2}$ dan $\dfrac{\omega_s}{2}$ gacha kesimi $z$ tekislikdagi birlik radiusli aylanasiga o'tadi (7.20 – rasm).



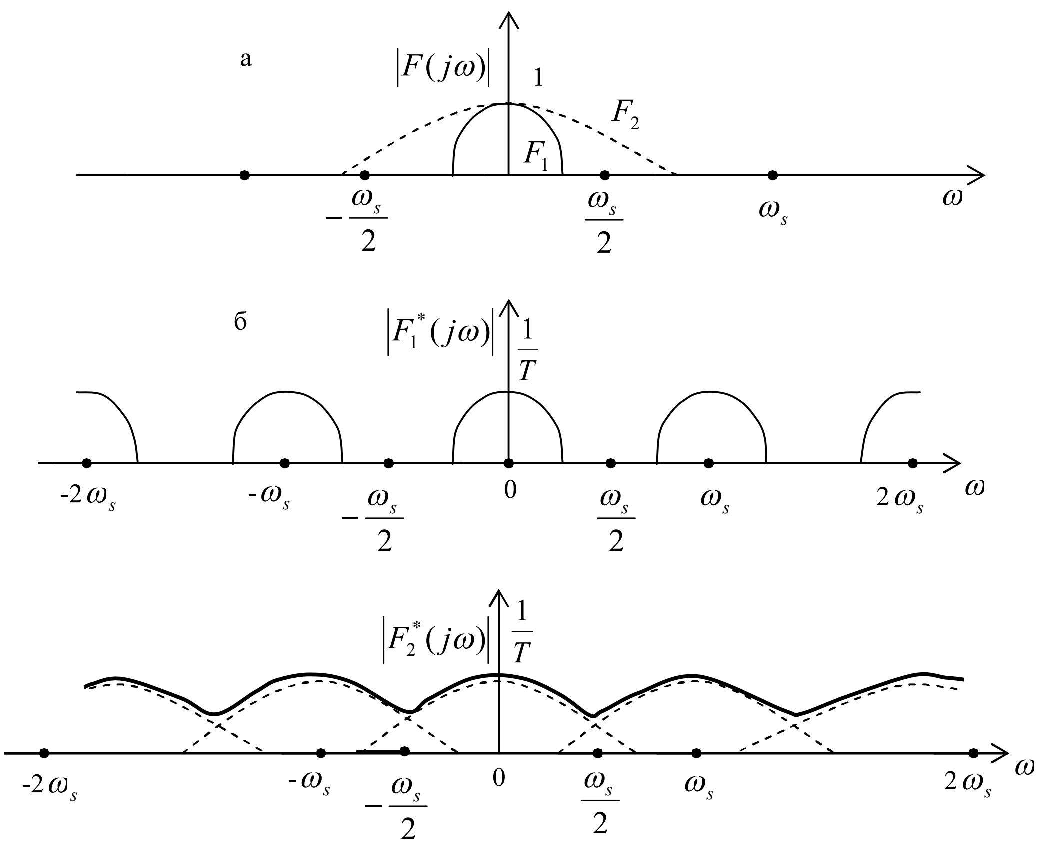

*7.19 – rasm.* $F^*(s)$ ***ning qutblari va no'llarining joylashuvi.***




*7.20 – rasm.* $F(z)$ ***ning qutblari va no'llarining joylashuvi.***

Bunda $s$ tekislikning chap yarmidagi davriy takrorlanuvchi qutblarga (misol uchun) mos hamma nuqtalar $z$ tekisligining doirasi ichidagi bitta nuqta $(B_1)$ ga o'tadi. O'ng o'rindagi davriy takrorlanadigan no'llarga (misol uchun) hamma nuqtalar esa $z$ tekisligining doirasidan tashqaridagi bitta nuqta $(A_1)$ ga o'tadi.

3. Agar 7.21, a – rasmda keltirilgan, amplituda spektrli signallar kvantlansa, amplitudali spektr $F_1^*(j\omega)$ 7.21, b – rasmdagi kabi, $F_2^*(j\omega)$ esa 7.21, v – rasmdagi kabi bo'ladi. Boshqacha aytganda ideal filtrda signalni tanlash mumkin, noidealda – iloji yo'q. Ideal filtr deganda, o'tkazish polosasidagi bilik kuchaytirish koeffisiyenti va polosadan tashqarida no'lli kuchaytirish koeffisiyenti bo'lgan filtr tushuniladi.




*7.21 – rasm.* $F(j\omega)$ ***va*** $F^*(j\omega)$ ***signallarning chastotali spektrlari.***

### 7.2.8. Ma'lumotlarni tiklash

IEning ikkinchi qismi – no'llinchi tartibli ekstropolyatorning chastotali tavsiflarini ko'rib chiqamiz. Ekstropolyatorning uzatish funksiyasi:

$$K(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}. \tag{7.43}$$

$$K(s) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} e^{j\omega\frac{T}{2}} e^{-j\omega\frac{T}{2}} = \frac{2e^{j\omega\frac{T}{2}}}{\omega} \cdot \frac{e^{j\omega\frac{T}{2}} - e^{-j\omega\frac{T}{2}}}{2j} = T\frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} e^{-j\omega\frac{T}{2}}.$$

$\frac{\omega T}{2} = \frac{\omega}{2}\frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{\pi\omega}{\omega_s}$ bo'lgani uchun, quyidagini hosil qilamiz

$$K(j\omega) = T\frac{\sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_s}\right)}{\frac{\pi\omega}{\omega_s}} e^{-j\frac{\pi\omega}{\omega_s}}. \tag{7.44}$$

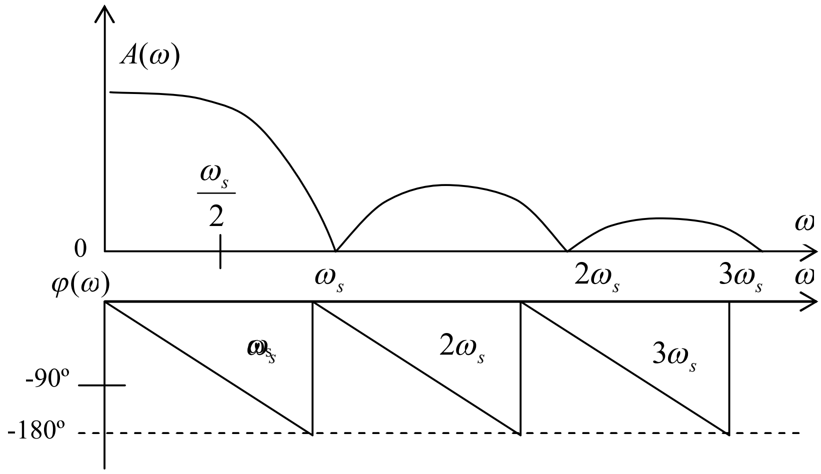
No’llinchi tartibli ekstropolyatorning amplituda – chastotali tavsifi

$$A(\omega)=|K(j\omega)|=T\frac{\sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_s}\right)}{\frac{\pi\omega}{\omega_s}}. \tag{7.45}$$

Shu ekstropolyatorning faza – chastotali tavsifi:

$$\varphi(\omega)\;=\arg K(j\omega)=\begin{cases}-\frac{\pi\omega}{\omega_s}+\pi,\ \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_s}\right)<0\\ -\frac{\pi\omega}{\omega_s},\ \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_s}\right)>0.\end{cases} \tag{7.46}$$

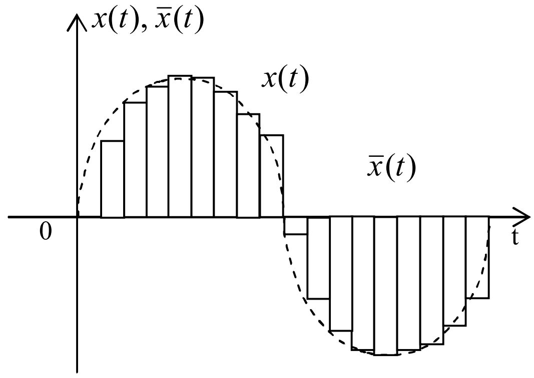
$A(\omega)$ va $\varphi(\omega)$ tavsiflar 7.22 – rasmda ko’rsatilgan.




*7.22 – rasm.* ***No’l tartibli ekstropolyatorning chastotali tavsifi.***

Rasmdan ko’rinadiki, $\omega<<\frac{\omega_s}{2}$ bo’lganda ekstropolyatorning chiqish joyida signalning amplitudaviy va fazoviy buzilishi minimal ekan.

7.23 – rasmda kvantlovchining kirish joyidagi va ekstropolyatorning chiqish joyidagi, aniqrog’i – IEning kirish va chiqish joyidagi signallar ko’rsatilgan.




*7.23 – rasm.* ***IE ning kirish*** $-x(t)$ ***va chiqish*** $\bar{x}(t)$ ***signallari.***

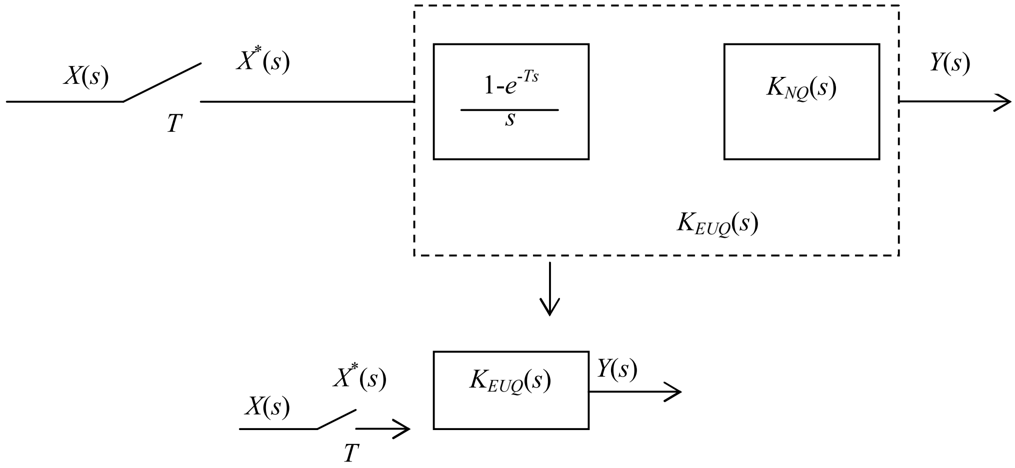
### 7.2.9. Ochiq tizimning impulsli uzatish funksiyasi

7.24 – rasmda keltirilgan IABTni ko'rib chiqamiz.

Ekstroplyatorning uzatish funksiyasi uzluksiz qismning uzatish funksiyasi bilan birlashtiriladi:

$$K_{EUQ}(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s} K_{NQ}(s),$$

bu yerda $K_{EUQ}(s)$ – *ekvivalent uzluksiz qismining* uzatish funksiyasi.




*7.24 – rasm.* ***IABTning strukturasi.***

Dastlabki shartlarni no'l faraz qilib, hosil qilish mumkin:

$$Y^*(s) = \left[K_{\text{EUQ}}(s)X^*(s)\right]^* = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} Y(s + jk\omega_s) \qquad (7.47)$$

bundan kelib chiqadi $Y^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{EUQ}(s + jk\omega_s)X^*(s + jk\omega_s)$,

$X^*(s)$ – davriy funksiya bo'lgani uchun $X^*(s + jk\omega_s) = X^*(s)$ va:

$$Y^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{EUQ}(s + jk\omega_s)X^*(s). \qquad (7.48)$$

(7.48) ga $z = e^{Ts}$ ni qo'yib, $Y(z) = K_{EUQ}(z)X(z)$ ni hosil qilamiz.

$K_{EUQ} = \frac{Y(z)}{X(z)}$ – ochiq ABSning impulsli uzatish funksiyasi deyiladi.

Turli strukturaga ega bo'lgan, uzluksiz qismi ikkita uzatish funksiyasidan iborat IABTlarni ko'rib chiqamiz (7.25 – rasm).

IABTning har bir uzluksiz qismi IEdan oldinda joylashgan struktura (7.25, *a* – rasm) uchun tizimning uzatish funksiyasi qismlarning impulsli uzatish funksiyalari ko'paytmasiga teng:

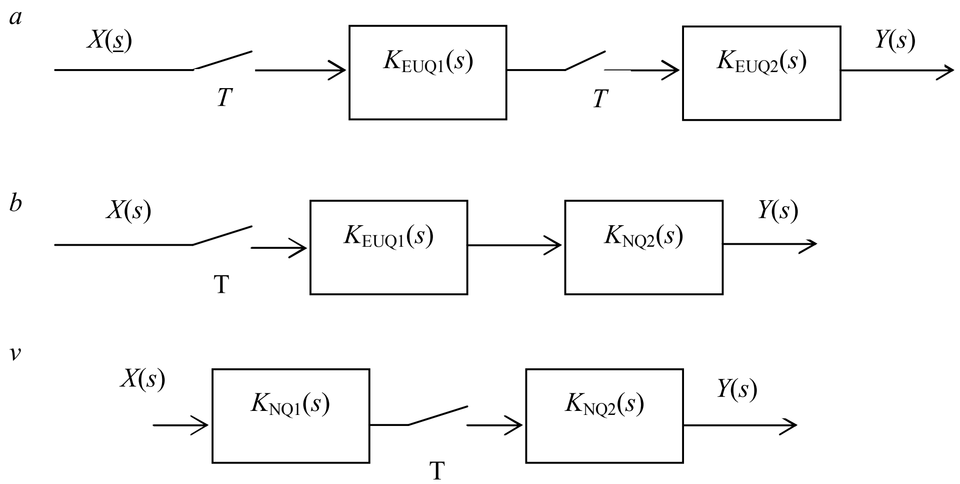
$$K(z) = K_{EUQ1}(z) K_{EUQ2}(z). \tag{7.49}$$

IABTning ikkinchi uzluksiz qismi oldida IE bo'lmagan struktura uchun tizimning umumiy uzatish funksiyasi:

$$K(z) = K_{EUQ}(z), \tag{7.50}$$

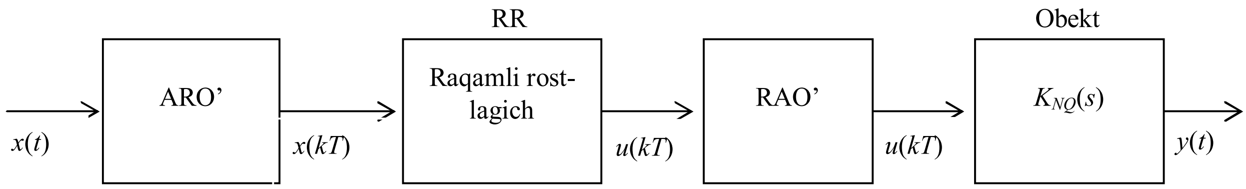
bunda $K_{EUQ}(z) = Z\{K(s) K_{NQ1}(s) K_{NQ2}(s)\}$.

IABTning 7.25,*v* – rasmdagi strukturasida impulsli uzatish funksiyasi yo'q, chunki kirish signali kvantlanmaydi.




*7.25 – rasm.* ***IABT ning strukturalari.***

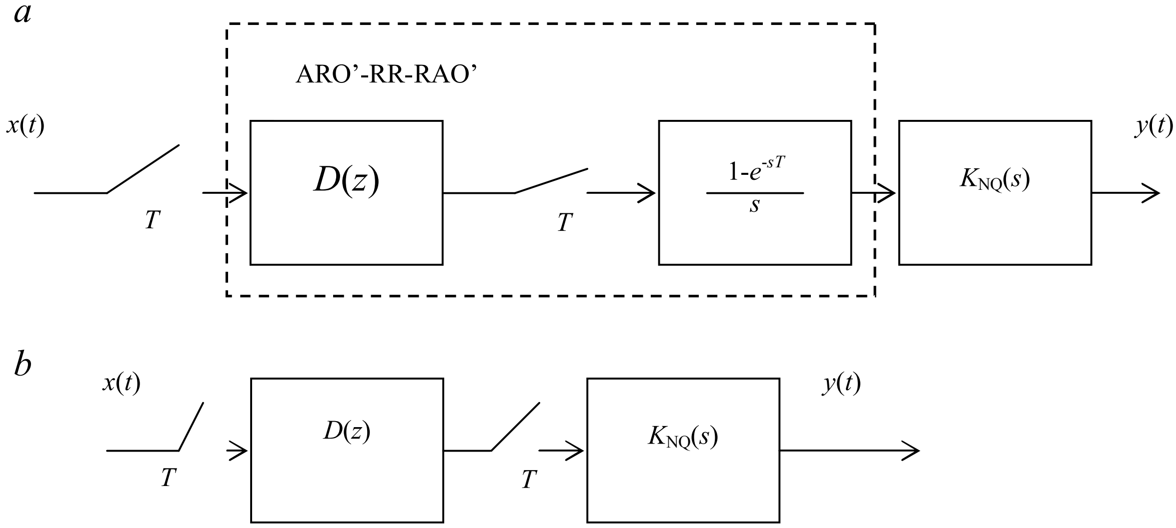
Raqamli tizim (7.26 – rasm)ni ko'rib chiqamiz.




*7.26 – rasm.* ***Raqamli ABT.***

Analog – raqamli o'zgartirgich (ARO')ning uzatish koeffisiyenti $\delta_{ARO'} = \frac{1}{2^{\alpha} - 1}$, bunda $\alpha$ – razryadlar soni; raqamli – analog o'zgartirgichning (RAO')ning uzatish koeffisiyenti $\delta_{RAO'} = 2^{\alpha} - 1$. ARO' va RAO'larning razryadlar soni bir xil bo'lganda umumiy uzatish koeffisiyenti *1,0* ga teng. Odatda, $\alpha \geq 10$ bo'ladi, shuning uchun $2^{\alpha} - 1 = 1023$ va ARO' bilan RAO'ning statik tavsiflarini chiziqli deb atash mumkin.

Diskretli tizimlarni – ARO’ ni xisoblashda raqamli rostlagich (RR) va RAO’lar 7.27,*a* – rasmdagi modelga, jami tizimni esa, 7.27,*b* – rasmdagi almashtiriladi.




*7.27 – rasm.* ***Raqamli tizimning modeli.***

Shunda $K(z) = Z\{K_{EUQ}(s)\}D(z)$, bo’ladi; bunda $D(z)$ – RRning diskretli uzatish funksiyasi.

**7.4-misol.** Agar $K_{NQ}(s) = \dfrac{1}{s+1}$, a $K(s) = \dfrac{1-e^{-Ts}}{s}$ bo’lsa, ochiq IABTning diskretli uzatish funksiyasini toping.

Yozamiz: $K_{EUQ}(s) = \dfrac{1-e^{-Ts}}{s}\dfrac{1}{s+1} = (1-e^{-Ts})\dfrac{1}{s(s+1)}$.

Belgilaymiz: $e^{Ts} = z$; shunda $K_{EUQ}(s) = (1-z^{-1})\dfrac{1}{s(s+1)} = \dfrac{z-1}{z}\dfrac{M(s)}{N(s)}$.

$\dfrac{M(s)}{N(s)} = \dfrac{1}{s(s+1)}$ ni oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz:

$\dfrac{M(s)}{N(s)} = \dfrac{\beta_1}{(s-s_1)} + \dfrac{\beta_2}{s-s_2}$, bunda $s_1 = 0; s_2 = -1$.

$$\beta_1 = (s-s_1)\frac{M(s)}{N(s)}\bigg|_{s=s_1} = \frac{(s-s_1)}{(s-s_1)(s-s_2)}\bigg|_{s=s_1} = \frac{1}{0-(-1)} = 1.$$

$$\beta_2 = (s-s_2)\frac{M(s)}{N(s)}\bigg|_{s=s_2} = \frac{(s-s_2)}{(s-s_{1)}(s-s_2)}\bigg|_{s=s_2} = \frac{1}{-1-0} = -1.$$

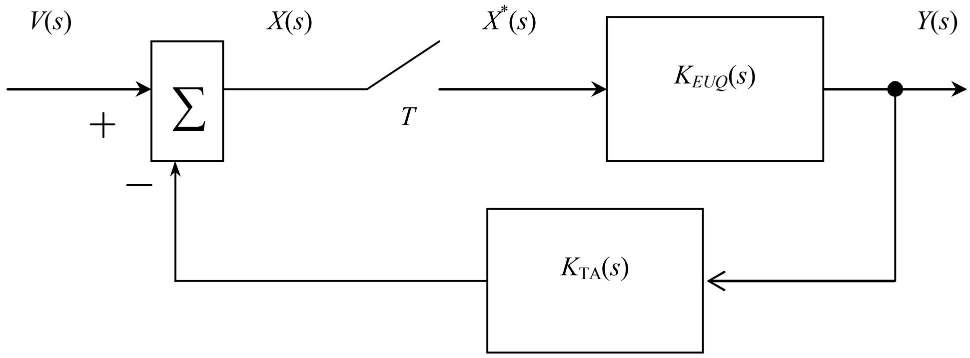
Shunda $K_{EUQ}(s) = \dfrac{z-1}{z} = \left(\dfrac{1}{s} - \dfrac{1}{s+1}\right)$.

Tegishli jadvallardan topamiz: $\frac{1}{s} \overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}} \frac{z}{z-1}$; $\frac{1}{s+1} \overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}} \frac{z}{z-e^{-T}}$. Uzil – kesil hosil qilamiz:

$$K(z) = \frac{z-1}{z}\left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}}\right] = 1 - \frac{z-1}{z-e^{-T}} = \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}.$$

## 7.2.10. Berk tizimning impulsli uzatish funksiyasi

7.28 – rasmda tasvirlangan berk IABTni ko'rib chiqamiz




*7.28 – rasm.* ***Berk IABTning strukturasi.***

$$Y(s) = K_{EUQ}(s)X^*(s),$$
$$X(s) = V(s) - K_{TA}(s)Y(s) = V(s) - K_{EUQ}(s)K_{TA}(s)X^*(s).$$

Keyingi tenglamaning chap va o'ng qismlaridagi diskret o'zgarishlar topilsa, $X^*(s) = V^*(s) - (K_{EUQ}K_{TA})^*(s)X^*(s)$ni hosil qilamiz; bundan

$$X^*(s) = \frac{V^*(s)}{1+(K_{EUQ}K_{TA})^*(s)}, \quad X(z) = \frac{V(z)}{1+(K_{EUQ}K_{TA})(z)}.$$

Shunday qilib berk IABT xatolik bo'yicha uzatish funksiyasiga

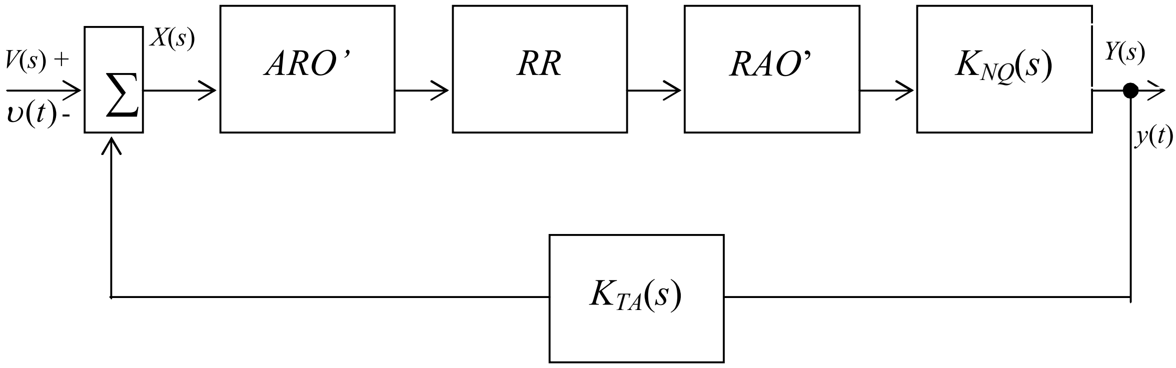
$$K_x(z) = \frac{X(z)}{V(z)} = \frac{1}{1+(K_{EUQ}K_{TA})(z)} \tag{7.51}$$

va asosiy uzatish funksiyasiga

$$K_{\text{B}}(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{K_{EUQ}(z)}{1+(K_{EUQ}K_{TA})(z)} \tag{7.52}$$

Bu formulalardagi $(\cdot)^*(s)$va $(\cdot)^*(z)$ yozuvlari shuni ko'rsatadiki, Laplas usuli bo'yicha diskret o'zgartirish va "*z* – o'zgartirish" amallari bajarilishidan oldin tegishli uzatish funksiyalarini ko'paytirib chiqish, keyin oddiy kasrlarga yoyish va shulardan keyingina, "$z$ – o'zgartirish" amalini bajarish kerak.

Berk raqami ABT (RABT)ni ko'rib chiqamiz (7.29 – rasm).




*7.29 – rasm.* ***Raqamli ABTning strukturasi.***

Ochiq qismining modeli 7.27 – rasmga to'g'ri keladi. Berk tizimdagi xatolik signalining tasviri $X(s) = V(s) - K_{EUQ}(s)X^*(s)D^*(s)K_{TA}(s)$, chiqish koordinatasining tasviri esa $Y(s) = K_{EUQ}(s)D^*(s)X^*(s)$.

Birinchi ifodani Laplas bo'yicha diskret o'zgartirib hosil qilamiz:

$$X^*(s) = \frac{V^*(s)}{1 + D^*(s)(K_{EUQ}K_{TA})^*(s)}.$$

$Y(s)$ni $z$ – o'zgartirib va unga $X^*(s)$ning hosil qilingan ifodasini quyib, hosil qilamiz:

$$Y(z) = \frac{D(z)K_{EUQ}(z)}{1 + D(z)(K_{EUQ}K_{TA})(z)}V(z).$$

Shunday qilib, berk RABTning uzatish funksiyasi:

$$K_B(z) = \frac{D(z)K_{EUQ}(z)}{1 + D(z)(K_{EUQ}K_{TA})(z)}. \qquad (7.53)$$

### 7.2.11. Impulsli tizimlardagi jarayonlar

IABTdagi jarayonlar uzluksiz tizimlardagi kabi, yo ichki koordinatalarning o'zgarishi (boshlang'ich shartlar variasiyasi) hisobiga, yo tashqi ta'sirlar (boshqaruvchi yoki qo'zg'atuvchi) hisobiga yuzaga keladi.

Umumiy xolda, jarayonlarni hisoblashda IABTning dinamikasini aks ettiruvchi ayirmali tenglamani yechish kerak. Ma’lumki, umumiy yechim

$$y(k) = y_e(k) + y_m(k),$$

bunda $y_e(k)$ – erkin tashkil etuvchi bo’lib, no’l bo’lmagan boshlang’ich shartlarga bog’liq; $y_m(k)$ – majburiy tashkil etuvchi bo’lib, tashqi ta’sirlarga bog’liq.

Bu tashkil etuvchilarni hisoblash uchun $z$ – tasvirning yoyish formulalaridan foydalanish mumkin.

Faraz qilaylik, IABT chiqish koordinatalarining $z$ – tasviri quyidagicha bo’lsin:

$$Y(z) = K_B(z)V(z),$$

bunda $K_B = \dfrac{K(z)}{Q(z)}$, a $V(z) = \dfrac{R(z)}{L(z)}$.

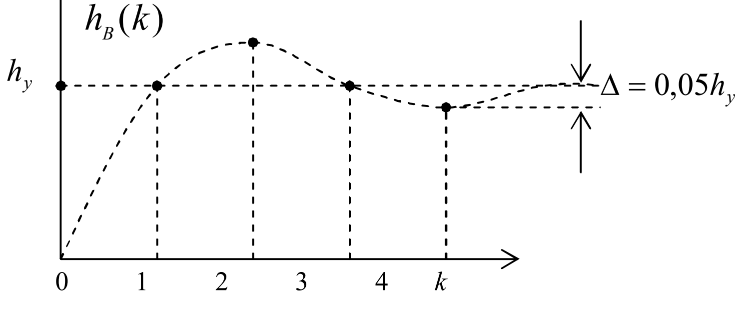
Erkin harakatlar berk tizimning xarakteristik (tavsifiy) tenglamasi $Q(z) = 0$ning ildizlari $z_{ev}, v = \overline{1,n}$ bilan, majburiy harakatlar esa $L(z) = 0$ tenglamaning ildizlari $z_{mv}, v = \overline{1,m}$ bilan bog’liq.

$$Y(z) = Y_e(z) + Y_m(z),$$

bu erda $Y_e(z) = \sum_{v=1}^{n} c_{ev} \dfrac{z}{z - z_{ev}} \doteq y_e(k) = \sum_{v=1}^{n} c_{ev} z_{ev}^k$, $Y_m(z) = \sum_{v=1}^{m} c_{mv} \dfrac{z}{z - z_{вv}} \doteq y_m(k) = \sum_{v=1}^{m} c_{mv} z_{mv}^k$.

$c_{ev}$ va $c_{mv}$ koeffisiyentlar $K_B(z)$ va $V(z)$larning ko’rinishiga qarab yoyish formulalari orqali aniqlanadi.

IABTda, uzluksiz tizimlardagi kabi, o’tish funksiyasi $h_B(k)$ ko’riladi. Bu funksiya IABTning pog’onali panjarali ta’siri $\upsilon(k) = 1(k)$ga bo’lgan reaksiyasidir, shuningdek, uzluksiz tizimlardagi kabi tushunchalar kiritiladi: o’tarostlash $\sigma$, rostlash vaqti $t_r$.




*7.30 – rasm.* ***IABTning o’tish jarayoni.***

O’tish funksiyasining hisoblashning asosiy usullari:

1) Analitik usul - $Y(z)$ tasvirni elementar tashkil etuvchilarga yoyish, $z-$tasvirlar va originallarni muvofiqlik jadvallaridan foydalanish, $Y(z)$ni Loran qatoriga yoyish;

2) Kompyuterda modellashtirish (masalan, Matlab muhitida).

Birinchi usulni ko’rib chiqamiz.

Agar $Y(z)=K_B(z)V(z), K_B(z)=\dfrac{K(z)}{Q(z)}$ va $V(z)=\dfrac{z}{z-1}$ bo’lsa, $Y(z)=\dfrac{zK(z)}{(z-1)Q(z)}$ bo’ladi.

Bu tasvir elementar tashkil etuvchilarga yoyish uchun $z-$tasvirning birinchi holatiga mos keladi. Bu holda original $y(k)=h_B(k)$ quyidagi formula bo’yicha hisoblanadi:

$$h_B(k)=\frac{K(1)}{Q(1)}-\sum_{v=1}^{n}\frac{K(z_v)}{(1-z_v)\dot{Q}(z_v)}z_v^k .$$

Birinchi tashkil etuvchi barqaror tashkil etuvchi ($z=e^{Ts}=1$)ga, $\sum_{v=1}^{n}(\bullet)$ esa – o’tkinchi tashkil etuvchiga mos keladi. Bu formula oddiy ildizlar $z_v$ uchun yaroqli. Ildizlar butun son bo’lganda ifoda murakkablashadi, bunda Loran qatoriga yoygan ma’qul.

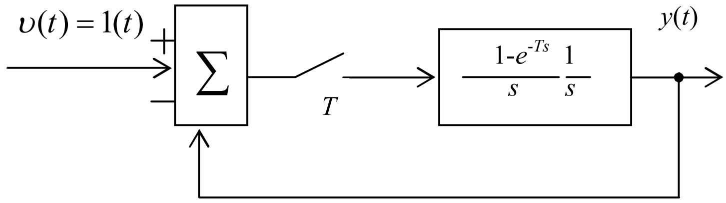
IABTda uzluksiz tizimlardan farqli ravishda, o’tish jarayoning tugal davomiyligiga erishish mumkin.

Agar $K_B(z)$da $a_0z^n+a_1z^{n-1}+\ldots+a_n=0$ xarakteristik tenglamada $a_1=\ldots=a_{n-1}=0$ bo’lsa, u $a_0z^n=0$ ko’rinishga keltiriladi. Shunda, suratning darajasi maxrajnikidan hyech bo’lmaganda, bittaga kichik bo’lsa:

$$K_B(z)=\frac{b_0z^{n-1}+\ldots+b_{n-1}}{a_0z^n}.=\frac{b_0}{a_0}z^{-1}+\frac{b_1}{a_0}z^{-2}+\ldots+\frac{b_{n-1}}{a_0}z^{-n}.$$

Bu formuladagi $\dfrac{b_i}{a_0}$ koeffisiyentlarni $F(z)=\sum_{k=0}^{\infty}f(k)z^{-k}$ ifodasidagi $z-$tasvirning ulushlari bilan taqqoslab, hosil qilamiz: $f(0)=0;\quad f(1)=\dfrac{b_0}{a_0};\ldots;\quad f(2)=\dfrac{b_1}{a_0};\ldots;f(n)\dfrac{b_{n-1}}{a_0}$ ya’ni impulsli o’tish funksiyasi diskretlashning “$n$” davrida tugaydigan tugal qatordir. Demak, o’tish jarayoni $h_B(k)$ ham $nk$ yoki $nkT$ vaqtda tugaydi.

**7.5-misol.** 7.31 – rasmdagi ochiq va berk IABTning birlik pog'onali ta'sirga reaksiyasini toping. $T=1$sek deb qabul qilinsin.




*7.31 – rasm.* ***IABTning strukturasi.***

Ochiq ABSning uzatish funksiyasi $K(z)=\frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{1}{s^2}\right\}$.

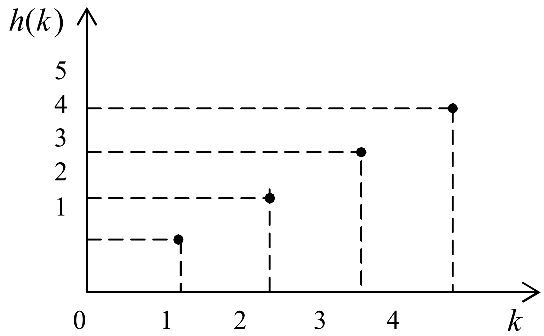
Muvofiqlik jadvaliga ko'ra $Z\left\{\frac{1}{s^2}\right\}=\frac{Tz}{(z-1)^2}$ga, $T=1$sek ni qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$Z\left\{\frac{1}{s^2}\right\}=\frac{z}{(z-1)^2} \text{ va } K(z)=\frac{z-1}{z}\cdot\frac{z}{(z-1)^2}=\frac{1}{z-1}.$$

O'tish funksiyasi:

$$h(k)=Z^{-1}\{Z\{1(k)\}K\{(z)\}\}=Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}\frac{1}{z-1}\right\}=Z^{-1}\left\{\frac{z}{(z-1)^2}\right\}=$$

$$=kT=0+T+2T+\ldots=0+1+2+\ldots$$




*7.32 – rasm.* ***Ochiq IABTning o'tish funksiyasi.***

Unday natija $\frac{z}{(z-1)^2}$ni Loran qatoriga yoyganda ham olinadi.

$$
\begin{array}{l|l}
\;\; z & z^2-2z+1 \\
-\;\; z-2+\dfrac{1}{z} & \dfrac{1}{z}+\dfrac{2}{z^2}+\dfrac{3}{z^3}+\cdots = 0\cdot z^0+1\cdot z^{-1}+2\cdot z^{-2}+3\cdot z^{-3}+\cdots \\
\hline
\;\; 2-\dfrac{1}{z} & \\
-\;\; 2-\dfrac{4}{z}+\dfrac{2}{z^2} & \\
\hline
\;\; \dfrac{3}{z}-\dfrac{2}{z^2} & \\
\;\; \cdots &
\end{array}
$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi

$$K_{\text{B}}(z)=\frac{K(z)}{1+K(z)}=\frac{\dfrac{T}{z-1}}{1+\dfrac{T}{z-1}}=\frac{1}{z}.$$

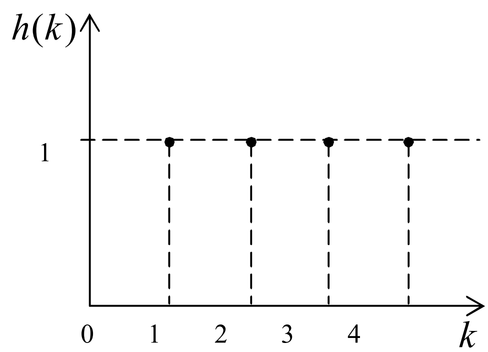
Berk tizimning o’tish funksiyasi:

$$h_B(k)=Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}\frac{1}{z}\right\}=Z^{-1}\left\{\frac{1}{z-1}\right\}.$$

$\dfrac{1}{z-1}$ tasvirni Loran qatoriga yoyib olamiz:

$$
\begin{array}{l|l}
\;\; 1 & z-1 \\
-\;\; 1-\dfrac{1}{z} & \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{z^2}+\dfrac{1}{z^3}+\cdots = 0\cdot z^0+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+\cdots \\
\hline
\;\; \dfrac{1}{z} & \\
-\;\; \dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{z^2} & \\
\hline
\;\; \dfrac{1}{z^2} & \\
-\;\; \dfrac{1}{z^2}-\dfrac{1}{z^3} & \\
\hline
\;\; \cdots &
\end{array}
$$

Ordinatalar $h_B(k)$ ning qiymatlariga mos (7.33 – rasm).




*7.33– rasm.* ***Berk IABTning o’tish funksiyasi.***

Shunday natija $h_B(k) = Z^{-1}\left\{\dfrac{z}{z-1}\dfrac{1}{z}\right\}$ ifodaning tahlilidan ham kelib chiqadi. $\dfrac{1}{z}$ ifodasi kechikish tomonga surilishga to'g'ri kelgani uchun pog'onali sakrashga to'g'ri keladigan panjarali funksiya $Z\{1(k)\} = \dfrac{z}{z-1}$ bitta taktga suriladi; uzatish funksiyasidan foydalanganda $h(0)$ning qiymati no'l deb qabul qilingani uchun 7.33 – rasmda ham $h_B(0) = 0$.

## Nazorat va muhokama savollari

1. Diskret tizim deb nimaga aytiladi?
2. Vaqt bo'yicha kvantlangan signallarni tushuntiring.
3. Kvantlash davri yoki qadami deb nimaga aytiladi?
4. Releli va raqamli tizimlar deb nimaga aytiladi?
5. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarning o'ziga xos xususiyati nimada?
6. Impulsli avtomatik boshqarish tizimining namunaviy strukturasi qanday ko'rinishga ega?
7. Impulslar ketma-ketligining parametri o'zgarishiga qarab impulsli modulyasiyalash qanday turlarga bo'ladi?
8. Panjarali funksiya deganda qanday funksiyani tushinasiz?
9. To'g'ri va teskari ayirmali tenglamalarni tushintiring.
10. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari.
11. Chiziqli ayirma tenglamalarni yechishning qanday usullarini bi-lasiz?
12. Diskret uzatish funksiyasini tushuntiring.
13. Diskret tizimlarni chastotaviy tavsiflari qanday quriladi?
14. Ochiq va berk tizimlarning impulsli uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?
15. Diskret tizimlarning o'tish tavsifi qanday quriladi?

# VIII BOB. DISKRET TIZIMLARNING TURG'UNLIGINI TAHLIL QILISH

## 8.1. Turg'unlik shartlari

Berk tizimning dinamikasini aks ettiruvchi tenglama

$$(a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n)Y(z) = (b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_m)V(z),$$

ning yechimi ikki qismdan iborat:

$$y(k) = y_e(k) + y_m(k), \tag{8.1}$$

Birinchi qismi erkin harakatni, ikkinchisi – majburiy harakatni bildiradi.

IABTning turg'unligini baholashda, uzluksiz tizimdagi kabi, erkin harakat o'rganiladi. Bunday harakatni bir jinsli ayirmali (qaytuvchi) tenglamani (o'ng tomoni yo'q) yechishda topish mumkin.

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n = 0, \tag{8.2}$$

Bu tenglama berk IABTning harakteristik tenglamasi deyiladi. Uni berk tizimning uzatish funksiyasini, uning maxrajini no'lga tenglashtirib ham hosil qilish mumkin:

$$1 + K(z) = 0. \tag{8.3}$$

(8.3) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishda qidiriladi:

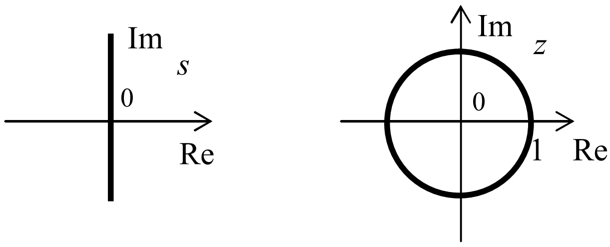
$$y_e(k) = \sum_{i=0}^{n} c_i z_i^k,$$

bu yerda $c_i -$ o'zgarmas koeffisiyentlar, $z_i -$ harakteristik tenglama ildizlari.

IABTning turg'unligi uchun $\lim\limits_{k\to\infty} y_e(k) = 0$ bo'lishi zarur va yetarli ekani ayon. Buning uchun xarakteristik tenglamaning hamma ildizlari $-z_i$ ning moduli birdan kichkina. Shunday qilib, turg'unlik sharti quyidagi nisbatdan iborat:

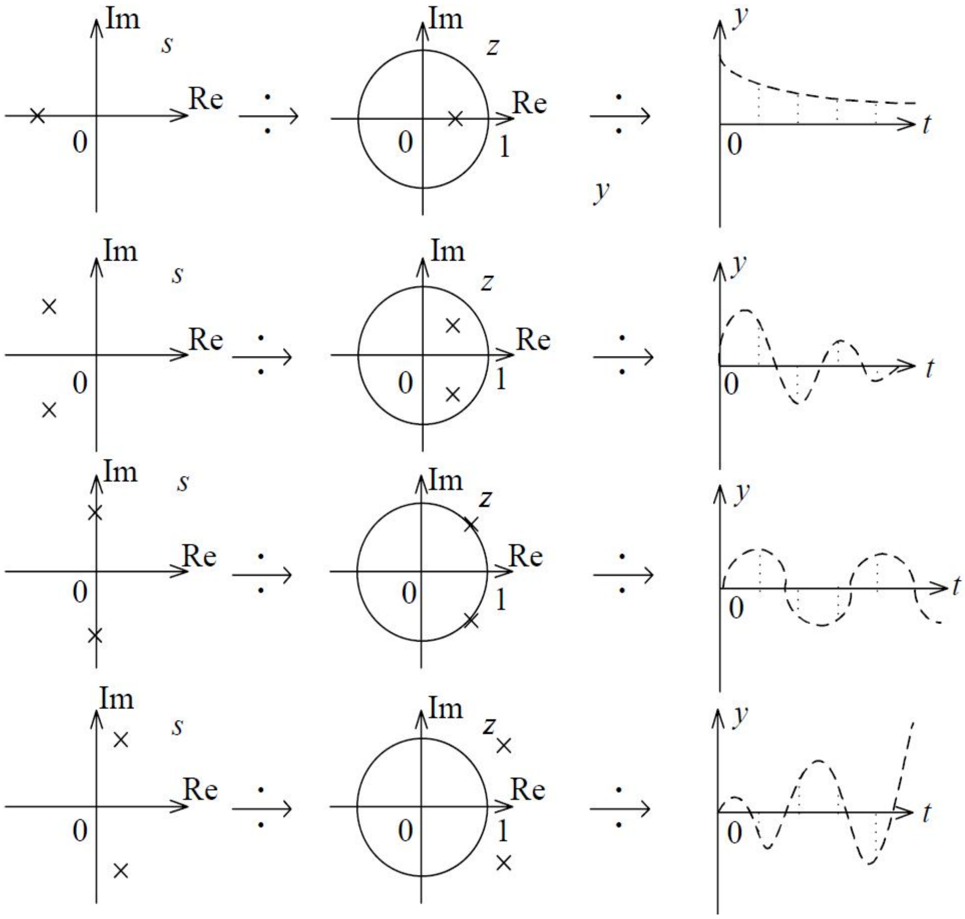
$$|z_i| < 1. \tag{8.4}$$

Bu shartni grafik yo'l bilan talqin qilish uchun $s-$tekislikni $z-$tekislikka o'zgartirish kerak. $z=e^{sT}$ bo'lgani uchun, unga $s=j\omega$ ni qo'yib (bu mavhum o'qqa mos), $z=e^{j\omega T}$ ni hosil qilamiz. Bu birlik radiusli bo'lgan aylanadir (8.1 – rasm).




*8.1– rasm.* $s-$***tekislikni*** $z-$***tekislikda aks ettirish.***

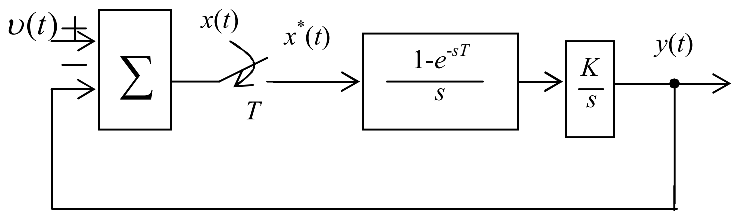
Agar $s=c+j\omega$ bo'lsa, $z=e^{sT}=e^{cT}e^{j\omega T}$ bo'ladi va $c\to-\infty$ da o'zgaruvchi $z\to\infty$. Buning ma'nosi shuki, $s-$tekislikning chap yarmi $z-$tekislikning birlik radiusli bo'lgan doirasi ichida, o'ng yarmi esa – doiradan tashqarida aks ettiriladi. $s-$tekislik, $z-$tekislik va harakteristik tenglamaning turli tasodifiy ildizlariga oid vaqt tavsiflariga muvofiq kelishi 8.2 – rasmda tasvirlangan.



*8.2– rasm.* ***Xarakteristik tenglama ildizlarining*** $s-$***tekislikka,*** $z-$***tekislikka va vaqt tavsiflariga muvofiqligi.***

Demak, IABTning turg'unligi uchun berk tizimning xarakteristik ildizlari birlik radiusli bo'lgan doira ichida bo'lishi zarur va yetarli.

**8.1-misol.** 8.3-rasmdagi impulsli tizimning turg'unligini baholang.




*8.3 – rasm.* ***IABTning strukturasi.***

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi: $K_{EUQ}(s) = (1 - e^{-sT})\dfrac{K}{s^2}$.

$z-$ almashtirishi orqali quyidagini hosil qilamiz:

$$K(z) = \frac{z-1}{z}\frac{KTz}{(z-1)^2} = \frac{KT}{z-1}.$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi: $K_B(z) = \dfrac{K(z)}{1-K(z)} = \dfrac{KT}{z-1+KT}$, bundan xarakteristik tenglamani keltirib chiqaramiz: $z + (KT-1) = 0$. Uning yagona ildizi bor $z = (1-KT)$. Turg'unlik sharti bo'yicha $|z| < 1$, ya'ni $|1-KT| < 1$ va turg'unlik soxasi $0 < KT < 2$ tengsizlik ko'rinishida bo'ladi. $K$ va $T$ning boshqa hamma qiymatlarida impulsli tizim noturg'un bo'ladi.

Diskret tizimlarda ham, uzluksiz tizimlarda ham turg'unlik mezonlaridan foydalaniladi. Ularning qo'llanishi ikki chiziqli (bichiziqli) o'zgartirish formulasiga asoslanadi.

## 8.2. Ikkichiziqli o'zgartirish

Almashtirish ifodasi $z = \dfrac{1+\frac{T}{2}w}{1-\frac{T}{2}w}$ yoki $w = \dfrac{2}{T}\left(\dfrac{z-1}{z+1}\right)$ yordamida ikki chiziqli o'zgartirish amali bajariladi, ya'ni $z-$tekislikdagi birlik radiusli bo'lgan aylanani $w-$tekislikdagi mavhum o'qda aks ettiriladi. Buni quyidagicha tushuntirish mumkin:

$$w=\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)\Bigg|_{z=e^{j\omega T}}=\frac{2}{T}\frac{e^{j\omega T}-1}{e^{j\omega T}+1}=\frac{2}{T}\frac{e^{j\omega T}-e^{j\omega\frac{T}{2}}e^{-j\omega\frac{T}{2}}}{e^{j\omega T}+e^{j\omega\frac{T}{2}}e^{-j\omega\frac{T}{2}}}=\frac{2}{T}\frac{e^{j\omega\frac{T}{2}}(e^{j\omega\frac{T}{2}}-e^{-j\omega\frac{T}{2}})}{e^{j\omega\frac{T}{2}}(e^{j\omega\frac{T}{2}}+e^{-j\omega\frac{T}{2}})}.$$

Eyler formulasi bo'yicha:

$$w=\frac{2}{T}j\frac{\sin\omega\frac{T}{2}}{\cos\omega\frac{T}{2}}=j\frac{2}{T}tg\omega\frac{T}{2}. \qquad (8.5)$$

(8.5)ning taxlilidan ko'rinadiki, $\omega=0$da $w=j_0$, $\omega=\frac{\omega_s}{2}$da yoki $\omega\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}$ da $w=j_\infty$. Boshqacha aytganda, $s-$tekislikdagi $0\le j\omega\le j\frac{\omega_s}{2}$ oraliq $z-$tekislikning yuqori yarim aylanasida va $w-$tekislikning mavhum o'qi aylanasi yuqori yarmida akslantiriladi. Shunda tizimning $w-$tekislikdagi turg'unlik soxasi uning chap yarmida bo'ladi.

(8.5) ifodasi $s-$tekislikdagi chastota bilan $w-$tekislikdagi psevdochastota o'rtasida bog'lanish hosil qiladi. Agar $j\omega_w$ o'zgaruvchi $w$ning mavhum qismi bo'lsa, $j\omega_w=j\frac{2}{T}tg\omega\frac{T}{2}$ va

$$\omega_w=\frac{2}{T}tg\omega\frac{T}{2}. \qquad (8.6)$$

Shuni ta'kidlash kerakki, $s-$tekislikdagi kichik chastotalarda, $tg\frac{\omega T}{2}\approx\frac{\omega T}{2}$ bo'lganda, (8.6) ifodasi boshqacha ko'rinish oladi:

$$\omega_w\approx\frac{2}{T}\omega\frac{T}{2}=\omega_w=\omega. \qquad (8.7)$$

Bu quyidagi shartda to'g'ri bo'ladi:

$$\omega<\frac{2\pi}{10T}=\frac{\omega_s}{10}. \qquad (8.8)$$

Shunday qilib, (8.8) shart bajarilganda $\omega$ va $\omega_w$ chastotalarni bir – biriga mos deb hisoblash mumkin, katta chastotalarda esa, psevdochastotadan foydalanish kerak.

## 8.3. Raus-Gurvis mezoni

Ikkichiziqli o'zgartirishni qo'llab, berk diskret tizim uchun xarakteristik tenglamani chiqarish kerak:

$$1+K(w)=1+K(z)\Big|_{z=\frac{1+\frac{T}{2}w}{1-\frac{T}{2}w}}=0. \tag{8.9}$$

Keyin, uzluksiz tizimlardagi kabi algoritm bo'yicha Raus jadvali tuziladi. Agar shu jadvalning birinchi ustunidagi hamma elementlari $a_0>0$ bo'lganda, musbat bo'lsa, diskret tizim turg'un deb hisoblanadi.

**8.2-misol.** 8.3 – rasmda keltirilgan tizimni ko'rib chiqamiz. Berk tizimning xarakteristik tenglamasi $D(z)=z-1+KT=0$. Bundan $D(w)$ga o'tamiz.

$$D(w)=D(z)\Big|_{z=\frac{1+\frac{T}{2}w}{1-\frac{T}{2}w}}=\frac{1+\frac{T}{2}w}{1-\frac{T}{2}w}+(KT-1)=\frac{w(2T-T^2K)+2KT}{2-Tw}=0.$$

Xarakteristik tenglamani quyidagicha yozamiz: $\underbrace{(2T-T^2K)w}_{a_0}+\underbrace{2KT}_{a_1}=0.$

Radius jadvalini tuzamiz:

$$\begin{array}{r|l} w' & 2T-T^2K \\ w^0 & 2KT \end{array}$$

Diskret tizim barqaror bo'lishi uchun birinchi ustunning hamma elementlarining (bu misolda birinchi ustun – yagona) ishorasi bir xil bo'lishi kerak. Bundan kelib chiqadiki, $T>0$ va $K>0$da $2KT>0$ bo'ladi; $TK<2$da $2T-T^2K>0$ bo'ladi. Bu natija 8.1 – misol natijasi bilan mos keladi.

Ko'rib chiqilgan misollardan xulosa qilish mumkinki, kvantlash diskret tizimlarning turg'unlik soxasi o'xshash uzluksiz tizimlarga (bir xil uzluksiz qismlarga ega) qaraganda torayib qoladi. Birinchi tartibli uzluksiz tizimda xarakteristik tenglamaning hamma musbat koeffisiyentlarida turg'unlik ta'minlanadi, diskret tizimda esa qat'iy cheklanish $(TK<2)$ tushadi.

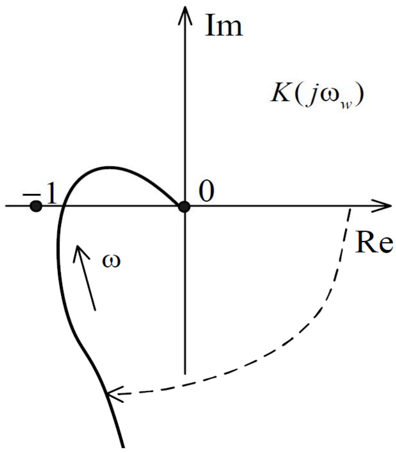
## 8.4. Naykvist mezoni

Naykvist mezonini diskret tizimlarga ham, uzluksiz tizimlarga ham qo'llasa bo'ladi. Ochiq tizim uchun AFChX (amplituda – faza chastotaviy xarakteristika)ni qurish har bir turdagi model uchun, o'zgaruvchi parametr va shu xarakteristikaning o'zgarish diapazoni bilan farqlanadi (8.1 – jadval).

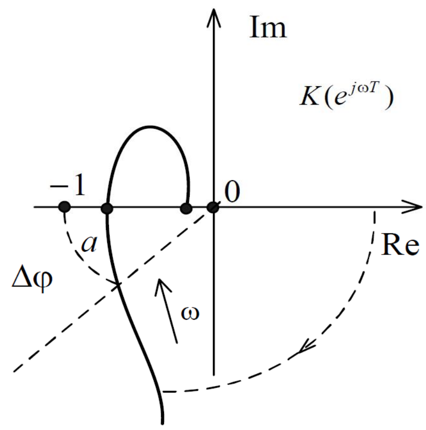
8.1 – jadval

| Ochiq tizimning uzatish funksiyasi | O'zgaruvchi | O'zgaruvchining o'zgarish diapazoni |
|---|---|---|
| $K(s)$ | $s = j\omega$ | $0 \le j\omega \le j\infty$ |
| $K(z)$ | $z = e^{j\omega T}$ | $0 \le \omega T \le \pi$ |
| $K(w)$ | $w = j\omega_w$ | $0 \le j\omega_w \le j\infty$ |

$K(j\omega_w)$ va $K(j\omega)$ning AFChXlari bir – biriga mos (8.4 – rasm).




*8.4– rasm. $K(j\omega)$ **va** $K(j\omega_w)$**larning AFChXsi.***




*8.5– rasm. $K(e^{j\omega T})$ **AFChXsi***

$K(e^{j\omega T})$niki ham shunday ko'rinishga ega, lekin koordinata boshida emas, haqiqiy o'qda tugaydi, chunki oxirgi nuqta $\omega = \frac{\omega_s}{2}$ chastotaga to'g'ri keladi; bunda ochiq tizimning kuchayish koeffisiyenti no'lga teng (8.5 – rasm). Agar $K(j\omega_w)$ yoki $K(e^{j\omega T})$ $(-1; j_0)$ nuqtani qamrab olmasa, diskret tizim turg'un hisoblanadi. Turg'unlik zaxiralari uzluksiz tizimlardagi kabi topiladi: $\frac{1}{a}$ moduli bo'yicha, $\Delta\varphi$ faza bo'yicha.

## 8.5. Naykvistning logarifmik mezoni

Diskretli tizimlarning chastotali xaraktaristikasi, real chastota - $\omega$ dan psevdochastota $-\omega_w$ga o'tilgandan keyin, (8.6) ga muvofiq quriladi. Bunda uzluksiz tizimlarning shunday xarakteristikasini chizish uslubi qo'llanadi. Logarifmik chastotali xarakteristika (LChX)lar past va yuqori chastotalar uchun alohida – alohida quriladi. Past chastotali va yuqori chastotali soxalarni ajratib turuvchi chegara sifatida kesishish chastotasi$-\omega_k$ xizmat qiladi. Bunda $\omega_k < \frac{2}{T}$ deb faraz qilinadi. Turg'unlik zaxirasi va tizimning aniq ishlashini ta'minlash uchun qo'yiladigan talablar sababli shu shartni ham bajarish kerak.

LChXni qurish uslubini ko'rib chiqamiz. Buning uchun umumlashgan uzatish funksiyasi tarkibiga uzluksiz qismi bo'lgan tizimni qo'shib misol qilib olamiz.

$$K_{NQ}(s) = \frac{K\prod_{j=1}^{m}(1+\tau_j s)}{s^{\nu}\prod_{i=1}^{n}(1+T_i s)}. \tag{8.10}$$

Qurish uchun quyidagi farazlar qabul qilinadi:

1. $\omega_k < \frac{2}{T}$.

2. Uzluksiz qismning asimitotik logarifmik – amplitudali xarakteristikasi (LAX) desibellarning no'l o'qini manfiy – 20 dB/dek og'malikda kesib o'tadi.

3. Vaqt $\tau_j\,(j = 1,2,\ldots,m)$ning doimiylariga kesishish chastotalaridan kichik chastotalarni bog'lovchilar to'g'ri keladi.

4. Vaqt $T_i(i = 1,2,\ldots,l)$ning $l(l < n)$ doimiylari bor; ularga kesishish chastotasidan kichik chastotalarni bog'lovchilar to'g'ri keladi.

Farazlar qabul qilinganda, past chastotalar soxasi uchun uzluksiz qismning uzatish funksiyasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$K^{P}_{NQ}(s) = \frac{K\prod_{j=1}^{m}(1+\tau_j s)}{s^{\nu}\prod_{l=1}^{l}(1+T_i s)}, \tag{8.11}$$

yuqori chastotalar soxasi uchun:

$$K_{NQ}^{Y}(s)=\frac{\omega_k}{s\prod_{i=l+1}^{n}(1+T_i(s)},\qquad(8.12)$$

Shu ikkita (8.11), (8.12) formula va (8.6) asosida ochiq impulsli tizimning past chastotalar soxasiga tegishli chastotali xarakteristikasini hosil qilamiz:

$$K_{NQ}^{P}(j\omega_w)=\left(1-j\omega_w T/2\right)\frac{K\prod_{j=1}^{m}(1+\omega_w\tau_j)}{(j\omega_w)^{\nu}\prod_{l=1}^{l}(1+j\omega_w T_i)},\qquad(8.13)$$

Yuqori chastotali soxasi uchun

$$K_{NQ}^{Y}(j\omega_w)=\frac{\omega_k(1-j\omega_w T/2)\left[1+j\omega_w\left(T/2-T_{\sum}\right)\right]}{(j\omega_w)\left(1+j\omega_w T/2\right)},\qquad(8.14)$$

bu yerda $T_{\sum}=\sum_{i=l+1}^{n}T_i$.

Bu formulalarning tahlilidan ko'rinadiki, impulsli tizimning uzatish funksiyasini past chastotalar soxasidan, uzluksiz qismning shunday funksiyasidan keltirib chiqarish mumkin. Buning uchun $s=j\omega_w$ ifoda o'sha funksiyaga almashtirib kiritiladi va qo'shimcha ko'paytiruvchi $(1-j\omega_w T/2)$ ham kiritiladi. Bu soxada psevdochastota $\omega_w$ burchak chastotasi $-\omega$ bilan deyarli teng bo'ladi. Qo'shimcha ko'paytiruvchining ta'sirini hisobga olmasa ham bo'ladi, chunki $\omega_k<2/T$.

Past chastotalar soxasida impulsli tizimning chastotali xarakteristikasi uning uzluksiz qismiga oid shunday xarakteristika bilan mos keladi. Yuqori chastotalar soxasida bunday bo'lmaydi, shuning uchun xarakteristikani psevdochastota $-\omega_w$ bo'yicha qurish kerak.

Ochiq diskret tizimning chastotali o'zatish funksiyasi psevdochastotalar tekisligida quyidagicha ifodalanadi:

$$K(j\omega_w)=\frac{K\prod_{j=1}^{m}(1+\omega_w\tau_j)\left[1+j\omega_w(\mathrm{T}/2-T_{\sum})\right]}{(j\omega_w)^{\nu}\prod_{i=1}^{l}(1+j\omega_w T_i)}\frac{(1-j\omega_w\mathrm{T}/2)}{(1+j\omega_w\mathrm{T}/2)}.\qquad(8.15)$$

Bu formula elementar namunaviy ko'paytuvchilar ko'paytmasidan iborat, shuning uchun undan impulsli tizimlarning logarifmik chastotali xarakteristikasini qurishda foydalanish oson. Yakunlovchi fazoviy surilish quyidagicha aniqlanadi:

$$\varphi(\omega_w) = -\nu \cdot 90^\circ + \sum_{j=1}^{m} \arg tg\omega_w \tau_j + \arg tg\omega_w (\frac{T}{2} - T_\Sigma) - \sum_{i=1}^{l} arctg\omega_w T_i - 2arctg\omega_w \frac{T}{2} \quad (8.16)$$

Qurilgan logarifmik chastotali xarakteristikalar yordamida turg'unlik zahirasi topiladi.

**8.3-misol.** No'linchi tartibli ekstrapolyatorli va impulsli elementning diskretlik davri $T = 4 сек$ bo'lgan tizimning logarifmik chastotali xarakteristikasi qurilsin. Tizimning uzluksiz qismi uzatish funksiyasi quyidagicha ko'rinishda berilgan:

$$K_{NQ}(s) = \frac{K(1+25s)}{s^2(1+0,5s)(1+0,3s)}, \quad K = 0,01c^{-1}.$$

Qirqish chastotasini topamiz: $\omega_k = 2/T = 0,5c^{-1}$. Vaqtning berilgan doimiylariga muvofiq bog'lovchi chastotalarni hisoblab topamiz:

$\omega_{bog'1} = \dfrac{1}{25} = 0,04c^{-1}$ – past chastotali diapazon;

$\omega_{bog'2} = \dfrac{1}{0,5} = 2c^{-1}$ – yuqori chastotali diapazon;

$\omega_{bog'3} = \dfrac{1}{0,3} = 3,33c^{-1}$ – yuqori chastotali diapazon;

$$T_\Sigma = T_1 + T_2 = 0,5 + 0,3 = 0,8; \quad \frac{T}{2} - T_\Sigma = 2 - 0,8 = 1,2c.$$

Shulardan kelib chiqib, quyidagini hosil qilamiz:

$$K(j\omega_w) = \frac{K(1 + j\omega_w \cdot 25)(1 + j\omega_w \cdot 1,2)}{(j\omega_w)^2} \frac{(1 - j\omega_w \cdot 2)}{(1 + j\omega_w \cdot 2)},$$

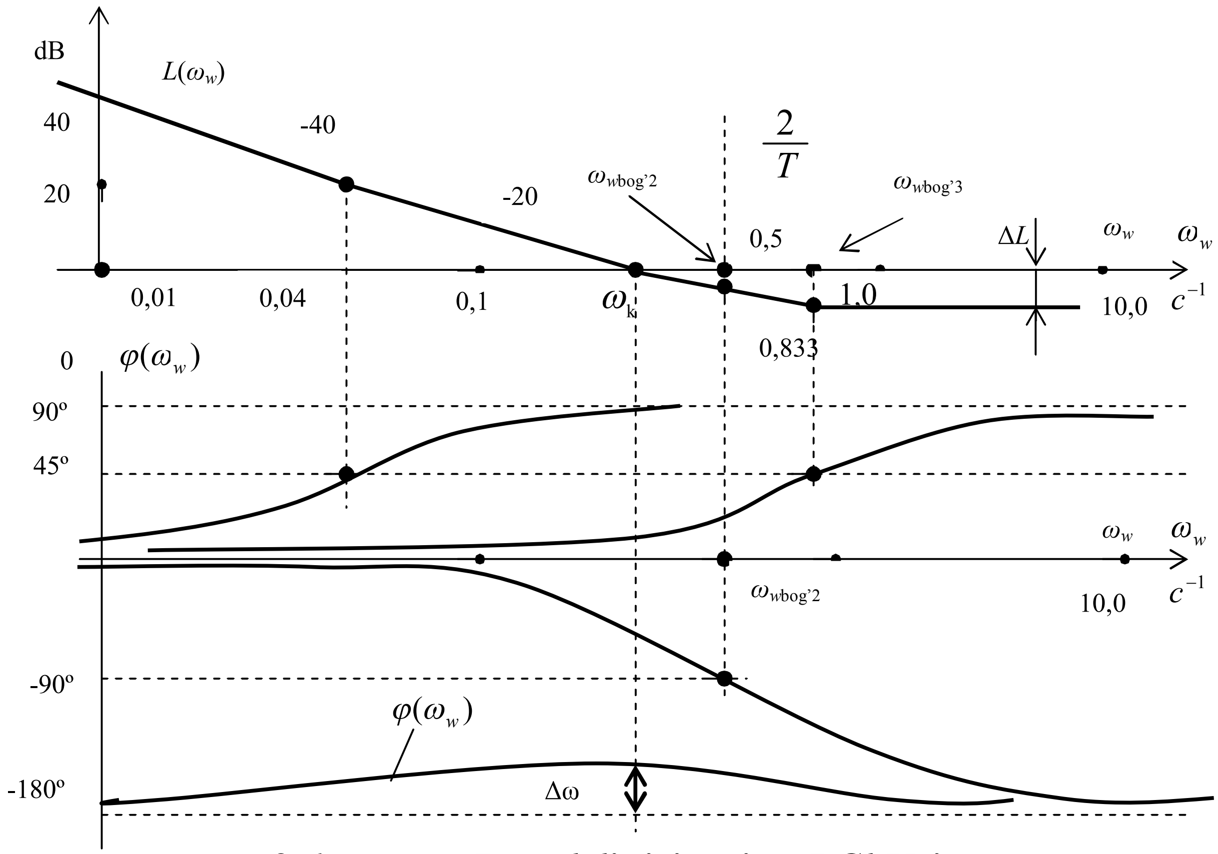
$$\varphi(\omega_w) = -2 \cdot 90^\circ + arctg25\omega_w + arctg1,2\omega_w - 2arctg2\omega_w.$$

Bog'lovchi psevdochastotalarni hisoblaymiz:

$$\omega_{wbog'1} = \omega_{bog'1} = \frac{1}{25} = 0,04c^{-1}; \quad \omega_{wbog'2} = \frac{1}{T/2} = 1/2 = 0,5c^{-1};$$

$$\omega_{wbog'3} = 1\Big/\left(\frac{T}{2} - T_\Sigma\right) = 1/(2 - 0,8) = 0,833c^{-1}.$$

Hosil qilingan ifodalarga mos asimitotik LAX (logarifmik amplitudali xarakteristika) va LFX (logarifmik fazaviy xarakteristika) 8.6 – rasmda ko'rsatilgan.




*8.6 – rasm.* ***Impulsli tizimning LChXsi.***

Ko'paytuvchi $(1 - j\omega_w \cdot 2)$ kompleks uzatish funksiyasida nominal-fazaviy zvenoga to'g'ri keladi. U LAXni yuqori chastotalarda +20dB/dek qiymatga ko'taradi. Bizning misolda bu zvenoda LAXning –20dB/dek qiymatga pasayishini, maxrajda $(1 + j\omega_w \cdot 2)$ ko'paytma borligi sababli kompensasiyalaydi. Shu nominal-fazaviy zveno $-arctg\omega_w \frac{T}{2}$ ga teng, manfiy fazaviy siljish kiritadi. 8.6 – rasmdan kelib chiqadiki, tizim turg'unlik zaxirasiga ega: amplituda bo'yicha 10dB atrofida, faza bo'yicha $25^\circ$ atrofida.

## 8.6 Mixaylov mezoni

IABTning turg'unligini aniqlash uchun Mixaylov mezonidan ham foydalanish mumkin.

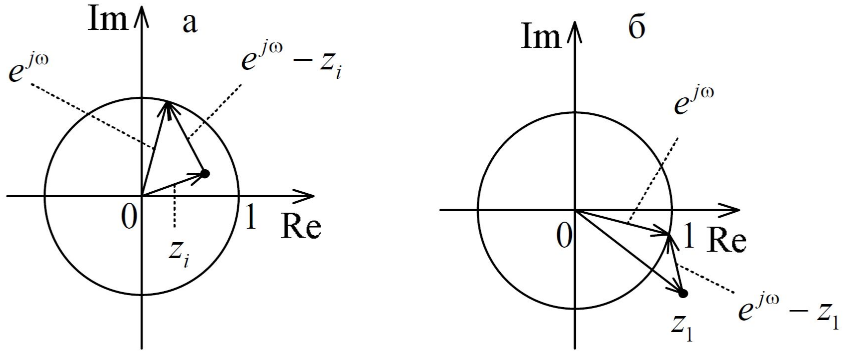
Berk ABTning xaraktiristik tenglamasiga mos keladigan quyidagi vektorni faraz qilamiz:

$$D(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n = a_0(z - z_1)(z - z_2)\cdots(z - z_n) = 0 .$$

$z = e^{j\omega T}$ va $T = 1$ bo'lganda

$$D(e^{j\omega}) = a_0(e^{j\omega} - z_1)(e^{j\omega} - z_2)\ldots(e^{j\omega} - z_n) = 0.$$

ABT turg'un bo'lishi uchun $0 \le \omega \le \dfrac{2\pi}{T} (T = 1\ \partial a, 0 \le \omega \le 2\pi)$ da vektorlar $(e^{j\omega} - z_i)$ ning jami burilishi $\Delta\varphi_{\sum}$ $i = 1,\ldots,n$ da $2\pi n$ bo'lishi zarur va etarlidir. Ildizlar birlik radiusli doira ichida yotganda bu shart bajariladi (8.7*a* – rasm). Misol uchun, doira tashqarisida yotgan $z_1$ ildiz, vektor $(e^{j\omega} - z_1)$ $2\pi$ ga burilganda (8.7*b*-rasm) $\Delta\varphi_1 = 0$ natijani beradi va turg'unlik sharti bajarilmaydi.



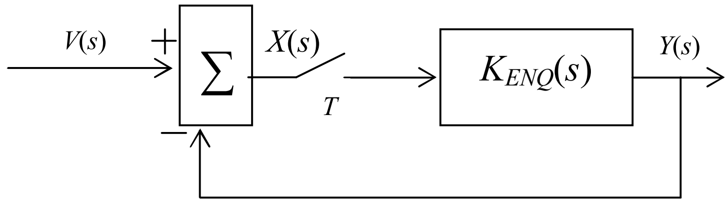

*8.7– rasm.* $e^{j\omega} - z_1$ ***vektorning burilish burchaginig o'zgarishi:***
*a* – doira ichidagi ildiz uchun $(\Delta\varphi_1 = 2\pi)$; *b* – doiradan tashqaridagi ildiz uchun $(\Delta\varphi_1 = 0)$.

## 8.7. Diskret tizimlarning aniqligi

Impulsli tizimning aniqligini barqaror rejimda ko'rib chiqamiz. Bunday sharoitdagi uzluksiz tizimlarning aniqligi Laplasning uzluksiz funksiyasining so'nggi qiymatiga oid o'zgarishlari xususiyatlari asosida tadqiq etilgan. Xuddi shunday natijalarni impulsli tizimlar uchun, panjarali funksiyaning so'nggi qiymatiga oid $z-$ o'zgartirish asosida olish mumkin:

$$\lim_{k\to\infty} x(kT) = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z), \tag{8.17}$$

bu yerda $X(z) - x(kT)$ tizimning diskret vaqt onlaridagi xatolarni $z-$tasvirlash (8.8 – rasm).




*8.8 – rasm.* ***IABT ning strukturasi.***

Xatolikning $z-$ tasviri:

$$X(z)=V(z)-Y(z)=V(z)-\frac{K(z)}{1+K(z)}V(z)=\frac{1}{1+K(z)}V(z).$$

Bu ifodadan kelib chiqadiki, berk tizimnig xatolik bo'yicha diskret uzatish funksiyasi:

$$K_x(z)=\frac{X(z)}{V(z)}=\frac{1}{1+K(z)}. \tag{8.18}$$

So'nggi qiymat haqidagi xususiyat asosida qaror xatolikni quyidagicha ifodalash mumkin

$$x_{qar}(kT)=\lim_{k\to\infty}x(kT)=\lim_{z\to 1}(z-1)K_x(z)V(z). \tag{8.19}$$

Pog'anali ta'sir $-V1(kT)$dagi qaror xatolikni ko'rib chiqamiz. Bu holda $V(z)=V\dfrac{z}{(z-1)}$ va

$$\begin{gathered}x^0_{qar}(kT)=\lim_{z\to 1}(z-1)K_x(z)V\frac{z}{z-1}=\lim_{z\to 1}K_x(z)V(z)=\\ V\lim_{z\to 1}K_x(z)=\frac{V}{1+\lim\limits_{z\to 1}K(z)}=\frac{V}{1+K_0},\end{gathered} \tag{8.20}$$

bu yerda $K_0=\lim\limits_{z\to 1}K(z)-$ holat bo'yicha xatolik koeffisiyenti deyiladi.

Agar $K(z)$ning $z=1$ qutubi bo'lsa, ya'ni maxrajda $(z-1)$ ko'paytuvchi mavjud bo'lsa, $K_0=\infty$ va holat bo'yicha xatolik no'lga teng bo'ladi. Bu, birinchi tartibli astatizmi bo'lgan uzluksiz tizimga to'g'ri keladi.

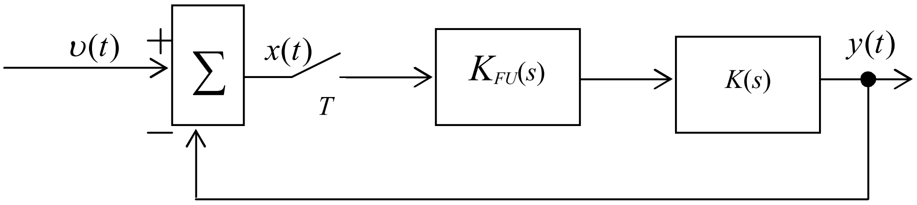
Endi chiziqli o'sib boruvchi ta'sir $-V\cdot kT$dagi qaror xatolikni ko'rib chiqamiz. Bu holda $V(z)=V\dfrac{Tz}{(z-1)^2}$bo'ladi.

$$\begin{gathered}x'_{qar}(kT)=\lim_{z\to 1}(z-1)K_x(z)V\frac{Tz}{(z-1)^2}=\lim_{z\to 1}K_x(z)V\frac{Tz}{(z-1)}=\\ =\lim_{z\to 1}\frac{VTz}{[1+K(z)](z-1)}=\lim_{z\to 1}\frac{VTz}{(z-1)+(z-1)K(z)}=\frac{VT}{\lim\limits_{z\to 1}(z-1)K(z)}=\frac{V}{K_\upsilon},\end{gathered} \tag{8.21}$$

bu yerda $K_\upsilon=\lim\limits_{z\to 1}\dfrac{1}{T}(z-1)K(z)-$tezlik bo'yicha xatolik koeffisiyenti deyiladi.

Agar $K(z)$ ikkita qutbga ega bo'lsa, $z_1 = z_2 = z_3$, $K_\upsilon = \infty$ va tezlik bo'yicha xatolik nolga teng bo'ladi. Bu ikkinchi tartibli astatizmli bo'lgan uzluksiz tizimga to'g'ri keladi.

**8.4 - misol.** Impulsli tizim 8.9 – rasmdagi strukturaga ega. Holat bo'yicha barqaror xatolarni (yolg'iz sakrashga reaksiya sifatida) ikki holat $K(s) = \dfrac{K}{s+1}$, $K(s) = \dfrac{K}{s}$ uchun topish kerak.




*8.9– rasm. **IABT ning strukturasi***

Birinchi holatda:

$$K(z) = Z\{K_{FU}(s)K(s)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\frac{K}{s+1}\right\} = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{K}{s(s+1)}\right\}.$$

Katta qavslar ichidagi ifodani oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz:

$$\frac{K}{s(s+1)} = \frac{\beta_1}{s} + \frac{\beta_2}{s+1};\quad \beta_1 = \frac{sK}{s(s+1)}\Big|_{s=0} = K;\quad \beta_2 = \frac{K(s+1)}{s(s+1)}\Big|_{s=-1} = -K.$$

Muvofiqlik jadvalidan quyidagini topamiz:

$$Z\left\{\frac{K}{s} - \frac{K}{s+1}\right\} = K\frac{z}{z-1} - K\frac{z}{z-e^{-T}} = K\left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}}\right).$$

Diskret uzatish funksiyasi:

$$K(z) = \frac{z-1}{z}K\left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}}\right) = K\left(1 - \frac{z-1}{z-e^{-T}}\right) = K\frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}.$$

Holat bo'yicha barqaror xatolik $x^0_{qar}(kT) = \dfrac{V}{1+K_0}$, $\quad V = 1$,

$$K_0 = \lim_{z\to 1} K(z) = \frac{1}{1+K}.$$

Ikkinchi xolatda

$$K(z) = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{K}{s^2}\right\} = \frac{z-1}{z}\frac{Tz}{(z-1)^2} = \frac{T}{z-1},$$

$$x_{qar}^{0}(kT) = \frac{V}{1+K_0} = \frac{1}{1+\infty} = 0.$$

Bu natijalar nazariy xulosalarga to'g'ri keladi. Shunday qilib, diskret tizim uzluksiz qismning astatizm darajasini saqlanib qoladi.

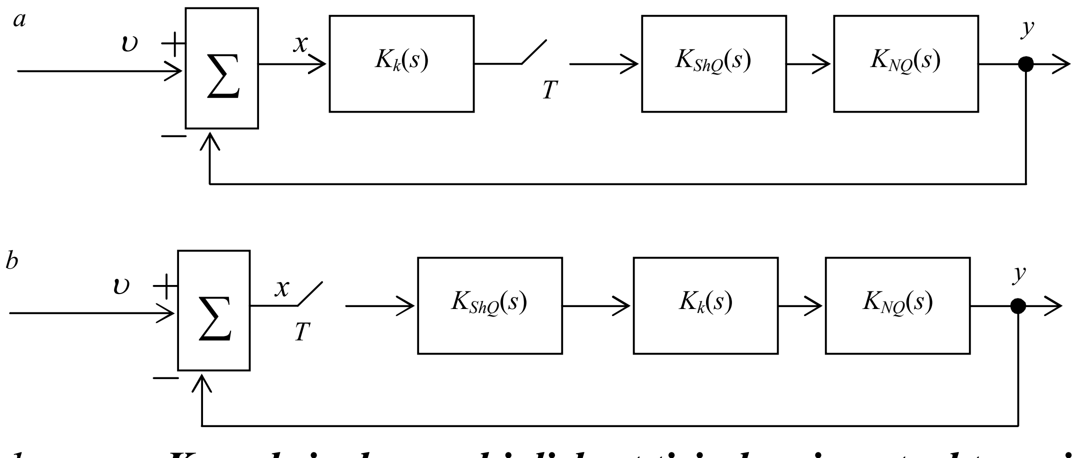
## Nazorat va muhokama savollari

1. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarda tutg'unlik tushunchasi.
2. Impulsli avtomatik boshqarish tizimining turg'unligini zaruriy va yetarli sharti.
3. Turg'unlikning Raus-Gurvis mezoni.
4. Naykvist mezonini diskret tizimlarga qanday tadbiq etiladi?
5. Naykvistning logarifmik mezoni.
6. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarning turg'unligini aniqlash uchun Mixaylov mezonidan qanday foydalanish mumkin?

# IX BOB. DISKRET TIZIMLARNI SINTEZ QILISH

Diskret tizimlarni sintez qilishda qo'yiladigan masala uzluksiz tizimlarnikidan farq qilmaydi, ya'ni boshqarish sifatining talab etilgan ko'rsatgichlarini ta'minlash kerak. Uzluksiz tizimlarda bu maqsadga yetish uchun boshqaruv konturiga analogli rostlagichlar yoki korrektlovchi qurilmalar ulanadi. Bunda ulanish joyi, dinamik struktura va parametrlari aniqlanadi. Diskret tizimlarda sintezning imkoniyatlari keng, chunki analogli rostlagichlardan tashqari diskret rostlagichlar va korrektirovkalovchi qurilmalardan foydalanish mumkin, hisoblash texnikasidan foydalanganda esa korreksiyalash uchun hisoblash algoritmlari qo'llanadi.

Korreksiyalovchi diskret tizimning ikkita strukturaviy sxemasini ko'rib chiqamiz (9.1 – rasm).




*9.1– rasm.* ***Korreksiyalanuvchi diskret tizimlarning strukturaviy sxemasi:*** *a* – kalitning kirish joyida korreksiyalash; *b* – uzluksiz qismning kirish joyida korreksiyalash.

Sistemaning birinchi turi (9.1,*a*-rasm) xatolikning uzluksiz signali va uzluksiz chiqish signali bilan xarakterlanadi. Shuning uchun korrektirovkalash qirilmalarini sintez qilishda uzluksiz tizimlar usulidan bevosita foydalanish mumkin.

## 9.1. Diskret tizimni uzluksiz ekvivalent tizimga almashtirish

Ikkinchi tur tizimlarda (9.1,*b* – rasm) masala murakkablashadi. Muxandislik amaliyotida bunday strukturaviy sxema odatda, ekvivalent uzluksiz sxemaga keltiriladi. Bunda quyidagi o'zgartishlarga asoslaniladi:

$$X^*(s)=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)e^{-skT},\quad X(s)=\int_0^{\infty}x(t)e^{-st}dt=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)e^{-skT}T. \qquad (9.1)$$

Quyidagi ifodani ideal impulsli elementning modeli deb hisoblash mumkin.

$$K_{IIE}=\frac{X^*(s)}{X(p)}=\frac{1}{T}.$$

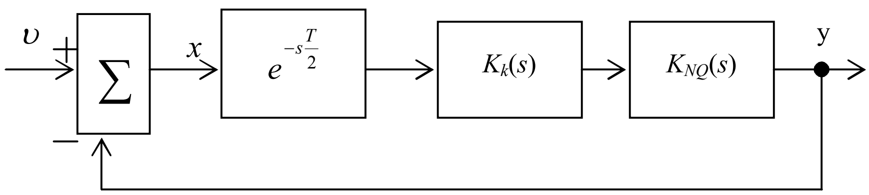
No'linchi tartibli ekstropolyator uchun $K_{ShQ}(s)=\dfrac{1-e^{-sT}}{s}$.

Yuqorida ko'rsatilganidek, $K_{ShQ}(j\omega)=\dfrac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega}=Te^{-j\omega\frac{T}{2}}\dfrac{\sin\omega\frac{T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}$.

Agar $\dfrac{\omega T}{2}<<1$ bo'lsa, $\dfrac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}=1,\quad K_{ShQ}(j\omega)=Te^{-j\omega\frac{T}{2}}$ bo'ladi va impulsli elementning uzatish funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$K_{IE}(s)=K_{IIE}(s)K_{ShQ}(s)=\frac{1}{T}Te^{-s\frac{T}{2}}=e^{-s\frac{T}{2}}. \qquad (9.2)$$

Shunday qilib, axborotni saqlash qurilmasi bor real impulsli element $\frac{T}{2}$ ga teng kechikish kiritadi. Shu yo'l bilan o'zgartirilgan strukturaviy sxema 9.2 – rasmda.




*9.2– rasm.* ***Diskret tizimning o'zgartirilgan strukturaviy sxemasi.***

Amaliyotda modellashtirishda yanada aniqroq ifoda qo'llanadi:

$$K_{IE}(s) = e^{-s\frac{T}{2}} = \frac{1 - s\frac{T}{2}}{1 + s\frac{T}{2}}. \qquad (9.3)$$

Bundan kelib chiqadiki, bu uzatish funksiyasi minimal bo'lmagan fazaviy zvenoga to'g'ri keladi.

Diskret tizimni ekvivalent uzluksiz tizimga almashtirish xaqida qaror qabul qilishda diskretlash davri $T$ qiymatini tizimdagi jarayonlarga ta'sir etadigan bir qator kattaliklar bilan taqqoslash zarur bo'ladi. Bir qancha shartlar bajarilganda ekvivalentlash mumkin:

1. $T << \frac{\pi}{\omega_{\max}}$, bunda $\omega_{\max}$ – berilgan va qo'zg'atuvchi signallarining eng katta chastotasi. Odatda $\omega_{\max} = (2 \div 5)\omega_k$ qabul qilinadi.

2. $T << \frac{t_r}{n}$, bunda $t_r$ – rostlash vaqti; $n$ – tizimning tartibi.

3. Dinamik aniqlik hisobga olinadigan kuzatuvchi tizimlarda $T << \sqrt{\frac{8e_{qo'sh}}{\ddot{\upsilon}_{\max}}}$, bunda $e_{qo'sh}$ – kuzatish uchun berilgan xatolik; $\ddot{\upsilon}_{\max}$ – kirish signalining maksimal tezlanishi.

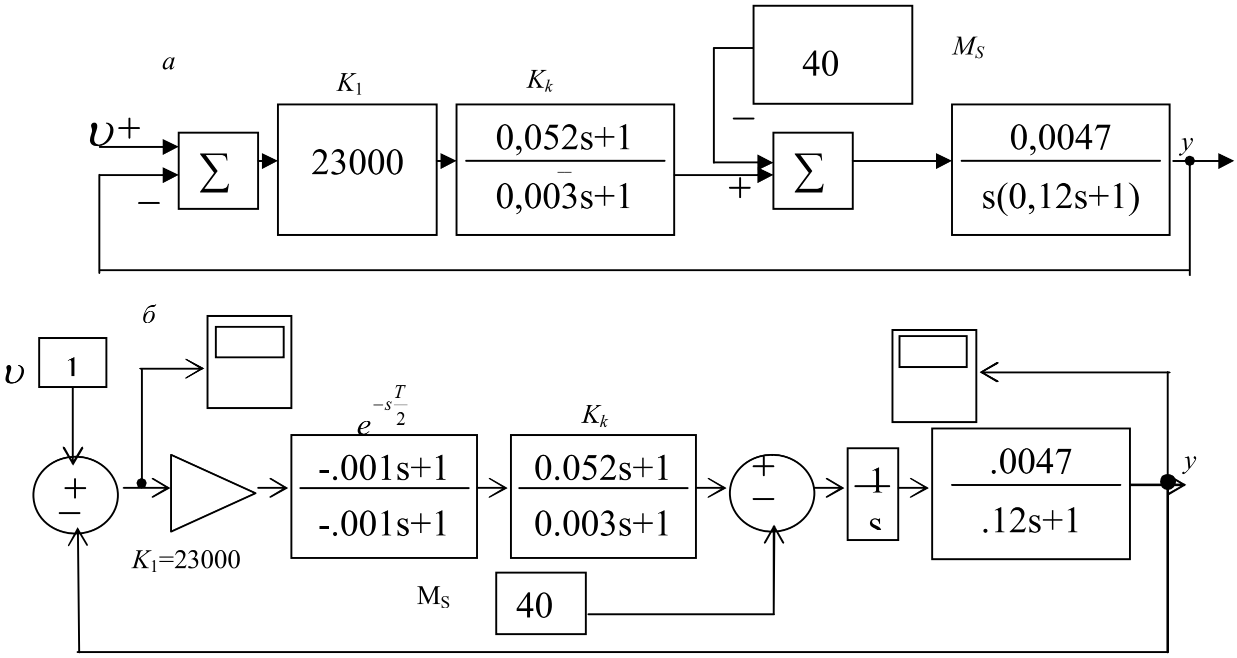
4. Turg'unlik zaxirasining yomonlashishini hisobga olganda, $T << (0{,}1 \div 0{,}5)/\omega_r$, bunda $\omega_r$ – tizimdagi signallarning ishchi chastotasi.

5. Tebranuvchanlik ko'rsatkichini hisobga olganda $T << (2/\omega_p)M/(M+1)$.

Cheklovlar ichidan eng qat'iylari tanlanadi.

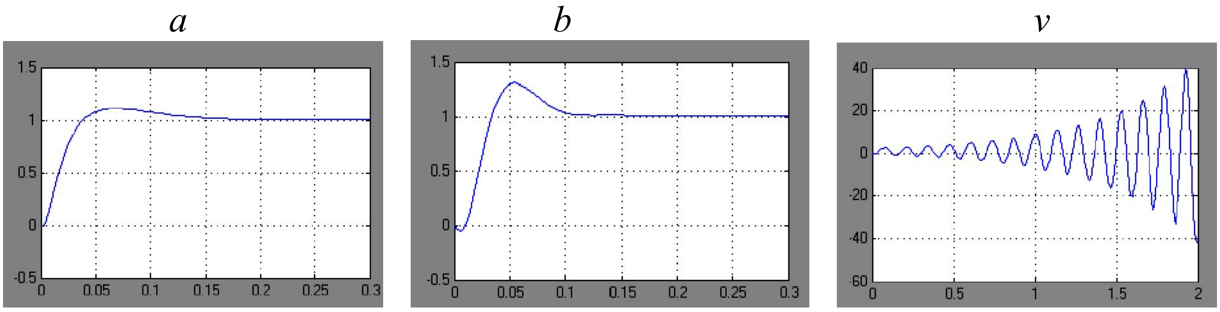
Shundan keyin uzluksiz tizimlarning usullari asosida korreksiyalar hisoblanadi. Diskretlash davrining qanchalik to'g'ri tanlangani tizimni kompyuterda modellashtirish natijalariga qarab tekshiriladi.

**9.1-misol.** Diskretlash davri qiymatining tizimdagi jarayonlarga ta'sirini modellashtirish yo'li bilan baholansin. Faraz qilaylik, korreksiyalangan tizimning strukturasi 9.3,*a* – rasmdagidek bo'lsin. SIMULINK bilan modellashtirish sxemasi 9.3,*b* – rasmda berilgan.




*9.3– rasm.* ***Korreksiyalangan tizim:***
*a* – strukturaviy sxema; *b* – SIMULINK bilan modellashtirish sxemasi.

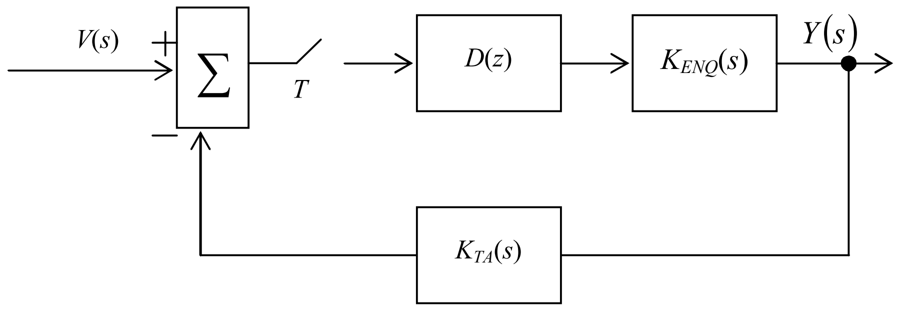
Tizimni *T=0,002 sek* qiymat bilan tadqiq etish natijasida, o'tish jarayoning (egri) chiziqlari uzluksiz tizimda ($e^{-s\frac{T}{2}}$ elementsiz) va diskretlashni hisobga olganda ($e^{-s\frac{T}{2}}$ mavjud bo'lganda) deyarli bir xil bo'ldi (9.4,*a*-rasm). *T≈0,01sek.*da tizimda qayta tartiblash (perereregulirovaniye) sezgilarda ortadi (9.4,*b*-rasm); *T=0,03sek.*da esa, jarayon tebranuvchi, tarqaluvchi bo'ladi (9.4,*v*-rasm).




*9.4–rasm.* ***O'tish jarayonlari:***
*a* – uzluksiz tizimda va *T=0,002 sek.* bo'lganda diskret tizimda; *b* – T=0,01 sek.da diskret tizimda; *v* - *T=0,03 sek.* da diskret tizimda.

## 9.2. *w* – almashtirish usuli bilan raqamli tizimlarni sintezlash

9.5 – rasmdagi strukturaga ega bo'lgan raqamli tizimni ko'rib chiqamiz.




*9.5 – rasm.* ***Raqamli boshqarish tizimsi:***
$D(z)-$ raqamli rostlagich; $K_{\text{TA}}(s)-$ datchik.

Berk tizimning uzatish funksiyasi $K_B(z)=\dfrac{D(z)K_{ENQ}(z)}{1+D(z)(K_{ENQ}K_{TA})(z)}$, uning xarakteristik tenglamasi:

$$1+D(z)(K_{ENQ}K_{TA})(z)=0. \tag{9.4}$$

Birinchi tartibli korreksiyalovchi qurilmani ko'rib chiqamiz:

$$D(z)=\frac{K_d(z-z_0)}{z-z_p}, \tag{9.5}$$

bunda $z_0-$no'l; $z_p-$qutb; $K_d-$ uzatish funksiyasi $D(z)$ni uzatish koeffisiyenti.

Sintezning chastotali usulidan foydalanish uchun $z-$ tekislikdan $w-$tekislikka o'tish zarur. Buning uchun $z$ o'zgaruvchi $w$ga almashtiriladi:

$$D(w)=D(z)\Big|_{z=\frac{1+\frac{T}{2}w}{1-\frac{T}{2}w}}. \tag{9.6}$$

$D(w)-$birinchi tartibli bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$D(w)=\frac{1+\dfrac{w}{\omega_{wo}}}{1+\dfrac{w}{\omega_{wp}}}, \tag{9.7}$$

bunda $\omega_{wo}$ va $\omega_{wp}$ $-\,w-$tekislikdagi no'l va $D(w)$ning qutbi.

Rostlagichni amalga oshirish uchun $D(w)$ dan $D(z)$ ga o'tish kerak:

$$D(z) = \left.\frac{1+\dfrac{w}{\omega_{wo}}}{1+\dfrac{w}{\omega_{wp}}}\right|_{w=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}} = \frac{\omega_{wp}(\omega_{wo}+\dfrac{2}{T}\dfrac{z-1}{z+1})}{\omega_{wo}(\omega_{wp}+\dfrac{2}{T}\dfrac{z-1}{z+1})} = \frac{\omega_{wp}}{\omega_{wo}}\frac{\omega_{wo}T(z+1)+2(z-1)}{\omega_{wp}T(z+1)+2(z-1)} =$$

$$= \frac{\omega_{wp}}{\omega_{wo}}\frac{T\left[(\omega_{wo}+\dfrac{2}{T})z-(\dfrac{2}{T}-\omega_{wo})\right]}{T\left[(\omega_{wp}+\dfrac{2}{T})z-(\dfrac{2}{T}-\omega_{wp})\right]} = \frac{\omega_{wp}(\dfrac{2}{T}+\omega_{wo})}{\omega_{wo}(\dfrac{2}{T}+\omega_{wp})}\frac{z-\frac{\frac{2}{T}-\omega_{wo}}{\frac{2}{T}+\omega_{wo}}}{z-\frac{\frac{2}{T}-\omega_{wp}}{\frac{2}{T}+\omega_{wp}}}. \tag{9.8}$$

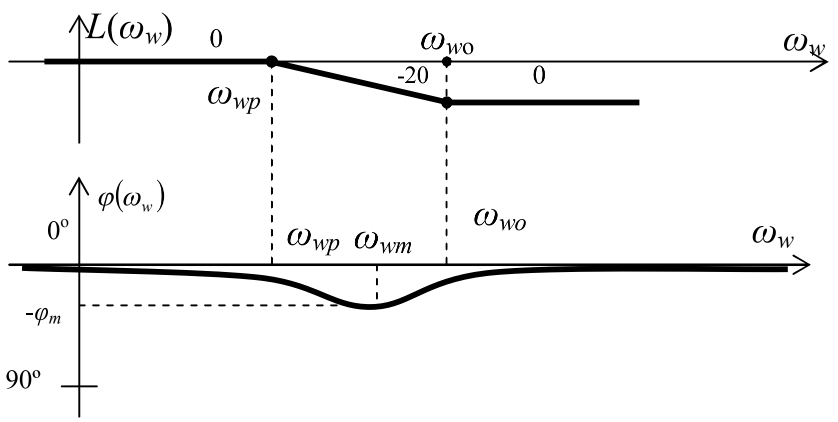
(9.5) ni hisobga olib, rostlagichning $z-$ tezlikdagi parametrlari:

$$K_d = \frac{\omega_{wp}(\dfrac{2}{T}+\omega_{wo})}{\omega_{wo}(\dfrac{2}{T}+\omega_{wp})}; \quad z_0 = \frac{\dfrac{2}{T}-\omega_{wo}}{\dfrac{2}{T}+\omega_{wo}}; \quad z_p = \frac{\dfrac{2}{T}-\omega_{wp}}{\dfrac{2}{T}+\omega_{wp}}. \tag{9.9}$$

Bunda, agar $\omega_{wp} < \omega_{wo}$ bo'lsa, rostlagich faza bo'yicha orqada qolishi mumkin; aksincha, ya'ni $\omega_{wp} > \omega_{wo}$ bo'lsa – faza bo'yicha ilgarilaydi.

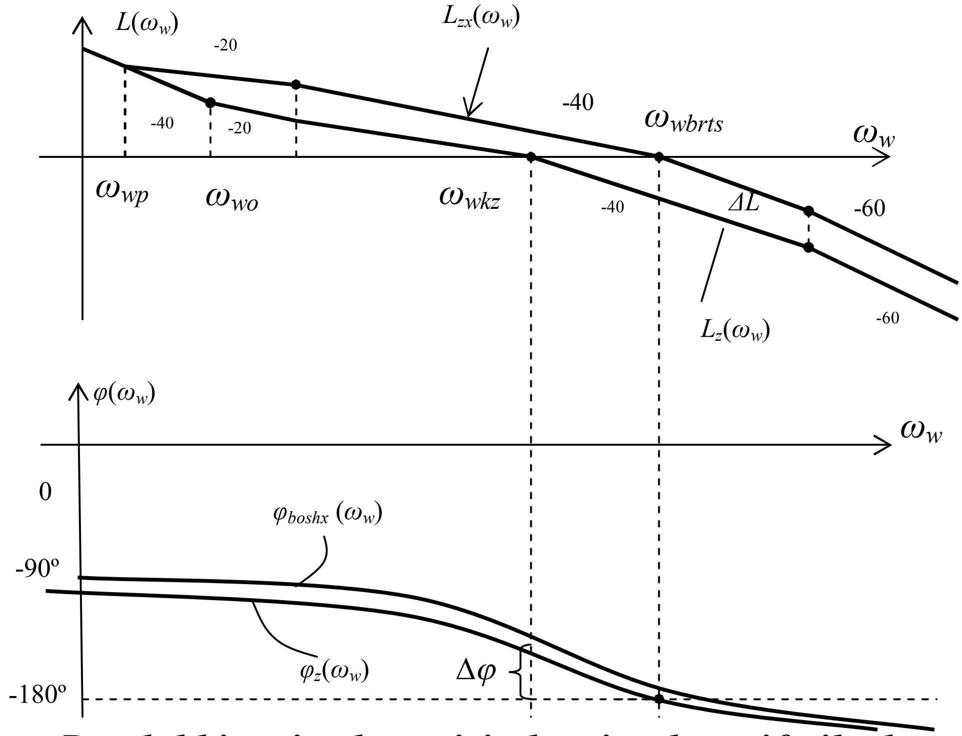
## 9.3. Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichni sintezlash

Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagishning uzatish funksiyasi (9.7) ko'rinishga ega; unda $\omega_{wp} < \omega_{wo}$; bu 9.6-rasmda keltirilgan logarifmik chastotali tavsiflarga to'g'ri keladi.



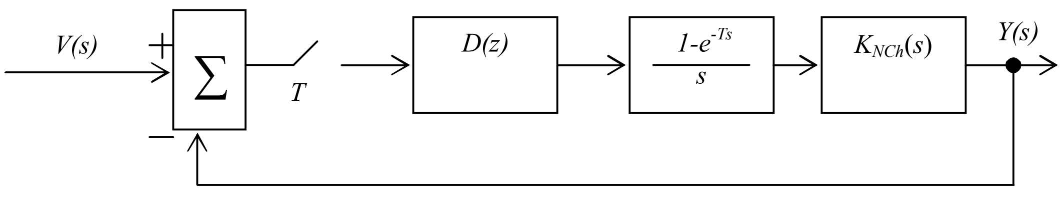

*9.6 – rasm.* ***Faza bo'yicha ortda qoladigan LChX – rostlagich.***

Bu rasmdan ko'rinadiki, bu rostlagich past chastotalarda hyech narsani buzib ko'rsatmaydi, lekin yuqori chastotalarda sustlashuv hosil qiladi. Bunday turg'unlik zaxirasini ko'paytirishda foydalaniladiki, 9.7 – rasmdan ko'rish mumkin. Unda dastlabki va istalgan tizimlarning tavsiflari tasvirlangan.




*9.7– rasm.* ***Dastlabki va istalgan tizimlarning logarifmik chastotali xarakteristikalari (tavsiflari).***

Rostlagichning sintezini raqamli tizim misolida ko'rib chiqamiz (9.8 – rasm).




*9.8– rasm.* ***Raqamli tizimning strukturasi.***

Sintezlash tartibi:

1. $K_{ENQ}(z)$ning uzluksiz qismiga ekvivalent diskret uzatish funksiyasini ushbu kitobning oldingi qismlarida bayon etilgan usul bilan hosil qilamiz.

2. (9.6) formula yordamida $z-$tekislikdan $w-$tekislikka o'tib, $K_{ENQ}(w)$ ni hosil qilamiz.

3. Ochiq tizimning chastotali xarakteristikasini qurish uchun $K_{ENQ}(j\omega_w) = K_{ENQ}(w)\big|_{w=j\omega_w}$ deb yozamiz va LAChXni $L_{ENQ} = f(\omega_w)$ sifatida quramiz; bunda $\omega_w -$psevdochastota. Bunda past chastotali uchastka tizimning aniqligiga oid berilgan talablarni qoniqtirish kerak, ya'ni ekvivalent uzluksiz qismning uzatish funksiyasiga shunday qo'shimcha koeffisiyent kiritish kerak bo'ladiki, natijada ochiq tizimni kuchaytirishning umumiy koeffisiyenti $K_z$ ga teng bo'lsin ($K_z -$istalgan qiymat).

4. Berilgan tezlik $(t_p)$yoki faza bo'yicha talab etilgan zaxira $(\Delta\varphi)$ni ta'minlaydigan qirqish chastotasi $\omega_{wkz} = \dfrac{b\pi}{t_p}$, bunda $b = 2 \div 5.$ Ikkinchi holatda:

$$\omega_{wkz} = \arg K_{ENQ}(j\omega_{wkz}) = -180^\circ + \Delta\varphi + 5^\circ, \tag{9.10}$$

bu yerda $5^\circ$ tuzatish shuning uchun kiritilganki, rostlagich kesichich chastotasida shuncha fazaviy surish qiladi.

5. Rostlagichning no'l holatiga mos bog'lovchi chastotani kesishish chastotasidan 10 marta kichik qabul qilamiz:

$$\omega_{wo} = 0{,}1\omega_{wkz}. \tag{9.11}$$

6. Rostlagichning qutubiga mos bog'lovchi chastotani quyidagi nisbatdan topamiz:

$$\frac{\omega_{wp}}{\omega_{wo}} = \frac{1}{\left|K_{ENQ}(j\omega_{wkz})\right|}. \tag{9.12}$$

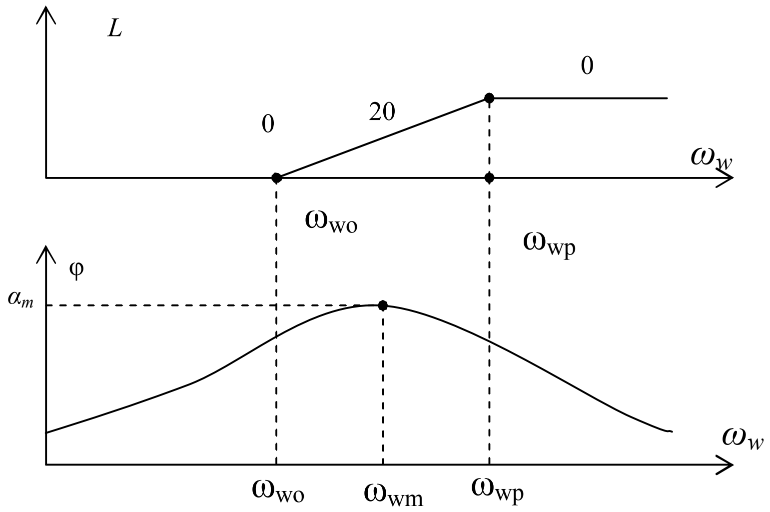
7. Ketma-ket ulanadigan rostlagichning uzatish funksiyasini yozamiz:

$$D(w) = K_z \frac{1 + \dfrac{w}{\omega_{wo}}}{1 + \dfrac{w}{\omega_{wp}}}. \tag{9.13}$$

8. (9.5) va (9.6) formulalar bo'yicha *D*(*z*)da *D*(*w*)ni hisoblanadi.

### 9.4. Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichni sintezlash

Bu holda $\omega_{wo} < \omega_{wp}$ va rostlagichning chastotali xarakteristikasi 9.9-rasmdagidek bo'ladi.




*9.9-rasm.* ***Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichning chastotali xarakteristikasi.***

Rostlagichning no'l holati va qutbi kritik chastota yaqinida bo'lishi kerak. Shunda amplituda ham, faza ham ko'tarilib, tizimning turg'unligi yaxshilanib, tezligi ortadi. Agar rostlagich passiv elementlar yordamida amalga oshirilsa, to'g'ri zanjirda kuchayish koeffisiyentini ko'paytirish bilan amplitudani ko'tarish mumkin.

Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichni sintezlashga oid analitik muolajani [6] ko'rib chiqamiz.

Rostlagichning uzatish funksiyasi quyidagicha bo'lsin:

$$D(w) = \frac{a_0 w + a_1}{b_0 w + 1}. \tag{9.14}$$

Chastota $w = 0$ bo'lganda, rostlagichning uzatish koeffisiyenti $a_1$ bo'lsin.

Kesishish chastotasida $D(j\omega_{wkz})G(j\omega_{wkz}) = e^{j(-180^\circ + \Delta\varphi)}$. Shunda:

$$a_0 = \frac{1 - a_1 \left|K_{ENQ}(j\omega_{wkz})\right| \cos\theta}{\omega_{wkz} \left|K_{ENQ}(j\omega_{wkz})\right| \sin\theta}, \quad b_0 = \frac{\cos\theta - a_1 \left|K_{ENQ}(j\omega_{wkz})\right|}{\omega_{wkz} \sin\theta}, \tag{9.15}$$

$$\theta = \arg D(j\omega_{wkz}) = -180^\circ + \Delta\varphi - \arg K_{ENQ}(j\omega_{wkz}), \tag{9.16}$$

$$|D(j\omega_{wkz})| = \frac{1}{|K_{ENQ}(j\omega_{wkz})|}. \qquad (9.17)$$

Rostlagichni sintez qilishda $a_1, \omega_{wkz}, \Delta\varphi$ ma'lum bo'lishi kerak. Past chastotalardagi uzatish koeffisiyenti $a_1$ aniqlik talablari asosida tanlanadi.

Qirqish chastotasi $\omega_{wkz}$ ni (9.16) dan topish mumkin. Bunda burchak $\theta$ musbat bo'lishi kerakligini hisobga olish kerak:

$$\arg K_{ENQ}(j\omega_{wk}) < -180^\circ + \Delta\varphi. \qquad (9.18)$$

Bunda, uzluksiz tizimning kesishish chastotasini aniqlashda, tizimning tezligini ko'zlab yondoshish mumkin:

$$\omega_k \cong \frac{8-10}{t_p tg(\Delta\varphi)}.$$

Rostlagichning parametrlarini hisoblagandan keyin, Matlab dasturi yordamida modellashtirib, korreksiyalangan tizim turg'un ekanligiga va dastlabki talablarni qoniqtirishiga ishonch hosil qilish kerak.

## 9.5. Raqamli PID – rostlagichlar

Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichlarni ilgarilaydigan rostlagichlar bilan biriktirib PID – rostlagich ko'rinishida ancha egiluvchan korreksiya hosil qilish mumkin.

Agar PID – rostlagich quyidagi uzatish funksiyasi

$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

va uzluksiz tenglama $U(t) = K_P x(t) + K_I \int x(t)dt + K_D \frac{dx(t)}{dt}$ bilan ifodalansa, raqamli PID – rostlagichning diskret uzatish funksiyasi va ayirmali tenglama bilan ifodalanadi. Integratorning diskretli uzatish funksiyasini ifodalaydigan tenglamani hosil qilamiz:

$$u((k+1)T) = u(kT) + Tx((k+1)T), \qquad (9.19)$$

Bu tenglama raqamli integrallashning to'g'ri to'rtburchaklar qoidasi (Eyler usuli)ga mos keladi.

(9.19) tenglamani $z$–o'zgartirib, $z[U(z) - u(0)] = U(z) + Tz[X(z) - x(0)]$ ni hosil qilamiz, boshlang'ich shartlat no'l bo'lganda esa:

$$K_I(z) = \frac{U(z)}{X(z)} = \frac{Tz}{z-1}. \qquad (9.20)$$

Differensiallashni ayirmali tenglama bilan ifodalaymiz:

$$u((k+1)T)=\frac{x((k+1)T)-x(kT)}{T}, \tag{9.21}$$

uzatish funksiyasi esa quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$K_D(z)=\frac{z-1}{Tz}. \tag{9.22}$$

Proporsional, integrallovchi va differensiyallovchi zvenolarning uzatish funksiyalarini birlashtirib, raqamli PID – rostlagichning uzatish funksiyasini hosil qilamiz:

$$K_{PID}(z)=K_P+K_I\frac{Tz}{z-1}+K_D\frac{z-1}{Tz}. \tag{9.23}$$

Bu uzatish funksiyasiga quyidagi ayirmali funksiya to'g'ri keladi:

$$u(k+1)=K_P x(k+1)+K_I\left[u(k)+Tx(k+1)\right]+K_D\frac{x(k+1)-x(k)}{T}. \tag{9.24}$$

**9.2-misol.** Uzluksiz tizimni korreksiyalashda uzatish funksiyasi $K_{PID}(s)=2+0{,}001\frac{1}{s}+1{,}5s$ bo'lgan PID – rostlagich hosil qilingan bo'lsin. Diskretlash davri $T=0{,}01sek$ bo'lgan diskret rostlagichning uzatish funksiyasini yozish kerak.

$\frac{1}{s}\to\frac{Tz}{z-1}$ va $s\to\frac{z-1}{Tz}$ bo'lgani uchun, $K_{PID}(z)=2+\frac{0{,}00001z}{z-1}+150\frac{z-1}{z}$.

## 9.6. Diskretli korreksiyalashni amalga oshirish xususiyatlari

Boshqarishning diskretli algoritmlarini uch yo'l bilan amalga oshirish mumkin: apparatli, dasturli va kombinirlashgan (aralash) usulda.

Apparatlar yordamida amalga oshirilganda impulsli rostlagichlardan foydalaniladi. Bu rostlagich tarkibida kirish signalini modullaydigan (AIM, KIM, VIM) modulyator bo'ladi. Yuqorida ta'kidlanganidek, diskretlash davrini aniq tanlagandan keyin impulsli rostlagichni uzluksiz, ekvivalent rostlagichga ketlirish mumkin. Diskret va analog rostlagichni taqqoslashdan ko'rinadiki, apparatli analog rostlagichlar boshqarish algoritmlarini amalga oshirish nuqtai nazaridan kamroq egiluvchan, parametrlari "dreyf"lanadi, past shovqinlarga turg'un.

Boshqarish qonunini (9.24)ga o'xshagan ayirmali tenglama ko'rinishida yoki (9.23) uzatish funksiyasi ko'rinishida ifodalash, mohiyatan dasturlash algoritmi bo'lib, sanoat rostlagichi yordamida apparatli amalga oshiriladi yoki dasturli amalga oshiriladi.

Mikroprosessorlar bazasida amalga oshiriladigan diskretli rostlagichlar aralash usulda amalga oshirish bo'ladi. Bunday rostlagichlar egiluvchan, barqaror va aniq ishlaydi. Masalan, razryadlar soni $N = 12$ bo'lganda xatolik 0,05% dan oshmaydi.

## Nazorat va muhokama savollari

1. Diskret tizimlarni sintez qilishda qo'yiladigan masala uzluksiz tizimlarnikidan farqi nimada?
2. Nim uchun diskret tizimni uzluksiz ekvivalent tizimga almashtiriladi?
3. Qanday shartlar bajarilganda diskret tizimni ekvivalent uzluksiz tizimga almashtirish mumkin?
4. Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichni sintezlash tartibi qanday?.
5. Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichni sintezlash tartibi qanday?
6. Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichlarni ilgarilaydigan rostlagichlar bilan biriktirib qanday ko'rinishidagi rostlagichlarni hosil qilish mumkin?
7. PID – rostlagich qanday zvenolarning uzatish funksiyalarinidan tarkib topgan?
8. Diskretli korreksiyalashni amalga oshirish xususiyatlarini tushintiring.

# X BOB. CHIZIQLI DISKRET TIZIMLARNI FAZO HOLATIDA MATEMATIK IFODALASH

## 10.1. Diskret tizimlarning holat tenglamalari va modellashtirish sxemalari

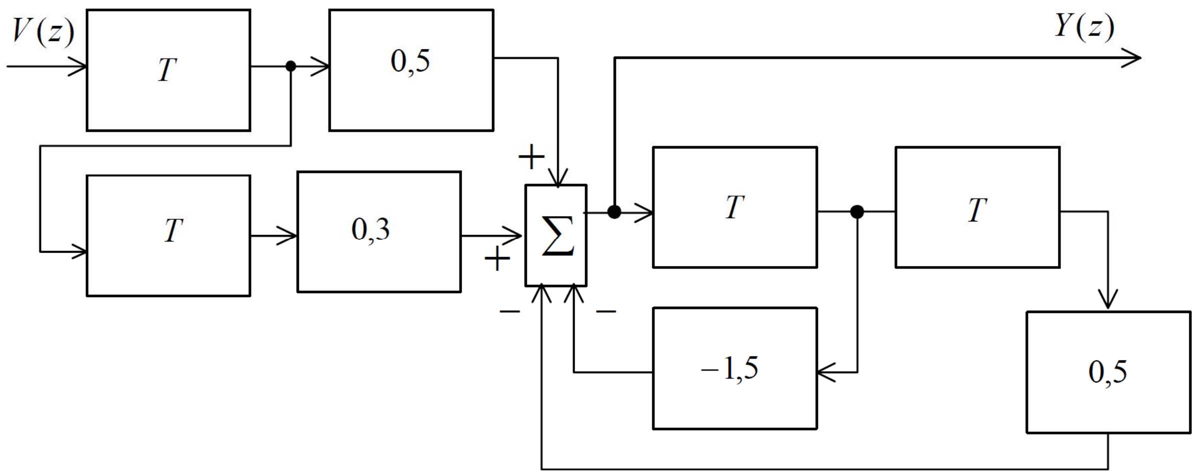
Diskret tizim quyidagi ayirmali tenglama bilan ifodalangan bo'lsin:

$$y(k) = 0{,}5\upsilon(k-1) + 0{,}3\upsilon(k-2) + 1{,}5y(k-1) - 0{,}5y(k-2), \quad (10.1)$$

bunda $\upsilon(k)-$ tizimning kirish signali; $y(k)-$tizimning chiqish koordinatasi. Bu tenglamani $z-$o'zgartirib, diskret uzatish funksiyasini hosil qilamiz:

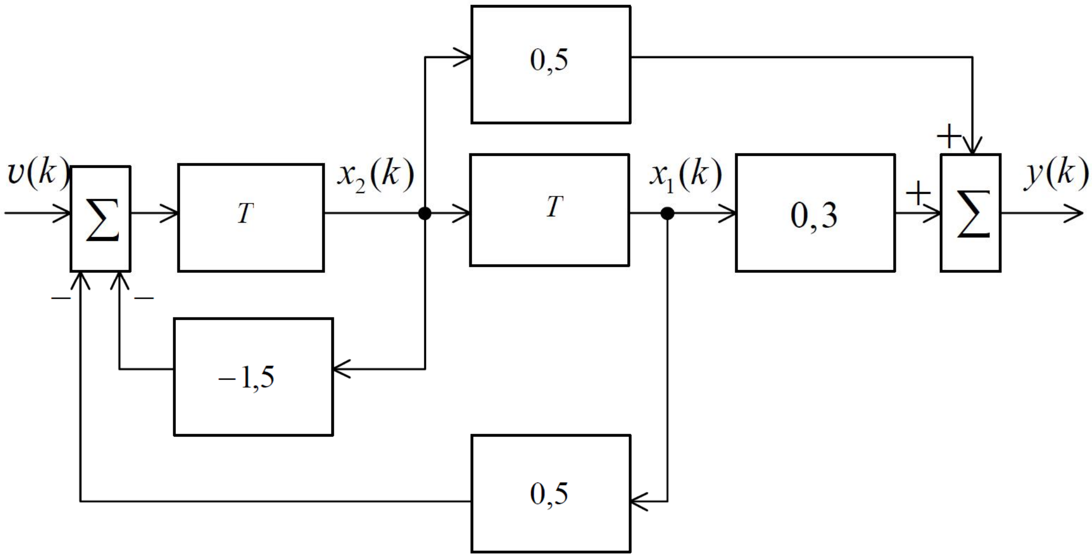
$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{0{,}5z^{-1} + 0{,}3z^{-2}}{1 - 1{,}5z^{-1} + 0{,}5z^{-2}} = \frac{0{,}5z + 0{,}3}{z^2 - 1{,}5z + 0{,}5}. \qquad (10.2)$$

Keltirilgan ikki formula (10.1) va (10.2)ga modellashtirishning turli sxemalari mos kelishi mumkin. Shulardan biri 10.1 – rasmda berilgan.




*10.1– rasm.* ***Diskret uzatish funksiyasini modellashtirish sxemasi.***

Modelni (10.1) tenglamada ifodalangan tizimning holat o'zgaruvchilarida tasvirlash (aks ettirish) uchun holat o'zgaruvchisi sifatida ushlab qoluvchi har bir elementning chiqish signali – *T*ni qabul qilamiz. Biz ko'rayotgan holatda tizim ikkinchi tartibli, shuning uchun holat o'zgaruvchilari ikkita: $x_1(k)$ va $x_2(k)$. Shunda modellashtirish sxemasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi (10.2 – rasm).




*10.2– rasm.* ***Ayirmali tenglamani holat o'zgaruvchilarida modellashtirish sxemasi.***

Bu sxemaga muvofiq va ushlab qoluvchi elementlarning kirish joyi $x_1(k+1)$ va $x_2(k+1)$ ko'rinishida ifodalanishini e'tiborga olib, holat tenglamalarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} x_1(k+1), \\ x_2(k+1) = -0{,}5x_1(k) + 1{,}5x_2(k) + \upsilon(k), \\ y(k) = 0{,}3x_1(k) + 0{,}5x_2(k). \end{cases} \quad (10.3)$$

Vektor – matrisali ko'rinishda hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0{,}5 & 1{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \upsilon(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (10.4)$$

So'nggi ixcham ko'rinishda:

$$\begin{cases} X(k+1) = AX(k) + B\upsilon(k), \\ y(k) = CX(k). \end{cases} \quad (10.5)$$

Bu muloxazalarni eng umumiy holat uchun yoyib, holat o'zgaruvchilari tenglamalarini yozamiz:

$$\begin{cases} X(k+1) = AX(k) + BV(k), \\ Y(k) = CX(k) + DV(k), \end{cases} \tag{10.6}$$

bunda $A$ – asosiy, $V$ – kirish, $C$ – chiqish, $D$ – bog'lanish matrisalari bo'lib, ularning o'lchami, uzluksiz tizimlardagi kabi mos ravishda $n \times n, n \times m, p \times n, p \times m$. Real tizimlarda bog'lanish matrisasi, odatda, no'lga teng, shuning uchun uni hisobga olmaymiz.

## 10.2. Holat tenglamalarini yechish

(10.6) tizimning birinchi holat tenglamasi matrisasini ko'rib chiqamiz:

$$X(k+1) = AX(k) + BV(k). \tag{10.7}$$

Uni iterasiya usuli bilan ham, $z-$o'zgartirish usuli bilan ham yechish mumkin.

Birinchi usul bilan yechamiz. Bunda $k-$ning hamma qiymatlari uchun $X(0)$ va $V(0)$ni bilishi kerak:

$$k = 0: \quad X(1) = AX(0) + BV(0);$$

$$k = 1: \quad X(2) = AX(1) + BV(1) = A[AX(0) + BV(0)] + BV(1) = A^2 X(0) + ABV(0) + BV(1);$$

$$k = 2: \quad X(3) = AX(2) + BV(2) = A[A^2 X(0) + ABV(0) + BV(1)] + BV(2) =$$

$$= A^3 X(0) + A^2 BV(0) + ABV(1) + BV(2);$$

$$\vdots$$

$$k = n-1: \quad X(n) = A^n X(0) + A^{n-1} BV(0) + A^{n-2} BV(1) + \ldots + ABV(n-2) + BV(n-1).$$

(10.7) tenglamaning yechimi umumiy ko'rinishda quyidagicha:

$$X(n) = A^n X(0) + \sum_{k=0}^{n-1} A^{n-1-k} BV(k). \tag{10.8}$$

Ikkinchi usul bilan yechamiz. Buning uchun (10.7) tenglamani yoyib yozamiz:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_{11} x_1(k) + \ldots + a_{1n} x_n(k) + b_{11} \upsilon_1(k) + \ldots + b_{1m} \upsilon_m(k), \\ x_n(k+1) = a_{n1} x_1(k) + \ldots + a_{nn} x_n(k) + b_{n1} \upsilon_1(k) + \ldots + b_{nm} \upsilon_m(k). \end{cases}$$

Bu tenglamalarga $z-$o'zgarishni qo'llaymiz:

$$\begin{cases} z[X_1(z) - x_1(0)] = a_{11} X_1(z) + \ldots + a_{1n} X_n(z) + b_{11} V_1(z) + \ldots + b_{1m} V_m(z), \\ z[X_n(z) - x_n(0)] = a_{n1} X_1(z) + \ldots + a_{nn} X_n(z) + b_{n1} V_1(z) + \ldots + b_{nm} V_m(z). \end{cases}$$

Keyingi tenglamalar vektor – matrisali ko'rinishda bo'ladi:

$$z[X(z) - X(0)] = AX(z) + BV(z),$$

bundan kelib chiqadi:

$$X(z) = z[zE - A]^{-1} X(0) + [zE - A]^{-1} BV(z), \tag{10.9}$$

bunda $E$ – birlik diogonalli matrisa $diag[1\ 1 \cdots 1]$.

(10.9)ni teskari $z-$o'zgartirib, quyidagi ko'rinishli yechimni hosil qilamiz:

$$X(n) = \Phi(n)X(0) + \sum_{k=0}^{n-1} \Phi(n-1-k)BV(k). \tag{10.10}$$

(10.10) va (10.8)ni bir – biri bilan taqqoslashdan kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} \Phi(n) &= Z^{-1}\{z[zE - A]^{-1}\} = A^{n}, \\ \Phi(n-1-k) &= Z^{-1}\{[zE - A]^{-1}\} = A^{n-1-k}. \end{aligned} \tag{10.11}$$

Bittadan kirish va chiqish joyi bo'lgan diskret tizimni ko'rib chiqib, tizimning uzatish funksiyasini matrisalar bo'yicha hosil qilish mumkin.

Agar dastlabki shartlar no'l bo'lsa (ya'ni $X(0)=0$), (10.9)dan kelib chiqadi:

$$X(z) = [zE - A]^{-1} BV(z).$$

Bu ifodani ikkinchi tenglama (10.5)ning $z-$o'zgarishiga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$Y(z) = CX(z) = C[zE - A]^{-1} BV(z),$$

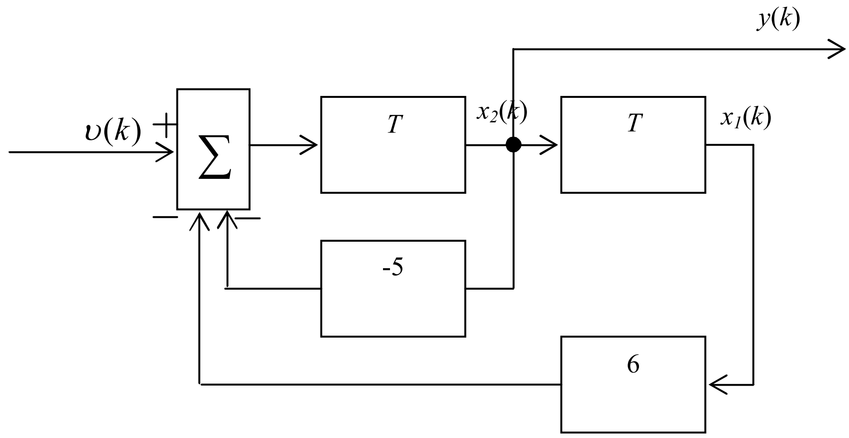
bundan

$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = C[zE - A]^{-1} B. \tag{10.12}$$

**10.1-misol.** Diskret tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo'lsin:

$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{z}{z^{2} - 5z + 6}.$$

Fazo holatida modelni tasvirlaymiz (10.3 – rasm).




*10.3– rasm.* ***Modelning sxemasi.***

Holat tenglamalarining yoyilgan holatda ko'rinishi:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k), \\ x_2(k+1) = -6x_1(k) + 5x_2(k) + \upsilon(k), \\ y(k) = x_2(k); \end{cases}$$

vektor – matrisali ko'rinishi:

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \upsilon(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} X(k). \end{cases}$$

Tenglamani iterasiya usuli bilan yechamiz. Buning uchun $k = 0,1,2,\ldots;$ $y(0) = 0$ da $X(0); \upsilon(k) = 1$ deb faraz qilamiz.

$$X(1) = AX(0) + B\upsilon(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad y(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 1;$$

$$X(2) = AX(1) + B\upsilon(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad y(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} = 6;$$

$$X(3) = AX(2) + B\upsilon(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 1 = \begin{bmatrix} 6 \\ 25 \end{bmatrix}, \; y(3) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 25 \end{bmatrix} = 25;$$

Tenglamalarni $z-$o'zgartirish yordamida yechamiz.

$$\begin{bmatrix} zE - A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z & -1 \\ 6 & z-5 \end{bmatrix}; \; |zE - A| = z^2 - 5z + 6;$$

$$z^2 - 5z + 6 = 0$$

tenglamaning ildizlari: $z_1 = 2, z_2 = 3,$ shunda $[zE - A]^{-1} = \frac{1}{|zE - A|}[zE - A]_{o'z} = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}\begin{bmatrix} z-5 & 1 \\ -6 & z \end{bmatrix}$, bu yerda $[zE - A]_{o'z}$ – bu $[zE - A]$ matrisasiga nisbiy biriktirilgan matrisa.

$X(z) = [zE - A]^{-1} BV(z)$. $V(z) = \frac{z}{z-1}$ bo'lgani uchun:

$$X(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}\begin{bmatrix} z-5 & 1 \\ -6 & z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\frac{z}{z-1} = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}\begin{bmatrix} 1 \\ z \end{bmatrix}\frac{z}{z-1} = \begin{vmatrix} \dfrac{z}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)} \\ \dfrac{z^2}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)} \end{vmatrix},$$

$$Y(z) = CX(z) = [0 \quad 1]\begin{bmatrix} \dfrac{z}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)} \\ \dfrac{z^2}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)} \end{bmatrix} = \frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z-3)}.$$

$\frac{Y(z)}{z} = \frac{z}{(z-1)(z-2)(z-3)}$ ifodani oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz.

$$\frac{z}{(z-1)(z-2)(z-3)} = \frac{\beta_1}{z-1} + \frac{\beta_2}{z-2} + \frac{\beta_3}{z-3},$$

bu yerda

$$\beta_1 = \frac{(z-1)z}{(z-1)(z-2)(z-3)}\bigg|_{z=1} = \frac{1}{2}; \quad \beta_2 = \frac{(z-2)z}{(z-1)(z-2)(z-3)}\bigg|_{z=2} = -2;$$

$$\beta_3 = \frac{(z-3)z}{(z-1)(z-2)(z-3)}\bigg|_{z=3} = 1{,}5.$$

Shunda $Y(z) = \frac{0{,}5z}{z-1} - \frac{2z}{z-2} + \frac{1{,}5z}{z-3}$ bo'yicha va tasvirlar bilan originallarning muvofiqlik jadvalidan $y(k) = 0{,}5 - 2(2)^k + 1{,}5(3)^k$ ekanini topamiz; bundan kelib chiqadiki, $y(0) = 0;\ y(1) = 1;\ y(2) = 6;\ y(3) = 25.$ Ikkala usulning natijalari bir xil chiqdi.

Nihoyat, (10.12) formula bo'yicha diskret uzatish funksiyasini keltirib chiqaramiz.

$$[zE - A]^{-1} = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}\begin{bmatrix} z-5 & 1 \\ -6 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{z-5}{\Delta} & \dfrac{1}{\Delta} \\ -\dfrac{6}{\Delta} & \dfrac{z}{\Delta} \end{bmatrix}, \text{ bu yerda } \Delta = z^2 - 5z + 6.$$

$$K(z)=C[ZE-A]^{-1}B=[0\quad 1]\begin{bmatrix}\frac{z-5}{\Delta} & \frac{1}{\Delta}\\ -\frac{6}{\Delta} & \frac{z}{\Delta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{6}{\Delta} & \frac{z}{\Delta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=\frac{z}{\Delta}=\frac{z}{z^2-5z+6},$$

bular dastlabki uzatish funksiyasiga mos.

## 10.3. Impulsli tizimlar holat tenglamalarining asosiy shakllari

Umumiy holda IABT dinamikasi (10.6) tenglamalar bilan ifodalanadi:

$$X(k+1)=AX(k)+BV(k),$$
$$Y(k)=CX(k).$$

Agar $A$ matrisa Frobenius shaklida ifodalangan bo'lsa

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1\\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1\end{bmatrix}, \tag{10.13}$$

normal shakldagi holat tenglamalariga ega bo'lamiz.

Holat tenglamalarining boshqa shaklini hosil qilamiz. Berk IABTning diskret uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin

$$K_B(z)=\frac{Y(z)}{V(z)}=\frac{b_0z^m+b_1z^{m-1}+\dots+b_m}{a_0z^n+a_1z^{n-1}+\dots+a_n}, \tag{10.14}$$

bu yerda $z_1, z_2, \dots, z_n -$ xarakteristik tenglama ildizlari va $m<n$.

Agar ildizlar oddiy bo'lsa, $K_B(z)$ni oddiy kasrlar ko'rinishida yoyish mumkin

$$K_B(z)=\frac{\beta_1}{z-z_1}+\frac{\beta_2}{z-z_2}+\dots+\frac{\beta_n}{z-z_n}, \tag{10.15}$$

bunda $\beta_i=(z-z_i)K_B(z)\big|_{z=z_i}$.

Shunda

$$Y(z)=K_B(z)V(z)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\beta_i}{z-z_i}V(z). \tag{10.16}$$

$\frac{\beta_i}{z-z_i}V(z)=X_i(z)$ deb belgilasak, unda $Y(z)=\sum_{i=1}^{n}X_i(z)$ bo'ladi.

Teskari $z-$o'zgartirishdan foydalanib va $x_i(k+1)=Z^{-1}\{zX_i(z)\}$, $\upsilon_i(k)=Z^{-1}\{V_i(z)\}$ ekanini hisobga olib, originallarga o'tamiz:

$$\begin{cases} x_1(k+1)=z_1x(k)+\beta_1\upsilon(k), \\ \qquad\qquad \dots \\ x_n(k+1)=z_nx_n(k)+\beta_n\upsilon(k), \\ y(k)=x_1(k)+x_2(k)+\ldots+x_n(k). \end{cases} \tag{10.17}$$

yoki matrisa ko'rinishida:

$$\begin{cases} X(k+1)=\begin{bmatrix} z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & & z_m \end{bmatrix} X(k)+\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \dots \\ \beta_n \end{bmatrix} V(k), \\ Y(k)=[1,\ldots,1]X(k)0 \end{cases} \tag{10.18}$$

Ixcham ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} X(k+1)=ZX(k)+BV(k), \\ Y(k)=CX(k). \end{cases} \tag{10.19}$$

Holat tenglamalarining (10.18) shakli kanonik deb nomlanadi. Uning asosiy matrisasi diagonalli hioblanadi: $Z=diag[z_1\ z_2\ldots z_n]$.

Agar xarakteristik tenglamaning ildizlari orasida karrali qiymatlar bo'lsa, asosiy matrisa Jordan shakliga ega bo'ladi.

**10.2-misol.** Berk IABTning uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishda bo'lsin:

$$K_B(z)=\frac{0,4z}{z^2-0,7z+0,1}.$$

Xarakteristik tenglama $z^2-0,7z+0,1=0$ ning ildizlari $z_1=0,2$ va $z_2=0,5$ bo'ladi.

$\beta_i$ ni aniqlaymiz:

$$\beta_1=\frac{0,4z(z-z_1)}{(z-z_1)(z-z_2)}\bigg|_{z=0,2}=\frac{0,4\cdot 0,2}{0,2-0,5}=-\frac{4}{15},$$

$$\beta_2=\frac{0,4z(z-z_2)}{(z-z_1)(z-z_2)}\bigg|_{z=0,5}=\frac{0,4\cdot 0,5}{0,5-0,2}=\frac{2}{3}.$$

Tenglamani (10.18)ga ko'ra fazo holatida yozamiz:

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} -\dfrac{4}{15} \\ \dfrac{2}{3} \end{bmatrix} V(k), \\ Y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} X(k). \end{cases}$$

## 10.4. Holat tenglamalarini o'zgartirish

Normal shakldan kanonik shaklga o'tish uchun modal matrisa $-M$ dan foydalaniladi. Xususan, agar matrisa Frobenius matrisasi bo'lsa va turli xususiy raqamlar $-z_1, z_2, \ldots, z_n$ ga ega bo'lsa, modal matrisa uzluksiz ABTlardagi kabi, quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & \cdots & z_n \\ \vdots & & \vdots \\ z_1^{n-1} & \cdots & z_n^{n-1} \end{bmatrix},$$

bu yerda $n-$ impulsli tizimning xarakteristik tenglamasi tartibi, $z_i -$ tenglama ildizlari.

$X(k) = MQ(k)$ ifodadan yangi holat o'zgaruvchisi $-Q(k)$ni kiritib, dastlabki tenglamalar (10.6) va (10.13)ni uzluksiz tizimlardagiga o'xshatib quyidagicha yozamiz: $\begin{cases} Q(k+1) = ZQ(k) + M^{-1}BV(k), \\ Y(k) = CMQ(k). \end{cases}$

**10.3-misol.** IABT quyidagi normal shakldagi tenglamalar bilan ifodalansin:

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -20 & -4 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} V(k), \\ Y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} X(k). \end{cases}$$

$A$ matrisa kuzatuvchi bo'lgani uchun tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi: $\det[A - zE] = (0-z)(-4-z) - (-20)\cdot 1 = 0$, bundan kelib chiqadiki, $z^2 + 4z + 20 = 0$ va ildizlari $z_{1,2} = -2 \pm 4j$.

Shunda modal matrisa quyidagi ko'rinishni oladi:

$$M=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -2+4j & -2-4j\end{bmatrix}.$$

$X(k)=MQ(k)$ tenglab, dastlabki tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\begin{cases}Q(k+1)=M^{-1}\begin{bmatrix}0 & 1\\ -20 & -4\end{bmatrix}MQ(k)+M^{-1}\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}V(k),\\ Y(k)=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 1 & 5\end{bmatrix}MQ(k),\end{cases}$$

bu yerda $M^{-1}=\dfrac{1}{|M|}M_{ke}=\dfrac{1}{-8j}\begin{bmatrix}-2-4j & -1\\ 2-4j & 1\end{bmatrix}=0{,}5\dfrac{j}{4}\begin{bmatrix}-2-4j & -1\\ 2-4j & 2\end{bmatrix},$

$$M^{-1}\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}=0{,}5\frac{j}{4}\begin{bmatrix}-2-4j & -1\\ 2-4j & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}=0{,}5\frac{j}{4}\begin{bmatrix}-4-4j\\ 4-4j\end{bmatrix}=0{,}5\begin{bmatrix}-j & 1\\ j & 1\end{bmatrix}.$$

So'ngida quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{cases}Q(k+1)=\begin{bmatrix}-2+4j & 0\\ 0 & -2-4j\end{bmatrix}Q(k)+0{,}5\begin{bmatrix}-j & 1\\ j & 1\end{bmatrix}V(k),\\ Y(k)=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 1 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ -2+4j & -2-4j\end{bmatrix}Q(k)=\begin{bmatrix}-7+16j & -7-16j\\ -9+20j & -9-20j\end{bmatrix}Q(k).\end{cases}$$

Dastlabki holat tenglamalaridagi asosiy matrisa ixtiyoriy bo'lgan umumiy holatlarda kanonik shaklga o'tish uchun $X=MQ$ $z-$o'zgartiriladi. Bunda modal matrisa, uzluksiz tizimlardagi kabi vektor-ustun $x^i$ lardan tashkil topadi. Vektor-ustunlar esa, quyidagi tenglamalarni yechib hosil qilinadi:

$$[z_iE-A]x^i=0. \qquad (10.21)$$

Modal matrisa quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$M=\begin{bmatrix}x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^n\\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^n\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ x_n^1 & x_n^2 & \dots & x_n^n\end{bmatrix}. \qquad (10.22)$$

## 10.5. Diskret tizimlarning boshqaruvchanligi va kuzatuvchanligi

Diskret tizimlarning boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik tushunchalari uzluksiz tizimlardagi kabi ma'noga ega.

(10.5) tenglama bilan ifodalangan diskret tizim quyidagi shartlarda to'liq bajariladigan tizim deb ataladi: $t(0)$, $t(l)$ vaqt onlari va $x(t_0)$, $x(t_i)$ holatlar uchun boshqarish $-\upsilon(k)$ mavjud; bunda $0 \le k \le l$; boshqarish dastlabki holat $-x(t_0)$ni so'nggi holat $-x(t_i)$ga o'tkazadi.

Boshqarilish mezoni boshqarilish matrisasi $K_b = \left[B \vdots AB \vdots \cdots \vdots A^{n-1}B\right]$ning buzilmaganligiga bog'liq. Bittadan kirish va chiqishli tizim uchun boshqarilish mezoni quyidagi shartga keltiriladi:

$$\det K_b \neq 0. \qquad (10.23)$$

Buni isbotlash uchun (10.8) formuladan foydalanish mumkin. Vaqt onini $l = n$ deb qabul qilib, quyidagini topamiz:

$$x(n) = A^n x(0) + A^{n-1}B\upsilon(0) + \ldots + B\upsilon(n-1). \qquad (10.24)$$

Bu ifodani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$x(n) = A^n x(0) + \left[B \vdots AB \vdots \cdots \vdots A^{n-1}B\right] \begin{bmatrix} \upsilon(n-1) \\ \upsilon(n-2) \\ \cdots \\ \upsilon(0) \end{bmatrix}. \qquad (10.25)$$

(10.25)dan quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{bmatrix} \upsilon(n-1) \\ \upsilon(n-2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \upsilon(0) \end{bmatrix} = \left[B \vdots AB \vdots \cdots \vdots A^{n-1}B\right]^{-1} \left[x(n) - A^n x(0)\right] = K_b^{-1}\left[x(n) - A^n x(0)\right], \qquad (10.26)$$

bunga erishish uchun $\det K_b \neq 0$ bo'lishi kerak, chunki $K_b^{-1} = \dfrac{1}{\det K_b} K_{bosh}$.

Agar diskret tizimni kuzatish oni $t = t(l)$da, o'lchash ma'lumotlari $y(t_l)$ va ma'lum qiymatlar $\upsilon(t_l)$ bo'yicha, $k = 0$ onda, holat vektorni tiklash mumkin bo'lsa, bunday diskret tizim to'liq kuzatiluvchi deyiladi. Kuzatilish kirish joyidagi o'zgaruvchanga bog'liq bo'lmagani uchun tizimni avtanom deb qarash mumkin, ya'ni (10.8)ni quyidagicha yozish mumkin:

$$X(n) = A^n X(0). \tag{10.27}$$

Kuzatilish mezoni kuzatilish matrisasi $K_K = \left[ C^T \vdots A^T C^T \vdots \cdots \vdots (A^T)^{n-1} C^T \right]$ ning buzilmaganligiga bog'liq. Biro'lchamli tizim uchun bu mezonning ko'rinishi:

$$\det K_K \neq 0. \tag{10.28}$$

$l = n - 1$ va (10.27)ni hisobga olib, $y(0), \ldots, y(n-1)$ qiymatlarni topamiz:

$$y(0) = C^T x(0), y(1) = C^T A x(0), \ldots, y(n-1) = C^T A^{n-1} x(0),$$

yoki ixcham ko'rinishda yozamiz:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \cdots\cdots \\ y(n-1) \end{bmatrix} = \left[ C^T \vdots C^T A^T \vdots \cdots \vdots C^T (A^T)^{n-1} \right] x(0) = K_K x(0). \tag{10.29}$$

Agar $K_K$ matrisa ortga qaytuvchi ($\det K_K \neq 0$) bo'lsa, quyidagini topish mumkin:

$$x(0) = K_K^{-1} \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \cdots\cdots\cdot \\ y(n-1) \end{bmatrix}. \tag{10.30}$$

## Nazorat va muhokama savollari

1. Holat o'zgaruvchilari tenglamalarini qanday yozish mumkin?
2. Umumiy holda IABT dinamikasi holat tenglama ko'rinishida qanday ifodalanadi?
3. Holat tenglamalarini yechishning qanday usullarini bilasiz?
4. Normal shakldan kanonik shaklga qanday o'tish mumkin?
5. Holat tenglamalaridagi *A*, *B*, *C*, *D* matrisalari mos ravishda qanday ma'noni bildiradi?
6. Agar xarakteristik tenglamaning ildizlari orasida karrali qiymatlar bo'lsa, asosiy matrisa Jordan shakliga ega bo'ladi.

# XI BOB. BOSHQARISH TIZIMLARIDA TASODIFIY JARAYONLAR

## 11.1. Tasodifiy jarayonlar va ularni asosiy statistik tavsiflari

Boshqarish nazariyasining oldingi bo'limlarida topshiriq va g'alayonlanuvchi ta`sirlar vaqt bo'yicha aniqlangan funksiyalar (tasodifiy ta`sirlarsiz) deb qaralgan. Lekin tabiiy sharoitlarda tizimlarning funksiyalari extimollik tabiatiga ega bo'lib, vaqtning tasodifiy funksiyalaridir. Shu sababli tizimlarning tasodifiy jarayonlar ta`siri ostida spesifik xususiyatlarini hisobga olib taxlil qilish uchun statistik usullarni ko'rib chiqish zaruriyati tug'iladi.

*Tasodifiy jarayonlar va ularni asosiy statistik tavsiflari.*

Tasrdifiy jarayon – vaqt o'tishi davomida tasodifiy ravishda o'zgaruvchi va ma`lum ehtimollik bilan u yoki bu holatni egallovchi jarayon. Masalan, Bron harakati, fazoning ma`lum nuqtasidagi xavoning harorati, suv omboridagi suvning sathi, porshenli dvigatelning yonish kamerasidagi bosim va boshqalar.

Matematik tasodifiy jarayon deganda tasodifiy miqdorlarning biror $t$ parametrli oilasi tushuniladi. Tasodifiy jarayon xaqiqiy parametr $t$ $T$ ning har bir tayinlangan qiymatida tasodifiy miqdordan iborat bo'lgan funksiyadir. $T$ to'plam $\{..., -1, 0, 1, ...\}$ shu to'plamning o'zidan yoki biror qismidan iborat bo'lsa, tasodifiy ketma-ketlik deyiladi. $T$ to'plam chekli va cheksiz oraliqdan iborat bo'lsa, tasodifiy jarayon uzluksiz vaqtga bog'liq bo'lgan tasodifiy jarayon deyiladi.

Tasodifiy hodisa – ma`lum shartlar bajarilganda ro'y berishi ham, bermasligi ham mumkin bo'lgan yoki ro'y berishi aniq $p$ $(0 < p < 1)$ ehtimollikka ega bo'lgan hodisa.

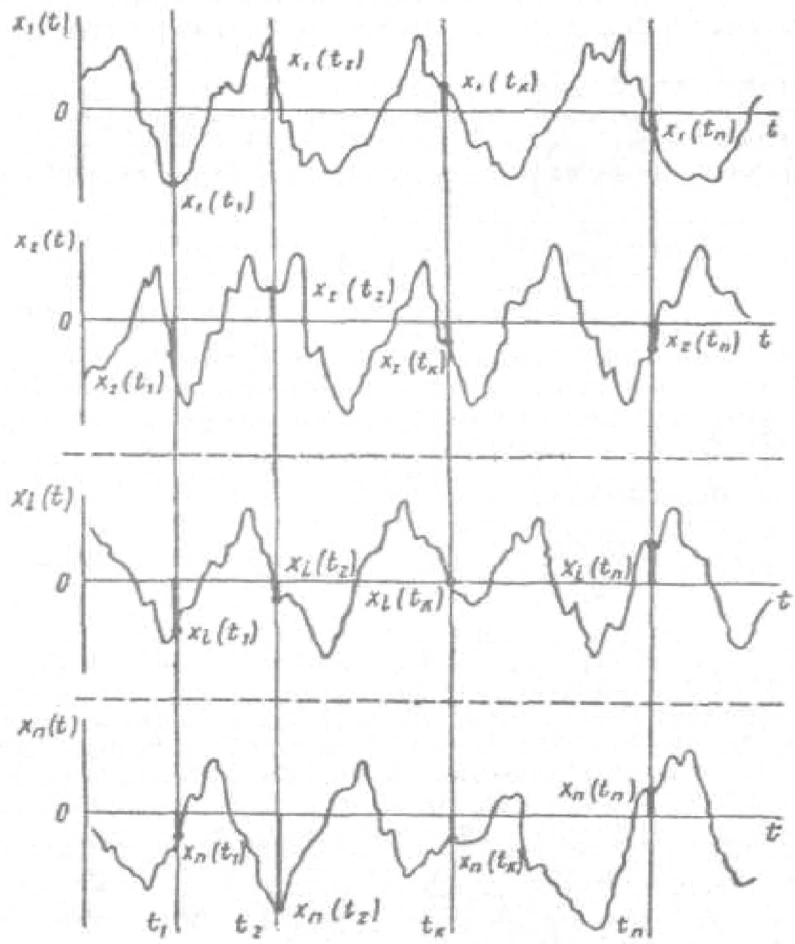
Ma`lum shartlar bajarilganda tasodifiy xodisa ro'y berishining extimolligi uning chastotasi bilan xarakterlanadi: bir xil shartlarda tajriba $n$ marta o'tkazilganda biror hodisa $m$ marta ro'y bersa, u holda $n$ ning katta qiymatlari uchun $m/n$ chastota $p$ ga yaqin bo'ladi.

Tasodifiy miqdor – tasodifga bog'liq holda u yoki bu qiymatlarni ma`lum ehtimollik bilan qabul qiluvchi o'zgaruvchi miqdor. Tasodifiy miqdor extimollar nazariyasining asosiy tushunchasi. Tasodifiy miqdor qiymatlarning soni chekli va sanoqli bo'lsa, diskret turdagi tasidifiy miqdor deyiladi. Masalan, kubik tashlanganda ochkolarning soni 1, 2, 3, 4, 5, 6 qiymatlarni 1/6 extimollik bilan qabul qilishi diskret tasodifiy miqdordir. Tasodifiy miqdor chekli va cheksiz oraliqni qoplovchi qiymatlarni qabul qilsa, uzluksiz turdagi tasodifiy miqdor deyiladi. Masalan, biror radiolampaning ishlash vaqti uzluksiz tasodifiy miqdor bo'la oladi. Tasodifiy miqdor taqsimot funksiyalarining bir qator xossalari shu tasodifiy miqdorning ba`zi sonli xarakteristikalari orqali tavsiflanadi. Ko'pincha bunday sonli xarakteristikalar matematik kutilma va dispersiya bo'ladi.

Funksiyaning har bir qiymatiga mustaqil o'zgaruvchilar tasodifiy kattaliklar bo'lsa, bunday funksiyani tasodifiy funksiya deyiladi. Tasodifiy funksiyaning to'plami tasodifiy jarayonni tashkil qiladi.

Tasodifiy jarayon $x(t)$ $n$-ta har xil tasodifiy bo'lmagan $x_i(t)$ vaqt funksiyalarini qabul qilishi mumkin, $i = 1, 2, ..., n$.

$x_i(t)$ funksiyalarini tasodifiy jarayon $x(t)$ning ko'rinishlari deb hisoblash qabul qilingan (11.1-rasm).




11.1-rasm.

bu erda $t_1, t_2, ..., t_n$ – vaqtlarda tasodifiy jarayonning kesimi.

Xar qanday tasodifiy jarayon ko’p kesmlarga ega bo’lishi mumkin. Masalan, $x(t_1),\ x(t_2),\ ...,\ x(t_n)$.

## 11.2. Tasodifiy jarayonlarning korrelyasion funksiyalari

Tasodifiy prosessning ichki strukturasini o’rganish uchun tasodifiy prosess *X(t)* ning korrelyasion funksiyasi $R_x(t_1, t_2)$ tushunchasi kiritiladi.

$$R_x(t_1, t_2) = M[\dot{X}(t_1)\ \dot{X}(t_2)] =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{x_1 - m_x(t_1)\}\{x_2 - m_x(t_2)\}\omega_2(x_1, t_1;\ x_2, t_2)dx_1 dx_2, \tag{11.1}$$

bu erda $\omega_2(x_1, t_1;\ x_2, t_2)$ - extimollikning ikki o’lchovli zichligi; $\dot{X}(t) = X(t) - m_x(t)$ - markazlashgan tasodifiy jarayon; $m_x(t)$ - tasodifiy jarayonning matematik kutilmasi (o’rtacha qiymati).

Tasodifiy jarayonlar stasionar va nostasionar turlarga bo’linadi. Stasionarlik tor va keng ma`nolarda farq qilinadi.

Tasodifiy jarayon *X(t)* ning tor ma`nodagi stasionarligi deb, agar uning *n* o’lchamli taqsimlangan funksiyasi va extimollik zichligi xar qanday *n* da xamma $t_1,\ t_2,\ ...,\ t_n$ nuqtalarning vaqt o’qi bo’ylab bir xil $\tau$ kattalikka siljishiga bogliq bo’lmasligiga aytiladi, ya`ni

$$\left.\begin{aligned} F_n(x_1, t_1;\ x_2,\ t_2;\ ...; x_n, t_n) &= F_n(x_1, t_1 + \tau; x_2, t_2 + \tau; ...; x_n, t_n + \tau); \\ \omega_n(x_1, t_1; x_2, t_2; ...; x_n, t_n) &= \omega_n(x_1, t_1 + \tau; x_2, t_2 + \tau; ...; x_n, t_n + \tau). \end{aligned}\right\}$$

Bu esa xar qanday $\tau$ uchun ikkita *X(t)* va $X(t+\tau)$ jarayonlar bir xil xususiyatga ega ekanliginibildiradi.

Tasodifiy jarayon *X(t)* ning matematik kutilishi o’zgarmas bo’lsa, uni keng ma`noda stasionarlik deyiladi, ya`ni

$$M[X(t)] = m_x = const, \tag{11.2}$$

korrelyasion funksiya esa birgina o’zgaruvchiga, argumentlar farqi $\tau = t_2 - t_1$ ga bogliq bo’ladi.

$$R_x(\tau) = R_x(t_1,\ t_1 + \tau) = M[\dot{X}(t_1 + \tau)] =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{x_1 - m_x(t_1)\}\{x_2 - m_x(t_1 + \tau)\}\omega_2(x_1,\ x_2, \tau)dx_1 dx_2. \tag{11.3}$$

Tor ma`noda stasionar bo’lgan jarayonlar keng ma`noda xam albatta stasionar bo’ladi, ammo keng ma`noda stasionar bo’lgan jarayonlar tor ma`noda stasionar bo’lmasligi mumkin.

Tasodifiy jarayonning statistik xarakteristikalari sifatida faqat matematik kutilmasi xamda korrelyasion funksiyalari qo’llanilgandagina keng ma`noda stasionar bo'lgan tasodifiy jarayon tushunchasi kiritiladi. Tasodifiy jarayonlar nazariyasining tasodifiy jarayon xossalarini uning matematik kutilmasi xamda korrelyasion funksiyasi orqali o'rganuvchi qismi *korrelyasion nazariya* deb ataladi.

Normal taqsimot qonuniga ega bo'lgan tasodifiy jarayon uchun matematik kutilmasi va korrelyasion funksiyasi uning *n* o'lchovli extimollik zichligini to'liq aniqlab beradi. Shuning uchun, normal tasodifiy jarayonlar uchun keng va tor ma`nodagi stasionarlik tushunchalari mos keladi.

Keng ma`noda stasionar bo'lgan tasodifiy jarayonlarni o'rganishda, matematik kutilmasi (o'rtacha qiymati) nolga teng, ya`ni $m_x(t)$ bo'lgan jarayonlarni o'rganish bilan cheklanishimiz mumkin, shunlay qilib matematik kutilmasi nolga teng bo'lmagan tasodifiy jarayonlarni matematik kutilmasi nolga teng bo'lgan va tasodifiy bo'lmagan doimiy kattaliklarga ega bo'lgan jarayonlarning yigindisi sifatida tasavvur qilishimiz mumkin.

Agar, $m_x(t)=0$ bo'lsa, korrelyasion funksiyaning ko'rinishi

$$R_x(\tau) = M[\dot{X}(t)\,\dot{X}(t+\tau)] = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 \omega_2(x_1,\, x_2, \tau) dx_1 dx_2 \,. \qquad (11.4)$$

Ergodiklik xossasi muxim amaliy axamiyatga ega. Ba`zi bir ob`ektlarning statistik xossalarini o'rganish lozim bo'lganda, tanlangan vaqt momentida ularni bir paytning o'zida kuzatishni tashkil qilish qiyinchilik tugdirsa (masalan, bittagina tajribaviy namuna mavjud bo'lsa), buning o'rniga bitta ob`ektni uzoq muddat davomida kuzatishimiz mumkin. Boshqacha qilib aytganda, ergodik tasodifiy jarayonni cheksiz vaqt davomida aloxida amalga oshirish orqali, uning barcha tasodifiy jarayonlarini to'liq aniqlashimiz mumkin.

Ergodiklik xossasiga asoslanib aytish mumkinki, dispersiya $D_x$ ni markazlashgan tasodifiy jarayon kvadratining vaqt bo'yicha o'rtachasi deb olish mumkin, ya`ni

$$D_x = M[\{\dot{X}(t)\}^2] = \overline{\{x(t)-\bar{x}\}^2} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T}\{x(t)-\bar{x}\}\,\{x(t)-\bar{x}\}dt \,. \qquad (11.5)$$

Yuqoridagilardan kelib chiqib, τ=0 bo'lganda, dispersiya va korrelyasion funksiya orasida juda muxim bogliqlikni o'rnatishimiz mumkin, stasionar tasodifiy jarayonning dispersiyasi korrelyasion funksiyaning boshlangich qiymatiga teng bo'ladi:

$$D_x = R_x(0) = const \,. \qquad (11.6)$$

Ko'rinib turibdiki, stasionar tasodifiy jarayonning dispersiyasi o'zgarmas, demak o'rtacha kvadratik chetlanishi xam o'zgarmas bo'ladi:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = const. \qquad (11.7)$$

Agar, *X(t)* va *G(t)* tasodifiy jarayonlar bir-biri bilan statistik bog'lanmagan bo'lsa, o'rtacha qiymatlari nolga teng bo'lsa, ularning birgalikdagi korrelyasion funksiyasi barcha $\tau$ lar uchun nolga teng.

### 11.3. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi

Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi chiziqli tizimlardagi stasionar jarayonlarni o'zgartirishni o'rganishda ancha qulay xarakteristikadir.

Spektral zichlik $S_x(\omega)$ orqali belgilanadi. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi korrelyasion funksiyaning Fur`e almashtirishi orqali topiladi.

$$\mathrm{S}_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau , \qquad (11.8)$$

bu erda $R_x(\tau)$ – original; $S_x(\omega)$ – Fur`e tasviri.

Agar $e^{-j\omega\tau}$-ni Eyler tenglamasi yordamida quyidagicha yozish mumkinligini $e^{-j\omega\tau} = \cos\omega\tau - j\sin\omega\tau$ va $R_x(\tau)$ hamda $S_x(\omega)$ -ni juft haqiqiy funksiya ekanligini hisobga olib spektral zichlikni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\mathrm{S}_x(\omega) = 2\int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) \cos\omega\tau \, d\tau . \qquad (11.9)$$

Agar tasodifiy funksiyaning spektral zichligi maúlum bo'lsa Fur`e teskari almashtirishi yordamida tasodifiy jarayonning korrellyasion funksiyasini topish mumkin:

$$\mathrm{R}_x(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} S_x(\omega)\cos\omega\tau \, d\omega . \qquad (11.10)$$

Xuddi shunga o'xshab ikkita stasionar tasodifiy jarayon $S_x(t)$ va $D_x$ lar orqali o'zaro karelasion funksiyalarning Fur`e almashtirishi yordamida o'zaro spektral zichligini topish mumkin:

$$D_x = R_x(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} S_x(\omega) d\omega . \qquad (11.11)$$

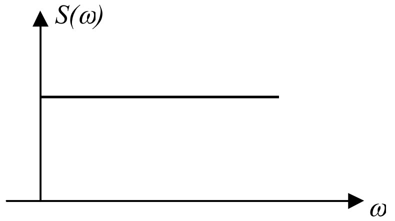
$$S_{xg}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xg}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau . \qquad (11.12)$$

$\mathrm{S}_{xg}(\omega)$ -tok va kompleks funksiya bo'lgani uchun spektral zichlik orqali o'zaro korellyasion funksiya quyidagicha ifodalanadi:

$$R_{xg}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_{xg}(j\omega)e^{j\omega\tau}d\omega\,. \qquad (11.13)$$

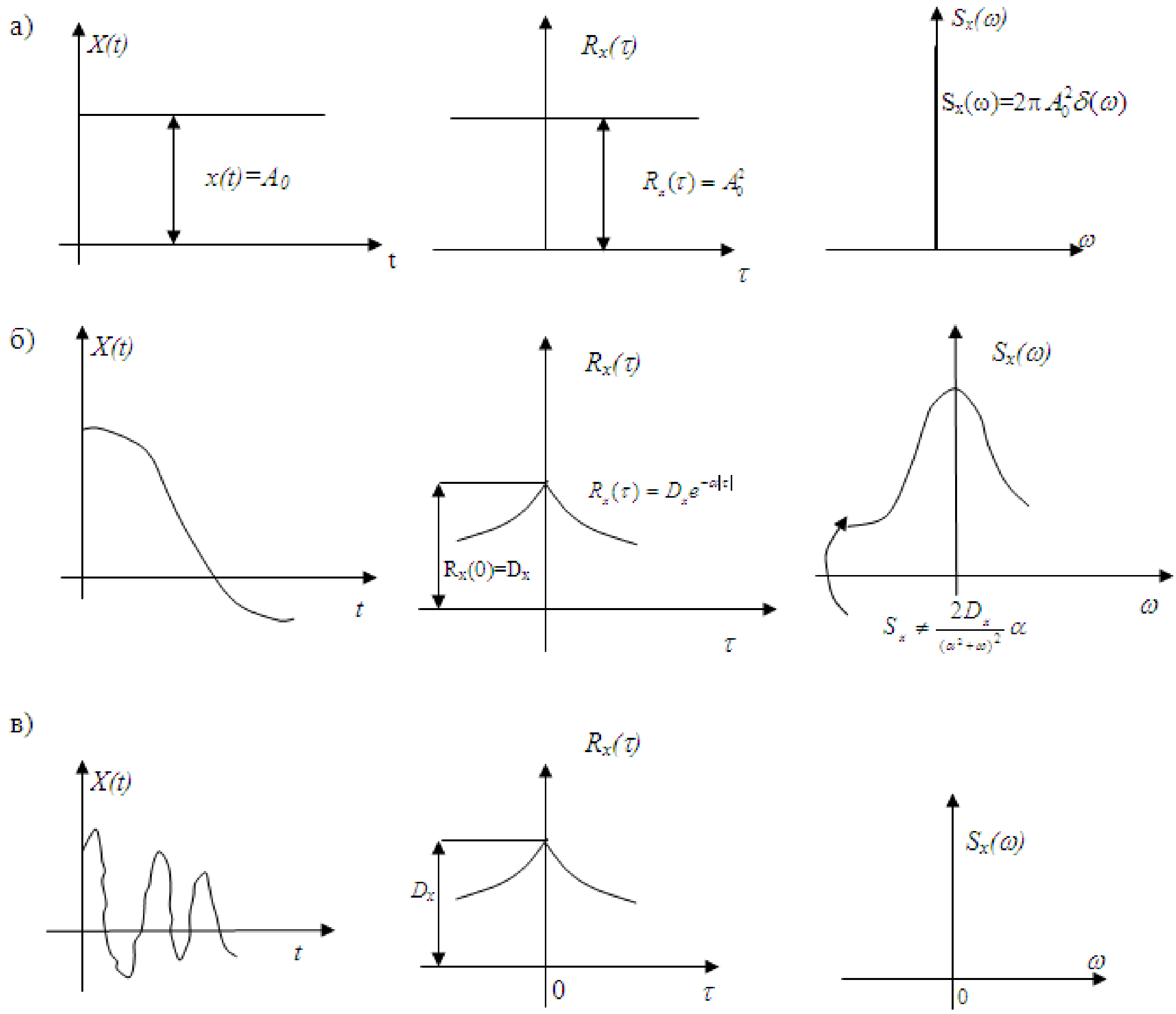
Oq shovqinning spektreal zichligi chastotaning hamma diapazonida o'zgarmasdir:

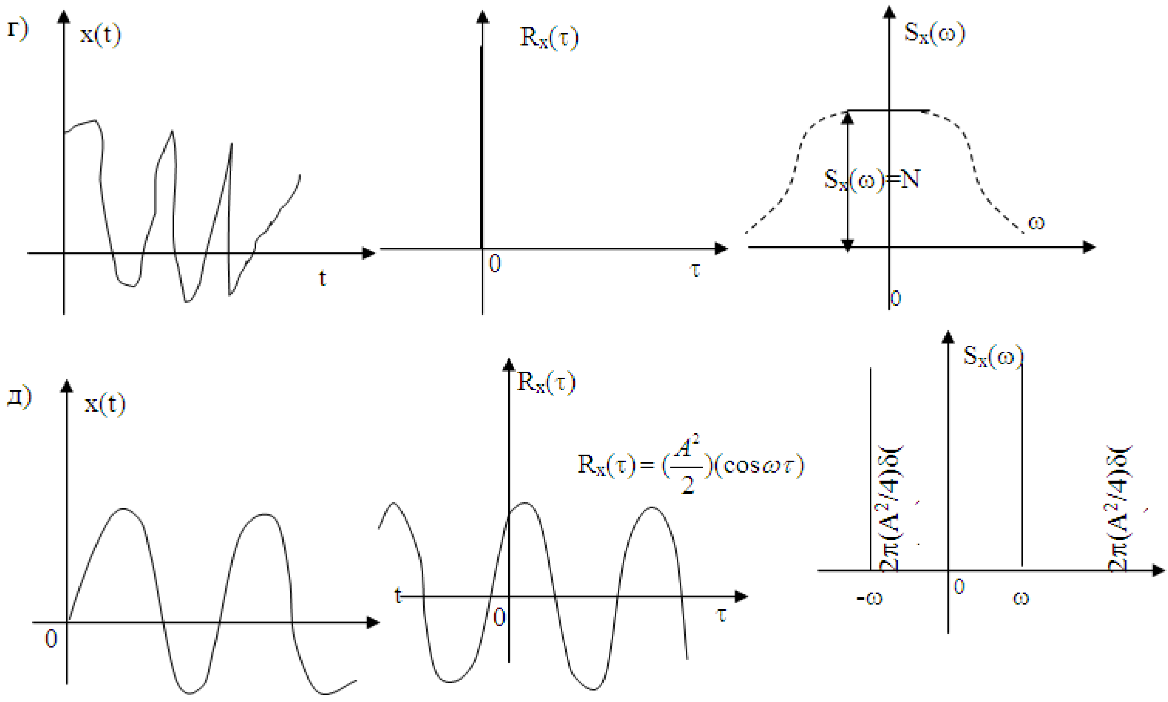
$$S_x(\omega)=N=const. \qquad (11.14)$$




Spektreal zichlikning fizik ma`nosi quyidagicha – ya`ni u tasodifiy jarayonning chastotalar intervali bo'yicha energiya yoki quvvatning taqsimlanganligini ko'rsatadi.

Korellyasion funksiya va spektral zichlik orasida quyidagicha bog'liklik mavjud:

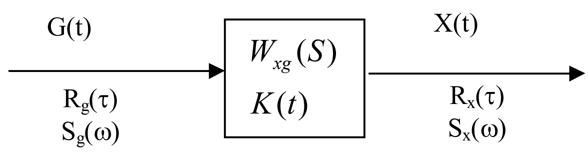





Chizmalarni analiz qilib quyidagi xulosaga kelish mumkin: $S_x(\omega)$ ning grafigi qanchalik keng bo’lsa $R_x(\omega)$ ning grafigi shunchalik tor va aksincha bo’lishini ko’rish mumkin.

## 11.4. Chiziqli sistemlarning kirish va chiqishida tasodifiy jarayonlarning korrelyasion funksiyalari va spektral zichliklari orasidagi aloqa

$W_{xd}(S)$ uzatish funksiyali va $K(t)$ vazn funksiyali chiziqli tizimni ko’rib chiqamiz:




Tasodifiy jarayonning korellyasion funksiyasi va spektreal zichligi orasidagi bog’lanishni aniqlaymiz.

Tasodifiy jarayon $X(t)$-ning ko’rinishlari orasidagi bog’lanish tizimning kirishidagi va unga mos ravishda $G(t)$ tasodifiy jarayonni $g(t)$ ko’rinishlarini yig’ilma tenglamasi asosida vazn funksiyasi orkali quyidagicha ifodalanadi:

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}k(t-\lambda)g(\lambda)d\lambda=\int_{-\infty}^{\infty}g(t-\lambda)k(\lambda)d\lambda\,, \qquad (11.15)$$

bu erda $\lambda$ - integrallashning mustaqil o'zgaruvchisi, $(\tau+t)$ – vaqt mamenti uchun yozishimiz mumkin:

$$x(t+\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}g(t+\tau-\eta)k(\eta)d\eta\,, \qquad (11.16)$$

bu erda $\eta$ – integrallash o'zgaruvchisining yangi belgisi.

Sistemaning chiqishidagi tasodifiy jarayonning korellyasion funksiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$R_x(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)x(t+\tau)dt\,. \qquad (11.17)$$

(11.15) va (11.16) ifodani (11.17)-ga quyib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}R_x(\tau)&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}g(t-\lambda)k(\lambda)d\lambda\int_{-\infty}^{\infty}g(t+\tau-\eta)k(\eta)d\eta dt=\\&\int_{-\infty}^{\infty}k(\lambda)d\lambda\int_{-\infty}^{\infty}k(\eta)\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}g(t-\lambda)g(t+\tau-\eta)dt\right]d\eta.\end{aligned} \qquad (11.18)$$

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}g(t-\lambda)g(t+\tau-\eta)dt=R_g(t+\lambda-\eta) \qquad (11.19)$$

ekanligini va (11.19)-ifodani hisobga olib, (11.18)-tenglamani quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}k(\lambda)d\lambda\int_{-\infty}^{\infty}k(\eta)R_g(\tau+\lambda-\eta)d\eta \qquad (11.20)$$

Sistemaning chiqishida tasodifiy jarayonning korelyasion funksiyasi $R_x(\tau)$-ni topishda tasodifiy jarayonning oldindan aniqlangan korelyasion funksiyasi $R_g(\eta)$ va vazn funksiyasi $K(t)$larni (11.20) – ifodada asosiy integral nisbatlar bo'lib xizmat qiladi.

Sistema chiqish signalining spektreal zichligi quyidagicha aniqlanadi:

$$S_x(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}R_x(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau. \qquad (11.21)$$

(11.20)- ifodani (11.21)-ga quyib, quyidagini hosil qilamiz:

$$S_x(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}d\tau\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda\int_{-\infty}^{\infty}k(\lambda)k(\eta)R_g(\tau+\lambda-\eta)e^{-j\omega\tau}d\eta=$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}d\tau\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda\int_{-\infty}^{\infty}k(\lambda)k(\eta)R_g(\tau+\lambda-\eta)e^{-j\omega(\tau+\lambda-\eta)}e^{-j\omega\eta}e^{j\omega\lambda}d\eta= \qquad (11.22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}k(\eta)e^{-j\omega\eta}d\eta\int_{-\infty}^{\infty}k(\lambda)e^{j\omega\lambda}d\lambda\int_{-\infty}^{\infty}R_g(\tau+\lambda-\eta)e^{-j\omega(\tau+\lambda-\eta)}d\tau.$$

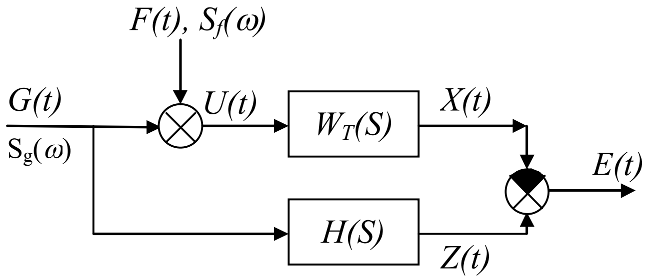
$$\int_{-\infty}^{\infty}k(\eta)e^{-j\omega\eta}d\eta=W_{gx}(j\omega),\ \int_{-\infty}^{\infty}k(\lambda)e^{j\omega\lambda}d\lambda=W_{gx}(-j\omega),\ \int_{-\infty}^{\infty}R_g(\tau+\lambda-\eta)e^{-j\omega(\tau+\lambda-\eta)}d\tau=S_g(\omega)$$

ekanini hisobga olib, (11.22)chi ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$S(\omega)=W_{gx}(j\omega)W_{gx}(-j\omega)S_g(\omega)=|W(j\omega)|^2S_g(\omega). \qquad (11.23)$$

## 11.5. Tasodifiy ta`sirlarda bo'lgan chiziqli tizimlarni hisoblash

$F(t)$ halaqit ta`sir qilayotganda $G(t)$ signalni o'zgartirish va ko'paytirish uchun xizmat qiluvchi uzatish funksiyali avtomatik tizimni ko'rib chiqamiz. Bunday tizimning struktura sxemasi quyidagicha:




$$E(t)=Z(t)-X(t),$$

bu erda $E(t)$ – tizimning tasodifiy hatoligi; $W_T(S)$ – tutash tizimning uzatish funksiyasi; $H(S)$ – o'zgartiruvchi operator, ya`ni $Z(t)=H(S)G(t)$.

$H(S)$ operatorining borligi quyidagi sinfdagi masalalarni ko'rib chiqishni umumlashtiradi:

1. $H(S)=const$ bo'lganda qayta tiklanishni;
2. $H(S)=e^{S\tau}$ bo'lganda ekstrapolyasiya qilishni;
3. $H(S)=1/S$ bo'lganda integrallashni;
4. $H(S)=S$ bo'lganda differensiallash va boshqalar.

Bir vaqtning o'zida xalaqitni yo'qotish bilan birga foydali signal ajratish masalasi *fil`trlash* deyiladi.

Yuqorida eslatilgan masalalar odatda fil`trlash masalasi bilan birga echiladi.

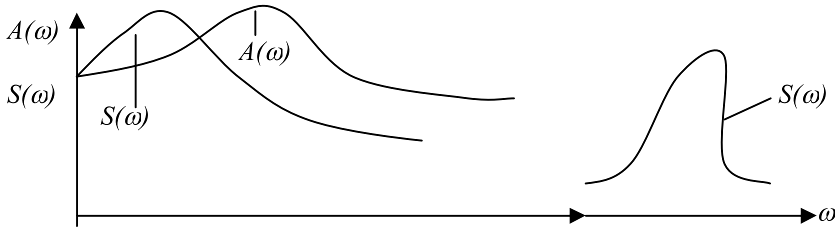
Optimallik mezoni sifatida o'rtacha kvadratik xatolikdan minimumi qabul qilinadi

$$E^2 = M\{[z(t) - x(t)]^2\} = \min .$$

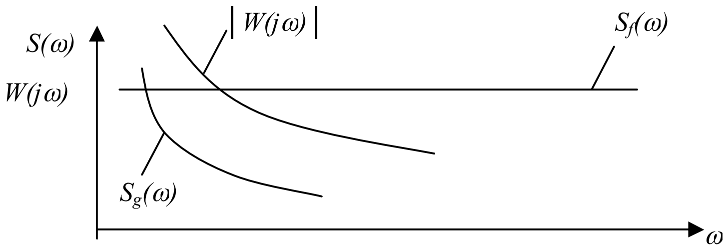
Ko'rilayotgan holda sintez masalasi fizik jihatdan amalga oshiruvchi tutash tizimning uzatish funksiyasi $W_{Toon}(S)$ni topishdan iboratdir, ya`ni u quyidagi shartni qanoatlantirsin:

Sintez masalasini echishda 3 ta hol bo'lishi mumkin:

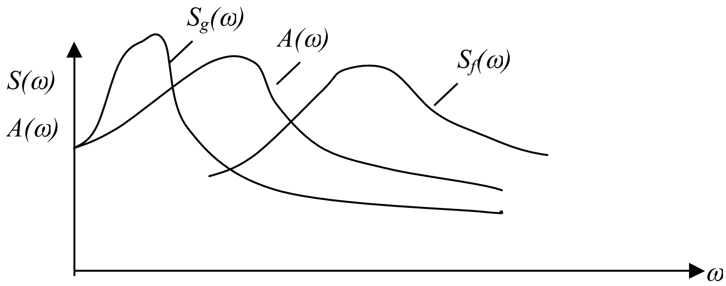
1)




2)




3)




Birinchi va ikkinchi hollarda foydali signalning spektral zichliklari va xalaqitlar oralig'i katta bo'lgani uchun sintez masalasi ancha osonlashadi. Uchinchi holda esa $S_g(\omega)$ va $S_f(\omega)$ signallar bir-biriga juda yaqin bo'lgani uchun sintez masalasi qiyinlashadi.

Sintez masalasini echish ikki xil usulda bo'lishi mumkin:

1. Boshqarish tizimsining berilgan strukturasiga asosan sintez qilish.
2. Boshqarish tizimsining ixtiyoriy strukturasiga asosan sintez qilish.

Sistemani berilgan strukturasiga asosan sintez qilishda sintez masalasi quyidagicha ifodalanadi, foydali signal va xalaqitlarning statik xarakteristikalari berilgan, masalan: $S_g(\omega)$ va $S_f(\omega)$ – spektral zichliklar, tizimning strukturasi va uning uzatish funksiyasi

$$W(S) = W(S, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_n),$$

bu erda $\beta_i$ – tizimning parametrlari.

Xatolik o'rtacha kvadratini ta`minlovchi tizimning optimal parametrlari $\beta_{1opt}, \beta_{2opt}, \ldots \beta_{n\_opt}$-ni topish talab qilinadi.

Bu masala quyidagicha echiladi. Sistemaning uzatish funksiyasi $S_g(\omega)$ va $S_f(\omega)$larni bilan turib xatolikning spektral zichligi $S_E(\omega)$ topiladi va undan keyin integralning tablisa qiymatlaridan foydalanib, $\beta_i$– parametrlari bo'yicha tizim xatoligi kvadrati $E^2$ o'rtacha qiymatining analitik ifodasi topiladi

$$E^2 = G(\beta_1, \beta_2, ...\beta_n)$$

kattaliklarning xususiy hosilalarini nolga tenglab tizimning optimal parametrlari topiladi.

*p*-ta chiziqli tenglamalar tizimsini echib $\beta_{1opt}, \beta_{2opt}, \ldots \beta_{n\_opt}$ lar topiladi.

Ixtiyoriy strukturali boshqarish tizimsini sintez qilish. Yuqorida keltirilgan struktura sxemasiga asosan

$$U(t)=G(t)+F(t).$$

Chiqish signali $X(t)$ kirish signali $U(t)$ bilan quyidagicha bog'langan:

$$X(t)= W_T(S)U(t)= W_T(S)[G(t)+F(t)].$$

Faraz qilamiz tizim boshqarish ta`siri bo'yicha ba`zi bir funksiyani tiklashi kerak:

$$Z(t)=H(S)\, G(t),$$

bunda tiklangan funksiyaning xatoligi $E(t)=Z(t)-X(t)$ ga teng.

Tasodifiy ixtiyoriy strukturali chiziqli tizimni sintez qilish masalasi foydali signal va xalaqitlarning statistik xarakteristikalari ma`lum bo'lgan holda shunday fizik jihatdan amalga oshirilishi bo'lgan optimal uzatish funksiyali $W_{Topt}(S)$ tutash tizimni topishga asoslangan va bunda uning xatolik kvadratining o'rtacha qiymati min bo'lishi kerak.

$$\overline{E}^2 = M\{[z(t) - x(t)]^2\} = \min .$$

Ҳar qanday ko'rinishdagi tasodifiy yig'indi xatolikning ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$E(t) = Z(t) - X(t) = H(S)g(t) - W_T(S)U(t) = [H(S) - W_T(S)]g(t) - H(S)f(t) . \quad (11.24)$$

(11.24)-ifodaga asosan xatolikning spektral zichligi quyidagicha aniqlanadi:

$$S_E(\omega) = |H(j\omega) - W_T(j\omega)|^2 * S_g(\omega) + |H(j\omega)|^2 * S_f(\omega) . \quad (11.25)$$

Bu holda xatolikning o'rtacha kvadratik qiymati quyidagiga teng:

$$\overline{E}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\{|H(j\omega) - W_T(j\omega)|^2 * S_g(\omega) + |H(j\omega)|^2 * S_f(\omega)\}d\omega . \quad (11.26)$$

$\overline{E}^2$ni minimallashtirish uchun unga mos $W_{Topt}(j\omega)$ chastota uzatish funksiyasini topish kerak.

$W_{Topt}(S)$ ni aniqlashda asosiy qiyinchilik $W_{Topt}(S)$ uzatish funksiyasini fizik jihatdan amalga oshirishdan iborat. $W_{Topt}(S)$ ni avval yuqoridagi shartlarni hisobga olmagan holda topamiz va undan keyin fizik jihatdan amalga oshirilishi mumkin bo'lgan eng yaxshi tizimni quramiz. $N(j\omega)$ va $W_T(j\omega)$larni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$H(j\omega) = H(\omega)e^{\psi(\omega)} = H(\omega)\cos(\omega) + H(\omega)\sin(\omega)$$

$$W_T(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = A(\omega)\cos(\omega) + jA(\omega)\sin(\omega). \qquad (11.27)$$

U holda

$$\left|H(j\omega) - W_T(j\omega)\right|^2 = H^2(\omega) + A^2(\omega) - 2H(\omega)A(\omega)\cos[\psi(\omega) - \varphi(\omega)]. \qquad (11.28)$$

(11.26)-tenglama va (11.28)ni hisobga olgan holda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\overline{E}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\{\{H^2(\omega) + A^2(\omega) - 2H(\omega)A(\omega)\cos[\psi(\omega) - \varphi(\omega)]\}S_g(\omega) + A^2(\omega)S_f(\omega)\}d\omega. \qquad (11.29)$$

(11.29)-ifodadan shunday $A(\omega)$ va $\varphi(\omega)$ larni topish kerakki, topilgan qiymatlarda $\overline{E}^2 = \min$ sharti bajarilsin.

$N(\omega)$, $A(\omega)$, $S_g(\omega)$ va $S_f(\omega)$ larni $\omega$-ning har qanday qiymatlarida musbat ekanligini hisobga olib, $E^2$ni minimallashtirish uchun yig'indi $2H(\omega)A(\omega)\cos[\psi(\omega) - \varphi(\omega)]$ ning qiymati eng katta bo'lishi, ya`ni $\psi(\omega) = \varphi(\omega)$ bo'lishi shart. U holda (11.29)-ifoda quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\overline{E}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\{[H^2(\omega) + A^2(\omega) - 2H(\omega)A(\omega)]S_g(\omega) + A^2(\omega)S_f(\omega)\}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}Qd\omega. \qquad (11.30)$$

Integral ostidagi ifodada har bir hadning musbat ekanligini hisobga olganda xatolikning o'rtacha kvadratining minimumi $Q$ funksiyasining qiymatlari minimumiga teng.

$dQ/dA(\omega)$ ni nolga tenglab (11.30)-ifodadan quyidagini hosil qilamiz:

$$[2A(\omega) - 2H(\omega)]S_g(\omega) + 2A(\omega)S_f(\omega) = 0. \qquad (11.31)$$

bundan

$$A_{opt}(\omega) = \frac{S_g(\omega)}{S_g(\omega) + S_f(\omega)}H(\omega) \qquad (11.32)$$

yoki

$$W_{b\cdot opt}(j\omega) = \frac{S_g(\omega)}{S_g(\omega) + S_f(\omega)}H(j\omega). \qquad (11.33)$$

Oxirgi ifodadan ko'rinib turibdiki, tutash tizimning optimal chastota uzatish funksiyasi $W_{Topt}(j\omega)$ ni topish uchun foydali signal va xalaqitlarning yagona statik xarakteristikalari bo'lib, ularning spektral zichliklari xizmat qiladi. (11.33)-ifoda bo'yicha optimal chastota uzatish funksiyasi fizik jihatdan amalga oshirilish shartini hisobga olmagan holda keltirib chiqarilgan.

*t* < 0, bo'lganda *K(t)=0* tenglik tizimning fizik jihatdan amalga oshirilish shartidir. Sistemani sintez qilish metodi quyidagicha:

1) (11.33)-ifodadan mahraji kompleks ko'paytuvchilarga ajratiladi (faktorlashtirish operasiyasi). $S_g(\omega)+S_f(\omega)=|\psi(j\omega)|^2=\psi(j\omega)\psi(-j\omega)$.

$\psi(j\omega)$ – $j\omega$-kompleks o'zgaruvchining hamma nol va qutblari yuqori ildiz yarim tekisligida joylashgan funksiyasi, $\psi(-j\omega)$ – $\psi(j\omega)$ funksiyaning kompleks qo'shmasidir, ya`ni $j\omega$-kompleks o'zgaruvchining hamma nol va qutblari pastki ildizlar yarimtekisligida joylashgan funksiyadir.

2. $W_{Topt}(j\omega)$ ni amalga oshirish mumkin bo'lgan va mumkin bo'lmagan hadlarga ajratiladi.

$$W_{T.opt}(j\omega)=\frac{1}{\psi(j\omega)}\left[\frac{S_g(\omega)H(j\omega)}{\psi(-j\omega)}\right]_+ +\frac{1}{\psi(j\omega)}\left[\frac{S_g(\omega)H(j\omega)}{\psi(-\omega)}\right]_-,$$

bu erda musbat ishora bilan amalga oshirish mumkin bo'lgan qism, manfiy ishora bilan amalga oshirish mumkin bo'lmagan qism. Amalga oshirish mumkin bo'lmagan qismni tashlab yuborib quyidagi ifodani hosil qilamiz.

$$W_{T.opt}(j\omega)=\frac{1}{\psi(j\omega)}\left[\frac{S_g(\omega)H(j\omega)}{\psi(-j\omega)}\right]_+.$$

Shunday qilib foydali signal va xalaqit korellangan bo'lmasa, bu holda $W_{Topt}(j\omega)$ quyidagi tartibda topiladi.

1. Faktorlashtirish operasiyasi bajariladi
$$S_g(\omega)+S_f(\omega)=|\psi(j\omega)|^2=\psi(j\omega)\psi(-j\omega).$$
2. $\dfrac{1}{\psi(j\omega)}$ hadi ajratiladi.
3. Quyidagi ifoda oddiy hadlarga ajratiladi: $\dfrac{S_g(\omega)H(j\omega)}{\psi(-j\omega)}=\dfrac{M_1(j\omega)}{P(j\omega)}+\dfrac{M_2(j\omega)}{P(-j\omega)}$ va qutblari pastki ildizlar yarimtekisligida joylashgan hadlarni tashlab yuborib, fizik jihatdan amalga oshirish mumkin bo'lgan qismini ajratamiz:
$$\frac{M_1(j\omega)}{P(j\omega)}.$$
4. Sistemaning fizik jihatdan amalga oshirish mumkin bo'lgan optimal uzatish funksiyasini topamiz:

$$W_{T.opt}(j\omega) = \frac{M_1(j\omega)}{\psi(j\omega)P(j\omega)}$$

Foydali signal va xalaqitlar orasidagi o'zaro korrelyasiya bo'lsa, optimal chastota uzatish funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$W_{T.opt}(j\omega) = \frac{1}{\psi(j\omega)}\left[\frac{S_g(\omega)+S_{gf}(j\omega)}{\psi(-j\omega)}H(j\omega)\right],$$

bu erda: $\psi(j\omega)\psi(-j\omega) = S_U(\omega) = S_g(\omega) + S_{gf}(j\omega) + S_{fg}(j\omega) + S_f(\omega)$; $S_{gf}(j\omega)$, $S_{fg}(j\omega)$ – boshqarish signalining va xalaqitning o'zaro spektral chiziqlari.

Optimal uzatish funksiyali tizimda nazariy jihatdan xatolikni o'rtacha kvadratini minimumini hosil qilish mumkin:

$$\overline{E}^2_{\min} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\{|H(j\omega)|^2 S_g(\omega) - |W(j\omega)|^2 S_U(\omega)\}d\omega .$$

## Nazorat va muhokama savollari

1. Tasodifiy jarayonlarning korrelyasion funksiyasini tushuntirib bering.
2. Spektral zichlik nima?
3. Chiziqli sistemalar kirishida o'rtacha kvdratik og'ish va dispersiya qanday hisoblanadi?
4. Signal manbai sifatida ishlatiladigan „Oq shovqin"ni tushuntiring.
5. Tasodifiy jarayonlarning korrelyasion funksiyasini qanday hisoblanadi?
6. Ma'lum korrelyasion funksiya bo'yicha tasodifiy jarayonlarning spektral zichligini hisoblash tartibini tushuntiring.
7. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligini baxolashda Furye almashtirishidan qanday foydalaniladi?
8. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligini baxosini qanday silliqlantiriladi?

## TEST SAVOLLARI

**1.Birinchi sanoat rostlagichi nechanchi yilda va kim tomonidan kashf qilingan?**

A) 1765-yil rus mexanigi I.I.Polzunov tomonidan.

B) 1784-yil ingliz mexanigi J.Uatt tomonidan.

D) 1876-yil rus olimi va muhandisi A.I.Vishnegradskiy tomonidan.

E) 1866-yil ingliz matematik-mexanigi D.Maksvell tomonidan.

**2.Bug‘ mashinasi valining aylanish tezligini rostlovchi avtomatik qurilma kim tomonidan va qachon yaratilgan?**

A) Rus mexanigi I.I.Polzunov tomonidan 1765-yilda.

B) Ingliz mexanigi J.Uatt tomonidan 1784-yilda.

D) Rus olimi va muhandisi A.I.Vishnegradskiy tomonidan 1876-yilda.

E) Ingliz matematik-mexanigi D.Maksvell tomonidan 1866-yilda.

**3.Rostlagichlar tavsifining umumiy qonuniyatlari, ya'ni "rostlagichlar haqida"gi birinchi asar kimlar tomonidan bayon etilgan?**

A) D.Maksvell va A.I.Vishnegradskiylar.

B) A.M.Lyapunov va N.E.Jukovskiylar.

D) R.Bellman va R.Kalmanlar.

E) I.I.Polzunov va J.Uattlar.

**4."Maksimum prinsipi" kim tomonidan ishlab chiqilgan?**

A) A.S.Pontryagin.

B) A.I.Vishnegradskiy.

C) R.Bellman.

D) A.M.Lyapunov.

**5.Avtomatik boshqarish tizimi deb qanday tizimlarga aytiladi?**

A) Inson ishtirokisiz asosiy jarayonni amalga oshiradigan.

B) Boshqarish obyektini nazorat qilish vazifasini bajaradigan.

D) Mashina va inson orasida boshqarish funksiyasi teng bo‘lingan.

E) Sifatli boshqarishni amalga oshirish.

**6. Adaptiv tizim deb nimaga aytiladi?**

A) Tashqi ta'sir o'zgarishiga moslashish xususiyatiga ega bo'lgan tizimlarni.

B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimlarni.

D) Boshqarilayotgan kattalikning berilgan qiymati juda keng chegarada ixtiyoriy qonun bo'yicha o'zgaruvchi tizimlarni.

E) Oldindan ma'lum bo'lgan qonunga ko'ra o'zgaradigan tizimlarni.

**7. Kuzatuvchi avtomatik rostlash tizimi deb nimaga aytiladi?**

A) Tashqi ta'sir o'zgarishiga moslashish xususiyatiga ega bo'lgan tizimlarni.

B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimlarni.

D) Boshqarilayotgan kattalikning berilgan qiymati juda keng chegarada ixtiyoriy qonun bo'yicha o'zgaruvchi tizimlarni.

E) Oldindan ma'lum bo'lgan qonunga ko'ra o'zgaradigan tizimlarni.

**8. Chiziqli tizimi deb nimaga aytiladi?**

A) Ustlash (superpozitsiya) usulini qo'llash mumkin bo'lgan tizimlarga.

B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimga.

D) Tarkibida bitta boshqaruvchi va bitta boshqariluvchi kattalikka ega bo'lgan tizimga.

E) Tizim elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o'zgarmaydigan tizimga.

**9. Statsionar tizimi deb nimaga aytiladi?**

A) Tizim elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o'zgarmasa.

B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lsa.

D) Boshqarilayotgan kattalikning berilgan qiymati juda keng chegarada ixtiyoriy qonun bo'yicha o'zgarsa.

E) Oldindan ma'lum bo'lgan qonunga ko'ra o'zgarsa.

**10. Bir o'lchamli tizim deb nimaga aytiladi?**

A) Ustlash (superpozitsiya) usulini qo'llash mumkin bo'lgan tizimlarga.

B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimga.

D) Tarkibida bitta boshqaruvchi va bitta boshqariluvchi kattalikka ega bo'lgan tizimga yoki bitta kirish va bitta chiqish parametriga ega bo'lgan tizim.

E) Tizim elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o‘zgarmaydigan tizimga.

**11. Qaysi tizimda rostlanuvchi kattalik o‘zgarmas qiymatda saqlanadi?**

A) Kuzatuvchi.
B) Dasturli.
D) Rostlash.
E) Adaptiv.

**12. Og‘ish va g‘alayonli ta’sirlar bo‘yicha boshqarish prinsipi qanday tizimda tadbiq qilinadi?**

A) Kombinirlashgan.
B) G‘alayonli ta’sirlar bo‘yicha.
D) Berk.
E) Ochiq.

**13. Yumshoq (gibkiy) teskari bog‘lanish nima?**

A) Muvozanat rejimdagi tizimning teskari bog‘lanishi.
B) Signallar yig‘indisini hosil qilishda ishlatiladigan teskari bog‘lanish.
D) Dinamik rejimdagi tizimning teskari bog‘lanishi.
E) Signallar ayirmasini hosil qilishda ishlatiladigan teskari bog‘lanish.

**14. Uzatish funksiyasi deb nimaga aytiladi?**

A) Chiqish kattaligining kirish kattaligiga nisbati kuchaytirish koeffitsiyenti.
B) Boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda chiqish kattaligining Laplas tasvirini kirish kattaligining Laplas tasviriga nisbati (munosabati).
C) Chiqish kattalik Laplas tasviri.
D) Chiqish va kirish kattaliklari Laplas tasvirlari ko‘paytmasi.

**15. Ushbu** $h(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$ **o‘tish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Tebranuvchi. B) Aperiodik.
C) Differensial. D) Integral.

**16. Ushbu $h(t) = Kt$ o'tish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Differensial. B) Kechikuvchi.
C) Integral. D) Aperiodik.

**17. $W(p) = \dfrac{K}{1+PT}$ uzatish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Differensial. B) Kechikuvchi.
C) Integral. D) Aperiodik.

**18. Qaysi o'tish funksiyasi kechikishli zvenoga ega?**

A) $h(t) = 1(t-\tau)$. B) $h(t) = 1(t)$.
C) $h(t) = KT(t-\tau)$. D) $h(t) = \dfrac{K}{T}(t-\tau)$.

**19. $L(w) = -20db/dek$ ko'rinishdagi LAChX ga qaysi zveno tegishli?**

A) Tebranuvchi. B) Integrallovchi.
C) Aperiodik. D) Kechikuvchi.

**20. Ushbu FChX $\varphi(\omega) = -arctg(\omega T)$ qaysi zvenoga tegishli?**

A) Aperiodik. B) Tebranuvchi.
C) Integrallovchi. D) Differensiallovchi.

**21. Ushbu FChX $\varphi(\omega) = -90$ qaysi zvenoga tegishli?**

A) Aperiodik. B) Tebranuvchi.
C) Integrallovchi. D) Differensiallovchi.

**22. Ketma-ket ulangan zvenolarga xos ifodani toping.**

A) $W_1(p) + W_2(p) + ....$ B) $W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot ....$
C) $W(p)/(1+W(p))$. D) $W(p)/(1-W(p))$.

**23. Parallel ulangan zvenolarga xos ifodani toping.**

A) $W_1(p) + W_2(p) + ....$ B) $W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot ....$
C) $W(p)/(1+W(p))$. D) $W(p)/(1-W(p))$.

**24. Manfiy teskari aloqali bog‘lanishga xos ifodani toping.**

A) $W_1(p)+W_2(p)+\ldots.$ B) $W_1(p)\cdot W_2(p)\cdot\ldots.$

C) $W(p)/(1+W(p))$. D) $W(p)/(1-W(p))$.

**25. Berk tizimiga xos uzatish funksiyasi ifodasini toping.**

A) $(W_1(p)W_2(p))/(1+(W_1(p)W_2(p))$.

B) $(W_1(p)+W_2(p))/W_1(p)W_2(p)+\ldots.$

C) $(W_1(p)+W_2(p))/(1+(W_1(p)+W_2(p))$.

D) $(W_1(p)+W_2(p))/(1+(W_1(p)W_2(p))$.

**26. Tizimning o‘tish funksiyasi $h(t)$ qaysi ifoda bilan aniqlanadi?**

A) $L^{-1}\{W(p)\}$. B) $L^{-1}\{W(p)/p\}$.

C) $L^{-1}\{W(t)\}$. D) $L^{-1}\{W(j\omega)\}$.

**27. O‘tish $h(t)$ va vazn $\omega(t)$ funksiyalarini o‘zaro bog‘liqligini ko‘rsatuvchi ifodani toping.**

A) $h(t)=\int\omega(t)dt$. B) $h(t)=t\omega(t)$.

C) $h(t)=\omega(t)/t$. D) $h(t)=d\omega(t)/dt$.

**28. Qaysi atamada holat bo‘shlig‘i usulida boshqarish obyektining tavsifi ishlab chiqiladi?**

A) «Kirish-holat-chiqish». B) «Kirish-chiqish».

C) «Kirish-holat». D) «Holat-chiqish».

**29. Tizimning $\omega(t)$ vaznli funksiyasi qaysi ifoda yordamida aniqlanadi?**

A) $L^{-1}\{W(p)\}$. B) $L^{-1}\{W(p)/p\}$.

C) $L^{-1}\{W(t)\}$. D) $L^{-1}\{W(j\omega)\}$.

**30. Ushbu $h(t)=\delta(t)$ o‘tish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Differensiallovchi. B) Kechikuvchi.

C) Integrallovchi. D) Aperiodik.

**31. Ushbu $\omega(t)=\frac{K}{T}e^{-\frac{t}{T}}$ vaznli funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Differensiallovchi. B) Kechikuvchi.
C) Integrallovchi. D) Aperiodik.

**32. $L(w)=-40\,db/dek$ ko'rinishli LAChX qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Aperiodik. B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi. D) Tebranuvchi.

**33. Ushbu $W(p)=K(1+pT)$ uzatish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Tezlatuvchi (jadallash). B) Kechikuvchi.
C) Integrallovchi. D) Aperiodik.

**34. Qaysi o'tish funksiyasi kechikuvchi zvenoga tegishli?**

A) $h(t)=\delta(t-\tau)$. B) $h(t)=\delta(t)$.
C) $h(t)=KT\delta(t-\tau)$. D) $h(t)=\frac{K}{T}\delta(t-\tau)$.

**35. $\varphi(\omega)=90^{\circ}$ FChX qaysi dinamik zvenoga tegishli?**

A) Tebranuvchi. B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi. D) Kuchaytiruvchi.

**36. Qaysi uzatish funksiyasi jadallashtiruvchi (tezlatuvchi) zvenoga qarashli?**

A) $W(p)=K(1+pT)$. B) $W(p)=K/(1+pT)$.
C) $W(p)=KT(1+pT)$. D) $W(p)=KT/(1+pT)$.

**37. $h(t)=1(t-\tau)$ o'tish funksiyasi qaysi dinamik zvenoni tavsiflaydi?**

A) Integrallovchi. B) Aperiodik.
C) Differensiallovchi. D) Kechikuvchi zveno.

**38. $W(p)=K(1+pT)$ uzatish funksiyali statik tavsifga ega zvenoni ko'rsating?**

A) $y=Kx$. B) $y=K/x$.
C) $y=K$. D) $y=x$.

**39. Quyida keltirilgan tenglamalardan qaysi biri $1(t)$ birlik pog'onali funksiyadan olingan hosilani tavsiflaydi?**

A) $\delta(t)$. B) $KT\delta(t)$.

C) $K/T\delta(t)$. D) $\dot{\delta}(t)$.

**40. Tizimning statik xarakteristikasi nima?**

A) Muvozanat rejimdagi kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.

B) Kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.

C) Tizimning birlik pog'onali signalga reaksiyasi.

D) Tizimning impulsli signalga reaksiyasi.

**41. Tizimning dinamik xarakteristikasi nima?**

A) Kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.

B) O'tkinchi holat rejimidagi kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.

C) Garmonik signal reaksiyasi.

D) Tizimning impulsli signal reaksiyasi.

**42. Qaysi uzatish funksiyasi tebranuvchi zvenoga tegishli?**

A) $W(p) = k * p$. B) $W(p) = \dfrac{k}{pT+1}$.

C) $W(p) = \dfrac{k}{p^2T^2 + 2\xi p\,\mathrm{T} + 1}$. D) $W(p) = k$.

**43. Qaysi uzatish funksiyasi differensiallovchi zvenoga tegishli?**

A) $W(p) = \dfrac{k}{p}$. B) $W(p) = \dfrac{k}{pT+1}$.

C) $W(p) = k * p$. D) $W(p) = \dfrac{k}{p^2T^2 + 2\xi p\,\mathrm{T} + 1}$.

**44. Qaysi uzatish funksiyasi integrallovchi zvenoga tegishli?**

A) $W(p) = \dfrac{k}{pT+1}$. B) $W(p) = \dfrac{k}{p}$.

C) $W(p) = k$. D) $W(p) = k * p$.

**45. Qaysi uzatish funksiyasi inersial zvenoga tegishli?**

A) $W(p)=\dfrac{k}{pT+1}$.

B) $W(p)=k$.

C) $W(p)=\dfrac{k}{p^2T^2+2\xi p\,\mathrm{T}+1}$.

D) $W(p)=\dfrac{k}{p}$.

**46. Qaysi uzatish funksiyasi proporsional zvenoga tegishli?**

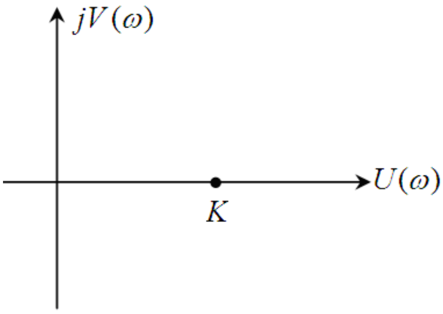
A) $W(p)=\dfrac{k}{p^2T^2+2\xi p\,\mathrm{T}+1}$.

B) $W(p)=k*p$.

C) $W(p)=\dfrac{k}{pT+1}$.

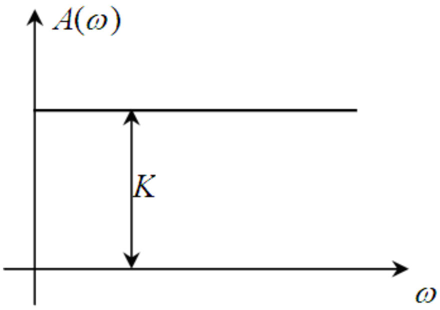
D) $W(p)=k$.

**47. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?**



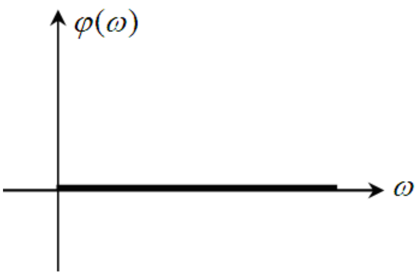

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**48. Quyidagi rasmda keltirilgan AChX qaysi zvenoga tegishli?**



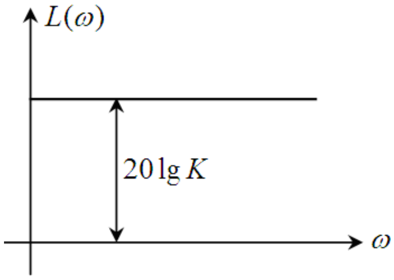

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**49. Quyidagi rasmda keltirilgan FChX qaysi zvenoga tegishli?**



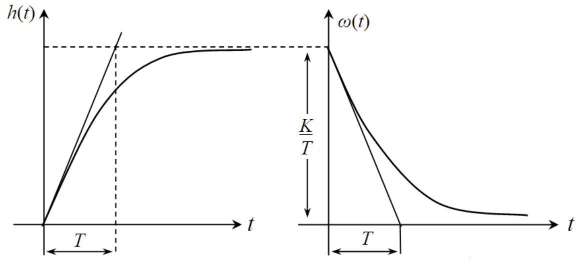

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**50. Quyidagi rasmda keltirilgan LAChX qaysi zvenoga tegishli?**



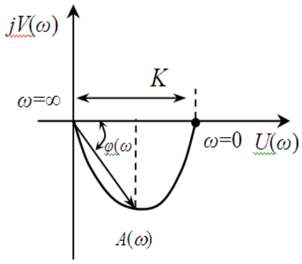

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**51. Quyidagi rasmda keltirilgan o‘tkinchi va impulsli o‘tkinchi xarakteristika qaysi zvenoga tegishli?**



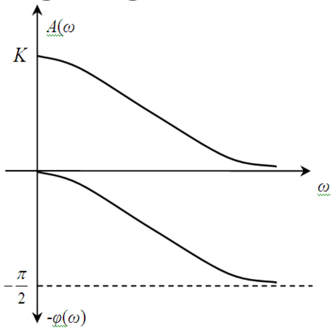

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**52. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?**




A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**53. Quyidagi rasmda keltirilgan LAChX va LFChX qaysi zvenoga tegishli?**

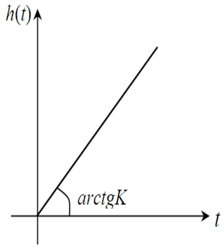



A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**54.** $L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{1+\omega^2 T^2}$ **ifoda yordamida qaysi zvenoning LAChX aniqlanadi?**

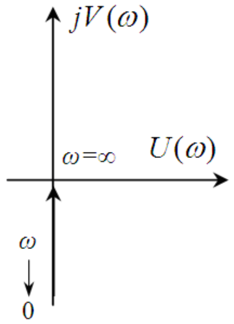
A) Kuchaytiruvchi (proporsional). B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi. D) Aperiodik.

**55. Quyidagi rasmda keltirilgan o‘tkinchi va impulsli o‘tkinchi xarakteristika qaysi zvenoga tegishli?**



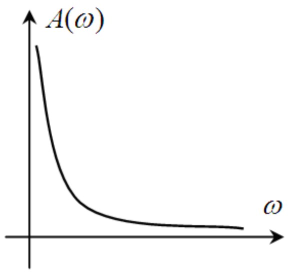

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**56. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?**



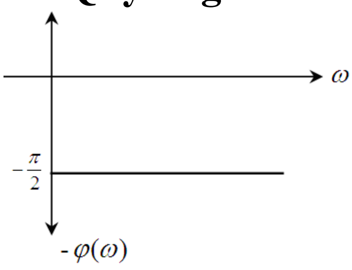

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**57. Quyidagi rasmda keltirilgan AChX qaysi zvenoga tegishli?**



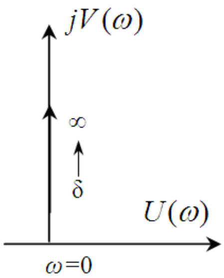

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**58. Quyidagi rasmda keltirilgan FChX qaysi zvenoga tegishli?**



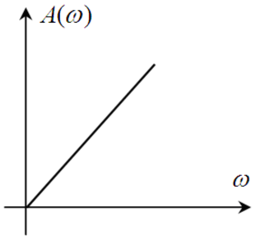

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**59. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?**



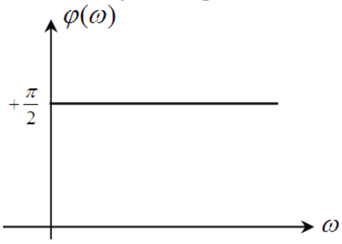

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**60. Quyidagi rasmda keltirilgan AChX qaysi zvenoga tegishli?**



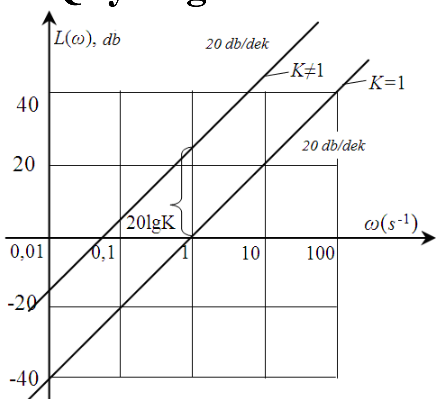

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**61. Quyidagi rasmda keltirilgan FChX qaysi zvenoga tegishli?**



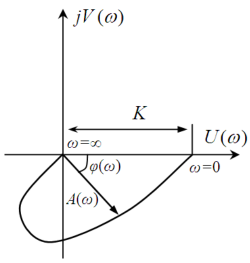

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**62. Quyidagi rasmda keltirilgan LAChX qaysi zvenoga tegishli?**



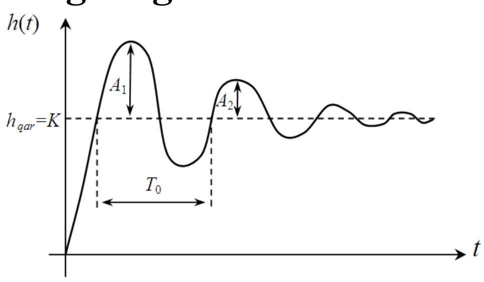

A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**63. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?**



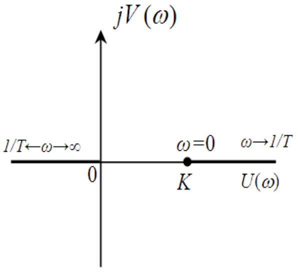

A) Tebranuvchi.
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**64. Quyidagi rasmda keltirilgan o'tkinchi xarakteristika qaysi zvenoga tegishli?**



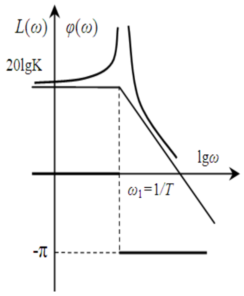

A) Tebranuvchi.
B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**65. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?**



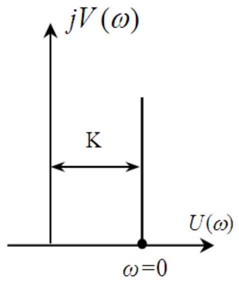

A) Tebranuvchi.
B) Konservativ.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**66. Quyidagi rasmda keltirilgan LAFChX qaysi zvenoga tegishli?**



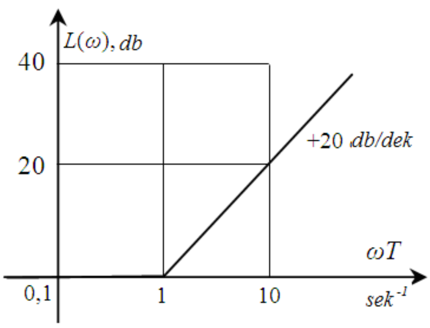

A) Tebranuvchi.
B) Konservativ.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**67. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?**



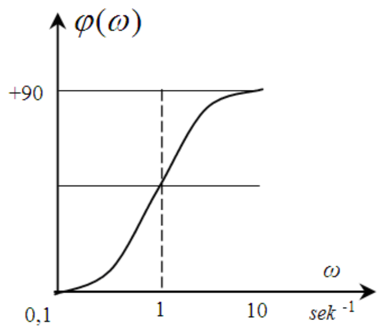

A) Tezlatuvchi (jadallovchi).
B) Konservativ.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**68. Quyidagi rasmda keltirilgan LAChX qaysi zvenoga tegishli?**



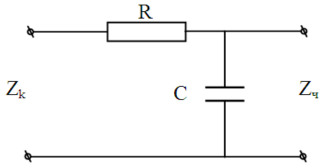

A) Tezlatuvchi (jadallovchi).
B) Konservativ.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**69. Quyidagi rasmda keltirilgan LFChX qaysi zvenoga tegishli?**



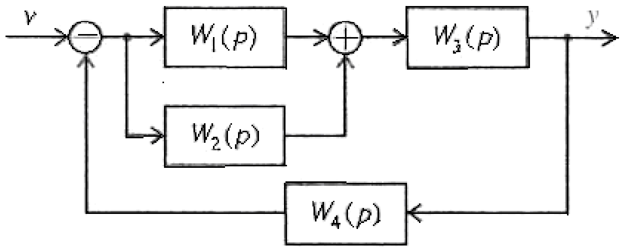

A) Tezlatuvchi (jadallovchi).
B) Konservativ.
C) Differensiallovchi.
D) Aperiodik.

**70. Ushbu zanjirning uzatish funksiyasi qaysi zvenoga tegishli**




A) Kuchaytiruvchi (proporsional)
B) Konservativ
C) Differensiallovchi
D) Aperiodik

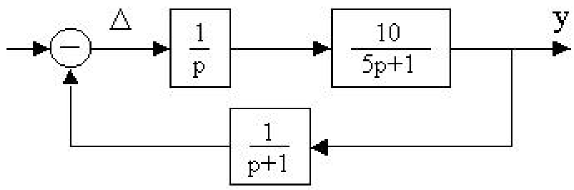
**71. Ushbu sxemaning umumiy uzatish funksiyasi to‘g‘ri keltirilgan javobni tanlang.**




A) $W(p) = \dfrac{(W_1(p) + W_2(p))W_3(p)}{1 + (W_1(p) + W_2(p))W_3(p)W_4(p)}$. B) $W(p) = \dfrac{(W_1(p) + W_2(p)) + W_3(p)}{1 + (W_1(p) + W_2(p)) + W_3(p)W_4(p)}$.

C) $W(p) = \dfrac{(W_1(p) + W_2(p))W_3(p)}{1 + (W_1(p) + W_2(p))W_3(p)}$. D) $W(p) = \dfrac{(W_1(p)W_2(p)) + W_3(p)}{1 + (W_1(p)W_2(p)) + W_3(p)}$.

**72. Ushbu sxemaning umumiy uzatish funksiyasi to‘g‘ri keltirilgan javobni tanlang.**




A) $W(p) = \dfrac{10(p+1)}{p(5p+1)(p+1)+10}$. B) $W(p) = \dfrac{(p+1)}{p(5p+1)(p+1)+1}$.

C) $W(p) = \dfrac{10(p+1)}{p(5p+1)(p+1)+1}$. D) $W(p) = \dfrac{10}{p(5p+1)(p+1)}$.

**73. Birlik pog‘onali signal yoki pog‘onali funksiya ifodasi to‘g‘ri keltirilgan javobni toping.**

A) $x(t) = A \cdot 1(t)$, $A = const$, $1(t) = \begin{cases} 1 \ \ agar \ \ t \geq 0, \\ 0 \ \ agar \ \ t < 0. \end{cases}$

B) $x(t) = A \cdot \delta(t)$, $A = const$, $\delta(t) = \begin{cases} \infty \ \ agar \ \ t = 0; \\ 0 \ \ agar \ \ t \neq 0. \end{cases}$

C) $x(t) = A_k(\omega)\sin(\omega t + \varphi_k(\omega))$, $x(t) = A_k(\omega)\cos(\omega t + \varphi_k(\omega))$.

D) $A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$.

**74. Impulsli signal (funksiya) ifodasi to‘g‘ri keltirilgan javobni aniqlang.**

A) $x(t) = A \cdot 1(t)$, $A = const$, $1(t) = \begin{cases} 1 \;\; agar \;\; t \geq 0, \\ 0 \;\; agar \;\; t < 0. \end{cases}$

B) $x(t) = A \cdot \delta(t)$, $A = const$, $\delta(t) = \begin{cases} \infty \; agar \;\; t = 0; \\ 0 \; agar \;\; t \neq 0. \end{cases}$

C) $x(t) = A_k(\omega)\sin(\omega t + \varphi_k(\omega))$, $x(t) = A_k(\omega)\cos(\omega t + \varphi_k(\omega))$.

D) $A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$.

**75. Tizim yoki zvenoning garmonik signaldan olingan reaksiyasiga qanday xarakteristika deyiladi.**

A) Chastotaviy. B) O‘tkinchi.

C) Impulsli o‘tkinchi. D) Amplituda fazali.

**76. Chastota noldan cheksiz oraliqda o‘zgarganda $\overrightarrow{OC}$ vektorning kompleks tekisligida chizgan egri chizig‘iga nima deyiladi?**

A) Amplituda-fazali xarakteristika (AFX).

B) Amplituda-chastotali xarakteristika (AChX).

C) Mavhum-chastotali xarakteristika (MChX).

D) Haqiqiy-chastotali xarakteristika (XChX).

**77. Chastotali uzatish funksiyasining argumenti nimani ko‘rsatadi?**

A) Chiqish va kirish signallari orasidagi burchak siljishini.

B) Chiqish signalining amplitudasini kirish signalining amplitudasiga nisbatan necha marotaba kattaligini.

C) Chastotali uzatish funksiyasining modulini.

D) Chastotaning o‘zgarishiga qarab amplituda va fazaning o‘zgarishini.

**78.** $\lg\omega$ **qanday o‘lchov birligida o‘lchanadi?**

A) Dekada. B) Desibel.

C) Santimetr. D) Millimetr.

**79. Bir dekada chastotani necha marta oshishini bildiradi?**

A) 10. B) 100.

C) 1000. D) 10000.

**80.** $L(\omega)$ **qanday o‘lchov birligida o‘lchanadi?**

A) Dekada. B) Desibell.
C) Santimetr. D) Millimetr.

**81. Bir desibel necha bellga teng?**

A) $\frac{1}{10}bell$. B) 10 $bell$.
C) 100 $bell$. D) $\frac{1}{100}bell$.

**82.** $y(t) = u(t-\tau)$, **bu yerda** $\tau$ **– doimiy kattalik (miqdor) bo‘lib, nima deyiladi?**

A) Kechikish vaqti. B) Doimiy vaqt.
C) O‘sish vaqti. D) O‘tkinchi jarayon vaqti.

**83. Kechikuvchi zvenoning uzatish funksiyasi to‘g‘ri keltirilgan javobni toping.**

A) $W_{kech}(p) = e^{-p\tau}$. B) $W_{kech}(p) = e^{p\tau}$.
C) $W_{kech}(p) = e^{t/\tau}$. D) $W_{kech}(p) = e^{-t/\tau}$.

**84. Tipik ta’sir** $\delta(t)$**ga teng bo‘lgan reaksiya qanday nomlanadi?**

A) Vazn funksiyasi. B) O‘tish funksiyasi.
C) Uzatish funksiyasi. D) Chastotaviy funksiya.

**85. Turg‘un rejimda garmonik ta’sirga bo‘lgan reaksiya nima deb nomlanadi?**

A) Chastotaviy funksiya. B) O‘tish funksiyasi.
C) Uzatish funksiyasi. D) Impulsli funksiya.

**86.** $1/s^2$ **ni Laplas bo‘yicha tasviri quyida keltirilgan qaysi tipik ta’sirga mos keladi?**

A) $t$. B) $\delta(t)$.
C) $\sin(t)$. D) $1(t)$.

**87.** $\frac{1}{2s+1}$ **zveno qanday nomlanadi?**

A) Aperiodik. B) Astatik.
C) Proporsional. D) Tebranuvchi.

**88.** $\dfrac{1}{2s^2+1}$ **zveno qanday nomlanadi?**

A) Konservativ. B) Astatik.
C) Proporsional. D) Tebranuvchi.

**89. Differensiallovchi zvenoning AFChXsi qanday ko‘rinishda bo‘ladi?**

A) To‘g‘ri chiziq. B) Ellips.
C) Uchburchak. D) Ko‘pburchak.

**90. Integrallovchi zvenoning AFChXsi qanday ko‘rinishda bo‘ladi?**

A) To‘g‘ri chiziq. B) Ellips.
C) Uchburchak. D) Ko‘pburchak.

**91. Quyidagi shartlar qay biri bajarilganda zveno konservativ deb ataladi?**

A) $\xi = 0$. B) $0 < \xi < 1$.
C) $\xi = 1$. D) $\xi > 1$.

**92. Agar barcha chastotalarda noldan cheksizgacha $A(\omega) = 1$ bo‘lsa, unda zveno qanday nomlanadi?**

A) Kechikuvchi. B) Integrallovchi.
C) Differensial. D) Proporsionallovchi.

**93. Qaysi ibora tipik dinamik zveno talablariga javob bermaydi?**

A) Zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti – musbat.
B) Zveno bitta erkin o‘zgaruvchi bilan aniqlanadi.
C) Zveno boshqa zvenolarga ulanganda o‘z tavsiflarini o‘zgartirmaydi.
D) Zveno ikkinchi tartibdan yuqori bo‘lmagan differensial tenglama bilan ifodalanadi.

**94. Agar aperiodik (inersion) zvenoning vaqt doimiysi $T$ ni nolgacha kamaytirilsa, u qanday zvenoga aylanadi?**

A) Proporsional zvenoga.
B) Integrallovchi zvenoga.
C) Differensiallovchi zvenoga.
D) Tebranuvchi zvenoga.

**95. Uzatish funksiyasining nollari deganda nimani tushunasiz?**
A) Surat ildizlari.
B) Maxraj ildizlari.
C) O‘tkinchi funksiya hosilasi.
D) Vazn funksiyasi.

**96. Uzatish funksiyasining qutblari deganda nimani tushunasiz?**
A) Surat ildizlari.
B) Maxraj ildizlari.
C) O‘tkinchi funksiya hosilasi.
D) Vazn funksiyasi.

**97. Agar tizimning xarakteristik tenglamasini ildizlari kompleks tekisligining chap yarim tekisligida joylashgan bo‘lsa, uzluksiz tizim qaysi holatda bo‘ladi?**
A) Turg‘unlik chegarasida. B) Noturg‘un.
C) Turg‘un. D) Shartlar yetarli emas.

**98. Agar tizimning xarakteristik tenglamasini ildizlari kompleks tekisligining chap va o‘ng yarim tekisliklarida joylashgan bo‘lsa, tizim qaysi holatda bo‘ladi?**
A) Tizim noturg‘un. B) Tizim turg‘un.
C) Tizim neytral. D) Shartlar yetarli emas.

**99. Agar tizimning xarakteristik tenglamasini ildizlari kompleks tekisligining chap yarim tekisligida va mavhum o‘qida joylashgan bo‘lsa, tizim qaysi holatda bo‘ladi?**
A) Turg‘unlik chegarasida. B) Tizim turg‘un.
C) Tizim neytral. D) Shartlar yetarli emas.

**100. Uzatish funksiyasi** $W(p) = K/(1+T_1 p)(1+T_2 p)$ **bo‘lgan tizimning turg‘unligini aniqlang.**
A) Noturg‘un. B) Turg‘un.
C) Turg‘unlik chegarasida. D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**101. Uzatish funksiyasi** $W(p) = K(1+T_2 p)/p(1+T_1 p)(1+T_3 p)$ **bo‘lgan tizimning turg‘unligini aniqlang.**
A) Noturg‘un. B) Turg‘un.
C) Turg‘unlik chegarasida. D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**102. Xarakteristik tenglamasi $5p^3+4p^2+2p+1=0$ bo‘lgan tizimning turg‘unligini aniqlang.**

A) Noturg‘un. B) Turg‘un.
C) Turg‘unlik chegarasida. D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**103. Xarakteristik tenglamasi $5p^3+4p^2+p+4=0$ bo‘lgan tizimning turg‘unligini aniqlang.**

A) Noturg‘un. B) Turg‘un.
C) Turg‘unlik chegarasida. D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**104. Xarakteristik tenglamasi $3p^5+10p^4+5p^3-7p^2+p+100=0$ bo‘lgan tizimning turg‘unligini aniqlang.**

A) Noturg‘un. B) Turg‘un.
C) Turg‘unlik chegarasida. D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**105. Agar Mixaylov gadografi $\omega$ chastotaning noldan cheksizlikkacha o‘zgarishida soat strelkasiga teskari koordinatali tekisligining kvadrantini ketma-ket aylanib chiqsa, uchinchi tartibli tizim turg‘un bo‘ladimi?**

A) Turg‘unlik chegarasida. B) Noturg‘un.
C) Turg‘un. D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**106. Quyida keltirilgan javoblarning qaysi birida turg‘unlikning Mixaylov mezoni haqida to‘g‘ri fikr yuritilgan?**

A) Mixaylovning turg‘unlik mezoni o‘zining mohiyati jihatdan argumentlar prinsipining geometrik tasviridir.

B) Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari asosida kompleks o‘zgaruvchi funksiya nazariyasidan ma’lum bo‘lgan argumentlar prinsipi yotadi.

C) Tizimning turg‘unligi xarakteristik tenglamalarning ildizlarini hisobga olmasdan turib aniqlaydigan qoidalar turg‘unlikning Mixaylov mezonini bildiradi.

D) Chastota $-\infty \le \omega \le \infty$ o‘zgarganda $D(j\omega)$ vektori argumentining o‘zgarishi chap va o‘ng ildizlar ayirmasining «$\pi$» soniga ko‘paytirilganiga teng bo‘ladi.

**107. Ochiq tizimning AFX bo‘yicha berk tizimning turg‘unligini tahlil masalasi ko‘rilmoqda. Quyida keltirilganlardan turg‘unlik mezonlarining qaysi biri ushbu masalani yechadi?**

A) Naykvistning turg‘unlik mezoni.
B) Mixaylovning turg‘unlik mezoni.
C) Mixaylovning turg‘unlik mezoni.
D) D-bo‘lish usuli.

**108. Ochiq tizimning AFX** $(-1; j0)$ **koordinatali nuqtani musbat yo‘nalishda ikki marta aylanadi, uning xarakteristik tenglamasi esa to‘rtta o‘ng yechimlarga ega. Berk tizim turg‘unmi?**

A) Turg‘unlik chegarasida topiladi. B) Neytral.
C) Turg‘un. D) Noturg‘un.

**109. Ochiq tizimning AFX** $(-1; j0)$ **koordinatali nuqtani musbat yo‘nalishda bir yarim marta aylanadi. Ochiq tizimning xarakteristik tenglamasining qanday sonli o‘ng yechimlarda berk tizim turg‘un bo‘ladi?**

A) Uch. B) To‘rt.
C) Olti. D) Nol.

**110. Agar Mixaylov gadografi** $\omega$ **chastotaning noldan cheksizlikkacha o‘zgarishida soat strelkasiga teskari koordinatali tekisligining beshta kvadrantini ketma-ket aylanib chiqsa, to‘rtinchi tartibli tizim turg‘un bo‘ladimi?**

A) Shartlar yetarli emas. B) Turg‘unlik chegarasida.
C) Noturg‘un. D) Turg‘un.

**111. Avtomatik boshqarish tizimining turg‘unligi nima?**

A) Tizimni tashqi ta’sirlardan so‘ng muvozanat holatiga yana qaytish qobiliyati.
B) Tizimni boshlang‘ich holatiga qaytish qobiliyati.
C) Tizimning dinamik xususiyatlarini hisobga olish qobiliyati.
D) Tizimning statik xususiyatlarini hisobga olish qobiliyati.

**112. Turg‘unlikning Gurvis mezoni shartini ko‘rsating.**

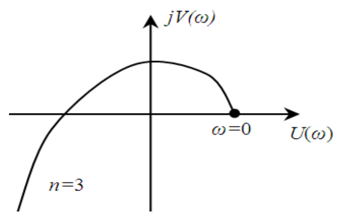
A) Xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlari noldan katta bo‘lishi kerak.

B) Hech bo‘lmaganda bitta aniqlovchi noldan katta bo‘lishi kerak.
C) Matritsaning diagonal elementlari noldan katta bo‘lishi kerak.
D) Agar xarakteristik tenglamaning barcha tartibli koeffitsiyentlari va aniqlovchilari noldan katta bo‘lsa.

**113. Tizimning xarakteristik tenglamasi nima?**
A) Tizimning dinamikasini aniqlovchi ildizlari.
B) Laplas o‘zgartirishini differensial tenglamalarga qo‘llanilishi.
C) Tizimning harakat xarakteristikasini aniqlovchi ildizlari.
D) Tizimning statikasini aniqlovchi ildizlari.

**114. Agar ochiq tizim o‘ng yechimlarga ega bo‘lmasa, qaysi holatda berk tizim turg‘un bo‘ladi?**
A) Agar ochiq tizimning AFX si (-1,j0) kritik nuqtani qamrab olmasa.
B) Agar ochiq tizimning AFX si (-1,j0) kritik nuqtani qamrab olsa.
C) Agar yopiq tizimning AFX si (-1,j0) kritik nuqtani qamrab olmasa.
D) Ochiq tizimning AFX si (-1,j0) kritik nuqtani n marta qamrab olmasa.

**115. Rasmda keltirilgan Mixaylov gadografiga qarab tizimning turg‘unligi to‘g‘risida qanday fikr yuritishimiz mumkin?**




A) Turg‘un.
B) Noturg‘un.
C) Turg‘unlik chegarasida.
D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**116. Turg‘unlik sharti to‘g‘ri keltirilgan javob variantini toping**
A) $t \to \infty$ bo‘lganda $y_e(t) \to 0$.
B) $t \to \infty$ bo‘lganda $y_m(t) \to 0$.
C) $t \to \infty$ bo‘lganda $y_e(t), y_m(t) \to 0$.
D) $t \to \infty$ bo‘lganda $y_e(t), y_m(t) \to 1$.

**117. Qaysi javobda A.M.Lyapunov tomonidan nochiziqli tizimlarning chiziqlantirilgan tenglamalari uchun turg‘unlikning 1-teoremasi to‘g‘ri keltirilgan?**

A) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining haqiqiy qismi manfiy bo‘lsa, unda real tizim ham turg‘un bo‘ladi.

B) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining haqiqiy qismi musbat bo‘lsa, unda real tizim ham turg‘un bo‘ladi.

C) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining mavhum qismi musbat bo‘lsa, unda real tizim ham turg‘un bo‘ladi.

D) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining mavhum qismi manfiy bo‘lsa, unda real tizim ham turg‘un bo‘ladi.

**118. Turg‘unlikning algebraik mezonlari qaysi javobda to‘g‘ri keltirilgan?**

A) Gurvis mezoni, Rauss mezoni.

B) Gurvis mezoni, Mixaylov mezoni.

C) Naykvist mezoni, Rauss mezoni.

D) Mixaylov mezoni, Naykvist mezoni.

**119. Turg‘unlikning chastotaviy mezonlari qaysi javobda to‘g‘ri keltirilgan?**

A) Gurvis mezoni, Rauss mezoni.

B) Gurvis mezoni, Mixaylov mezoni.

C) Naykvist mezoni, Rauss mezoni.

D) Mixaylov mezoni, Naykvist mezoni.

**120. Tizimning turg‘unligi xarakteristik tenglamalarning ildizlarini hisobga olmasdan turib aniqlaydigan qoidalar turg‘unlikning qanday mezonlari deyiladi?**

A) Algebraik.

B) Chastoraviy.

C) Logarifmik.

D) Ma’lumot yetarli emas.

**121. Turg‘unlikning algebraik mezoni xarakteristik tenglamaning … orqali tizimning turg‘unligi haqida fikr yuritish imkonini beradi.**

A) Koeffitsiyentlari.

B) O‘zgaruvchilari.

C) Operatorlari.

D) Ildizlari.

**122. Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlarini musbat bo‘lishi tizimning turg‘un bo‘lishi uchun qanday shart hisoblanadi.**

A) Zaruriy shart.
B) Yetarli shart.
C) Zaruriy va yetarli shart.
D) Hech qanday shart hisoblanmaydi.

**123. Rauss jadvalini to‘ldirish uchun qanday ifodadan foydalanamiz?**

A) $c_{n,i} = c_{n+1,\,i-2} - r_i c_{n+1,\,i-1}$, $n$-ustun, $i$-qator.
B) $c_{i,n} = c_{n-1,\,i+2} - r_i c_{n-1,\,i+1}$, $n$-ustun, $i$-qator.
C) $c_{n,i} = c_{n+2,\,i-1} - r_i c_{n+2,\,i-1}$, $n$-ustun, $i$-qator.
D) $c_{n,i} = c_{n+2,\,i-2} - r_i c_{n+2,\,i-2}$, $n$-ustun, $i$-qator.

**124. Gurvis turg‘unlik mezonining zaruriy va yetarli sharti to‘g‘ri keltirilgan javobni tanlang.**

A) $n$-tartibli chiziqli tizimning turg‘un bo‘lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlardan tashkil topgan $n$ ta aniqlovchilar musbat bo‘lishi zarur va yetarli.
B) $n$-tartibli chiziqli tizimning turg‘un bo‘lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlardan tashkil topgan $n$ ta aniqlovchilar manfiy bo‘lishi zarur va yetarli.
C) $n$-tartibli chiziqli tizimning turg‘un bo‘lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlar musbat bo‘lishi zarur va yetarli.
D) $n$-tartibli chiziqli tizimning turg‘un bo‘lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlar manfiy bo‘lishi zarur va yetarli.

**125. Gurvis aniqlovchisi (determinanti) ning oxirgi tartibi nimaga teng.**

A) $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$.
B) $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-2}$.
C) $\Delta_n = a_{n-1} \cdot \Delta_{n-1}$.
D) $\Delta_n = a_{n-2} \cdot \Delta_{n-1}$.

**126. Turg‘unlikning logarifmik mezonining to‘g‘ri tarifi keltirilgan javobni toping.**

A) Agar ochiq tizim turg‘un bo‘lsa, unda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun $\omega_k < \omega_{o'}$ (kesishish va o‘tish chastotalari) sharti bajarilishi kerak. Aks holda berk tizim noturg‘un bo‘ladi.

B) Agar ochiq tizim turg‘un bo‘lsa, unda berk tizim turg‘un bo‘lishi uchun $\omega_k > \omega_{o'}$ (kesishish va o‘tish chastotalari) sharti bajarilishi kerak. Aks holda berk tizim noturg‘un bo‘ladi.

C) $n$-tartibli chiziqli tizimning turg‘un bo‘lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlardan tashkil topgan $n$ ta aniqlovchilar musbat bo‘lishi zarur va yetarli.

D) $n$-tartibli chiziqli tizimning turg‘un bo‘lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlar manfiy bo‘lishi zarur va yetarli.

**127. Parametrlar tekisligida ildizlarning tartibda joylashishiga qarab sohalarga ajratuvchi egri chiziqlar to‘plamiga qanday bo‘linish deyiladi.**

A) Parametrlar tekisligining D-bo‘linishi.
B) Parametrlar tekisligining S-bo‘linishi.
C) Bir parametr va ikki parametrlar tekisligi.
D) Ikki parametrlar tekisligi.

**128. D-bo‘linish chegarasini qarayotganda uni faqat chastotaning qanday qiymatlari uchun qurish yetarlidir?**

A) Musbat ya’ni $0 < \omega < \infty$.
B) Manfiy ya’ni $\infty < \omega < 0$.
C) Musbat va manfiy ya’ni $\infty < \omega < \infty$.
D) Ma’lumotlar yetarli emas.

**129. Tarkibida hech bo‘lmaganda bitta kechikuvchi zveno bo‘lgan avtomatik boshqarish tizimlari qanday tizimlar deyiladi?**

A) Kechikuvchi. B) Optimal.
C) Adaptiv. D) Suboptimal.

**130. Agar kechikish vaqti $\tau$ minimal kritik kechikish vaqti $\tau_{кр\,min}$ dan kichik (ya’ni $\tau < \tau_{кр\,min}$) bo‘lsa, avtomatik boshqaruv tizimi qanday bo‘ladi?**

A) Turg‘un. B) Noturg‘un.
C) Turg‘unlik chegarasida. D) Bunday bo‘lishi mumkin emas.

**131. O‘tarostlash qiymati qaysi xususiyatni ko‘rsatadi?**

A) O‘tish vaqti. B) Maksimal dinamik xatolik.
C) Sezuvchanlik. D) Asllik.

**132. O‘tkinchi jarayon vaqti qaysi xususiyatni ko‘rsatadi?**

A) Doimiy vaqt. B) Statik holati.
C) Sezuvchanlik. D) Asllik.

**133. Tizimning statik xatoligi asosan qaysi parametrga bog‘liq?**

A) Vaqt doimiysi.
B) Kuchaytirish koeffitsiyenti.
C) Kechikish vaqti.
D) Vaqt doimiysi va kuchaytirish koeffitsiyenti.

**134. O‘tarostlash qiymati qaysi ifoda bilan hisoblanadi?**

A) $h_{\max}/h_{\infty}$. B) $h_{\infty}/h_{\max}$.
C) $(h_{\max}-h_{\infty})/h_{\max}$. D) $\dfrac{(h_{\max}-h_{\infty})}{h_{\max}}\cdot 100\%$.

**135. Boshqarish tizimining tezligini oshirish usulini ko‘rsating.**

A) Tizim tarkibiga integrallovchi zveno kiritish orqali.
B) Tizim tarkibiga kuchaytiruvchi zveno kiritish orqali.
C) Tizim tarkibiga korrektlovchi zveno kiritish orqali.
D) Tizim tarkibiga differensiallovchi zveno kiritish orqali.

**136. Boshqarish tizimining aniqligini oshirish usulini ko‘rsating.**

A) Tizim tarkibiga differensiallovchi zveno kiritish orqali.
B) Tizim tarkibiga integrallovchi zveno kiritish orqali.
C) Tizim tarkibiga kuchaytiruvchi zveno kiritish orqali.
D) Tizim tarkibiga korrektlovchi zveno kiritish orqali.

**137. O‘tkinchi jarayon egri chizig‘i bo‘yicha aniqlangan sifat ko‘rsatkichlarini tizimning sifatini baholashning qanday usuli dey-iladi?**

A) Bevosita. B) Bilvosita.
C) Xatolik koeffitsiyenlar. D) Chastotaviy.

**138. Ayrim hollarda yuqori tartibli tizimlar uchun o‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlash ancha qiyinchilik tug‘diradi. Shunday hollarda o‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlamasdan**

**turib shu jarayonning sifatini baholashga imkon beruvchi usulni sifat ko‘rsatkichlarini baholashning qanday usuli deyiladi?**

A) Bevosita. B) Bilvosita.

C) Xatolik koeffitsiyentlar. D) Chastotaviy.

**139. Barqaror rejimda rostlash sifatini baholashda xatolik koeffitsiyentlari qanday ifoda yordamida aniqlanadi?**

A) $C_n = \lim\limits_{p\to 0} \frac{1}{p^n}\left[\Phi_\Delta(p) - C_0 - C_1 p - ...C_{n-1}p^{n-1}\right]\cdot$

B) $C_2 = \lim\limits_{p\to 0} \frac{1}{p^2}\left[\Phi_\Delta(p) - C_0 - C_1 p\right]\cdot$

C) $C_1 = \lim\limits_{p\to 0} \frac{1}{p}\left[\Phi_\Delta(p) - C_0\right]\cdot$

D) $C_0 = \lim\limits_{p\to 0} \Phi_\Delta(p)\cdot$

**140. Pog‘onali signallar ta’siri orqali o‘tish jarayonining sifatini baholashda so‘nish dekrementi qanday topiladi?**

A) $\chi = \left|\frac{h_{\max} - h_{qar}}{h_{\min} - h_{qar}}\right| \cdot 100\% \cdot$ B) $\chi = \left|\frac{h_{\max} - h_{qar}}{h_{qar}}\right| \cdot 100\% \cdot$

C) $\chi = \left|\frac{h_{qar} - h_{\max}}{h_{\min}}\right| \cdot 100\% \cdot$ D) $\chi = \left|\frac{h_{max}}{h_{min} - h_{qar}}\right| \cdot 100\% \cdot$

**141. Rostlash sifatini baholashning ildizli usullari nimaga asoslangan?**

A) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga va o‘tish jarayonining sifati bilan ko‘rsatilgan chegaralar orasidagi bog‘liqlikni aniqlashga asoslangan.

B) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga asoslangan.

C) O‘tish jarayonining sifati bilan ko‘rsatilgan chegaralar orasidagi bog‘liqlikni aniqlashga.

D) Bu usul o‘tish jarayonining tebranuvchanligini va rostlash vaqtini yetarli darajada tez aniqlashga imkon beradi.

**142. Rostlash sifatini baholashning ildizli usullarini afzalligi (qanday imkon beradi)?**

A) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga va o‘tish jarayonining sifati bilan ko‘rsatilgan chegaralar orasidagi bog‘liqlikni aniqlashga asoslangan.

B) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga asoslangan.

C) O‘tish jarayonining sifati bilan ko‘rsatilgan chegaralar orasidagi bog‘liqlikni aniqlashga.

D) Bu usul o‘tish jarayonining tebranuvchanligini va rostlash vaqtini yetarli darajada tez aniqlashga imkon beradi.

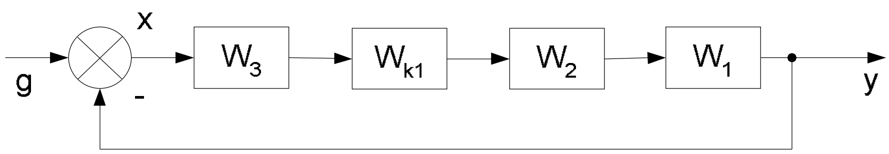
**143. Korrektlovchi qurilma avtomatik rostlash tizimiga turli tarzda kiritilishi mumkin. Korrektlovchi qurilmani tizimga ketma-ket ulananganda qanday qurilma deb ataladi?**

A) Ketma-ket korrektlovchi.
B) Parallel korrektlovchi.
C) Ketma-ket va parallel korrektlovchi.
D) Aralash korrektlovchi.

**144. Korrektlovchi qurilma avtomatik rostlash tizimiga turli tarzda kiritilishi mumkin. Korrektlovchi qurilmani tizimga parallel ulanganda qanday qurilma deb ataladi?**

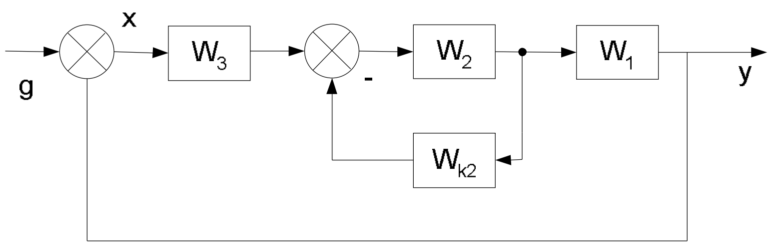
A) Ketma-ket korrektlovchi.
B) Parallel korrektlovchi.
C) Ketma-ket va parallel korrektlovchi.
D) Aralash korrektlovchi.

**145. Quyidagi rasmda korrektlovchi qurilma avtomatik rostlash tizimiga qanday tarzda kiritilgan?**




A) Ketma-ket. B) Parallel.
C) Ketma-ket va parallel. D) Aralash.

**146. Quyidagi rasmda korrektlovchi qurilma avtomatik rostlash tizimiga qanday tarzda kiritilgan?**




A) Ketma-ket. B) Parallel.
C) Ketma-ket va parallel. D) Aralash.

**147. Korrektlovchi qurilma avtomatik rostlash tizimiga parallel kiritilganda ushbu qism qanday nomlanadi?**

A) O‘rab olingan. B) Zaruriy.

C) Berilgan. D) Kesishgan.

**148. Chiziqli ARTni sintez qilishda zaruriy LAChXni qurishdan asosiy maqsad nima?**

A) Amplituda va faza bo‘yicha zaxiralarni aniqlash.

B) O‘tish jarayoni vaqtini aniqlash.

C) O‘tarostlashni aniqlash.

D) Xatolik koeffitsiyentini aniqlash.

**149. Ochiq tizimning zaruriy logarifmik xarakteristikalari loyihalanayotgan tizimga quyilgan qanday talablar orqali quriladi?**

A) Kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti, tizimning astatizm darajasi, o‘tkinchi jarayon vaqti va o‘tarostlash qiymati.

B) Kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti, tizimning astatizm darajasi.

C) O‘tkinchi jarayon vaqti va o‘tarostlash qiymati.

D) Kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti va o‘tarostlash qiymati.

**150. Ochiq tizimning zaruriy logarifmik xarakteristikalari loyihalanayotganda LAChXning past chastotali qismi nimalar orqali aniqlanadi?**

A) Ochiq tizimning kuchaytirish koeffitsiyenti va astatizm darajasi.

B) Ochiq tizimning o‘tkinchi jarayon vaqti va o‘tarostlash qiymati.

C) Ochiq tizimning kuchaytirish koeffitsiyenti va o‘tarostlash qiymati.

D) Ochiq tizimning astatizm darajasi va o‘tarostlash qiymati.

**151. Zaruriy tizimning LAChXsi qurilayotganda kesishish chastotasi qanday aniqlanadi?**

A) O‘tkinchi jarayon vaqti va o‘tarostlash qiymati.

B) Kuchaytirish koeffitsiyenti va o‘tarostlash qiymati.

C) Astatizm darajasi va o‘tarostlash qiymati.

D) Kuchaytirish koeffitsiyenti va astatizm darajasi.

**152. Zaruriy LAFChXni qurish tartibi to‘g‘ri keltirilgan javobni aniqlang.**

A) Qo‘yilgan talablar ($K_z$, $\delta$, $t_{o‘}$, $L_{bn}(\omega)$): $L_z \rightarrow W_z(p) \rightarrow \varphi_z(\omega) \rightarrow \Delta L, \Delta\varphi \rightarrow$ sifatini baholash.

B) Qo‘yilgan talablar ($K_z$, $\delta$, $t_{o‘}$, $L_{bn}(\omega)$): $\rightarrow W_z(p) \rightarrow \varphi_z(\omega) \rightarrow \Delta L, \Delta\varphi \rightarrow$ sifatini baholash.

C) Qo‘yilgan talablar ($K_z$, $\delta$, $t_{o‘}$, $L_{bn}(\omega)$): $L_z \to \Delta L, \Delta\varphi \to$ sifatini baholash.

D) Qo‘yilgan talablar ($K_z$, $\delta$, $t_{o‘}$, $L_{bn}(\omega)$): $L_z \to W_z(p) \to \varphi_z(\omega) \to$ sifatini baholash.

**153. Parallel ulangan korrektlovchi qurilma LAChXsini topish ifodasi to‘g‘ri keltirilgan javobni aniqlang.**

A) $L_{pk}(\omega) = L_{bn}(\omega) - L_z(\omega) - L_{o'o}(\omega)$.

B) $L_{pk}(\omega) = L_{bn}(\omega) - L_z(\omega) + L_{o'o}(\omega)$.

C) $L_{pk}(\omega) = L_{bn}(\omega) + L_z(\omega) + L_{o'o}(\omega)$.

D) $L_{pk}(\omega) = L_{bn}(\omega) + L_z(\omega) - L_{o'o}(\omega)$.

**154. Garmonik chiziqlashtirish usuli orqali o‘rganilayotgan nochiziqli tizimlar tartibi chegaralanadimi?**

A) Yo‘q. B) Ha.

C) Ma’lumotlar yetarli emas.

D) Kanal xatoligi bo‘yicha uzatish koeffitsiyenti kattaligi.

**155. Qanday avtokorrelatsion funksiya tasodifiy jarayonlarda oq shovqin tipida bo‘ladi?**

A) Pog‘onasimon funksiya ko‘rinishida.

B) Trapetsiyasimon funksiya ko‘rinishida.

C) Delta-funksiya ko‘rinishida.

D) Qo‘ng‘iroqsimon funksiya ko‘rinishida.

**156. Turg‘un tizimda:**

A) Vaqtning cheksiz oshishi natijasida erkin kuzatuvchi tashkil etuvchi majburiy harakatga mos keladi.

B) Vaqtning cheksiz oshishi natijasida majburiy tashkil etuvchi nolga intiladi.

C) Istalgan kiruvchi ta’sir natijasida majburiy tashkil etuvchi cheklangan bo‘ladi.

D) Vaqtning cheksiz oshishi natijasida erkin tashkil etuvchi nolga intiladi.

**157. Qanday nochiziqli dinamik tizim mutlaq turg‘un deb nomlanadi?**

A) Nochiziqlilikning muayyan sinfi ichidagi istalgan xarakterdagi nochiziqlik "butun holatda" turg‘undir.

B) "Kichik holatda" turg‘undir.
C) "Katta holatda" turg‘undir.
D) "Butun holatda" turg‘undir.

**158. Dinamik tizim harakati ko‘rinishining qanday xususiyati Lyapunov bo‘yicha turg‘unlik hisoblanadi?**
A) Garmonik tashqi ta’sirlar orqali majburiy.
B) Pog‘onali tashqi ta’sirlar orqali majburiy.
C) Boshlang‘ich og‘ish nol bo‘lishi orqali erkin.
D) Impulsli tashqi ta’sirlar orqali majburiy.

**159. Faqat koordinata boshida nolga aylanadigan, qolgan koordinatalarda bitta belgini saqlaydigan va dinamik tizim fazo holatining qaralayotgan barcha sohalarida uzluksiz funksiya qanday nomlanadi?**
A) Doimiy belgili. B) Aniqlangan belgili.
C) O‘zgaruvchan belgili. D) Aniqlanmagan belgili.

**160. Qanday dinamik tizim "butun holatda" turg‘un deyiladi?**
A) "Kichik" boshlang‘ich og‘ishlarda turg‘un.
B) "Kichik" boshlang‘ich og‘ishlarda asimptotik turg‘un.
C) Istalgan boshlang‘ich og‘ishlarda turg‘un.
D) "Katta" boshlang‘ich og‘ishlarda turg‘un.

**161. Faqat koordinata boshida nolga aylanadigan, qolgan koordinatalarda bitta belgini saqlaydigan va dinamik tizim fazo holatining qaralayotgan barcha sohalarida uzluksiz funksiya qanday nomlanadi?**
A) Doimiy belgili. B) Aniqlangan belgili.
C) O‘zgaruvchan belgili. D) Aniqlanmagan belgili.

**162. Qaralayotgan sohada bitta belgini saqlamaydigan uzluksiz funksiyalar qanday nomlanadi?**
A) Doimiy belgili. B) Aniqlangan belgili.
C) O‘zgaruvchan belgili. D) Aniqlanmagan belgili.

**163. Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo‘yicha hosilasiga qanday cheklanishlar quyilganda turg‘unlik to‘g‘risida Lyapunov mezoni bilan mos keladi?**
A) Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo‘yicha hosilasi aniqlangan belgili, belgisi bo‘yicha qarama-qarshi bo‘lishi kerak.

B) Lyapunov funksiyasi - aniqlangan belgili; uning vaqt bo‘yicha hosilasi - doimiy belgili, qarama-qarshi belgili.

C) Lyapunov funksiyasidan vaqt bo‘yicha hosilasi – aniqlangan belgili; Lyapunov funksiyasining belgisi Lyapunov funksiyasining vaqt bo‘yicha hosilasi belgisi bilan mos tushadi.

D) Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo‘yicha hosilasi doimiy belgili, belgisi bo‘yicha qarama-qarshi bo‘lishi kerak.

**164. Geometrik nuqtayi nazardan tuzilgan dinamik tizimlar harakat tenglamasining kuchida Lyapunov funksiyasining vaqt bo‘yicha hosilasi o‘zida nimani aks ettiradi?**

A) Fazoviy vektor tezligini.

B) Lyapunov funksiyasi gradiyentini.

C) Fazoviy vektor tezligida Lyapunov funksiyasi gradiyentining skalyar hosilasini.

D) Fazoviy vektor tezligida Lyapunov funksiyasi gradiyentining vektor hosilasini.

**165. Nochiziqli ABTning turg‘unlik shartida nochiziqlilikning o‘zini parametrlari chiqmagan holat nimani anglatadi?**

A) Ushbu shart butun turg‘unlik sharti hisoblanadi.

B) Ushbu shart asimptotik turg‘unlik sharti hisoblanadi.

C) Ushbu shart mutlaq turg‘unlik sharti hisoblanadi.

D) Ushbu shart asimptotik bo‘lmagan turg‘unlik sharti hisoblanadi.

**166. Dinamik tizimlarning qanday fazasi fazoviy faza deyiladi?**

A) Holat o‘zgaruvchilari fazasi.

B) Tashqi ta’sirlar fazasi.

C) Parametrlar fazasi.

D) Rostlash o‘zgaruvchilari fazasi.

**167. Fazoviy fazada nochiziqli dinamik tizimlarning muvozanat holati koordinatalari qanday aniqlanadi?**

A) Muvozanat holati doimo bitta va koordinata boshida joylashadi.

B) Tizim harakati differensial tenglamasi o‘ng qismi funksiyasini nolga tenglashtirib.

C) Differensial tenglamaning umumiy yechimi asosida olib.

D) Turli boshlang‘ich shartlar orqali differensial tenglamani sonli integrirlash asosida olib.

## GLOSSARIY

**Boshqarish nazariyasi** – bu boshqarish tizimida kechuvchi axborot jarayonlari predmetini oʻrganuvchi ilmiy fandir.

**Kibernetika** – murakkab tizimlar (texnik obyektlar, texnologik jarayonlar, jonli organizmlar, jamoalar, tashkilotlar va h.k.) ni optimal boshqarish toʻgʻrisidagi fan.

**Avtomatik boshqarish tizimi** – bu shunday tizimki, unda boshqarilish vazifasi avtomatik bajariladi, ya'ni inson ishtirokisiz. Boshqariluvchi obyekt va avtomatik boshqarish qurilmasi (rostlagich) birgalikda hamda ularni oʻzaro ta'siri – *avtomatik boshqarish tizimi* deyiladi.

**Avtomatik boshqarish qurilmasi** – boshqarish algoritmi bilan muvofiq kelishda ta'sirlarni amalga oshiruvchi qurilma.

**Avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi** – bu tizimda boshqarish vazifasini bir qismi avtomatik boshqarish qurilmasida bajariladi, bir qismi (ayniqsa muhim va murakkab qismi)ni esa inson bajaradi.

**Boshqarish obyekti** – texnik jarayonni amalga oshiruvchi va ishlash algoritmini amalga oshirish uchun maxsus tashkil etilgan tashqi ta'sirga muhtoj qurilma (qurilmalar majmui), moslama yoki jarayon.

**Boshqarish algoritmi** – bu ishlash algoritmlarini amalga oshirish maqsadida obyektdagi tashqi ta'sirlar tavsifini aniqlovchi buyruqlar majmui.

**Funksional sxema** – bu sxema tizimning qanday elementdan tashkil topganini bildiradi. Unda har bir elementga mos ravishda shu elementning nomi yoki u bajaradigan funksiyasining nomi keltiriladi.

**Strukturaviy sxema (model)** – bu sxema tizimning matematik modelini bildiradi. Bunda har bir elementga mos ravishda algebraik, differensial, integral tenglamasi yoki qandaydir uzatish funksiyasi keltiriladi.

**Prinsipial sxema** – bu sxema funksional sxemani kengaytirilgan koʻrinishi boʻlib, bunda har bir elementni kengaytirib koʻrsatiladi.

**Axborot** – birlamchi manbasi tajribaga asoslangan holda tekshirilayotgan obyekt toʻgʻrisidagi har qanday ma'lumotlar majmuasi.

**Chiziqli tizim** – ustlash (superpozitsiya) usulini qoʻllash mumkin boʻlgan tizimlar.

**Nochiziqli tizim** – tarkibida hech boʻlmaganda bitta nochiziqli element yoki nochiziqli tenglamasi boʻlgan tizim.

**Statsionar tizim** – elementlarining parametrlari vaqt mobaynida oʻzgarmaydigan tizimlar.

**Nostatsionar tizim** – parametrlari vaqtga bogʻliq boʻlmagan tizimlar.

**Uzluksiz tizim** – ABTlarining barcha zvenolari vaqt boʻyicha uzluksiz kirish signaliga mos ravishda chiqish signallari ham uzluksiz boʻlgan tizim.

**Uzlukli yoki diskret tizimlar** deb – tarkibida hech boʻlmaganda bitta zveno diskret (yoki impulsli) chiqish signaliga ega boʻlgan ABTlarga aytiladi.

**Taqsimlangan parametrli tizimlar** – elementlarining xossalari boshqarish obyektining fazoviy koordinatalariga bogʻliq holda oʻzgargan tizimlar.

**Toʻplangan parametrli tizimlar** – elementlarining xossalari boshqarish obyektining fazoviy koordinatalarga bogʻliq boʻlmagan tizimlar.

**Bir konturli tizimlar** – tarkibida faqat bitta asosiy teskari bogʻlanishi mavjud boʻlgan ABTlar.

**Koʻp konturli tizimlar** deb – tarkibida faqat bitta asosiy teskari bogʻlanishdan tashqari mahalliy teskari bogʻlanishlari ham mavjud boʻlgan ABTlarga aytiladi.

**Bir oʻlchamli tizimlar** – tarkibida bitta boshqaruvchi va bitta boshqariluvchi kattalikka ega boʻlgan ABTlar yoki boshqacha qilib aytganda, bitta kirish va bitta chiqish parametriga ega boʻlgan ABTlar.

**Chiziqlantirish** – nochiziqli differensial tenglamani chiziqli differensial tenglama bilan almashtirish.

**Oʻtkinchi xarakteristika** – tizimga yoki zvenoning pogʻonali signaldan olingan reaksiyasi.

**Impulsli oʻtkinchi xarakteristika (vazn funksiyasi)** – tizim yoki zvenoning birlik impulsli funksiyadan olingan reyaksiyasi.

**Chastotaviy xarakteristika** – tizim yoki zvenoning garmonik signaldan olingan reaksiyasi.

**Laplas almashtirishi** – haqiqiy oʻzgaruvchili funksiyani (shu jumladan vaqt funksiyasi) kompleks oʻzgaruvchili funksiyaga oʻzgartirish.

**Uzatish funksiyasi** – boshlangʻich shartlar nolga teng boʻlganida chiqish signalining Laplas tasvirini kirish signalining Laplas tasviri signali nisbatiga aytiladi.

**Tipik dinamik zveno** – tartibi ikkidan yuqori bo‘lmagan differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolar.

**Diskret tizim –** tarkibida uzluksiz dinamik zvenolardan tashqari, hyech bo’lmaganda bitta uzluksiz signalni kvantlab diskret signalga aylantirib beruvchi elementi mavjud bo’lgan tizimga aytiladi.

**Vaqt bo’yicha kvantlangan signal deb** – vaqtning bir-biriga teng onlari bilan aniqlangan signallarga aytiladi.

**Sath bo’yicha kvantlangan signal deb** – agar signal qat’iy aniq qiymatlar (sathlar)ga ega signalga aytiladi.

**Raqamli tizim deb** – berk konturni ichiga raqamli hisoblash qurilmasi o’rnatilgan avtomatik boshqarish tizimlariga aytiladi. Bunday tizim boshqarishning murakkab algoritmlarini amalga oshirish imkonini beradi. Uning kirish joyida uzluksiz kattaliklar diskretlashtiriladi, chiqish joyida esa, teskari jarayon sodir bo’ladi.

**Panjarali funksiya** deganda – diskret vaqt oraliqlarida aniqlanadigan diskret argumentning funksiyalari tushuniladi.

# FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR


1. Norman S. Nise. Control Systems Engineering. New York, John Wiley, 7 edition, 2015. – 944 p.
2. Yusupbekov N.R., Muxamedov B.E., G‘ulomov Sh.M. Texnologik jarayonlarni boshqarish tizimlari. – Toshkent: «O‘qituvchi», 1997. -704 b.
3. Unbehauen, H. Control Engineering. 3 Vols. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft. German. 2001. - 1273 p.
4. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. – М.: Изд-во МЭИ, 2004, 400 с.
5. Benjamin C. Kuo , Farid Golnaraghi. Automatic Control Systems. New York, John Wiley; 8 edition. 2002. - 624 p.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. Том 1-4. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
7. Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering. Pearson Higher Ed USA. 5 edition. 2009. -912 p.
8. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления. Учебник для вузов. – СПб.: Политехника, 2003. –302 с.
9. Richard C. Dorf, Robert H. Bisho. Modern Control Systems. Pearson Higher Ed USA; 12 edition, 2010. -1104 p.
10. Automation Control - Theory and Practice. Edited by A.D.Rodić, Tech, 2009. - 360 p.
11. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. -СПб.: Профессия, 2004. -752 с.
12. Потапенко Е.М., Казурова А.Е., Основы теории автоматического управления. – Запороже: ЭНТУ, 2007.
13. Texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish asoslari: O‘quv qo‘llanma. 1,2-qism. Yusupbekov N.R, Igamberdiyev X.Z., Malikov A.V. – Toshkent: ToshDTU, 2007.
14. Андрющенко В.А. Теория систем автоматического управления: Учеб. пособие. – Л.: СЗПИ, 1990. -252 с.
15. Бурьян Ю.А. и др. Теория автоматического упрвления: линей-

ные системы. Учебное пособие. –Омск: Изд-во ОмГТУ, 2005. -76 с.

16. Власов К.П. Теория автоматического управления (особые, дискретные и нелинейные системы) / К.П.Власов, М.К.Аникин. – СПб.: Санкт-Петербургский горный институт, 2006. -99 с.

17. Власов К.П. Теория автоматического управления. Учебное пособие. – Х.: Изд-во Гуманитарный центр, 2007. -526 с.

18. К.Ю.Поляков.Теория автоматического управления. ЧастI. - СПб., 2008. -80с.

19. К.Ю.Поляков. Теория автоматического управления. Част II. - СПб., 2009. -59 с.

20. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. – СПб: Питер, 2005. -333 с.

21. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.1. Учеб. пособие. –СПб.: СЗТУ, 2005. -74 с.

22. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.2: Моделирование линейных непрерывных систем автоматики. Учебное пособие. –СПб: СЗТУ, 2005.-81 с.

23. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Учеб. пособие для студентов вузов. –М.: Физматлит, 2003. -287 с.

24. Туманов М.П. Теория управления. Теория линейных систем автоматического управления. Учеб. пособие. – М.: МГИЭМ, 2005. -82 с.

25. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Линейные системы автоматического регулирования. Учебное пособие. –Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2001. -264 с.

26. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Основы теории автоматического управления. Учебное пособие. –Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2004. -352 с.

27. Сборник задач по теории автоматического управления. Учебно-методическое пособие для студентов технических специальностей / Сост. В.А. Бороденко. – Павлодар : Кереку, 2009. -112 с.

28. Леонов А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач: очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ. 2010. -336с.

29. Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman Filtering: Theory and Prac-

tice Using MATLAB. Second Edition. New York e.a.: Wiley, 2001. - 401 pp.

30. Бозиев С.Н. MATLAB 2006a в примерах. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006. -150 с.

31. Дьяконов В.П. MATLAB 6. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. -592 с.

32. Валерий Потемкин. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений. Изд-во: Диалог-МИФИ 2003. – 448 с.

33. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширния MATLAB. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. -480 с.

34. Амос Гилат. MATLAB. Теория и практика. Изд-во: ДМК Пресс, 2016. -416 с.

35. Николай Смоленцев. MATLAB. Программирование на С++, С#, Java и VBA. Изд-во: ДМК Пресс, 2015. - 498 с.

## MUNDARIJA

## III BOB. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING TURG‘UNLIGI



## IV BOB. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING SIFAT KO‘RSATKICHLARINI TADQIQ QILISH



## V BOB. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINI SINTEZLASH



## VI BOB. NOCHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR

## VII BOB. DISKRET AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR. UMUMIY MA’LUMOTLAR. DISKRET TIZIMLARNING MATEMATIK IFODASI



## VIII BOB. DISKRET TIZIMLARNING TURG’UNLIGINI TAHLIL QILISH



## IX BOB. DISKRET TIZIMLARNI SINTEZ QILISH 241

## X BOB. CHIZIQLI DISKRET TIZIMLARNI FAZO HOLATIDA MATEMATIK IFODALASH



## XI BOB. BOSHQARISH TIZIMLARIDA TASODIFIY JARAYONLAR

## ОГЛАВЛЕНИЕ

## ГЛАВА III. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ



## ГЛАВА IV.МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ



## ГЛАВА V. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

## ГЛАВА VI. НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ



## ГЛАВА VII. ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ



## ГЛАВА VIII. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

## TABLE OF CONTENTS

## CHAPTER III. STABILITY OF LINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEM



## CHAPTER IV. METHODS FOR ASSESSING THE QUALITY CONTROL OF LINEAR SYSTEMS



## CHAPTER V. SYNTHESIS OF LINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEM

## CHAPTER VI. NONLINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEM



## CHAPTER VII. DISCRETE AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS



## CHAPTER VIII. ANALYSIS OF THE STABILITY OF DISCRETE SYSTEMS

## CHAPTER IX. SYNTHESIS OF DISCRETE SYSTEMS



## CHAPTER X. THE MATHEMATICAL DESCRIPTION OF LINEAR DISCRETE SYSTEMS IN THE STATE SPACE



## CHAPTER XI. RANDOM PROCESSES IN AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

*Qaydlar uchun*

**IGAMBERDIYEV XUSAN ZAKIROVICH**

**SEVINOV JASUR USMONOVICH**

# BOSHQARISH NAZARIYASI

***Darslik***

**Toshkent – 2018**

*Muharrir:*
*Texnik muharrir:*
*Musahhih:*
*Dizayin va kompyuterda sahifalovchi:*

Tei: 000-00-00, 000-00-00.
Nashr.lits. AI№000, 00.00.00. Bosishga ruxsat etildi 00.00.2018-y. Bichimi 60x84$^{1/16}$. «Times New Roman» garniturasi. Ofset bosma usulida bosildi. Shartli bosma tabogʻi. 20,25. Nashr bosma tabogʻi. 15,0. Adadi 500.
Buyurtma № 00. Narxi shartnoma asosida.

«………………………»da chop etildi.
1000…., Toshkent sh. ………………… koʻchasi, ….-uy.uy.