

АВТОМАТИКА



В.С. ТИТОВ, В.И. СЕРЕБРОВСКИЙ,
Т.А. ШИРАБАКИНА, Ш.Р.УБАЙДУЛЛАЕВА

АВТОМАТИКА

**Учебное пособие для студентов высших
учебных заведений**

Бухара-2019

ББК 32.965

УДК 681.518.52.001.63

T45

Титов В.С., Серебровский В.И., Ширабакина Т.А., Убайдуллаева Ш.Р. Автоматика: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. - Бухара: Изд-во БФ ТИИИМСХ, 2019. - 298 с.

ISBN 5-7369-0242-7

Данное учебное пособие является результатом совместной деятельности преподавателей Бухарского филиала Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства и Курской государственной сельскохозяйственной академии имени И.И. Иванова на основе соглашения о сотрудничестве между вузами.

В учебном пособии изложены задачи, основные понятия и принципы автоматики, методы теории автоматического управления, методы математического описания систем, критерии оценки устойчивости и качества линейных систем. Даны основы анализа нелинейных и дискретных систем. Показана значимость и определено место методов теории автоматического управления при создании систем автоматического управления и регулирования.

Учебное пособие предназначено для студентов вузов, обучающихся по направлениям «Автоматизация и управление технологических процессов и производств», «Агроинженерия», «Электроэнергетика». Может быть полезно аспирантам, инженерам и научным работникам при исследовании и проектировании автоматических систем в различных отраслях промышленности.

Рецензенты:

Н.А. КОРЕНЕВСКИЙ, доктор технических наук,
профессор Курского государственного технического университета

В.В. КАРТАВЦЕВ, кандидат технических наук,
доцент Воронежского государственного аграрного университета,

А.У. УСМАНОВ, доцент Бухарского инженерно-технологического
института, кандидат технических наук,

О.К. САЛИЕВА, доцент Бухарского инженерно-технологического
института, кандидат технических наук,

ВВЕДЕНИЕ

Теория автоматического управления и регулирования создавалась для изучения статики и динамики технических процессов.

В настоящее время основные выводы и результаты теории используются для исследования объектов технического, организационного и другого характера.

Для управления техническим процессом создается автоматическая система, которая должна выполнять заданные функции с требуемой точностью, несмотря на различные помехи. Постоянное усложнение систем, связанное с повышением требований к точности и качеству, приводило к необходимости создания эффективных методов исследования. Создание различных регуляторов, машин заложило основы теории математического описания, устойчивости, методов исследования качества регулирования. Совершенствовались теоретические и экспериментальные методы исследования; разрабатывались частотные методы, сочетающие аналитические и графические приемы. Технические средства, используемые для создания систем управления и регулирования, в последнее время достигли значительного прогресса.

Теория автоматического управления (ТАУ) решает задачу формирования на основе цели управления и информации управляющих сигналов, воздействующих на объект таким образом, чтобы объект реализовал заданную цель управления.

Основной задачей теории автоматического регулирования (ТАР) является воспроизведение с наименьшей погрешностью некоторого входного сигнала, при этом цель регулирования состоит в сведении к минимуму ошибки между входным и выходным сигналами.

В ТАУ решается задача верхнего уровня, на котором формируется управляющее воздействие для автоматического регулятора. Система автоматического управления (САУ) является верхним уровнем в иерархии управления объектами, система автоматического регулирования (САР) играет роль нижнего уровня, на котором выполняется коррекция отклонений траектории движения объекта, соответствующей управляющему сигналу, из-за действия случайных возмущений и помех, неопределенности

описания объекта и т. д. В общем случае, САР связана непосредственно с процессами материального производства и остается базой для построения САУ, функциональное назначение которой заключается в формировании управляющих воздействий на основе алгоритмов и исходя из цели управления, и обработке этих воздействий на требуемом уровне выходной мощности и с необходимой точностью при помощи САР в условиях действия возмущений и помех.

При проектировании конкретных САР и САУ важное значение имеет знание областей применимости используемых методик и характеристик, их взаимной связи, их связи с классическими методами теории автоматических систем. Поэтому целью данного учебника является простое и сжатое изложение основ автоматических систем.

Первая глава учебного пособия посвящена основным понятиям и определениям теории автоматизации и автоматических систем.

Во второй главе рассмотрены основные элементы систем автоматического регулирования и управления. Следует отметить, что вследствие развития электронной техники средства, используемые для создания САУ и САР, достигли большого прогресса. Открыты новые перспективы в создании, совершенствовании и использовании элементов автоматических систем.

В третьей главе пособия изложены наиболее доступные разделы теории линейных систем автоматического регулирования.

Четвертая глава посвящена различным критериям устойчивости линейных систем (алгебраических и частотных), понятию D – разбиений; рассмотрены методы анализа качества систем и методы синтеза корректирующих устройств.

В пятой главе пособия описываются основы нелинейных систем, в частности систем, получивших широкое распространение на практике и позволяющих выделить две части: линейную и нелинейную. Рассмотрены методы качественного исследования нелинейных систем.

В шестой главе дается математическое описание дискретных систем с помощью разностных уравнений.

1. ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Задачи автоматизации. Значение автоматизации

Автоматизация является объективно необходимым условием технического прогресса и открывает возможности для роста эффективности производства. Ускорение научно–технического прогресса, повышение на его основе производительности труда играют решающую роль в развитии всех отраслей хозяйства, всех предприятий. Для успешного решения экономических и социальных задач нет иного пути, кроме быстрого роста производительности труда, что в свою очередь возможно только с применением высокопроизводительных автоматических линий, автоматизированных систем управления технологическими процессами. Основными средствами повышения производительности труда являются механизация и автоматизация производственных процессов.

Автоматизация производственных процессов связана с улучшением технологии производства и совершенствованием технологического оборудования. В своем развитии она проходит три этапа. Первый – автоматизация отдельных технологических машин с целью повышения производительности труда, качества продукции, эффективности использования технологического оборудования. На этом этапе широко используются локальные автоматические системы (например, системы автоматически поддерживают температуру, давление и другие физические величины).

Второй этап – автоматизация при централизации контроля и управления производственными процессами на базе систем дистанционного контроля и управления. Он предусматривает высокую надежность оборудования и полную механизацию технологических процессов.

Третий этап – автоматизация с использованием управляющих ЭВМ, которые определяют оптимальные режимы технологического процесса и вырабатывают управляющие команды по всем автоматизируемым операциям.

Первый в мире промышленный автоматический регулятор был создан в 1765 г. русским механиком И.И. Ползуновым – творцом первой паровой машины универсального назначения. Регулятор служил для поддержания уровня воды в котле паровой машины. Измерительный орган – поплавок, находящийся на поверхности воды, перемещаясь, изменял подачу жидкости, идущей по трубе в котел через отверстие клапана. Если уровень воды поднимался, то поплавок, перемещаясь вверх, закрывал клапан и подача жидкости уменьшалась. Главная идея регулятора Ползунова – реакция измерительного органа на отклонение регулируемой величины от установленного значения. Это и поныне главная, центральная задача в устройствах автоматического регулирования.

В 1784 г. английский механик Дж. Уатт разработал центробежный регулятор скорости для паровой машины. В XIX веке совершенствовались регуляторы для паровых машин; в XX веке началось развитие и использование электрических систем автоматического регулирования.

Привод отдельных рабочих органов машины, введение электрических связей между ними упростили кинематику схем, сделали их менее громоздкими и более надежными.

Электрические связи, более гибкие и удобные в эксплуатации, позволили создать комбинированное электрическое и механическое программное управление, обеспечивающее автоматическое выполнение более сложных операций, чем на машинах – автоматах с механическим программным устройством.

Тридцатые годы XX века – начало бурного развития радиоэлектроники. Электронные устройства обеспечили более высокие быстродействие, чувствительность, точность и надежность автоматических систем. Современная микроэлектроника и ЭВМ позволяют достичь высшего уровня автоматизации.

Технический прогресс характеризуется непрерывным расширением автоматизации производства – от частичной (автоматическое выполнение отдельных операций) к комплексной, далее к полной автоматизации с переходом к цехам и заводам–автоматам, обеспечивающим наивысшую технико–экономическую эффективность.

Автоматика – область прикладных и теоретических знаний об автоматических системах.

Автоматизация – применение технических средств, математических методов и систем управления, освобождающих человека частично или полностью от непосредственного участия в процессах получения, преобразования, передачи и использования энергии, материалов или информации.

Комплексная автоматизация – одновременная автоматизация производственных и экономико–административных процессов в рамках одного технического процесса, цеха, предприятия и т.д.

С точки зрения автоматизации системы можно разделить на три группы.

- *Неавтоматические системы* – системы, в которых все определенные для данной системы функции выполняются при непосредственном участии человека.

- *Полуавтоматические системы* выполняют определенные для них функции при частичном участии человека в процессе, протекающем в системе при выполнении заданных функций.

- *Автоматические системы* выполняют определенные для них функции без непосредственного участия человека. За человеком остаются только функции ввода в действие и контроля за техническим состоянием системы.

Пример: любую производственную систему можно охарактеризовать уровнем автоматизации, для оценки которого используются различные критерии, например:

$$V = \frac{K - K_p}{K} < 1 ,$$

где K – общее число рабочих мест для всех операций, производимых на линии человеком; K_p – число рабочих на линии, где выполняются те же операции, но часть их выполняется автоматически. Если все операции – автоматические, то $K_p = 0$, $V = 1$, что соответствует полной автоматизации.

Уровень автоматизации можно оценить экономией времени:

$$v = \frac{\Delta t_{u.a.}}{\Delta t_{n.a.}} \leq 1 ,$$

где $\Delta t_{u.a.}$ – экономия времени при частичной автоматизации; $\Delta t_{n.a.}$ – экономия времени при полной автоматизации.

Теория управления техническими системами стала развиваться позднее.

Причем управление от регулирования отличается тем, что его задачей является формирование на основе цели управления и имеющейся информации управляющего сигнала, обрабатываемого регулятором.

В настоящее время интенсивно развиваются теория и техника многоуровневых иерархических систем управления технологическими процессами и объектами. Основные понятия, принципы и методы теории автоматического управления, систем автоматического регулирования сохраняют свою актуальность, получают развитие. Новым является возрастание (существенное) роли информации, компьютеризация процессов ее обработки, потому что любая САУ выполняет поставленную цель при помощи сбора, передачи, обработки и использования информации.

1.2. Основные понятия теории информации и управления

Процесс управления может быть различен, например, в области технических знаний, экономических, социальных и т.д. Общим всех процессов является использование информации, так как любой процесс управления требует сбора, передачи, переработки, хранения и использования информации о внешних и внутренних условиях для приспособления к ним (или эффективного воздействия на них). Основная функция любой системы – получить информацию и действовать в соответствии с ней [10].

ЧТО ТАКОЕ ИНФОРМАЦИЯ? В широком смысле *информация* – это сведения об окружающем мире, которые получаются в результате взаимодействия с ним, адаптации к нему и изменения его в процессе этой адаптации.

Информация передается при помощи сигналов, которые реализуются в изменениях физической переменной, характеризующей последовательность некоторых событий.

Процесс передачи информации можно представить в следующем виде (рис. 1.1).

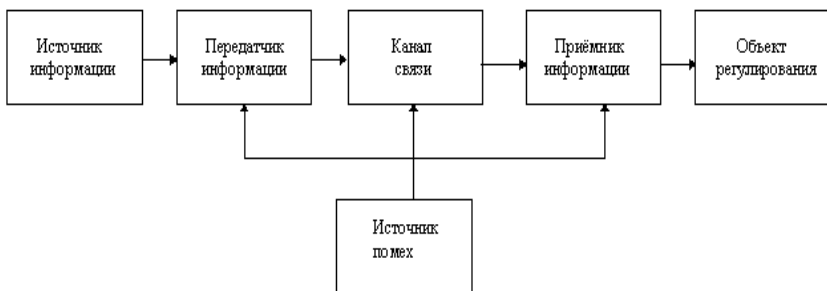


Рис. 1.1. Передача информации

Источник информации формирует сообщение, которое содержит информацию. Сообщение поступает на вход передатчика информации (или, другими словами, на вход чувствительного элемента датчика). Датчик преобразует данное сообщение в сигнал, который поступает в канал связи и далее на вход приемника информации, где происходит обратное преобразование сигнала в сообщение. Сообщение воспринимается объектом регулирования или управления. Во время передачи на сигнал неизбежно налагаются помехи, которые в большей или меньшей степени искажают сигнал.

КАК ФОРМИРУЕТСЯ СООБЩЕНИЕ? Например передача телевизионного изображения предмета. Сообщение – это распределение яркости по строкам изображения. Если 2 уровня яркости, то количество информации будет маленькое, если же число ступеней яркости будет большим, то и количество информации будет большим, то есть каждый элемент сообщения будет содержать тем больше информации, чем больше общее число элементов, из которых он может быть выбран.

Поэтому при проектировании системы управления инженер измеряет содержание информации (вероятностью его появления).

ЧТО ТАКОЕ УПРАВЛЕНИЕ? Процесс управления – это динамический процесс, протекающий в системах, в которых потоки информации, решения и действия для достижения цели управления структурно реализуются в виде замкнутых контуров, т.е. систем с обратной связью.

Обратная связь необходима для того, чтобы для достижения цели получить достоверную информацию о протекании процесса

на выходе САУ. (Технически это реализуется разработкой прямой и обратной связи между управляющей системой и объектом).

Принцип обратной связи ярко проявляется во взаимодействии человека и создаваемой им техники (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Принцип обратной связи

Создаваемая человеком техника влияет на него. Так влияние современной техники на социальные, трудовые, психологические, физиологические условия деятельности человечества должно быть управляемым.

Пример: атомные электростанции – величайшее достижение науки. Но в случае аварии на ней (ненадежность технических средств или нарушение условий эксплуатации) может последовать гибель людей, угроза для самой жизни на нашей планете.

Существуют два пути развития техники:

1. Разделение труда между человеком и машиной оптимальным способом в соответствии с их особенностями и возможностями.

2. По мере прогресса процессы управления передаются машине.

Первый путь – наиболее эффективный, устанавливает гармонию между человеком и машиной. Второй путь – с течением времени может стать опасным, т.к. может наступить момент, когда творческие способности человека начнут ослабевать и будет невозможно вернуться на 1–й путь. Поэтому очень важно знать и понимать принципы и идеи теории управления.

1.3. Основные понятия и определения автоматических систем

СИСТЕМА – совокупность связанных друг с другом объектов, называемых элементами, или отдельных частей, действующих как одно целое и обуславливающих ее существование и функционирование.

ЭЛЕМЕНТ СИСТЕМЫ – объект, описание которого, достаточное для решаемой задачи, не требует учета внутренних переменных или зависимостей, а определяется только внешними характеристиками, связывающими входные и выходные переменные.

ВНЕШНЯЯ СРЕДА – множество объектов, которые оказывают воздействие на систему.

СЛОЖНАЯ СИСТЕМА – система, состоящая из большого числа элементов и взаимных связей.

Каждый элемент сложной системы в свою очередь может рассматриваться как система. С другой стороны, каждая сложная система сама представляет собой элемент более обширной системы.

Из этого следует, что система обладает свойством иерархичности, т.е. порядок в расположении частей или элементов системы от высшего к низшему. Пример системы: предприятие, цех, транспортное средство, например, машина.

Все части – корпус, двигатель, руль и т.д. – обеспечивают существование (сохранность) при перемещении и обеспечивают назначение – движение в требуемом направлении.

Состояние системы во времени меняется. Оно определяется и описывается с помощью системы величин, рассматриваемых как функции времени.

В произвольный момент времени состояние системы характеризуется некоторым числом переменных. *Переменная* – это измеримая величина, которая в каждый данный момент имеет определенное численное значение.

Всякая реальная система и среда характеризуются огромным числом переменных, из которых некоторыми, по разным соображениям, пренебрегают. Тогда систему можно определить как совокупность переменных, выбранных из общего числа

свойственных реальной системе и среде, т.е. совокупность n переменных S_1, S_2, \dots, S_n есть система.

Число n конечно и в частном случае $n=1$. Каждая переменная зависит от времени $t - S_i(t)$.

Переменные, значения которых не изменяются, называются *параметрами или фиксированными переменными*.

Перечень параметров, которые учитываются при рассмотрении системы, тоже устанавливает исследователь.

Состояние системы в момент времени t есть совокупность численных значений переменных $S_1(t), S_2(t), \dots, S_n(t)$, называемых *переменными состояниями*. Переход из одного состояния в другое может быть только через некоторый интервал времени – конечный t или бесконечно малый dt .

При переходе может быть два состояния: одно в момент времени t , другое – через указанный интервал времени.

Последовательная смена состояний системы во времени называется функционированием системы.

Переменные, значения которых обусловлены состоянием среды и оказывающие воздействие на систему, т.е. приводящие к изменению состояния системы, называются *входными переменными*.

Переменные, определяющиеся состоянием системы и оказывающие воздействие на окружающую среду, называются *выходными переменными*.

Входные переменные X и выходные переменные Y определяют состояния входа и выхода системы. Переменные, не являющиеся входными и выходными переменными, называются *внутренними переменными* системы. Они характеризуют внутреннее состояние системы, вектор внутреннего состояния Q . Итак, из всего сказанного следует, что вектор выходных переменных Y системы определяется вектором входных переменных X и вектором внутреннего состояния системы Q .

1.4. Классификация автоматических систем

По характеру связи между входными и выходными величинами системы подразделяют на разомкнутые и замкнутые.

Система разомкнута, если имеется прямая связь между входом и выходом. Если же в системе существует не только прямая связь между входом и выходом, но и обратная связь между выходом и входом (для сравнения этих величин), то это замкнутая система. Принцип обратной связи позволяет обеспечить точность регулирования, т.е. точность поддержания требуемой функциональной связи между входом и выходом.

По величине ошибки в установившемся состоянии системы подразделяются на статические и астатические.

Система является статической, если в установившемся режиме имеется отклонение регулируемой величины от заданного значения.

Астатической системой называется система, которая обеспечивает регулирование без статической ошибки. Понятие "статическая" характеризует состояние системы; понятие "статика" – установившийся режим работы системы.

В зависимости от метода математического описания различают линейные и нелинейные системы.

При анализе и расчете САР возникает необходимость выбора математической модели, которая с данной степенью приближения соответствовала бы изменению состояния системы в реальном времени.

Методы теории автоматического управления разработаны применительно к различным типовым моделям реальных систем.

Линейные системы описываются линейными уравнениями, нелинейные – нелинейными уравнениями.

Отметим, что линейные и нелинейные системы могут быть детерминированными или статистическими.

Детерминированные системы – если все приложенные к системе воздействия и ее параметры являются постоянными. В любой момент t можно однозначно определить новое состояние в $t + \Delta t$.

Система считается *статистической*, если приложенные воздействия и параметры системы являются случайными функциями или случайными величинами.

В зависимости от характера сигналов различают непрерывные и дискретные системы.

Если структура всех связей в системе постоянна, сигналы на выходе элементов являются непрерывными функциями воздействий и времени, то такая система называется непрерывной. В такой системе между элементами на входе и выходе существует непрерывная функциональная связь.

Дискретные системы отличаются тем, что через дискретные промежутки времени происходит изменение параметров системы во время ее работы.

На практике часто встречаются системы, отдельные части которых относятся к различным классам. Такие системы называются системами смешанного или комбинированного типа.

Пример: система управления технологическим процессом. ЭВМ – дискретная система, под ее воздействием все остальные части (непрерывные и импульсные) находятся под действием управляющих сигналов лишь в дискретные моменты времени; сигналы с их выхода поступают в ЭВМ тоже только в дискретные моменты времени.

Выбор типа САР в каждом конкретном случае зависит от того, насколько система удовлетворяет предъявляемым к ней техническим требованиям. Основное требование можно сформулировать так: сохранение заданной функциональной зависимости между управляющими и регулируемыми переменными на входе и выходе системы.

Требования, которые предъявляются к поведению системы:

- устойчивость системы;
- значение ошибки в установившемся режиме;
- поведение системы в переходном процессе;
- динамическая точность системы.

Кроме этого, обязательно учитывают такие показатели как расход энергии; экономическая эффективность системы регулирования; стоимость оборудования; надежность и др.

Наиболее существенное требование – устойчивость системы. Система должна быть устойчива, устойчивость не должна нарушаться при изменении в определенных пределах внешних и внутренних воздействий (температура окружающей среды, напряжение питания и др.). Запас устойчивости должен быть

достаточным, таким, чтобы обеспечивалась возможность замыкания или размыкания цепей воздействия.

1.5. Виды типовых воздействий

Поведение системы зависит существенно от величины и характера воздействий на систему. При рассмотрении условий работы системы нужно выбрать такой вид воздействия, который был бы типичным или наиболее благоприятным [10].

Чаще всего в качестве типового выбирают ступенчатое воздействие или единичный скачок (рис. 1.3).

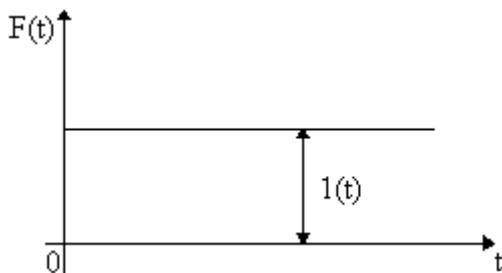


Рис. 1.3. Ступенчатое воздействие

Типовое воздействие в виде δ – функции – это импульс малой продолжительности по сравнению с временем переходного процесса (рис. 1.4). δ – функция рассматривается как производная единичной ступенчатой функции.

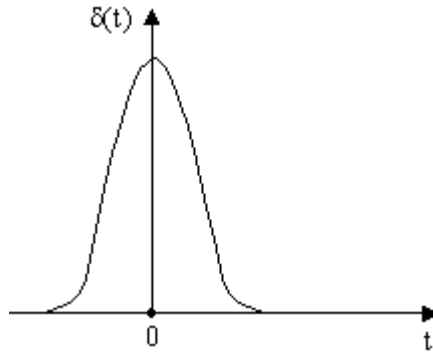


Рис. 1.4. δ – функция

В отдельных случаях типовое воздействие может быть сложной формы, например, график, форма которого определяется экспериментально (рис. 1.5).

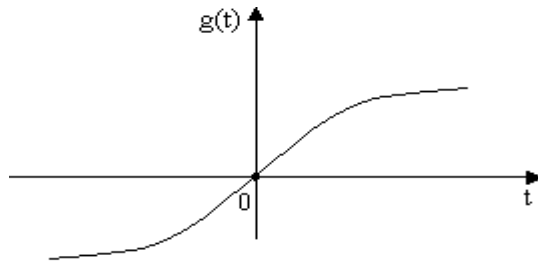


Рис. 1.5. Типовое воздействие

И еще отметим один момент. Любое воздействие вызывает в системе процесс, по окончании которого система переходит в новое состояние. Типы переходных процессов приведены на рис. 1.6.

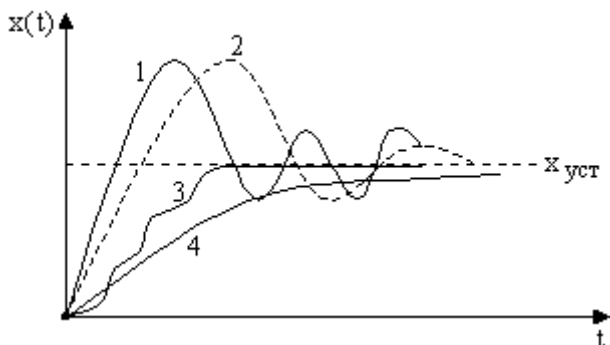


Рис. 1.6. Типы переходных процессов:

1- колебательный, характеризуется наличием 2 – х и более чисел перерегулирований;

2- малоколебательный, характеризуется одним перерегулированием;

3- без перерегулирования, характеризуется тем, что значение отклонения регулируемой величины остается меньше установившегося значения;

4- монотонный, характеризуется тем, что скорость изменения регулируемой величины не меняет знак в течение всего переходного процесса.

1.6. Управление системой

Итак, имеем объект, вектор входных переменных X и выходных переменных Y (рис. 1.7,а).

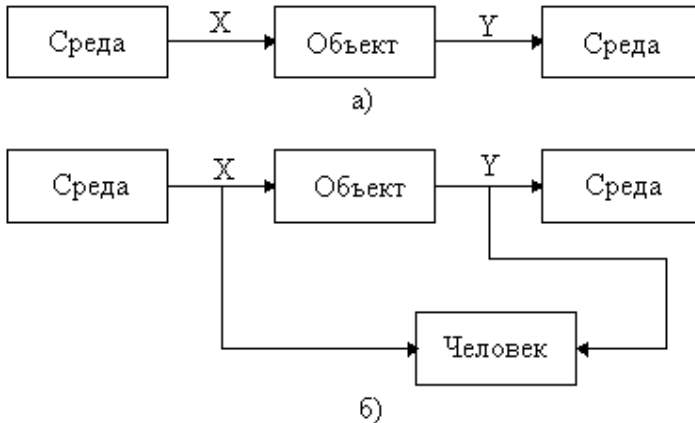


Рис. 1.7. Управление системой

Обозначим связь между входом и выходом $Y = G(x)$. Такая общего вида связь называется *оператором*.

ЧТО ТАКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ? На объект действуют входные переменные X ; пока выходные переменные Y удовлетворяют потребности человека, который взаимодействует с объектом и использует его для своих целей, то управления не нужно. Если состояние не устраивает, то организуется воздействие, которое переводит объект в новое состояние, удовлетворяющее человека. Это воздействие называется *управлением* (рис. 1.7, б).

Цель – это набор требований, предъявляемых к состоянию Y .

Введем вектор U – вектор управляющих переменных (или вектор состояния управляющего входа объекта). Тогда состояние Y зависит от двух факторов:

$$Y = G(X, U),$$

где G – оператор связи, но с учетом управляющего воздействия U .

Определим систему управления, включающую все алгоритмы обработки информации и средства их реализации, объединенные для достижения заданных целей управления. Поскольку две части системы управления, то выделяют алгоритм функционирования объекта и алгоритм управления.

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ (А) – совокупность предписаний, определяющих характер воздействия управляющей системы на

управляемую часть для выполнения ею заданного алгоритма функционирования.

АЛГОРИТМОМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ОБЪЕКТА называют совокупность предписаний, ведущих к выполнению им предусмотренных функций.

Пример: автоматическая система, где Из $У$ – измерительные устройства, измеряют переменные состояния среды X и выходные переменные Y ; $УУ$ – устройство управления вырабатывает управляющие воздействия $U; U'$ – управляющие переменные объекта вырабатываются исполнительным устройством ИУ (рис. 1.8).

Кроме информации от измерительных устройств для функционирования $УУ$ необходима информация о целях управления Z и алгоритме управления A .

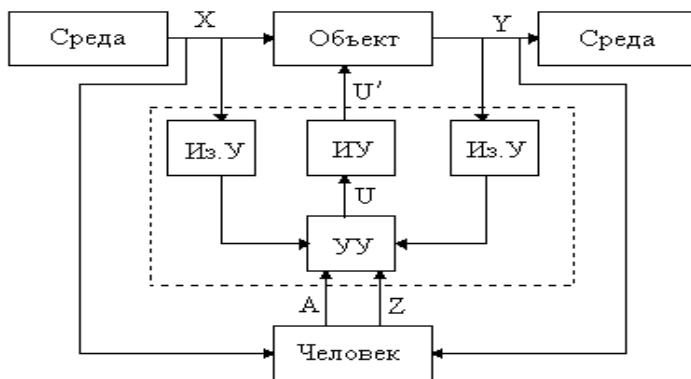


Рис. 1.8. Автоматическая система

Управление можно представить как результат реализации алгоритма A :

$$U = A(I, Z),$$

где I – информация о состоянии среды и объекта.

Отметим, что управление называется допустимым, если компоненты вектора U находятся в некоторых допустимых пределах, обусловленных конструктивными особенностями управляемого объекта (например, угол поворота руля и т.д.).

Конструкция и условия эксплуатации задают некоторое множество $U = \{U_i\}$ состояний управляющего входа объекта.

Множество U называют областью управления, и в каждый момент времени t вектор $U(t)$ должен принадлежать множеству U .

Часто употребляют термин "структура" – это означает наличие устойчивых связей и взаимодействия между элементами системы, процесса, явления.

Структура постоянна до определенного момента, пока параметры постоянны или меняются до определенных значений, а потом изменяется скачком (рис. 1.9):

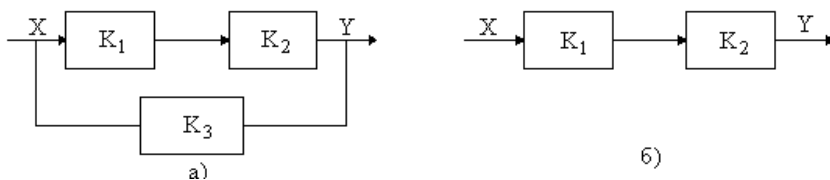


Рис. 1.9. Структура системы

Система (рис. 1.9,а) называется замкнутой, элементы имеют параметры K_1, K_2, K_3 . Параметры $K_1 K_2$ – меняются, в результате чего K_3 изменяется. Пока K_3 не достигнет 0, система замкнута; при $K_3 = 0$ структура меняется скачком, система становится разомкнутой (рис. 1.9,б).

Изменение структуры влечет за собой изменение алгоритма функционирования. Если система разомкнута, то информация о состоянии выхода отсутствует, нет цепи, по которой выходной сигнал Y поступает в управляющее устройство УУ. Поэтому управляющее воздействие оказывается только в соответствии с алгоритмом A , целями управления Z и информацией об X . Например, следующий алгоритм работы САР: если измеренное значение величины отличается от заданного, то оказывается такое управляющее воздействие, при котором регулируемая величина приближается к заданному значению. Такой алгоритм называется принципом отклонения; такие системы – системы управления по отклонению.

1.7. Структура системы автоматического регулирования

Итак, САР состоит из отдельных элементов, которые функционируют так, чтобы регулируемую величину поддерживать на заданном уровне или изменять ее по определенному закону.

Элементы системы со связями образуют структуру САР. Итак, *СТРУКТУРА* – это совокупность частей автоматической системы, на которые она может быть разделена по определенным признакам, и путей передачи воздействий между ними.

Структуры бывают алгоритмические, функциональные, конструктивные.

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА – структура, где каждая часть предназначена для выполнения определенного алгоритма преобразования ее входной величины, являющегося частью алгоритма функционирования САР.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СТРУКТУРА – структура, в которой каждая часть предназначена для выполнения определенной функции: получение информации, ее переработка, формирование закона регулирования; передача, сравнение сигналов, преобразование формы представления информации.

КОНСТРУКТИВНАЯ СТРУКТУРА – структура, где каждая часть представляет самостоятельное конструктивное целое.

Графическое изображение структуры системы называется структурной схемой.

Части структуры изображаются прямоугольником с указанием условных обозначений представляемых частей. Пути передачи воздействий между частями системы изображают линиями со стрелкой в направлении передачи воздействия.

Типовая структурная схема системы приведена на рис. 1.10 [1].

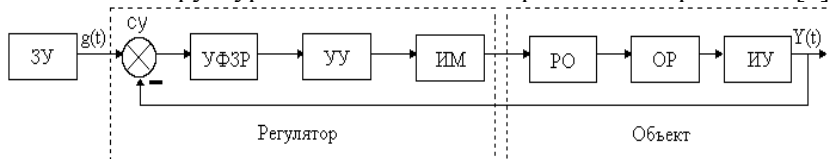


Рис. 1.10. Типовая структурная схема САР

Элементы, которые выполняют основные функции: объект регулирования ОР; измерительное устройство ИУ; задающее устройство ЗУ; суммирующее устройство СУ; устройство, формирующее закон регулирования УФЗР; усилительное устройство УУ; исполнительный механизм ИМ; регулирующий орган РО.

Связь структурной схемы, образуемую основной цепью воздействия между участками цепи, называют *ОСНОВНОЙ СВЯЗЬЮ*.

Дополнительная связь, направленная от выхода ко входу рассматриваемого участка, называется *ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ*.

ЗУ оказывает воздействие $g(t)$ на вход системы. Причем, величина $g(t)$ может быть постоянной (если необходимо поддерживать постоянное значение регулируемой величины Y), или изменяется по определенному закону, если регулируемая величина должна изменяться по этому закону. Регулируемая величина сравнивается с задающей величиной в суммирующем устройстве СУ. Обратная связь с выхода системы на ее вход называется *ГЛАВНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ*. УФЗР вырабатывает вид (закон) воздействия на регулируемую величину с таким расчетом, чтобы как можно быстрее привести ее к заданному значению. Затем сигнал усиливается усилительным устройством УУ. Исполнительный механизм ИМ через регулирующий орган РО в соответствии с выработанным законом регулирования воздействует на регулируемый объект ОР, восстанавливая заданное значение регулируемой величины. В установившемся состоянии при заданном значении регулируемой величины:

$$\varepsilon = g(t) - Y = 0 .$$

Структурная схема, в которой за входную величину принимается задающее воздействие $g(t)$, а за выходную величину регулируемая величина $Y(t)$, называется структурной схемой системы по каналу задающего воздействия (рис. 1.11).



Рис 1.11. Типовая структурная схема САУ по каналу задающего воздействия

При работе на ОР поступают различные возмущающие воздействия $f(t)$. Если за входную величину принимается возмущающее воздействие $f(t)$, а за выходную величину – регулируемая величина $Y(t)$, то структурная схема называется структурной схемой системы по каналу возмущающего воздействия (рис. 1.12).

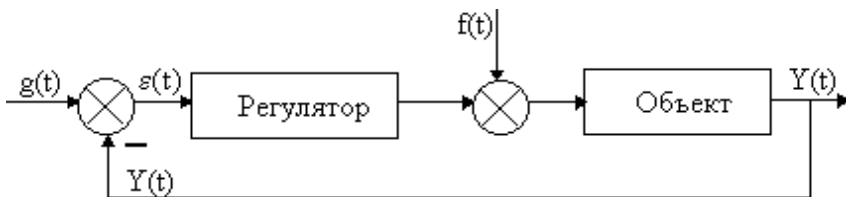


Рис. 1.12. Структурная схема по каналу возмущающего воздействия

1.8. Примеры систем автоматического управления и регулирования

САУ – система, стремящаяся сохранять в допустимых пределах отклонение между требуемым и действительным изменением регулируемой переменной при помощи их сравнения на основе принципа обратной связи и использования получающегося при этом сигнала для управления источником энергии.

САУ – система, состоящая из объекта управления и управляющей подсистемы, подчиненных общей цели управления. Назначение системы заключается в формировании управляющих воздействий на основе алгоритмов и исходя из цели и обработке

этих воздействий с необходимой точностью при помощи САУ в условиях помех и действия возмущений.

САУ и САР нашли широкое применение в различных отраслях промышленности и народного хозяйства. Разомкнутые (циклические) системы, которые действуют по жесткой программе, и замкнутые (ациклические), функционирующие на основе принципа обратной связи.

В качестве примера рассмотрим САР температуры нагревательной печи. Как осуществляется стабилизация или автоматическое регулирование температуры? Температура θ в электропечи должна быть постоянной в условиях неопределенности начальных условий и возмущений (рис. 1.13).

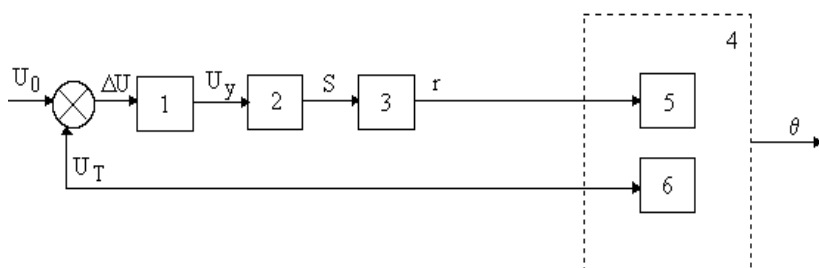


Рис. 1.13. Схема САР температуры:

1 – усилитель; 2 – электрический привод; 3 – реостат; 4 – электропечь; 5 – высокотемпературный нагревательный элемент; 6 – термопара.

Температура в печи θ измеряется термопарой 6, которая дает напряжение U_T , пропорциональное θ . Сравнение этого напряжения с напряжением на входе системы осуществляется за счет цепи обратной связи. U_0 – напряжение на входе системы, определяет заданное значение θ . Разность $\Delta U = U_0 - U_T$ называется рассогласованием или отклонением, чаще называется ошибкой системы регулирования, которая пропорциональна отклонению температуры от требуемого значения U_0 . Разность напряжения усиливается усилителем 1 (электронным, магнитным,

другим каким–либо). Напряжение с выхода усилителя U_y подается на привод 2, который осуществляет перемещение движка реостата 3 и изменяет сопротивление r в электрической цепи нагрева печи 4. При увеличении сопротивления r ток в цепи уменьшается, температура в печи снижается и наоборот.

Характерная особенность САУ в том, что разность между требуемым и действительным значениями регулируемой величины является причиной устранения этого рассогласования при помощи обратной связи. Обратную связь осуществляет измерительное устройство – термопара 6. Она – чувствительный элемент, реагирующий на действительное значение регулируемой величины (температуры θ) и формирующий сигнал ошибки ΔU .

Рассмотрим систему управления угловой скоростью двигателя постоянного тока, связанного с нагрузкой Н (рис. 1.14). Цель управления – поддерживать угловую скорость Ω двигателя Д, равной заданному значению Ω^* .

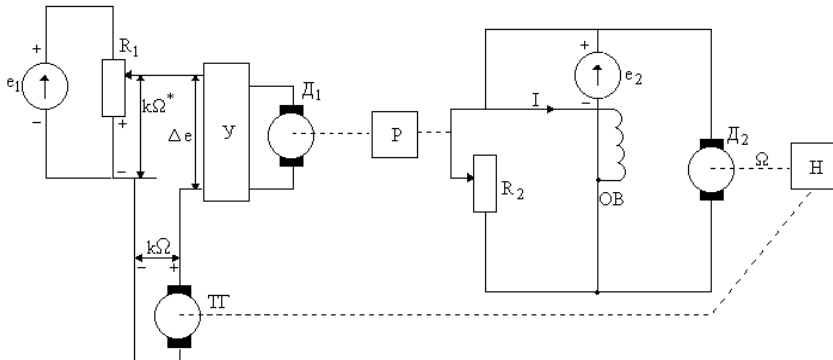


Рис. 1.14. САУ угловой скоростью двигателя

Измерительное устройство – тахогенератор (ТГ). Напряжение на выходе ТГ пропорционально угловой скорости якоря, который соединен механически с валом якоря двигателя Д2 и имеет то же число оборотов. Результат измерения Ω представляется как $k\Omega$, где k – коэффициент пропорциональности, характеризующий ТГ как преобразователь вращательного движения в электрическое напряжение. Заданному значению должно соответствовать $k\Omega^*$.

Если $k\Omega = k\Omega^*$ (напряжение ТГ равно заданному значению), то управляющее воздействие оказывать не нужно. При этом напряжения на входе и выходе усилителя U равны 0; якорь двигателя $D1$ и вал на выходе редуктора P находятся в покое. Движок переменного резистора R_2 находится в некотором положении, при котором ток I , протекающий по обмотке возбуждения двигателя $D2$, обеспечивает заданное значение Ω^* угловой скорости. Любые из возмущающих воздействий приведут к тому, что Ω будет отличаться от Ω^* . Например, скорость Ω уменьшилась под влиянием нагрузки, тогда на входе усилителя U возникает напряжение, равное $\Delta e = k(\Omega^* - \Omega)$, якорь $D1$ начнет вращаться и через редуктор P перемещать движок переменного резистора R_2 . Направление перемещения движка должно быть таким, чтобы регулирующее воздействие приближало регулируемую величину к заданному значению, т.е. движок должен перемещаться вверх. Перемещение приведет к увеличению тока возбуждения I и угловой скорости Ω . Воздействие до тех пор, пока Ω не станет равным Ω^* ; в момент, когда это произойдет Δe будет равно 0, $D1$ остановится, движок переменного резистора займет новое положение, при котором ток I обеспечивает равенство регулируемой величины заданному значению.

Если возмущающие воздействия приводят к увеличению Ω , то процесс управления будет протекать аналогично, но знак напряжения Δe изменится, направление вращения якоря $D1$ и движение движка резистора R_2 тоже изменится.

Угловая скорость вала двигателя $D2$ может быть задана установкой движка резистора R_1 , постоянно поддерживается равной заданному значению, несмотря на наличие возмущающих воздействий.

Контрольные вопросы

1. В чём различия систем автоматического регулирования и систем автоматического управления ?

2. Автоматические системы: основные понятия и определения.
3. Классификация автоматических систем.
4. Назовите виды типовых воздействий и реакцию системы на эти воздействия.
5. В чём различие понятий “алгоритм управления” и “алгоритм функционирования”?
6. Что называется структурной схемой системы?

Пример 1.1: Выполнить анализ системы, схема которой приведена на рис. 1.15.

Схема автоматической системы удобна для контроля фактических знаний, полученных в ходе освоения предшествующего раздела. Приводимое ниже описание имеет отношение только к составу и назначению элементов, образующих систему. Все остальное: принцип работы системы, ее алгоритмы и др. предлагается выявить самостоятельно и, в конце, ответить на ряд вопросов, перечень которых завершает текст данного параграфа. Если вопросы не вызовут затруднений с ответом, то это значит, что соответствующие разделы теории освоены в достаточной мере.

Имеется электрическая печь для закалки металла. В нее встроена термопара ТП для измерения температуры. Электрический ток в цепи нагрева зависит от положения щетки реостата r . Количество выделяемого тепла определяется формулой $Q = I^2 R$, где I – ток; R – сопротивление спирали. Электродвигатель через редуктор кинематически связан со щеткой реостата. Напряжение, изменяющее частоту и направление вращения, электродвигатель ЭД получает от магнитного усилителя МУ.

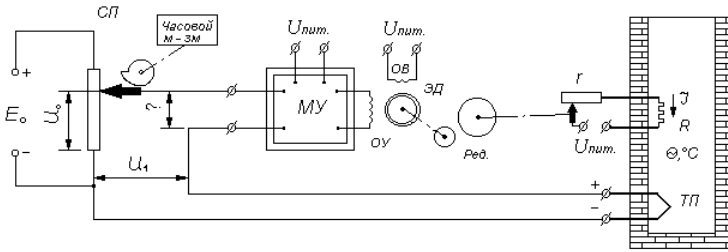


Рис. 1.15. Система для самостоятельного изучения

Имеется потенциометр СП с питанием от источника тока E_0 . Щетка потенциометра меняет свое положение, а, следовательно, меняется напряжение U_0 под действием профильного кулачка, кинематически связанного с движением часового механизма. В силу большой наглядности принципиальной схемы на рис. 1.15, можно ответить сразу на такие вопросы:

1. Что в схеме является управляемой величиной и какой фундаментальный принцип управления использован?
2. Вид алгоритма функционирования системы.
3. Что является управляемым объектом системы?
4. Что является причиной появления сигнала управления (работы исполнительного электродвигателя)?
5. Можно ли считать, что система использует принцип управления Ползунова - Уатта?
6. Какую функцию в системе выполняет часовой механизм в устройстве задатчика?
7. Почему полярность напряжений U_0 и U_1 двух источников тока (задатчика E_0 и термопары ТП) выбрана таким образом, что объединяются одноименные полюса?
8. В чем может выражаться динамичность (инерционность) управляемого объекта?
9. Какой элемент системы выполняет функции регулирующего органа?
10. Что может явиться возмущающим воздействием, приложенным к объекту?

2. ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Для эффективного функционирования автоматической системы необходимо обеспечить выполнение трех основных операций, осуществляемых устройством управления: измерение выходных переменных, задающих и возмущающих воздействий и формирование информации о состоянии и режиме работы объекта автоматизации; анализ этой информации и формирование командных сигналов управления; восприятие сигналов управления и осуществление управляющих воздействий на органы управления объектом. В этой связи технические средства автоматических систем разделяют на три группы. В первую группу входят устройства измерения, преобразования и передачи информации: измерительные преобразователи, датчики, задатчики. Ко второй группе относятся технические устройства, предназначенные для формирования сигналов управления: функциональные преобразователи, логические, программные и вычислительные устройства, регуляторы. Третью группу составляют исполнительные устройства – двигатели сервоприводов.

Для выбора технического решения при проектировании автоматической системы конструктор должен располагать базой данных, содержащей сведения о свойствах и технических характеристиках различных устройств автоматики.

В различных областях машиностроения и приборостроения используется множество разнообразных автоматических устройств и приборов. Существует широкая номенклатура средств одного и того же функционального назначения, различающихся принципом действия, надежностью, стоимостью и другими показателями качества и эффективности. Обоснованный выбор их определяется назначением автоматической системы, требованиями к техническому уровню объекта и многими другими факторами.

В данной главе рассмотрены только некоторые основные технические средства автоматики, используемые в машиностроении.

2.1. Классификация элементов

Автоматическая система состоит из ряда элементов, выполняющих различные функции. Рассмотрим основные элементы, из которых формируется автоматическая система.

Все элементы (их большое количество) подразделяются по функциональному назначению и принципу действия [5,13].

По функциональному назначению различают:

1. Преобразователи. К ним относятся:

а) первичные измерительные преобразователи - элементы, измеряющие значения регулируемой величины и преобразующие их в эквивалентные значения сигнала другой физической природы, более удобной для последующей передачи и использования. Например: фотодатчик – преобразует световую информацию в электрический сигнал.

б) нормирующие преобразователи- устройства, преобразующие сигнал одной физической природы в эквивалентный сигнал другой физической природы. Они нужны для совместной работы в системе средств регулирования, имеющих различную физическую основу.

в) функциональные преобразователи, которые при поступлении на вход сигнала формируют на выходе изменение сигнала по определенному закону.

2. Усилители предназначены для усиления поступающих сигналов. Различают усилители сигнала или его мощности, например, выходной сигнал с фотодатчика недостаточен для управления схемой преобразования сигнала, поэтому в системе применяется усилитель.

3. Стабилизаторы – элементы, поддерживающие значения сигнала на определенном уровне и сглаживающие пульсации сигнала.

4. Коммутирующие элементы (распределители) – приборы, переключающие цепи с выхода какого-либо элемента на входы других элементов.

5. Элементы сравнения – элементы, сравнивающие значения двух (или более) сигналов. Выходной сигнал равен разности входных сигналов.

6. Задающие элементы – элементы, с помощью которых оператор устанавливает заданное значение регулируемой величины.

7. Регулирующие элементы – устройства, воздействующие на объект регулирования для поддержания заданного значения регулируемой величины или изменения ее по заданному закону.

8. Исполнительные механизмы – элементы, которые действуют на регулирующий орган и перемещают его в сторону устранения отклонения регулируемой величины от заданного значения или закона ее изменения. Чаще всего это устройства, преобразующие электрический сигнал в движение.

9. Объект регулирования – объект, являющийся составным элементом (составной частью) автоматической системы.

В простой системе объект системы совпадает с объектом физическим. В ранее рассматриваемой системе объектом регулирования является двигатель.

В сложной системе (например система контроля за температурой, давлением, расходом тепла) в функциональном смысле будет в каждой локальной системе свой объект регулирования.

Все перечисленные элементы функционально имеются в каждой автоматической системе. Но физически отдельные элементы могут представлять единое целое, т.е. одно устройство выполняет функции нескольких элементов, например двигатель – функции исполнительного механизма и функционального преобразователя, который формирует изменение по линейному закону выходного сигнала.

По физическому принципу действия элементы делятся на виды:

1. Электрические, магнитные и радиоволновые, действующие на принципе использования электромагнитных процессов с частотами ниже 10^{12} Гц.

2. Оптические, действующие на принципе использования электромагнитных процессов с частотами выше 10^{12} Гц.

3. Механические, использующие механические перемещения твердых тел.

4. Гидравлические, использующие механические свойства жидкостей.

5. Пневматические, использующие механические свойства газов.

6. Комбинированные (электромеханические, электрогидравлические и т.д.).

2.2. Характеристики элементов

В автоматических системах применяется огромное разнообразие элементов, различающихся по назначению, принципу действия и другим

признакам, тем не менее элементы имеют общие свойства и характеристики.

Все элементы имеют вход и выход. Сигнал проходит только в одном направлении – от входа к выходу. Элементы изображаются прямоугольником с указанием входа и выхода стрелками (рис. 2.1).

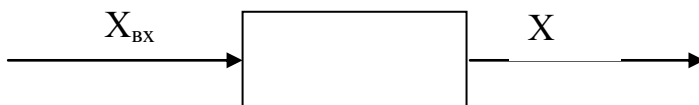


Рис. 2.1. Элемент системы

Только суммирующее устройство изображается в виде окружности, разделенной на 4 сектора со стрелками входных и выходных сигналов (рис. 2.2).

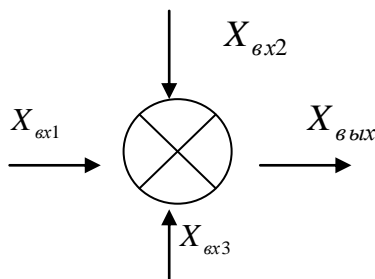


Рис. 2.2. Суммирующее устройство

Если входных сигналов больше 3, то суммирующее устройство изображается в виде двух или более окружностей с секторами и стрелками. Сектор, в который сигнал входит с отрицательным знаком, зачерняют.

При поступлении на вход элемента ступенчатого сигнала $X_{вх 0}$ на выходе одновременно или с некоторым запаздыванием появляется сигнал, который имеет постоянное значение $X_{вых 0}$ или меняется в виде функции во времени $X_{вых}(t)$. По истечении некоторого времени $t=t_{уст}$ выходной сигнал принимает постоянное значение $X_{вых}(t_{уст})=X_{вых 0}$ (рис. 2.3).

Процесс перехода выходного сигнала элемента из одного установившегося состояния в другое установившееся состояние при поступлении на вход элемента ступенчатого (постоянного) сигнала называется переходным процессом.

Графическое изображение переходного процесса называется динамической характеристикой элемента.

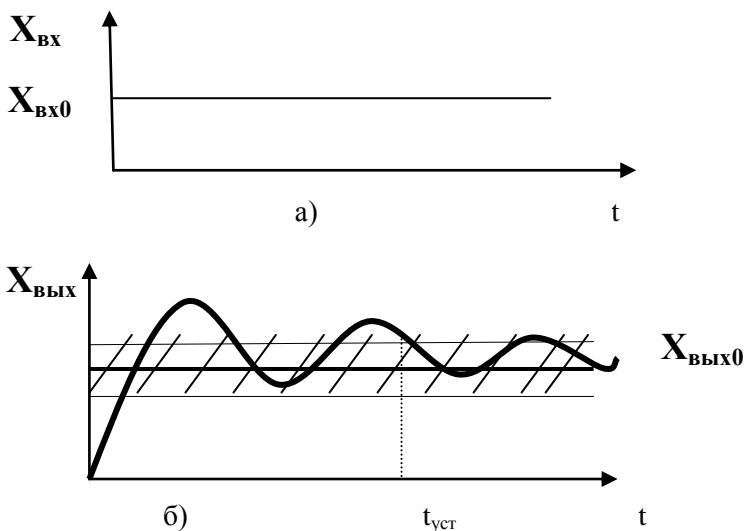


Рис. 2.3. Входной и выходной сигналы элемента системы

Зависимость выходного сигнала от входного при установившихся состояниях называется статической характеристикой элемента.

Более подробно рассмотрим динамические и статические характеристики элементов.

2.2.1. Статические характеристики

Зависимость $X_{ВЫX} = f(X_{BX})$ при $t = t_{уст}$ определяет свойства элемента системы в установившемся (статическом) состоянии. Если статическая характеристика линейна, т.е. $X_{ВЫX} = kX_{BX}$, то элементы с такой характеристикой называются линейными. Постоянный коэффициент k линейной статической характеристики равен тангенсу угла наклона характеристики к оси абсцисс (рис. 2.4):

$$k = \frac{X_{e.ых1}}{X_{e.х1}} = \frac{X_{e.ых2}}{X_{e.х2}} = \operatorname{tg} \alpha.$$

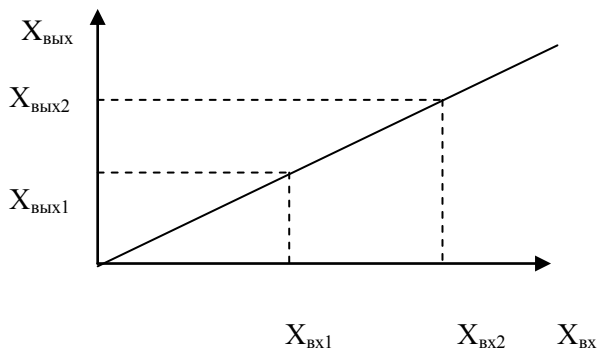


Рис. 2.4. Линейная статическая характеристика

Коэффициент k называется коэффициентом передачи или коэффициентом усиления элемента.

Если элемент – первичный измерительный преобразователь (датчик), то коэффициент передачи называется чувствительностью датчика.

В общем случае статическая характеристика $X_{\text{ВЫХ}} = f(X_{\text{ВХ}})$ нелинейна (рис. 2.5)

$$\frac{X_{\text{вых1}}}{X_{\text{вх1}}} \neq \frac{X_{\text{вых2}}}{X_{\text{вх2}}}$$

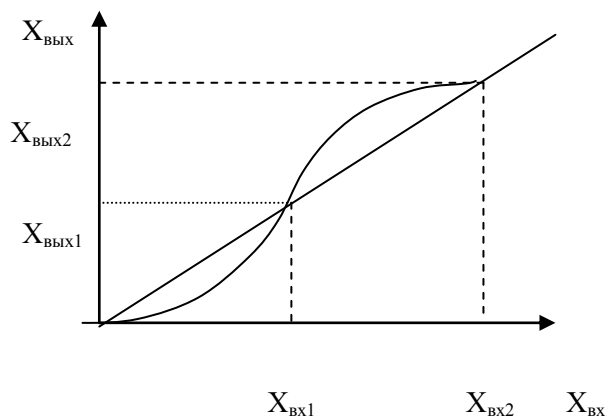


Рис. 2.5. Нелинейная статическая характеристика

Если нелинейность характеристики небольшая, то в рабочем диапазоне ($0 \div X_{\text{вх}2}$) ее можно линеаризовать так, как показано на рис. 2.5. После линеаризации нелинейный элемент рассматривается как линейный. Элементы с существенно нелинейной статической характеристикой называются нелинейными.

Следует отметить, что некоторые элементы нечувствительны при поступлении на их вход небольших сигналов. Сигнал на выходе появляется только при поступлении на вход сигналов, больших некоторого значения $X_{\text{вх}} > |a|$ (рис. 2.6).

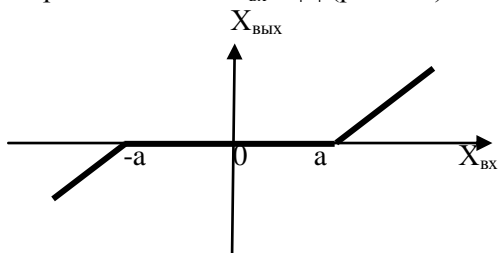
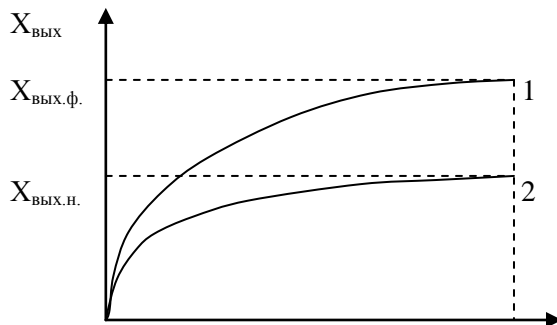


Рис. 2.6. Статическая характеристика с зоной нечувствительности

Значение $X_{\text{вх}} = a$ называется порогом чувствительности. Обычно порог чувствительности элемента при изменении $X_{\text{вх}}$ в положительном и отрицательном направлениях одинаков. Диапазон изменения $X_{\text{вх}}$, при котором на выходе элемента не появляется сигнал, называется зоной нечувствительности. В данном случае зона нечувствительности равна удвоенному значению порога чувствительности.

Поскольку в процессе работы автоматической системы характеристики элементов могут меняться (старение деталей, изменение условий эксплуатации), то и статическая характеристика меняется (рис. 2.7), где $X_{\text{вых.н.}}$ — номинальное значение; $X_{\text{вых.ф.}}$ — фактическое значение.



$X_{\text{вх.}}$

Рис. 2.7. Реальная статическая характеристика

Абсолютная разность называется абсолютной статической погрешностью:

$$\Delta X_c = X_{\text{вых.ф.}} - X_{\text{вых.н.}}$$

Названная погрешность не в полной мере характеризует работоспособность элемента.

Пример: $X_c = 10$ единиц. Если начальное значение = 20 единицам, то вывод – элемент неработоспособен; а если $X_{\text{ном.}} = 500$ единиц, то X_c – незначительна. Поэтому вводится относительная статическая погрешность — отношение абсолютной статической погрешности к номинальному значению выходного сигнала:

$$\delta_c = \frac{\Delta X_c}{X_{\text{вых.н.}}}$$

Для оценки степени погрешности относительно какого-либо значения выходного сигнала используется приведенная статическая погрешность.

Приведенная статическая погрешность — это отношение абсолютной статической погрешности к нормирующему значению выходного сигнала.

За нормирующее значение принимается значение выходного сигнала, относительно которого необходимо оценить степень погрешности статической характеристики.

Существует дифференциальный коэффициент передачи (усиления) — коэффициент передачи K_g на отдельном участке характеристики при достаточно малых изменениях входного сигнала. Геометрически он равен тангенсу угла наклона касательной к статической характеристике в точке, соответствующей данному значению входного сигнала. Чем больше нелинейность, тем больше различаются значения

коэффициента передачи.

Для линейной статической характеристики дифференциальный коэффициент передачи равен обычному коэффициенту $Kg = k$.

Если в реальной системе элемент работает в условиях, когда входной сигнал меняется в больших пределах, то используется относительный коэффициент передачи, равный отношению выходного сигнала ко входному сигналу, выраженный в относительных единицах:

$$k_{отн} = \frac{(\Delta X_{вых} / X_{вых})}{(\Delta X_{вх} / X_{вх})}.$$

2.2.2. Динамические характеристики

Переход элемента из одного состояния в другое происходит в течение некоторого времени. Характер изменения выходного сигнала определяется динамическими характеристиками.

Вид динамической характеристики определяется формой изменения входного сигнала. Динамические характеристики подразделяются на временные и переходные.

ВРЕМЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ называется графическое изменение выходного сигнала автоматической системы при переходе из одного установившегося состояния в другое при типовом входном воздействии. За типовое воздействие чаще всего принимают ступенчатое (скачкообразное) единичное входное воздействие.

Графическое изображение изменения выходного сигнала при переходе элемента из одного установившегося состояния в другое при единичном ступенчатом изменении входного сигнала называется **ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ**.

Наиболее характерные изменения выходного сигнала при ступенчатом единичном входном сигнале приведены на рис. 1.6.

Время, за которое выходная величина при монотонном изменении переходит из одного установившегося состояния в другое, равное коэффициенту передачи k элемента при поступлении на вход единичного ступенчатого сигнала, определяет

инерционность элемента. Монотонные переходные процессы имеют экспоненциальный (1) или S-образный (2) характер изменения выходного сигнала (рис. 2.8б).

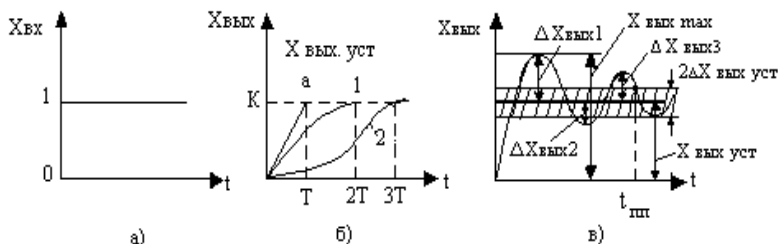


Рис. 2.8. Переходные характеристики:

- а) входной сигнал;
- б) монотонный характер изменения;
- в) колебательный характер изменения.

Аналитически экспоненциальный характер изменения выходного сигнала определяется как:

$$X_{\text{вых}} = k \left[1 - e^{\left(-\frac{t}{T}\right)} \right], \quad (2.1)$$

где k – коэффициент передачи элемента, T – постоянная времени, определяющая степень инерционности датчика.

При $X_{\text{вх}} = 1$ и $t = \infty$, $X_{\text{вых уст}} = k$.

Производная от выражения (2.1) имеет вид:

$$\frac{dX_{\text{вых}}}{dt} = \frac{k \cdot e^{\left(-\frac{t}{T}\right)}}{T} \cdot$$

При $t = 0$ формула (2.1) запишется:

$$\frac{dX_{\text{вых}}}{dt} = \text{tg } \alpha = \frac{k}{T} \cdot$$

Если провести касательную к экспоненциальной кривой в начале координат, то она пересечет прямую, параллельную оси абсцисс с ординатой k , равной установившемуся значению выходного сигнала в точке a , абсцисса которой равна T – постоянной времени звена (рис. 2.8, б). Отсюда следует геометрический смысл постоянной времени отсюда:

$$T = \frac{k}{\operatorname{tg} \alpha}, \text{ при } t = 0 \quad .$$

Из графика видно, что значение производной в любой точке определяет скорость изменения выходного сигнала в данной точке. Поэтому постоянной времени элемента T с экспоненциальной динамической характеристикой называется время, в течение которого выходной сигнал достигнет установившегося значения, если он изменяется с постоянной скоростью, равной ее начальному значению после поступления единичного ступенчатого входного сигнала. Теоретически установившееся значение наступит в течение бесконечно большого значения времени, т.е. при $t = \infty$. Практически уже при $t = 3T$ выходная величина достаточно близко подходит к ее установившемуся значению

$$X_{\text{вых}} = k \left[1 - e^{\left(-\frac{3T}{T} \right)} \right] = k (1 - e^{-3}) = 0.95k \quad .$$

Погрешность всего 5%, что допустимо в большинстве практических случаев. Итак, за длительность переходного процесса принимается время, равное $3T$. При S-образном и колебательном переходных процессах за длительность переходного процесса $t_{\text{пн}}$ принимается время, в течение которого выходная величина принимает значение, равное установившемуся значению выходной величины с динамической погрешностью, принятой в технических условиях на данный элемент.

Динамическая погрешность бывает абсолютной и относительной.

Абсолютная динамическая погрешность – это разность между текущим значением выходной величины в данный момент времени и ее установившимся значением:

$$\Delta_g = X_{\text{вых}}(t) - X_{\text{вых уст}} . \quad (2.2)$$

Относительная динамическая погрешность – это отношение абсолютной динамической погрешности к установившемуся значению выходной величины:

$$\sigma_g = \frac{\Delta_g}{X_{\text{вых.уст}}} .$$

Из (2.2) видно, что Δ_g является функцией времени. Переходный процесс закончится и динамическая погрешность будет равна статической погрешности.

Переходный процесс кроме длительности характеризуется коэффициентом затухания, перерегулированием и степенью колебательности.

Коэффициент затухания равен (рис. 2.8, в):

$$\psi = 1 - \frac{\Delta X_{\text{вых } 3}}{\Delta X_{\text{вых } 1}} .$$

Перерегулирование определяется максимальным отклонением выходной величины от установившегося значения:

$$\sigma \% = \frac{X_{\text{вых max}} - X_{\text{вых уст}}}{X_{\text{вых уст}}} \cdot 100\% .$$

Степень колебательности – число колебаний выходной величины за время переходного процесса $t_{\text{пн}}$. Чем больше число колебаний, тем больше степень колебательности процесса.

2.3. Первичные преобразователи и датчики

2.3.1. Назначение и классификация

В основе любой автоматической системы (управления, регулирования, информации, контроля, защиты, диагностики) лежит информация о состоянии и режиме работы объекта автоматизации. Ее получают с помощью технических устройств, называемых измерительными преобразователями (ИП).

Измерительный преобразователь в общем случае включает три функциональных элемента: *чувствительный* (ЧЭ), *преобразующий* (ПЭ) и *кодирующий* (КЭ) [5].

Чувствительный элемент предназначен для измерения некоторой физической величины, характеризующей режим функционирования объекта. Он непосредственно взаимодействует с контролируемым рабочим органом объекта или некоторым его элементом – источником информации о работе объекта. Обычно измеряемая величина преобразуется в другую, более удобную для ее дальнейшего использования. В этом случае преобразователь содержит преобразующий элемент. На выходе последнего получают непрерывный или аналоговый сигнал. Однако такой сигнал часто оказывается неприемлемым для дальнейшего использования в устройствах формирования сигналов управления. Например, в системах микропроцессорного управления информация о работе объекта должна поступать в виде цифровых сигналов. В таких системах преобразователь содержит кодирующий элемент, преобразующий аналоговый сигнал в дискретный или цифровой.

Если измерительный преобразователь выполняется в виде законченного в конструктивном отношении устройства, его называют **датчиком**. В машиностроении чаще всего используют именно такие конструктивные исполнения преобразователя, поэтому в дальнейшем не учитываются различия между преобразователем и датчиком, а используется общепринятый в инженерной практике термин – "датчик".

Датчики классифицируют по характеру входного и выходного сигналов и по принципу действия. Входной сигнал определяет назначение датчика. По назначению различают *датчики скорости* (линейной, угловой), *нагрузки* (силы, вращающего момента), *давления*, *температуры*, *расхода* (жидкости, газа), *положения* (уровня топлива, крена машины) и др.

Выходную величину датчика называют информационным сигналом. По его виду датчики разделяют на *электрические* и *неэлектрические*, *аналоговые* и *дискретные* (в том числе *цифровые*). Электрические датчики, в зависимости от принципа действия, делят на *параметрические* и *генераторные*. В параметрических датчиках под действием входного сигнала изменяется какой-либо параметр чувствительного элемента (сопротивление, емкость, индуктивность), вследствие чего устанавливается некоторая зависимость между

информационным сигналом и измеряемой физической величиной. Для функционирования параметрического датчика необходим подвод к нему энергии от внешнего источника. Генераторные датчики под действием входного сигнала генерируют ЭДС, которая используется для формирования информационного сигнала. Они содержат термопары, фотоэлементы, генераторы напряжения, для работы которых не требуется внешний источник энергии.

Информационный сигнал может быть естественным или унифицированным. Естественные сигналы представляют собой перемещение, угол поворота, усилие, напряжение, сопротивление, частоту и др. Для их получения в преобразователе достаточно иметь один преобразующий элемент.

Унифицированный сигнал должен иметь определенную физическую природу и изменяться в строго фиксированных пределах, независимо от вида измеряемой величины, метода измерения и диапазона ее изменения. Наибольшее распространение получили унифицированные электрические сигналы – аналоговые и цифровые. Применяются также датчики с пневматическими и гидравлическими выходными сигналами. Для получения унифицированного информационного сигнала датчик должен содержать несколько преобразующих элементов. Первый из них, называемый *первичным преобразователем*, формирует естественный сигнал, а последний – *вторичный преобразователь* осуществляет преобразование естественного сигнала в унифицированный. Датчик может содержать также промежуточные преобразующие элементы.

Современный этап автоматизации характеризуется использованием датчиков с унифицированными информационными сигналами. Для унифицированных аналоговых сигналов устанавливаются стандартные пределы изменения силы электрического тока, напряжения (давления – в пневматических и гидравлических датчиках).

Наиболее перспективными являются *датчики с цифровым кодированием*. Кодирование – операция отождествления символов или группы символов одного кода с символами или группами символов другого кода. Код представляет собой систему условных знаков (символов) для передачи, обработки и хранения различной информации. Конечная последовательность кодовых знаков называется словом. Число различных символов, которое используется в словах данного кода,

называется его основанием. Например, код, использующий символы 0 и 1, имеет основание два и называется двоичным. Кодирование позволяет уменьшить влияние помех, исключить избыточность сообщений и значительно повысить точность и достоверность информации. Кодированию можно подвергать информацию, представленную только в форме дискретных сигналов. Если информация заключена в непрерывном сигнале, то он предварительно преобразуется в последовательность дискретных сигналов. Обычно кодируют электрические напряжения, механические перемещения, временные интервалы. Другие физические величины предварительно преобразуют в одну из этих форм представления информации. Кодирующие элементы выполняют в виде кодирующих электронных трубок, кодирующих дисков, матричных схем, механических и электромеханических устройств.

В автоматических системах автомобилей, тракторов и самоходных сельскохозяйственных машин информационный сигнал $y(t)$ при дискретизации часто представляется в виде:

$$y(t) = \begin{cases} y_n & \text{при } x(t) < x_n ; \\ y_v & \text{при } x(t) \geq x_n ; \end{cases}$$

или

$$y(t) = \begin{cases} y_n & \text{при } x(t) < x_{н.п} \\ y_0 & \text{при } x_{н.п} \leq x(t) \leq x_{в.п} ; \\ y_v & \text{при } x(t) > x_{в.п} , \end{cases}$$

где x_n – пороговое значение измеряемой физической величины;
 $x_{н.п}$, $x_{в.п}$ – нижнее и верхнее пороговые значения.

В первом случае при цифровом кодировании y_n отождествляют с цифрой "0", а y_v – с цифрой "1". Во втором случае длина слова должна содержать не менее двух цифровых сигналов. Следовательно, необходимо использовать двузначный двоичный код, например, $y_n \equiv 01$; $y_0 \equiv 00$; $y_v \equiv 10$.

Кроме автоматических систем датчики широко используют на мобильных машинах (автомобилях, тракторах и др.) в обычных системах контроля и информации. В этом случае они содержат не менее двух преобразующих элементов, а для восприятия результатов измерения их снабжают сигнальными устройствами – световыми, стрелочными или мнемоническими индикаторами,

звонками, сиренами и др. Сигнальные устройства представляют собой вторичные преобразователи.

При создании современных микропроцессорных автоматизированных систем более 50% всех затрат приходится на разработку датчиков. Поэтому создание комплекса датчиков с унифицированными выходными сигналами для измерения различных физических величин и с унифицированными присоединительными размерами является одной из наиболее актуальных задач, решение которых позволило бы значительно ускорить внедрение микропроцессорной техники в различных отраслях машиностроения.

2.3.2. Основные свойства датчиков

Свойства датчиков определяются их статическими и динамическими (временными и частотными) характеристиками и оцениваются рядом показателей, важнейшими из которых являются чувствительность, порог чувствительности, предел измерения, гистерезис, погрешность, инерционность.

Чувствительность датчика определяется из его статической характеристики. Она характеризует преобразующие свойства и определяется отношением приращения выходного сигнала Δy к изменению входного сигнала Δx . У линейных датчиков чувствительность во всем рабочем диапазоне измерений одинакова, а уравнение статики имеет вид $y = y_0 + kx$. Нелинейные датчики имеют переменную чувствительность, определяемую из выражения

$$k_{\text{ч}} = dy / dx . \quad (2.3)$$

Уравнение (2.3) показывает, что чувствительность датчика представляет собой по существу коэффициент передачи. Чувствительность датчика является размерной величиной.

Порог чувствительности представляет собой минимальное значение измеряемой величины, которое можно обнаружить или зафиксировать при помощи данного датчика.

Предел измерения – максимальное значение измеряемой величины, которое может быть воспринято датчиком без искажения результата измерения и при котором исключается его повреждение.

Гистерезисом называют неоднозначность хода статической характеристики датчика при увеличении и уменьшении входной величины. Гистерезис возникает в датчиках из-за внутреннего трения в упругих элементах, трения в подвижных элементах, ползучести (например, в наклеиваемых тензорезисторах), магнитного гистерезиса и т.п. Гистерезис обычно оценивают в процентах:

$$\delta_r = [\Delta y_r / (y_{\max} - y_{\min})] \cdot 100\% ,$$

где Δy_r – ширина петли гистерезиса; y_{\max} , y_{\min} – пределы изменения выходной величины в рабочем диапазоне измерений.

Абсолютная погрешность датчика представляет собой разность между значением выходного сигнала y датчика и выходного сигнала y_n , соответствующего истинному значению измеряемой величины:

$$\Delta y = y - y_n .$$

Относительная погрешность датчика определяется выражением

$$\delta = \Delta y / y_n .$$

Абсолютную погрешность датчика вычисляют при нормальных условиях эксплуатации, т.е. при температуре окружающей среды $+25 \pm 10$ °С, атмосферном давлении $10^5 \pm 4 \cdot 10^4$ Па (750 ± 30 мм рт. ст.), относительной влажности окружающего воздуха $65 \pm 15\%$, отсутствии вибрации и полей, кроме гравитационных. При изменении внешних условий возникают дополнительные погрешности.

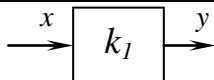
Погрешность также зависит от структурной схемы, определяющей соединение преобразующих элементов датчика. Применяют следующие структурные схемы (табл. 2.1):

- 1) с однократным преобразованием;
- 2) с последовательным многократным преобразованием;
- 3) с параллельным преобразованием (дифференциальная схема);
- 4) с обратной связью (компенсационная схема)

Таблица 2.1

Структурные схемы измерительных преобразователей и датчиков

№ п/п	Структурная схема	Коэффициент передачи	Относительная погрешность
-------	-------------------	----------------------	---------------------------



1		$k = k_1$	$\delta = \delta_1$
2		$k = \prod_{i=1}^n k_i$	$\delta = \sum_{i=1}^n \delta_i$
3		$k = k_1 + k_2$	$\delta = \delta_1 k_1 / (k_1 + k_2) + \delta_2 k_2 / (k_1 + k_2)$
4		$k = \frac{k_1}{1 + k_1 k_2}$	$\delta = \delta_1 / (1 + k_1 k_2) - \delta_2 / [1 + (k_1 k_2)]$

Условные обозначения: x – измеряемая величина; y – выходной сигнал датчика; k – коэффициент передачи датчика; k_i – коэффициент передачи преобразующих элементов датчика; δ_i – относительные погрешности преобразующих элементов датчика

Датчики с однократным преобразованием применяются в простейших автоматических системах управления и регулирования.

Последовательное соединение нескольких преобразующих элементов используют при необходимости получения унифицированного аналогового или дискретного информационного сигнала. Несколько преобразователей содержат также датчики, используемые для визуального контроля за состоянием и режимом работы механизмов и узлов машины. Коэффициент передачи при последовательном соединении может быть значительно увеличен, однако при этом возрастает погрешность датчика.

Характерной особенностью дифференциальной схемы (табл. 2.1, п.3) является применение двух однотипных преобразователей,

выходные сигналы которых вычитаются, т.е. $y = y_1 - y_2$. На входы преобразователей могут быть поданы различные величины x_1 и x_2 :

а) $x_1 = x, x_2 = x_0$, где x_0 – некоторая постоянная величина; в этом случае y_1 сравнивается с эталонной величиной $y_2 = k_2x_0$;

б) $x_1 = x, x_2 = x$; такая схема измерения применяется при нечетких линейных характеристиках преобразователей (рис. 2.9, а) и позволяет свести практически к нулю порог чувствительности, устранить постоянную составляющую выходного сигнала y_0 и увеличить в 2 раза чувствительность датчика; так как выходные сигналы преобразователей $y_1 = y_0 + k_1x, y_2 = k_2x$, то $y = y_1 - y_2 = (k_1 + k_2)x$, а следовательно $k = y/x = k_1 + k_2$;

в) $x_1 = x + x_0, x_2 = x - x_0$, т.е. на оба входа подается дополнительно постоянная величина x_0 , с разными знаками; такая схема измерения применяется для спрямления характеристик датчика, а при квадратичной характеристике преобразующих элементов позволяет получить линейную характеристику датчика (рис. 2.9, б), что следует из выражения

$$y = y_1 - y_2 = (x + x_0)^2 - (x - x_0)^2 = 4x_0x.$$

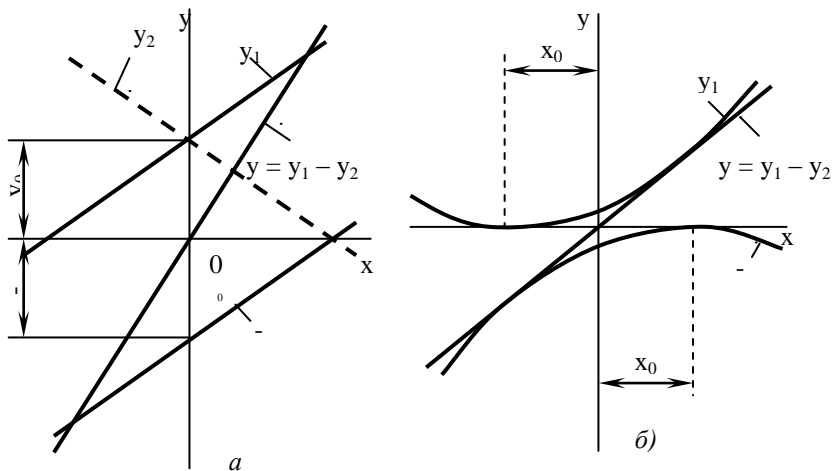


Рис. 2.9. Характеристики датчиков с дифференциальной схемой соединения преобразователей со статическими характеристиками:

а – линейными; б – квадратичными

Дифференциальная схема позволяет уменьшить погрешность датчика, обусловленную влиянием внешних факторов.

Схема датчика с обратной связью (табл. 2.1, п.4) обладает высокой точностью, универсальностью и малой зависимостью коэффициента передачи от внешних возмущений. Если коэффициент передачи k_1 основного преобразующего элемента, расположенного в цепи прямой связи, гораздо больше коэффициента передачи k_2 элемента обратной связи, то погрешность основного преобразователя δ_1 практически не влияет на относительную погрешность датчика (см. формулу в табл. 2.1, п.4).

Инерционность датчика характеризуется постоянной времени T . Чем ниже значение T , тем меньше запаздывание формирования информационного сигнала автоматической системы, отражающего изменение измеряемой физической величины, и тем быстрее может быть сформировано соответствующее управляющее воздействие, подаваемое на объект управления. При большом значении T информация может запаздывать настолько, что управляющие воздействия окажутся несвоевременными и неэффективными.

2.3.3. Требования к датчикам

В зависимости от назначения и конкретных условий применения датчиков в автоматических системах к ним предъявляются многочисленные требования, основные из которых следующие:

однозначность функциональной зависимости информационного сигнала от измеряемой величины;

высокая избирательность (должен реагировать на изменение лишь той величины, для измерения которой он предназначен);

направленность действия (отсутствие влияния нагрузки на выходе датчика на точность формирования информационного сигнала);

высокая чувствительность;

стабильность характеристики во времени и при изменении внешних условий;

малая инерционность (минимальная постоянная времени);

высокая перегрузочная способность;
достаточный уровень надежности;
удобство монтажа и обслуживания и др.

Рассмотрим основные типы датчиков, применяемых в автоматических системах управления, регулирования, информации, контроля, защиты и диагностики машин, подразделяя их по назначению.

2.3.4. Датчики положения

Датчики положения используют для измерения уровней жидкости в емкостях различных узлов и механизмов машин, относительных линейных и угловых перемещений конструктивных элементов объектов управления, угла наклона мобильной машины при движении на склоне, пройденного пути, отклонения траектории движения от заданной и др [5].

Уровни топлива и масла в баках или в картерах агрегатов машины обычно измеряют *резистивными датчиками поплавкового типа* (рис. 2.10,а). Чувствительным элементом поплавкового датчика является поплавок. Датчик содержит два преобразующих элемента. Первый преобразует изменение поплавка 3 в отклонение движка 2 потенциометра 1 , включенного в электрическую цепь, питание которой обеспечивается источником напряжения U_1 . При перемещении движка потенциометра изменяется напряжение питания U_2 резистора нагрузки 4 . Следовательно, второй преобразующий элемент преобразует сигнал перемещения движка в информационный сигнал датчика – напряжение U_2 . В результате датчик выдает унифицированный аналоговый сигнал.

Схема электрического преобразователя поплавкового датчика показана на рис. 2.10,б.

Если выбрать сопротивление нагрузки R_n гораздо больше полного сопротивления потенциометра R_0 , то характеристика преобразователя будет практически линейной

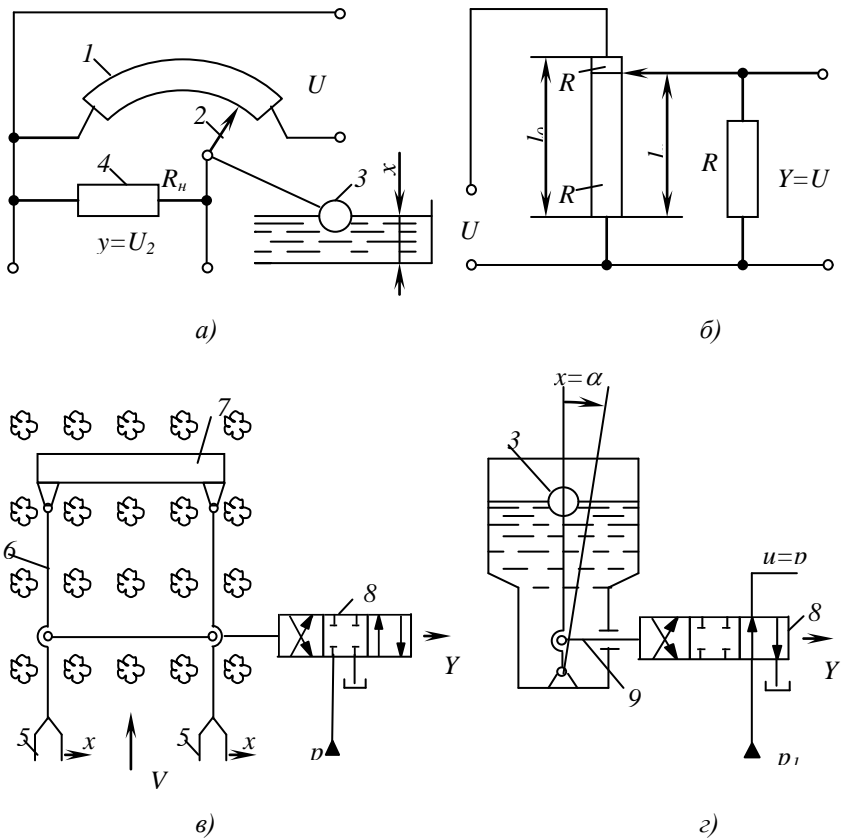


Рис. 2.10. Схемы датчиков положения:

а – датчик уровня жидкости; б – расчетная электрическая схема преобразователя датчика; в – датчик отклонения траектории движения трактора; г – датчик бокового крена остова трактора

$$U_2 = U_1 \frac{R_1}{R_2} = U_1 \frac{l_x}{l_0},$$

где R_1, R_2 – сопротивление плеч потенциометра, определяемых его движком, l_x – длина плеча потенциометра, соответствующая измеряемой величине x ; l_0 – длина потенциометра.

Можно подобрать плечи рычага, связывающего поплавков с движком потенциометра так, чтобы в требуемом диапазоне измерения уровня жидкости x связь между l_x и x была линейной

$$l_x = k_1 x ,$$

где k_1 – коэффициент передачи первого преобразующего элемента – двуплечового рычага.

Статическая характеристика датчика уровня жидкости в этом случае будет линейной

$$y = k x ,$$

где $y = U_2$; $k = k_1 k_2$, здесь k_2 – коэффициент передачи второго преобразующего элемента – потенциометра.

Чувствительность датчика $k_ч = dy/dx = k_1 U_1/l_0$.

Для измерения угловых координат также применяют резистивные датчики. Потенциометры таких датчиков кольцевые, а их движки обычно соединяют непосредственно с объектом измерения. В этом случае движок потенциометра является чувствительным элементом.

Рассмотренные резистивные датчики по принципу действия относятся к параметрическим (под действием входного сигнала изменяется напряжение потенциометра), а по физической природе элементов к электромеханическим.

В системе контроля уровня масла в картере двигателя или трансмиссии используют резистивный поплавковый датчик с дискретным информационным сигналом. Вторичный преобразователь такого датчика обеспечивает индикацию трех возможных состояний: наполнение нормальное, ниже нормы и выше нормы. При необходимости контроля двух уровней применяют простейший вторичный преобразователь контактного типа. Такие датчики устанавливают в приводах тормозной системы автомобиля для включения стоп-сигнала, контроля уровня тормозной жидкости и в других механизмах и системах, в которых

они обычно включают световой или звуковой сигнал при нарушении нормального режима работы.

Широкое применение находят датчики перемещения, использующие эффект Холла. Чувствительный элемент Холла представляет собой полупроводниковую пластину. Если поместить эту пластину в магнитное поле, чтобы направление вектора магнитной индукции B было перпендикулярно плоскости пластины, и пропустить через нее ток силой I , то между противоположными ее гранями возникнет ЭДС Холла $E_x = k I B / h$, где k – постоянная Холла, $\text{м}^2/\text{А}$; h – толщина пластины.

Для изготовления элементов Холла используют германий, кремний, арсенид галлия, арсенид индия, антимонид индия. Толщина пластины из полупроводникового кристалла составляет $10^{-6} \dots 10^{-4}$ м. Чувствительность элемента Холла зависит от соотношения между длиной и шириной пластины и повышается при уменьшении ее толщины. Датчик из арсенида индия при магнитной индукции $B = 1$ Т и силе тока $I = 0,1$ А имеет выходное напряжение около 0,5 В. Датчик Холла относится к генераторным. Обычно ЭДС, генерируемая элементом Холла, сравнительно мала и его выходной сигнал подвержен влиянию радиоэлектрических помех. Поэтому конструктивно и технологически элемент Холла объединяют с преобразователем, усилителем и стабилизатором напряжения, выполненными в виде интегральной микросхемы, называемой магнитоуправляемой интегральной схемой.

Датчик Холла применяется в системе зажигания карбюраторных двигателей для определения положения коленчатого вала. Он выполняет роль микропереключателя и позволяет получить дискретный сигнал, используемый в бесконтактной системе зажигания. Схема микропереключателя приведена на рис. 2.11, а. Ротор 2 распределителя кинематически связан с распределительным валом 4 двигателя. На роторе расположены полюса-экраны 3, выполненные из магнитопроводящего материала, число которых равно числу цилиндров двигателя. При прохождении экранов 3 в зазоре между магнитоуправляемой схемой 1 и магнитом 5 (рис. 2.11, б) происходит периодическое шунтирование магнитного потока, и на выходе микропереключателя формируется электрический сигнал U_d в виде прямоугольных импульсов (рис. 2.11. в), несущий

информацию об угле поворота α коленчатого вала двигателя. График на рисунке 2.11, *в* отображает изменение ЭДС Холла в зависимости от взаимного расположения экрана 3 и элементов 1 и 5 датчиков.

Эффект Холла также используется при измерении других физических величин. Но наибольшее применение датчики Холла получили для измерения перемещений и давлений.

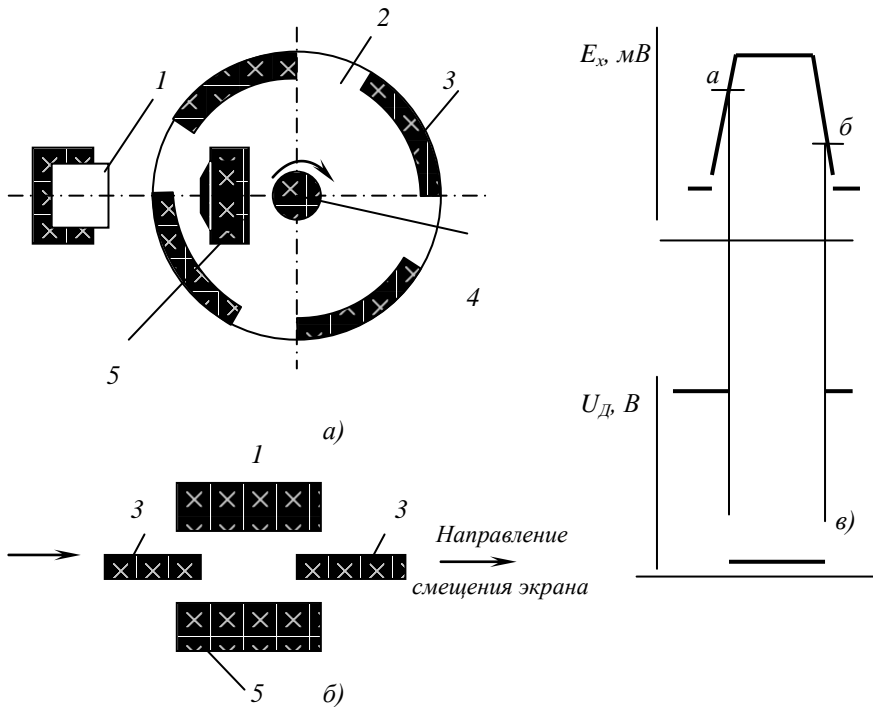


Рис. 2.11. Схемы датчика Холла, используемого в бесконтактной системе зажигания карбюраторного двигателя:

а – принципиальная; *б* – взаимного перемещения элементов датчика и экрана; *в* – изменение ЭДС Холла и выходного сигнала датчика

В системах автоматического вождения тракторных агрегатов измерительные преобразователи обеспечивают получение

информации, необходимой для оценки отклонений от требуемой траектории движения. Выбор чувствительного элемента (ЧЭ) датчика зависит от вида технологической операции, выполняемой тракторным агрегатом. Чувствительные элементы систем автоматического вождения (САВ) взаимодействуют с некоторыми базовыми линиями или поверхностями, создаваемыми искусственно или возникающими естественно в процессе выполняемой агрегатом рабочей операции. Базовую поверхность могут создавать также растения. Применяют механические, электрические, оптические и другие чувствительные элементы. По конструктивному исполнению различают чувствительные элементы, имеющие непосредственный механический контакт с базовой линией, и бесконтактные.

Наиболее широкое применение получили датчики с механическими чувствительными элементами. Их контактирующий орган выполняют в виде щупа или копира со скользящим или вращающимся элементом взаимодействия. Вращающимися элементами копира являются колеса, диски, шары и т.п. Скользящие элементы имеют форму полозков, стержней, штанг, гребенок, клиньев и др. Выбор вида копира определяется формой и свойствами базовой линии или поверхности. Если предыдущая обработка почвы сопровождалась образованием гребней вдоль рядков растений (свекла, кукуруза, картофель и т.п.), то применяют катки или полозки (см. рис. 2.10,в). Копиры 5 штангами 6 связаны с балкой 7, закрепленной на тракторе впереди, и движутся по бороздам между гребней. При отклонении трактора в ту или иную сторону копиры перемещают золотник гидрораспределителя 8, который направляет поток масла под давлением p_1 в гидравлический цилиндр, осуществляющий поворот трактора в нужном направлении. В результате тракторный агрегат движется вдоль рядков растений, предотвращая их повреждение. Аналогично устроены механические чувствительные элементы, используемые на пахотных агрегатах. Копир при этом взаимодействует со стенками борозды.

Оптико-электронные преобразователи. Оптико-электронные ЧЭ позволяют фиксировать различие коэффициентов отражения светового луча у свежего следа вспашки и непаханого поля, ряда

растений и почвы. Принцип действия оптико-электронного ЧЭ основан на сравнении электрического импульса, возникающего на фотоприемнике, воспринимающего отраженный луч, с эталонным импульсом. При движении тракторного агрегата осуществляется сканирование поверхности поля с направляющей линией впереди трактора на расстоянии 5...10 м. Отклонение направляющей линии от оси площади сканирования на заданную величину приводит к формированию информационного сигнала оптико-электронного датчика. Поскольку отклонение траектории движения определяется сравнительно далеко впереди трактора, то обеспечивается высокое качество процесса управления с плавными поворотами и при этом снижаются требования к быстродействию исполнительного устройства механизма поворота.

Оптико-электронными называют преобразователи, в которых неизмеряемая неэлектрическая величина и выходная электрическая связаны потоком электромагнитного излучения оптического диапазона волн – (300 – 0,003) мкм. Оптико-электронный преобразователь, как правило, содержит источник излучения, оптический канал и приемник излучения, в котором энергия излучения преобразуется в выходной электрический сигнал.

Источники оптического излучения делятся на тепловые (лампы накаливания) и люминесцентные (газоразрядные лампы, оптические квантовые генераторы–лазеры и светодиоды). Во многих случаях источником излучения является сам объект измерения.

Приемники оптического излучения делятся на тепловые и фотоэлектронные. Принцип работы тепловых приемников основан на преобразовании энергии излучения в тепловую с последующим ее преобразованием в электрический сигнал. К ним относятся термоэлементы, болометры и пироэлектрики. Термоэлемент – это тонкий металлический диск с зачерненной поверхностью, которой касается рабочий спай термопары (диск под воздействием лучистой энергии нагревается). В болометрах используется изменение электрического сопротивления зачерненной тонкой полоски из проводникового или полупроводникового материала под действием повышения температуры, вызванного облучением. Пироэлектрик – это кристалл, электрическая поляризация которого изменяется при повышении температуры, вызванном поглощением падающего на него излучения.

Преобразование оптического сигнала в электрический осуществляется фотоприемниками, использующими различные физические эффекты. Фотозлектрические приемники излучения делят на две группы – фотозлектрические приемники на основе внутреннего фотозффекта и фотозлектрические на основе внешнего фотозффекта. Действие фотозлектрических приемников излучения основано на изменении электронной структуры вещества при его облучении. Основными типами таких приемников являются фотозэлементы, фоторезисторы, фотодиоды, фототранзисторы, многоэлементные твердотельные приемники излучения [11].

Внутренним эфффектом называют процесс взаимодействия электромагнитного поля излучения с веществом, в результате которого энергия квантов излучения передается электронам вещества, изменяющим в нем свое энергетическое состояние.

Рассмотрим общие для большинства фотоприемников параметры и характеристики, важные для их выбора: чувствительность, пороговые и шумовые характеристики, параметры временных и спектральных характеристик, энергетические характеристики.

Спектральная чувствительность S определяется как отношение изменения выходного сигнала фотоприемника (напряжения dV или тока dI) к вызвавшему это изменение монохроматическому потоку Φ :

$$S = \frac{dV}{d\Phi} \quad , \quad S = \frac{dI}{d\Phi} .$$

Порогом чувствительности (пороговым потоком) Φ_{II} называют минимальную величину эфффективного значения синусоидально – модулированного потока излучения, падающего на приемник, при котором среднее квадратическое значение выходного сигнала равно среднему квадратическому значению шума в единичной полосе Δf частот:

$$\Phi_{II} = \frac{\sqrt{V_{ш}^2}}{S_V \cdot \Delta f} ,$$

где S_v – интегральная чувствительность по напряжению. Порог чувствительности по напряжению характеризует способность фотоприемника регистрировать малые сигналы.

Быстродействие фотоприемника характеризуется постоянной времени $\tau_{пн}$ – промежутком времени, в течение которого сигнал на выходе приемника излучения уменьшается в e раз после прекращения облучения приемника. Более полно динамические свойства фотоприемника описываются частотной характеристикой – зависимостью чувствительности приемника от частоты модуляции падающего на него потока излучения.

Спектральная чувствительность – это зависимость чувствительности фотоприемника от длины волны λ . Спектральная характеристика определяется материалом, из которого изготовлен приемник излучения. Например, CdS – максимальная чувствительность в зеленой области спектра, CdSe – в красной области.

Энергетические характеристики – это зависимость величины полезного сигнала на выходе фотоприемника от величины потока излучения, падающего на его чувствительную площадку.

Действие фоторезисторов основано на эффекте фотопроводимости (внутреннем фотоэффекте), заключающемся в образовании свободных носителей зарядов в полупроводнике под воздействием падающего излучения.

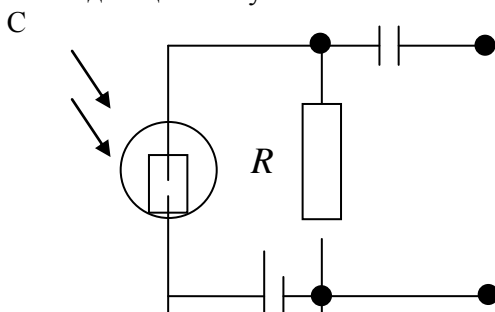


Рис. 2.12. Схема включения фоторезистора

Фоторезисторы находят широкое применение в силу своих преимуществ – обеспечение работы САУ в широком спектральном диапазоне, хорошая пороговая чувствительность.

Фотодиоды и их разновидности (лавинные фотодиоды, pin фотодиоды, дрейфовые фотодиоды), фототранзисторы относятся к группе приемников излучения с р – n переходами. Фотодиоды работают в фотовольтаическом режиме (без внешнего источника питания) и в фотодиодном режиме (с внешним источником питания). Схема включения фотодиодов показана на рис.2.13.

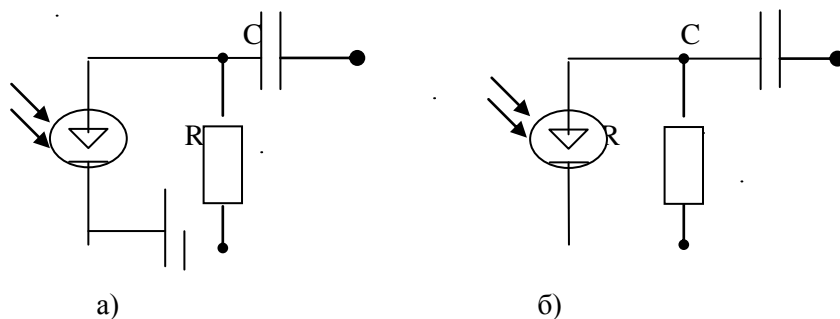


Рис. 2.13. Схема включения фотодиода: а) фотодиодный режим; б) фотовольтаический режим

Достоинствами фотодиодного режима являются: большая чувствительность, меньшая инерционность, большая линейность энергетической характеристики; недостатком – большие шумы. Постоянная времени фотодиодов обычно около $10^{-5} - 10^{-6}$ с.

Несмотря на более высокую интегральную чувствительность фототранзисторы уступают фотодиодам по стабильности характеристик, быстродействию и пороговым характеристикам [8, 11].

В последние годы прочное место стали занимать многоэлементные твердотельные приемники излучения, основными преимуществами которых являются широкий динамический диапазон, стабильность характеристик, малые габариты и масса, малая потребляемая мощность. Многоэлементные приемники излучения создаются на основе болометров, фоторезисторов, фотодиодов, приборов с зарядовой связью. Чувствительный слой многоэлементных приемников

излучения состоит из отдельных элементов, разделенных малыми (до нескольких микрометров) промежутками и расположенными в виде линейки или двумерной структуры – матрицы.

Наиболее широкое применение в САУ находят приборы с зарядовой связью (ПЗС) – приемники излучения, предназначенные для формирования оптического изображения. Конструктивно ПЗС состоит из совокупности конденсаторов со структурой металл – окисел – полупроводник (МОП – конденсаторов), принцип работы которого описан в многочисленных учебниках и монографиях. В ПЗС осуществляется внутренняя коммутация, что создает ряд преимуществ – отсутствуют шумы коммутации, геометрический шум. В ПЗС зарядовые пакеты на выходе детектируются с помощью единственного выходного диода или плавающего затвора, имеющего малую емкость, вследствие чего ПЗС обеспечивает большое отношение сигнал/шум. Линейные ПЗС имеют более простую организацию считывания и, как правило, лучшее пространственное разрешение. Например, известны линейки, имеющие длину 26 мм и состоящие из 1600 элементов, размер ячейки по оси сканирования составляет 16 мкм, разрешение равно 800 пар линий. В настоящее время разработаны матрицы с форматом изображения 12,5 x 12,5 мм и с числом элементов (480 x 380) и (496 x 576).

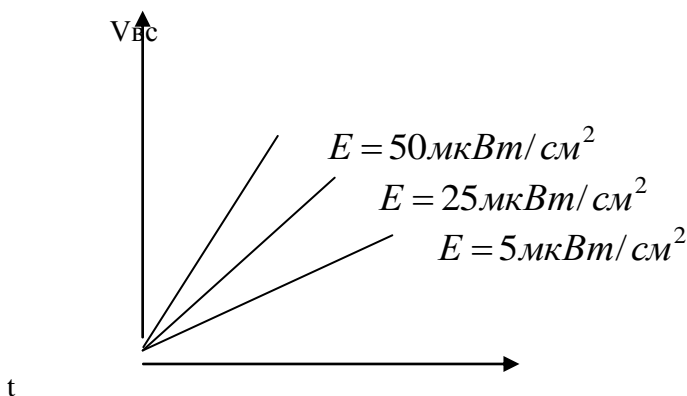


Рис. 2.14. Статическая характеристика ПЗС

Авторами учебного пособия разработаны методики выбора многоэлементных фотоприемников, методики расчета оптико-электронных преобразователей различного назначения [8, 11, 12].

При участии авторов разработан ряд серийно выпускаемых оптико – электронных преобразователей, которые нашли применение в системах технического зрения промышленного робота, в системах контроля изделий механообработки и элементов радио и микроэлектроники и т. д. [11].

Если базовую поверхность образуют растения, то используют бесконтактные чувствительные элементы – емкостные, индукционные, оптико – электронные, лазерные, высокочастотные.

Емкостные ЧЭ представляют собой плоскопараллельные электрические конденсаторы (2.15,а), состоящие из пластин 1...6, которые при помощи стоек 8 прикреплены к поперечному брусу 9, установленному на тракторе.

При отклонении трактора от середины междурядий, например, влево, правые пластины приблизятся к рядкам растений, в результате чего электрическая емкость между правыми пластинами и растениями возрастет, а между левыми пластинами снизится. Конденсаторы включены в соответствующие электрические цепи, преобразующие сигнал ЧЭ в дискретный электрический информационный сигнал, используемый для управления электрогидроклапанами, подающими жидкость к гидравлическим цилиндрам системы поворота трактора..

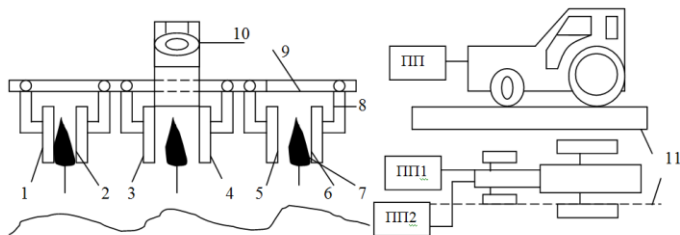


Рис.2.15. Схемы датчиков, используемых в системах автоматического вождения мобильных машин с чувствительными элементами:

а – емкостными; б – индукционными параметрическими

На работу емкостного датчика не влияют запыленность, влажность и температура почвы и воздуха. Датчик отличается высокой избирательностью к сорнякам, которая зависит от формы, размеров и числа пластин

При использовании *индукционного ЧЭ* для определения положения трактора необходима прокладка токнесущего провода 11 (рис.2.15,б). Провод укладывают в почву на некоторую глубину, либо подвешивают над обрабатываемыми растениями, либо выполняют переносным, обеспечивая автоматическое его перемещение после каждого прохода тракторного агрегата. По проводу пропускают переменный электрический ток, который создает переменное магнитное поле, индуцирующее в катушке первичного преобразователя ЭДС. Так как ЭДС зависит от расстояния между проводом и преобразователем, то при отклонении траектории трактора от линии провода возникает информационный сигнал, используемый для поворота трактора. Для уменьшения влияния помех на работу датчика в нем используют два первичных преобразователя ПП1 и ПП2, располагая их симметрично относительно токнесущего провода.

Лазерные ЧЭ пока не получили широкого применения на тракторных агрегатах. Это обусловлено тем, что на их работу влияют освещенность, осадки и туман, запыленность воздуха и другие факторы окружающей среды.

Для САВ перспективно также применение радионавигационной системы. Она содержит радиодальномер, включающий в себя две приемопередающие станции, одна из которых расположена на стационарном пункте, другая – на тракторе или самоходной машине.

В автоматической системе стабилизации остова крутосклонного трактора необходимо измерять угол бокового наклона (крена) остова [5]. Для этого используют *маятниковый* или *поплавковый датчик крена* (см. рис.2.10,г). При отклонении продольной плоскости остова от вертикали на угол α поплавков 3 (или маятник) отклоняется на этот же угол и через систему рычагов 9 перемещает золотник гидрораспределителя 8 на величину u . Это перемещение является информативным сигналом датчика, который затем используется для формирования сигнала управления U пропорционально P_2 – давлению жидкости, поступающей в

исполнительный элемент (гидроцилиндр) автоматической системы стабилизации. При соответствующем выборе конструктивных элементов преобразователя его статическая характеристика может быть линейной, подчиняющейся выражению (2.3).

В качестве датчиков крена используют также гироскопы. Для точного измерения малых перемещений $x=0,1...0,5$ мкм применяют индуктивные датчики (рис.2.16,а). Принцип их действия основан на изменении индуктивности L под воздействием линейных перемещений подвижной части его магнитной системы. Датчик содержит ферромагнитный сердечник 1, подвижный якорь 2 и обмотку 3, питаемую от источника переменного тока.

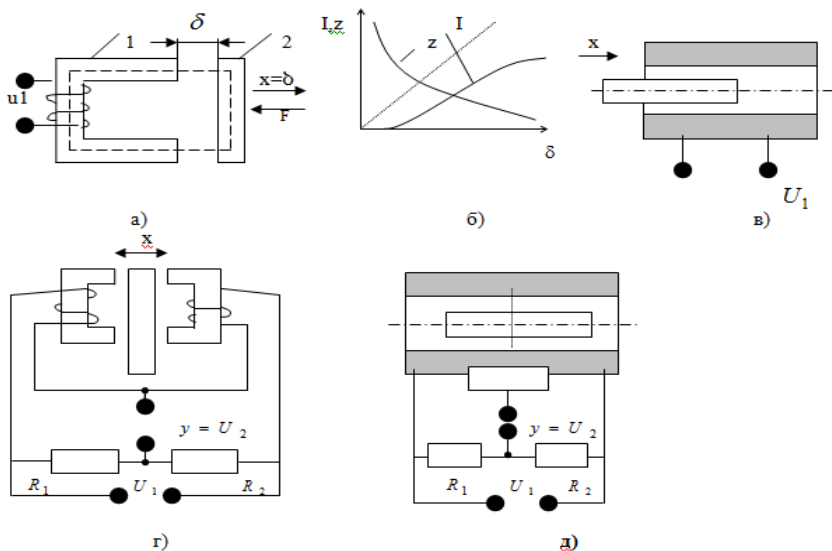


Рис. 2.16. Схемы индуктивных датчиков положения:
 а - якорного типа со статической характеристикой; б; в – соленоидного типа;
 г и д – дифференциальных

Информационным сигналом датчика является сила тока I в обмотке:

$$y=I=U_1/z, \quad (2.4)$$

где U_1 – напряжение источника питания датчика; z – полное сопротивление обмотки; $z = \sqrt{R^2 + (2\pi\omega L)^2}$ (здесь R – омическое сопротивление обмотки; ω – частота переменного тока).

Индуктивность обмотки:

$$L \approx 2\pi w^2 A \cdot 10^{-5} / \delta \quad ,$$

где w – число витков обмотки; A – площадь поперечного сечения магнитопровода, m^2 ; δ – воздушный зазор, м.

Активное сопротивление обмотки R намного меньше индуктивного сопротивления, т.е. $R \ll 2\pi\omega L$, поэтому можно считать $z \approx 2\pi L$. Подставляя значение z в выражение (2.4) и принимая во внимание, что $\delta=x$, получаем

$$y = \frac{U_1 \cdot 10^5}{4\pi^2 \omega w^2 A} x \quad .$$

Статическая характеристика индуктивного датчика перемещения показана на (рис. 2.16,б). Линейность характеристики $I=f(\delta)$ сохраняется только в пределах некоторой области изменения измеряемой величины x и нарушается, когда активное сопротивление обмотки становится сравнимым с индуктивным – при большом зазоре δ или при малом зазоре вследствие наличия тока холостого хода.

Коэффициент чувствительности индуктивного датчика перемещения

$$k_u = \frac{U_1 \cdot 10^5}{4\pi^2 \omega w^2 A} \quad .$$

Для изменения зазора δ необходимо прикладывать к якору довольно значительное усилие, которое зависит от δ . В этой связи датчик можно использовать для измерения усилия F .

Максимальные перемещения, которые можно измерять индуктивным датчиком, выполненным по схеме (рис. 2.16,а), не превышают 5 мм. Для измерения перемещений в пределах от 3 до 100 мм применяют индуктивные датчики соленоидного типа (рис.2.16,в). Их используют, например, в системе автоматического

управления скоростными и нагрузочными режимами двигателя для измерения отклонения рейки топливного насоса дизеля.

Для исключения нелинейности статической характеристики и уменьшения усилия F применяют дифференциальный индуктивный датчик перемещения, выполняемый по схеме, изображенной на рис. 2.16,г. Аналогичную схему включения может иметь и датчик соленоидного типа (рис.2.16,д). Выходной сигнал в этом случае изменяется практически линейно: $I=k \cdot x$. При переходе якоря через нулевое положение фаза выходного напряжения меняется на 180° , поэтому дифференциальный индуктивный датчик является реверсивным.

Индуктивные датчики отличаются высокой чувствительностью и надежностью. Недостатками их являются существенная зависимость характеристик от частоты ω тока питания, необходимость в наличии бортового источника переменного тока постоянной частоты, трудность регулировок.

В системе автоматического регулирования иногда приходится измерять угловые положения валов задающего и исполнительного механизмов или угол рассогласования между ними. Для этой цели можно использовать сельсины. По конструкции они аналогичны машинам переменного тока. Сельсин имеет две обмотки: однофазную и трехфазную, магнитные оси которых смещены одна относительно другой на 120° . Одна из обмоток располагается на статоре, другая – на роторе.

Сельсины могут работать в двух режимах: силовом и трансформаторном. В обоих случаях используют два сельсина: сельсин – датчик (СД) и сельсин – приемник (СП). Свободные концы трехфазных обмоток СД и СП соединяются между собой, как показано на рис.2.17, а однофазная обмотка СД подключается к источнику переменного тока.

Силовой режим является двигательным и используется для устранения рассогласования углов поворота валов задатчика и исполнительного механизма. Однофазная обмотка СП при этом подключается к тому же источнику питания, что и обмотка СД (рис.2.17,а). При повороте ротора СД на некоторый угол α в обмотке статора возникают токи, создающие магнитный поток, который при взаимодействии с магнитным потоком ротора СП, повернутого на угол β , создает на его валу вращающий момент

$$M_B = M_0 f(\gamma),$$

где M_0 – момент нагрузки; γ – угол рассогласования положения роторов; $\gamma = \alpha - \beta$; $f(\gamma)$ – некоторая нелинейная функция.

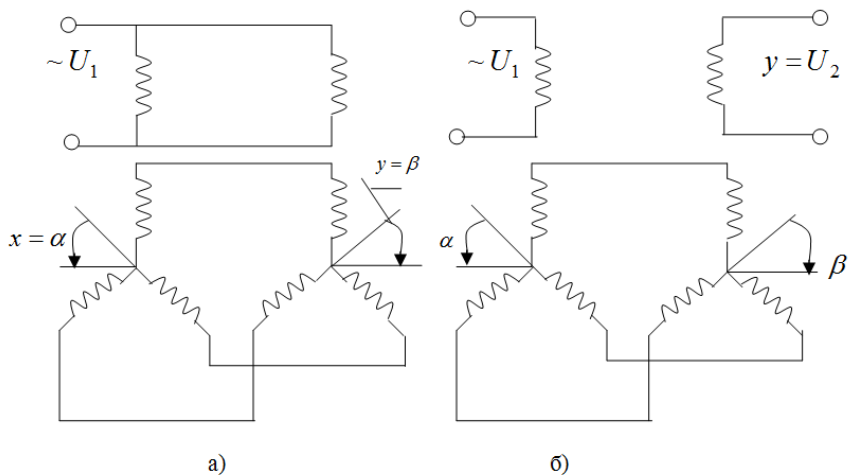


Рис. 2.17. Схемы включения сельсинов в режиме:
а- силовом; б – трансформаторном

При малых углах рассогласования можно принять

$$M_B = M_0(\alpha - \beta),$$

Из-за наличия сил трения при вращении роторов слежение осуществляется с некоторой погрешностью, т.е. $\alpha \neq \beta$.

Трансформаторный режим используется для определения рассогласования углов поворота валов задатчика и исполнительного механизма. Напряжение U_2 в однофазной обмотке СП по значению и знаку однозначно определяет измеряемую величину – угол рассогласования $x = \gamma = \alpha - \beta$. Информационный сигнал сельсинного датчика $y = U_2$ можно определить по приближенной формуле

$$y = U_0 \cos \gamma.$$

Механические датчики положения характеризуются заметной инерционностью и являются колебательными звеньями.

Постоянная времени этих датчиков находится в пределах 0,01. . . 0,1 с. Инерционность датчиков других типов незначительна, поэтому их рассматривают как пропорциональные звенья.

2.3.5. Датчики скорости

Во многих автоматических системах мобильных машин используется информация о линейной скорости движения и угловых скоростях валов механизмов и агрегатов. Датчики линейной скорости называют **спидометрами**, а датчики угловой скорости – **тахометрами**.

Наибольшее распространение в системах автоматического управления нашли механические, электрические и гидравлические тахометры.

Механический тахометр (рис. 2. 18, а) состоит из грузов 1, муфты 2 и пружины 3. Грузы расположены в крестовине 4, закрепленной на вращающемся валу 5. При вращении вала 5 с угловой скоростью ω возникает центробежная сила грузов, стремящаяся переместить их к периферии крестовины. Этому перемещению препятствует усилие пружины. Исходя из условия равновесия муфты 2, можно составить следующее равенство:

$$cy = m r \omega^2 \operatorname{tg} \beta,$$

где c – жесткость пружины; y – перемещение муфты; m – масса грузов; r – радиус расположения центров масс грузов; β - угол наклона опорной поверхности крестовины.

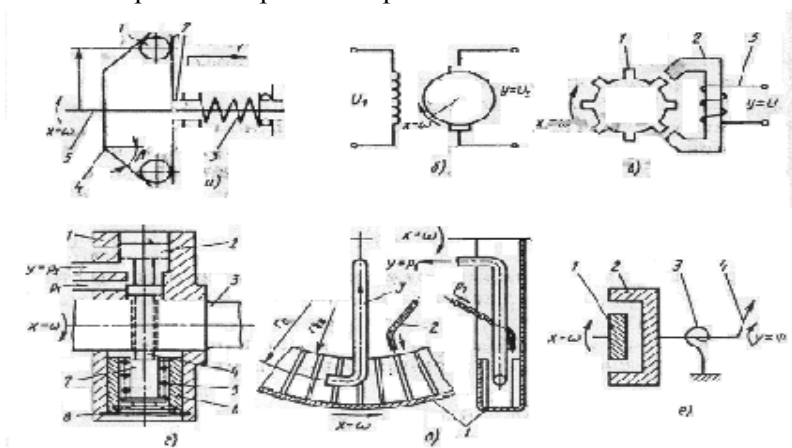


Рис. 2.18. Схемы датчиков угловой скорости:

а – механический центробежный; б – тахогенератор; в – индукционный; г – гидромеханический центробежный; д – гидромеханический (трубка Питто); е- магнитоиндукционный

Принимая во внимание, что измеряемой величиной является угловая скорость, т. е. $x = \omega$, а информационным сигналом – перемещение y муфты, получаем уравнение статической характеристики

$$y = \frac{mrtg\beta}{c} \omega^2.$$

Статическая характеристика механического тахометра нелинейная (квадратичная парабола). Коэффициент чувствительности

$$k = \frac{dy}{d\omega} = \frac{2mrtg\beta}{c} \omega$$

непостоянный и зависит от угловой скорости ω .

Механические тахометры применяют в системах автоматического регулирования угловой скорости коленчатого вала дизельных двигателей, в системах автоматического переключения передач и др.

Механический тахометр представляется колебательным звеном, а при значительном трении – апериодическим звеном второго порядка. Постоянная времени находится в пределах $T = 0.1 \dots 1.0$ с.

Электрические тахометры являются датчиками генераторного типа. Они представляют собой тахогенераторы постоянного и переменного тока.

Тахогенератор постоянного тока (рис. 2.18, б) выполняют с независимой обмоткой возбуждения, расположенной на статоре, или системой возбуждения в виде постоянных магнитов. Информационной переменной тахогенератора является напряжение в обмотке ротора $y = U_2$. Напряжение U_2 пропорционально угловой скорости ω ротора:

$$U_2 = k\omega.$$

Погрешность тахогенераторов постоянного тока составляет 2...3%.

Тахогенераторы переменного тока – это синхронные трехфазные электрические машины. Ротор выполняется в виде постоянного магнита, а обмотки находятся на статоре. При вращении ротора в обмотках статора наводится ЭДС, частота и амплитуда пропорциональны угловой скорости ротора. В качестве информационного сигнала чаще используют не напряжение, а частоту, что позволяет значительно снизить погрешность измерения угловой скорости.

Инерционность тахогенераторов незначительна, поэтому в структурных схемах их представляют пропорциональными звеньями.

Широкое применение для измерения угловой скорости нашли *индукционные датчики*. Они также относятся к группе генераторных и представляют собой импульсные генераторы. Принцип действия их основан на использовании закона электромагнитной индукции, согласно которому ЭДС, индуцируемая в катушке, пропорциональна скорости изменения магнитного потока Φ : $E = - w d\Phi/dt$, где w – число витков катушки.

Схема индукционного датчика угловой скорости приведена на рис. 2.18, в. Он состоит из вращающегося зубчатого ротора 1 и неподвижного постоянного магнита 2 с обмоткой 3. При вращении ротора к полюсам магнита попеременно подходят либо два выступа, либо две впадины. Это приводит к изменению магнитного потока в сердечнике и появлению в обмотке электрического тока, амплитуда и частота которого пропорциональны угловой скорости ротора. В качестве информационной переменной обычно используют частоту. Индукционные датчики практически безынерционны. Их широко применяют в автоматических системах управления трансмиссиями, тормозными механизмами (противоблокировочные системы) и др.

В гидромеханических трансмиссиях, автоматическое переключение передач в которых осуществляется элементами гидроавтоматики, используют датчик угловой скорости выходного вала, схема которого приведена на рис.2.18, г. Он состоит из корпуса 1, золотника 2, двух грузов 6 и 7 и соединительного стержня 4. Корпус 1 установлен на выходном валу 3 трансмиссии таким образом, что грузы находятся по одну сторону вала,

золотник – по другую. Грузы расположены один в другом и связаны между собой пружиной 5. Внутренний груз 7 соединен с золотником 2, стержнем 4. Когда выходной вал вращается, центробежной силе грузов противодействует сила давления жидкости, действующая на неуравновешенную поверхность золотника.

Недостатком рассмотренного датчика скорости является то, что его применение усложняет конструкцию гидромеханической трансмиссии, так как при этом к датчику, расположенному на выходном валу, необходимо подводить две гидравлические магистрали (подвода жидкости от источника питания и отвода жидкости, несущей информационный сигнал датчика).

Отмеченного недостатка лишен *гидродинамический датчик скорости*, выполненный в виде трубки Пито (см. рис. 2.18, д). Датчик состоит из кожуха 1, приемного патрубка 3 (трубка Пито) и подводящего трубопровода 2. Кожух крепится на валу трансмиссии, угловую скорость которого надо измерить. Обычно при автоматизации управления гидромеханической трансмиссией измеряют угловые скорости вала турбинного колеса гидротрансформатора, выходного вала, а иногда вала насосного колеса гидротрансформатора. При вращении кожуха в нем должен поддерживаться постоянный уровень рабочей жидкости, а угловая скорость жидкостного кольца, формируемого кожухом, должна как можно меньше отличаться от угловой скорости вала. Для поддержания постоянного уровня в кожух по трубопроводу 2 непрерывно подается рабочая жидкость из смазочной системы трансмиссии. Поступающая в кожух жидкость должна быстро разгоняться. С этой целью внутренние стенки снабжены лопатками. И тем не менее скорость жидкостного кольца всегда меньше скорости стенок кожуха. Это обусловлено воздействием на поток приемного патрубка, расплескиванием жидкости, несовершенством конструкции кожуха и приемного патрубка, инерционностью жидкости и другими факторами.

Трубка Пито предназначена для измерения давления вращающегося потока, поэтому ее устанавливают так, чтобы поток набегал на отверстие ее приемного патрубка.

Гидродинамический датчик имеет ряд преимуществ. Он прост по конструкции и надежен, так как не содержит сопряженных

трущихся и механически изнашивающихся деталей. Чувствительность датчика достаточно высокая.

Недостатки гидромеханического датчика: нелинейность статической характеристики, большие радиальные размеры, зависимость информационного сигнала от температуры рабочей жидкости, повышенная инерционность по сравнению с инерционностью гидромеханического датчика. Датчик представляется аperiодическим звеном. Постоянная времени находится в пределах $0,5 \dots 1,0$ с.

Для измерения скорости движения мобильной машины применяют *магнитоиндукционные спидометры*. Они состоят из вращающегося постоянного магнита 1 (см. рис. 2.18, е) и цилиндрического или дискового токопроводящего элемента 2. При вращении магнита 1 с угловой скоростью ω в элементе 2 наводится ЭДС, вызывающая появление в его теле тока. В результате взаимодействия тока с магнитным полем магнита возникает вращающий момент, стремящийся повернуть элемент 2 (цилиндр) в направлении вращения магнита. Повороту препятствует пружина 3, в связи с чем стрелка 4 спидометра поворачивается на угол φ и обеспечивает возможность индикации скорости движения трактора по градуированной шкале спидометра.

Движение трактора в полевых условиях в составе тракторного агрегата характеризуется буксованием ведущих колес. Буксование снижает показатели эффективности машинно – тракторного агрегата и приводит к разрушению структуры почвы. В этой связи автоматическая система управления скоростными и нагрузочными режимами трактора должна формировать управляющие воздействия с учетом буксования. Для получения информации о буксовании ведущих колес необходимо измерить теоретическую v_T и действительную v_D скорости движения трактора.

Коэффициент буксования $\delta = (v_T - v_D) / v_T = 1 - v_D / v_T$.

Реализация информационного сигнала δ может быть осуществлена схемой измерительного преобразователя. Но целесообразнее использовать информационные сигналы v_T и v_D в управляющем устройстве автоматической системы. В выполненных системах сигналы от датчиков, измеряющих v_T и v_D , поступают в микропроцессор, в котором по соответствующей программе формируются сигналы управления.

Для измерения действительной скорости полноприводного трактора применяют *радиолокационный датчик*, построенный на использовании эффекта Доплера. Передатчик, установленный на тракторе, излучает электромагнитные волны частотой $\nu = 10^{10} \dots 10^{11}$ Гц. В смеситель приемника поступает отраженный от неподвижных объектов ослабленный сигнал с частотой $\nu_2 = \nu_1 + \nu_{ДП}$, где $\nu_{ДП}$ – доплеровская частота: $\nu_{ДП} = 2 \nu_r \nu_1 / (c - \nu_r) \approx 2 \nu_r \nu_1 / c$; ν_r – радиальная составляющая скорости; c – скорость света.

Широкое применение доплеровский датчик получил в электронных системах регулирования гидравлических навесных устройств тракторов. Если заданное граничное значение коэффициента буксования выше действительного, то система работает в режиме силового регулирования. Если же буксование превышает допустимый предел, то автоматически уменьшается заглабление плуга в почву, что приводит к уменьшению буксования.

2.3.6. Датчики механической нагрузки

Датчики нагрузки предназначены для измерения усилий и вращающих моментов в различных конструктивных элементах машины. Информация о нагрузках используется в автоматических системах управления, защиты, диагностики.

Большинство датчиков нагрузки построено на использовании тензорезисторов. *Тензометрические преобразователи* позволяют измерять деформации, давления, усилия, перемещения, ускорения, амплитуды колебаний. Принцип действия их основан на явлении тензоэффекта – изменении омического сопротивления тензорезистора при упругих деформациях. Следовательно, они относятся к группе параметрических преобразователей.

Основной характеристикой тензометрического преобразователя является тензочувствительность

$$k_r = \frac{\Delta R / R}{\Delta l / l} = E \frac{\Delta R / R}{\sigma},$$

где R – омическое сопротивление тензорезистора; l – длина проводника, из которого изготовлен тензорезистор; ΔR и Δl –

приращения сопротивления и длины в результате деформации; σ - напряжение в материале; E - модуль упругости.

Выпускаются тензорезисторы трех основных типов: проволочные на бумажной или пленочной основе (рис. 2.19, а); фольговые прямоугольные (рис. 2.19, б, в) или розеточные (рис. 2.19, г); полупроводниковые.

Для изготовления проволочных (серии ПКБ) и фольговых тензорезисторов (серии 2ФКПД, 1ФКТК) используют в основном константан. Коэффициент чувствительности этих датчиков $k_r = 2$. Для проволочных тензорезисторов может использоваться сплав элинвар ($k_r = 3.8$), платиноиридий ($k_r = 6$) и другие материалы и сплавы. У резисторов на пленочной основе 2ППКП и 3ППКП $k_r = 10...100$.

Проволочный тензорезистор (рис. 2.19, а) состоит из подложки 3 (полоски или пленки), на которую наклеивают петлеобразную тонкую проволоку 2 (решетку) диаметром $0.02...0.03$ мм. К ее концам припаивают или приваривают выводные проводники 1 из более толстой проволоки. База тензодатчика l_0 составляет $8...15$ мм, ширина $B = 3...10$ мм, сопротивление $R = 50...150$ Ом.

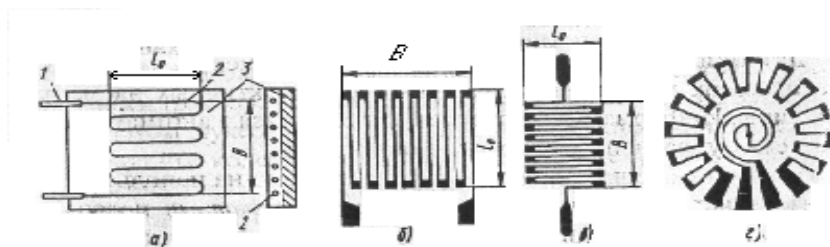


Рис. 2.19. Тензометрические измерительные преобразователи: а - проволочный; б, в, г - фольговые (в - короткобазный; г - розеточный)

Широкое применение находят полупроводниковые тензорезисторы серий КТД, КТЭ, Ю-8, Ю-12, ДСТБ-С-016, ДСТБ-С-010, ДДТБ-019 и др. Полупроводниковые тензорезисторы обладают высокой чувствительностью ($k_r = 300$). Материалами для их изготовления служит германий, кремний.

Допустимая рабочая сила тока для проволочных тензорезисторов составляет 30 мА , для фольговых – 0.5 А . Максимальная допустимая деформация $\Delta l/l \cdot 100 = 0.3\%$.

Конструктивно тензотермический датчик представляет собой элемент конструкции трактора, включенный в кинематическую цепь передачи измеряемой нагрузки. Датчик содержит деформируемый элемент, выполняемый обычно в виде стержня, балки, кольца и др., на который наклеен тензорезистор. Для наклеивания используют клей БФ-2, БФ-4, В-58, ВН-12, лаки ВЛ-4, ВЛ-7 и др.

В большинстве случаев тензорезисторы включают в измерительные мостовые цепи (рис. 2.20). Условие равновесия мостовой схемы $R_1 R_3 = R_2 R_4$. Для исключения влияния температуры на чувствительный элемент датчика наклеивают два тензорезистора, например, сопротивлениями R_1 и R_4 .

Тензотермический датчик нагрузки практически безинерционный и имеет линейную статическую характеристику. Информационным сигналом является напряжение U_2 постоянного тока, что позволяет легко формировать унифицированный сигнал. В качестве источника питания датчика используется бортовая электрическая сеть машины. Учитывая большие колебания и пиковые выбросы напряжения бортовой сети, питание функциональных элементов автоматической системы должно осуществляться от стабилизатора напряжения.

Для измерения усилий также используют *резистивные контактные датчики*. Конструктивно они представляют собой столбики, набранные из угольных диков (рис. 2.21, а). Диски расположены

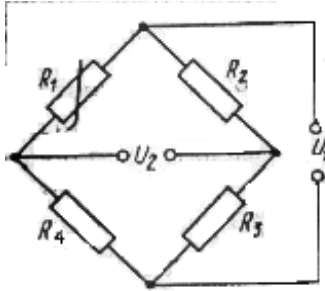
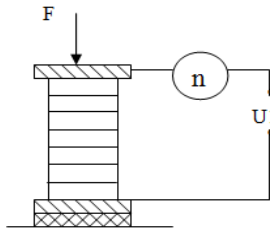
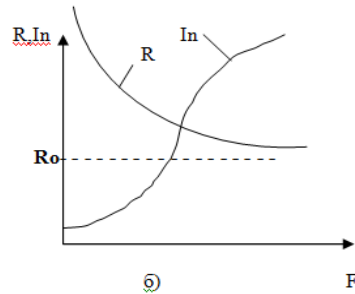


Рис. 2.20. Мостовая схема включения измерительного тензорезистора:

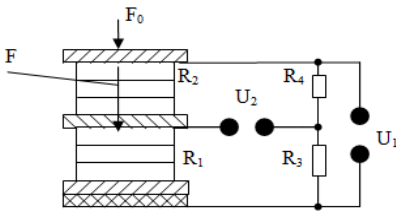
R_1 – сопротивление измерительного тензорезистора; U_1 – напряжение источника питания; U_2 – информационный сигнал-напряжение



а)



б)



в)

Рис 2.21. Схемы резистивных контактных датчиков:

а,б – простой угольный датчик и его статические характеристики; в – дифференциальный датчик

между контактными шайбами. Электрическое сопротивление угольного столба складывается из относительно небольшого собственного сопротивления дисков и основного сопротивления перехода между дисками, зависящего от усилия сжатия F .

Графики изменения сопротивления R и силы тока I_p на выходе датчика в зависимости от усилия F показаны на рис. 2.21,б. Сопротивление датчика

$$R = R_0 + a/F,$$

сила тока во вторичном приборе

$$I_n = U_1 / (R_n + R_0 + a/F),$$

где R_0 – постоянная величина, равная сопротивлению столба при $F \rightarrow \infty$; a – постоянный коэффициент; U_1 – напряжение источника питания; R_n – сопротивление прибора.

Чувствительность датчика

$$kr = dR / dF = -a / F^2.$$

Для повышения чувствительности датчиков применяют мостовые схемы включения угольных столбов (рис. 2.21). Такой датчик называют дифференциальным. Оба столба находятся под постоянной нагрузкой F_0 , а на нижний дополнительно действует измеряемая сила F . Выходным сигналом дифференциального датчика является напряжение U_2 . Статическая характеристика его нелинейная, в отличие от характеристики простого датчика.

2.3.7. Датчики давления

Датчики давления используют в автоматических системах контроля, защиты, управления, регулирования, диагностики, измерения давления рабочих жидкостей в механизмах и системах двигателя, трансмиссии, рабочих органов, вспомогательного оборудования машины и др.

Чувствительные элементы датчиков давления выполняют в виде мембран и пружин различной конфигурации. Если датчик содержит только первичный преобразователь, то давление преобразуется в перемещение упругого элемента, т.е. выходной величиной первичного преобразователя является перемещение. Так в мембранном преобразователе деформация мембраны пропорциональна давлению p ; в сильфонном - гофрированный

стакан изменяет свою длину пропорционально давлению; в преобразователе с трубчатой пружиной упругая трубка овального сечения под действием давления выпрямляется, форма ее сечения стремится к круглой, а запаянный конец трубки перемещается (рис.2.22).

Датчики давления могут быть снабжены вторичными преобразователями различных типов: реостатным, контактным, электротепловым. На их выходе формируется электрический информационный сигнал. Вторичным преобразователем может быть и указатель давления, используемый в обычных приборах контроля режимов работы механизмов трактора.

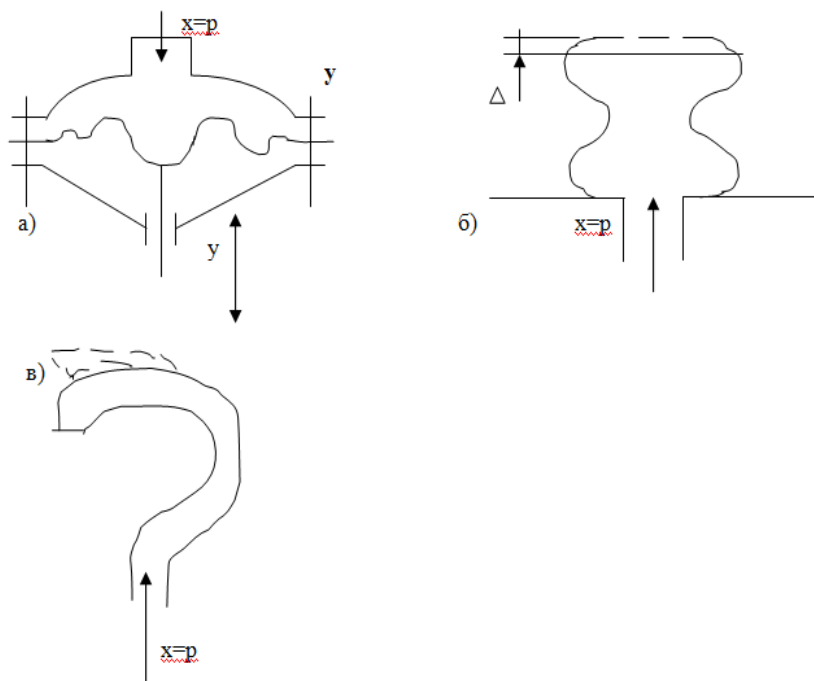


Рис. 2.22. Схемы первичных преобразователей датчиков давления:
 а - мембранного; в – сильфонного; в – трубчатого

Датчик давления с контактным вторичным преобразователем (рис.2.23,а) формирует дискретный информационный сигнал. Датчик содержит мембрану 4 в качестве чувствительного элемента, неподвижный

контакт 1, подвижную пластину 3 и пружину 2. Если давление нормальное, то пластина 3 не касается корпуса датчика и электрическая цепь разомкнута, что соответствует значению выходного сигнала $U_2=0$. При снижении давления ниже допустимого мембрана распрямляется, а перемещающаяся под действием пружины 2 пластина 3 замыкает электрическую цепь, формируя дискретный сигнал $U_2=1$.

Датчик давления с электротепловым вторичным преобразователем содержит диафрагму 3, биметаллическую пластину 1, обмотку 2 и электрические контакты 4 (рис. 2.23, б). Биметаллическая пластина состоит из двух скрепленных полос, изготовленных из различных материалов с разными коэффициентами линейного расширения (например, латуни и инвара, у которых эти коэффициенты отличаются почти в 20 раз).

Чем выше давление p , тем больше прогиб диафрагмы 3, а, следовательно, больше деформация биметаллической пластины и сильнее прижатие контактов друг к другу. Под действием протекающего по обмотке 2 электрического тока биметаллическая пластина нагревается. Ее латунная полоса при этом удлиняется больше, чем полоса из инвара. В результате сила сжатия контактов ослабевает. По истечении некоторого времени нагрева пластина изгибается в сторону полосы из инвара и контакты размыкаются, а обмотка обесточивается. После охлаждения биметаллической пластины контакты вновь замыкаются и процесс циклически повторяется. Время замкнутого состояния контактов пропорционально измеряемому давлению. Чем выше давление, тем ниже частота размыкания контактов. Таким образом, информационным сигналом датчика является частота электрических дискретных сигналов.

Принцип работы датчика давления с реостатным вторичным преобразователем такой же, как и датчика перемещения. Информационный сигнал этого датчика аналоговый.

При автоматизации управления рабочим процессом двигателя внутреннего сгорания возникает необходимость измерения давления газов в камере сгорания. Для этого применяют *пьезоэлектрические датчики*.

Принцип их действия основан на использовании прямого пьезоэлектрического эффекта, сущность которого заключается в появлении электрических зарядов на гранях кристаллов некоторых

веществ(кварца, титана, бария, сегнетовой соли) под воздействием механического усилия.

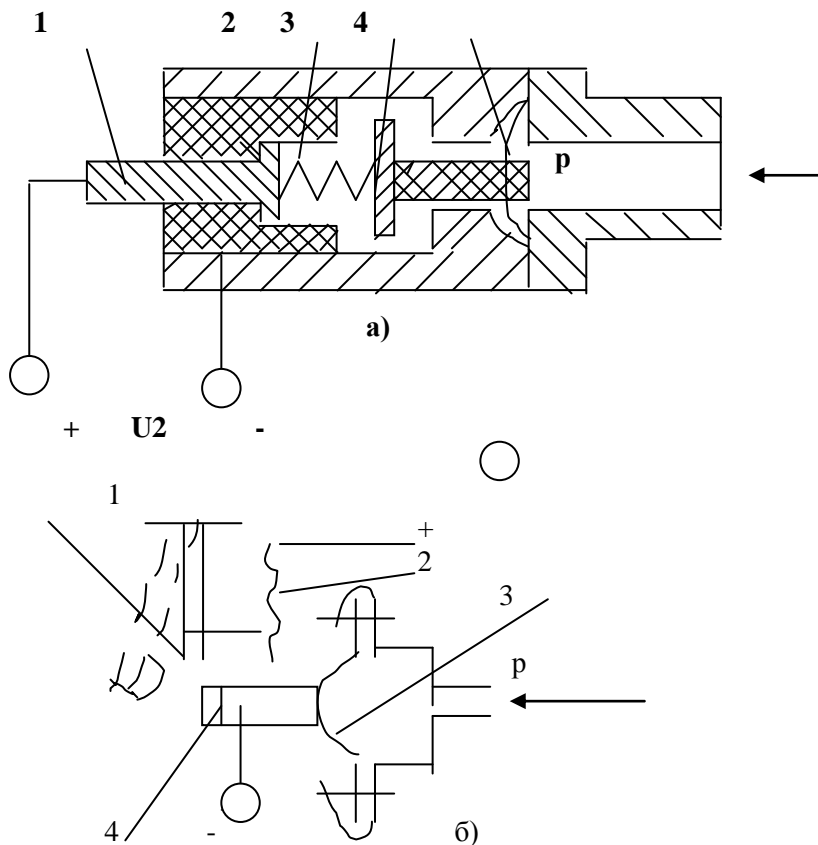


Рис. 2.23. Схемы датчиков давления с вторичным преобразователем: а - контактным; б - электротепловым

Пьезоэлектрический датчик представляет собой пластину кристалла со строго ориентированными осями (рис. 2.24). При приложении усилия F на обкладках датчика появляется электрический заряд. Выходное напряжение датчика пропорционально силе F :

$$U=aoF / C,$$

где a_0 – пьезоэлектрическая постоянная; C - суммарная емкость датчика и измерительной цепи.

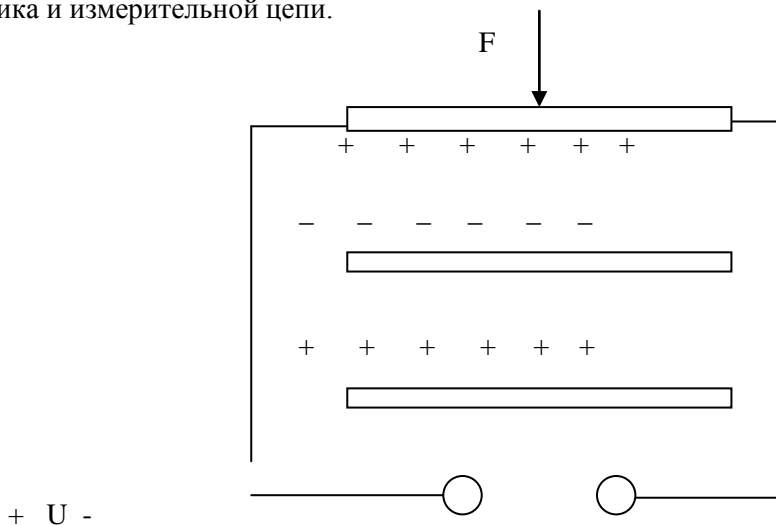


Рис. 2.24. Схема пьезоэлектрического датчика

Напряжение пьезоэлемента U очень небольшое, поэтому в измерительном преобразователе используют электронные усилители с входным сопротивлением $12^{12} \dots 10^{14}$ Ом.

Чувствительность датчика

$$k = dU / dF = a_0 / C.$$

Пьезоэлектрический датчик используют для измерения быстротекающих процессов. Для статических измерений он непригоден из-за неизбежных утечек зарядов.

2.3.8. Датчики температуры

Информация о температуре рабочих жидкостей и газов, воздуха в кабине оператора, поверхностей трения фрикционных и других механизмов используется в автоматических системах контроля, защиты, управления, регулирования, диагностики.

Первичные преобразователи датчиков температуры по принципу их действия можно разделить на терморезистивные (термометры, сопротивления), термомеханические, манометрические, термоэлектрические (термопары).

Основой действия терморезисторов является зависимость электрического сопротивления материалов от температуры. Терморезисторы изготавливают из проводников или полупроводников. В качестве проводников используют чистые металлы: медь, никель, платину.

Конструктивная схема проводникового терморезистивного датчика показана на рис. 2.25,а. На изоляционный каркас 2 намотана проволока 1 и закрыта защитным кожухом 3, а выводы 5 закреплены в изоляционной колодке 4. Диаметр медной проволоки 0,05...0,07 мм. Защитный кожух представляет собой тонкостенную гильзу, заполненную керамическим порошком.

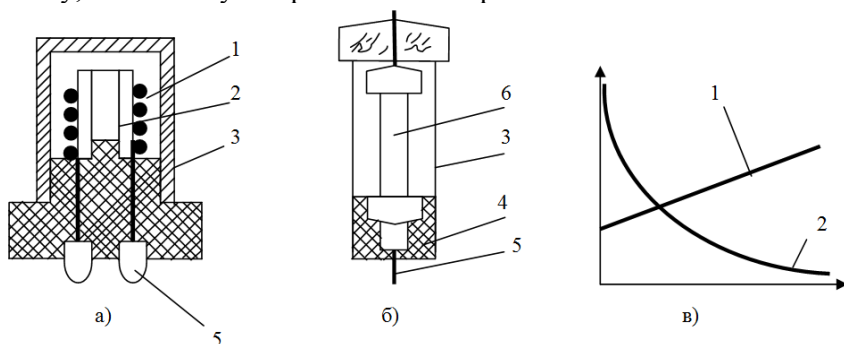


Рис. 2.25. Конструктивные схемы (а, б) и характеристики (в) терморезистивных датчиков температуры:

а – проводникового (металлического); б – полупроводникового; в – статические характеристики терморезисторов (1 – проводникового; 2 – полупроводникового (термистора))

Проводниковые терморезисторы обладают положительными температурными коэффициентами сопротивления. В рабочем диапазоне измеряемых температур их статические характеристики практически линейны (рис. 2.25, в):

$$R\theta = R_0 (1 + \theta),$$

где R_θ , R_0 – соответственно при температурах $\theta^\circ\text{C}$ и 0°C , Ом; α – температурный коэффициент $\alpha = (4..6) \cdot 10^{-3} \text{ 1 / }^\circ\text{C}$.

Медные терморезисторы используют для измерения температур от -50 до $+180$ $^\circ\text{C}$, а платиновые от -200 до $+650$ $^\circ\text{C}$. Первые изготавливают с номинальным сопротивлением 53 и 100 Ом, а вторые – 10,46 и 100 Ом.

Чувствительность (Ом / $^\circ\text{C}$) проводникового терморезистора

$$\kappa = dR_\theta / d\theta = R_0 \alpha .$$

Термометры сопротивления – одни из самых точных датчиков, позволяющих измерять температуру до $0,001$ $^\circ\text{C}$, однако они имеют невысокую чувствительность, что требует усиления информационного сигнала, а также сравнительно большие габариты.

Полупроводниковые терморезисторы отличаются более высокой чувствительностью (примерно в 10 раз больше, чем у полупроводниковых), меньшими инерционностью и габаритами. Они бывают с отрицательным и положительным температурным коэффициентом сопротивления α . Первые получили название термисторов, вторые – позисторов.

У термисторов первичный преобразователь 6 (рис. 2.22) изготовлен из медно-марганцевых или кадмиево-марганцевых порошковых смесей, спрессованных и спеченных при высокой температуре.

Зависимость сопротивления термистора от температуры нелинейна (рис.2.25,в) и определяется выражением

$$R_\theta = R_0 e^{B/\theta} .$$

Температурный коэффициент сопротивления

$$\alpha = -B / \theta^2 .$$

Позисторы изготавливают из титаната бария со специально подобранными примесями, которые придают ему свойства полупроводника с сильной зависимостью сопротивления от температуры. Температурный коэффициент позисторов

положительный и в 3...4 раза больше, чем у термисторов, а постоянная времени в 5...6 раз меньше. Из-за сильной нелинейности статических характеристик полупроводниковых терморезисторов обычно их применяют для измерения температуры лишь в узком диапазоне.

Датчики с термомеханическими первичными преобразователями построены на использовании явления теплового расширения твердых тел, жидкостей и газов.

Твердые тела используют в качестве чувствительного элемента в dilatометрических и биметаллических первичных преобразователях. Dilатометрический ПП содержит термометрическое тело, помещённое в защитную трубку. Термометрическое тело изготавливают из материала (инвар, кварц) с малым коэффициентом линейного расширения, а защитную трубку, в которой оно помещено, из материала (алюминий, латунь, сталь) с большим коэффициентом линейного расширения. При изменении температуры термометрическое тело перемещается относительно трубки, и это перемещение используется в качестве информационного сигнала ПП.

Датчик температуры с биметаллическим ПП по конструкции аналогичен электротепловому датчику давления (рис. 2.22).

Биметаллическая пластина состоит из двух слоев металлов с различными значениями коэффициентов линейного расширения, поэтому при увеличении температуры пластина изгибается в сторону металла с меньшим коэффициентом линейного расширения. Чувствительность ПП определяется прогибом свободного конца пластины при нагреве ее на 1°C :

$$\kappa = b(\alpha_1 - \alpha_2),$$

где b – коэффициент, зависящий от соотношения толщин слоев биметаллической пластины δ_1 и δ_2 и модулей упругости E_1 , E_2 ; α_1 , α_2 – коэффициенты температурных расширений металлов, из которых изготовлена пластина.

Точность датчиков с dilatометрическими и биметаллическими ПП невысокая, поэтому их используют только в устройствах защиты.

В *манометрических датчиках* тепловое изменение объема жидкости или газа (ртуть, ацетон, эфир, спирт, азот, инертные газы, различные примеси и соединения) преобразуется в

перемещение специальных мембран, сильфонов или манометрических трубок. Чувствительный элемент датчика может выполняться в виде баллончика, соединяемого капилляром с преобразующим элементом, представляющим собой сильфон или манометрическую трубку, или непосредственно в виде сильфонного баллона. Эти датчики характеризуются значительной инерционностью и высокой погрешностью измерения, достигающей 1...2,5%. Диапазон измерений ограничивается температурой замерзания или кипения рабочей жидкости.

В качестве рабочего тела в манометрических датчиках может использоваться и твердый наполнитель с большим коэффициентом объемного расширения. В частности, в термостатах, применяемых для регулирования в двигателях, применяют церезин.

Для получения унифицированного информационного сигнала датчики с манометрическими и термомеханическими первичными преобразователями должны содержать вторичные преобразователи, что усложняет их конструкцию и затрудняет использование в современных автоматических системах.

Принцип действия *термоэлектрических первичных преобразователей* (термопар) основан на возникновении термо-ЭДС на концах спаев двух однородных материалов, находящихся в разных температурных условиях. Датчики с такими ПП относятся к измерительным преобразователям генераторного типа.

Термопара представляет собой два разнородных проводника, одни концы которых спаяны или сварены между собой, а другие используются для снятия с них электрического информационного сигнала. Если спаянный конец нагреть, то на свободных (холодных) концах появляется термо-ЭДС, значение которой пропорционально разности температур нагретого θ_r и свободных θ_x концов и зависит от материала проводников:

$$E = \alpha (\theta_r - \theta_x).$$

В качестве материалов термопары применяют благородные и обычные металлы и их сплавы (платину, родий, золото, сталь, никель, хромель, копель, алюмель, константан), а также полупроводники. Наибольшее распространение получили термопары хромель-алюмель и хромель-копель. Они позволяют измерять температуру от -200 до $+800^\circ\text{C}$. Генерируемая ими ЭДС незначительна, их чувствительность составляет примерно 0,04

мВ/°С. Полупроводниковые термопары обладают гораздо большей чувствительностью – до 1 мВ/°С, но имеют меньший диапазон измеряемых температур, чем металлические.

2.3.9. Датчики расхода

Датчики расхода используют в автоматических системах контроля, управления и диагностики. Расход жидкостей, газов, сыпучих веществ измеряется в объемных ($\text{м}^3/\text{с}$) или массовых ($\text{кг}/\text{с}$) единицах. Существует большое многообразие методов измерения расхода. Датчики расхода можно классифицировать по принципу действия их первичных преобразователей. Наиболее распространены первичные преобразователи следующих типов: перепада давления, скоростные, объемные, электромагнитные, тепловые. Применяют также гироскопические, лазерные, меточные и другие ПП.

Для измерения расхода по перепаду давления применяют дроссельные устройства в виде диафрагм, сопла или трубки Вентури, устанавливаемые в трубопроводе. Принцип действия их основан на зависимости падения давления в потоке жидкости от расхода через дроссельное устройство. Измеряя разность давлений перед дроссельным устройством и после него, определяют расход. Первичный преобразователь такого типа прост по конструкции, но имеет низкую точность измерения, обусловленную влиянием температуры жидкости на ее вязкость и потери давления, а также вибраций на устойчивость потока. Статическая характеристика ПП нелинейная и поэтому требует применения дифференциальной схемы измерения, что усложняет конструкцию датчика.

Действие *скоростного (турбинного) первичного преобразователя* основано на пропорциональной зависимости между расходом жидкости или газа в трубопроводе и частотой вращения установленной в нем вращающейся крыльчатки:

$$n = k Q / A,$$

где k – коэффициент пропорциональности, $1/\text{м}$; n – частота вращения крыльчатки, с^{-1} ; Q – расход жидкости или газа, $\text{м}^3/\text{с}$; A – площадь сечения рабочей плоскости преобразователя, м^2 .

Крыльчатка 1 (рис. 2.26) может выполняться с короткими прямолинейными или наклонными лопастями (рис. 2.26, а) или длинными винтовыми лопастями (рис. 2.26, б). Первая применяется для измерения сравнительно небольших расходов, а ось вращения крыльчатки должна быть расположена вертикально. Вторая позволяет измерять гораздо большие расходы и может устанавливаться в наклонных участках трубопровода.

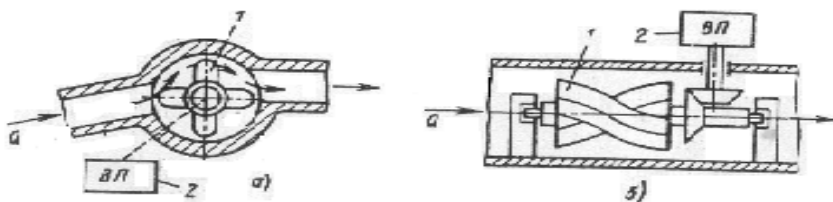


Рис. 2.26. Схема скоростных датчиков расхода:

а – с вертикальной крыльчаткой; б – со спиральной крыльчаткой

Объемные первичные преобразователи непрерывно отмеряют порции вещества. Они работают по принципу обращенных насосов, т. е. приводятся в движение потоком жидкости. Их разделяют на поршневые и ротационные. Расход через поршневой ПП определяется объемом рабочей полости и числом возвратно-поступательных движений поршня в единицу времени. Наличие клапанной системы для переключения потоков и возвратно-поступательное движение поршня – недостатки датчика такого типа.

Более предпочтительно применение ротационных ПП. Их выполняют по одной из схем, приведенных на рис. 2.27.

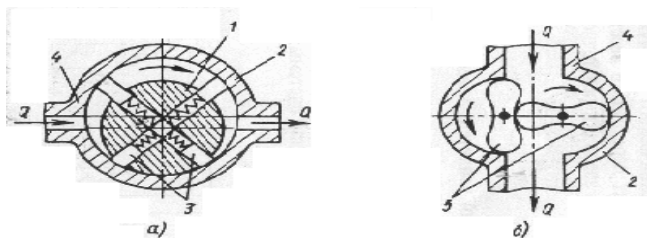


Рис. 2.27. Схемы объемных датчиков расхода:

а – роторный пластинчатый; б – двухроторный с профилированными роторами

Схема на рис. 2.27,а соответствует обращенному пластинчатому насосу. Ротор 1 расположен в цилиндрической камере 2 с некоторым эксцентриситетом, а в пазах ротора находятся подвижные пластины 3, способные при его вращении перемещаться радиально. Пластины прижимаются к рабочей поверхности камеры 2 давлением жидкости или усилием пружин и образуют с ней камеры переменного сечения. При движении жидкости по трубопроводу 4, в котором установлен ротационный ПП, жидкость заполняет камеры по очереди и вращает ротор. Расход определяется выражением

$$Q = k_0 V_k N_{II} n,$$

где k_0 – коэффициент объемного заполнения камер; V_k – объем отдельной камеры, $м^3$; N_{II} – количество пластин ротора; n – частота вращения ротора.

В схеме, приведенной на рис. 2.27, б, два взаимодействующих профилированных вращающихся ротора 5.

Скоростные и объемные датчики расхода кроме первичных преобразователей содержат вторичные преобразователи 2 (рис. 2.26), которые преобразуют частоту вращения в унифицированный информационный сигнал.

Электронные первичные преобразователи применяют в датчиках, предназначенных для измерения расхода электроприводящих жидкостей (рис. 2.28, а):

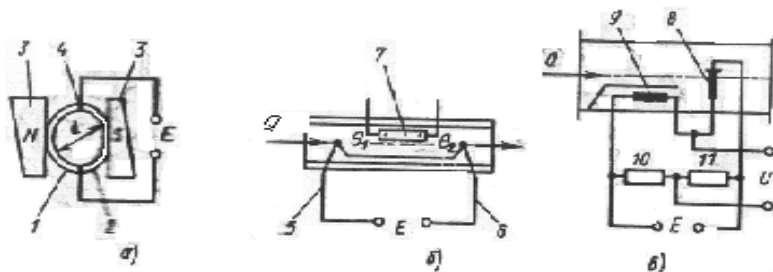


Рис. 2.28. Электрические датчики расхода:

а – электромагнитный; б – калориметрический; в – термоанемометрический

В трубопровод 1 с контролируемой жидкостью вставлена изоляционная труба 2, расположенная между полюсами магнита 3. На диаметрально противоположных полюсах трубы 2 закрепляют электроды 4, изолируя их от трубопровода 1. Электроды позволяют измерить ЭДС возникающего при движении электроприводящей жидкости в магнитном поле индукционного тока. ЭДС E пропорциональна скорости v потока жидкости:

$$E = B d v,$$

где B – магнитная индукция; d – расстояние между электродами.

По значению ЭДС определяют расход:

$$Q = A v = \frac{AE}{Bd},$$

где A – площадь поперечного сечения трубы.

Тепловые первичные преобразователи применяют в калориметрических и термоанемометрических датчиках расхода.

Схема *калориметрического датчика* показана на рис. 2.28, б. В потоке среды располагают две термопары 5 и 6 и электродвигатель 7. При движении контролируемой среды мимо электронагревателя она приобретает некоторое приращение температуры $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$, значение которого зависит от расхода Q . При этом термо-ЭДС $E = kQ$, где k – коэффициент чувствительности датчика. Дифференциальное включение термопар устраняет влияние на информационный сигнал начальной температуры среды θ_1 . Мощность нагревателя принимают из расчета ~ 0.5 кВт при расходе 1 м³/с.

На рис. 2.28, в дана схема *термоанемометрического датчика расхода*. Его работа основана на зависимости температуры терморезистора, помещенного в поток среды, от скорости ее течения. Терморезисторы 8-11 соединяются в мостовую схему и подключаются к источнику питания напряжением U . Сопротивление терморезистора 8 зависит от Q , влияющего на его температуру. Терморезистор 9 защищен от скоростного воздействия потока и предназначен для компенсации погрешности от изменения температуры среды. Такие датчики обычно используют для измерения малых скоростей и расходов жидкостей и газов, в основном при стационарных потоках, так как они отличаются повышенной инерционностью, обусловленной

временем разогрева при охлаждении массы терморезистора δ при изменении скорости потока.

Датчик расхода может быть построен на основе использования тензометрического преобразователя. В поток жидкости помещают тонкую пластину с наклеенным на нее тензорезистором. Пластины закрепляют так, чтобы она сужала поток. При возрастании расхода пластина отклоняется на большой угол, увеличивая относительную деформацию резистора, включенного в мостовую измерительную схему.

2.4. Устройства формирования сигналов управления

Устройства формирования сигналов управления (УФСУ) автоматических систем выполняют функции восприятия, хранения и обработки информации,

поступающей от датчиков и задающих устройств, усиления информационных сигналов и формирования командных сигналов управления, направляемых к исполнительным механизмам.

В автоматических системах с несложными алгоритмами функционирования (например, в системах управления, реализующих алгоритмы стабилизации, программного управления, слежения) применяют простые УФСУ: усилители, реле, логические устройства, регуляторы прямого и непрямого действия.

В экстремальных и адаптивных системах, в системах оптимального управления управляющие устройства содержат микропроцессоры, выполненные на основе больших интегральных схем (БИС). Микропроцессоры начинают также широко применяться в современных комплексных системах автоматизации тракторных агрегатов. Они позволяют обеспечить качественное и высокоэффективное функционирование одновременно нескольких автоматических систем (контроля, защиты, управления, диагностирования) или связанное управление несколькими агрегатами трактора.

В данном учебнике рассматриваются только простейшие устройства формирования сигналов управления: усилители, реле, широко используемые при автоматизации машинных агрегатов. Устройство и принцип действия микропроцессоров, микро-ЭВМ и

логических элементов являются предметом изучения других учебных дисциплин и поэтому здесь не излагаются.

2.4.1. Усилители автоматических систем

Мощность выходных сигналов чувствительных элементов датчиков обычно составляет $10^{-5} \dots 10^{-3}$ Вт, что недостаточно для перемещения управляющего органа объекта автоматизации. Поэтому возникает необходимость усиления сигналов как чувствительного элемента, так и других элементов устройства управления [3,4].

Устройство, при помощи которого выходной сигнал некоторого элемента автоматической системы преобразуется в сигнал большей мощности за счет использования дополнительного источника энергии, называется усилителем.

Усилитель позволяет сравнительно маломощным входным сигналом управлять передачей большой мощности от источника энергии к исполнительному механизму, к которому приложена соответствующая нагрузка, или к другому элементу устройства управления. Входной и выходной сигналы усилителя обычно одной и той же физической природы.

Усилители классифицируют по виду источника энергии и по типу управляющего (или усилительного) элемента. По виду используемой энергии их разделяют на электрические, гидравлические и пневматические.

Электрические усилители. В зависимости от типа управляющего элемента электрические усилители бывают электронные, магнитные, электромагнитные и электромеханические.

К усилителям предъявляют следующие требования:

- усилитель должен иметь требуемый коэффициент передачи (усиления) по мощности;
- постоянная времени усилителя должна быть гораздо меньше, чем у других элементов устройства управления;
- статическая характеристика усилителя в рабочей зоне изменения входного и выходного сигналов должна быть линейной;
- порог чувствительности усилителя должен быть минимальным и не превышать допустимого значения;

- усилитель должен иметь высокий КПД;
- показатели надежности усилителя должны отвечать требованиям по надежности автоматической системы в целом.

Основной параметр характеристики усилителя – *коэффициент усиления по мощности*

$$k_p = dP_{\text{вых}} / dP_{\text{вх}},$$

где $P_{\text{вых}}, P_{\text{вх}}$ - мощности выходного и входного сигналов усилителя.

В зависимости от типа и конструкции усилителя k_p составляет $10^1 \dots 10^7$.

Электрические усилители выполняют чаще всего в виде автономных элементов, а гидравлические и пневматические обычно входят в состав исполнительных механизмов.

Электронные усилители. В качестве управляющих устройств в электронных усилителях применяют полупроводниковые приборы. Электронные усилители имеют высокую чувствительность (большой коэффициент усиления) и обладают способностью усиливать сигналы весьма малой мощности. Они отличаются высоким КПД, малыми габаритными размерами и большим сроком службы. Коэффициент усиления по мощности транзисторных и тиристорных усилителей составляет $10^2 \dots 10^4$, максимальная выходная мощность может достигать 10 кВт при КПД 96...98 % [3,4].

Можно включить последовательно несколько электронных усилителей. Коэффициент усиления полученного в этом случае многокаскадного устройства будет равен произведению коэффициентов усиления используемых усилителей:

$$k_p = k_{p1} k_{p2} k_{p3} \dots k_{pn}.$$

Применяются усилители постоянного и переменного тока. Первые усиливают как постоянную, так и переменную составляющую входного сигнала, а вторые – только переменную составляющую.

Выбор типа усилителя определяется типом измерительного преобразователя, типом и мощностью исполнительного органа.

Если измерительный преобразователь работает на постоянном токе, его выходная величина – это напряжение постоянного тока, исполнительный элемент – двухфазный двигатель, то в структуре усилительного элемента обязательно предусмотрен модулятор, преобразующий напряжение постоянного тока в напряжение переменного тока.

Применение модулятора необходимо для согласования входа системы (измерительный преобразователь постоянного тока) с ее выходом (двигатель переменного тока). Модулятор включается в систему до усилителя напряжения.

В усилителях, предназначенных для управления двигателем постоянного или переменного тока, конечной ступенью является усилитель мощности. Если маломощная система, то применяется усилитель мощности электронный, для получения большой мощности используются магнитные усилители, электромагнитные усилители.

Для согласования усилителя напряжения и усилителя мощности необходим демодулятор, который преобразует напряжение переменного тока в напряжение постоянного тока, необходимое для питания обмоток управления, допустим, магнитного усилителя.

То есть усилительное устройство, предназначенное для управления исполнительным органом, не только усиливает сигнал, но и преобразует его.

В общем случае, в усилитель входят усилитель напряжения, усилитель мощности, модулятор, демодулятор.

Модулятор – это устройство, преобразующее сигнал постоянного тока в напряжение переменного тока с амплитудой, пропорциональной величине входного напряжения, и фазой, определяемой полярностью входного напряжения. Модуляторы имеют различные схемы в зависимости от принципа действия и типа применяемых элементов.

По принципу действия различают коммутационные и балансные модуляторы. В коммутационных модуляторах модуляция осуществляется коммутатором вибрационного типа. В балансных модуляторах используется принцип нарушения баланса схемы при подаче на вход постоянного напряжения.

По применяемым элементам различают модуляторы электромеханические (используют реле), электронные (на полупроводниках), магнитные (на основе магнитных усилителей).

Модулятор обычно характеризуют зависимостью напряжения на выходе от напряжения постоянного тока на входе, величиной постоянной времени, наличием высших гармоник в выходном напряжении. Выходной сигнал модулятора равен

$$U(t) = f(t) \cdot \sin \omega_0 t, \quad (2.6)$$

где $f(t)$ - сигнал информации, ω_0 - частота источника питания (несущая частота).

Из (2.6) следует, что модулятор умножает сигнал $f(t)$ на гармоническую функцию $\sin \omega_0 t$. Но это в идеальном случае.

Реально же сигнал $f(t)$ умножается на некоторую периодическую функцию $m(t)$, период которой определяется несущей частотой; форма волны отличается от гармонической.

Реальный выходной сигнал равен

$$U(t) = f(t) \cdot m(t).$$

Периодическую функцию $m(t)$ можно представить рядом Фурье:

$$m(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\varphi} (a_n \cos \omega_0 n t + b_n \sin \omega_0 n t).$$

Тогда выходной сигнал запишется:

$$U(t) = \frac{a_0}{2} f(t) + \sum_{n=1}^{\varphi} (a_n f(t) \cos \omega_0 n t + b_n f(t) \sin \omega_0 n t). \quad (2.7)$$

Из (2.7) следует, что на входе модулятора присутствуют составляющие высоких $(\omega + \omega_0)$, низких $(\omega - \omega_0)$ частот; составляющие высших гармоник, составляющие частоты сигнала информации. Для выделения сигнала (2.6) используют полосовые фильтры, полоса пропускания которых зависит от максимально возможной частоты сигнала $f(t)$.

Демодулятор выполняет функции, обратные модулятору, то есть преобразует переменный сигнал в постоянный, причем напряжение постоянного тока пропорционально по величине входному сигналу, полярность определяется фазой входного напряжения переменного тока.

Демодулировать сигнал можно, умножив на $\sin \omega_0 t$, то есть если на вход демодулятора поступает сигнал

$$U(t) = f(t) \cdot \sin \omega_0 t,$$

то на выходе демодулятора имеем

$$U_{\text{вых}} = [f(t) \cdot \sin \omega_0 t] \cdot \sin \omega_0 t.$$

Восстановленный сигнал содержит информацию и гармоники несущей частоты. Для выделения сигнала информации и подавления гармоник на выходе демодулятора ставится фильтр низких частот.

В автоматических системах широко применяются полупроводниковые усилители, основное назначение которых заключается в усилении сигнала измерительного преобразователя, фильтрации и преобразовании этого сигнала к виду, удобному для дальнейшего использования.

Полупроводниковые усилители, входящие в автоматические системы, являются достаточно типовыми, поэтому физические основы их работы, расчет параметров, конструктивные особенности подробно изложены в большом числе учебников, учебных пособий и монографий.

Нас интересует усилитель как элемент автоматической системы. Требования к нему определяются назначением конкретной САР, но полупроводниковые усилители позволяют удовлетворить стремление к уменьшению габаритов и массы, экономии мощности.

В настоящее время разработано много типовых принципиальных схем и типовых конструкций усилителей, в том числе на серийно выпускаемых микросхемах. Выбор типа усилителя зависит от назначения и особенностей работы САР.

Например, если в САР используется оптико-электронный преобразователь, то назначение усилителя заключается в усилении сравнительно небольшого энергетического сигнала для управления

нагрузкой, подключенной к выходу усилителя. В схему усилителя включаются электронные фильтры, ограничители и другие электронные звенья. При большом динамическом диапазоне оптико-электронного преобразователя, например при большом диапазоне яркостей, необходимо использовать усилитель с линейной статической характеристикой [8,12]. Диапазона линейной характеристики может не хватить и тогда используются логарифмические усилители или усилители со ступенчатым переключением коэффициента усиления. Для усиления по напряжению или мощности сигналов постоянного или медленно меняющегося по величине тока в системах применяются усилители постоянного тока. Нагрузкой таких усилителей являются обмотки двигателей постоянного тока и другие исполнительные механизмы.

В качестве усилителей постоянного тока часто используют операционные усилители, которые предназначены как для усиления, так и для выполнения других операций: сложения, вычитания и пр. Поскольку такие усилители имеют дифференциальный высокоомный вход, большой коэффициент усиления, низкоомный выход, то к ним обычно подключают цепи обратной связи.

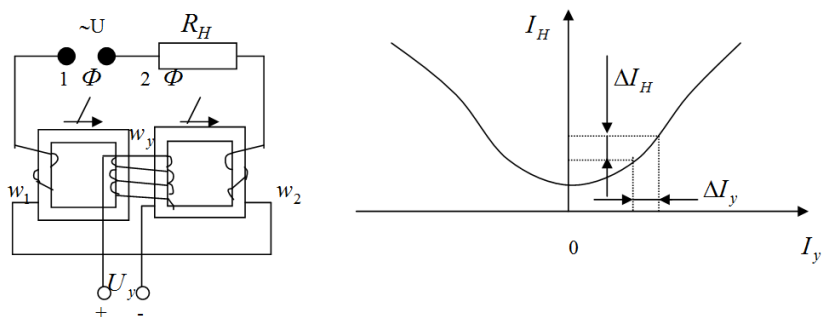


Рис. 2.29. Магнитный усилитель:
а - схема; *б* — статическая характеристика

Довольно часто сигналы измерительных преобразователей имеют вид импульсов. Для усиления таких сигналов применяют импульсные усилители, которые имеют широкую полосу пропускания.

Магнитные усилители. Схема магнитного усилителя (МУ)

показана на рис. 2.29, а. Усилитель состоит из двух рабочих обмоток w_1 и w_2 , намотанных на двух сердечниках 1 и 2 из ферромагнитного материала, и обмотки управления w_y , намотанной на стержнях обоих сердечников магнитопровода [5].

Принцип действия МУ основан на зависимости магнитной проницаемости сердечника от подмагничивающего действия постоянного тока. Рабочие обмотки соединены таким образом, чтобы их магнитные потоки Φ во внутренних стержнях магнитопровода были направлены навстречу друг другу, вследствие чего электродвижущие силы, индуцируемые переменными магнитными потоками Φ в обмотке управления w_y , будут взаимно компенсироваться.

Входной сигнал МУ — напряжение U_y или сила тока I_y в обмотке управления. Выходной сигнал МУ — сила переменного тока I_H в сопротивлении нагрузки R_H

$$I_H = U / z = U / \sqrt{R^2 + (\omega L)^2},$$

где U, ω — напряжение и круговая частота переменного тока источника энергии, питающего рабочие обмотки; z — полное сопротивление рабочих обмоток; $R = R_H + R_p$ — сумма активных сопротивлений нагрузки R_H и рабочих обмоток R_p ; L — суммарная индуктивность рабочих обмоток: $L = L_1 + L_2$, причем $L_1 = L_2 = (w^2 A / l) \mu$ (здесь w — число витков обмотки; A — площадь сечения сердечника; l — длина средней линии сердечника; μ — коэффициент магнитной проницаемости сердечника).

При увеличении силы тока управления I_y возрастает насыщение сердечника, в результате чего уменьшается его магнитная проницаемость и, соответственно, индуктивность L рабочих обмоток. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению реактивного сопротивления ωL рабочих обмоток и

соответствующему увеличению силы тока I_H .

Статическая характеристика МУ $I_H = f(I_y)$ показана на рис. 2.29, б. Коэффициент усиления по току равен $k_I = dI_H / dI_y$, а по мощности $k_p = dP_H / dP_y = (dI_H / dI_y)(U_H / U_y)$.

Значения k_I и k_p зависят от материала магнитопровода и от частоты переменного тока источника энергии $f = \omega / (2\pi)$. Например, для трансформаторной стали $k_p = 50 \dots 200$ при $f = 50$ Гц, а для пермаллоя $k_p = 100 \dots 1000$ при $f = 50$ Гц.

Преимущества МУ: высокая надежность, неограниченный срок службы, возможность усиления очень слабых сигналов ($P_{вх} = 10^{-19}$ Вт), высокая выходная мощность ($P_{вых} = 10^5$ кВт), высокий КПД, большой коэффициент усиления, стабильность эксплуатационных характеристик. Недостаток – повышенная инерционность, обусловленная большим значением постоянной времени управляющего элемента

$$T_y = \frac{1}{4\nu} \frac{R_p w_y^2}{R_y w_p^2},$$

где R_p и w_p – активное сопротивление и число витков рабочих обмоток; R_y и w_y – сопротивление и число витков обмотки управления.

Гидравлические и пневматические усилители. Принципиальные схемы гидравлических и пневматических усилителей практически одинаковы.

Существенным различием их является лишь энергоноситель. В гидравлических усилителях используется жидкость, обладающая гораздо большим модулем объемной упругости, чем воздух, используемый в качестве энергоносителя в пневматических усилителях. Модуль объемной упругости минеральных масел при

температуре 20°C и давлении $p = 0.1\text{ МПа}$ находится в пределах $E_{жс} = (1.35...1.92) \cdot 10^3\text{ МПа}$. При повышении p значение $E_{жс}$ возрастает. В пневматических системах сжимаемость воздуха существенно влияет на характеристики, что учитывается при проектировании.

Гидравлический или пневматический усилитель преобразует сигнал на его входе в виде перемещения или усилия в выходной сигнал, представляющий собой расход или давление потока жидкости или газа. Усиление мощности осуществляется за счет использования энергии внешних источников: гидравлического насоса, пневматического компрессора, гидро- или пневмоаккумулятора.

Гидравлические и пневматические усилители конструктивно выполняются совместно с исполнительными устройствами — серводвигателями и входят в состав исполнительных механизмов. В этой связи гидравлическим (пневматическим) усилителем принято называть совокупность управляющего элемента, серводвигателя и устройства, обеспечивающего функциональную зависимость между перемещением ведомого элемента серводвигателя и входным сигналом усилителя (сигналом управления).

Управляющие элементы гидравлических и пневматических усилителей выполняют в виде *распределителей*. По принципу действия распределители делятся на два класса: *дрессельные и струйные*. Конструктивно дрессельные распределители выполняются *золотниковыми, крановыми, клапанными* и с *соплом-заслонкой*.

Серводвигатели классифицируют по характеру движения выходного элемента. При поступательном движении выходного элемента - это *цилиндры*, при вращательном — *моторы*, а при ограниченном угле поворота выходного элемента — *поворотные двигатели*. В зависимости от назначения цилиндры бывают одностороннего и двустороннего действия, а конструктивно их выполняют поршневыми с односторонним и двусторонним штоком, плунжерными и телескопическими. Моторы можно разделить на шестеренные, пластинчатые, винтовые, роторно-поршневые (аксиальные и радиальные). Поворотные двигатели

бывают шибберные и поршневые.

Для обеспечения необходимой функциональной зависимости между перемещением ведомого элемента серводвигателя и входным сигналом усилителя гидравлические и пневматические усилители снабжают устройствами, осуществляющими жесткие или гибкие обратные связи.

На тракторных агрегатах наибольшее применение находит гидропривод. Схема простейшего гидропривода с гидроусилителем показана на рис. 2.30. Золотник гидрораспределителя 1 может занимать одно из трех возможных положений. В среднем (нейтральном) положении обе полости гидроцилиндра 2 запгерты, и его поршень неподвижен. При перемещении золотника влево рабочая жидкость насосом 5 нагнетается в левую полость гидроцилиндра, а его правая полость при этом сообщается со сливом. В результате поршень гидроцилиндра перемещается вправо. Гильза 3 гидрораспределителя может быть неподвижной или подвижной, кинематически связанной со штоком гидроцилиндра.

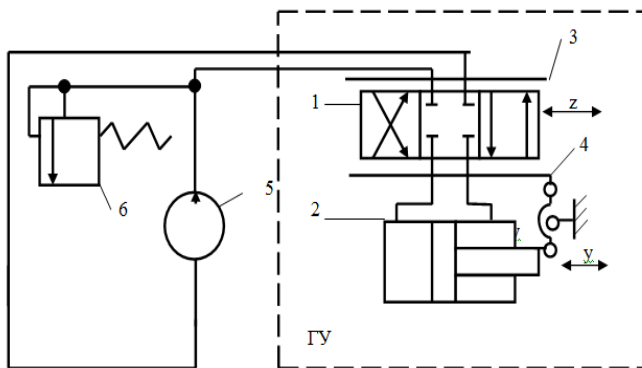


Рис. 2.30. Схема гидропривода с гидроусилителем (ГУ)

В первом случае поршень гидроцилиндра будет перемещаться до тех пор, пока золотник распределителя смещен относительно нейтрального положения. Поршень при этом может дойти до упора в стенку цилиндра, тогда давление рабочей жидкости повысится настолько, что откроется предохранительный клапан 6 и жидкость, подаваемая насосом, начнет сливаться в масляную емкость.

Если шток гидроцилиндра связан с гильзой 3 рычагом 4, то перемещение y поршня будет соответствовать смещению x золотника гидрораспределителя 1. В этом случае гидропривод будет обладать следящим действием, что обеспечивается наличием обратной связи, осуществляемой рычагом 4.

Клапанные распределители (рис. 2.31) применяют в пневмоусилителях. Они отличаются высокой чувствительностью, просты в изготовлении, надежны в эксплуатации, обладают высокой герметичностью.

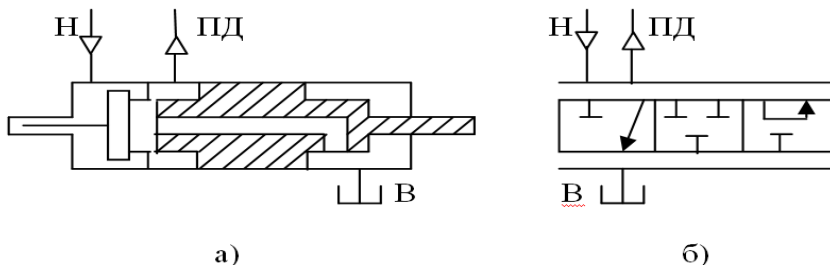


Рис. 2.31. Клапанный пневмораспределитель (а) и его условное графическое изображение (б):

Н – нагнетание сжатого воздуха; В – выпуск воздуха в окружающую среду; ПД – подвод сжатого воздуха к пневмодвигателю

Гидроусилитель с соплом-заслонкой. Гидроусилитель состоит из корпуса 1 (рис. 2.32), дросселя 2 с постоянным проходным сечением, сопла 3 и заслонки 4. Сопло и заслонка образуют дроссельное устройство переменного проходного сечения, площадь которого изменяется в зависимости от координаты x заслонки. Изменение положения заслонки приводит к изменению расхода рабочей жидкости через сопло, вследствие чего изменяется давление $P_{гд}$, действующее на гидродвигатель, который в этом случае выполняется в виде диафрагмы или гидроцилиндра одностороннего действия с подпружиненным поршнем. Недостаток гидроусилителя с соплом-заслонкой – повышенный расход рабочей жидкости.

Гидроусилитель со струйной трубкой. В корпусе усилителя находится трубка (рис. 2. 33), свободный конец которой выполнен в виде конической насадки. Другой конец ее шарнирно закреплен

на оси, перпендикулярной плоскости рисунка. От источника питания через ось в струйную трубку подается рабочая жидкость под постоянным давлением P_H .

Положение трубки определяется взаимодействием толкателя 5 и пружины 1, натяжение которой может регулироваться винтом. 2. В автоматических регуляторах пружина 1 может выполнять функции датчика.

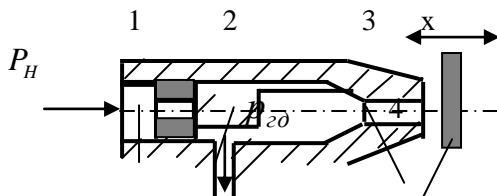


Рис 2.32. Схема гидроусилителя с управляющим элементом типа сопло-заслонка

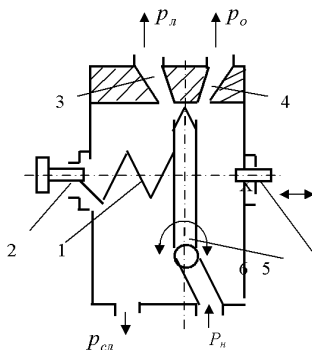


Рис. 2.33. Схема усилителя со струйной трубкой

Напротив конической насадки струйной трубки расположены два приемных сопла 3 и 4, соединенные трубопроводами с гидродвигателем. Аналогично выполнены и пневматические струйные усилители.

Работа струйного усилителя основана на преобразовании потенциальной энергии давления жидкости или газа в кинетическую энергию струи в конической насадке трубки и последующего обратного преобразования ее в энергию давления в приемных соплах 3 и 4. Когда коническая насадка струйной трубки находится

посередине между приемными соплами, давление в них одинаковое. По мере смещения струйной трубки давление в одном приемном сопле возрастает, а во втором уменьшается. Это приводит к соответствующему перемещению выходного элемента серводвигателя.

Статическая характеристика струйного усилителя аналогична статической характеристике реального дроссельного усилителя.

Регулирующая аппаратура гидроприводов. Для обеспечения нормальных условий функционирования гидравлических усилителей в систему гидропривода вводят различные регулирующие аппараты, изменяющие параметры потоков рабочей жидкости (давление, расход) и поддерживающие их на заданных уровнях. Для этого используют различные гидроклапаны. *Гидроклапаном* называется гидроаппарат, в котором степень открытия проходного сечения (положение запорно-регулирующего элемента) изменяется под действием напора проходящей через него рабочей жидкости. Гидроклапаны бывают регулирующие и направляющие. К регулирующим в первую очередь относятся клапаны давления, предназначенные для регулирования давления в потоке рабочей жидкости. Наиболее широко применяются напорные и редуцирующие гидроклапаны.

2.4.2. Реле

Реле представляет собой устройство, в котором при плавном изменении входного (управляющего) сигнала и достижении им определенного значения происходит скачкообразное изменение выходного (управляемого) сигнала. Реле используют в автоматических системах в качестве логических элементов. В данном параграфе рассмотрены схемы и принципы действия различных реле [5].

По физической природе величин, на которые реагируют реле, их делят на электрические, гидравлические, тепловые, магнитные и др.

Реле обычно состоит из трех функциональных элементов: *воспринимающего, промежуточного и исполнительного.* Воспринимающий элемент представляет собой преобразователь, в котором входной сигнал преобразуется в другой сигнал, иногда иной физической природы (например, в электрическом контактном реле электрический ток преобразуется электромагнитной системой

в механическое усилие).

Промежуточный элемент сравнивает значение преобразованного сигнала с заданным значением и при его превышении передает входной сигнал на исполнительный элемент. У контактного реле промежуточным элементом является пружина.

Исполнительный элемент формирует выходной дискретный сигнал. У контактного реле — это подвижная контактная система, замыкающая или размыкающая электрическую цепь.

В ряде конструкций реле может быть четвертый элемент, предназначенный для обеспечения выдержки некоторого интервала времени после достижения равенства преобразованного входного сигнала с заданным его пороговым значением.

Независимо от принципа действия реле характеризуется рядом общих параметров, важнейшими из которых являются *параметр срабатывания, параметр возврата, коэффициент возврата, время срабатывания, время возврата, максимальная частота переключения, чувствительность* (мощность срабатывания).

Минимальное значение входного сигнала, при котором происходит срабатывание реле, называется параметром срабатывания $X_{ср}$ (рис. 2.34, г)

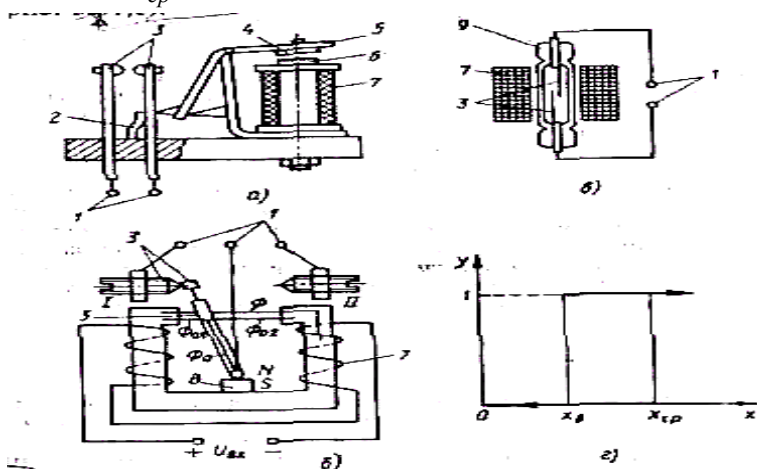


Рис. 2.34. Электромагнитные реле: а — нейтральное; б — поляризованное; в — с герконами; г — статическая характеристика реле; 1 — клеммы управляемой электроцепи; 2 — пружина; 3 — контакты; 4 — штифт

отлипания; 5 – подвижный якорь; 6 – сердечник электромагнита; 7 – обмотка электромагнита; 8- постоянный магнит; 9 – стеклянный баллон

Максимальное значение входного сигнала, при котором реле возвращается в исходное состояние, называется параметром возврата x_B .

Параметры срабатывания и возврата связаны между собой коэффициентом возврата

$$k_B = x_B / x_{CP}.$$

До тех пор, пока $x < x_{CP}$, выходной сигнал реле $y = 0$. При $x = x_{CP}$ выходной сигнал скачком изменяется от 0 до y_{\max} и реле срабатывает. Если входной сигнал уменьшать, то при достижении $x = x_B$ произойдет возврат реле в исходное состояние.

При достижении равенства $x = x_{CP}$ реле срабатывает не мгновенно, а через некоторый промежуток времени t_{CP} , называемый временем срабатывания. Аналогично при равенстве $x = x_B$ проходит некоторое время t_B , пока реле вернется в исходное состояние. Это время называют временем возврата.

По времени срабатывания реле делят на быстродействующие ($t_{CP} = 1.05...0.15c$) и медленнодействующие ($t_{CP} = 0.15...1c$). Реле с временем срабатывания менее 0,001с называют безынерционными, а при $t_{CP} > 1c$ - реле времени.

Электрические реле. Существует большое многообразие электрических реле. В автоматических системах мобильных машин в основном используются *электромагнитные* и *электронные* реле.

По принципу действия исполнительных элементов различают реле *контактные* и *бесконтактные*. Контактные реле действуют на управляемую электрическую цепь, замыкая или размыкая ее своими контактами. Бесконтактные реле осуществляют управление путем скачкообразного (релейного) изменения параметров своего

исполнительного элемента, включенного в управляемую цепь (сопротивления, емкости, индуктивности, ЭДС).

Наиболее часто применяются электромагнитные реле.

Различают реле постоянного и переменного тока. В свою очередь, реле постоянного тока разделяют на нейтральные и поляризованные. Работа последних зависит от полярности входного сигнала.

Принцип действия электромагнитных реле основан на взаимодействии магнитного поля обмотки, по которой протекает ток с ферромагнитным якорем. Воспринимающим элементом электромагнитного реле является обмотка, а исполнительным – контакты.

Поляризованное реле (рис. 2.34, б) в отличие от нейтрального электромагнитного реле (рис. 2.34, а) имеет дополнительный постоянный магнит, вследствие чего направление перемещения якоря реле зависит от направления тока, протекающего по его обмотке. Поток, создаваемый постоянным магнитом, проходит через якорь и каждую из полуветвей магнитной цепи. Предположим, что якорь находится в положении 1 (рис. 2.37, б), а ток в обмотке отсутствует. Тогда в связи с тем, что воздушный зазор δ_1 между левым полюсом сердечника реле и якорем меньше, чем зазор δ_2 между правым полюсом и якорем, магнитные потоки будут иметь соотношение $\Phi_{01} > \Phi_{02}$, а якорь будет притягиваться к левому полюсу.

При подаче напряжения в обмотку поляризованного реле ток, проходящий по ней, создает электромагнитный поток Φ . Его направление определяется направлением тока в обмотке (по правилу буравчика). Согласно рис. 2.34. б направление потока Φ будет таким, что Φ и Φ_{01} окажутся противоположными, а Φ и Φ_{02} совпадут по направлению. Тогда $\Phi_{02} + \Phi > \Phi_{01} + \Phi$ и якорь реле перебросится в положение 2.

Основной недостаток контактных реле – низкая долговечность контактов. Один из путей ее повышения заключается в применении *герметизированных контактов (герконов)* (рис. 2.34, в). Контакты 3 реле расположены внутри герметичного стеклянного баллона 9, заполненного инертным газом. При прохождении тока по обмотке

7 реле возникает магнитное поле, намагничивающее контакты 3, что приводит к их замыканию.

Основные характеристики электромагнитных реле: время срабатывания $0,001...0,2$ с; мощность срабатывания $10^{-3}...10^3$ Вт; предельно допустимая мощность $0.1...10^4$ Вт; частота переключений до 200 1/с; коэффициент возврата $0.4...0.9$.

При необходимости обеспечения выдержки времени электромагнитные реле дополняют элементом, замедляющим нарастание и уменьшение тока в обмотке. Для постоянной выдержки времени используют резисторы, конденсаторы, полупроводниковые диоды, дроссели, короткозамкнутые витки. На рис. 2.35 показаны некоторые схемные способы замедления срабатывания и возврата реле постоянного тока.

При большом числе витков обмотки реле P весьма эффективным методом является шунтирование обмотки активным сопротивлением или диодом (рис. 2.35, а, б). Сущность метода замедления возврата состоит в том, что ЭДС самоиндукции, возникающая в обмотке реле после его отключения ключом K , поддерживает протекание тока в прежнем направлении и удерживает реле в замкнутом состоянии. Выдержка времени составляет $0.4...5$ с.

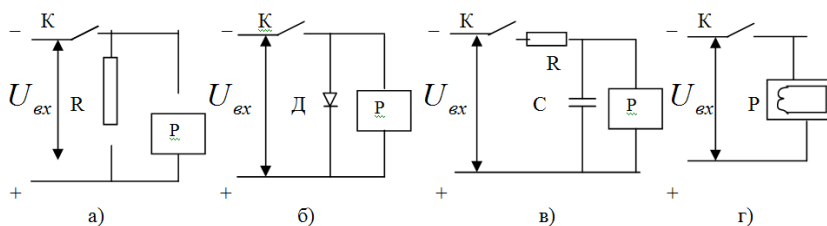


Рис. 2.35. Способы замедления срабатывания и возврата реле постоянного тока: а – шунтирование обмотки активным сопротивлением; б – шунтирование обмотки диодом; в – шунтирование обмотки конденсатором; г – применение короткозамкнутого витка

В схеме с конденсатором (рис. 2.35, в) напряжение на обмотке реле U_c при включении возрастает по закону

$$U_c = U_{ex} (1 - e^{-t/(RC)})$$

до значения U_{cp} , при котором реле срабатывает. Приравнявая $U_c = U_{cp}$, найдем время выдержки реле при срабатывании:

$$t_{cp} = RC \ln \frac{U_{ex}}{U_{ex} - U_{cp}}.$$

При отключении реле конденсатор разряжается на сопротивление реле R_p и напряжение на нем U_c уменьшается по закону

$$U_c = U_p = U_{ex} e^{-t/(R_p C)}.$$

Выдержка времени с момента начала разряда до момента отпускания якоря реле, которое происходит при $U_c = U_{omn}$, равна

$$t_B = R_p C \ln \frac{U_{ex}}{U_{omn}}.$$

Изменяя постоянные времени RC и $R_p C$, можно изменять время задержки срабатывания t_{cp} и возврата t_B в широких пределах.

В схеме с короткозамкнутым якорем (рис. 2.35, г) при изменении магнитного потока индуцируется ток, препятствующий своим магнитным полем этому изменению, что приводит к увеличению времени срабатывания реле до 1 с, а возврата – до 10 с.

В электронных реле используют различные полупроводниковые приборы. Эти реле представляют собой разновидность несимметричных триггеров. Триггером называют техническое устройство, обеспечивающее два устойчивых состояния. Триггер имеет два входа и реализует два возможных

дискретных значения выходного сигнала. Переход из одного устойчивого состояния в другое происходит скачком и только под действием пускового импульса, подаваемого на один из его входов. Триггер реализует логическую операцию ПАМЯТЬ.

Основные характеристики электронных реле: время срабатывания $10^{-12} \dots 10^{-8} \text{ с}$; мощность срабатывания $10^{-12} \dots 10^{-8} \text{ Вт}$; предельно допустимая мощность $10^{-3} \dots 10^2 \text{ Вт}$; частота переключения – до 10^8 1/с ; коэффициент возврата может достигать $0.98 \dots 0.99$.

Гидравлические реле. В гидравлических системах управления применяют золотниковые, клапанно-мембранные и струйные реле.

Схемы гидравлических *золотниковых реле* приведены на рис. 2.36. Реле содержит гидрораспределитель, позволяющий сообщать или разобщать различные управляемые гидролинии, обозначенные L_i . Схема на рис. 2.36, а построена на основе двухлинейного распределителя, на рис. 2.36, б – трехлинейного, а на рис. 2.36, в – пятилинейного.

В исходном состоянии реле, изображенного на рис. 2.36, а, золотник 1 гидрораспределителя удерживается пружиной 3 в верхнем положении, сообщая между собой гидролинии L_1 и L_2 . При подаче управляющего сигнала (давление рабочей жидкости p_y) золотник перемещается вниз, сжимая пружину и разобщая управляемые гидролинии L_1 и L_2 . Недостаток рассмотренной схемы – различные значения давления p_y в начале и конце перекрытия окон гильзы 2 в гидрораспределителе, обусловленные постоянным нарастанием усилия сжатия пружины при перемещении золотника, что “размывает” значения сигнала срабатывания $x_{cp} = p_{y.cp}$. Этого недостатка лишена схема, показанная на рис. 2.36, б. В ней вместо пружины введен плунжер 4, на который действует постоянное давление p_n системы гидропривода.

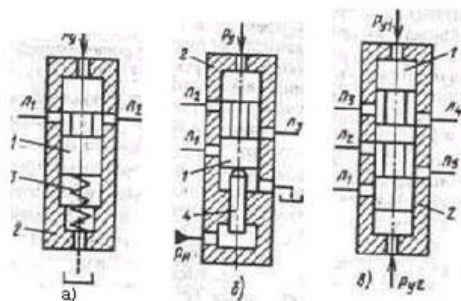


Рис. 2.36. Схемы гидравлических золотников реле

Реле, схема которого показана на рис.2.36,в, применяют для непосредственного управления реверсивными гидродвигателями.

Недостаток золотниковых реле — возможность заклинивания золотника в результате попадания в радиальный зазор между гильзой и золотником твердых механических частиц. Этот недостаток устраняется в клапанно-мембранных и струйных реле.

Подвижный элемент *клапанно-мембранного реле* (рис.2.37,а) представляет собой два диска 1 и 4, жестко связанных между собой стойкой 5. Мембраны 2 и 3, выполненные из резинотканевого материала, разделяют корпус реле на три камеры, к которым подсоединены гидролинии L_1, L_2, L_5 . Подвижный элемент под действием перепада давлений в верхней и нижней камерах реле, возникающего вследствие разности управляющих сигналов $P_{y1} - P_{y2}$, может находиться в нижнем или верхнем положении, сообщая при этом гидролинию L_1 с гидролинией L_4 или L_3 .

Принцип действия *струйного реле* (рис. 2.37,б) основан на прилипании потока, вытекающего из камеры 5, к наклонной близлежащей (в данном случае нижней) стенке, если давление в управляющую камеру 4 не подводится. Поток питания направляется к камере 2. Камера 3 соединена со сливом. При подаче давления управления в камеру 4 поток, вытекающий из камеры 5, отрывается от наклонной стенки и попадает в камеру 1. Давление в камере 2 становится равным сливному. При снятии сигнала управления в камере 4 поток питания снова прилипает к наклонной стенке, в камере 2 появляется давление, а в камере 1

оно падает до сливного. Частота переключений золотниковых реле зависит от диаметра золотника и управляющего давления. При диаметре до 10 мм и давлении до 1 МПа частота достигает 50...100 1/с. Клапанно-мембранные реле из-за невысокой прочности мембран работают при низком давлении (до 0.3 МПа), поэтому частота переключений не превышает 20 1/с. Частота переключений струйных реле достигает 3000...6000 1/с.

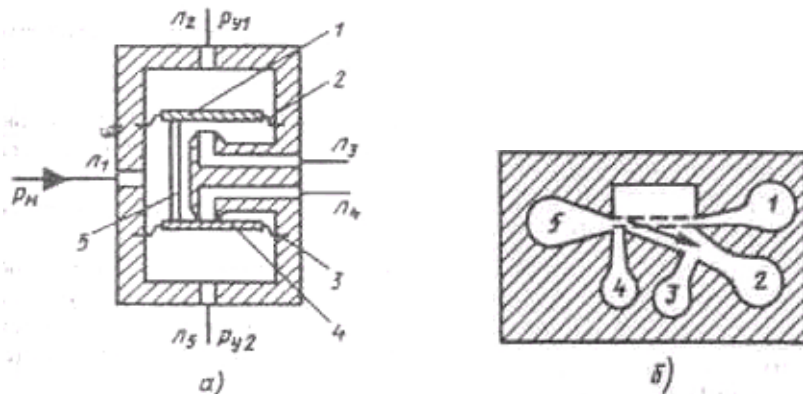


Рис.2.37. Схемы клапанно-мембранного (а) и струйного (б) гидравлических реле

2.5. Исполнительные механизмы

Исполнительными устройствами называются устройства, приводящие в результате обработки управляющего сигнала в движение непосредственно регулирующий орган. Чаще всего это устройства, преобразующие электрический сигнал в движение. К таковым принадлежит большое количество элементов автоматики, но наиболее часто применяются электродвигатели постоянного и переменного тока, шаговые электродвигатели, электромагнитные муфты [20].

В зависимости от вида энергии, используемой для питания, исполнительные устройства делятся на электрические, гидравлические и пневматические.

Электродвигатели постоянного тока применяются со всеми видами возбуждения. Однако следует иметь в виду, что при независимом и параллельном возбуждении двигателя не могут обеспечивать больших пусковых моментов, но при изменении нагрузки обеспечивают высокое постоянство скорости. Их чаще всего применяют в качестве исполнительных механизмов систем автоматического управления радиолокационных устройств, механизмов аэрофотоаппаратов.

Электродвигатели последовательного возбуждения применяют в САУ там, где требуется создать большой пусковой момент, а изменение скорости вращения с ростом нагрузки не оказывает отрицательного влияния на качество работы регулируемого звена. Применение таких двигателей имеет большой смысл, когда единственным источником питания служит аккумуляторная батарея.

Электродвигатели смешанного возбуждения соединяют все преимущества обоих типов вышеуказанных двигателей. Они имеют большой пусковой момент и относительно жесткую механическую характеристику, а также хорошо себя ведут при работе на холостом ходу, что нельзя сказать о двигателях с последовательным возбуждением.

Диапазон мощности САУ, в котором находят применение двигатели постоянного тока, лежит в пределах от 0,1 до 5 кВт. В приборных САУ чаще всего применяют в качестве исполнительного механизма двухфазные асинхронные электродвигатели, имеющие малый момент инерции и трения, не имеющие контактов, однако существенным недостатком их является большой относительный вес и малый КПД, что с лихвой окупается простотой конструкции и надежностью.

Незаменимыми исполнительными устройствами являются шаговые двигатели в тех случаях, когда требуется лишь поворот на строго определенный угол. Шаговые двигатели существуют в двух вариантах: электромеханические и электромагнитные. Они обеспечивают частоту поворота до 200 Гц, но работают на небольшую нагрузку.

Рассмотрим особенности применения электродвигателей как элементов систем автоматического регулирования и управления.

2.5.1. Электродвигатели постоянного тока

К электродвигателям, применяемым в САУ, предъявляются определенные требования:

- широкий диапазон изменения скорости вращения;
- простота регулирования скорости вращения;
- малые габариты и вес при относительно большой механической мощности;
- сравнительно малая инерционность.

В зависимости от системы возбуждения полюсов двигателя постоянного тока (рис. 2.38) делятся на двигатели с независимым (а), параллельным (б), последовательным (в), смешанным (г) возбуждением.

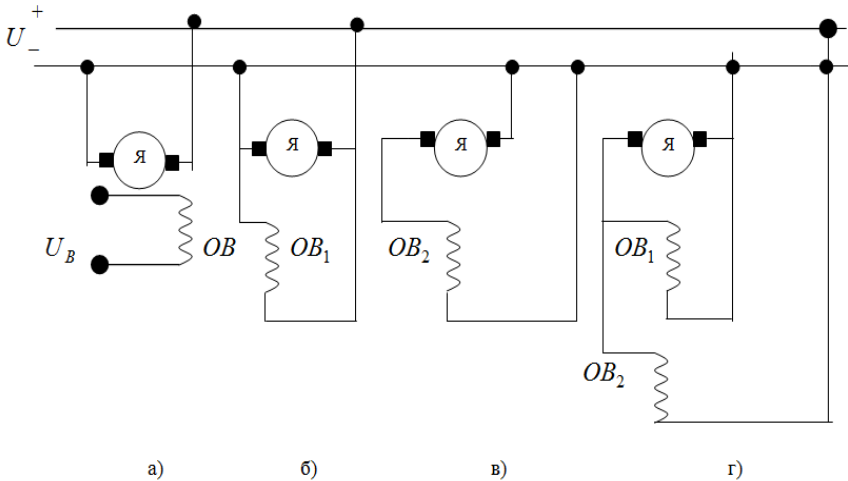


Рис. 2.38. Схема возбуждения, где U - напряжение сети; Я - якорь двигателя; OB, OB_1, OB_2 - обмотки возбуждения двигателя независимого, параллельного, последовательного возбуждений соответственно

Для определения статической характеристики двигателя (на примере двигателя постоянного тока ДПТ с независимым возбуждением) необходимо знать передаточные коэффициенты. Запишем основные уравнения для ДПТ.

Напряжение сети U уравнивается противо-ЭДС якоря E_{np} , наводимой в обмотке якоря, и падением напряжения в обмотке якоря

$$U = E_{np} + I_{я}R_{я},$$

где $I_{я}$ - ток якоря; $R_{я}$ - активное сопротивление обмотки якоря.

Зная, что $E_{np} = C_e \Omega \Phi$, можно определить угловую скорость вращения двигателя как

$$\Omega = \frac{U - I_{я}R_{я}}{C_e \Phi}, \quad (2.8)$$

где Φ – магнитный поток.

Учитывая, что падение напряжения на обмотке якоря $I_{я}R_{я}$ мало по сравнению с U ($U \gg I_{я}R_{я}$), получим

$$\Omega = \frac{U}{C_e \Phi}. \quad (2.9)$$

Обозначив $C_{дв} = 1/C_e \Phi$, уравнение 2.9 примет вид

$$\Omega = C_{дв} U.$$

Таким образом, статическая характеристика двигателя (рис. 2.39) – это прямая, проходящая через начало координат под углом

$$\alpha = \arctg C_{дв} = \arctg \frac{1}{C_e \Phi}.$$

Для построения статической характеристики, представленной зависимостью напряжения на обмотке возбуждения U_B от угловой скорости якоря Ω , примем, что угловая скорость пропорциональна напряжению на обмотке возбуждения:

$$\Omega = \frac{K_1}{U_B}, \quad (2.10)$$

где K_1 - постоянный коэффициент, определяемый параметрами электродвигателя.

Анализ (2.10) позволяет сделать вывод о том, что характеристика носит нелинейный характер (рис. 2.40).

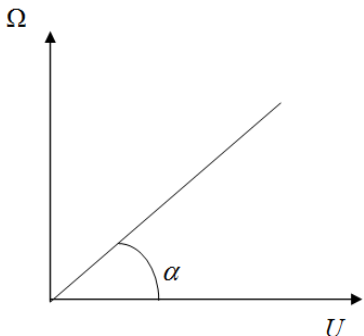


Рис. 2.39. Статическая характеристика двигателя

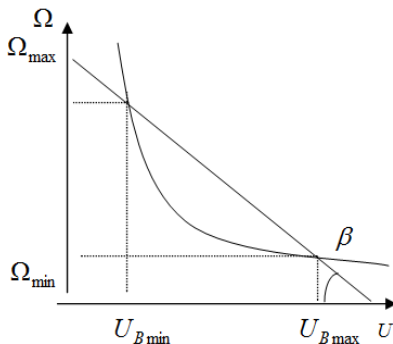


Рис. 2.40. Нелинейная статическая характеристика

Выполнив линеаризацию статической характеристики в рабочем диапазоне изменения напряжения обмотки возбуждения, получим

$$\Omega = -K_B U_B, \quad (2.11)$$

где $K_B = \operatorname{tg} \beta = \frac{\Omega_{\max} - \Omega_{\min}}{U_{B \max} - U_{B \min}}$ - постоянный коэффициент

передачи линеаризованной статической характеристики.

Динамические свойства ДПТ как элемента автоматической системы определяются дифференциальными уравнениями, получаемыми по уравнению равновесия ЭДС

$$U = I_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} + C_e \Omega \Phi \quad (2.12)$$

и уравнению равновесия моментов

$$C_m I_{\text{я}} \Phi = J \frac{d\Omega}{dt} + M_{\text{см}}, \quad (2.13)$$

где $L_{Я}$ - индуктивное сопротивление обмотки якоря.

В выражениях (2.12) и (2.13) $C_e \Omega \Phi$ - противо-ЭДС двигателя, $C_m I_{Я} \Phi$ - электромагнитный момент, развиваемый двигателем.

Так как $\Phi = \text{const}$, то обозначив $C_e \Phi = k_e$ и $C_m \Phi = k_m$ из (2.13) получим

$$I_{Я} = \frac{J}{k_m} \frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{k_m} M_{cm},$$

$$\frac{dI_{Я}}{dt} = \frac{J d^2 \Omega}{k_m dt^2} + \frac{1}{k_m} \frac{dM_{cm}}{dt}.$$

Подставив полученные соотношения в (2.12), получим

$$U = \frac{JR_{Я}}{k_m} \frac{d\Omega}{dt} + \frac{R_{Я}}{k_m} M_{cm} + \frac{L_{Я} J}{k_m} \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + \frac{L_{Я}}{k_m} \frac{dM_{cm}}{dt} + k_e \Omega. \quad (2.14)$$

Вводя обозначения $T_m = \frac{JR_{Я}}{k_m k_e}$ - электромеханическая

постоянная времени ДПТ; $T_{\varepsilon} = \frac{L_{Я}}{R_{Я}}$ - электромагнитная

постоянная ДПТ; $\kappa_{\delta\delta} = \frac{1}{k_e}$ - коэффициент передачи двигателя;

$c = \frac{R_{Я}}{k_m k_e}$ - коэффициент пропорциональности, уравнение (2.14)

запишем в виде:

$$T_m T_{\varepsilon} \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + T_m \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \kappa_{\delta\delta} U - c \left(T_{\varepsilon} \frac{dM_{cm}}{dt} + M_{cm} \right). \quad (2.15)$$

Для электродвигателей, применяемых в качестве исполнительных механизмов в САУ, T_{ε} и T_m меняются в

пределах $T_{\mathcal{O}} = (2 \div 5) \cdot 10^{-3} \text{ с}$; $T_m = (2 \div 15) \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Поскольку $T_{\mathcal{O}} < T_m$, то можно пренебречь $T_{\mathcal{O}}$ и с достаточной для практики точностью выражение (2.15) примет вид

$$T_m \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = k_{\text{об}} U . \quad (2.16)$$

Решая уравнение (2.16) получим

$$\Omega = k_{\text{об}} U \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}}\right). \quad (2.17)$$

Из (2.17) следует, что угловая скорость изменяется по экспоненциальному закону.

Если двигатель действует на инерционный элемент, постоянная времени объекта $T_{\text{об}}$ намного больше T_m , поэтому электромеханической постоянной можно пренебречь.

При выполнении практических расчетов обычно пренебрегают инерционностью элементов, имеющих постоянную времени на порядок меньшую, чем наименьшая постоянная других элементов системы.

В соответствии с уравнениями (2.15) и (2.16) возможно определить передаточную функцию ДПТ независимого возбуждения. Аналогично можно записать дифференциальные уравнения для любого типа двигателя постоянного тока, получив передаточную функцию $W(p)$.

2.5.2. Электродвигатели переменного тока

В АС используются асинхронные двух- и трехфазные электродвигатели переменного тока. Трехфазные двигатели применяются тогда, когда исполнительный механизм должен иметь большую мощность; там, где требуется регулирование скорости исполнительного механизма. В качестве исполнительного элемента небольшой мощности используют двухфазные двигатели переменного тока, в которых для образования вращающегося магнитного поля используется расположение обмоток возбуждения

двигателя под углом 90° в пространстве и сдвиг по фазе на 90° тока в обмотках. Если эти условия выполняются, то скорость двигателя максимальна. А если условия нарушаются, то скорость уменьшается. Причем уменьшение тем больше, чем больше отклонение в расположении обмоток или сдвиг тока по фазе отличается от 90° . Поскольку изменение расположения обмоток конструктивно решить сложно, то этот способ регулирования практически не находит применения. Используется способ сдвига фаз в одной из обмоток. Рассмотрим схему регулирования скорости с помощью фазорегулятора (рис. 2.41).

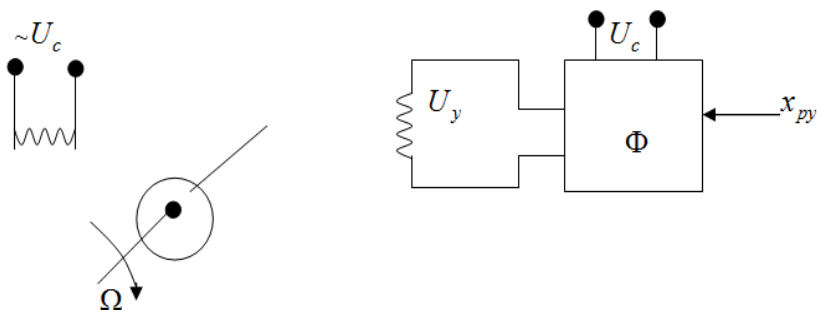


Рис.2.41. Схема включения двухфазного асинхронного электродвигателя с фазовым управлением

Одна из обмоток двигателя подключается к сети переменного тока, другая обмотка питается от фазорегулятора Φ , x_{py} -воздействие на фазорегулятор, изменяющее фазу напряжения U_y

на управляющей обмотке двигателя. При сдвиге фаз на 90° между сетевой и управляющей обмоткой скорость двигателя максимальна. При уменьшении или увеличении сдвига фаз скорость уменьшается и при $\varphi = 0$ или $\varphi = 180^\circ$ скорость равна 0. При $\varphi < 0$ и $\varphi > 180^\circ$ двигатель начинает вращаться, но в другую сторону. При $\varphi = -90^\circ$ и $\varphi = 270^\circ$ скорость двигателя в

противоположную сторону максимальна. Такой способ управления называется фазовым.

Схема (рис.2.42) обеспечивает амплитудное управление электродвигателем. При этом сдвиг фаз на 90° между напряжением на обмотке управления и возбуждения осуществляется с помощью конденсатора C , включенного в цепь обмотки управления. Эта схема позволяет получить характеристику, близкую к линейной.

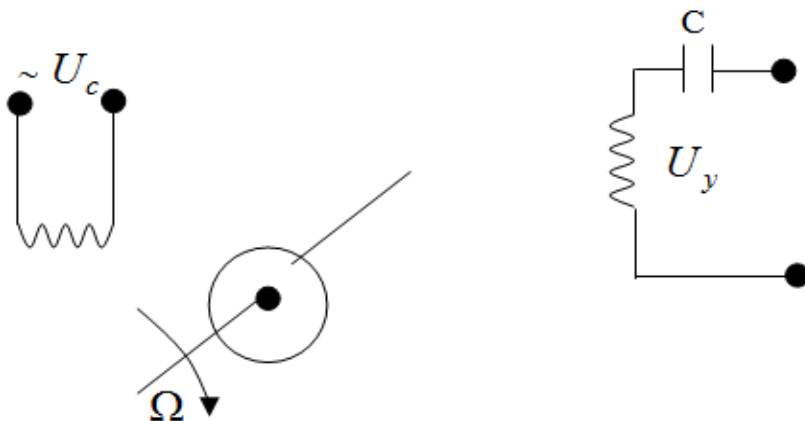


Рис.2.42. Схема включения двухфазного асинхронного электродвигателя с амплитудным управлением

Статическая характеристика двигателя определяется как:

$$\Omega = \frac{2U_y U_c}{U_y^2 + U_c^2} \cdot \left(1 - \frac{M_H}{M_K}\right) - \Omega_{\max},$$

где U_c, U_y - напряжение сетевой и управляющих обмоток; M_H, M_K - рабочий момент и максимальный момент нагрузки, при котором двигатель затормаживается; Ω_{\max} - максимальная угловая скорость при $U_y = U_c$.

Динамические свойства асинхронных электродвигателей определяются аналогично двигателям постоянного тока. Электромеханическая постоянная времени асинхронных двухфазных двигателей при питании током промышленной частоты находится в пределах $T_M = 0,006 \div 0,03c$ (с полым немагнитным ротором); $T_M = 1 \div 2c$ (при полом стальном роторе).

Электромеханическая постоянная времени асинхронных трехфазных двигателей меняется в больших пределах из-за большого диапазона мощностей и габаритов двигателей. Ее определяют экспериментально по кривой разгона.

Шаговые электродвигатели применяют для преобразования импульсных управляющих сигналов в фиксированный угол поворота вала исполнительного устройства. На каждый импульс управляющего сигнала шаговый электродвигатель совершает заданный угловой шаг.

Статор шагового электродвигателя содержит несколько пар электромагнитных полюсов, а ротор выполняется либо в виде постоянного магнита, либо имеет специальную обмотку возбуждения, магнитодвижущая сила которой создает постоянный магнитный поток.

Такой ротор называют активным. Ротор может быть также изготовлен из ферромагнитного материала и иметь вид цилиндра с зубцами. В этом случае его называют реактивным.

Принцип действия шагового электродвигателя с активным ротором показан на рис.2.43. Статор имеет две пары электромагнитных полюсов, а ротор представляет собой двухполюсный постоянный магнит. Положение ротора определяется направлением магнитного потока, создаваемого электромагнитами статора. На статоре расположены четыре независимые обмотки, по две на каждую пару полюсов. Подавая импульсные электрические сигналы в соответствующие обмотки, изменяют положение полюсов ротора, что приводит к изменению направления магнитного потока и соответствующему повороту ротора. Коммутация обмоток осуществляется трехпозиционными переключателями K_1 и K_2 . Включенные обмотки на рис. 2.43,а,б, в изображены

жирными линиями. При включении обмоток 11 и 21 ротор занимает положение, показанное на рис. 2.43,а. При этом его полюса находятся в одной вертикальной плоскости. Если отключить обмотку 11 и оставить включенной 21 (рис. 2.43,б) направление магнитного потока статора будет определяться только одной парой полюсов статора, а ротор повернется на 45° против часовой стрелки. Включение обмотки 12 вместе с обмоткой 21 приведет к повороту ротора еще на 45° в том же направлении.

Если подавать импульсы управляющих сигналов в некоторой последовательности во времени, то ротор будет поворачиваться в нужном направлении на заданные углы с соответствующей скоростью.

Угловой шаг двигателя с активным ротором определяется из соотношения

$$\alpha = \frac{360}{2pt},$$

где p — число пар полюсов активного ротора; m — число тактов коммутации, которое определяется способом включения обмоток.

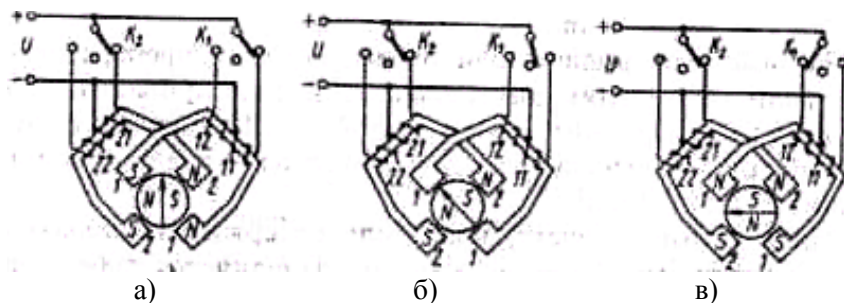


Рис. 2.43. Схемы коммутации обмоток статора для обеспечения различных положений активного ротора шагового электродвигателя

Для двигателя, выполненного по приведенной схеме, $p = 1$, $m = 4$, следовательно, $\alpha = 45^\circ$. Увеличивая число пар полюсов статора и ротора, можно уменьшить угловой шаг. Шаговые двигатели обычно выполняют с несколькими статорами, которые смещены относительно друг друга на соответствующую часть

полюсного (зубцового) деления, а полюса роторов, закрепляемых на одном валу, совпадают.

Частота обработки импульсных управляющих сигналов у небольших двигателей достигает 2000 Гц (при вращающем моменте на валу двигателя до $0,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и угловом шаге $1,5...3^\circ$). Шаговые двигатели могут выполняться на номинальный момент до $300 \text{ Н} \cdot \text{м}$, обеспечивая при этом частоту 200...250 шагов в секунду при угловом шаге 5° .

Шаговые электродвигатели применяют в современных микропроцессорных автоматических системах, в частности, в системе регулирования топливopодачи дизельного двигателя для перемещения рейки топливного насоса.

Среди электромагнитных исполнительных устройств выделяют соленоидные электромагниты, электромагнитные муфты и электромагнитные реле.

Соленоидные электромагниты обеспечивают преобразование электрического управляющего сигнала в двухпозиционное перемещение регулирующего органа. Они отличаются высоким быстродействием, простой конструкцией и надежностью. Электромагнит представляет собой катушку, внутри которой находится подвижный якорь. При подаче электрического тока в катушку якорь перемещается под действием электромагнитной силы и перемещает связанный с ним регулирующий орган.

Для перемещения регулирующего органа обычно требуется более высокое значение силы тока, чем для удержания его во включенном положении. Это обусловлено не только характеристикой регулирующего органа, но и тем, что по мере перемещения якоря в процессе срабатывания электромагнита воздушный зазор между якорем и сердечником катушки постоянно уменьшается, достигая нулевого значения после его полного перемещения. Для уменьшения затрат электроэнергии электромагнит можно выполнить с двумя обмотками: втягивающей и удерживающей. Первая обеспечивает включение регулирующего органа, а вторая — удержание его во включенном состоянии.

После снятия напряжения управляющего сигнала якорь вместе с регулирующим органом возвращается в исходное состояние под действием возвратной пружины.

Еще более существенного сокращения затрат электроэнергии

можно достичь, если для управления регулирующим органом объекта автоматизации использовать два электромагнита.

Электромагнитные реле также могут выполнять функции исполнительных устройств, если регулирующим органом являются контакты реле, замыкающие электрическую цепь объекта управления.

Электромагнитные муфты применяют в тех случаях, когда гидродвигатель исполнительного механизма постоянно подключен к источнику энергии и работает безостановочно, или если таким двигателем является объект регулирования. В качестве примеров можно назвать отключаемый привод вентилятора двигателя внутреннего сгорания, электромагнитное сцепление и др.

Различают две основные группы электромагнитных муфт: муфты скольжения и муфты трения.

Муфта скольжения по принципу действия аналогична асинхронному электродвигателю. На ведущей части муфты расположена обмотка возбуждения постоянного тока, а на ведомой – короткозамкнутая обмотка или сплошной массивный ротор. При вращении ведущей части магнитное поле обмотки возбуждения, пересекая токопроводящие элементы ведомой части, наводит в них ток, взаимодействие которого с магнитным полем создает вращающий момент на выходном валу. Частоту вращения и момент выходного вала можно регулировать в широких пределах, изменяя силу тока возбуждения. Муфты скольжения отличаются высокой стабильностью характеристик и отсутствием изнашиваемых поверхностей, что является их значительным преимуществом по сравнению с муфтами трения.

В *муфтах трения* используется либо сухое, либо вязкое трение. В муфтах сухого трения фрикционные поверхности трения прижимаются друг к другу под действием электромагнитных сил, создаваемых обмоткой возбуждения (рис. 2.44,а). При подаче напряжения в обмотку возбуждения 6 ведущий диск 3, преодолевая усилие пружины 2, прижимается к фрикционной накладке 4, прикрепленной на ведомом диске 5. В результате действия сил трения на поверхностях дисков 3 и 4 угловые скорости ω_1 и ω_2 постепенно выравниваются, и ведомый вал 8 соединяется с ведущим 1. Электрический управляющий сигнал подается в обмотку возбуждения 6 через щетки и контактные кольца 7. После

снятия напряжения U ведущий диск 3 отводится от ведомого пружиной 2 и муфта выключается.

На рис. 2.44,б дана схема электромагнитной муфты вязкого трения. Зазор между ведущим 11 и ведомым 10 цилиндрами заполнен ферромагнитным порошком 9 из карбонильного или электролитического железа. Для равномерного распределения в зазоре порошок смешивают с маслом, графитом или тальком. Под действием магнитного поля частицы железа сцепляются друг с другом и образуют среду, связывающую поверхности элементов 11 и цилиндра 10. В результате возникает эффект вязкого трения, благодаря которому угловые скорости ω_1 и ω_2 выравниваются и вращение передается от ведущего 1 к ведомому 8 валу. Поверхности цилиндров 11 и 10 практически не изнашиваются, что является преимуществом данной муфты по сравнению с муфтой сухого трения.

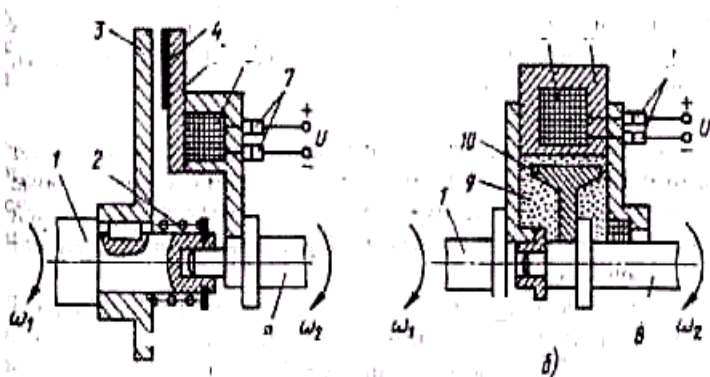


Рис.2.44.Схемы электромагнитных муфт: а — сухого трения; б — вязкого трения

Недостаток же ее состоит в том, что она не обеспечивает чистого выключения. Это значит, что после выключения муфты ведомый вал находится под воздействием небольшого остаточного момента и может проворачиваться с некоторой скоростью.

2.5.3. Гидравлические и пневматические исполнительные устройства

Принцип действия гидравлических и пневматических исполнительных устройств (гидродвигателей) и их классификация рассмотрены выше. Они обычно входят в состав гидравлических и пневматических усилителей. По характеру движения выходного элемента гидродвигатели бывают *вращательного, поворотного и поступательного* движения.

Основные характеристики гидродвигателей:

номинальная мощность; крутящий момент на выходном валу (для двигателей вращательного и поворотного движения) или усилие на штоке (для поступательного движения); полный угол поворота (для поворотных) и полный ход (для поступательных); частота вращения (для вращательных) и время полного хода (для поворотных и поступательных); инерционный выбег выходного элемента гидродвигателя; постоянная времени гидродвигателя; нечувствительность, гистерезис и люфт.

Наиболее широкий диапазон мощностей (от 0.01 до 1 кВт) и самая большая частота вращения вала (до 200000 мин^{-1}) у электрических двигателей. В то же время у них низкий диапазон регулирования скорости (не более 1:20) и относительно невысокая надежность, особенно у двигателей постоянного тока. На порядок выше диапазон регулирования скоростей и надежность пневматических, и в особенности гидравлических двигателей. Мощность их находится в пределах 0.1...100 кВт.

По динамическим свойствам гидродвигатели относятся к интегрирующим звеньям.

Во многих случаях необходимо, чтобы исполнительный механизм обладал свойствами пропорционального звена. Положение регулирующего органа такого механизма пропорционально управляющему сигналу. Для этого гидродвигатель охватывают местной жесткой обратной связью.

При более детальном описании динамических свойств исполнительных механизмов их представляют совокупностью аperiodических и колебательных звеньев.

Технические требования к исполнительным устройствам определяются прежде всего назначением автоматической системы, необходимостью достижения требуемого технического уровня и надежности. Предварительный выбор типа и характеристик исполнительного устройства производится на основе каталожных данных по существующим устройствам. При этом принимается во внимание влияние характеристик устройства на показатели качества процесса функционирования автоматической системы. В этой связи постоянная времени должна быть как можно меньше.

В тракторных автоматических системах наибольшее применение получили гидравлические двигатели, особенно гидроцилиндры, благодаря ряду известных преимуществ, основными из которых являются: высокое быстродействие (скорость перемещения выходного органа более 100 мм/с); большие рабочие усилия (до 150 кН); минимальная материалоемкость (0,0006...0,05 кг массы на 1Н усилия); бесступенчатое регулирование скорости; отсутствие люфтов; большие кратковременные перегрузки; возможность обеспечения автономного привода рабочих органов трактора и агрегируемых машин.

Вместе с тем гидравлическим системам присущи и существенные недостатки: потребность в гидравлических источниках питания, необходимость обеспечения герметичности системы, зависимость вязкости рабочей жидкости от температуры окружающей среды.

Пневматические системы в значительной мере также обладают преимуществами, присущими гидравлическим системам. Кроме того, эти системы не нуждаются в дорогостоящей рабочей жидкости, менее требовательны к герметичности и не засоряют окружающую среду.

Гидравлические двигатели выполняют чаще всего в виде гидроцилиндров, шестеренных и роторно-поршневых гидромоторов, а пневматические в виде мембран.

2.6. Сравнивающие устройства

Сравнивающие (вычитающие) устройства – простейший тип устройства управления, выполняющего операцию вычитания. Условное обозначение сравнивающего устройства изображено на рис. 2.45.

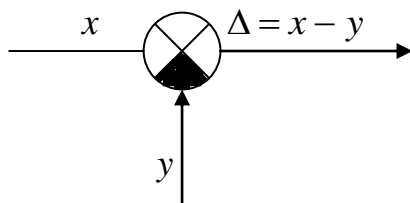


Рис. 2.45. Условное обозначение сравнивающего устройства

В САУ и САР широко применяются различители – устройства, выполняющие одновременно с операцией вычитания преобразование одного вида сигналов в другой или усиление их.

В современных системах сигнал чаще всего передается изменением какой-либо электрической величины: уровня тока или напряжения, амплитуды, фазы или частоты сигнала. В зависимости от применяемой величины в САУ употребляется тот или иной различитель.

Различитель уровня (РУ) – устройство, предназначенное для преобразования разности двух входных напряжений в выходное напряжение (рис. 2.46.).

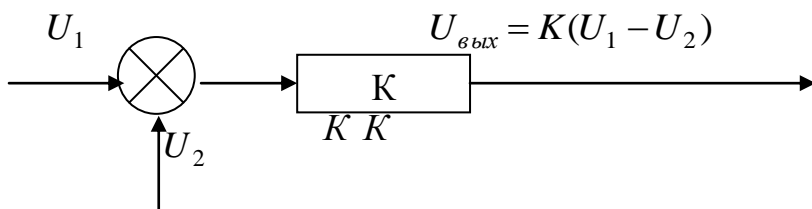


Рис. 2.46. Структурная схема различителя уровня

Различитель фазы (РФ) – устройство, предназначенное для преобразования разности двух синусоидальных колебаний одинаковой частоты в напряжение. Основной характеристикой РФ является зависимость выходного напряжения от сдвига фаз φ :

$$U = F(\varphi),$$

где $F(\varphi)$ - однозначная, периодичная по φ , непрерывная функция, зависящая в общем случае от амплитуды входных сигналов.

Различители частоты (РЧ) – устройства, предназначенные для преобразования разностей частот в напряжение. Основная характеристика РЧ - это зависимость выходного напряжения U от разности частот:

$$U = F(\omega - \omega_0) = F(\Delta\omega).$$

Достоинством РЧ является высокая линейность характеристики и возможность использования в любом диапазоне частот, так как РЧ не содержит узкополосных фильтров.

Как правило, в АС используются электронные различители, которые строятся с использованием микросхем и дискретных электрорадиоэлементов.

2.7. Регуляторы

Регуляторы – это устройства, воздействующие на объект регулирования для поддержания заданного значения регулируемой величины или изменения ее по заданному закону.

Регуляторы разделяются по виду сигнала: электрические, пневматические, гидравлические.

Регуляторы предназначены для обеспечения требуемого режима работы объекта при наличии возмущающего воздействия, поэтому к ним предъявляются следующие требования:

1. Возможность подключения к преобразователю с определенным видом сигнала: стандартизованным, нормализованным, ненормализованным.

2. Заданная точность воспроизведения установленного закона регулирования, возможность изменения закона регулирования.

3. Надежность функционирования, так как выход из строя регулятора нарушает протекание регулируемого процесса.

В зависимости от источника энергии, используемой для изменения положения регулирующего органа, регуляторы бывают прямого и непрямого действия. В регуляторах прямого действия

энергия, необходимая для воздействия на регулирующий орган, поступает от измерительного преобразователя. В регуляторах непрямого действия для перемещения регулирующего органа используются дополнительные источники энергии, управляемые энергией чувствительного элемента.

Наибольшее распространение получили регуляторы, реализующие линейный закон регулирования:

$$y = a_0 x + a_1 \int_0^1 x dt + a_2 \frac{dx}{dt}, \quad (2.18)$$

где y - воздействие регулятора на регулирующий орган; x - отклонение регулируемой величины от заданного значения; a_0, a_1, a_2 - коэффициенты пропорциональности, определяемые параметрами регулятора.

В (2.18) три составляющих – пропорциональная, называется П-составляющая; интегральная И-составляющая; дифференциальная Д-составляющая. В целом закон (2.18) называется ПИД – законом регулирования. Отдельные регуляторы реализуют отдельные законы: П;И;Д;ПИ;ПД и т.д.

Электрические регуляторы распространены в системах регулирования многих технологических процессов. Это объясняется тем, что с помощью электрических методов легко можно измерить различные физические величины: температуру, влажность, состав газов, перемещение и т.д.

2.8. Выбор элементов системы автоматического регулирования

Выбор элементов АС производится в соответствии с назначением, метрологическими характеристиками и условиями эксплуатации системы. Для этого выполняется инженерный анализ технического объекта управления, на его основе строится функциональная схема автоматизации; определяются виды измеряемых физических величин и размещение приборов автоматики.

Именно функциональная схема автоматизации является основой выбора измерительных преобразователей, регуляторов, исполнительных механизмов и т. д.

Для непрерывных технологических процессов и производств промышленность освоила выпуск различных приборов и средств автоматики в виде унифицированных блоков и элементов, на базе которых могут создаваться системы управления и регулирования любой сложности.

Государственная система приборов (ГСП) имеет три направления: электрическое, пневматическое и гидравлическое. Они различаются по виду энергии, используемой от вспомогательного источника для формирования сигнала управления. Имеется группа приборов и устройств, не требующих вспомогательных источников энергии: измерительные приборы, регуляторы прямого действия.

Измерительный преобразователь выбирают, исходя из статической характеристики $x_{вых} = f(x_{вх})$; чувствительности; погрешности измерения, инерционности (постоянной времени), наличия нелинейности и т.д. В процессе выбора преобразователя обязательно учитываются особенности технологического процесса, влияния окружающей среды, наличие вибрации, электрических и магнитных полей, место расположения преобразователя, расстояние, на которое передается выходной сигнал.

Выбор измерительных преобразователей выполняется обычно в два этапа: на первом этапе – определяются разновидности преобразователей; на втором этапе – по каталогу ГСП определяют типоразмеры преобразователей.

Например, измерение температуры. Наиболее целесообразны термосопротивления, так как надежны и дешевы, наименее подвержены действию электрических и магнитных полей, вибрации. Это может быть термосопротивление ТСП – 175, длина монтажной части которого 250 мм, инерционность 20 с, диапазон от -50 до $+500^{\circ}C$. Но если датчик температуры необходимо установить в труднодоступном месте, то лучше выбрать термомодуль, например ТХК.

В АС используется большая гамма измерительных преобразователей, изготавливаемых на разных предприятиях.

Поэтому так важно применять унифицированную систему сигналов, которая обеспечит взаимозаменяемость элементов системы.

Для формирования унифицированных сигналов, выдаваемых преобразователями на исполнительные механизмы, используются нормирующие преобразователи. Выбор таких преобразователей выполняется по входным, выходным сигналам, назначению, стоимости и т.д.

Например, для преобразования сигнала термосопротивления в унифицированный сигнал напряжением до 5 мВ постоянного тока с погрешностью 0,5% используется нормирующий преобразователь ПМ-ТС-62.

Выбор исполнительного механизма производится на основе требований технологического оборудования, эксплуатационных, конструктивных, экономических характеристик. С точки зрения соответствия требованиям технического оборудования наиболее важными характеристиками являются номинальный момент, время полного срабатывания.

Выбор регулятора определяется условиями использования. Электрические сигналы удобно передавать на большие расстояния; гидравлические регуляторы могут обеспечить значительные мощности исполнительных механизмов в ограниченных по габаритам конструкциях.

Пневматические регуляторы характеризуются высокой надежностью исполнительных механизмов, взрывобезопасностью, пожаробезопасностью.

Контрольные вопросы

1. По каким основным параметрам выбирают преобразователи (датчики)?
2. Приведите примеры преобразователя неэлектрических величин в электрические.
3. Объясните устройство и принцип действия индуктивных и емкостных датчиков перемещения, угловых скоростей и влажностей.
4. Объясните устройство и принцип действия датчиков температуры.

5. Объясните устройство и принцип действия датчиков давления, моментов, уровня и скорости вращения.
6. Объясните устройство и принцип действия фотоэлектрических преобразователей.
7. Что такое усилитель и для какой цели он применяется в системах автоматики?
8. Какими основными параметрами характеризуется усилитель?
9. Объясните устройство и принцип действия гидравлического, пневматического и полупроводникового усилителей.
10. Назовите примеры использования усилителей в сельскохозяйственных машинах и установках.
11. Что такое исполнительные механизмы систем и для чего они необходимы?
12. Объясните устройство и принцип действия электромагнитных, гидравлических и пневматических исполнительных устройств автоматических систем.
13. Каковы достоинства и недостатки гидравлических и электродвигательных исполнительных механизмов?

3. ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

3.1. Режимы работы автоматических систем

Для анализа процессов регулирования различают два режима работы:

статический и динамический [1, 16].

Статический режим - это режим, при котором физические переменные, определяющие состояние системы, не меняются во времени и система находится в равновесном (устойчивом) состоянии.

Существует раздел теории АС - статика, который рассматривает статические состояния.

Динамический режим - это режим, при котором физические переменные, характеризующие систему, изменяются во времени. Динамический режим определяет процесс перехода системы из одного равновесного состояния в другое.

Динамика - раздел теории АС, изучающий динамические режимы систем.

Анализ статики АС сводится к определению величины статической ошибки системы.

Статической ошибкой называют разность между заданным значением регулируемой величины и ее действительным значением в установившемся состоянии:

$$\Delta = u_{\text{зад}} - u_{\text{уст}} . \quad (3.1)$$

Отклонения происходят под влиянием различных возмущений, действующих на объект регулирования и на всю систему. Способность компенсировать возмущение и обеспечивать величину ошибки в заданных пределах определяет качество САР.

Анализ статических режимов САР выполняется на основе статических характеристик системы и ее элементов.

Элементы САР, рассматриваемые с точки зрения их поведения в статических и динамических режимах, называются *звеньями*. Понятия звено и элемент не всегда идентичны. Конкретное устройство может быть представлено совокупностью нескольких

звеньев; несколько физических элементов могут быть представлены одним звеном.

Статической характеристикой звена называется зависимость выходного сигнала от входной величины в установившемся состоянии:

$$X_{\text{вых}} = f(X_{\text{вх}}) .$$

В зависимости от формы статической характеристики звенья подразделяются на линейные и нелинейные.

Линейные звенья - это звенья, статические характеристики которых описываются линейными алгебраическими уравнениями типа

$$X_{\text{вых}} = a + k \cdot X_{\text{вх}} , \quad (3.2)$$

что соответствует статической характеристике, приведенной на рис.3.1.

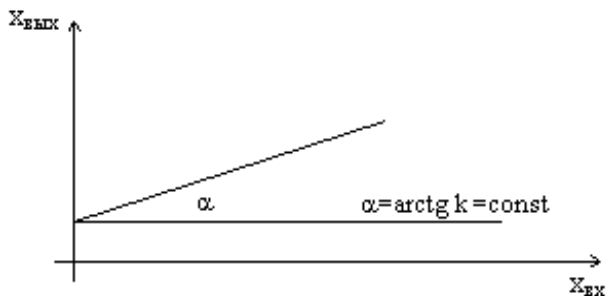


Рис. 3.1. Статическая характеристика звена

Формула (3.2) необходима, но недостаточна. Линейность звена должна быть дополнена условием линейности в динамике.

Чаще всего анализ линейных звеньев проводят, используя уравнение звена в приращениях входных и выходных величин:

$$\Delta X_{\text{вых}} = k \cdot \Delta X_{\text{вх}} ,$$

где $\Delta X_{\text{вх}}$ - приращение величины на входе линейного звена; $\Delta X_{\text{вых}}$ - приращение выходной величины, вызванное приращением входной величины.

Коэффициент k называется коэффициентом усиления (передачи) звена:

$$k = \Delta X_{\text{вых}} / \Delta X_{\text{вх}} . \quad (3.3)$$

Значение k каждого звена может быть найдено по статической характеристике и определяется физическими свойствами. Коэффициент усиления k влияет на величину статической ошибки, на поведение звена в динамике.

Если статическая характеристика звена описывается нелинейным уравнением, то такое звено называется *нелинейным звеном*.

Для нелинейного звена k определяется тангенсом угла наклона касательной к статической характеристике в точке, соответствующей рассматриваемому состоянию нелинейного звена.

Если система разомкнута, то для последовательного соединения звеньев общий коэффициент усиления равен произведению коэффициентов усиления всех звеньев

$$k_{\text{пос}} = \prod_{i=1}^n k_i , \quad (3.4)$$

$i=1 \dots n$, где n - число элементов системы, соединенных последовательно.

Если звенья системы соединены параллельно, то

$$k_{\text{пар}} = \prod_{i=1}^n k_i , \quad (3.5)$$

$i=1 \dots n$, n - число параллельно соединенных звеньев.

Если звено охвачено жесткой обратной связью, то его коэффициент усиления определяется как

$$K_{\text{зв}} = \frac{K}{1 \pm K \cdot K_{\text{ос}}} , \quad (3.6)$$

где k - коэффициент усиления звена; k_{oc} - коэффициент усиления звена обратной связи.

Знак '+' означает отрицательную обратную связь, '-' - положительную.

Зная формулы (3.4)-(3.6), можно получить коэффициент усиления разомкнутой системы при любом сочетании звеньев. При этом полученный коэффициент определит точность поддержания выходной величины при изменении возмущений.

Если система замкнута, то статической характеристикой называют зависимость регулируемой величины от возмущающего воздействия (рис. 3.2).

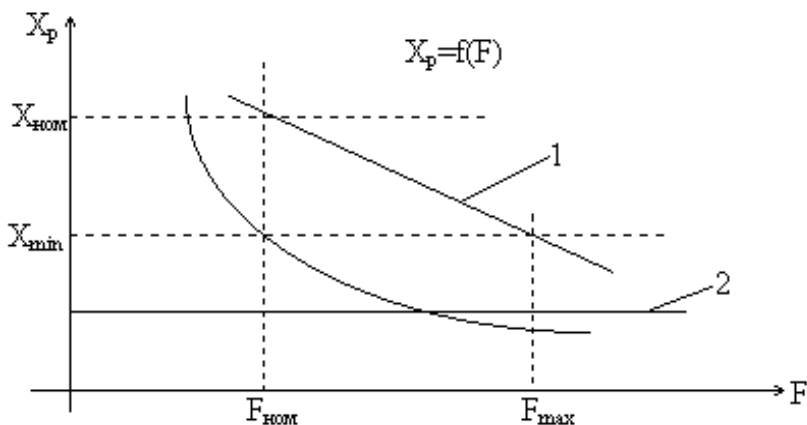


Рис. 3.2. Статические характеристики замкнутой системы

Если статическая характеристика линейна (1), то статическая ошибка регулирования равна

$$\Delta = X_{ном} - X_{min} ,$$

где $X_{ном}$ - номинальное значение регулируемой величины, соответствующее номинальному значению возмущающего воздействия; X_{min} - минимальное значение регулируемой величины, соответствующее максимальному значению возмущающего воздействия F_{max} .

Номинальным значением параметра называется значение, определяемое его назначением, служащее началом отсчета отклонений.

Отношение статической ошибки к номинальному значению регулируемой величины называется статизмом регулирования σ :

$$\sigma = (X_{\text{ном}} - X_{\text{мин}}) / X_{\text{ном}} = \Delta / X_{\text{ном}} . \quad (3.7)$$

Чем меньше статизм, тем выше точность регулирования. Если статизм регулирования σ равен 0, то статическая ошибка равна 0 и САР обеспечивает регулирование без ошибки; статическая характеристика представляет прямую линию (2), параллельную оси абсцисс.

Система, в которой регулирование выполняется без ошибки, называется *астатической*.

Ошибка регулирования в замкнутой системе Δ_3 связана с величиной ошибки в разомкнутой системе $\Delta_{\text{раз}}$ соотношением:

$$\Delta_3 = \Delta_{\text{раз}} / (1+k) , \quad (3.8)$$

где k - коэффициент усиления разомкнутой системы.

Из (3.8) следует, что увеличение k ведет к уменьшению ошибки, что и используется на практике. Отдельные элементы заменяются другими, с большими коэффициентами усиления. Но необходимо учесть требования к элементам исходя из условия протекания динамических режимов и назначения системы.

На АС действуют управляющие и возмущающие воздействия. Управляющие воздействия прикладываются ко входу системы, возмущающие - порождаются рабочими процессами и факторами, находящимися вне системы.

Для определения качества переходных процессов САР используются типовые воздействия, чаще всего воздействие в форме единичного скачка на входе системы. Такое воздействие определяет, вернее, отражает ряд характерных режимов эксплуатации: пуск системы, резкое возрастание нагрузки и т.д. Исследование САР в условиях отработки единичного скачка на входе позволяет получить основные показатели динамических режимов для большого класса систем, независимо от физической

природы элементов, назначения системы, конструктивных особенностей.

Пусть на вход системы подано воздействие, равное единичному скачку $X_{вх} = 1$. В зависимости от свойств системы выходной сигнал $X_{вых}$ будет меняться по некоторому закону. Типовые формы выходного сигнала приведены на рис. 1.6.

Устойчивость - это способность системы, выведенной из равновесного состояния, с течением времени вернуться в равновесное состояние.

САР, имеющая неустойчивый расходящийся переходный процесс, не отвечает требованию устойчивости, непригодна для эксплуатации и должна быть обязательно стабилизирована.

Основными показателями, характеризующими устойчивость САР в динамическом режиме, являются время переходного процесса $t_{пн}$; максимальное перерегулирование σ_{max} ; колебательность μ .

Время переходного процесса - это время от начала приложения типового воздействия до установления выходной величины $X_{вых}(t)$, значение которой будет отличаться от заданного не более, чем на величину допустимой ошибки.

Максимальное перерегулирование - это максимальное отклонение регулируемой величины от ее установившегося значения в течение времени переходного процесса, которое обычно выражается в %:

$$\sigma_{max} = \frac{X_{max} - X_{уст}}{X_{уст}} \cdot 100\% .$$

Колебательность μ - число полных колебаний выходной величины около установившегося значения в течение времени переходного процесса.

Значения Δ , $t_{пн}$, σ_{max} определяются исходя из требований, предъявляемых к САР, и должны быть выполнены и обеспечены при разработке системы.

3.2. Принципы и законы регулирования систем автоматизированного регулирования

Рассмотрим принципы и законы регулирования систем, которые определяют качество САР.

Принципы регулирования - это способы формирования управляющего воздействия в САР.

Различают 3 основных принципа :

- * регулирование по отклонению регулируемой величины от заданного значения (так называемый принцип Ползунова-Уатта или принцип регулирования по отклонению);

- * регулирование по возмущению;

- * комбинированное регулирование.

При регулировании по отклонению управляющее воздействие возникает вследствие отклонения регулируемой величины от заданного значения, передающегося на вход системы по цепи обратной связи. Достоинство САР, реализующей данный способ, заключается в том, что процесс регулирования возникает независимо от причины, вызывающей изменение регулируемой величины. Это так, потому что возмущение, приложенное в любой точке, в конечном счете проявится в отклонении выходной (регулируемой) величины. Недостаток этого принципа - инерционность процесса регулирования, которая обусловлена тем, что проходит некоторое время от момента приложения возмущения к системе до того момента, когда накопится отклонение регулируемой величины, достаточное для воздействия на регулятор.

При регулировании по возмущению (нагрузке) выполняется измерение возмущения, и при отклонении возмущения от некоторого заданного значения в системе возникает управляющее воздействие, которое реализуется так же, как и в первом случае. Достоинство этого принципа заключается в быстрой реакции системы на изменение нагрузки. Недостаток - процесс регулирования начинается только при изменении того возмущения, на измерение которого настроена САР. Любые другие возмущения уже не будут обрабатываться системой. Кроме того, измерение нагрузки - сложная задача, ее решение требует дорогостоящих устройств.

При комбинированном регулировании используются оба принципа: регулирование по отклонению и регулирование по возмущению (нагрузке).

Закон регулирования - это математическое выражение принципа регулирования.

Закон регулирования устанавливает функциональную связь между воздействием регулятора на регулирующий орган и значениями переменных, определяющих принцип регулирования.

Все возможные законы регулирования в общем виде можно представить как

$$Y = F(e, e', e'', \dots, \int edt, \dots, g, g', g'', \dots, \int gdt) , \quad (3.9)$$

где e - отклонение регулируемой величины от заданного значения; g - отклонение нагрузки.

Используя принципы регулирования по отклонению и по нагрузке, можно реализовать огромное множество законов регулирования.

Пример:

Пропорциональный закон управления $y=a*e$. Он обеспечивает управляющее воздействие, пропорциональное величине отклонения. Недостаток в том, что интенсивность регулирования зависит от значения ошибки. Поскольку реальные устройства обладают определенной нечувствительностью, то при таком регулировании трудно устранить незначительные отклонения регулируемой величины.

Регулирование по закону
$$Y = b \int_0^t edt .$$

Управляющее воздействие непрерывно с течением времени, даже при малых отклонениях. Такие системы имеют высокую точность регулирования. Принципиально можно использовать любые законы регулирования, однако следует учесть возможности технической реализации. Например, технически сложно реализовать составляющие управляющего воздействия, пропорциональные второй и выше производным от отклонения и нагрузки.

Такую возможность имеют САР с ЭВМ, которые могут сформировать законы регулирования высокой сложности.

3.3. Дифференциальное уравнение автоматической системы. Передаточная функция

Математическое описание или получение математической модели системы начинается с разбиения системы на звенья и описания этих звеньев. Составляются уравнения, связывающие входные и выходные величины звеньев, а затем по уравнениям звеньев составляется уравнение всей системы.

Различают функциональные и структурные схемы систем.

Функциональная схема - это такая схема, в которой каждому функциональному элементу соответствует определенное звено. Схема показывает, из каких элементов состоит система, их функциональное назначение (место и роль в системе), характер связей между ними. Например, для системы, приведенной на рис. 1.15, ее функциональная схема может быть изображена в виде, показанном на рис. 3.3.

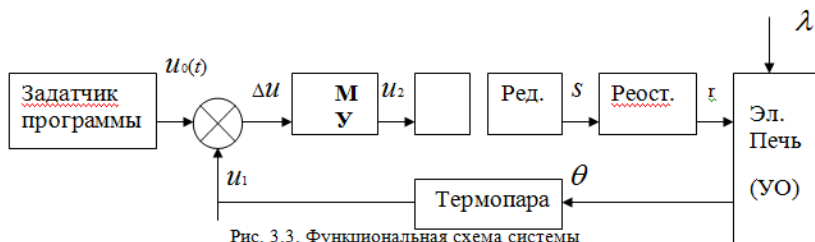


Рис. 3.3. Функциональная схема системы

Функциональная схема имеет простое графическое изображение. Из схемы виден не только элементный состав системы, но и принцип управления. Легко установить, что объектом управления является электрическая печь, температура в которой измеряется с помощью термопары. Присутствие в схеме элемента сравнения подчеркивает, что в системе реализован фундаментальный принцип управления по отклонению на основе обратной связи. Очевидно также, что реостат здесь выполняет функцию регулирующего органа, а электродвигатель с редуктором служит исполнительным механизмом управляющего устройства системы. На функциональной схеме прохождения сигналов управления в прямом и обратном направлениях указаны соответствующими стрелками.

Структурная схема - это схема, в которой каждой математической операции преобразования сигнала соответствует определенное звено.

В функциональной схеме САР разбивается на звенья, исходя из выполняемых функций. Для математического описания систему надо разбить на простые звенья, но условие - звенья должны обладать направленностью действия, то есть передавать воздействие в одном направлении со входа на выход. В результате разбиения на звенья направленного действия математическое описание каждого из них составляется без учета связей с другими элементами. Математическое описание системы получается как совокупность независимо составленных уравнений, дополненных уравнениями связей между звеньями.

Структурная схема системы представляет собой прямоугольники, изображающие звенья, и стрелки, соединяющие выходы и входы согласно связям между элементами. Внешние воздействия изображаются стрелками, приложенными к отдельным звеньям системы. Уравнение записывается внутри прямоугольника в виде передаточной функции.

Для системы (рис. 1.15) структурная схема выглядит следующим образом (рис. 3.4).

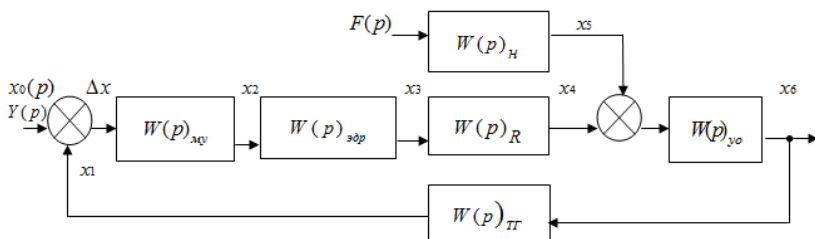


Рис. 3.4. Структурная схема системы

Передаточные функции элементов обозначены: $W(p)_{УФ}$ ÷ $W(p)_{УО}$; $x_0(p)$, $F(p)$, $Y(p)$ - обозначение управляющего и возмущающего воздействий, выходного сигнала соответственно в изображениях по Лапласу.

В статике каждое звено описывается алгебраическим уравнением, устанавливаются связи между входными и выходными величинами в установившихся режимах.

В динамике звенья описываются дифференциальными уравнениями. В реальных системах все звенья нелинейны. Однако математические модели нелинейных систем могут быть преобразованы путем линеаризации характеристик звеньев и систем.

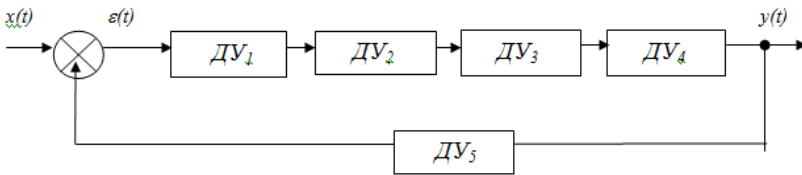
В теории автоматического регулирования используют 2 метода линеаризации, позволяющих заменить нелинейные математические модели их линейными приближениями.

Первый способ: нелинейные функции раскладываются в ряд Тейлора в окрестностях точек, характеризующих рассматриваемый режим. При этом нелинейные части рядов, содержащих отклонения величин от их значения в точке разложения во второй, третьей и более высоких степенях, отбрасываются. Пренебрежение нелинейными остатками рядов Тейлора позволяет заменить нелинейное описание линейным. Но если характеристики существенно нелинейны, то такой метод линеаризации неприменим.

Второй способ линеаризации нелинейных характеристик сводится к тому, что из уравнений звеньев, составленных для режима малых отклонений переменных от равновесных состояний, вычитаются уравнения равновесных состояний. Полученные уравнения в приращениях дают линеаризованное описание процессов, протекающих в САР.

Итак, линейная теория САР. Наибольшее распространение получили частотные методы исследования, основанные на анализе линейных дифференциальных уравнений, полностью характеризующих звенья и системы.

Рассмотрим замкнутую автоматическую систему, в которой все дифференциальные уравнения звеньев известны:



Уравнение, связывающее вход и выход, имеет вид:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x(t), \quad (3.10)$$

где a_i, b_i - постоянные коэффициенты уравнения, определяемые физическими параметрами звена (системы); $x(t)$ - входная переменная; $y(t)$ - выходная переменная.

Уравнения представляются не в действительных переменных, а в их изображениях по Лапласу.

Исходная переменная $x(t)$ называется оригиналом, ее преобразование по Лапласу - изображением $x(p)$, где p - комплексная переменная, отвечающая условиям преобразования Лапласа.

Преобразование функций-оригиналов в функции комплексных переменных выполняется в соответствии с преобразованием Лапласа:

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt, \quad (3.11)$$

где $p = j\omega$.

Итак, $x(t)$ - оригинал, $X(p)$ - изображение $x(t)$ и обозначается:

$$x(t) \leftrightarrow X(p) \text{ или } X(p) = L\{x(t)\}.$$

Пример: $x(t) = 1$. Изображение равно:

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt = \frac{1}{p} \left| e^{-pt} \right|_{t=0}^{t=\infty} = \frac{1}{p}.$$

Интеграл (3.11) называют интегралом Лапласа, ему присущи некоторые свойства, например, линейность, смещение в

комплексной плоскости, действительной области и др. Нам понадобится одно из них – изображение производной:

1. $y(t) = dx/dt$; $y(p) = px(p)$;
2. $y(t) = d^2x/dt^2$; $y(p) = p^2x(p)$;
-
- n. $y(t) = d^nx/dt^n$; $y(p) = p^nx(p)$;

Обратный переход от изображений Лапласа к оригиналам выполняется на базе обратного преобразования Лапласа.

Используя преобразование Лапласа, уравнение (3.10) (уравнение в оригиналах) можно представить в виде (уравнение в изображениях):

$$(a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_{n-1}p + a_n)y(p) = (b_0p^m + b_1p^{m-1} + \dots + b_{m-1}p + b_m)x(p) .$$

Методы исследования АС на базе уравнений в изображениях хорошо разработаны и позволяют определить показатели качества АС и параметры звеньев.

Передаточной функцией непрерывной линейной динамической системы называется отношение преобразования Лапласа переменной $y(t)$ на выходе системы к преобразованию Лапласа переменной $x(t)$ на входе:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_0p^m + b_1p^{m-1} + \dots + b_{m-1}p + b_m}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_{n-1}p + a_n} . \quad (3.12)$$

Эта зависимость позволяет записать важное соотношение:

$$Y(p) = W(p) \cdot X(p) ,$$

т.е. изображение выходного сигнала равно изображению входного воздействия, умноженному на передаточную функцию (ПФ) системы.

Некоторые свойства передаточной функции:

1. ПФ – дробно-рациональная функция, причем в реальных системах порядок числителя m не превышает порядка знаменателя n ($m \leq n$).

2. Коэффициенты a_i , b_i – вещественны, т. к. представляют собой функции от вещественных параметров системы.

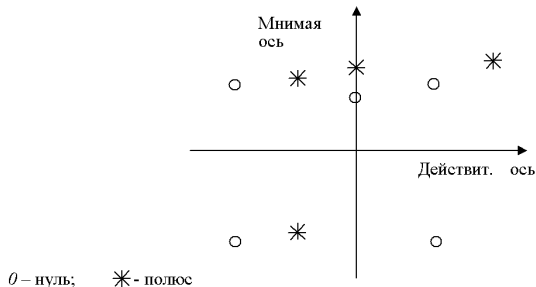
3. Значения p , при которых ПФ превращается в 0, называются нулями ПФ. Нули являются корнями уравнения

$$b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m = 0.$$

4. Значения p , при которых ПФ обращается в ∞ , называются полюсами ПФ. Полюсы являются корнями уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0.$$

Таким образом, передаточная функция $W(p)$ имеет m нулей и n полюсов, которые могут быть действительными или комплексно сопряженными, поэтому их можно изобразить на комплексной плоскости:



Нули и полюса называются левыми (правыми), если располагаются в левой (правой) части комплексной плоскости. И называются *нейтральными (нулевыми)*, если лежат соответственно на мнимой оси или в начале координат.

Показатели передаточной функции:

1. Порядок n , равный степени знаменателя ПФ.

2. Степень r , равная разности степеней знаменателя n и числителя m .

3. Индекс апериодической нейтральности S_a , равный числу нулевых полюсов.

4. Индекс колебательной нейтральности S_k , равный числу мнимых корней.

5. Индекс неустойчивости S_k , равный числу правых полюсов.

Перечисленные показатели содержат ценную информацию о свойствах исследуемой САР.

Передаточная функция полностью характеризует динамические свойства системы. Зная $W(p)$, можно определить переходный процесс на выходе системы.

Автоматические системы содержат в своем составе сложные звенья, описываемые уравнениями высокого порядка, но их всегда можно представить как соединение типовых или элементарных звеньев, порядок дифференциальных уравнений которых не выше второго.

Известно, что полином произвольного порядка можно разложить на простые множители вида:

$$k_1P, (k_2P+K_3), (k_2P^2+k_3P+k_4) . \quad (3.13)$$

Поэтому передаточную функцию (3.12) можно представить как произведение простых множителей вида (3.13) и простых дробей вида

$$k/P, (k/k_2P+K_3), (k/k_2P^2+k_3P+k_4) .$$

Некоторые коэффициенты K_i могут быть равными 0. При обращении в 0 коэффициентов будет изменяться вид уравнения и вид передаточной функции, что отражает изменение их динамических свойств. В соответствии с этим звенья классифицируются по виду дифференциальных уравнений. Все устройства, имеющие одинаковые уравнения (одинаковые передаточные функции), относят независимо от их назначения, конструкции, принципа действия к одной группе звеньев.

3.4. Частотные характеристики систем

Важное значение для описания линейных систем (звеньев) имеют частотные характеристики [7]. Они получаются при рассмотрении вынужденных движений системы (звена) при подаче на ее вход гармонического воздействия. Для линейных систем справедлив принцип суперпозиции - реакция системы на несколько одновременно действующих входных воздействий равна сумме реакций на входное воздействие в отдельности, что позволяет ограничиться изучением систем только с одним входом.

Частотную функцию системы $W(j\omega)$ получают, подставляя $P = j\omega$ в передаточную функцию $W(p)$ системы:

$$W(j\omega) = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{Y(j\omega) \cdot e^{j\varphi_y(\omega)}}{X(j\omega) \cdot e^{j\varphi_x(\omega)}} \quad (3.14)$$

Частотной передаточной функцией (ЧПФ) $W(j\omega)$ называется комплексное число, модуль $A(\omega)$ которого равен отношению модуля числителя выходной величины Y к модулю знаменателя входной величины X , аргумент $\varphi(j\omega)$ - сдвигу фазы выходной величины по отношению к входной

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega) \quad (3.15)$$

К частотным характеристикам относятся:

амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ)

$W(j\omega)$;

амплитудная частотная характеристика (АЧХ)

$A(\omega)$;

фазовая частотная характеристика (ФЧХ)

$\varphi(\omega)$;

вещественная частотная характеристика

$U(\omega)$;

мнимая частотная характеристика

$V(\omega)$;

логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ) $L(\omega)$;

логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ) $\varphi(\omega)$;

АФЧХ $W(j\omega)$ можно представить в виде

$$W(j\omega) = \frac{c(\omega) + jd(\omega)}{k(\omega) + jm(\omega)} = \frac{[c(\omega) + jd(\omega)] \cdot [k(\omega) - jm(\omega)]}{k^2(\omega) + m^2(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega),$$

где $U(\omega)$ – действительная частотная характеристика, $V(\omega)$ – мнимая частотная характеристика.

АФЧХ $W(j\omega)$ – это кривая, описываемая концом вектора $W(j\omega)$ на комплексной плоскости $U - jV$ (годограф вектора $W(j\omega)$ при изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$). Длина вектора, проведенного из начала координат в точку АФЧХ, равна модулю $A(\omega)$. Угол между этим вектором и положительным направлением вещественной оси равен фазе $\varphi(\omega)$ (рис. 3.5).

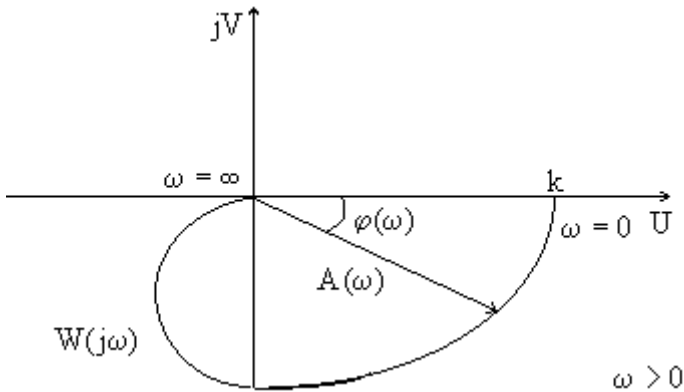


Рис. 3.5. Амплитудно-фазовая частотная характеристика

Амплитудная частотная характеристика $A(\omega)$ равна

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}. \quad (3.16)$$

АЧХ показывает, как система пропускает сигнал различной частоты (рис. 3.6).

Фазовая частотная характеристика $\varphi(\omega)$ описывается как:

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \operatorname{arctg} \left[\frac{V(\omega)}{U(\omega)} \right]. \quad (3.17)$$

ФЧХ $\varphi(\omega)$ - это кривая изменения сдвига фаз выходной величины по отношению к входной в зависимости от частоты ω (рис. 3.7). Характеристика показывает фазовые сдвиги, вносимые звеном на различных частотах.

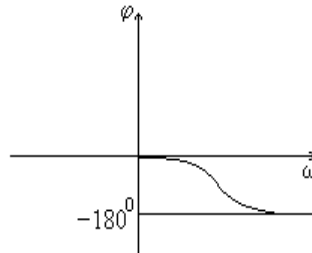
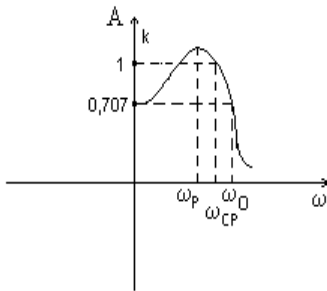


Рис. 3.6. АЧХ типового звена Рис. 3.7. ФЧХ типового звена

Частотные характеристики отличаются показателями:

1. Показатель колебательности $M = \frac{A_{\max}(\omega)}{A_0}$, который

описывает склонность системы к колебаниям. Чем выше M , тем менее качественна система. В реальных системах $1.1 \leq M \leq 1.5$.

2. Резонансная частота ω_p соответствует A_{\max} . На этой частоте гармонические колебания имеют наибольшее усиление.

3. Полоса пропускания системы от 0 до ω_0 , при которой выполняется условие $A(\omega) \leq 0.707A(0)$.

4. Частота среза ω_{cp} - частота, при которой АЧХ принимает значение, равное 1, т. е. $A(\omega)=1$.

Частота среза определяет время управления T_y (время переходного процесса):

$$T_y = (1 \div 2) \frac{2\pi}{\omega_{cp}}.$$

Чем шире полоса пропускания, тем система более быстродействующая. Если полоса пропускания для всех частот постоянна, то $\omega_{cp}=0$ и система безинерционна ($T_y=0$). В результате входные сигналы обрабатываются без искажения.

Кривые АФЧХ, АЧХ, ФЧХ обладают свойством симметрии, поэтому кривые для всего диапазона частот $-\infty < \omega < +\infty$ можно построить по результатам вычисления кривых для положительных частот.

Логарифмические частотные характеристики подразделяются на:

- логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ) $L(\omega)$;
- логарифмическую фазовую частотную характеристику (ЛФЧХ) $\varphi(\omega)$.

ЛАЧХ $L(\omega)$ называется кривая, построенная в логарифмическом масштабе частот в соответствии с выражением (рис. 3.6):

$$L(\omega) = 20 \lg[A(\omega)] . \quad (3.18)$$

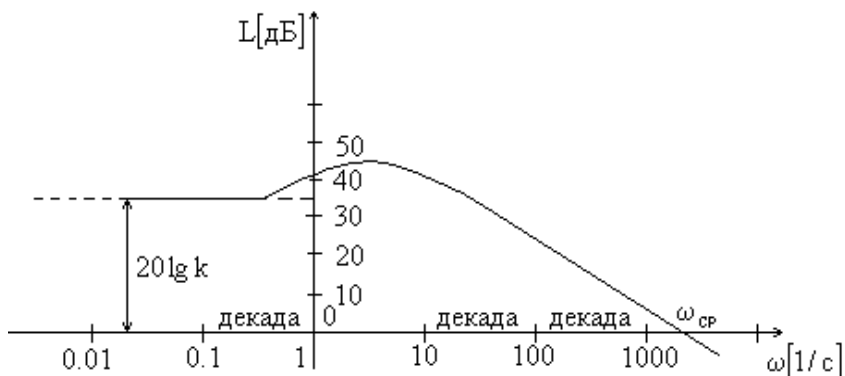


Рис. 3.8. ЛАЧХ типового звена

Единицей измерения $L(\omega)$ является децибел. По оси абсцисс откладывается частота в логарифмическом масштабе, единицей измерения является декада - отрезок, на котором значение частоты увеличивается в 10 раз.

Начало координат берется в точке $\omega = 1$, т. к. $\log 1 = 0$ (исключая точку $\omega = 0$, поскольку $\log 0 = \infty$).

Точка пересечения ЛАЧХ с осью абсцисс называется частотой среза ω_c , которая определяется из условия

$$L(\omega) = 0 \text{ или } A(\omega) = 1.$$

Ось абсцисс $[L(\omega) = 0]$ соответствует значению $A(\omega) = 1$, когда сигнал через звено проходит без изменения. Верхняя полуплоскость ЛАЧХ соответствует значениям $A(\omega) > 1$, т.е. усилению амплитуды сигнала; нижняя полуплоскость - ослаблению амплитуды сигнала.

ЛФЧХ $\varphi(\omega)$ - это частотная характеристика $\varphi(\omega)$, построенная в логарифмическом масштабе частот (рис. 3.9)

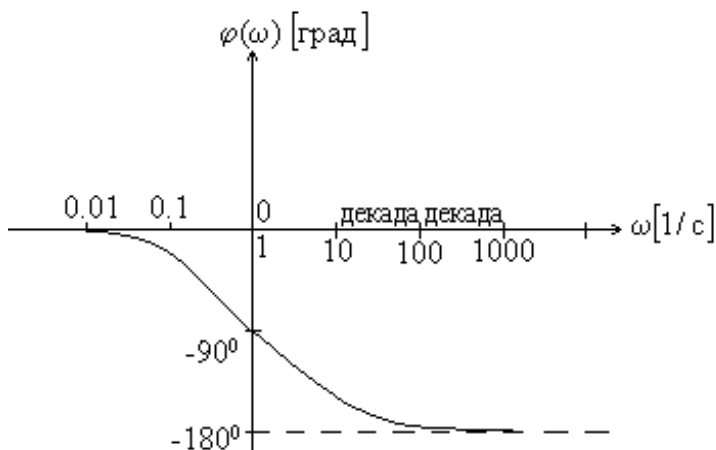


Рис. 3.9. ЛФЧХ типового звена

Для анализа свойств звеньев кроме частотных и логарифмических характеристик используются временные

характеристики, к которым относят переходную функцию $h(t)$ и весовую функцию $w(t)$.

Переходной функцией (переходной характеристикой) $h(t)$ называется реакция звена на единичное ступенчатое воздействие.

Весовой функцией $w(t)$ называется реакция звена на единичное импульсное входное воздействие.

Пример: Построить частотные характеристики системы с асинхронным двигателем, если передаточная функция равна:

$$W(p) = \frac{D}{(1 + T_M p)p},$$

где T_M - электромеханическая постоянная двигателя, $T_M = 0.075$ с;

$D = K_C K_y / (C_E j_p)$, K_y – коэффициент усиления усилителя, $K_y = 64$; K_C – передаточный коэффициент преобразующего устройства, $K_C = 1$ в/град; C_E - скоростной коэффициент двигателя, $C_E = 0.35$ в/(рад/с); j_p = передаточное число редуктора, $j_p = 408$.

Решение: Подставив численные значения параметров системы, получим:

$$D = \frac{1 \cdot 64 \cdot 57,3}{0,35 \cdot 408} = 25,7 \frac{1}{C},$$

$$W(p) = \frac{25,7}{p(1+0,075p)}.$$

Заметим $p = j\omega$; получим частотные характеристики системы:

$$W(j\omega) = \frac{25,7}{j\omega(1+0,075j\omega)} = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)},$$

где вещественная частотная характеристика равна:

$$U(\omega) = -\frac{DT_M}{1+T_M^2\omega^2} = -\frac{25,7 \cdot 0,075}{1+0,075^2\omega^2} = -\frac{1,93}{1+5,63 \cdot 10^{-3}\omega^2} ;$$

мнимая частотная характеристика равна:

$$V(\omega) = -j\frac{D}{\omega+T_M^2\omega^3} = -j\frac{25,7}{\omega+5,63 \cdot 10^{-3}\omega^3} ;$$

амплитудная частотная характеристика равна:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)} = \frac{D}{\omega\sqrt{1+T_M^2\omega^2}} = \frac{25,7}{\omega\sqrt{1+0,075^2\omega^2}} ;$$

фазовая частотная характеристика равна:

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{V(\omega)}{U(\omega)}\right) = \arctg\left(\frac{1}{T_M\omega}\right) = \arctg\left(\frac{1}{0,075\omega}\right) .$$

Подставляя различные значения ω , рассчитываем $U(\omega)$, $V(\omega)$, $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$. Результаты вычислений сведем в таблицу 3.1

Таблица 3.1.

ω	$U(\omega)$	$V(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	-1,93	$-\infty$	∞	-90^0
1	-1,92	-25,6	25,6	$-94,5^0$
2	-1,88	-12,55	12,7	$-98,5^0$
5	-1,65	-4,51	4,8	$-110,5^0$
10	-1,24	-1,65	2,06	-128^0
20	-0,595	-0,1665	0,62	-158^0
50	-0,0129	-0,0193	0,0232	-165^0

Частотные характеристики $W(j\omega)$, $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ приведены на рис. 3.10.

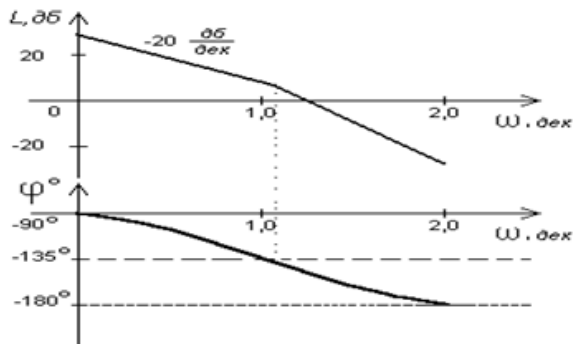


Рис.3.10. Частотные характеристики системы

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика строится в соответствии с формулой:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

и состоит из двух асимптот. При частоте, меньшей сопрягающей частоты $\omega_c(\omega < \omega_c)$, наклон составляет -20 (дб/дек), при частоте $\omega > \omega_c$ наклон -40 (дб/дек).

Сопрягающая частота

$$\omega_C = \frac{1}{T_M} = \frac{1}{0,075} = 13,3 \text{ C}^{-1} \text{ (1,125 дек)} .$$

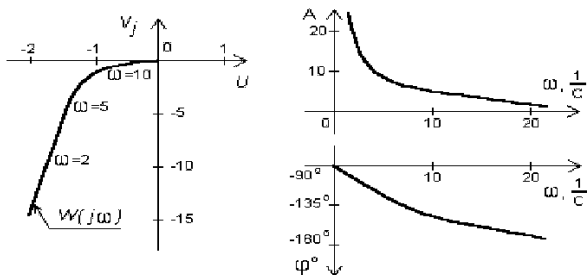


Рис. 3.11. Логарифмические частотные характеристики

Логарифмическая фазовая частотная характеристика представляет собой фазовую характеристику апериодического звена, смещенную на 90^0 вниз по оси ординат за счет влияния

интегрирующего звена (вызывает постоянный сдвиг фазы на -90°). Характеристики представлены на рис. 3.11.

3.5. Типовые динамические звенья и их характеристики

Типовое звено - это элемент, обладающий определенными динамическими свойствами, определяемыми формой переходного процесса Y при подаче на вход скачкообразного воздействия $x(t)$.

Отметим, что математическое описание звена необязательно совпадает с описанием конкретного элемента САР; конкретный элемент может быть представлен как совокупность нескольких динамических звеньев и наоборот, одно звено может объединять несколько физических элементов; один и тот же физический элемент может быть представлен разными типами звеньев в зависимости от переменных, рассматриваемых в качестве входных и выходных величин.

В зависимости от формы переходного процесса $Y(t)$ при подаче на вход скачкообразного воздействия $x(t)$ или от вида передаточной функции различают следующие типы динамических звеньев линейной АС: идеальное усилительное звено (пропорциональное, безинерционное); апериодическое звено первого порядка (инерционное); интегрирующее звено (идеальное, реальное); дифференцирующее звено [1,9].

Коротко рассмотрим перечисленные типы звеньев системы.

- Идеальное усилительное (безинерционное, пропорциональное) звено.

Пример : редуктор (без явления люфта), безинерционный усилитель, делитель напряжения и т.д.

Многие датчики могут рассматриваться как безинерционные звенья.

Уравнение идеального усилительного звена

$$y = kx, \quad (3.19)$$

где x - входная величина; y - выходная величина.

Передаточная функция звена равна

$$W(p) = k . \quad (3.20)$$

Частотная передаточная функция (рис. 3.12):

$$W(j\omega) = k . \quad (3.21)$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики, амплитудная и фазовая частотные характеристики (рис. 3.13) записываются как:

$$U(\omega) = k; \quad V(\omega) = 0; \quad A(\omega) = k; \quad \varphi(\omega) = 0. \quad (3.22)$$

Логарифмические амплитудная и фазовая характеристики идеального звена равны:

$$L(\omega) = 20 \lg k; \quad \varphi(\omega) = 0. \quad (3.23)$$

На рис. 3.14 приведена ЛАЧХ усилительного звена. Передаточная и весовая функции (рис. 3.15) равны:

$$h(t) = k \cdot 1(t), \quad w(t) = k \cdot \delta(t) . \quad (3.24)$$

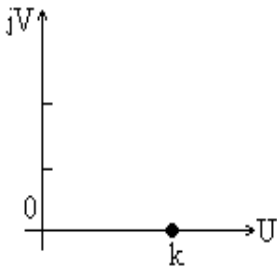


Рис. 3.12. АФЧХ усилительного звена

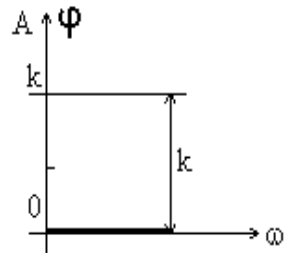


Рис. 3.13. АЧХ и ФЧХ усилительного звена

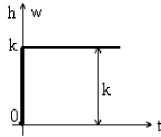


Рис. 3.14. ЛАЧХ усилительного звена

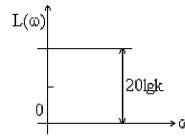


Рис. 3.15. Передаточная и весовая функции усилительного звена

Отметим, что безинерционное звено – это идеализация реальных звеньев. В действительности, звено не в состоянии равномерно пропускать все частоты от 0 до ∞ .

Обычно к идеальному сводится звено, если можно пренебречь влиянием динамических процессов в звене.

- Апериодическое (инерционное) звено первого порядка

Пример: двигатель любого типа, механические характеристики которого могут быть представлены в виде прямых (входная величина – подводимое напряжение, выходная величина – скорость вращения.)

Дифференциальное уравнение апериодического звена имеет вид

$$T \frac{dy}{dt} + y = kx \quad (3.25)$$

В операторной форме уравнение (3.25) запишется как

$$(Tp + 1)y = kx \quad (3.26)$$

Частотная передаточная функция (АФЧХ) (рис. 3.16):

$$W(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1} \quad (3.27)$$

Из уравнения (3.27) следует, что вещественные и мнимые частотные характеристики, амплитудная и фазовая частотные характеристики равны

$$U(\omega) = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1}; \quad V(\omega) = -\frac{kT\omega}{T^2\omega^2 + 1}; \quad (3.28)$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg(T\omega).$$

На рис. 3.16 - 3.18 приведены АФЧХ, АЧХ, ФЧХ апериодического звена первого порядка, где $\Delta\omega_n$ - полоса пропускания частот звена.

Колебания частот, больших чем $1/T$ ($\omega > 1/T$), проходят с сильным ослаблением амплитуды; чем меньше постоянная времени T (меньше инерционность), тем шире полоса пропускания частот $\Delta\omega_n$ данного звена.

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (рис. 3.19) звена определяется как

$$L(\omega) = 20\lg \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} = 20\lg k - 20\lg \sqrt{T^2\omega^2 + 1}.$$

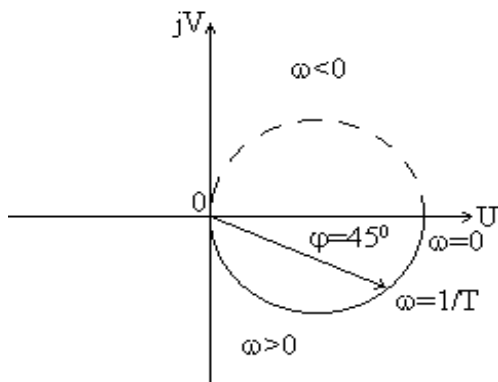


Рис. 3.16. АФЧХ апериодического звена

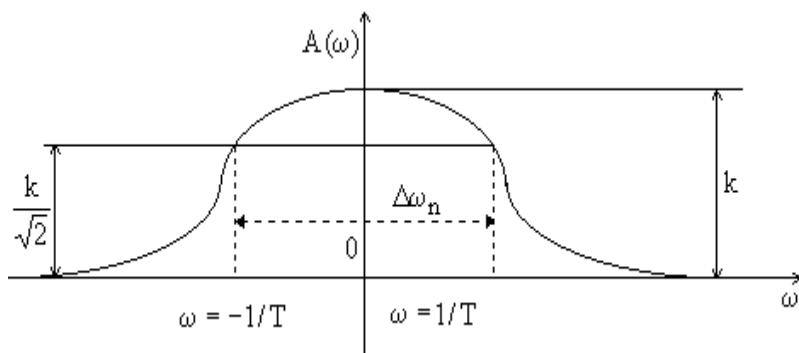


Рис. 3.17. АЧХ аperiodического звена

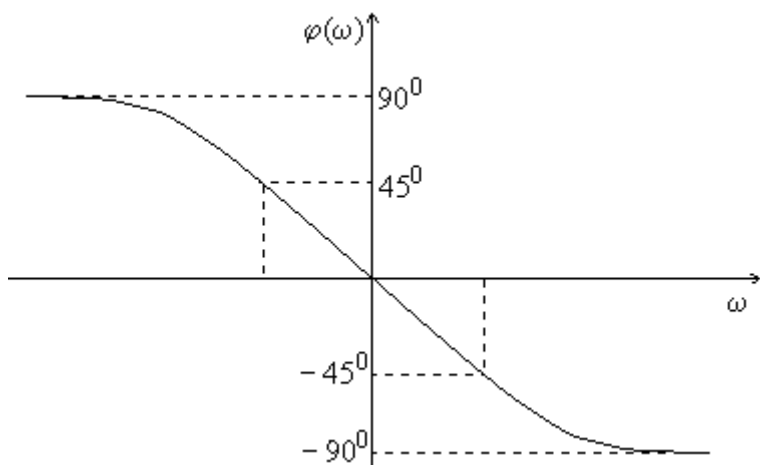


Рис. 3.18. ФЧХ аperiodического звена

Рис. 3.19. ЛАЧХ аperiodического звена, где пунктирной линией изображена действительная ЛАЧХ, сплошной – асимптотическая ЛАЧХ

ЛАЧХ может быть представлена в виде двух асимптот (рис. 3.19):

$$L(\omega) = 20 \lg k \quad \text{при} \quad \omega < \frac{1}{T};$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg(T\omega) \quad \text{при} \quad \omega > \frac{1}{T}.$$

Эти асимптоты пересекаются друг с другом в точке $\omega = 1/T$, которая называется сопрягающей частотой.

Действительная ЛАЧХ отличается от асимптотической ЛАЧХ, максимальная ошибка будет при сопрягающей частоте:

$$\Delta = 20 \lg k - \left[20 \lg k - 20 \lg \sqrt{T^2 \omega^2 + 1} \right] = 20 \lg \sqrt{2} = 3.03 \text{дБ}.$$

В практических расчетах такой ошибкой пренебрегают и пользуются асимптотической ЛАЧХ.

Переходная функция равна (рис. 3.20)

$$h(t) = k \left(1 - l^{\frac{t}{T}} \right) \cdot 1(t). \quad (3.29)$$

Постоянная времени T определяет наклон касательной в начале кривой и характеризует степень инерционности звена, т.е. длительность переходного процесса. Чем больше T , тем больше длительность переходного процесса. На практике переходный процесс заканчивается через промежуток времени $t_{nn} = (3-4)T$.

Весовая функция $w(t)$ равна (рис. 3.21)

$$w(t) = \frac{k}{T} l^{-\frac{t}{T}} \cdot \delta(t). \quad (3.30)$$

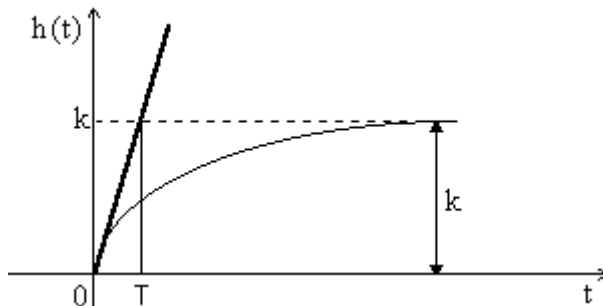


Рис. 3.20. Переходная функция аperiodического звена

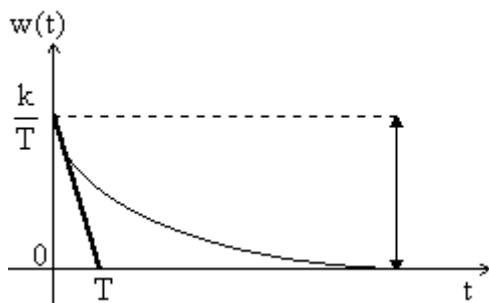


Рис. 3.21. Весовая функция аperiodического звена

- Идеальное интегрирующее звено

Пример: операционный усилитель в режиме интегрирования, интегрирующий привод, гироскоп и т.д.

Дифференциальное уравнение идеального интегрирующего звена

$$\frac{dy}{dt} = kx \quad (3.31)$$

В операторной форме

$$pY = kx \quad (3.32)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{k}{p}$$

Частотная передаточная функция (АФЧХ) звена равна (рис. 3.22)

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = -\frac{jk}{\omega} \quad (3.33)$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики определяются выражениями:

$$U(\omega) = 0; \quad V(\omega) = -\frac{k}{\omega}. \quad (3.34)$$

Амплитудная частотная характеристика (рис. 3.23)

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega}. \quad (3.35)$$

Фазовая частотная характеристика (рис. 3.24)

$$\varphi(\omega) = -90^0 \quad \text{при } \omega > 0. \quad (3.36)$$

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика равна (рис. 3.25)

$$L(\omega) = 20 \lg k / \omega = 20 \lg k - 20 \lg \omega. \quad (3.37)$$

Логарифмическая фазовая частотная характеристика равна (рис. 3.26)

$$\varphi(\omega) = -90^0.$$

Переходная и весовая функции идеального интегрирующего звена определяется как (рис. 3.27; 3.28):

$$h(t) = k \cdot t \cdot 1(t), \quad (3.38)$$

$$w(t) = k \cdot \delta(t). \quad (3.39)$$

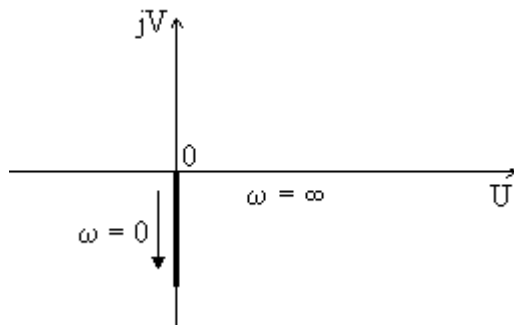


Рис. 3.22. АФЧХ идеального интегрирующего звена.

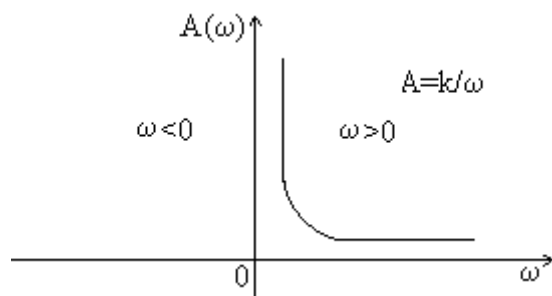


Рис. 3.23. АЧХ идеального интегрирующего звена

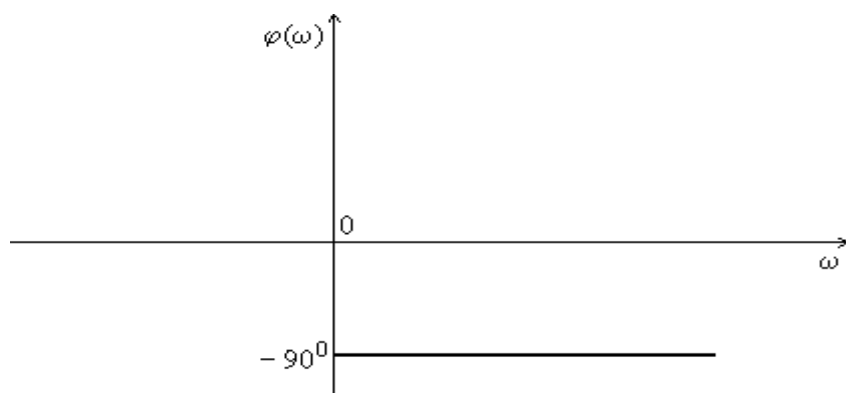


Рис. 3.24. ФЧХ идеального интегрирующего звена

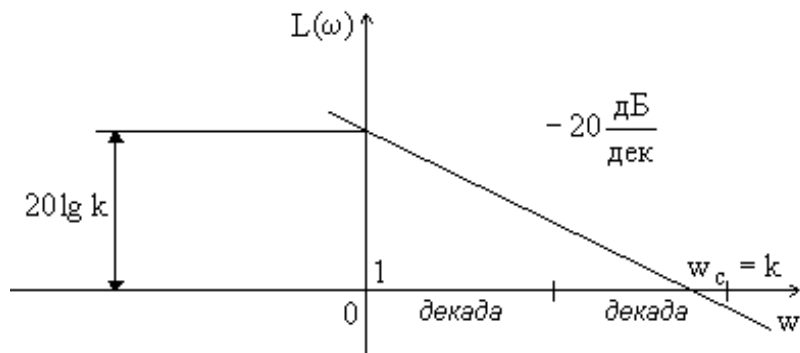


Рис. 3.25. ЛАЧХ идеального интегрирующего звена

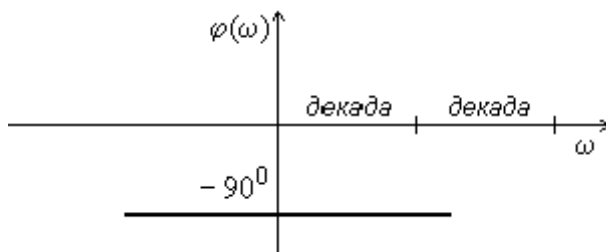


Рис. 3.26. ЛФЧХ идеального интегрирующего звена

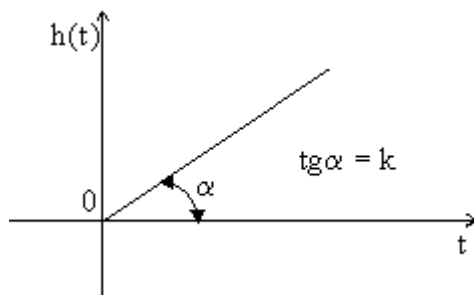


Рис. 3.27. Переходная функция идеального интегрирующего звена

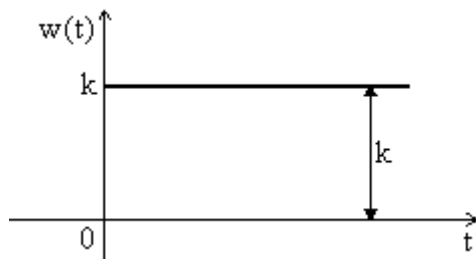


Рис. 3.28. Весовая функция идеального интегрирующего звена

- Реальное интегрирующее звено

Пример: двигатель, у которого выходной величиной является угол поворота.

Дифференциальное уравнение реального интегрирующего звена имеет вид

$$T \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = kx . \quad (3.40)$$

В операторной форме уравнение запишется в виде

$$p(Tp+1)Y = kx . \quad (3.41)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{k}{p(Tp+1)} . \quad (3.42)$$

Из (3.42) следует, что реальное интегрирующее звено можно представить как совокупность идеального интегрирующего звена и апериодического звена первого порядка, включенных последовательно. Поэтому справедливы соотношения:

$$\begin{aligned} W(p) &= W_1(p) \cdot W_2(p); & A(\omega) &= A_1(\omega) \cdot A_2(\omega), \\ \varphi(\omega) &= \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega); \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$W_1(p) = \frac{k_1}{p}; \quad W_2(p) = \frac{k_2}{Tp+1}; \quad k = k_1 k_2 .$$

Частотная передаточная функция (АФЧХ) реального интегрирующего звена (рис. 3.29):

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega(Tj\omega+1)} . \quad (3.44)$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики равны:

$$U(\omega) = -\frac{kT}{T^2\omega^2 + 1}; \quad V(\omega) = -\frac{k}{\omega(T^2\omega^2 + 1)}. \quad (3.45)$$

Амплитудная частотная характеристика (рис. 3.30) записывается в виде:

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}. \quad (3.46)$$

Фазовая частотная характеристика (рис. 3.31) равна:

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -90^\circ - \arctg(T\omega) & \text{при } \omega > 0 \\ 90^\circ - \arctg(T\omega) & \text{при } \omega < 0 \end{cases}. \quad (3.47)$$

Действительная логарифмическая амплитудная частотная характеристика равна (рис. 3.32)

$$L(\omega) = 20\lg \left[\frac{k}{\omega\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} \right] = 20\lg k - 20\lg \omega - 20\lg \left(\sqrt{T^2\omega^2 + 1} \right).$$

Асимптотическая ЛАЧХ состоит из двух асимптот:

$$L(\omega) = 20\lg \frac{k}{\omega} \quad \text{при } \omega < 1/T,$$

$$L(\omega) = 20\lg \frac{k}{T^2\omega^2} \quad \text{при } \omega > 1/T,$$

которые сопрягаются в точке $\omega = 1/T$.

Логарифмическая фазовая частотная характеристика (рис. 3.32) определяется как

$$\varphi(\omega) = -90^0 - \text{arctg}(T\omega). \quad (3.48)$$

Переходная и весовая функции реального интегрирующего звена (рис. 3.33, 3.34) определяются формулами:

$$h(t) = k \left[t - T \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \right] \cdot 1(t), \quad (3.49)$$

$$w(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \cdot \delta(t).$$

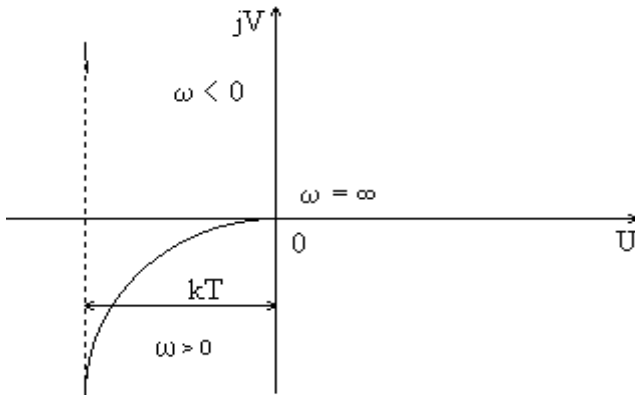


Рис. 3.29. АФЧХ реального интегрирующего звена

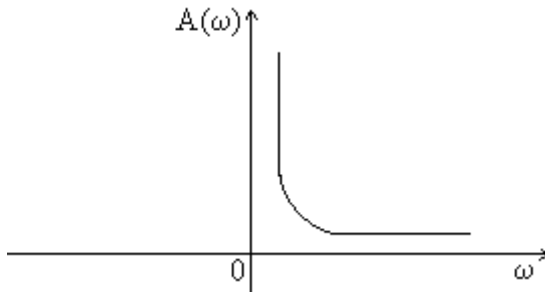


Рис. 3.30. АЧХ реального интегрирующего звена

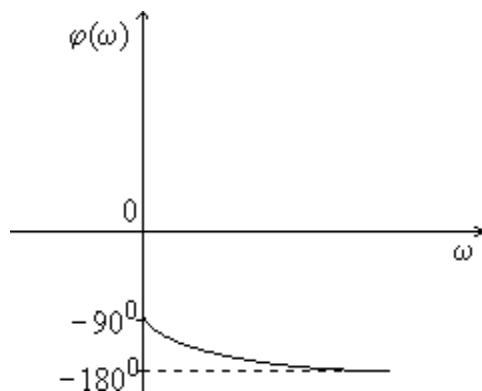


Рис. 3.31. ФЧХ реального интегрирующего звена

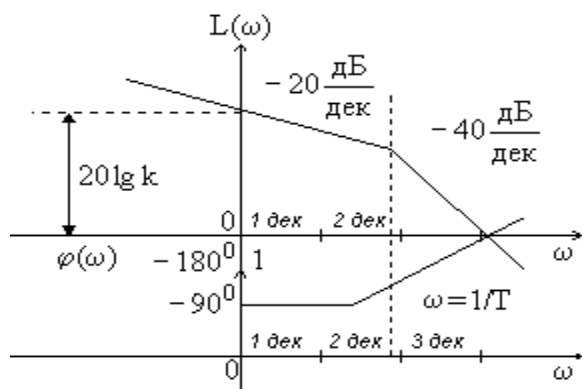


Рис. 3.32. ЛАЧХ и ЛФЧХ реального интегрирующего звена

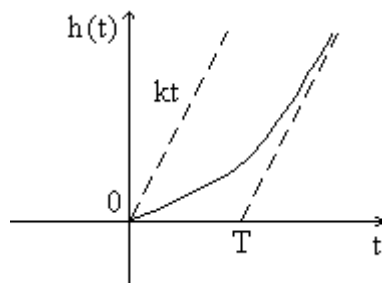


Рис. 3.33. Переходная функция реального интегрирующего звена

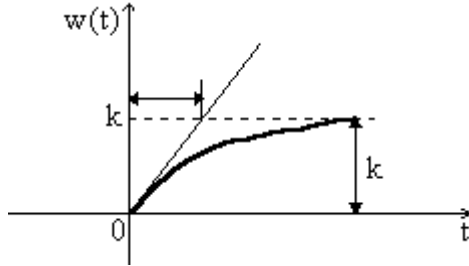


Рис. 3.34. Весовая функция реального интегрирующего звена

- Дифференцирующее звено

Пример: Тахогенератор, входной величиной которого является угол поворота якоря, выходная величина – ЭДС якоря равна $k\Omega$.
Звено, которое описывается уравнением

$$Y = K \frac{dx}{dt}, \quad (3.50)$$

называется дифференцирующим.

В операторной форме :

$$Y(p) = KpX(p). \quad (3.51)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = Kp. \quad (3.52)$$

Частотные и временные характеристики звена имеют следующий вид:

$$W(j\omega) = jk\omega, \quad U(\omega) = 0, \quad V(\omega) = K\omega, \quad A(\omega) = k\omega, \\ \varphi(\omega) = \pi/2, \quad L(\omega) = 20\lg k + 20\lg \omega, \quad h(t) = K\delta(t), \quad (3.53)$$

$$w(t) = K\delta(t) = K \frac{d\delta(t)}{dt}.$$

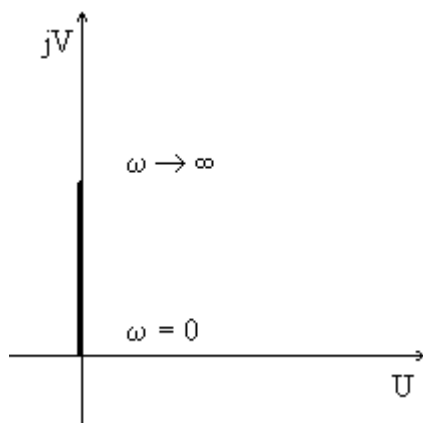


Рис. 3.35. АФЧХ дифференцирующего звена

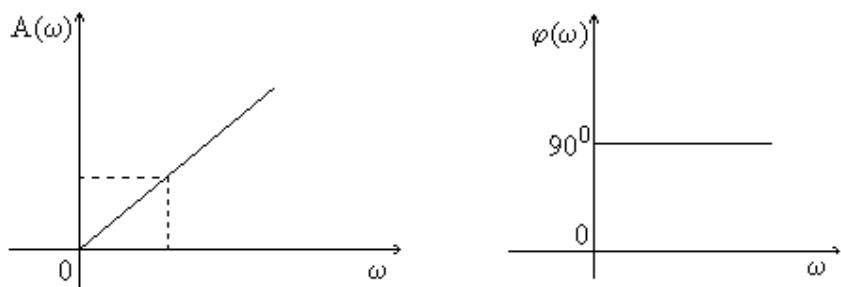


Рис. 3.36. АЧХ и ФЧХ дифференцирующего звена

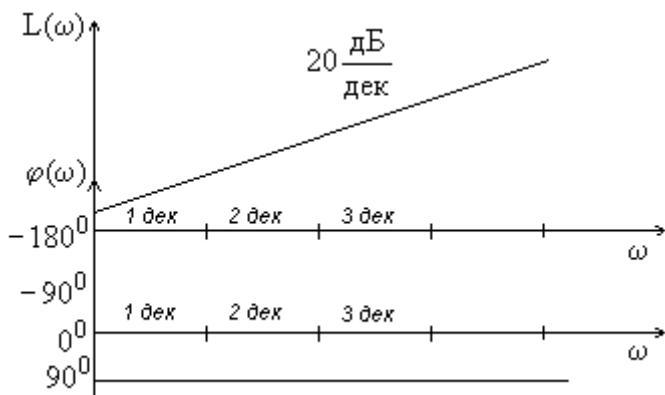


Рис. 3.37. ЛАЧХ и ЛФЧХ дифференцирующего звена

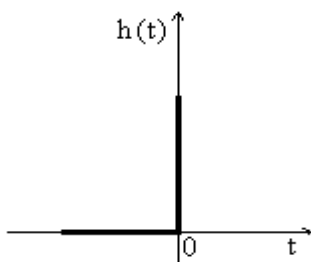


Рис. 3.38. Переходная функция дифференцирующего звена

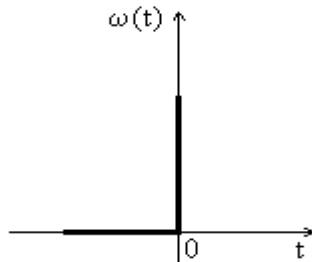


Рис. 3.39. Весовая функция дифференцирующего звена

• Дифференцирующее звено с замедлением

Пример : операционный усилитель в режиме дифференцирования.

Звено описывается дифференциальным уравнением вида

$$T \frac{dY}{dt} + Y = k \frac{dx}{dt} . \quad (3.54)$$

В операторной форме

$$Y(Tp + 1) = kpx . \quad (3.55)$$

Передаточная функция дифференцирующего звена с замедлением

$$W(p) = \frac{k_p}{T_p + 1} . \quad (3.56)$$

Реальное дифференцирующее звено можно представить в виде совокупности идеального дифференцирующего звена с передаточной функцией $W_1 = k_1 p$ и апериодического звена первого порядка

$$W_2 = \frac{k_2}{(T_p + 1)} .$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) дифференцирующего звена равна

$$W(j\omega) = \frac{k \cdot j\omega}{T \cdot j\omega + 1} . \quad (3.57)$$

Мнимая и вещественная частотные характеристики звена описываются выражениями:

$$U(\omega) = \frac{k \cdot T\omega^2}{T^2\omega^2 + 1}; \quad V(\omega) = \frac{k\omega}{T^2\omega^2 + 1} . \quad (3.58)$$

Амплитудная частотная характеристика

$$A(\omega) = \frac{k\omega}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} . \quad (3.59)$$

Фазовая частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{1}{T\omega} . \quad (3.60)$$

Действительная ЛАЧХ определяется как

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{k\omega}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} = 20 \lg k + 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{T^2\omega^2 + 1} . \quad (3.61)$$

Асимптотическая ЛАЧХ состоит из двух асимптот, сопрягающихся в точке $\omega = 1/T$

$$L(\omega) = 20 \lg(k\omega) \quad \text{при } \omega < 1/T,$$

$$L(\omega) = 20 \lg(k/T) \quad \text{при } \omega > 1/T.$$

Логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ)

$$\varphi(\omega) = 90^0 - \text{arctg}(T\omega). \quad (3.62)$$

Переходная функция дифференциального звена с замедлением

$$h(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t). \quad (3.63)$$

Весовая функция

$$w(t) = \frac{k}{T} \delta(t) - \frac{k}{T^2} e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t). \quad (3.64)$$

Перечисленные характеристики дифференциального звена с замедлением приведены на рис. 3.40 - 3.45.

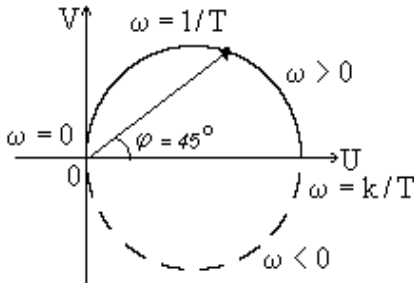


Рис. 3.40. ЛАЧХ дифференцирующего звена с замедлением

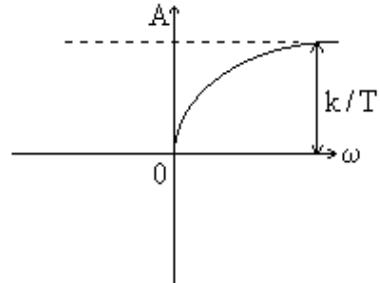


Рис. 3.41. АЧХ дифференцирующего звена с замедлением

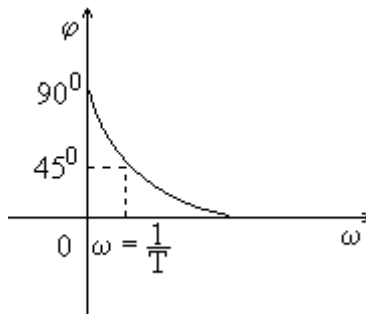


Рис. 3.42. ФЧХ дифференцирующего звена с замедлением

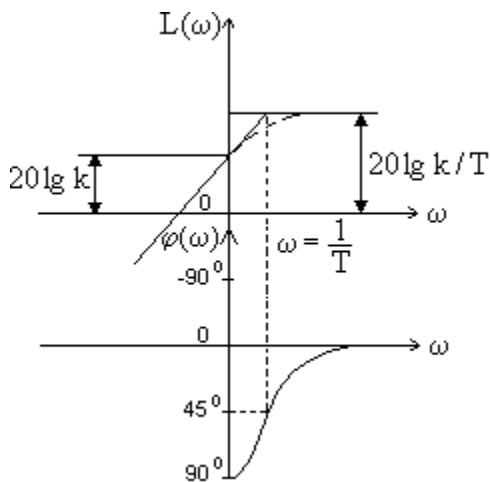


Рис. 3.43. Логарифмические характеристики дифференцирующего звена

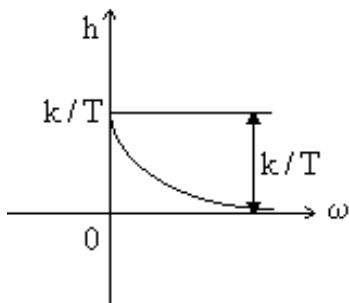


Рис. 3.44. Переходная функция дифференцирующего звена с замедлением

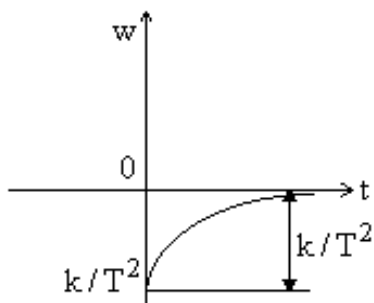


Рис. 3.45. Весовая функция Дифференцирующего звена с замедлением

3.6. Правила преобразования структурных схем автоматических систем

Структурная схема - это графическое представление математической модели системы в виде соединений звеньев, условно обозначенных прямоугольниками с указанием входных и выходных величин, а также передаточной функции или уравнения этого звена. Передаточная функция (уравнение) записывается внутри прямоугольника.

Суммирующие элементы обозначаются кругом, разделенным на секторы. Сектор, на который величина подается с обратным знаком, зачерняется (или ставится знак минус).

Любая линейная АС может быть представлена как совокупность типовых динамических звеньев, соединенных последовательно, параллельно, смешанно, охваченных обратными связями и т.д. [19].

Рассмотрим правила преобразования структурных схем.

Последовательное соединение звеньев – это соединение, при котором выходные величины предшествующего звена являются входными величинами для последующего звена (рис. 3.46).

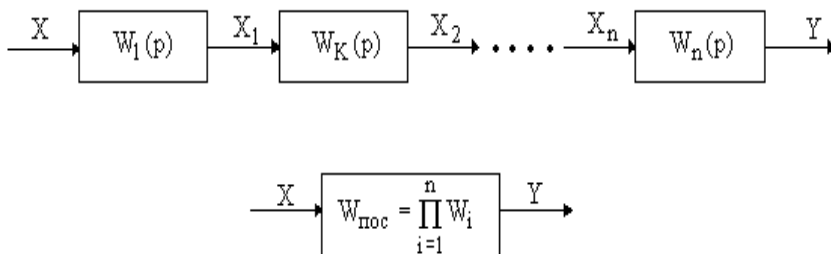


Рис. 3.46. Последовательное соединение звеньев

Передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций звеньев:

$$W_{\text{пос}}(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p), \quad (3.65)$$

где i - номер звена, $i = 1 \dots n$.

Параллельное соединение – соединение, при котором на вход всех элементов подается одно и то же воздействие, а выходные величины складываются (рис. 3.47).

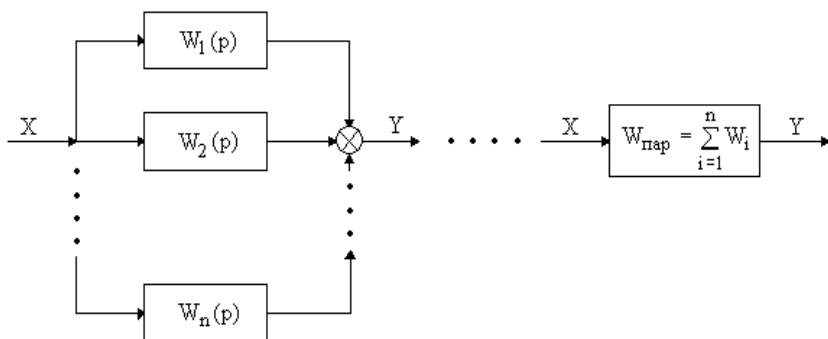


Рис. 3.47. Параллельное соединение звеньев

Передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций звеньев, входящих в соединение:

$$W_{\text{пар}}(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) . \quad (3.66)$$

Обратное соединение - соединение, когда звено охвачено обратной связью; выходной сигнал второго звена подается на вход первого (рис. 3.48).

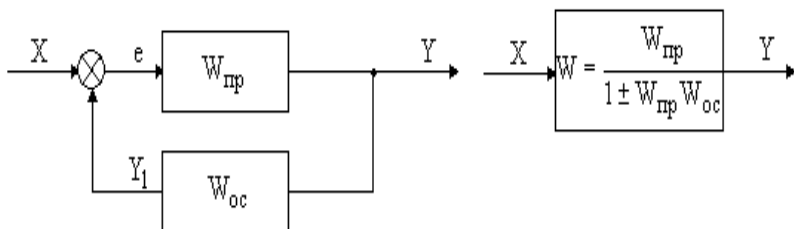


Рис. 3.48. Обратное соединение звеньев

Участок цепи от точки приложения входного воздействия X до точки съема выходной величины Y называется прямой цепью. Участок от съема величины Y до сумматора называется обратной связью. Если Y_1 вычитается из входного воздействия ($e = X - Y_1$), то обратная связь называется отрицательной, если $e = X + Y_1$, то обратная связь называется положительной. Передаточная функция звена равна

$$W(p) = \frac{W_{\text{пр}}(p)}{1 \pm W_{\text{пр}}(p) \cdot W_{\text{ос}}(p)} \quad (3.67)$$

Знак '+' берется в случае отрицательной обратной связи, '-' в случае положительной обратной связи. Если звено охвачено единичной обратной связью, то передаточная функция равна

$$W(p) = \frac{W_{\text{п}}(p)}{1 \pm W_{\text{п}}(p)} \quad (3.68)$$

- *Перенос сумматора:*

а) перенос сумматора по ходу сигнала (рис. 3.49).

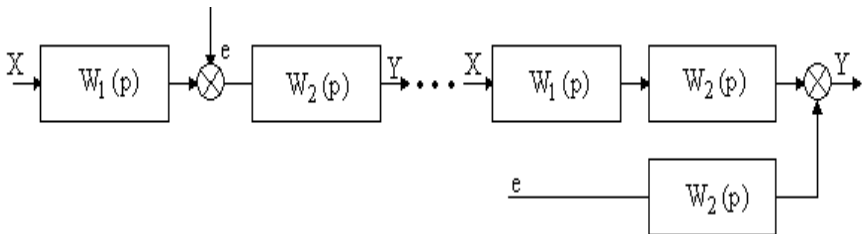


Рис. 3.49. Перенос сумматора по ходу сигнала

При переносе сумматора в этом случае добавляется звено с передаточной функцией, равной передаточной функции звена, через которое переносится сумматор;

б) перенос сумматора против хода сигнала (рис. 3.50).

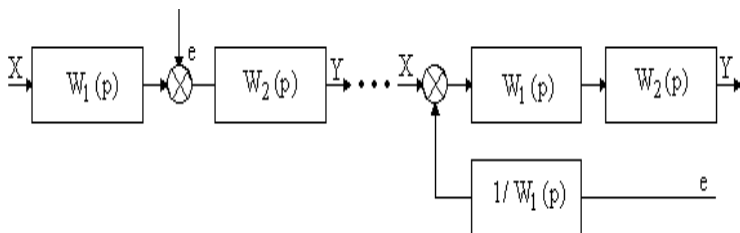


Рис. 3.50. Перенос сумматора против хода сигнала

При преобразовании добавляется звено с передаточной функцией, равной обратной передаточной функции звена, через которое переносится сумматор.

- *Перенос узла:*

а) перенос узла по ходу сигнала (рис. 3.51):

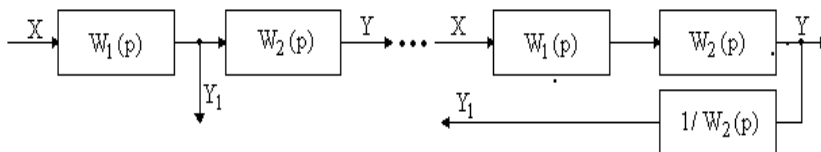


Рис. 3.51. Перенос узла по ходу сигнала

При преобразовании добавляется звено с передаточной функцией, равной обратной передаточной функции звена, через которое переносится узел;

б) перенос узла против хода сигнала (рис. 3.52).

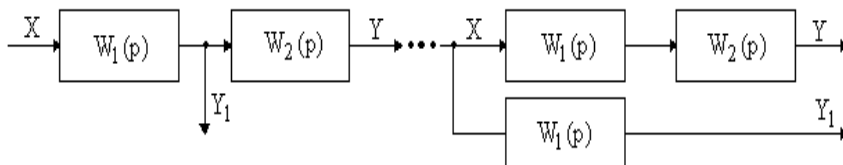


Рис. 3.52. Перенос узла против хода сигнала

При преобразовании добавляется звено с передаточной функцией, равной передаточной функции звена, через которое переносится узел.

- *Перестановка узлов и сумматоров*

Узлы и сумматоры можно менять местами (рис. 3.53, 3.54).

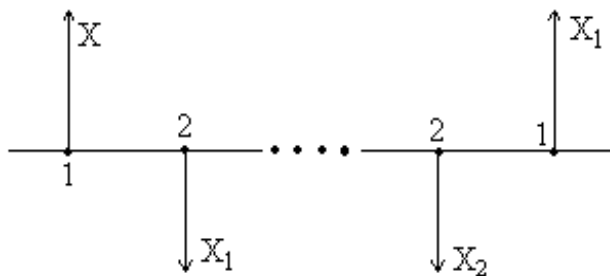


Рис. 3.53. Перестановка узла

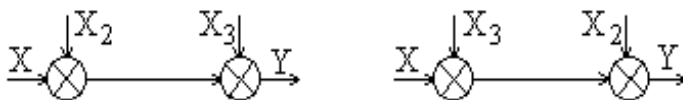


Рис. 3.54. Перестановка сумматора

3.7. Вычисление передаточной функции одноконтурной системы

Замкнутая система называется одноконтурной, если при ее размыкании получается цепочка из последовательно соединенных звеньев или цепь, не содержащая параллельных соединений или обратных связей (рис. 3.55).

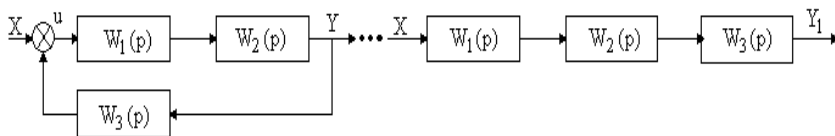


Рис. 3.55. Одноконтурная система

Используя правила преобразования, получаем передаточную функцию одноконтурной системы относительно заданных входа X и выхода Y :

$$W_{xy}(p) = \frac{W_{np}(p)}{1 \pm W_p(p)} , \quad (3.69)$$

где $W_{np}(p)$ - передаточная функция прямой цепи; $W_p(p)$ - передаточная функция разомкнутой системы.

Пример: Определить передаточную функцию относительно X и Y системы, приведенной на рис. 3.55.

Согласно формуле (3.69)

$$W_{yx}(p) = \frac{W_{np}(p)}{1 + W_p(p)} \quad , \quad (3.70)$$

Передаточная функция прямого участка $W_{пп}(p)$ равна:

$$W_{пп}(p) = W_1(p) W_2(p) \quad .$$

Передаточная функция разомкнутой системы $W_p(p)$ равна:

$$W_p(p) = W_1(p) W_2(p) W_3(p) \quad .$$

Поэтому

$$W_{yx}(p) = \frac{W_1(p) W_2(p)}{1 + W_1(p) W_2(p) W_3(p)} \quad . \quad (3.71)$$

Передаточная функция относительно входа X и выхода U равна

$$W_{ux}(p) = \frac{W_{пп}(p)}{1 + W_p(p)} \quad ,$$

где $W_{np}(p) = 1$, поэтому

$$W_{UX}(p) = \frac{1}{1 + W_1(p) W_2(p) W_3(p)} \quad (3.72)$$

3.8. Вычисление передаточной функции многоконтурной системы

Замкнутая система называется многоконтурной, если при ее размыкании получается цепь, содержащая параллельные или обратные связи, или если кроме главной обратной связи имеются параллельные или местные обратные связи.

Различают многоконтурные системы с перекрещивающимися связями и без перекрещивающихся связей.

Многоконтурная система не имеет перекрещивающихся связей, если любые два контура, образованные параллельными или обратными связями, не имеют общих участков, или один участок находится внутри другого (рис. 3.55, 3.56).

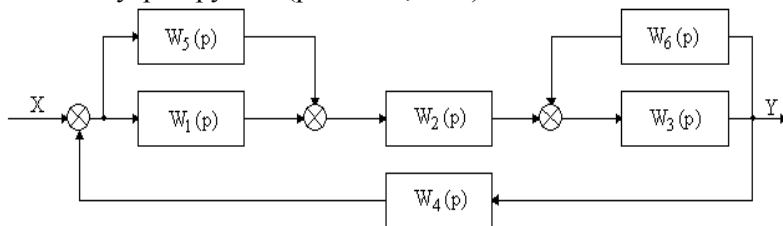


Рис. 3.55. Многоконтурная система без перекрещивающихся связей

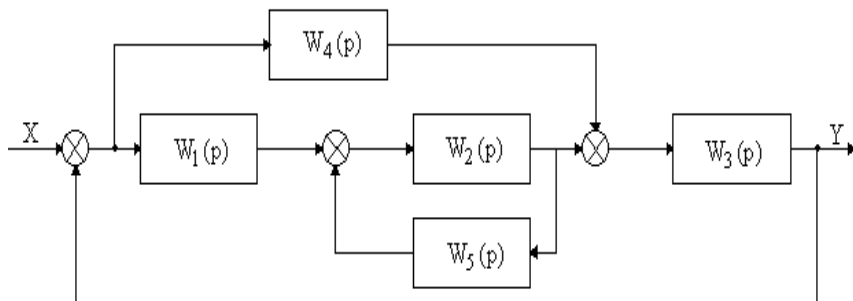


Рис. 3.56. Многоконтурная система без перекрещивающихся связей

Многоконтурная система имеет перекрещивающиеся связи, если два каких-либо контура, образованных параллельными или обратными связями, имеют общий участок, причем ни один из них не вложен внутри другого (рис. 3.57).

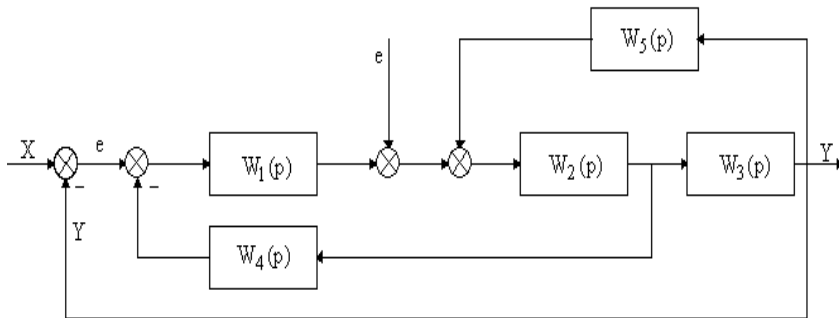


Рис. 3.57. Многоконтурная система с перекрещивающимися связями

Прежде чем начать вычисление передаточной функции, необходимо избавиться от перекрещивающихся связей путем переноса сумматоров и узлов; затем, используя правила параллельного и последовательного преобразования, преобразовать многоконтурную систему в одноконтурную, правила вычисления передаточной функции которой известны.

Пример: Определить передаточную функцию многоконтурной системы с перекрещивающимися связями, приведенной на рис. 3.58.

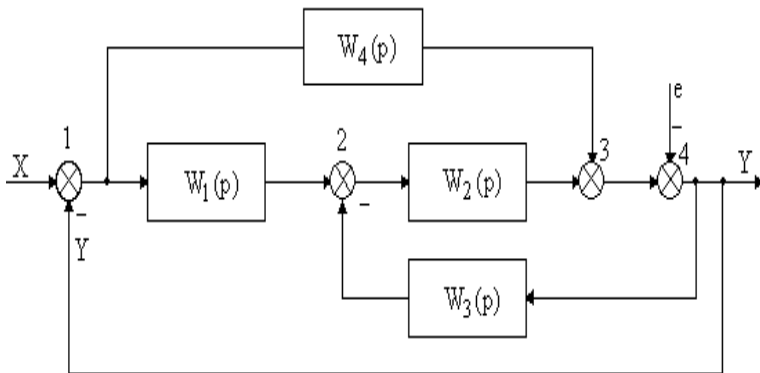


Рис. 3.58. Многоконтурная система

1. Освободимся от перекрещивающихся связей:

перенесем сумматор 3 через звено W_2 и сумматор 2. То же самое выполним с сумматором 4 для того, чтобы можно было преобразовать обратное соединение звеньев 2 и 4. Получим схему, изображенную на рис. 3.59.

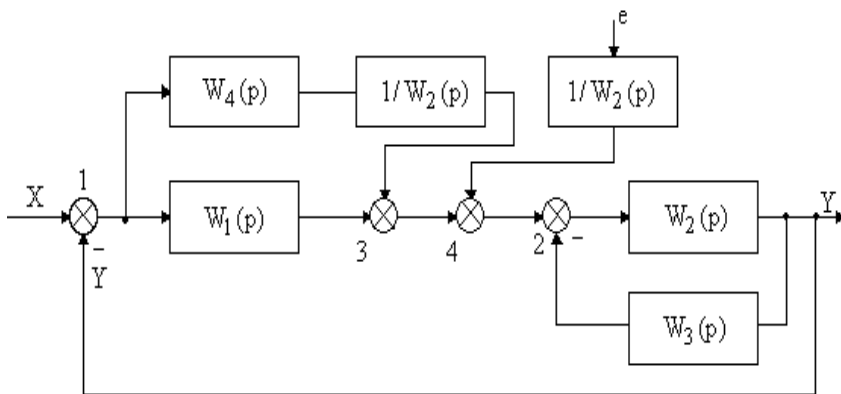


Рис. 3.59. Преобразованная схема системы

2. Преобразуем параллельные и последовательные соединения и получим одноконтурную систему, приведенную на рис. 3.60, где

$$W' = W_1 + \frac{W_4}{W_2}, \quad W'' = \frac{W_2}{1 + W_2 W_3} \quad (3.73)$$

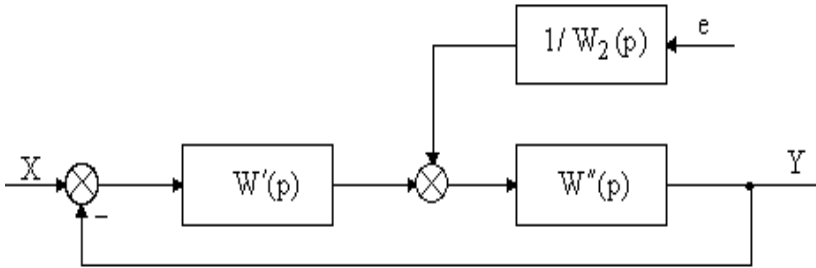


Рис. 3.60. Одноконтурная схема системы

Тогда для одноконтурной системы:

$$W_{yx} = \frac{W'W''}{1 + W'W''}, \quad (3.74)$$

$$W_{ye} = \frac{W''}{W_2(1 + W'W'')}. \quad (3.75)$$

Имея передаточную функцию любой системы можно составить дифференциальное уравнение. Если система имеет одну управляемую величину, то для ее полного описания достаточно одно уравнение, выражающее зависимость между выходными и входными величинами.

Например для системы (рис. 3.60)

$$y = W_{yx} \cdot X + W_{ye} \cdot e .$$

Это уравнение в символической форме связывает величину Y с входными величинами.

Вычислив W_{yx} и W_{ye} , переходят к обычной форме записи дифференциальных уравнений.

Контрольные вопросы

1. Определение статического и динамического режимов.
2. Законы регулирования АС.
3. Определение передаточной функции системы. Сколько передаточных функций можно записать для системы ?
4. Перечень частотных характеристик системы.
5. Порядок вывода частотных характеристик.
6. Определение “типовое динамическое звено”.
7. Перечень типовых динамических звеньев.
8. Уравнение, передаточная функция и частотные характеристики типовых динамических звеньев.
9. Правила преобразования структурной схемы системы.
10. Методика получения передаточной функции одноконтурной системы.
11. Методика получения передаточной функции многоконтурной системы.

4. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.1. Условие устойчивости линейной системы

На любую автоматическую систему действуют различные внешние возмущения, которые могут нарушить нормальную работу. Правильно спроектированная система должна устойчиво работать при любых внешних воздействиях.

В общем случае, *устойчивость* – это способность системы, выведенной из состояния равновесия под влиянием возмущающих и управляющих воздействий, с течением времени прийти в равновесное состояние.

Устойчивость – это свойство, которым должна обладать любая АС. Поэтому так важен анализ системы на устойчивость. Он ведется в двух направлениях:

1. Устойчива ли система при заданных значениях ее параметров?

2. В каких диапазонах можно менять параметры, не нарушая свойства устойчивости?

Для определения условия устойчивости линейных систем используется передаточная функция в форме изображений Лапласа, которая равна отношению изображения выходного сигнала к изображению входной величины [10]:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}.$$

Для анализа системы передаточная функция приводится к виду:

$$W(p) = \frac{K(p)}{H(p)}, \quad (4.1)$$

где $K(p)$ – полином числителя передаточной функции, $K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m$; $H(p)$ – полином знаменателя передаточной функции, $H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n$.

Дифференциальное уравнение в операторной форме имеет вид:

$$Y(p) \cdot H(p) = X(p) \cdot K(p). \quad (4.2)$$

При анализе устойчивости системы рассматриваются свободные (собственные) движения переменных в системе, поэтому $X(p) = 0$ и формула (4.2) примет вид:

$$Y(p) \cdot H(p) = 0 \quad . \quad (4.3)$$

Уравнение (4.3) является дифференциальным уравнением в операторной форме свободного движения в системе. Решение (4.3) дает описание установившихся процессов в АС.

Но, допустим, переменная, которая характеризует свободное движение системы, есть отклонение выходной величины от установившегося значения. Обозначим его X_k .

Тогда дифференциальным уравнением свободного движения в системе будет уравнение:

$$a_0 \frac{d^n x_k}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x_k}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx_k}{dt} + a_n x_k = 0 \quad . \quad (4.4)$$

Из (4.4) очевидно, что система будет устойчива при t , стремящемся к бесконечности, и $x_k(t)$, стремящемся к 0.

Решение уравнения (4.4) (а это линейное однородное дифференциальное уравнение) имеет вид:

$$X_k = C_1 e^{P_1 \cdot t} + C_2 e^{P_2 \cdot t} + \dots + C_n e^{P_n \cdot t} \quad ,$$

где $C_1, C_2 \dots C_n$ – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий; $p_1, p_2 \dots p_n$ – корни характеристического уравнения, которое соответствует дифференциальному уравнению свободного движения.

Именно корни характеристического уравнения будут определять характер переходного процесса в АС. Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (4.4) с учетом (4.3), равно полиному знаменателя передаточной функции (4.1) и его можно записать как:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad . \quad (4.5)$$

Корни характеристического уравнения (4.5) могут быть либо вещественными, либо комплексными, попарно сопряженными, отличающимися знаком мнимой части.

Каждому вещественному корню $p_i = \lambda_i$ в уравнении (4.5) соответствует составляющая общего решения X_{ki} равная:

$$X_{ki} = C_i e^{\lambda_i \cdot t} .$$

Условием затухания такой составляющей является $\lambda_i < 0$, потому что в этом случае при t , стремящемся к бесконечности, X_{ki} стремится к нулю; при

$\lambda_i > 0$ X_{ki} возрастает.

Каждому комплексному корню $p_i = \lambda_i \pm j\omega_i$ соответствует решение вида:

$$X_{ki} = X_i \cdot \sin(\omega_i t + \varphi_i) = C_i e^{\lambda_i \cdot t} \cdot \sin(\omega_i t + \varphi_i) ,$$

где $X_i = C_i e^{\lambda_i \cdot t}$ – амплитудное значение i -составляющей; λ_i – вещественная часть i – комплексного корня; ω_i – частота вынужденных колебаний; C_i, φ_i – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Условием затухания i -й составляющей свободного движения в замкнутой системе будет отрицательность вещественной части λ_i , так как только в этом случае при t , стремящемся к бесконечности, $X_i \rightarrow 0, X_{ki}(t) \rightarrow 0$.

Из сказанного выше следует условие устойчивости линейных систем: линейная система устойчива, если отрицательны все вещественные корни и все вещественные части комплексных корней характеристического уравнения, соответствующего дифференциальному уравнению свободного движения в системе.

Это условие позволяет определить устойчивость САР, не решая дифференциальное уравнение, а определив лишь знаки вещественных частей корней характеристического уравнения.

Если хотя бы один из корней характеристического уравнения имеет положительную вещественную часть, то система неустойчива.

Если в нескольких корнях вещественная часть равна нулю, а в остальных отрицательна, то по первому приближению об устойчивости ничего сказать нельзя. Нужны исследования системы.

Если один или несколько корней характеристического уравнения равны нулю, а у остальных вещественные части отрицательны, то система нейтрально устойчива. Состояние называется критическим. Для определения устойчивости нужен анализ нелинейных членов дифференциального уравнения.

Если корни характеристического уравнения расположить на комплексной плоскости, то условие устойчивости можно сформулировать следующим образом - линейная система будет устойчива, если будут левыми все корни характеристического уравнения, соответствующего дифференциальному уравнению свободного движения.

4.2. Критерии устойчивости линейных систем

Вычисление корней характеристического уравнения не представляет сложности для уравнений 1 и 2 степеней. Для уравнений 3 и 4 степеней нахождение корней затруднено. Поэтому важное значение приобретают правила, которые позволяют определить устойчивость системы, минуя вычисления корней. Эти правила называются критериями устойчивости. Они позволяют не только установить устойчива ли система, но и выяснить влияние параметров системы, влияние структурных изменений на устойчивость системы. Формы критериев различны, но математически эквивалентны, так как определяют условия, при которых корни характеристического уравнения находятся в левой части комплексной плоскости.

Критерии устойчивости подразделяются на алгебраические и частотные. Критерии, которые позволяют определить устойчива ли система с помощью алгебраических процедур над коэффициентами характеристического уравнения, называются алгебраическими. К ним относятся критерии Рауса, Гурвица и др.

Алгебраические критерии для систем, описываемых уравнениями выше 4 степени, дают ответ только на вопрос –

устойчива ли система, но не позволяют определить, как изменить параметры, чтобы сделать ее устойчивой.

Частотные критерии устойчивости позволяют судить об устойчивости системы по частотным характеристикам.

Эти критерии являются графоаналитическими и получили широкое распространение благодаря простой геометрической интерпретации и наглядности. К частотным критериям относятся критерии Михайлова и Найквиста.

4.2.1. Алгебраические критерии устойчивости

Необходимым условием устойчивости системы любого порядка является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения:

$$a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_n > 0.$$

Поэтому характеристическое уравнение системы приводится к виду (4.5) с положительными коэффициентами.

Критерий устойчивости Рауса

Критерий устойчивости легко поясняется таблицей Рауса, заполняемой по форме:

$c_{11} = a_0$	$c_{21} = a_2$	$c_{31} = a_4$	$c_{k1} = a_n$
$c_{12} = a_1$	$c_{22} = a_3$	$c_{32} = a_5$	$c_{k2} = a_{n+1}$
c_{13}	c_{23}	c_{33}	c_{k3}
...
c_{1i}	c_{2i}	c_{3i}	c_{ki}

Коэффициенты c_{11}, c_{12}, \dots называются элементами таблицы Рауса.

Обозначим элемент через c_{ki} , где i - номер строки; k - номер столбца таблицы Рауса.

Правила заполнения таблицы Рауса:

1. Элементы первой строки таблицы Рауса - это коэффициенты характеристического уравнения (4.6) с четными индексами, то есть $c_{11} = a_0, c_{21} = a_2, c_{31} = a_4$ и т.д.

2. Элементы второй строки таблицы – это коэффициенты характеристического уравнения (4.6) с нечетными индексами, то есть $c_{12} = a_1$, $c_{22} = a_3$, $c_{32} = a_5$ и т. д.

3. Элементы остальных строк определяются по формуле:

$$C_{ki} = C_{k+1, i-2} - r_i C_{k+1, i-1}, \quad (4.6)$$

где

$$r_i = \frac{C_{1, i-2}}{C_{1, i-1}}.$$

Условие устойчивости Рауса: для того чтобы система автоматического регулирования была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца таблицы Рауса были положительны:

$$c_{11} > 0, c_{12} > 0, c_{13} > 0 \dots c_{1i} > 0.$$

Если не все коэффициенты первого столбца положительны, то система неустойчива; число перемен знака в первом столбце таблицы Рауса определяет число правых корней характеристического уравнения.

Пример: Исследовать устойчивость системы автоматического регулирования с помощью критерия Рауса, если характеристическое уравнение имеет вид:

$$a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0,$$

где $a_0 = 1$; $a_1 = 6$; $a_2 = 21$; $a_3 = 44$; $a_4 = 62$; $a_5 = 52$; $a_6 = 24$.

Решение: Пользуясь формулой (4.6), составим таблицу коэффициентов Рауса (табл. 4.1):

Таблица 4.1.

Номер строки	Номер столбца			
	1	2	3	4
1	a_0	A_2	a_4	a_6
2	a_1	A_3	a_5	0
3	$a_2 - \frac{a_3}{a_1}$	$a_4 - \frac{a_5}{a_1}$	a_6	0
4	$a_3 - \frac{c_{32} \cdot a_1}{c_{31}}$	$a_5 - \frac{a_6 \cdot a_1}{c_{31}}$	0	0
5	$c_{32} - \frac{c_{31} \cdot c_{42}}{c_{41}}$	a_6	0	0
6	$c_{42} - \frac{c_{41} \cdot a_6}{c_{51}}$	0	0	0
7	a_6	0	0	0

Подставив соответствующие числовые значения, получим (табл.4.2):

Таблица 4.2.

Номер строки	Номер столбца			
	1	2	3	4
1	1	21	62	24
2	6	44	52	0
3	13,7	53,3	24	0
4	20,26	41,5	0	0
5	25,5	24	0	0
6	22,1	0	0	0
7	24	0	0	0

Так как все элементы первого столбца положительны, то система автоматического регулирования устойчива.

Критерий устойчивости Гурвица

Критерий устойчивости Гурвица - это критерий в форме определителей, составляемых из коэффициентов характеристического уравнения.

Главный определитель Гурвица строится из коэффициентов уравнения (4.5):

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}. \quad (4.7)$$

Определителей составляется n , где n - порядок уравнения линейной системы. Определители Гурвица низшего порядка получают из (4.7) отчеркиванием диагональных миноров:

$$\Delta_1 = a_1; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & a_k \end{vmatrix}. \quad (4.8)$$

Правила составления определителей Гурвица:

1. Характеристическое уравнение приводится к виду, при котором $a_n > 0$.
2. Число строк и столбцов определителя Δ_k равно k .

3. По диагонали располагаются коэффициенты характеристического уравнения от a_1 до a_k .

4. Слева от диагонали располагаются коэффициенты с убывающими индексами, справа - с возрастающими индексами. Левее a_0 пишутся 0.

5. Все коэффициенты с индексами, значения которых больше степени характеристического уравнения, замещаются нулями.

Критерий устойчивости Гурвица: линейная система устойчива, если все коэффициенты характеристического уравнения и все n определителей Гурвица положительны.

Таким образом, для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы:

$$\Delta_1 > 0; \Delta_2 > 0; \Delta_3 > 0; \dots \Delta_n > 0.$$

Раскрывая определители Гурвица для характеристического уравнения невысокого порядка, можно получить следующие уравнения устойчивости:

- для уравнения первого порядка:

$$a_0 p + a_1 = 0;$$

условие устойчивости $a_1 > 0, a_0 > 0$;

- для уравнения второго порядка:

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0;$$

условие устойчивости $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0$;

- для уравнения третьего порядка:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0;$$

условие устойчивости $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0$;

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \tag{4.9}$$

- для уравнения четвертого порядка

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0;$$

условие устойчивости $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0$,

$$(a_1 a_2 - a_0 a_3) a_3 - a_1^2 a_4 > 0. \tag{4.10}$$

Очевидно, что для линейных систем первого и второго порядка необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность коэффициентов характеристического уравнения. Для систем третьего и четвертого порядка кроме этого условия необходимо соблюдение дополнительных неравенств (4.9) и (4.10).

При $n > 5$ число дополнительных неравенств возрастает и применение критерия Гурвица становится трудоемким. Целесообразно применять другие известные критерии, например критерий устойчивости Ляпунова - Шипара.

Последний определитель Δ_n АС, которая описывается уравнением n -го порядка, равен $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$. Если все предыдущие определители положительны, то условие $\Delta_{n-1} = 0$ является условием границы устойчивости автоматической системы.

Используя критерий Гурвица при заданных параметрах системы, можно для одного неизвестного параметра определить его критическое значение, при котором система будет находиться на границе устойчивости.

Пример: Проверить устойчивость следящей системы по критерию Гурвица, если характеристическое уравнение имеет вид:

$$0,0003p^4 + 0,0337p^3 + 0,43p^2 + 51,2p + 24,8 = 0.$$

Решение: Обозначим коэффициенты характеристического уравнения:

$$a_0 = 0,0003; \quad a_1 = 0,0337; \quad a_2 = 0,43; \quad a_3 = 51,2; \quad a_4 = 24,8.$$

Все коэффициенты положительны. Для выполнения критерия Гурвица достаточно проверить, выполняется ли требование положительности определителя третьего порядка:

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_4 a_1^2 = 51,2(0,0337 \cdot 0,43 - 0,0003 \cdot 51,2) - \\ &- 24,8 \cdot 0,0003^2 = - 51,2 \cdot 0,0009 - 24,8 \cdot 0,0003^2 < 0. \end{aligned}$$

Следовательно, система неустойчива.

4.2.2. Частотные критерии устойчивости

Частотные критерии позволяют сравнительно легко исследовать устойчивость систем высокого порядка и дают представление о качестве процесса регулирования.

Критерий устойчивости Михайлова

Вспомним, что если в характеристическом уравнении системы постоянную p заменить на переменную $j\omega$, то получим функцию

переменного $j\omega$, где ω принимает значение от плюс бесконечности до минус бесконечности:

$$a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n = 0.$$

Примем во внимание, что $j^2 = -1$; тогда:

$(j\omega)^2 = -\omega^2$, $(j\omega)^3 = -j\omega^3$, $(j\omega)^4 = \omega^4$, $(j\omega)^5 = -j\omega^5$ и т.д., то есть четные степени $j\omega$ вещественны; все нечетные степени – мнимые.

Тогда вещественная часть равна:

$$U(\omega) = a_n - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 \dots ; \quad (4.11)$$

мнимая часть равна:

$$V(\omega) = \omega(a_1 - a_3\omega^2 + a_5\omega^4 \dots) \quad . \quad (4.12)$$

Модуль функции $A(j\omega)$ равен:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V(\omega)^2} \quad , \quad (4.13)$$

аргумент функции равен:

$$\varphi(\omega) = \arctg \left[\frac{V(\omega)}{U(\omega)} \right] \quad . \quad (4.14)$$

Критерий Михайлова: линейная система n -го порядка устойчива, если при изменении ω от 0 до бесконечности годограф Михайлова последовательно обходит n квадрантов комплексной плоскости против часовой стрелки, начинаясь в точке $(a_n, j0)$ на положительной вещественной полуоси и нигде не проходя через начало координат (рис. 4.1).

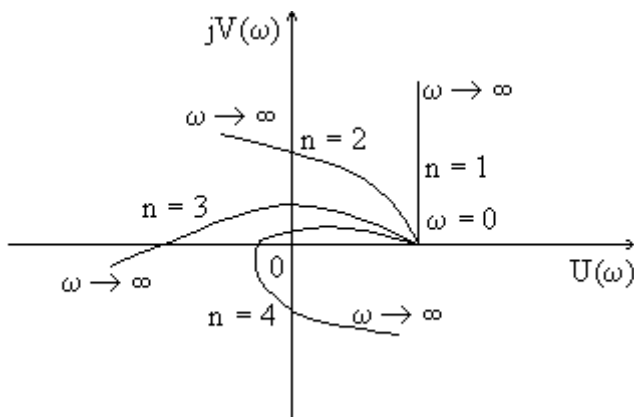


Рис. 4.1. Кривые Михайлова

Годограф Михайлова – кривая, которую описывает конец вектора функции $A(j\omega)$. Начало вектора находится в точке 0, конец вектора определяется координатами $U(\omega)$ и $V(\omega)$. Изменяется ω (ω – увеличивается), меняется модуль и фаза вектора.

Годограф Михайлова строят по точкам, задавая значениями ω в уравнениях (4.11) и (4.12), причем обязательно должны быть учтены все точки пересечения кривой с осями координат, получаемые как корни уравнений $U(\omega) = 0$ и $V(\omega) = 0$.

Начало годографа находится в точке с координатами, получаемыми из уравнений (4.11) и (4.12) при $\omega = 0$ [$U(\omega) = a_n$ и $V(\omega) = 0$], то есть точка находится на вещественной полуоси на расстоянии a_n от начала координат. При изменении ω от 0 до плюс бесконечности будут непрерывно меняться значения модуля $A(\omega)$ и фазы $\varphi(\omega)$. Если система устойчива и все n корней характеристического уравнения расположены в левой полуплоскости, то приращение фазы функции $A(j\omega)$ при изменении ω от 0 до плюс бесконечности будет равно $\varphi(\omega) = n \cdot \frac{\pi}{2}$, где n – степень характеристического уравнения.

Например, если характеристическое уравнение имеет 2 вещественных и 2 комплексных сопряженных корня в левой полуплоскости, то приращение фазы составит:

$$\varphi(\omega) = 4 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi.$$

Если система неустойчива, то часть корней расположена справа от мнимой оси, и тогда приращение фазы равно:

$$\varphi(\omega) = (n - m) \frac{\pi}{2} - m \cdot \frac{\pi}{2}, \quad (4.15)$$

где n – число корней уравнения; m – число корней, находящихся в правой полуплоскости.

У устойчивых систем годограф называется правильным, он имеет следующие особенности:

1. Состоит из 2 симметричных ветвей, соответствующих изменению ω от плюс бесконечности до минус бесконечности. (симметричны, так как вещественная часть $A(j\omega)$ – четная функция ω ; мнимая часть – нечетная функция). Достаточно исследовать одну ветвь годографа при изменении ω от 0 до плюс бесконечности.

2. Обе ветви начинаются в точке $U(\omega) = a_n$, $V(\omega) = 0$.

3. При изменении ω от 0 до плюс бесконечности кривая годографа поворачивается против часовой стрелки на угол $n \cdot \frac{\pi}{2}$,

поочередно обходя n квадрантов комплексной плоскости, где n – степень характеристического уравнения системы.

4. Модуль вектора годографа по всей длине должен быть отличным от 0, так как все корни характеристического уравнения устойчивой системы имеют отличную от 0 вещественную часть.

Если годограф обходит меньше, чем n квадрантов, или при обходе нарушается последовательность перехода его из квадранта в квадрант, то система неустойчива.

Если же годограф проходит через начало координат, то система находится на границе устойчивости.

Пример: Определить устойчивость системы, годограф которой приведен на рис. 4.2.

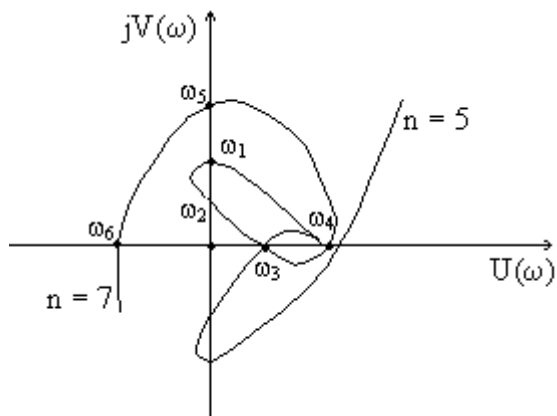


Рис. 4.2. Годограф системы

Система седьмого порядка: годограф из 1-го переходит во 2-й, затем в 4-й квадрант, потом в 1-й и затем последовательность обхода выполняется. Приращение фазы при изменении частоты от 0 до ω_1 $\Delta\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$; при изменении частоты от ω_1 до ω_2 $\Delta\varphi_2 = 0$, так как вектор поворачивается сначала на некоторый угол против часовой стрелки, а потом по часовой стрелке; при изменении частоты от ω_2 до ω_3 $\Delta\varphi$ меняется на угол 90 градусов, но по часовой стрелке, т.е. $\Delta\varphi_3 = -\frac{\pi}{2}$; далее $\Delta\varphi_4 = 0$; $\Delta\varphi_5 = \Delta\varphi_6 = \Delta\varphi_7 = \frac{\pi}{2}$.

Полное приращение:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + 0 - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot 3.$$

Система неустойчива, так как:

$$\frac{\pi}{2} \cdot n = \frac{\pi}{2} \cdot 7 > \frac{3\pi}{2}.$$

По годографу можно определить число корней, расположенных справа:

$$\frac{3\pi}{2} = (n - 2m) \frac{\pi}{2}$$

$$3 = 7 - 2m; \quad -2m = 3 - 7; \quad m = 2.$$

То есть два корня расположены справа. Система неустойчива.

Пример: Построить годографы Михайлова для системы автоматического регулирования, имеющей характеристическое уравнение вида:

$$T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + K = 0.$$

Проанализировать устойчивость, если параметры имеют следующие значения:

$$а) T_1 = 0,05с; \quad T_2 = 0,5с; \quad K = 2,2 (1/с);$$

$$б) T_1 = 0,05с; \quad T_2 = 0,5с; \quad K = 22 (1/с);$$

$$в) T_1 = 0,05с; \quad T_2 = 0,5с; \quad K = 220 (1/с).$$

Решение: Подставив в характеристическое уравнение $p = j\omega$, выделим вещественную и мнимую части:

$$U(\omega) = K - (T_1 + T_2) \omega^2,$$

$$V(\omega) = \omega - T_1 T_2 \omega^3.$$

Подставляя числовые значения параметров системы, получим:

$$а) U_1(\omega) = 2,2 - 0,55\omega^2$$

$$V_1(\omega) = \omega - 0,025\omega^3; \quad (4.16)$$

$$б) U_2(\omega) = 22 - 0,55\omega^2$$

$$V_2(\omega) = \omega - 0,025\omega^3; \quad (4.17)$$

$$в) U_3(\omega) = 220 - 0,55\omega^2$$

$$V_3(\omega) = \omega - 0,025\omega^3. \quad (4.18)$$

Задаваясь различными значениями ω , построим годограф Михайлова по формуле (4.16) (рис. 4.3, кривая 1).

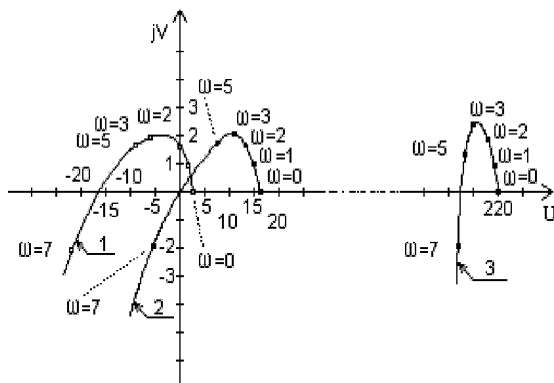


Рис. 4.3. Годографы Михайлова

При $n=3$ годограф последовательно обходит 3 квадранта против часовой стрелки. Это указывает на то, что при $K=2,2$ система устойчива.

На рис. 4.3, кривая 2 построен годограф Михайлова по формуле (4.17).

При $\omega = 6,32(1/c)$ годограф проходит через начало координат. Это значит, что при $K=22$ система автоматического регулирования находится на границе устойчивости.

При $K=220$ годограф Михайлова (рис. 4.3, кривая 3) проходит 1 и 4 квадрант, при этом нарушается последовательность обхода, что указывает на неустойчивость системы автоматического регулирования.

Критерий устойчивости Найквиста

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости линейной замкнутой системы по амплитудно–фазовой частотной характеристике разомкнутой системы.

Учитывая, что передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W(p) = \frac{K(p)}{H(p)},$$

где $K(p)$ – полином степени m ; $H(p)$ – полином степени n , получим передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_3(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} .$$

Знаменатель $1 + W(p)$ обозначим $F(p)$.

Тогда:

$$F(p) = 1 + \frac{K(p)}{H(p)} = \frac{H(p) + K(p)}{H(p)}, \quad (4.19)$$

где $[H(p) + K(p)]$ – характеристическое уравнение замкнутой системы, $H(p)$ – характеристическое уравнение разомкнутой системы.

Числитель функции (4.19) – характеристический многочлен передаточной функции замкнутой системы; знаменатель – характеристический многочлен разомкнутой системы. Заменяя p на $j\omega$, получим:

$$F(j\omega) = \frac{H(j\omega) + K(j\omega)}{H(j\omega)} . \quad (4.20)$$

Числитель $A(j\omega) = H(j\omega) + K(j\omega)$ – годограф Михайлова замкнутой системы; $H(j\omega)$ – годограф Михайлова разомкнутой системы.

В показательной форме:

$$\begin{aligned} A(j\omega) &= A(\omega) \cdot e^{j\varphi_A(\omega)}; & H(j\omega) &= H(\omega) \cdot e^{j\varphi_H(\omega)}; \\ F(j\omega) &= F(\omega) \cdot e^{j\varphi_F(\omega)}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

где

$$F(\omega) = \frac{A(\omega)}{H(\omega)}; \quad \varphi_F(\omega) = \varphi_A(\omega) - \varphi_H(\omega) . \quad (4.22)$$

При изменении частоты ω от 0 до бесконечности полное приращение фазы функции $\varphi_F(\infty) = \varphi_A(\infty) - \varphi_H(\infty)$.

Так как функция $F(j\omega)$ отличается от $W(j\omega)$ на 1, то для определения приращения фазы не нужно строить годограф $F(j\omega)$, так как кривая $F(j\omega)$ - это кривая $W(j\omega)$, если перенести начало координат по вещественной оси влево на 1. Перенос можно не выполнять, но тогда приращение фазы $F(j\omega)$ равно приращению фазы вектора, проведенного из точки $(-1, j0)$ к годографу $W(j\omega)$ при обходе концом этого вектора годографа $W(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до бесконечности (рис. 4.4).

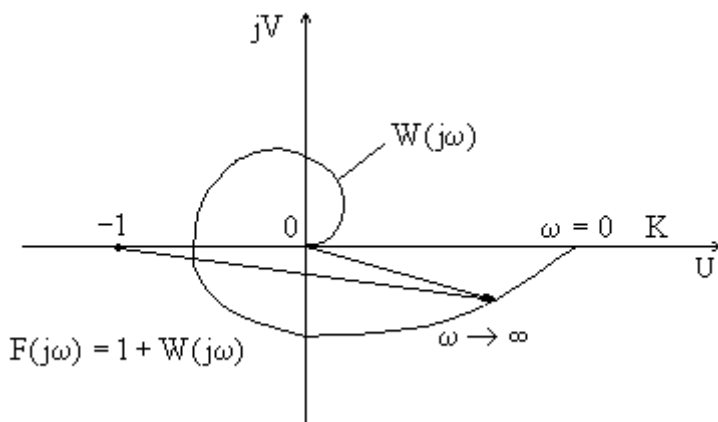


Рис. 4.4. Годограф устойчивой системы

Если разомкнутая система устойчива, то число правых корней равно 0 ($m=0$).

$$\varphi_A = \frac{\pi}{2} n; \quad \varphi_H = \frac{\pi}{2} n .$$

Замкнутая система устойчива, если приращение фазы функции $F(j\omega)$ при изменении ω от 0 до бесконечности равно 0 (годограф не охватывает начала координат)

$$\Delta\varphi_F = \Delta\varphi_A - \Delta\varphi_H = 0 .$$

Это возможно, если начало вектора $F(j\omega)$, т.е. точка $(-1, j0)$ находится вне годографа $W(j\omega)$. Т.е. если разомкнутая система

устойчива, то для обеспечения ее устойчивости в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы годограф разомкнутой системы не охватывал точку $(-1, j0)$.

Если АФЧХ разомкнутой системы охватывает точку $(-1, j0)$, то в замкнутом состоянии система неустойчива (рис. 4.5).

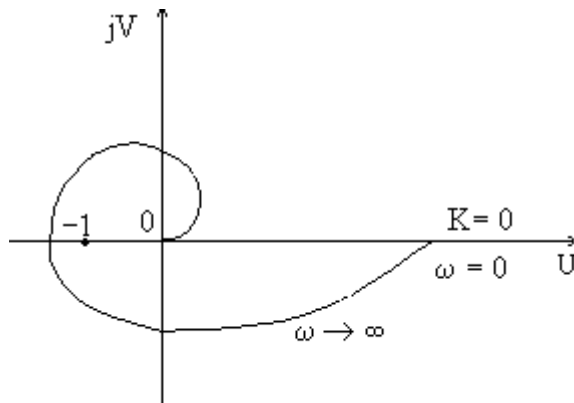


Рис. 4.5. Годограф неустойчивой системы

Приращение фазы вектора $F(j\omega)$ равно -2π (вектор поворачивается на один полный оборот при изменении ω от 0 до бесконечности). Система неустойчива, так как $-2\pi < m\pi = 0$ и АФЧХ охватывает точку $(-1, j0)$. Для работоспособности системы нужно, чтобы в замкнутом состоянии она была устойчивой. По критерию устойчивости Михайлова это условие записывается как:

$$\varphi_A(\infty) = n \frac{\pi}{2}.$$

В общем случае система в разомкнутом состоянии может быть неустойчива, но в замкнутом состоянии система должна быть устойчива.

Принимаем, что в разомкнутом виде система неустойчива, ее характеристическое уравнение $H(p)$ имеет m корней справа от мнимой оси; согласно (4.15) получаем:

$$\varphi_H(\infty) = (n - 2m) \frac{\pi}{2} .$$

Таким образом:

$$\varphi_F(\infty) = n \frac{\pi}{2} - (n - 2m) \frac{\pi}{2} = m\pi . \quad (4.23)$$

Это выражение обеспечивает отсутствие корней характеристического уравнения замкнутой системы справа от мнимой оси. Значит это необходимое и достаточное условие устойчивости системы.

Итак, замкнутая АС устойчива, если приращение фазы функции $F(j\omega)$ при изменении ω от 0 до бесконечности равно $m\pi$, где m – число корней характеристического уравнения разомкнутой системы, лежащих справа от мнимой оси.

Об устойчивости системы в разомкнутом состоянии можно судить по виду ее АФЧХ. Если устойчива разомкнутая система, вектор АФЧХ при $\omega = 0$ совпадает с положительным направлением вещественной полуоси на комплексной плоскости и при возрастании ω начинает свой поворот по часовой стрелке (рис. 4.4).

Если разомкнутая система неустойчива, то при $\omega = 0$ вектор АФЧХ совпадает с отрицательным направлением вещественной полуоси (рис. 4.6, а,б) (нечетное m), т.е. ФЧХ $\varphi(0) = -\pi$; либо совпадает с положительным направлением оси (четное m), но при возрастании частоты начинает свой поворот против часовой стрелки (рис. 4.6, в,г).

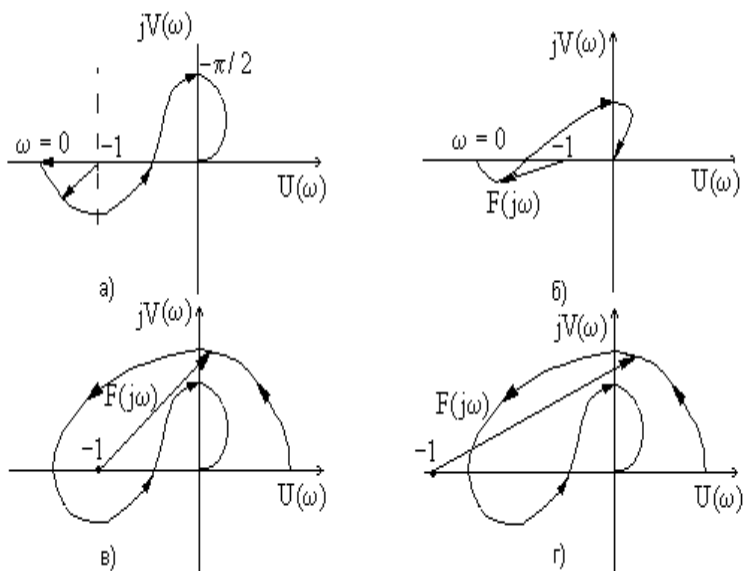


Рис. 4.6. Годографы неустойчивых систем

Для определения устойчивости по критерию Найквиста можно пользоваться логарифмическими амплитудной и фазовой характеристиками разомкнутой системы [7].

4.2.3. Определение устойчивости системы по логарифмическим частотным характеристикам

Для определения устойчивости по критерию Найквиста можно строить не амплитудно-фазовую характеристику, а логарифмическую амплитудную (ЛАЧХ) и фазовую (ЛФЧХ) характеристики разомкнутой системы.

ЛАЧХ строится по выражению :

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| .$$

ЛФЧХ строится по формуле :

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{V}{U} .$$

Для построения ЛАЧХ и ЛФЧХ используется стандартная сетка: по оси абсцисс – частота в декадах, по оси ординат – L и φ . При этом 0 децибел совмещают с -180° фазы (рис.4.7).

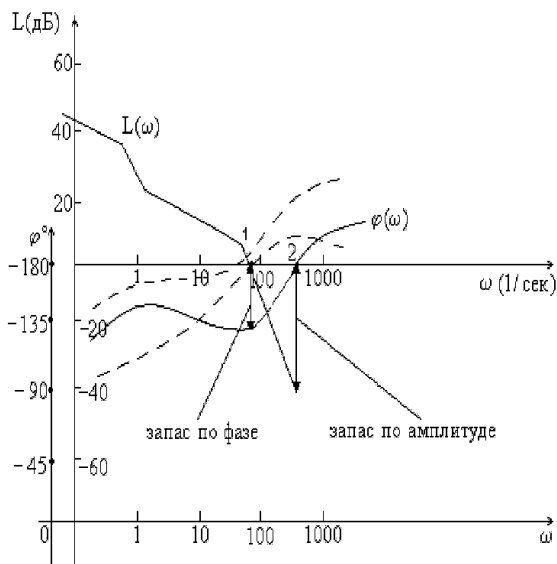


Рис.4.7. Логарифмические характеристики системы

Итак, разомкнутая система устойчива. Но в абсолютно устойчивых системах фазовый сдвиг -180° достигает значения только при модулях, меньше 1.

Это легко определить по виду ЛАЧХ и ЛФЧХ. Абсолютно устойчива система, если точка пересечения ЛАЧХ с осью 0 децибел (точка 1) лежит левее точки 2, где фазовый сдвиг -180° .

Если ЛФЧХ раньше пересечет ось ω , то система неустойчива. Если точки 1 и 2 совпадают – колебательная граница устойчивости.

Пример: Передаточная функция следящей системы в разомкнутом состоянии имеет вид:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_g p)(1+T_y p)},$$

где $K = 75 \text{ c}^{-1}$; $T_g = 0,02 \text{ c}$; $T_y = 0,005 \text{ c}$.

Определить устойчивость замкнутой системы по логарифмическим частотным характеристикам разомкнутой системы.

Решение: Устойчивость системы будем определять по асимптотической ЛАЧХ и ЛФЧХ. Частоты сопряжения асимптот равны:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_g} = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ c}^{-1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{T_y} = \frac{1}{0,005} = 200 \text{ c}^{-1}.$$

Низкочастотная асимптота пересекает ось частот при $\omega=K=75\text{c}^{-1}$. Строим асимптотическую ЛАЧХ (рис. 4.8).

Фазовая частотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \varphi_3(\omega),$$

где $\varphi_1(\omega) = -90^\circ$, $\varphi_2(\omega) = -\text{arctg}(\omega T_g) = -\text{arctg}(0,02\omega)$;

$\varphi_3(\omega) = -\text{arctg}(\omega T_y) = -\text{arctg}(0,005\omega)$.

Графики функций $\varphi_2(\omega)$ и $\varphi_3(\omega)$ строим с помощью шаблона. ЛФЧХ получаем сложением $\varphi_1(\omega), \varphi_2(\omega), \varphi_3(\omega)$ (рис.4.8).

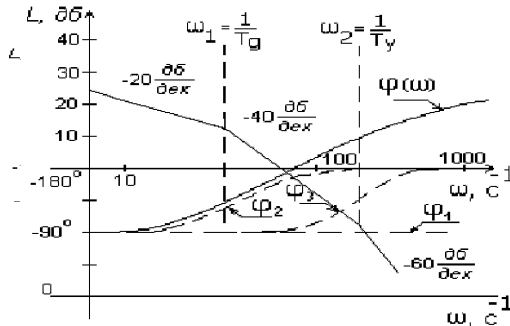


Рис. 4.8. Логарифмические характеристики системы

ЛФЧХ пересекает линию $\varphi = -180^\circ$ при отрицательных значениях асимптотической ЛАЧХ. Следовательно, замкнутая система устойчива. После построения ЛАЧХ определяем частоту среза разомкнутой системы $\omega_c = 60 \text{ с}^{-1}$. Значение фазы при частоте среза:

$$\varphi(\omega_c) = -90^\circ - \text{arctg}(0,02 \cdot 60) - \text{arctg}(0,005 \cdot 60) = -157^\circ > -180^\circ$$

Следовательно замкнутая система устойчива.

4.3. Запас устойчивости линейных систем

АФЧХ системы в зависимости от пересечения с вещественной осью относительно критической точки с координатами $(-1, j0)$ можно разделить на 2 типа:

1. Все точки пересечения АФЧХ с вещественной осью расположены справа от критической точки (кривая 1 рис. 4.9);
2. Все точки пересечения АФЧХ с вещественной осью расположены как слева, так и справа от критической точки (кривая 2 рис. 4.9).

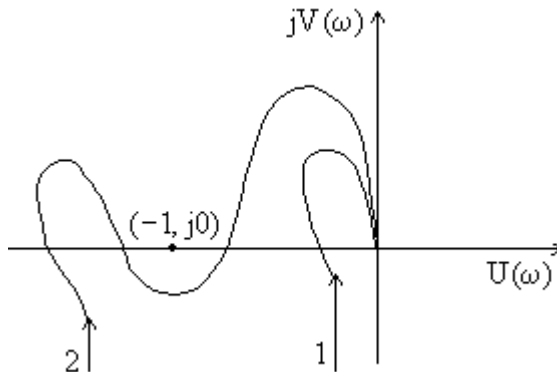


Рис. 4.9. Амплитудно–фазовые частотные характеристики линейной системы

В системах 1–го типа увеличение передаточного коэффициента K выше критического значения приводит к нарушению устойчивости, уменьшение ниже критического – к стабилизации системы.

Критическим значением передаточного коэффициента K называется значение, при котором АФЧХ проходит через критическую точку $(-1, j0)$, т.е. система находится на границе устойчивости.

В системах 2–го типа при увеличении K выше его критического значения система может превратиться из неустойчивой в устойчивую, а при уменьшении – из устойчивой в неустойчивую.

Можно выполнить анализ устойчивости по логарифмическим характеристикам и сформулировать требования, которым должны удовлетворять логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы, чтобы она была устойчива в замкнутом состоянии.

Определим запас устойчивости систем.

Итак, устойчивость системы зависит от расположения годографа $W(j\omega)$ разомкнутой системы относительно критической точки с координатами $(-1, j0)$. Чем ближе он к критической точке, тем ближе замкнутая система к границе устойчивости.

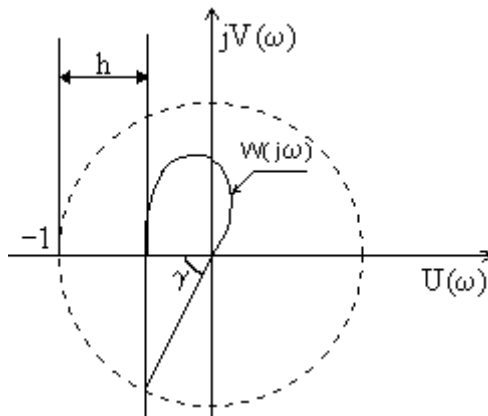


Рис. 4.10. Запас устойчивости системы

Для устойчивых систем удаление годографа $W(j\omega)$ от критической точки $(-1, j0)$ характеризуется запасом устойчивости по модулю и фазе. Минимальный отрезок действительной оси h , характеризующий расстояние между критической точкой и ближайшей точкой пересечения годографа $W(j\omega)$ с действительной осью, называют запасом устойчивости по модулю.

Минимальный угол, γ образуемый радиусом, проходящим через точку пересечения годографа $W(j\omega)$ с окружностью единичного радиуса (с центром в начале координат) и отрицательной полуосью действительной оси, называется запасом устойчивости по фазе (рис. 4.10).

По логарифмическим частотным характеристикам можно также определить запасы устойчивости системы по модулю и фазе (рис. 4.7).

Поэтому система обладает требуемым запасом устойчивости, если она, удовлетворяя условию устойчивости, имеет значение модуля вектора $W(j\omega)$, отличающееся от единицы не менее чем на заданное значение h (запас устойчивости по модулю), и угол поворота или фазу, отличающуюся от $(-\pi)$ не менее, чем на заданное значение γ .

4.4. Определение области устойчивости линейной системы

Рассмотренные критерии позволяют выяснить, устойчива ли система, когда все ее параметры (например, коэффициенты усиления, постоянные времени) заданы. Очень часто на практике задают все параметры системы, кроме одного–двух, которые могут изменяться, и определяют, при каких их значениях система будет устойчивой.

Для решения такой задачи нужно многократно строить годограф Михайлова или выполнять вычисления по критерию Гурвица, проводить анализ сложных и громоздких выражений. Целесообразнее построить область устойчивости в плоскости

параметров, причем уравнение границ и области устойчивости можно найти, пользуясь любым критерием устойчивости. Наиболее общий метод построения области устойчивости называется методом D-разбиения.

Пусть характеристическое уравнение имеет вид:

$$a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0 . \quad (4.24)$$

Все коэффициенты заданы, кроме a_0 и a_n . При некоторых фиксированных значениях a_0 и a_n уравнение (4.24) имеет на комплексной плоскости K корней слева и $(n - K)$ корней справа от мнимой оси. Изменение в определенных пределах значений коэффициентов a_0, a_n не вызывает изменения числа корней, расположенных слева и справа. Поэтому на плоскости a_0 и a_n можно выделить такую область, каждая точка которой определяет многочлен (4.24), также имеющий K корней слева и $(n - K)$ корней справа. Пусть эту область обозначим $D(K)$. Число K может иметь любое целое значение, и в области a_0, a_n можно указать области $D(K)$, соответствующие разным значениям K . Например, характеристическое уравнение 3-й степени, т.е. $n=3$; тогда могут быть указаны области $D(0), D(1), D(2), D(3)$. Область $D(3)$ будет областью устойчивости в пространстве коэффициентов. Если $D(3)$ не существует, то при любых значениях коэффициентов a_0, a_n при заданных значениях остальных коэффициентов уравнение не может иметь трех корней с отрицательной действительной частью слева от мнимой оси, т.е. система не может быть устойчивой.

Если 3 коэффициента не определены, т.е. a_0, a_1, a_n , то рассматривается трехмерное пространство с осями координат a_0, a_1, a_n .

Если большее число коэффициентов, то рассматривается многомерное пространство, область $D(K)$ выделяется гиперповерхностью. Разбиение пространства коэффициентов называют D – разбиением.

Пусть K корней полинома $a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$ лежат слева от мнимой оси. Если изменять значения коэффициентов a_i , то корни могут перейти в правую полуплоскость. Этот переход может выполняться через мнимую ось.

Переход в пространстве D – разбиения соответствует переходу через мнимую ось в плоскости корней. Отсюда метод определения границы D – разбиения, которую определяют заменой в полиноме λ на $j\omega$ и строят изменением ω от минус бесконечности до плюс бесконечности, т.е. граница D – разбиения есть отражение мнимой оси плоскости корней на пространство коэффициентов характеристического уравнения.

Аналогично можно построить D – разбиения пространства любых параметров, от которых зависят коэффициенты характеристического уравнения.

Рассмотрим построение области устойчивости в плоскости одного комплексного параметра.

Исследуем влияние 1-го параметра на устойчивость системы. Остальные параметры заданы.

Определим влияние параметра k . Характеристическое уравнение выражают относительно этого параметра, т.е. приводят к виду:

$$Q(\lambda) + k \cdot R(\lambda) = 0. \quad (4.25)$$

Отсюда

$$k = -\frac{Q(\lambda)}{R(\lambda)}.$$

Для построения области устойчивости принимают $\lambda = j\omega$; выделяют вещественную и мнимую части:

$$k = -\frac{Q(j\omega)}{R(j\omega)} = U(\omega) + jV(\omega).$$

Задавая различные значения частоты (от минус бесконечности до плюс бесконечности) строят в плоскости U, V (плоскости k) границу разбиения. При движении по мнимой оси от минус бесконечности до плюс бесконечности на комплексной плоскости область корней с отрицательными вещественными частями остается слева. При этом отличают направление движения от минус бесконечности до плюс бесконечности и заштриховывают левую часть кривой по отношению к этому движению.

В той части плоскости, в сторону которой направлены штрихи, находится отображение левой полуплоскости корней. Поэтому область устойчивости – только эта часть плоскости.

Но так как область устойчивости определяется для 1 параметра, то ее может и не быть. После нахождения области устойчивости рассматривают лишь действительные значения k .

Пример: Характеристическое уравнение системы имеет вид:

$$\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + k = 0.$$

Определим область устойчивости в плоскости параметра k .

Отсюда:

$$k = -\lambda^3 - \lambda^2 - \lambda.$$

Подставим $\lambda = j\omega$:

$$k = j\omega^3 + \omega^2 - j\omega = U + jV,$$

где $U = \omega^2$, $V = \omega^3 - \omega$.

Областью устойчивости будет заштрихованная область (рис. 4.11).

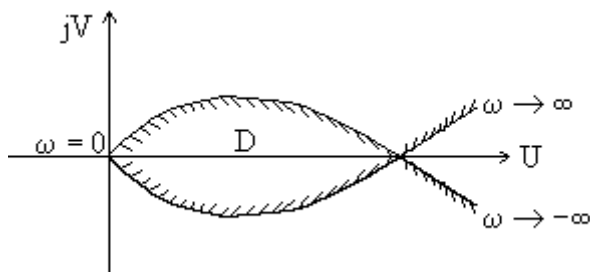


Рис. 4.11. Область устойчивости системы

В плоскости U и V строим область D – разбиения. При частоте $\omega=0$ $U=0$ и $V=0$; при $\omega=1$ $U=1$ $V=0$; при $\omega \rightarrow \infty$ $U \rightarrow \infty$ $V \rightarrow \infty$. Кривую границы области штрихуют слева при движении от $\omega = -\infty$ к $\omega = +\infty$. Выполним проверку.

Для этого выберем, например, граничную точку $k=0$.

Уравнение примет вид:

$$\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda = 0 \text{ или } \lambda(\lambda^2 + \lambda + 1) = 0.$$

Корни уравнения равны:

$$\lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

т.е. один корень нулевой, 2 корня левые.

Внутри области число корней левых должно быть на один больше, так как при этом происходит движение в сторону штриховки. Следовательно, этой области соответствуют полиномы, у которых 3 корня лежат слева от мнимой оси. Существенны только действительные значения k , принадлежащие области устойчивости. Они определяются отрезком оси U , лежащим внутри области D . Условию устойчивости отвечают значения $0 < k < 1$.

Основное условие работоспособности системы – устойчивость, но для нормального функционирования одной устойчивости недостаточно. Система должна удовлетворять определенным требованиям, предъявляемым к качеству работы. Качество работы АС характеризуется показателями качества, к которым относят,

например, показатели запаса устойчивости, которые мы рассмотрели ранее.

4. 5. Анализ качества линейных систем

4.5.1. Методы анализа качества системы

Задача анализа качества процесса регулирования заключается в нахождении показателей, которые характеризуют переходный процесс системы. Такие показатели называются первичными показателями качества, их используют при составлении технического задания на проектируемую АС. Они характеризуют, во–первых, статическую точность системы при некоторых типовых воздействиях, во–вторых, переходный процесс, в–третьих, точность системы при медленно изменяющихся сигналах.

Для оценки качества системы выбирают типовые воздействия, наиболее характерные или, наоборот, наиболее неблагоприятные: ступенчатые, единичные, дельта–функции, гармонические воздействия и т.д.

Качество работы САР определяется величиной ошибки, равной разности между требуемым и действительным значениями регулируемой величины :

$$\varepsilon(t) = g(t) - y(t).$$

Значение мгновенной ошибки в течение всего времени работы системы позволяет наиболее полно судить о свойствах САР.

Но в действительности из – за случайности задающего или возмущающего воздействий такой подход не может быть реализован.

Качество системы оценивается по свойствам, проявляющимся при воздействии типовых помех. Для этого используются критерии качества, которые можно разбить на 4 группы:

1. Критерии точности систем, использующие для оценки качества величину ошибки в различных типовых режимах.
2. Критерии, определяющие величину запаса устойчивости, т.е. устанавливающие насколько далеко от границы устойчивости находится система.

3. Критерии, определяющие быстродействие систем. Под быстродействием понимают быстроту реагирования системы на появление задающих и возмущающих воздействий. Наиболее просто быстродействие определяется по времени затухания переходного процесса.

4. Комплексные критерии, дающие оценку обобщенных свойств, которые могут учитывать точность, запас устойчивости, быстродействие.

Качество процесса регулирования можно оценить непосредственно по кривым переходного процесса, полученным экспериментально, или расчетным путем. С математической точки зрения вычисление переходного процесса – это нахождение решения дифференциального уравнения, которое описывает физические процессы в АС при заданных воздействиях, и анализ влияния параметров системы на это решение.

А это значит найти корни характеристического уравнения; определить связь произвольных постоянных с конструктивными параметрами системы и т.д.

Это довольно трудоемко, так же как при анализе устойчивости. При определении качества системы применяют приближенные методы определения переходных процессов, которые позволяют определить, находится ли переходный процесс внутри области допустимых по техническому заданию значений или выходит за пределы этой области без решения дифференциальных уравнений.

Основными методами определения переходных процессов и анализа качества линейных САУ являются:

1. Частотный;
2. Корневого годографа;
3. Логарифмического корневого годографа;
4. Интегральных оценок.

Коротко рассмотрим их.

1. *Частотный метод.* Основан на преобразовании Лапласа для регулируемой величины при чисто мнимых значениях аргумента $p = j\omega$, на связи частотных характеристик замкнутой (разомкнутой) системы и переходного процесса. Исходные данные – частотные характеристики, которые определяют экспериментально, без решения дифференциальных уравнений

всей системы в целом. Метод позволяет провести анализ динамики, решить вопросы синтеза корректирующих устройств; учесть особенность САР, которая заключается в том, что анализ системы в разомкнутом состоянии проще, чем в замкнутом; выполнить анализ устойчивости, качества системы любого порядка; решать вопросы анализа и синтеза системы при непрерывно изменяющихся воздействиях.

2. *Метод корневого годографа.* Основан на связи между расположением нулей и полюсов передаточной функции системы в разомкнутом и замкнутом состояниях и на изучении их перемещения в плоскости p при изменении параметров системы.

Если в процессе проектирования САР были получены характеристики переходного процесса, не соответствующие заданным, то изменением положения корней характеристического уравнения можно изменить показатели качества. Метод корневого годографа позволяет проанализировать, как меняются корни уравнения при изменении параметра системы от $-\infty$ до $+\infty$, и показывает, как нужно изменить эти корни для получения требуемых характеристик.

3. *Метод логарифмического корневого годографа.* Основан на анализе свойств замкнутой системы по логарифмическим частотным характеристикам разомкнутой системы.

4. *Метод интегральных оценок.* Использует определенные интегралы по времени от функции регулируемой величины или ошибки. Это аналитический метод, требующий больших числовых расчетов. Метод не требует знания корней характеристического уравнения.

Из перечисленных методов только частотный метод позволяет проводить оценку первичных показателей качества регулирования: времени переходного процесса, значения перерегулирования, числа перерегулирований.

Остальные методы дают косвенные оценки качества, например, показатель колебательности, степень устойчивости и т.д.

4.5.2. Частотный метод анализа качества регулирования

Первичные показатели качества системы – это параметры, с помощью которых можно охарактеризовать поведение системы в переходном процессе, вызванном типовым воздействием.

При ступенчатом воздействии и нулевых начальных условиях переходный процесс в системе характеризуется следующими показателями качества: установившееся значение выходного сигнала $y_{уст} = y(t)$, время переходного процесса (время регулирования) T_{mn} , положительное перерегулирование σ , число колебаний N выходного сигнала в течение переходного процесса.

Определения перечисленных показателей приведены ранее.

Показатели качества выбирают в зависимости от технических требований, предъявляемых к системе. Система обладает необходимым качеством, если она удовлетворяет заданным условиям качества, и переходный процесс не выходит из области допустимых значений.

Установим связь между частотными характеристиками системы и переходным процессом. Математической основой является преобразование Фурье, которое позволяет на основании дифференциальных уравнений с учетом начальных условий и приложенных воздействий получить частотные характеристики САР.

Если $g(t)$ – воздействие, $y(t)$ – регулируемая величина, то изменение регулируемой величины определяется как:

$$y(t) = y_n(t) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \cos(\omega t) d\omega ; \quad (4.26)$$

$$y(t) = y_n(t) - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos(\omega t) d\omega ; \quad (4.27)$$

где $y_n(t)$ – нерегулярная часть функции $y(t)$, которая при $t \rightarrow \infty$ является либо расходящейся, либо периодической величиной; $R(\omega)$ и $S(\omega)$ – вещественная и мнимая частотные характеристики процесса:

$$Y(j\omega) = R(\omega) + jS(\omega).$$

Формулы (4.26) и (4.27) можно переписать в виде:

$$\Delta y(t) = y(t) - y_n(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \cos(\omega t) d\omega ; \quad (4.28)$$

$$\Delta y(t) = y(t) - y_n(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos(\omega t) d\omega ; \quad (4.29)$$

где $\Delta y(t)$ – отклонения регулируемой переменной от нерегулярной составляющей переходного процесса.

Если функция $Y(j\omega)$ содержит только левые корни, т.е. нет особенностей в правой полуплоскости и на мнимой оси, то $y(t)$ имеет только регулярную составляющую и тогда:

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \cos(\omega t) d\omega ; \quad (4.30)$$

или

$$y(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos(\omega t) d\omega , \quad t > 0 . \quad (4.31)$$

Обобщенные частотные характеристики можно представить следующими формулами:

$$R(\omega) = U(\omega)U_B(\omega) - V(\omega)V_B(\omega) + U_H(\omega) ; \quad (4.32)$$

$$S(\omega) = U(\omega)V_B(\omega) + V(\omega)U_B(\omega) + V_H(\omega) ; \quad (4.33)$$

где $U(\omega), V(\omega)$ – вещественная и мнимая частотные характеристики системы; $U_B(\omega), V_B(\omega)$ – вещественная и мнимая частотные характеристики воздействий; $U_H(\omega), V_H(\omega)$ – вещественная и мнимая частотные характеристики начальных условий.

При единичном воздействии $g(t) = 1(t)$ и нулевых начальных условиях функции $R(\omega)$ и $S(\omega)$, входящие в формулы (4.32) и

(4.33), равны вещественной и мнимой частотным характеристикам системы:

$$R(\omega) = U(\omega), \quad S(\omega) = V(\omega). \quad (4.34)$$

Таким образом, при вычислении переходного процесса первым шагом является определение частотных характеристик системы $U(\omega)$ и $V(\omega)$.

Частотный метод анализа качества регулирования позволяет по свойствам обобщенной частотной характеристики $R(\omega)$, не вычисляя интеграла (4.30), судить о том, удовлетворяет ли функция $y(t)$ условиям качества регулирования.

С учетом (4.34) формула (4.30) для переходного процесса принимает вид:

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} U(\omega) \cos(\omega t) d\omega. \quad (4.35)$$

Эта формула широко используется на практике. О качестве регулирования без вычисления переходной функции можно судить по свойствам вещественной частотной характеристики $U(\omega)$. Рассмотрим некоторые из них.

1. Достаточно близким переходным процессам соответствуют близкие частотные характеристики.

2. При анализе САР нет необходимости исследовать ее во всем интервале частот от 0 до $+\infty$. Достаточно ограничиться полосой пропускания. Начиная с ω_n верно соотношение

$$\left| \frac{U(\pi)}{V(0)} \right| < 0.1, \dots, 0.2.$$

Поэтому при $\omega > \omega_n$ вид $U(\omega)$ не принимается во внимание.

3. Установившееся значение $Y_{уст}$ переходной функции $y(t)$ равно начальной ординате $U(0)$ функции $U(\omega)$.

4. Если $U_1(\omega)$ и $U_2(\omega)$ отличаются только масштабом по оси частот, [$U_2(\omega)$ более полого, чем $U_1(\omega)$], то характеристика $Y_2(t)$, соответствующая $U_2(\omega)$, затухает быстрее $Y_1(t)$,

соответствующей $U_1(\omega)$ во столько раз, во сколько масштаб $U_2(\omega)$ по оси частот больше масштаба $U_1(\omega)$. Или чем шире диапазон частот вещественной частотной характеристики $U(\omega)$, тем быстрее завершится переходный процесс $y(t)$ (рис. 4.12).

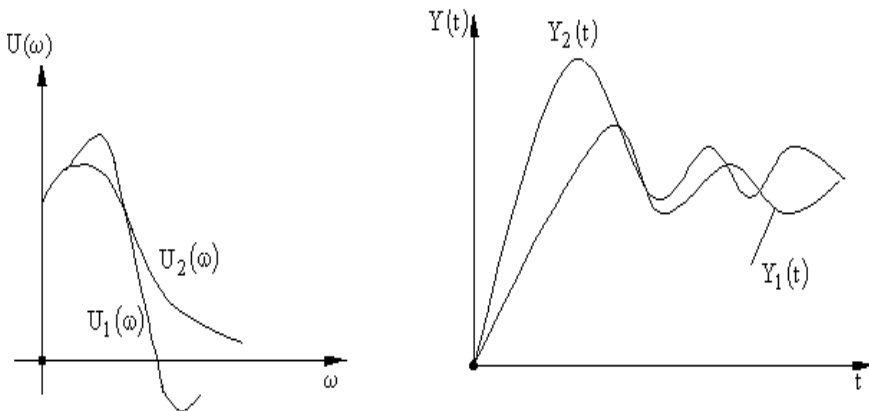


Рис. 4.12. Частотные характеристики и соответствующие им переходные процессы

5. Время переходного процесса будет тем меньше, чем шире вещественная частотная характеристика.

6. Если вещественная частотная характеристика $U(\omega)$ в точке $\omega = \omega_1$ имеет разрыв непрерывности, т.е. $U(\omega_1) = \infty$, то система находится на границе устойчивости, в ней происходят незатухающие гармонические колебания с частотой ω_1 . Наличие экстремумов в частотной характеристике $U_2(\omega)$ говорит о наличии медленно затухающих колебаний (рис. 4.13). Качество процесса улучшится, если уменьшить крутизну характеристики и исключить экстремумы.

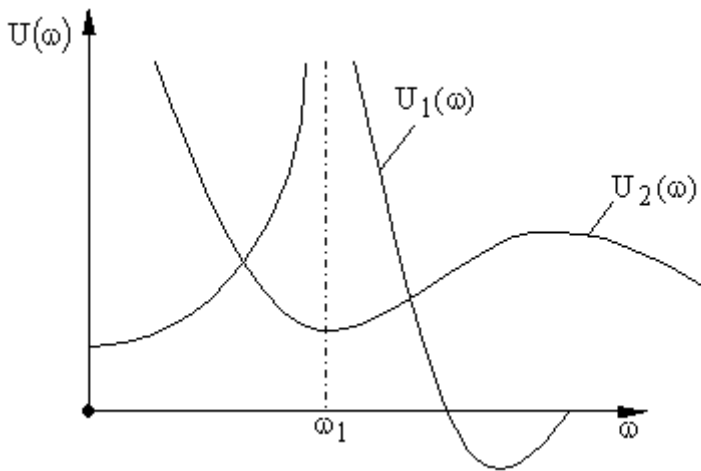


Рис. 4.13. Вещественная частотная характеристика системы, находящейся на границе устойчивости

7. Если вещественная частотная характеристика $U(\omega)$ положительна на интервале $[0, \omega_n]$, то время переходного процесса $T_{\text{пн}}$ больше, чем π / ω_n , т.е.

$$T_{\text{пн}} > \frac{\pi}{\omega_n} . \quad (4.36)$$

8. Если вещественная частотная характеристика $U(\omega)$ положительна и представляет невозрастающую функцию частоты $U(\omega) \geq 0$; $\frac{dU}{d\omega} \leq 0$ при всех ω , то перерегулирование не превышает 18 %.

9. Если производная $\frac{dU}{d\omega}$ — отрицательная неубывающая непрерывная функция, то процесс монотонен и время регулирования равно

$$T_{\text{прп}} > \frac{4\pi}{\omega_n} , \quad (4.37)$$

где ω_n – частота, определяющая интервал, где вещественная частотная характеристика положительна (рис. 4.14).

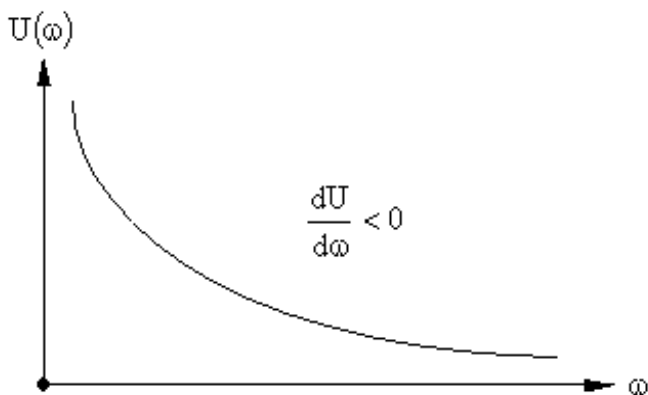
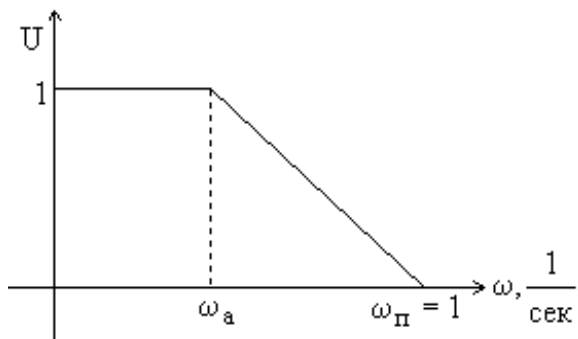


Рис. 4.14. Вещественная характеристика, которой соответствует монотонный переходной процесс.

Вернемся к формуле (4.35), которая позволяет определить реакцию системы на единичный скачок по частотной передаточной функции (вернее, её вещественной части).

Однако интегрирование представляет большие трудности. Поэтому обычно используется приближенное решение задачи. Для этой цели вводится понятие типовой трапецеидальной вещественной характеристики.



Единичная трапеция имеет высоту, равную 1, и частоту среза ω_n , равную $1 \frac{1}{\text{сек}}$. Единичная трапеция характеризуется частотой излома, которая может быть задана в виде коэффициента наклона трапеции:

$$\chi = \frac{\omega_a}{\omega_n}.$$

Для единичных трапеций с различными коэффициентами наклона может быть найден оригинал, т.е. функция времени. Эта функция получила название h – функции. В литературе приводятся таблицы h – функции для различных коэффициентов наклона, лежащих в пределах $0 < \chi < 1$.

По этой таблице для каждого коэффициента наклона единичной трапеции может быть построена функция времени $h(\bar{t})$, где \bar{t} – безразмерное время, соответствующее трапецеидальной характеристике.

Метод построения кривой переходного процесса заключается в том, что:

1. Построенную вещественную характеристику исследуемой системы разбивают на ряд трапеций, заменяя приближенно кривые линии прямоугольными отрезками так, чтобы при сложении всех ординат трапеций получилась исходная характеристика.

2. Затем для каждой трапеции определяется коэффициент наклона. При известном коэффициенте наклона по таблицам могут быть построены h – функции для каждой трапеции.

3. Кривая переходного процесса может быть получена суммированием построенных h – функций с учетом правил масштабов.

Правила масштабов:

- перед сложением ординаты каждой h – функции необходимо умножить на высоту соответствующей трапеции, т.к. h – функция построена для единичной трапеции. При этом необходимо учитывать знак высоты, считая высоту положительной для трапеции, расположенной выше оси абсцисс.

- перед сложением необходимо изменить масштаб времени каждой трапеции, имеющей частоту среза $\omega_{\Pi} = 1 \text{сек}^{-1}$. Изменение масштаба времени делается в соответствии с теоремой подобия.

Действительное время равно времени \bar{t} , приведенному в таблице h – функции, деленному на частоту среза соответствующей трапецеидальной характеристики:

$$t = \frac{\bar{t}}{\omega_{\Pi}}.$$

Пример: Построить кривую переходного процесса по известной вещественной характеристике системы (рис. 4.15).

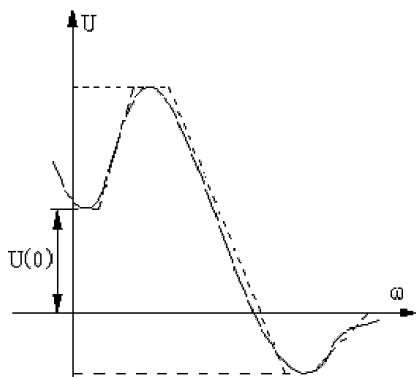


Рис. 4.15. Вещественная характеристика системы

Решение: Разобьем характеристику на 3 трапеции (рис. 4.16).

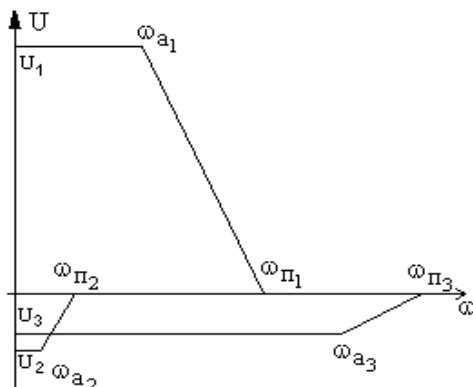


Рис. 4.16. Трапеции

Определим коэффициенты наклона трапеций :

$$\chi_1 = \frac{\omega_{a_1}}{\omega_{n_1}}, \quad \chi_2 = \frac{\omega_{a_2}}{\omega_{n_2}}, \quad \chi_3 = \frac{\omega_{a_3}}{\omega_{n_3}},$$

U_1, U_2, U_3 - высоты трапеций.

По таблицам h - функций с учетом правил масштабов определяем отдельные составляющие переходного процесса, соответствующие трапециям (рис. 4.17).

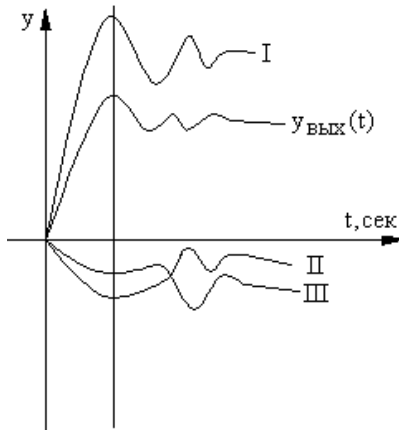


Рис. 4.17. Кривая переходного процесса

Кривая переходного процесса $y(t)$ получается суммированием отдельных кривых ($y_{\text{ВЫХ}} = y_1 + y_2 + y_3$).

4.6. Синтез корректирующих устройств линейных систем

Обеспечение запаса устойчивости и требуемого качества процесса регулирования является главным требованием при проектировании САР.

Для повышения запаса устойчивости проектируемой системы необходимо рациональным образом изменять ее параметры: коэффициенты передачи отдельных звеньев, постоянные времени и т.д.

При невозможности решить задачу в рамках имеющейся системы используется введение в систему регулирования

корректирующих средств, способных изменить динамику всей системы в нужном направлении [2, 19].

Требуемое быстродействие обеспечивается при проектировании системы выбором соответствующих элементов цепи регулирования (исполнительных элементов, усилителей, серводвигателей и т.п.). Однако повышение быстродействия системы возможно также применением корректирующих устройств.

Корректирующие устройства представляют собой динамические звенья различной физической природы и включаются в состав системы регулирования:

1. Последовательно (включают последовательно с усилительно–преобразующим устройством и объектом регулирования);
2. Параллельно (включают параллельно усилительно–преобразующему устройству);
3. В цепи обратной связи (включают встречно–параллельно, охватывая усилительно–преобразующие устройства в качестве элемента местной обратной связи).

В соответствии со способом включения различают последовательные и параллельные корректирующие устройства. Последовательные корректирующие устройства включают в цепь сигнала ошибки системы регулирования, а параллельные корректирующие звенья – в цепи местных обратных связей.

К корректирующим устройствам, применяемым в системах регулирования, предъявляются следующие требования:

1. Выходное сопротивление корректирующего устройства должно быть согласовано с последующими каскадами усилителя или другими цепями.
2. При использовании корректирующих устройств отношение помехи к полезному сигналу не должно чрезмерно возрастать.
3. Корректирующие устройства, построенные на активных элементах, должны иметь минимальный дрейф выходного напряжения и обладать минимумом собственных шумов.
4. Зона линейности корректирующих устройств должна быть согласована с зонами линейности остальных элементов системы.

Способы включения корректирующих устройств приведены на рис. 4.18.

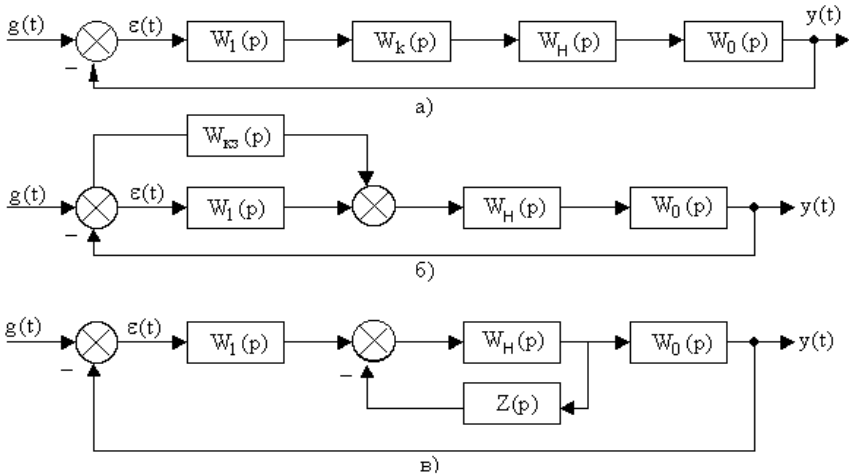


Рис. 4.18. Способы включения корректирующих устройств:
 а – последовательное, б – параллельное, в – в цепи обратной связи

Система состоит из последовательно соединенных объекта и неизменной части с передаточными функциями $W_0(p)$ и $W_H(p)$; последовательного корректирующего устройства (ПКУ) с передаточной функцией $W_k(p)$; корректирующей обратной связи (КОС) с передаточной функцией $Z(p)$, охватывающей звено $W_H(p)$; параллельного корректирующего звена $W_{кз}(p)$.

Передаточная функция системы регулирования, разомкнутой в месте измерения ошибки, включающей последовательное корректирующее устройство и корректирующую обратную связь, имеет вид:

$$W(p) = W_k(p) \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)Z(p)} W_0(p) \quad (4.38)$$

Передаточные функции $W_H(p)$, $W_0(p)$ заданы в виде аналитических выражений или соответствующих им частотных характеристик. Задача заключается в определении таких передаточных функций $W_k(p)$ и $Z(p)$, при которых система обладала бы необходимыми показателями качества. Этими

показателями могут быть статическая точность системы, время переходного процесса, величина перерегулирования, запас устойчивости системы по фазе.

При синтезе системы не обязательно задают все показатели одновременно, можно учитывать лишь некоторые из них. Последовательное корректирующее устройство (ПКУ) с передаточной функцией W_K включают непосредственно после датчика рассогласования или же после предварительного усилителя. Последний вариант наиболее перспективный, так как уровень сигнала рассогласования весьма мал, а корректирующее устройство снижает чаще всего уровень сигнала. Поэтому при первом варианте включения последовательного корректирующего устройства необходимо иметь предварительный усилитель с более высокой чувствительностью.

Для коррекции систем регулирования наиболее широко применяются линейные электрические корректирующие устройства (ЛКУ), которые делятся на устройства постоянного и переменного тока, пассивные и активные [20].

Применение ПКУ наиболее удобно в системах, у которых сигнал управления представляет собой напряжение постоянного тока. В цепях постоянного тока ПКУ выполняют как пассивные RLC-контурные (четырёхполосники). Еще большие возможности дают активные электрические четырёхполосники постоянного тока. При параллельно-встречном включении корректирующего устройства (корректирующее устройство является обратной связью) передаточная функция участка цепи с параллельным корректирующим устройством равна:

$$W'_n(p) = \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)Z(p)} . \quad (4.39)$$

Обычно в достаточно широком диапазоне частот справедливо неравенство:

$$|W'_n(j\omega)Z(j\omega)| \gg 1 . \quad (4.40)$$

В этом случае

$$W'_n(j\omega) \approx \frac{1}{Z(j\omega)} . \quad (4.41)$$

Таким образом, при удовлетворении неравенства (4.40) свойства участка цепи с КОС определяются только лишь свойствами этого корректирующего устройства. Достоинство такого включения в том, что его КОС подключен к выходу исполнительного элемента или усилителя мощности, то есть к выходу мощного элемента с высоким уровнем сигнала. Поэтому в качестве параллельных корректирующих устройств могут быть использованы даже достаточно мощные элементы.

Корректирующие обратные связи делятся на жесткие и гибкие. Жесткая обратная связь (ЖОС) действует на систему как в переходном, так и в установившемся режиме, то есть $W_{\text{жос}}(0) \neq 0$, и реализуется она безинерционным или инерционным звеном. Гибкая обратная связь (ГОС) действует лишь в переходных режимах, реализуется она чисто дифференцирующим звеном с передаточной функцией:

$$W(p) = Kp$$

или инерционно–дифференцирующим звеном:

$$W(p) = \frac{Kp}{Tp+1} .$$

Предположим, что звено с передаточной функцией W_H охвачено отрицательной обратной связью с передаточной функцией $Z(p)$. Тогда эквивалентная передаточная функция этого участка цепи:

$$W_3 = \frac{W_H(p)}{1 + W_H(p)Z(p)} . \quad (4.42)$$

Наиболее характерны следующие случаи. Пусть аperiodическое звено охвачено жесткой обратной связью, т.е.

$$W = \frac{K}{Tp+1} \quad \text{и} \quad W_{\text{ос}} = K_0 .$$

В этом случае

$$W_3 = \frac{K}{(T_p + 1 + KK_0)} = \frac{K_3}{T_3 p + 1}, \quad (4.43)$$

$$\text{где } K_3 = \frac{K}{1 + KK_0}, \quad T_3 = \frac{T}{1 + KK_0}.$$

Таким образом, ЖОС не изменяет структуру апериодического звена, но уменьшает его инерционность, т.е уменьшает постоянную времени. Одновременно уменьшается передаточный коэффициент звена.

Если обратная связь гибкая, то есть $W(p) = K_0 p$, то

$$W_3 = \frac{K}{T_p + 1 + KK_0 p} = \frac{K}{T_3 p + 1}, \quad (4.44)$$

где $T_3 = T + KK_0$.

Следовательно, гибкая отрицательная обратная связь не изменяет структуру и не влияет на передаточный коэффициент апериодического звена. Она лишь увеличивает постоянную времени этого звена.

В [5] показано, что жесткая обратная связь превращает интегрирующее звено в апериодическое, а гибкая – не изменяет структуру интегрирующего звена, но уменьшает его передаточный коэффициент (увеличивает постоянную времени интегрирования).

Из рассмотренных примеров можно сделать вывод, что простейшие отрицательные обратные связи могут существенно изменять свойства типовых динамических звеньев.

Параллельное включение корректирующих устройств (прямое параллельное включение) оказывается удобным, так как при меньшей сложности обеспечивает нужное преобразование сигнала управления. Пусть $W_1(p) = K_1$, $W_{k3} = -\frac{K_{k3}}{(T_p + 1)}$. Передаточная

функция данного участка цепи записывается:

$$W_1' = W_1 + W_{k3} = \frac{K_1'(T_1'p + 1)}{Tp + 1},$$

$$\text{где } K_1' = K_1 - K_{k3}, \quad T_1' = \frac{K_1 T}{K_1 - K_{k3}}.$$

То есть при малой разности $(K_1 - K_{k3})$ получаем реальное форсирующее звено с большой постоянной времени дифференцирования. Уменьшение передаточного коэффициента этого участка цепи должно быть скомпенсировано соответствующим увеличением передаточного коэффициента усилителя.

Синтез корректирующих устройств ведется в следующей последовательности:

1. Определяют требуемое значение передаточной функции $W_k(p)$ последовательного корректирующего устройства.
2. Выясняют, при каких значениях передаточных функций $Z(p)$ параллельного корректирующего устройства и $W_k(p)$ последовательного корректирующего устройства будет получен тот же эффект.
3. Выбор типа корректирующего устройства.

Составим формулы для такого расчета. Для этого определим передаточные функции разомкнутой цепи для трех отдельных случаев включения корректирующих устройств (последовательное, параллельно-встречное и параллельное) и приравняем эти выражения друг к другу. Получаем:

$$WW_k = \frac{W}{(1 + W_H Z)} = W \left(1 + \frac{W_{k3}}{W_1} \right), \quad (4.45)$$

где $W = W_0 W_I W_H$.

Из (4.45) определяют формулы перехода от одного вида корректирующего устройства к другому:

$$\left. \begin{aligned} W_k &= \frac{1}{(1+W_H Z)} = \frac{1}{1 + \frac{W_{k3}}{W_1}} \\ Z &= \frac{1+W_k}{W_H W_k} = -\frac{W_{k3}}{W_H (W_1 + W_{k3})} \\ W_{k3} &= W_1 (W_k - 1) = -\frac{W_H W_1 Z}{1+W_H Z} \end{aligned} \right\} \cdot \quad (4.46)$$

Если значение $Z(p)$ оказывается отрицательным, то параллельное корректирующее устройство должно включаться в виде положительной обратной связи. При отрицательном значении W_{k3} выходной сигнал прямого параллельного корректирующего устройства должен вычитаться из выходного сигнала участка W_1 .

Корректирующие устройства являются основным способом повышения качества линейных систем.

Составим формулы для замены последовательного корректирующего устройства двумя: последовательным и параллельным устройствами.

Пусть определена передаточная функция W_k последовательного корректирующего устройства (рис. 4.18, а), при которой система имеет требуемые динамические свойства. Считаем W_k сложной. Попытаемся создать два корректирующих устройства: последовательное и параллельное (рис. 4.19).

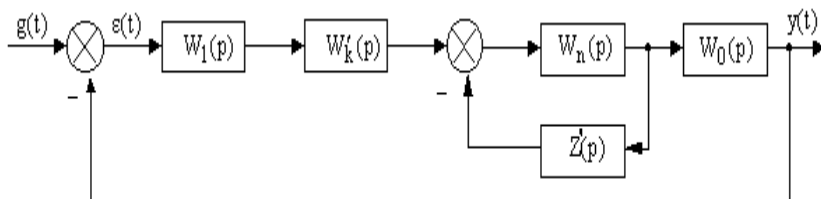


Рис. 4.19. Схема системы с корректирующими устройствами

Определим передаточные функции разомкнутой цепи каждой из этих систем, приравняем их друг к другу:

$$WW_k = \frac{WW'_k}{1 + W_H Z'} . \quad (4.27)$$

Из (4.27) следует

$$W'_K = W_K (1 + W_H Z') , \quad (4.28)$$

$$Z' = \frac{W'_K - W_K}{W_H W_K} . \quad (4.29)$$

С учетом приведенных формул можно выбрать Z' и по (4.29) определить передаточную функцию последовательного корректирующего контура W'_K или же выбрать W'_K и определить передаточную функцию параллельного звена Z' по формуле (4.28).

Для синтеза КУ наиболее приемлемы логарифмические характеристики, т. к. их построение практически не требует вычислений.

Процесс синтеза включает в себя следующие операции:

1. Построение желаемой ЛАЧХ $L_{Ж}(\omega)$ на основе требований, предъявляемых к проектируемой системе.

При построении нужно быть уверенным, что вид амплитудной характеристики обеспечивает характер переходных процессов. Передаточная функция не должна иметь нулей и полюсов в правой полуплоскости.

2. Построение располагаемой ЛАЧХ $L_0(\omega)$ – характеристики исходной системы регулирования (т. е. системы из регулируемого объекта и регулятора, не снабженной никакими КУ).

3. Определение вида параметров корректирующего устройства. Наиболее просто определяется корректирующее последовательное устройство. Если ЛАЧХ желаемая - $L_{Ж}(\omega)$, располагаемая - $L_0(\omega)$, $L_{КЗ}$ - характеристика КУ, то

$$L_{Ж}(\omega) = L_0(\omega) + L_{КЗ}(\omega) .$$

Отсюда

$$L_{Ж}(\omega) - L_0(\omega) = L_{КЗ}(\omega) .$$

4. Техническая реализация корректирующих устройств. По виду ЛАЧХ нужно подобрать схему и параметры корректирующего звена. Пересчет последовательного звена в параллельное или эквивалентную обратную связь можно выполнить по выше приведенным формулам.

5. Проверочный расчет и построение переходного процесса. В случае необходимости система может быть исследована вместе с КУ обычным методом анализа.

Контрольные вопросы

1. Устойчивость системы.
2. Необходимое и достаточное условие устойчивости системы.
3. Критерий устойчивости Рауса.
4. Критерий устойчивости Гурвица.
5. Критерий устойчивости Михайлова.
6. Критерий устойчивости Найквиста.
7. Определение устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам.
8. Запас устойчивости системы.
9. Определение области устойчивости системы по методу D – разбиений.
10. Критерии качества процесса регулирования.
11. Определение показателей качества регулирования частотным методом.
12. Способы коррекции автоматических систем.
13. Методика синтеза корректирующих устройств.

5. НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Нелинейные системы существенно отличаются от линейных систем с точки зрения передачи и преобразования сигналов управления тем, что передаточный коэффициент нелинейного звена зависит от значения входного сигнала. Эта особенность не допускает применения рассмотренных ранее методов расчета линейных САУ к нелинейным системам. Разработаны специальные методы анализа нелинейных систем – методы фазовой плоскости и гармонической линеаризации, методы определения параметров автоколебаний.

Система автоматического управления называется нелинейной, если описывается нелинейными уравнениями [1, 18].

В принципе все реальные системы нелинейны. Линейные системы – это модели (идеализированные) реальных САУ. Во многих случаях идеализация допустима. Чаще всего изучение системы по ее линейной модели допустимо на первом этапе.

Нелинейность, которая допускает обычную линеаризацию, называется несущественной.

В противном случае нелинейность называется существенной.

Один и тот же элемент можно рассматривать как линейный, так и нелинейный.

Например, элемент, имеющий характеристику с насыщением, при малых значениях входной величины X является линейным; при больших значениях – элемент нелинейный (рис. 5.1) Элемент, имеющий характеристику с зоной нечувствительности, при малых входных величинах нелинеен, при больших значениях X элемент линеен (рис. 5.2).

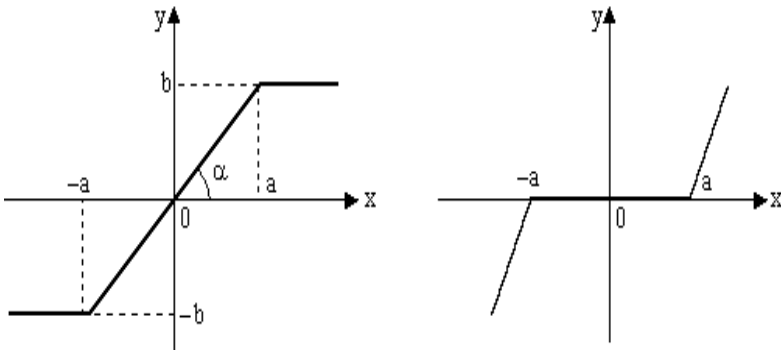


Рис. 5.1. Статическая характеристика с насыщением
нечувствительности

Рис. 5.2. Статическая характеристика с зоной

Для нелинейных систем принцип суперпозиции не применим, поэтому реакцию САУ на воздействие нельзя рассматривать как сумму составляющих отдельных компонентов. В нелинейных САУ могут быть устойчивые колебания. Возможны несколько режимов незатухающих колебаний, которые зависят от величины начальных отклонений.

Для определения свойств нелинейной системы нужно знать характеристики элементов, величину ожидаемых входных воздействий, область вероятных начальных условий. Нелинейности в системе с линейной структурой приводят к ухудшению качества работы системы – увеличиваются ошибки в переходном и установившихся режимах, ухудшаются условия устойчивости. Но нужно отметить, что иногда систему специально формируют с нелинейной структурой для того, чтобы улучшить динамические свойства; специально конструируют нелинейные системы с качеством управления выше, чем у линейных систем.

Две основные задачи при исследовании нелинейных систем :

1. Исследование влияния нелинейностей на процессы в системах с линейной структурой.

2. Исследование существенно нелинейных систем.

При решении задач возникают вопросы анализа САУ и САР и синтеза системы с желаемыми динамическими свойствами.

5.1. Нелинейные элементы

Нелинейный элемент имеет нелинейную статическую характеристику. Существует огромное количество нелинейных характеристик, среди которых можно выделить типовые характеристики. Таким типовым характеристикам придают специализированную форму, упрощая анализ без внесения существенных погрешностей.

Рассмотрим основные виды характеристик нелинейных элементов, встречающихся в САУ и САР.

Например, звено с характеристикой с зоной нечувствительности (рис. 5.2). Такая характеристика присуща

электрическому двигателю, у которого входная величина – напряжение, приложенное к якорю; выходная величина – угловая скорость. Зона нечувствительности имеется в области малых значений входного напряжения.

Статическая характеристика выражается следующими уравнениями:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{при } |x| \leq a \\ k(x + a), & \text{при } x < -a \\ k(x - a), & \text{при } x > a \end{cases} \quad (5.1)$$

где k – коэффициент усиления звена, определяется наклоном характеристики. Зона нечувствительности равна $2a$.

На рис.5.1 приведена характеристика звена с ограничением (насыщением), это характеристика практически всех реальных усилителей (электронных, магнитных и пр.). Связь между входной и выходной величинами можно записать уравнениями:

$$y = \begin{cases} b, & \text{при } x > a \\ \frac{bx}{a}, & \text{при } |x| \leq a \\ -b, & \text{при } x < -a \end{cases} \quad (5.2)$$

Статическая характеристика звена с зоной нечувствительности и ограничением – при малых входных сигналах это звено с зоной нечувствительности; при больших сигналах можно рассматривать как звено с ограничением (рис. 5.3).

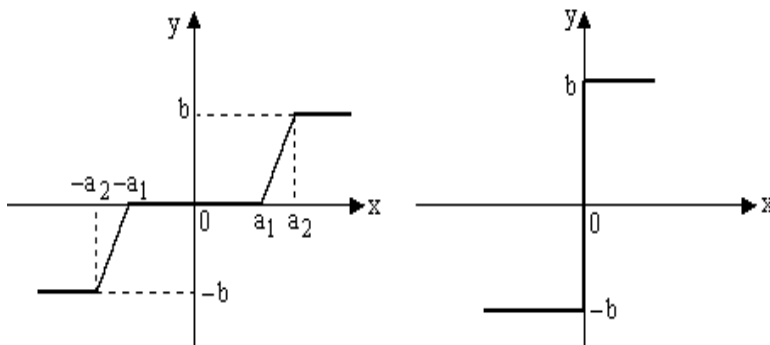


Рис. 5.3. Статическая характеристика нелинейного звена характеристика Рис. 5.4. Статическая характеристика двухпозиционного звена

Например, двигатель электрический, входная величина которого – напряжение, приложенное к двигателю; выходной величиной является угловая скорость. При превышении входной величиной некоторого значения скорость растет пропорционально ей, далее наступает насыщение магнитопровода двигателя и рост прекращается. Характеристика описывается уравнениями:

$$y = \begin{cases} -b, & \text{при } x < -a_2 \\ k(x + a_1), & \text{при } -a_2 < x < -a_1 \\ k(x - a_1), & \text{при } a_1 \leq x < a_2 \\ 0, & \text{при } |x| \leq a \\ b, & \text{при } x > a_2. \end{cases} \quad (5.3)$$

Статическая характеристика двухпозиционного реле без гистерезиса приведена на рис. 5.4. Такая характеристика присуща электромеханическому или магнитному реле, электронному реле, фрикционной муфте. Выходной величиной является скорость выходного вала фрикционной муфты, входная величина – это напряжение или ток, приложенные к обмотке управления. Уравнения, описывающие характеристику релейного элемента:

$$y = \begin{cases} -b, & \text{при } x < 0 \\ b, & \text{при } x > 0 \end{cases}. \quad (5.4)$$

5.2. Особенности нелинейных систем

В линейных системах при отсутствии воздействий существует статический режим, когда величины, описывающие состояние системы, постоянны.

В нелинейных системах кроме статического режима существует автоколебательный режим, при котором величины, описывающие систему, являются периодическими функциями времени. Амплитуда и фаза автоколебаний находятся при отсутствии входного сигнала.

Нелинейные САР обычно представляют в виде структурной схемы (рис. 5.5), где ЛЧ – линейная часть; НЭ – нелинейный элемент.

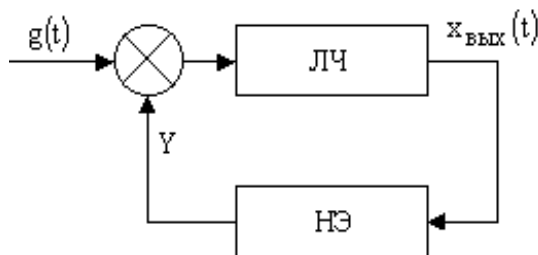


Рис. 5.5. Структурная схема нелинейной САР

Чтобы получить такую схему, необходимо:

Составить дифференциальные уравнения для всех звеньев.

Выполнить линеаризацию характеристик тех звеньев, где это допустимо.

Объединить линейные звенья в один блок – линейную часть.

Выделить нелинейный элемент, у которого входная и выходная величины связаны нелинейными уравнениями. Именно этой нелинейностью статической характеристики обусловлена нелинейность всей системы.

Выполнить анализ системы одним из методов нелинейной теории САР.

Если система содержит несколько нелинейных элементов (параллельное, последовательное соединение), то в некоторых случаях ее можно привести к рассматриваемому классу систем, заменив нелинейные элементы одним элементом с результирующей статической характеристикой.

Определим результирующую статическую характеристику двух параллельно включенных нелинейных элементов (рис. 5.6).

Результирующая характеристика III равна сумме I и II ; просуммировав ординаты статических характеристик I и II звеньев, получим характеристику III эквивалентного звена.

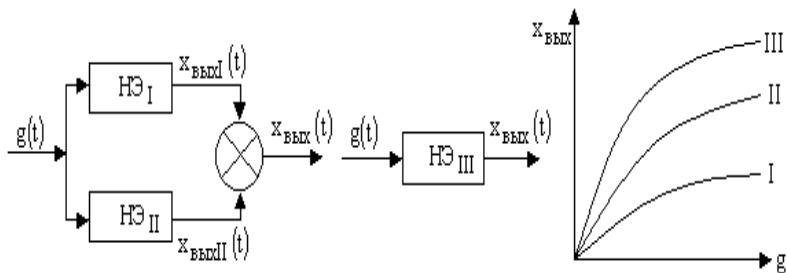


Рис. 5.6. Статическая характеристика параллельно включенных нелинейных элементов

Два последовательно включенных нелинейных звена можно заменить эквивалентным нелинейным звеном с характеристикой, приведенной на рис. 5.7.

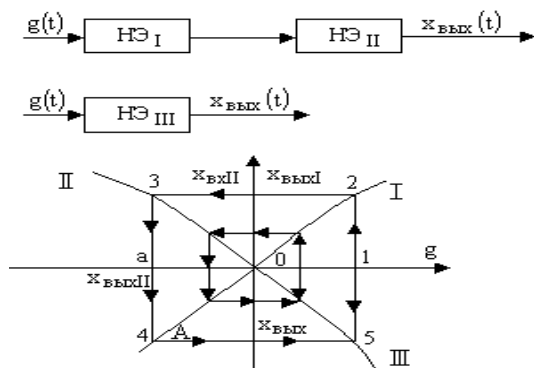


Рис. 5.7. Статическая характеристика последовательно включенных нелинейных элементов

В 1-м квадранте – статическая характеристика I звена; во 2-м квадранте – статическая характеристика второго звена, но ее ось повернута на 90° ; ось абсцисс $x_{\text{ВХ II}}$ совпадает с осью ординат

характеристики I, ось ординат $X_{\text{ВЫХII}}$ направлена по отрицательной полуоси абсцисс.

Зададимся некоторым значением $g = X_{\text{ВЫХI}}$ (точка 1). Проведя перпендикуляр из точки 1, получаем точку 2 на статической характеристике; затем линия, параллельная горизонтальной оси, до пересечения с характеристикой II, получим точку 3. Отрезок Оа равен искомому значению $X_{\text{ВЫХ}}$. Удобнее построить в 4 квадранте, поэтому перенесем с помощью биссектрисы квадрантного угла ОА (перпендикуляр из точки а до пересечения с ОА, затем параллельную линию до пересечения с перпендикуляром из точки 1). Точка 5 принадлежит статической характеристике эквивалентного звена. Аналогичным образом найдем ряд точек, соединим их плавной кривой и получим результирующую характеристику эквивалентного нелинейного звена III.

Если нелинейное звено охвачено нелинейной отрицательной обратной связью, то статическая характеристика эквивалентного нелинейного звена определяется следующим образом (рис. 5.8).

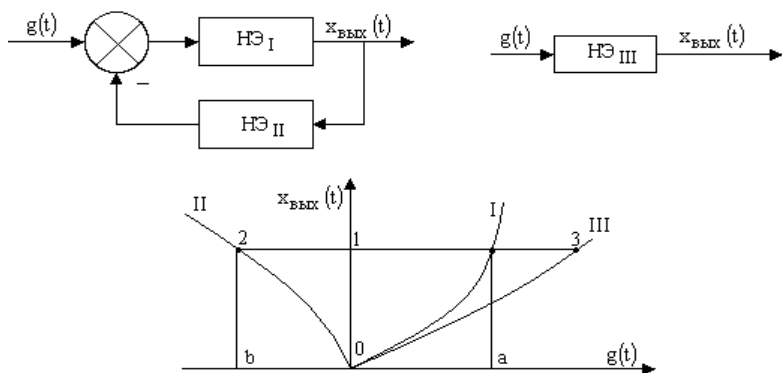


Рис. 5.8. Статическая характеристика нелинейного звена, охваченного отрицательной обратной связью:

I – статическая характеристика нелинейного звена ; II – статическая характеристика нелинейной отрицательной связи; III – статическая характеристика эквивалентного звена. Зададимся

значением $X_{\text{ВЫХ}}$ (точка 1). Без обратной связи g равно Oa . При наличии отрицательной обратной связи отрезок Oa будет равен результирующему входному воздействию:

$$Oa = g - f(X_{\text{ВЫХ}}),$$

где $f(X_{\text{ВЫХ}})$ – характеристика обратной связи.

Поэтому для определения g к отрезку Oa нужно прибавить величину воздействия обратной связи: $g = Oa + f(X_{\text{ВЫХ}})$, т.е. $g = Oa + Ob$ – это расстояние между точками 1 и 2. Перенесем этот отрезок вправо и получим точку 3. Аналогично получим другие точки. Соединив их, получаем результирующую характеристику эквивалентного нелинейного звена.

Если между нелинейными звеньями имеются разделяющие линейные звенья, то систему нельзя свести к рассматриваемому классу, такие системы относятся к классу систем с несколькими нелинейностями.

Для исследования нелинейных систем применяют различные методы.

Общим методом исследований нелинейных систем является метод Ляпунова, в основе которого лежит теорема об устойчивости нелинейных систем.

Как аппарат исследования используется функция Ляпунова – знакоопределяющая функция координат системы и знакоопределенная производная во времени. Применение метода ограничивается сложностью.

Более простой метод – метод Попова, но он пригоден только для частных случаев линейных систем.

Процессы в нелинейных системах могут быть исследованы на основе кусочно–линейной аппроксимации: нелинейные характеристики разбиваются на ряд линейных участков, в пределах которых задача описывается линейной и решается быстро. На границе участков проводится "сшивание" отдельных кусков в единый процесс. Метод применим, когда число участков невелико. Если число участков большое, то метод громоздок.

Метод гармонической линеаризации основан на замене нелинейного элемента линейным эквивалентом. Эквивалентность достигается для движения системы, близкого к гармоническому.

Метод позволяет достаточно быстро и просто исследовать возможность возникновения автоколебаний в системе.

Метод статической линеаризации основан на замене элемента его линейным эквивалентом, но при движении системы под воздействием случайных возмущений. Метод позволяет сравнительно просто исследовать поведение нелинейной системы при случайных воздействиях и найти статические характеристики.

Метод фазового пространства позволяет исследовать системы с нелинейностями произвольного вида, с несколькими нелинейностями. Для анализа строятся фазовые портреты, по виду которых можно судить об устойчивости системы, о возможности возникновения автоколебаний, о точности в установившемся режиме.

Метод кусочной–линейной аппроксимации и метод фазового пространства – это точные методы, но сложные. Метод гармонической линеаризации и метод статической линеаризации являются приближенными, более простыми методами и позволяют получить достаточно прозрачные результаты анализа нелинейных систем.

5.3. Метод фазового пространства (метод фазовой траектории)

Коротко остановимся на основных понятиях этого метода.

Имеем воздействия $f_1(t) \dots f_m(t)$ на систему; переменные состояния системы $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$; начальные состояния $x(t_0)$, в момент времени $t = t_1$ состояния можно определить как $x(t_1)$.

Вектор переменных состояния $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ называется вектором состояния; пространство X этого вектора – пространством состояния.

Набор величин $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, который определяет состояние системы, изображается в пространстве состояний точкой

с координатами x_1, x_2, \dots, x_n , которая называется изображающей точкой.

Пространство состояния называется фазовым пространством. При изменении t изображающая точка в фазовом пространстве перемещается по кривой, которая называется фазовой траекторией. Совокупность фазовых траекторий называется фазовым портретом. Метод фазового пространства основан на построении и изучении фазового портрета.

Поскольку наглядно представить фазовый портрет возможно на плоскости, т.е. тогда, когда фазовое пространство является двумерным, то наиболее эффективно использовать метод фазового портрета для исследования систем второго порядка [4].

Фазовый портрет системы дает возможность провести анализ поведения системы, получив следующие данные:

- переходный процесс для заданной совокупности начальных условий;
- тип переходного процесса;
- величину перерегулирования;
- устойчивость;
- автоколебания (амплитуда и частота);
- возможные режимы работы;
- влияние отдельных нелинейностей;
- рекомендации по коррекции системы линейными и нелинейными элементами.

Итак фазовая плоскость – это координатная плоскость, в которой по осям координат откладываются две переменные (фазовые координаты), однозначно определяющие состояние системы (например, отклонение регулируемой величины и скорость изменения этой величины).

Если основная переменная x , ее производная y , то уравнения, описывающие систему, определяются как:

$$\frac{dx}{dt} = y; \quad \frac{dy}{dt} = f(x, y). \quad (5.5)$$

Уравнение фазовой траектории получим, разделив второе уравнение на первое (для того, чтобы исключить время):

$$\frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}. \quad (5.6)$$

Получаем нелинейное уравнение, точного решения которого не будет. Решение находят частным способом, определяя фазовые траектории (фазовый портрет).

Из уравнений (5.5) и (5.6) можно определить особенности фазового портрета (правила построения фазового портрета):

1. Если $f(x, y)$ для каждого x имеет единственное значение, то dy/dx в каждой точке x, y фазовой плоскости имеет единственное значение. А это значит, что фазовые траектории не пересекаются друг с другом, что обеспечивает наглядность картины.

2. При $y = (dx/dt) > 0$ величина x только возрастает, с ростом t изображающая точка в верхней фазовой полуплоскости движется слева направо; в нижней полуплоскости движение происходит справа налево ($y < 0$). Правило используется для расстановки стрелок вдоль фазовой траектории (рис. 5.9).

3. В особых точках – точках, где уравнение (5.6) неопределено, т.е. числитель и знаменатель равны 0 [$y = 0, f(x, y) = 0$], вектор скорости изображающей точки равен 0 (остановка движения). Решения $f(x, y)$ дают значения x , которые являются точками равновесия системы. В нелинейной системе в зависимости от вида функции f существует одно или множество решений, часть из которых может быть устойчиво, часть – неустойчиво. В данном случае говорят об устойчивости (неустойчивости) конкретного движения или состояния равновесия.

4. В неособых точках [$y = 0, f(x, y) \neq 0$] фазовые траектории пересекают ось абсцисс под прямым углом сверху вниз в правой и снизу вверх в левой полуплоскостях ($y = 0, dy/dx = \infty$ везде).

По фазовой траектории можно определить кривую переходного процесса, отметив характерные точки по данной фазовой траектории (рис. 5.10).

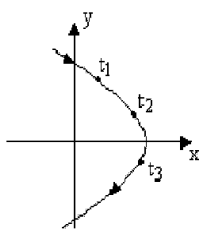


Рис 5.9. Фазовая траектория

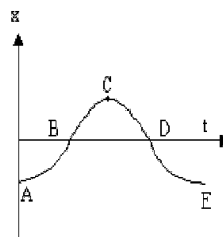
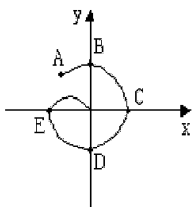


Рис 5.10. Определение переходного процесса по фазовой траектории

И наоборот, по кривой переходного процесса можно построить фазовую траекторию (рис. 5.11).

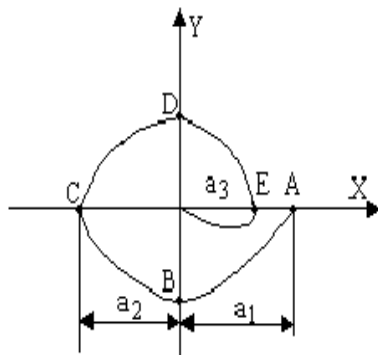
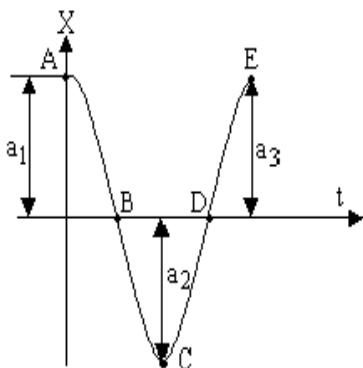


Рис. 5.11. Построение фазовой траектории по кривой переходного процесса

Рассмотрим изображения на фазовой плоскости основных процессов регулирования:

1. Периодические незатухающие колебания (периодический колебательный процесс) с постоянной амплитудой и частотой (рис. 5.12).

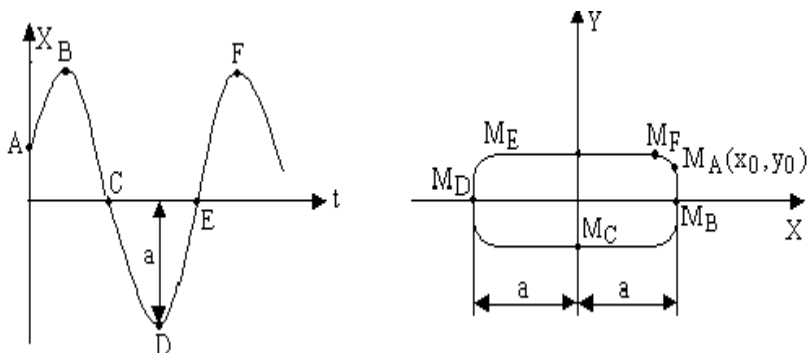


Рис. 5.12. Периодический колебательный процесс

Фазовая траектория представляет собой замкнутую кривую. Каждому периоду колебаний соответствует прохождение изображающей точки M_F всей кривой A, B, C, D, E фазовой траектории. Если колебания синусоидальные, то фазовая траектория является эллипсом, описываемым уравнениями:

$$\begin{aligned} x(t) &= a \sin \omega t, \\ y(t) &= \frac{dx}{dt} = -a\omega \cos \omega t, \end{aligned} \quad (5.7)$$

где $\omega = 2\pi/T$, круговая частота; T – период колебаний; a и $a\omega$ – полуоси эллипса по осям x и y соответственно.

Если колебания несинусоидальные, то замкнутый контур траектории отличается от эллипса.

2. Колебательный затухающий процесс (рис. 5.13). Определим фазовую траекторию.

На фазовую плоскость наносятся точки A, B, C, D, E , в которых dy/dx имеет нулевое, максимальное и минимальное значения. Получаем, что затухающий переходный процесс имеет фазовую траекторию в виде сходящейся к началу координат спиралевидной кривой (точки B, D – отображение нулевых значений).

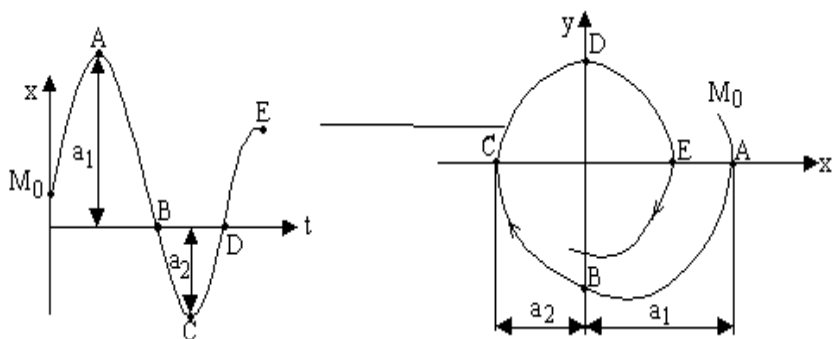


Рис. 5.13. Колебательный затухающий процесс

3. Расходящийся колебательный процесс изображается на фазовой плоскости в виде расходящейся спиралевидной кривой (рис. 5.14).

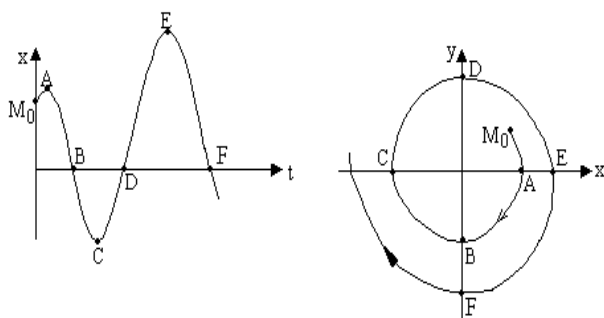


Рис. 5.14. Расходящийся колебательный процесс

4. Монотонный затухающий процесс изображается на фазовой плоскости в виде кривой, монотонно приближающейся к положению равновесия (рис. 5.15).

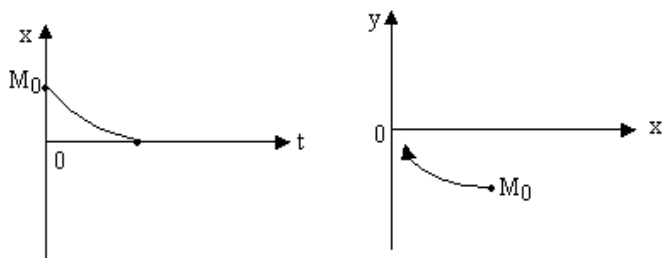


Рис. 5.15. Монотонный затухающий процесс

5. Монотонный расходящийся процесс изображается на фазовой плоскости в виде монотонно удаляющейся кривой (рис. 5.16).

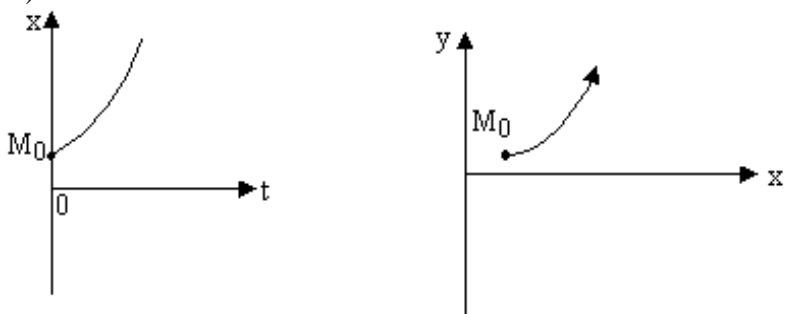


Рис. 5.16. Монотонный расходящийся процесс

Следует отметить, что фазовый портрет нелинейной системы содержит особые кривые – изолированные замкнутые траектории, которые соответствуют периодическим режимам. Такие кривые называются предельным циклом (ПЦ). Если внутри и снаружи фазовые траектории сходятся к предельному циклу, то предельный цикл называется устойчивым, ему соответствует устойчивый периодический режим (автоколебания) и САР пригодна для определенного (неопасного) регулирования (рис. 5.17).

Если фазовые траектории внутри и снаружи предельного цикла удаляются от него, то это неустойчивый предельный цикл.

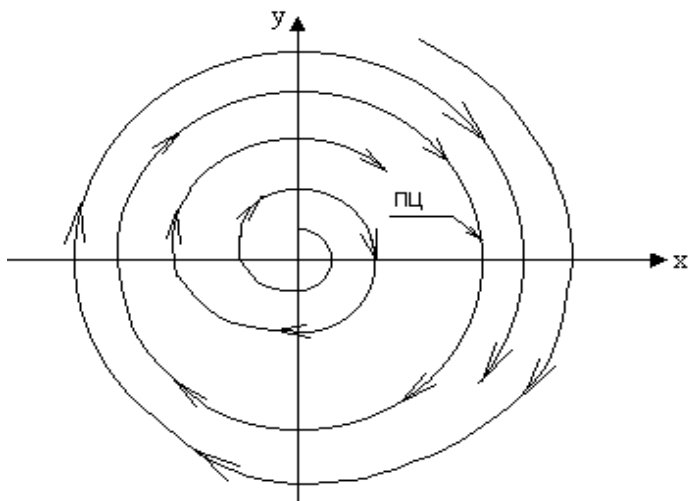


Рис. 5.17. Устойчивый предельный цикл

Пример: Исследовать процессы в системе автоматического регулирования температуры при отключенной местной обратной связи, структурная схема которой приведена на рис. 5.18.

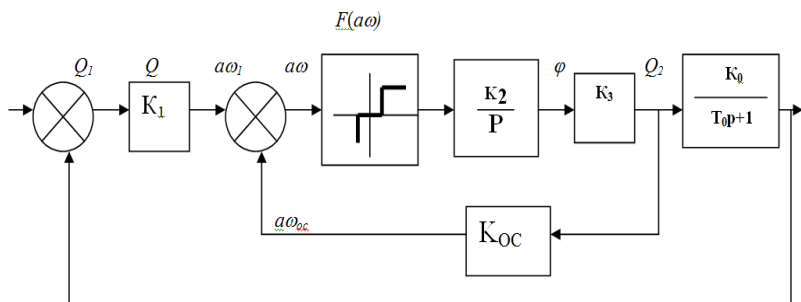


Рис. 5.18. Структурная схема системы автоматического регулирования температуры

Исходные данные:

- объект представляет собой аperiodическое звено первого порядка с постоянной времени $T_0 = 10$ с;

- коэффициент передачи регулирующего органа и объекта $K_0 = 10$ (град/рад);
- коэффициент передачи чувствительного элемента $K_1 = 0,25$ ($A \cdot B/град$);
- коэффициент передачи двигателя $K_2 = 2$ (рад/($B \cdot c$));
- передаточное число редуктора $j_p = 1000$;
- статическая характеристика поляризованного реле приведена на рис. 5.19, ампер – витки срабатывания реле $a\omega_{CP} = 0,5$ ($A \cdot B$), максимальное напряжение на выходе релейного усилителя $U_{max} = 110$ В;
- влияние статического момента нагрузки переходных процессов в обмотках реле, постоянными времени двигателя T_M и T_J можно пренебречь.

Решение: В режиме стабилизации температуры ($Q_1 = 0$, $Q_2 = -$ Q) уравнения звеньев можно записать в виде:

1) Уравнение объекта регулирования:

$$(T_0 p + 1)Q = -K_0 \varphi . \quad (5.8)$$

2) Уравнение чувствительного элемента:

$$a\omega_1 = K_1 Q . \quad (5.9)$$

3) Уравнение усилителя (при $K_{OC} = 0$):

$$u = F(a\omega_1) . \quad (5.10)$$

4) Уравнение двигателя постоянного тока:

$$p\alpha = K_2 u . \quad (5.11)$$

5) Уравнение редуктора:

$$\varphi = K_3 \alpha . \quad (5.12)$$

Поскольку ток в обмотке поляризованного реле пропорционален отклонению температуры Q , а скорость отклонения регулирующего органа $d\varphi/dt$ пропорциональна напряжению u , то в качестве входной величины нелинейного звена (реле) можно принять Q , а в качестве выходной – величину $d\varphi/dt$ (рис. 5.19).

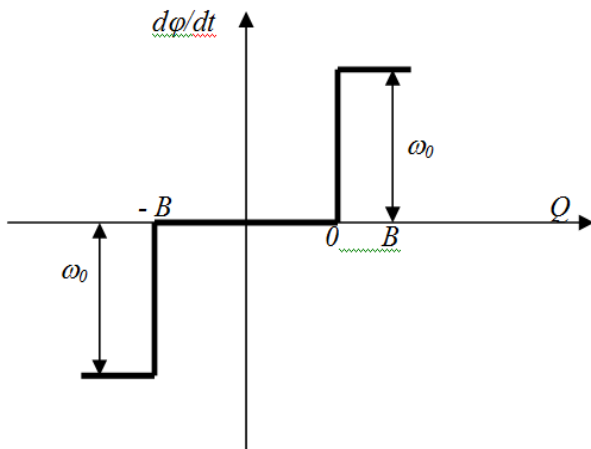


Рис. 5.19. Статическая характеристика нелинейного звена

Учитывая параметры системы, получим:

$$B = \frac{\alpha \omega_{CP}}{K_1} = \frac{0,5}{0,25} = 2^0,$$

$$\omega_0 = \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)_{MAX} = K_2 K_3 U_{MAX} = 2 \cdot \frac{1}{1000} \cdot 110 = 0,22 \text{ рад/с}.$$

В соответствии с уравнением объекта (5.8) и статической характеристикой нелинейного звена уравнения всей системы запишутся в следующем виде:

$$(T_0 p + 1)Q = -K_0 \varphi, \quad (5.13)$$

$$p\varphi = \begin{cases} +\omega_0 & \text{при } Q > +B \\ 0 & \text{при } |Q| < B \\ -\omega_0 & \text{при } Q < -B \end{cases}. \quad (5.14)$$

Решив уравнение (5.13) и (5.14) совместно, получим:

$$(T_0 p + 1)pQ = -K_0 \omega_0 \quad \text{при } Q > +B, \quad (5.15)$$

$$(T_0 p + 1) p Q = K_0 \omega_0 \quad \text{при } Q < -B, \quad (5.16)$$

$$(T_0 p + 1) p Q = 0 \quad \text{при } |Q| < B. \quad (5.17)$$

Рассмотрим уравнение (5.15):

$$T_0 \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{dQ}{dt} = -K_0 \omega_0. \quad (5.18)$$

Введем обозначения $X = Q$, $dx/dt = y$ и тогда:

$$T_0 \frac{dy}{dt} + y = -K_0 \omega_0. \quad (5.19)$$

Для того чтобы исключить из уравнения (5.19) время, разделим его на $dx/dt = y$.

Получим:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{T_0 y} - \frac{K_0 \omega_0}{T_0 y^2}.$$

После разделения переменных:

$$dx = -T_0 dy - \frac{T_0 K_0 \omega_0}{y + K_0 \omega_0} dy. \quad (5.20)$$

Проинтегрировав уравнение (5.20), получим уравнение фазовых траекторий:

$$X = -T_0 y + T_0 K_0 \omega_0 \ln \left(\frac{y}{K_0 \omega_0} + 1 \right) + C_1 \quad \text{при } X > +B. \quad (5.21)$$

Проделав аналогичные операции с уравнениями (5.16) и (5.17), получим для них:

$$X = -T_0 y - T_0 K_0 \omega_0 \lg \left(-\frac{y}{K_0 \omega_0} + 1 \right) + C_2 \quad \text{при } X < -B, \quad (5.22)$$

$$X = -T_0 y + C_3 \quad \text{при } X < |B|. \quad (5.23)$$

Подставив в уравнение (5.21) ÷ (5.23) значения параметров, получим:

$$X = -10 y + 22 \ln(1 + 0,455y) + C_1 \quad \text{при } X > +B, \quad (5.24)$$

$$X = -10y - 22 \ln(1 - 0,455y) + C_2, \text{ при } X < -B, \quad (5.25)$$

$$X = -10y + C_3 \quad \text{при } |X| < B. \quad (5.26)$$

По уравнениям (5.24) ÷ (5.26) построим фазовый портрет системы (рис. 5.20).

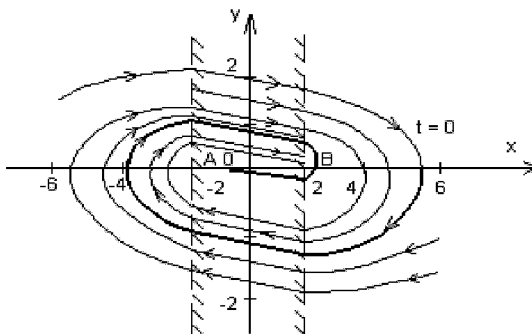


Рис. 5.20. Фазовый портрет системы

Фазовая траектория, соответствующая начальным условиям при $t=0$ $Q=5,7^0$, $Q=0$, выделена на рисунке. По виду фазовой траектории можно установить, что процесс в системе заканчивается за время, немного большее чем один период колебаний. Переходный процесс в системе может закончиться в любой точке отрезка AB .

5.4. Метод гармонической линеаризации (гармонического баланса)

Одним из приближенных методов исследования нелинейных систем является метод гармонической линеаризации или метод гармонического баланса, который позволяет определить параметры возможных автоколебаний в нелинейной системе.

Именно параметры автоколебаний определяют предельные циклы в фазовом пространстве, которые разделяют области затухающих и расходящихся процессов.

Знание параметров автоколебаний позволяет представить картину возможных процессов в системе и определить условия устойчивости.

Метод получил широкое применение благодаря своему достоинству – позволяет без рассмотрения переходного процесса определить главные характеристики системы : основную частоту, амплитуду и фазу колебаний; их зависимость от формы нелинейности, структуры и параметров линейной части системы; границы областей устойчивости и влияние внешних воздействий на устойчивость системы и др.

Метод применим для нелинейных систем с любой сложностью линейных частей и с разными комбинациями включения нелинейностей.

В простых нелинейных системах метод гармонической линеаризации позволяет решить задачу аналитически полностью или с применением отдельных графиков [17, 19].

Если задача сложная, то прибегают к помощи вычислительной техники.

Напомним, что линейная часть обладает свойством фильтра, т.е. $y(t)$ на выходе нелинейного звена содержит частоту ω и высшие гармоники 2ω , 3ω и т.д., которые проходят через ЛЧ со значительно меньшим усилением амплитуды, чем ω .

То есть, если $x(t)$ меняется по синусоиде, выходной сигнал нелинейного элемента с нечетной статической характеристикой $y(t)$ меняется по прямоугольной форме, то его можно представить в виде суммы ряда синусоид (или гармоник) в функции t (рис. 5.21):

$$\begin{aligned} y_1 &= A_1 \sin \omega t & A_1 &= \frac{4c}{\pi} , \\ y_3 &= A_3 \sin 3\omega t & A_3 &= \frac{4c}{3\pi} , \\ y_5 &= A_5 \sin 5\omega t & A_5 &= \frac{4c}{5\pi} . \end{aligned}$$

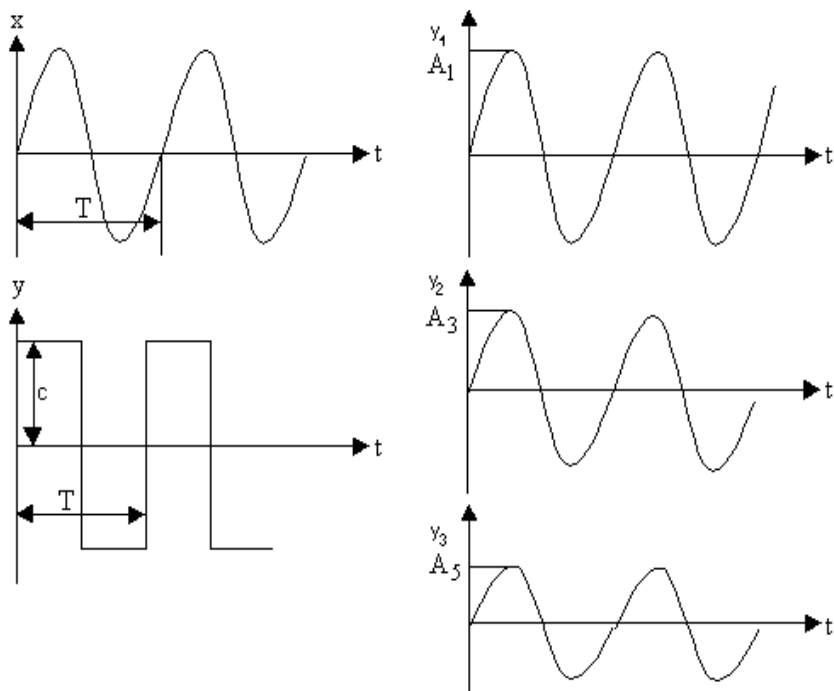


Рис. 5.21. Выходной сигнал

Если увеличить число гармоник, то сумма синусоид ряда

$$y(t) = y_1 + y_3 + y_5 + \dots \quad (5.27)$$

будет стремиться к прямоугольной форме. Такое представление (5.27) называется рядом Фурье, все гармоники которого, кроме 1-й, называются высшими.

Сигнал $x(t)$ на входе нелинейного элемента будет близок к синусоиде, если колебания с частотой ω с выхода нелинейного элемента будут хорошо воспроизводиться элементами ЛЧ. Одновременно необходимо, чтобы высшие гармоники плохо передавались через те же элементы. Это соблюдается в реальных САР, т.к. все звенья – фильтры нижних частот.

Поэтому можем записать:

$$\begin{aligned}x &= a \sin \omega t, \\y_1 &= A_1 \sin \omega t.\end{aligned}\tag{5.28}$$

Это уравнение является хорошим приближением решения в системе при любом отклонении нелинейной функции от линейной.

Итак, сущность метода заключается в отыскании периодического решения на входе нелинейного элемента, разложении сигнала на его выходе в ряд Фурье и замене сигнала первой гармоникой.

Первый этап определения автоколебаний заключается в гармонической линеаризации нелинейной характеристики, обозначаемой в общем виде как:

$$y = F(x).$$

Если $x = a \sin \omega t$, то для однозначных релейных характеристик 1-я гармоника определяется формулой:

$$y_1 = A_1 \sin \omega t,$$

где A_1 – коэффициент ряда Фурье:

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) \sin \omega t dt.$$

Если однозначная петлевая характеристика, то 1-я гармоника равна:

$$y_1 = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t,$$

где

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) \sin \omega t dt,$$

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) \cos \omega t dt.$$

В расчетных формулах метода гармонической линеаризации не используются интегралы, потому что

$$x = a \sin \omega t, \quad \frac{dx}{dt} = a\omega \cos \omega t,$$

Отсюда $\sin \omega t = \frac{x}{a}$, $\cos \omega t = \frac{1}{a\omega} \frac{dx}{dt}$.

Тогда для однозначных релейных характеристик:

$$y_1 = \frac{A_1}{a} x, \quad (5.29)$$

для петлевых релейных характеристик:

$$y_1 = \frac{A_1}{a} x + \frac{B_1}{a\omega} \frac{dx}{dt}. \quad (5.30)$$

Из (5.29) следует, что нелинейный элемент при синусоидальном входном сигнале можно заменить линейным звеном:

$$y_1 = gx \text{ с коэффициентом усиления } g = \frac{A_1}{a},$$

который зависит от амплитуды входного сигнала.

Геометрически это выглядит следующим образом (рис. 5.22).

Входной сигнал $x = a \sin \omega t$, выходной сигнал $y = A_1 \sin \omega t$ будет таким, как если бы вместо реальной характеристики $obef$ была линейная характеристика od с тангенсом угла наклона, равным A_1/a .

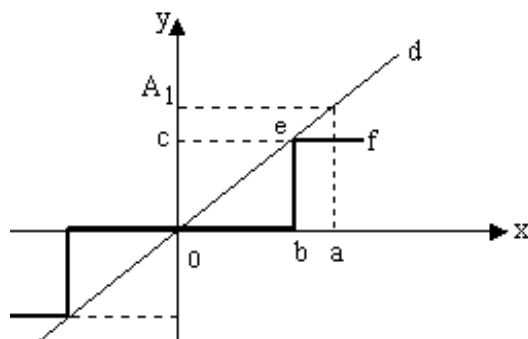


Рис. 5.22. Статическая характеристика нелинейного элемента

Если же петлевая характеристика, то нелинейный элемент заменяют линейным звеном с введением производной:

$$y = gx + \frac{g_1}{w} \frac{dx}{dt}, \quad (5.31)$$

где коэффициенты усиления:

$$g = \frac{A_1}{a}, \quad g_1 = \frac{B_1}{a}. \quad (5.32)$$

Если характеристика нелинейного элемента – петлевая гистерезисного типа, то g_1 всегда имеет отрицательное значение, т.е. производная в уравнении (5.31) всегда с отрицательным знаком. А это значит, что происходит запаздывание в работе звена.

Таким образом, при синусоидальном входном сигнале нелинейный элемент заменяют линейным (5.29) или (5.30). Такая замена называется гармонической линеаризацией нелинейных характеристик, т.к. она связана с разложением нелинейных колебаний на гармонические составляющие.

Величины g и g_1 называются гармоническими коэффициентами усиления нелинейного звена или коэффициентами гармонической линеаризации.

Принципиальное отличие гармонической линеаризации заключается в следующем:

1. Нелинейная характеристика заменяется прямой линией, крутизна которой зависит от амплитуды входного сигнала.
2. Позволяет вместо нелинейного звена получить линейное, коэффициент усиления которого зависит от амплитуды входного сигнала.
3. Позволяет определять свойства нелинейных САР методами линейной теории.

Гармонические коэффициенты g и g_1 определяются по формуле (5.32):

- для идеальной релейной характеристики $g = 4c/\pi a$; $g_1 = 0$. (5.33)

- для характеристики с зоной нечувствительности без гистерезисной петли:

$$g = \left(\frac{4c}{\pi a} \right) \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad (a > b), \quad g_I = 0. \quad (5.34)$$

- для двухпозиционной характеристики с петлей гистерезиса:

$$g = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad g_I = -\frac{4cb}{\pi a^2}, \quad (a > b). \quad (5.35)$$

5.5. Определение амплитуды a_0 , частоты ω_0 и устойчивости автоколебаний

Метод гармонической линеаризации позволяет решить две задачи:

1. Выявить автоколебания в нелинейной САР.
2. Найти параметры автоколебаний.

Для решения первой задачи используются различные критерии. Наиболее простой следующий. Допустим, автоколебания устойчивы и определяются амплитудой a_0 и частотой ω_0 . Тогда увеличение амплитуды на Δq вызывает постепенное уменьшение амплитуды колебаний до совпадения с установившимся значением a_0 , т.е. процесс сходящийся; при уменьшении амплитуды процесс будет расходиться и стремиться к a_0 .

Если колебания неустойчивы, то процесс протекает в обратном направлении. При увеличении амплитуды на Δq амплитуда колебаний увеличивается, при уменьшении – амплитуда уменьшается.

По критерию устойчивости если все корни – левые, кроме пары мнимых сопряженных корней на мнимой оси, то все определители Гурвица положительны, кроме предпоследнего $\Delta_{n-1} = 0$ и последнего $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$.

Условиями устойчивости колебаний в системе являются:

1. При значениях a_0 и ω_0 , отвечающих устойчивым автоколебаниям, предпоследний определитель Гурвица равен

$$\Delta_{n-1}(a_0, w_0) = 0 \text{ .}$$

2. Все определители Гурвица для характеристического уравнения замкнутой нелинейной системы после гармонической линеаризации при увеличении амплитуды a_0 на Δa остаются положительными.

3. Все определители Гурвица для того же характеристического уравнения при уменьшении амплитуды a_0 на Δa остаются положительными, кроме Δ_{n-1} и Δ_n , которые становятся отрицательными.

Этот критерий должен соблюдаться при малых отклонениях от значений частоты автоколебаний w_0 на $\pm \Delta w$.

Обратимся к структурной схеме нелинейной САР (рис. 5.23).

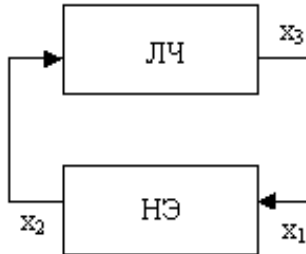


Рис. 5.23. Схема нелинейной САР

Для линейной части:

$$x_3 = x_2 W(j\omega) \text{ ,}$$

где $W(j\omega)$ – АФЧХ линейной части системы.

Для нелинейной части:

$$x_2 = x_1 I\left(\frac{A}{a}\right) \text{ ,}$$

где $I(A/a)$ – эквивалентный комплексный коэффициент усиления, который показывает, во сколько раз амплитуда 1 гармоники на выходе нелинейного элемента больше амплитуды A синусоидального входного сигнала.

В системе существуют свободные колебания. Их появлению соответствуют мнимые корни характеристического уравнения. По критерию Найквиста в этом случае годограф АФЧХ проходит через точку $(-1, j0)$. Уравнение свободных колебаний:

$$I \left(\frac{A}{a} \right) W(j\omega) + 1 = 0.$$

Приравняв к 0 действительную и мнимую части комплексной переменной, получим 2 уравнения с 2 неизвестными: частотой ω и амплитудой (A/a) колебаний. Если в результате решения ω имеют действительные значения, то колебания в системе возможны. Решение может быть получено графически. Для этого уравнение запишем в виде:

$$-W(j\omega) = \frac{1}{I(A/a)} = Z \left(\frac{A}{a} \right).$$

Годограф $-W(j\omega)$ при изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$ представляет АФЧХ линейного элемента. Годограф $Z(A/a)$ при изменении ω от 0 до ∞ – амплитудная характеристика нелинейного элемента.

Пересечение АФЧХ и амплитудной характеристики нелинейного элемента определяет частоту и амплитуду возможных автоколебаний (рис. 5.24).

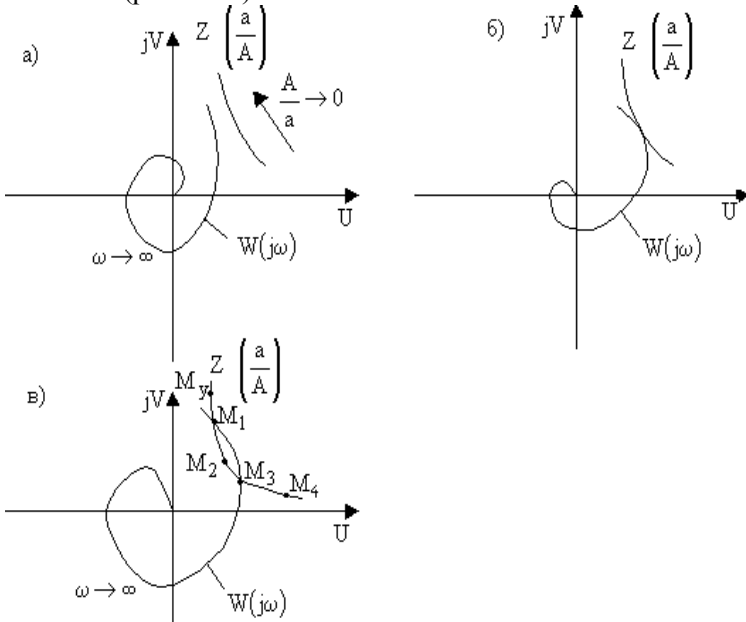


Рис. 5.24. Графическое определение параметров автоколебаний

Характеристики не пересекаются, значит нет действительных значений частоты ω , автоколебаний в системе не существует (рис. 5.24,а).

Характеристики касаются, значит система находится на границе устойчивости (рис. 1.24, б). Изменением параметров нелинейного звена можно устранить (подавить) автоколебания.

Частота автоколебаний ω определяется по АФЧХ $W(j\omega)$, амплитуда – по обратной АФЧХ нелинейного элемента.

Если характеристики пересекаются в двух точках, то осуществляется проверка устойчивости автоколебаний (рис. 1.24, в).

В точке M_1 установившиеся колебания. Если амплитуду увеличить на $\Delta(A/a)$, то колебания возрастут и будут иметь амплитуду $\Delta(A/a)_{1+} + \Delta(A/a)$, согласно амплитудно–фазовому критерию устойчивости система будет неустойчива. Точка M_2 охватывает АФЧХ и колебания будут возрастать. При уменьшении амплитуды на $\Delta(A/a)$ система оказывается устойчивой. Точка M_4 не охватывает АФЧХ, колебания будут затухать.

Итак, если точка амплитудной характеристики, соответствующая увеличению амплитуды, не охватывает АФЧХ, то рассматриваемые колебания устойчивы; в противном случае – неустойчивы.

Второй задачей, решаемой методом гармонической линеаризации, является определение параметров автоколебаний.

Пусть САР описывается нелинейным уравнением:

$$D(p)x + M(p)F(x, px) = 0. \quad (5.36)$$

Уравнение может быть заменено линейным уравнением:

$$\left[D(p) + \left(g + \frac{g_1}{\omega} p \right) M(p) \right] x = 0 \cdot \quad (5.37)$$

Характеристическое уравнение после гармонической линеаризации:

$$D(p) + \left(g + \frac{g_1}{\omega} p \right) M(p) = 0 \quad (5.38)$$

Подставим $p=j\omega$; коэффициенты g и g_1 являются функциями амплитуды a и частоты ω автоколебаний.

Выделим в формуле (5.38) вещественную и мнимую части:

$$x(a, \omega) + jy(a, \omega) = 0.$$

Решая совместно уравнения:

$$\begin{cases} x(a, \omega) = 0 \\ y(a, \omega) = 0, \end{cases}$$

определим амплитуду a и частоту ω автоколебаний.

Пример: Определить параметры и устойчивость автоколебаний нелинейной системы, структурная схема которой изображена на рис. 5.25, если заданы параметры линейной части системы ($K = 0,82 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = T_2 = 0,05 \text{ с}$) и статическая характеристика нелинейного звена (рис. 5.26), для которой $b=0,25$; $c = 110$.

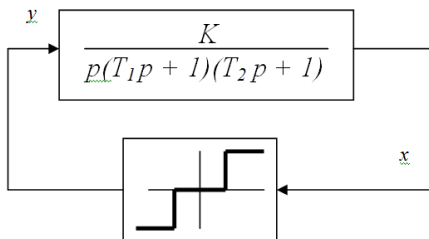


Рис. 5.25. Структурная схема системы

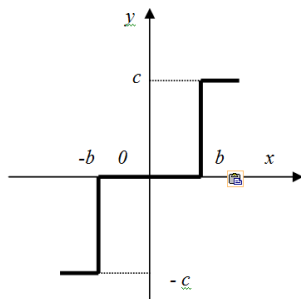


Рис. 5.26. Статическая характеристика нелинейного звена

Решение: Для определения параметров автоколебаний необходимо построить амплитудно – фазовую частотную характеристику линейной части системы $W_L = (j\omega)$ и годограф гармонически линеаризованного нелинейного звена:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_H(a)} .$$

Согласно структурной схеме амплитудно – фазовая частотная характеристика линейной части равна:

$$W_L(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)} ,$$

модуль равен:

$$|W_L(j\omega)| = \frac{K}{\omega\sqrt{(1+\omega^2 T_1^2)(1+\omega^2 T_2^2)}} ,$$

фаза равна:

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2) .$$

Подставив значения параметров, получим:

$$|W_L(j\omega)| = \frac{0,82}{\omega(1+0,0025\omega^2)} , \quad (5.39)$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - 2 \arctg(0,05\omega) .$$

Задавая значениями ω от 0 до ∞ по формуле (5.39) строим амплитудно – фазовую частотную характеристику линейной части $W_L = (j\omega)$ (рис. 5.27).

Передаточная функция нелинейного звена, гармонически линеаризованного согласно формуле (5.34), равна:

$$W_H(a) = g(a) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} , \quad a \geq b .$$

Отсюда

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_H(a)} = -\frac{\pi a^2}{4c} \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} .$$

Подставив численные значения параметров нелинейного звена, получим:

$$-Z(a) = -\frac{\pi a^2}{440} \frac{1}{\sqrt{a^2 - 0,0625}} . \quad (5.40)$$

Задаемся значениями a от $a = b = 0,25$ до ∞ и строим годограф нелинейного звена (рис. 5.27). Годограф совпадает с отрицательной вещественной полуосью и имеет две ветви.

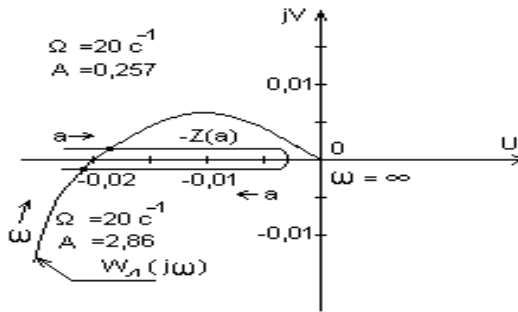


Рис. 5.27. Частотные характеристики линейной части системы и нелинейного звена

Минимальное значение модуля функции $-Z(a)$:

$$|-Z(a)|_{\min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi \cdot 0,25}{2 \cdot 110} \approx 0,0036 ,$$

достигается при $a = b\sqrt{2} \approx 0,352$.

Годографы $W_L(j\omega)$ и $-Z(a)$ пересекаются в двух точках. Это означает, что уравнение:

$$W_{\text{Л}}(j\omega) = -\frac{1}{W_{\text{Н}}(a)} = -Z(a)$$

имеет 2 периодических решения:

$$X_1 = A_1 \sin(\Omega t) , \quad X_2 = A_2 \sin(\Omega t) .$$

Согласно рис. 5.27 $\Omega = 20 \text{ с}^{-1}$; $A_1 = 0,257$; $A_2 = 2,86$.

Для устойчивости колебаний необходимо, чтобы $W_{\text{Л}} (j\omega)$ охватывала часть годографа $-Z(a)$, соответствующую меньшим амплитудам. Поэтому решение X_1 является неустойчивым, решение X_2 – устойчивым.

Следовательно, в системе устанавливаются автоколебания с амплитудой $A = 2,86$ и частотой $\Omega = 20 \text{ с}^{-1}$:

$$X = 2,86 \sin (20 t) .$$

5.6. Устойчивость нелинейных систем

Строгая теория устойчивости нелинейных систем дана Ляпуновым, который определил устойчивость нелинейных систем следующим образом.

Первый метод Ляпунова [9]:

Невозмущенное движение устойчиво, если при достаточно малых начальных возмущениях вызванное ими возмущенное движение сколько угодно мало отличается от невозмущенного. Движение устойчиво, если при $t \rightarrow \infty$ возмущенное движение стремится к невозмущенному.

Другими словами: состояние равновесия будет устойчиво, если для любого, сколь угодно малого положительного заданного числа ε существует другое положительное число $\lambda(\varepsilon)$, такое, что выполняется условие

$$|g(t)| = \lambda(\varepsilon), \quad x(t) \leq \varepsilon , \quad (5.41)$$

где $g(t)$ – возмущающее воздействие; $x(t)$ – входная величина нелинейного звена. Если λ ограничено величиной Λ , то:

1. при $\lambda < \Lambda$ условие (5.41) выполняется; при $\lambda > \Lambda$ условие (5.41) не выполняется, в области $\lambda < \Lambda$ равновесие устойчиво и в малом и в большом;

2. в области $\lambda > \Lambda$ устойчиво только в малом, но неустойчиво в большом;

3. если λ не ограничено, то равновесие устойчиво в целом.

Ляпунов доказал, что судить об устойчивости в малом можно по устойчивости линейной системы, полученной линеаризацией исходной нелинейной системы.

Второй метод Ляпунова дает условия устойчивости любых нелинейных систем: возмущенное движение устойчиво, если можно указать такую знакоопределенную функцию $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$, производная которой по времени dv/dt также является знакоопределенной, но противоположна по знаку.

Знакоопределенная функция – функция, которая при всех значениях переменных имеет один знак, а в начале координат обращается в 0.

Метод заключается в отыскании функции V для исследуемой нелинейной системы. Такие функции называются функциями Ляпунова.

Ограничивает применение метода отсутствие правил отыскания функции Ляпунова.

Очень часто нелинейность системы задается не конкретной характеристикой, а в общем виде, с точностью определения ее класса. Например, задают статическую характеристику тем, что она должна находиться в определенном угле между осью абсцисс и прямой; конкретная форма может быть любой (рис. 5.28). Тогда говорят, что статическая характеристика задана в секторе или угле $(0, k)$.

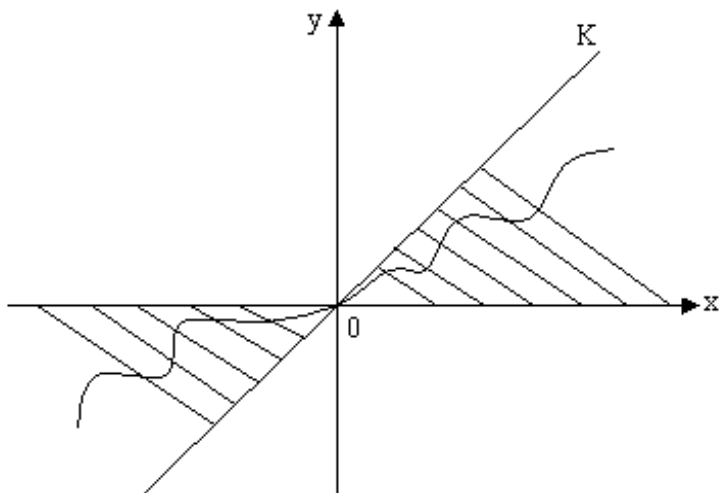


Рис. 5.28. Статическая характеристика нелинейной системы

Для исследования устойчивости нелинейных систем Поповым В. М. разработан частотный критерий:

- Для абсолютной устойчивости системы с нелинейностью в угле $(0, k)$ и устойчивой линейной частью с АФЧХ $W_{\text{л}}(j\omega)$ достаточно, если через точку $(-1/k; 0j)$ можно провести хотя бы одну прямую линию, не пересекающуюся с видоизмененной характеристикой линейной системы $W_{\text{лв}}(j\omega)$. Такая прямая называется линией Попова.

Видоизмененная характеристика линейной части определяется следующим образом. Если АФЧХ линейной части равна:

$$W_{\text{л}}(j\omega) = U_{\text{л}}(\omega) + jV_{\text{л}}(\omega),$$

то видоизмененная запишется как:

$$W_{\text{лв}} = U_{\text{л}}(\omega) + j\omega V_{\text{л}}(\omega).$$

Особенности видоизмененной характеристики $W_{\text{лв}}(j\omega)$:

- действительная часть равна действительной части исходной характеристики;
- мнимая часть равна мнимой части исходной характеристики, умноженной на ω .

Мнимые части исходной и видоизмененной характеристики обращаются в 0 одновременно, поэтому точки пересечения оси действительной части исходной и видоизмененной функции совпадают.

Действительная и мнимая части видоизмененной функции являются четными функциями ω .

На рис. 5.29 приведены расположения видоизмененной АФЧХ системы и прямой Попова.

На рис. 5.29,а приведена АФЧХ устойчивой в угле $(0, k)$ системы, на рис. 5.29,б неустойчивой системы, так как прямую Попова построить нельзя.

Устойчивость нелинейной системы – относительное понятие. В линейных системах существует две области на плоскости параметров системы: устойчивая и неустойчивая.

В нелинейных системах различают четыре области: область устойчивости равновесного состояния с постоянным значением регулируемой величины; область устойчивых автоколебаний; область неустойчивости системы; другие области, соответствующие более сложным случаям.

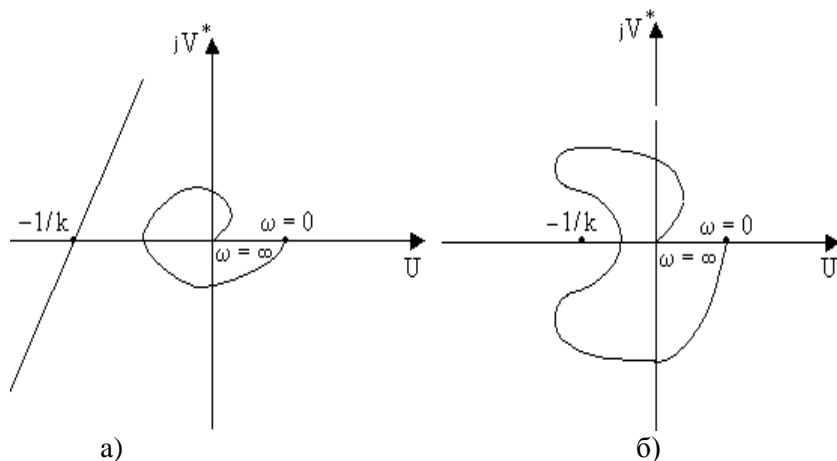


Рис. 5.29. Видоизмененная АФЧХ системы

Автоколебания – это устойчивые собственные колебания с постоянной амплитудой при отсутствии внешних колебательных воздействий [10].

Если есть автоколебания, то установившееся состояние, которое соответствует постоянному значению регулируемой величины, часто невозможно.

Пусть в системе имеются процессы (рис. 5.30).

Равновесное состояние ($y=0$) неустойчиво. Если оба колебания в переходных процессах стремятся к одной и той же амплитуде и частоте, то система будет обладать устойчивыми автоколебаниями с амплитудой a .

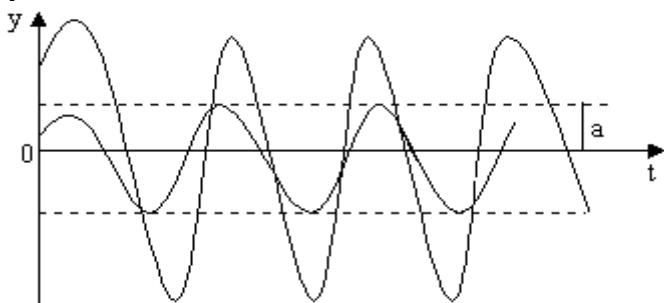


Рис. 5.30. Процессы в нелинейной системе

Случай, когда равновесное состояние системы устойчиво в "малом", приведен на рис. 5.31.

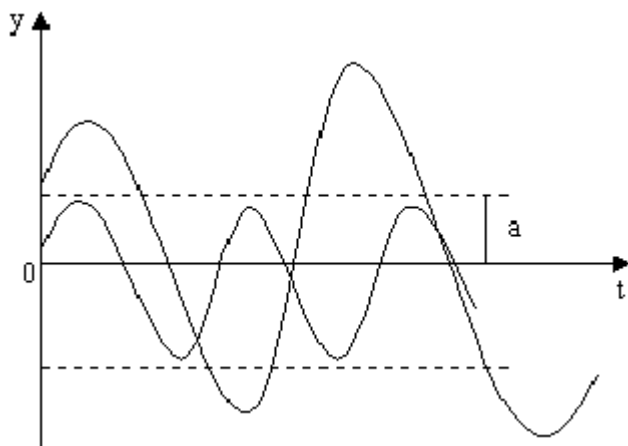


Рис. 5.31. Система, устойчивая в "малом"

Система устойчива в "малом", то есть при начальных условиях, не выводящих отклонения в переходном процессе за определенную величину a , и неустойчива в "большом", то есть при начальных условиях, выводящих отклонения в переходном процессе за пределы величины a .

Здесь граничный процесс – это неустойчивый периодический процесс собственного движения системы с амплитудой a (переходные процессы расходятся от него в обе стороны).

Различные типы нелинейностей по – разному влияют на состояние системы.

Если САР одноконтурная, то наличие зоны нечувствительности в каком – то звене приводит к появлению дополнительной статической ошибки.

Если система многоконтурная, то наличие такой зоны может привести к автоколебаниям.

Допустим, звено имеет характеристику с ограничением входной величины. Если входная величина не превышает значение $|a|$, то звено может рассматриваться как линейное, если она значительно больше a , то налицо изменение формы процесса управления.

Если система одноконтурная и состоит из устойчивых звеньев, то нелинейное звено с ограничением не влияет на границу устойчивости, но граница устойчивости становится небезопасной. Действительно, в линейной системе на границе устойчивости имеют место периодические колебания, за границей устойчивости – расходящиеся до бесконечности.

В данном случае амплитуда колебаний возрастает до величины a , дальнейшее увеличение прекратится за счет того, что b будет оставаться постоянным, и это приводит к снижению общего коэффициента усиления. В системе будут иметь место периодические колебания с некоторыми постоянными амплитудами и частотой.

Если система многоконтурная, с дополнительными обратными связями, то такой элемент приводит к сужению области устойчивости и ухудшению качества процесса управления.

В случае существенно нелинейных элементов качество управления системой значительно ухудшается, а в ряде случаев

управление становится невозможным. Это проявляется в увеличении погрешности, увеличении времени протекания переходного процесса и его колебательности, потере устойчивости, возможности возникновения автоколебательных режимов. Как уменьшить влияние нелинейностей, вернее, нелинейных элементов ? Это возможно следующими путями:

- улучшение конструкции функционально необходимых элементов;
- устранение влияния нелинейного элемента изменением линейной части системы за счет изменения параметров, структуры, введения дополнительных линейных обратных связей;
- компенсация влияния нелинейности путем применения компенсирующих нелинейных элементов, обеспечивающих введение дополнительного сигнала управления по отклонению;
- использование линеаризации нелинейности;

Применительно к конкретной системе используют наиболее рациональные методы уменьшения нелинейности или их комбинацию. В технической литературе по нелинейным САУ и САР очень подробно рассматриваются такие случаи.

Контрольные вопросы

1. Какой элемент системы называется нелинейным ?
2. Что представляют собой статические характеристики нелинейных звеньев ?
3. В чем заключаются особенности нелинейных систем ?
4. Какие методы анализа нелинейных систем получили широкое применение ?
5. Сущность метода фазового пространства.
6. О чем свидетельствует устойчивый предельный цикл на фазовой плоскости?
7. Сущность метода гармонической линеаризации.
8. Методика определения амплитуды и частоты автоколебаний в системе.
9. Критерии устойчивости нелинейных систем.

6. ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

ЭВМ в настоящее время используются не только для решения разнообразных задач, связанных с расчетом и проектированием различных систем. Аналоговые и цифровые ЭВМ применяются в составе систем автоматического регулирования и управления различного назначения.

Широкие перспективы связаны с применением микроЭВМ. Поэтому знание основных понятий, определений, методов математического расчета систем, содержащих ЭВМ, является совершенно необходимым.

6.1. Определение дискретной системы

Входные и выходные сигналы непрерывных систем являются функциями непрерывного времени t . Если независимая переменная t принимает непрерывную последовательность значений, то сигнал называется непрерывным; если она принимает только конечное множество значений t_k (где $k=0; \pm 1; \pm 2 \dots$), то сигнал называется дискретным (рис. 6.1).

В дискретных САР и САУ, в отличие от непрерывных, сигналы являются дискретными.

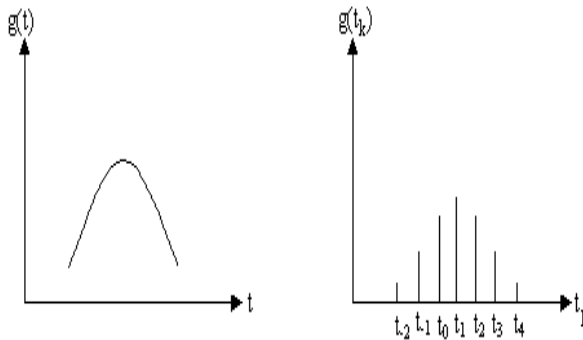


Рис. 6.1. Непрерывный и дискретный сигналы

Формирование дискретного сигнала происходит следующим образом: пусть имеется ключ, который включается на очень короткий промежуток времени $\Delta\tau$, а затем остается разомкнутым в течение τ_r (рис. 6.2).

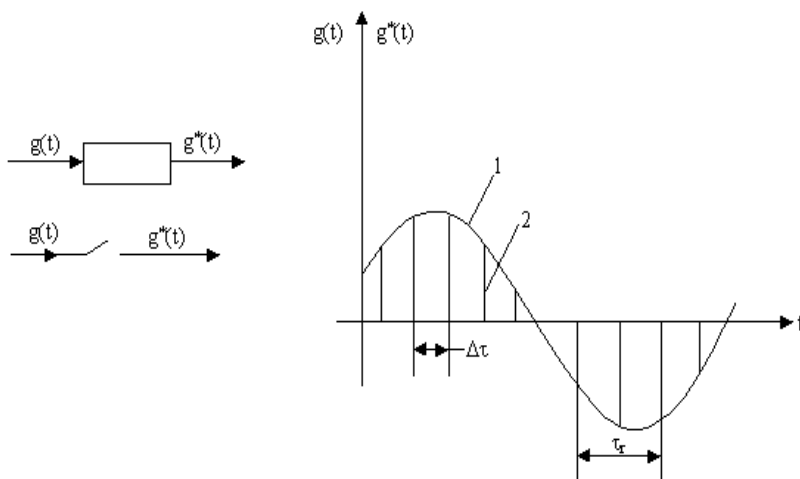


Рис. 6.2. Формирование дискретного сигнала:
 1 – сигнал на входе ключа;
 2 – сигнал на выходе ключа

Если на вход подается непрерывный сигнал, то на выходе образуется последовательность импульсов $g^*(t)$, разделенных друг от друга во времени интервалами τ_r , причем амплитуда каждого из импульсов будет равна амплитуде непрерывного сигнала в дискретные моменты t_k .

Интервал τ_r называется интервалом или шагом дискретизации по времени. В дальнейшем будем считать τ_r постоянным, $\tau_r = \text{const}$. Поэтому, если сигнал наблюдают в течение времени T_n , то $T_n = k \cdot \tau_r$, где k – целое число.

По существу ключ – это амплитудный модулятор непрерывного сигнала в дискретные моменты и называется импульсным элементом.

Системы, в которых входные и выходные сигналы являются дискретными, называются дискретными системами.

Системы, которые характеризуются как непрерывными, так и дискретными сигналами, называются дискретно – непрерывными системами.

Если непрерывные системы описываются дифференциальными уравнениями, то дискретные системы описывают разностными уравнениями.

Рассмотрим понятие разностного уравнения [14, 15].

Допустим,

$$y(t) = \int_0^t U(\tau) d\tau .$$

Если $U(\tau)$ – не интегрируемая, то ее аппроксимируют кусочно– постоянной функцией (рис. 6.3):

$$y(k\tau_r) = \sum_{i=0}^{k-1} \tau_r U(i\tau_r) . \quad (6.1)$$

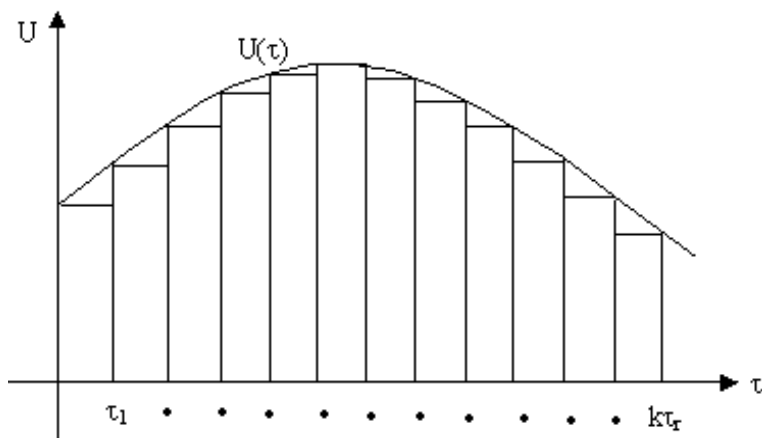


Рис. 6.3. К выводу разностного уравнения

С помощью формулы (6.1) определяют процесс интегрирования при $\tau_r \rightarrow 0$. При этом требуется запоминание всех предыдущих значений сигнала $U(i\tau_r)$ для того, чтобы определить значение интеграла в момент $t = k \cdot \tau_r$.

Более простой способ заключается в том, чтобы сначала найти:

$$\boxed{},$$

(6.2)

затем вычитают из формулы (6.2) соотношение (6.1), в результате получают:

$$y(k\tau_r + \tau_r) - y(k\tau_r) = \tau_r U(k\tau_r)$$

или

$$y[(k+1)\tau_r] = y(k\tau_r) + \tau_r U(k\tau_r), \quad (6.3)$$

т.е. для того, чтобы определить значение интеграла в последующий $(k+1)\tau_r$ момент, необходимо запомнить предыдущее значение интеграла $y(k\tau_r)$ и его значение $U(\tau)$ в данный момент.

Выражение (6.3) является разностным уравнением первого порядка.

Алгоритм вычисления уравнения (6.3) заключается в следующем:

1. Запоминается начальное условие $y(0) = 0$.
2. Формула (6.3) применяется последовательно для значений $k=0, 1, 2, \dots$:

$$y(\tau_r) = \tau_r U(0) + y(0) = \tau_r U(0),$$

$$y(2\tau_r) = \tau_r U(\tau_r) + y(\tau_r),$$

$$y(3\tau_r) = \tau_r U(2\tau_r) + y(2\tau_r),$$

.

.

.

$$y(i\tau_r) = \tau_r U[(i-1)\tau_r] + y[(i-1)\tau_r].$$

На каждом шаге этого итерационного процесса каждое последующее значение выхода $y(i\tau_r)$ вычисляют сложением его

предыдущего значения $y[(i-1)\tau_r]$ с предыдущим значением входа $U[(i-1)\cdot\tau_r]$, умноженным на τ_r .

В общем случае линейное разностное уравнение имеет вид:

$$y(n+k) + a_1 y(n+k-1) + \dots + a_n y(k) = b_0 U(n+k) + b_1 U(n+k-1) + \dots + b_n U(k). \quad (6.4)$$

Чтобы определить $y(n+k)$, нужно запомнить предыдущие значения выхода $y(n+k-1)$, $y(n+k-2)$, ... , $y(k)$ и входа $U(n+k)$, $U(n+k-1)$, ... , $U(k)$, а затем выполнить указанные действия умножения и сложения.

Дискретные системы математически описываются в виде разностных уравнений вход – выход, которые являются аналогом дифференциальных уравнений. Уравнение (6.4) приводят к виду:

$$y(k) = b_0 U(k) + b_1 U(k-1) + \dots + b_n U(k-n) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) - \dots - a_n y(k-n), \quad (6.5)$$

где $y(k)$ – характеризует выход в момент $k\tau_r$, шаг дискретности τ_r обычно опускают для простоты написания формул.

Числа $y(k-1)$, $y(k-2)$ характеризуют предыдущие значения выхода, запоминаемые в памяти ЭВМ. Аналогично: $U(k)$, $U(k-1)$ характеризуют вход в дискретные моменты k и $k-1$ и т.д. Они также хранятся в памяти машины.

Уравнение (6.5) называют разностным, позволяющим вычислить каждое последующее значение выхода по предыдущим данным.

Кроме рассмотренного используются и другие методы математического описания дискретных систем:

- взвешенной временной последовательности, являющейся аналогом описания непрерывных систем при помощи импульсной переходной функции;
- разностных уравнений в переменных состояниях, являющихся аналогом описания дифференциальных уравнений в переменных состояниях для непрерывных систем.

6.2. Прохождение непрерывного сигнала через цифровую ЭВМ

В контур управления САР и САУ часто входит ЭВМ. Для пояснения принципа работы таких систем рассмотрим прохождение сигнала через цифровую ЭВМ. Схема, имитирующая этот процесс, приведена на рис.6.4, где КЛ – ключ (может быть импульсный элемент), преобразующий непрерывный сигнал в аналоговый дискретный; преобразователь АЦП; ЭВМ; преобразователь ЦАП, экстраполятор Э.

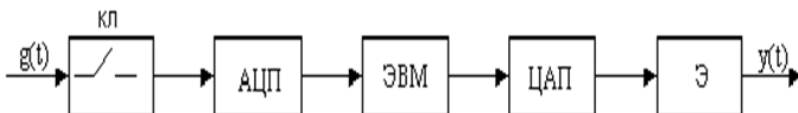


Рис. 6.4. Прохождение сигнала через ЭВМ

Чем отличается аналоговый дискретный сигнал на выходе КЛ от дискретного? Первый принимает любое значение в заданном амплитудном диапазоне, амплитуда дискретного сигнала ограничена некоторой совокупностью значений, определяемой разрядностью цифровой ЭВМ. Далее сигнал поступает в ЭВМ в цифровой бинарной форме со скоростью, соответствующей интервалу дискретизации по времени τ_r .

После ЭВМ цифровой сигнал преобразуется ЦАП в дискретно–аналоговый сигнал. Экстраполятор Э приводит сигнал к непрерывному аналоговому виду, форма которого определяется порядком экстраполятора.

На динамику влияют ключ, ЭВМ и экстраполятор; характеристики АЦП и ЦАП не влияют на математическое описание системы [6].

Схема может быть представлена в упрощенном виде (рис.6.5).

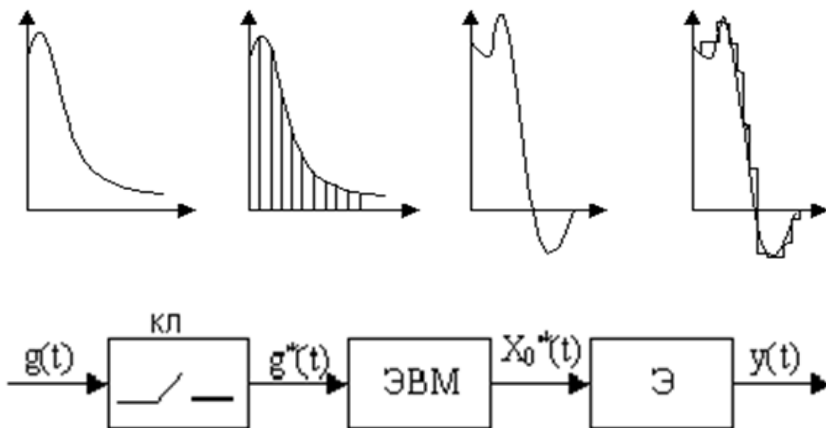


Рис. 6.5. Схема прохождения сигнала

Далее предположим, что анализ схемы с цифровой ЭВМ справедлив при следующих ограничениях:

- Шаг дискретности τ_r постоянен:

$$(\tau_r = \Delta\tau + \tau_p = \text{const}) .$$

- Запаздыванием, создаваемым процессом вычисления в ЭВМ, можно пренебречь.

- ЭВМ выполняет любую линейную операцию (дифференцирование, интегрирование, решение дифференциальных и интегральных уравнений и т.д.).

- ЭВМ работает в реальном времени.

- ЭВМ может использовать настоящую и прошлую информацию, но не будущую (принцип физической осуществимости).

Система, содержащая ЭВМ, квантует сигнал по уровню и по времени. Квантование по уровню создает на выходе ошибку второго порядка по сравнению с эффектом от квантования по времени. Поэтому в первом приближении ошибку квантования по уровню не учитывают, ею пренебрегают. Квантование во времени означает дискретизацию, замену непрерывной кривой последовательностью импульсов. В общем, такая замена может привести к потере информации. Условие, при котором при

квантовании во времени информация не теряется, т.е. когда по дискретным данным можно восстановить исходную кривую, определяется из теоремы Котельникова:

- если кривая обладает конечным спектром, то информация не будет потеряна при выполнении условия:

$$|\omega_0| < \frac{\pi}{\tau_T} ,$$

где ω_0 – ширина спектра, когда период повторения достаточно мал.

6.3. Передаточная функция дискретных систем

Понятие " передаточная функция " использовалось для анализа и синтеза непрерывных систем. Это понятие может быть использовано и в дискретных, и в дискретно–непрерывных системах. Рассмотрим это.

Если математическим аппаратом исследования непрерывных систем является преобразование Лапласа, то для исследования дискретных систем используется Z – преобразование, которое сводит решение разностного уравнения к алгебраическим операциям.

Преобразование Лапласа превращает непрерывные функции времени t в функции комплексного переменного p ; Z – преобразование - функции дискретного времени (последовательность чисел) в функции комплексной переменной $Z = e^{-pT}$.

Z – преобразование позволяет ввести понятие Z – передаточной функции, имеющей аналогию с обычной передаточной функцией непрерывных систем.

Для дискретной функции $f[n]$, определенной при $n \geq 0$, Z – преобразование через дискретное преобразование Лапласа равно:

$$F_g(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{(-pnT)} . \quad (6.6)$$

С использованием аргумента $z = e^{pT}$:

$$Z\{f[n]\} = F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n]z^{(-n)} . \quad (6.7)$$

Подчеркнем, Z – преобразование содержит информацию о функции в дискретные моменты времени, т. е. представляет ряд последовательных значений.

На основании выражения (6.7) рассмотрим некоторые примеры Z – преобразований (рис. 6.6).

1. Исходная функция:

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t = 0 \\ 0, & \text{при } t \neq 0 . \end{cases}$$

Дискретная функция $f[n]$ равна $\delta_0[n]$; Z – преобразование такой функции равно 1;

2. Единичная ступенчатая функция $f(t) = 1(t)$. Дискретная функция $f[n]$ равна $1[n]$, Z – преобразование такой функции равно:

$$Z = \frac{z}{z-1} , \text{ изображение Лапласа } 1/p .$$

3. Линейная функция $f(t) = t$. Дискретная функция $f[n]$ равна $n \cdot T$, Z – преобразование:

$$Z = \frac{\tau_r Z}{(z-1)^2} , \text{ изображение Лапласа } 1/p^2 .$$

$$\text{При этом } \delta_0[n] = \begin{cases} 1, & \text{при } n = 0 \\ 0, & \text{при } n \neq 0 \end{cases}$$

называется единичной импульсной решетчатой функцией, которая часто используется при анализе дискретных систем.

Аналогично преобразованиям Лапласа, существует обратное Z – преобразование (возврат к оригиналу), которое записывается в виде:

$$f[n] = Z^{-1}\{F(z)\} . \quad (6.8)$$

Это не представляется трудным, т.к. изображение является табличным.

Разностное уравнение дискретной системы (6.5) может быть представлено в виде:

$$\sum_{i=0}^l a_i y[n-i] = \sum_{j=0}^m b_j g[n-j] , \quad (6.9)$$

где $g[n]$, $y[n]$ – входной и выходной сигналы.

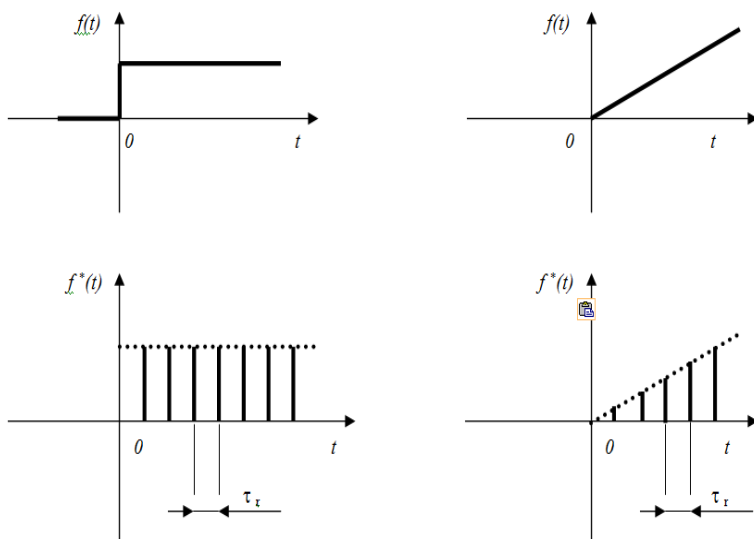


Рис. 6.6. Примеры Z – преобразований

Перейдя к изображениям (свойство линейности Z–преобразования), получим:

$$\sum_{i=0}^l a_i Z\{y[n-i]\} = \sum_{j=0}^m b_j Z\{g[n-j]\} . \quad (6.10)$$

На основании теоремы запаздывания:

$$Z\{f[n-m]\} = Z^{-m}F(z) \quad (6.11)$$

запишем (6.10) в виде:

$$Y(z) \sum_{i=0}^l a_i z^{-i} = G(z) \sum_{j=0}^m b_j z^{-j} , \quad (6.12)$$

где $Y(z)$, $G(z)$ – Z – преобразования последовательностей $y(n\tau)$ и $g(n\tau)$.

Поскольку $Y(z) = Z\{y[n]\}$ и $G(z) = Z\{g[n]\}$ не зависят от i и j , поэтому вынесены за знаки суммы.

Изображение искомой функции:

$$Y(z) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j z^{-j}}{\sum_{i=0}^l a_i z^{-i}} G(z) = H(z)G(z) , \quad (6.13)$$

где $H(z)$ – дискретная передаточная функция, которая определяет отношение Z –преобразования выходного сигнала к Z –преобразованию входного сигнала:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{G(z)} . \quad (6.14)$$

Но непрерывную систему чаще всего задают передаточной функцией в области комплексной переменной p . Для использования формулы (6.14) необходимо по заданной функции $W(p)$ определить дискретную передаточную функцию $W(z)$. Для этого используют простые соотношения:

$$W(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n]Z^{-n} \quad (6.15)$$

где $f[n] = f(t)_{t=n\tau}$, $f(t)$ – импульсная переходная функция системы.

Пример: Определить дискретную передаточную функцию $W(z)$, соответствующую p – передаточной функции

$$W(p) = \frac{a}{p(p+a)} . \quad (6.16)$$

Используя обратное преобразование Лапласа, получим:

$$f(t) = L^{-1}[W(p)] = L^{-1}\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p+a}\right] = 1 - e^{-at} . \quad (6.17)$$

Поэтому

$$f[n\tau_r] = 1 - e^{-an\tau_r}$$

Z-преобразование этой последовательности равно:

$$W(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - e^{-an\tau_r}) z^{-n} . \quad (6.18)$$

Дискретная передаточная функция играет в дискретных системах такую же роль, как обычная передаточная функция в непрерывных системах, которая равна отношению изображений сигналов, но по Лапласу.

Дискретную передаточную функцию можно записать в виде:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_m Z^{-m}}{a_0 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_l Z^{-l}} , \quad (6.19)$$

где $a_0 \dots a_l, b_0 \dots b_m$ – коэффициенты разностного уравнения.

Итак, реакция дискретной системы на любое воздействие легко определима. Зная $Y(z) = H(z) \cdot G(z)$, используем обратное Z-преобразование для нахождения $y[n]$.

Пример: Определим реакцию дискретной системы с передаточной функцией

$$W(z) = \frac{b_1 z + b_2}{z^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)z + \lambda_1 \lambda_2}$$

на дискретное ступенчатое входное воздействие

$$G(z) = \frac{z}{z-1}$$

Z-преобразование выходной величины равно:

$$Y(z) = W(z)G(z) = \frac{b_1 z^2 + b_2 z}{(z-1) \left[z^2 - (\lambda_1 - \lambda_2)z + \lambda_1 \lambda_2 \right]} = \frac{C_1}{z - \lambda_1} + \frac{C_2}{z - \lambda_2} + \left[\frac{b_1 + b_2}{(1 - \lambda_2)(1 - \lambda_1)} \frac{1}{z - 1} \right],$$

где

$$C_1 = \frac{\lambda_1(b_1 \lambda_1 + b_2)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - 1)}, \quad C_2 = \frac{\lambda_2(b_1 \lambda_2 + b_2)}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - 1)}.$$

Обратное преобразование от $Y(z)$

$$y(n) = C_1(\lambda_1)^{n-1} + C_2(\lambda_2)^{n-1} + \frac{b_1 + b_2}{(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)}.$$

В установившемся режиме

$$y(\infty) = \frac{b_1 + b_2}{(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)}.$$

На основе полученных соотношений можно выполнить анализ различных систем с помощью Z -преобразования.

1. Типовая дискретно-непрерывная система, где ЭВМ включена между импульсным входным элементом и экстраполятором (рис. 6.7).

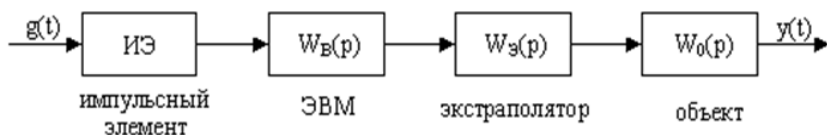


Рис. 6.7. Схема типовой дискретной системы
 Обозначим Z -преобразование на выходе ЭВМ

$$X_B(Z) = Z[X_B(n\tau_r)] = W_B(z)G(z) .$$

Можно написать

$$Y(z) = Z[W_3 W_0]X_B(z) .$$

Поэтому

$$Y(z) = W_B(z)G(z)Z[W_3 W_0] .$$

2. Замкнутая дискретная система, содержащая управляющую ЭВМ (рис.6.8).

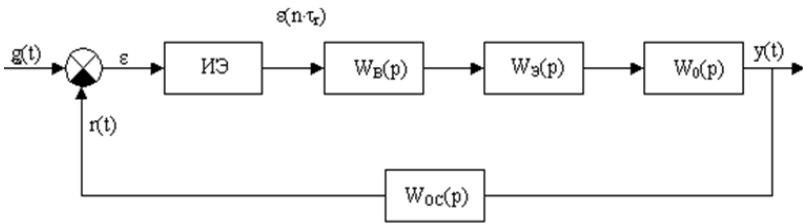


Рис. 6.8. Схема дискретной замкнутой системы

Входным сигналом импульсного элемента ИЭ является ошибка ε , Z -преобразование которой можно записать как:

$$E(z) = Z\{\varepsilon(n\tau_r)\} .$$

Z -преобразование выходного сигнала равно

$$Y(z) = W_B(z)Z\{W_3(p)W_0(p)\}E(z) . \quad (6.20)$$

Z -преобразование сигнала $r(t)$ на выходе цепи обратной связи

$$R(z) = W_B(z)Z\{W_3(p)W_0(p)W_{oc}(p)\}E(z) . \quad (6.21)$$

Но

$$\varepsilon(n\tau_r) = g(n\tau_r) - r(n\tau_r) ,$$

где $g(n\tau_r)$, $r(n\tau_r)$ – дискретные последовательности, соответствующие входному $g(t)$ и выходному $r(t)$ сигналам, поэтому:

$$E(z) = G(z) - R(z) . \quad (6.22)$$

Используя (6.20) и (6.21), получим

$$E(z) = G(z) - W_B(z)E(z)Z\{W_3 W_0 W_{oc}\} . \quad (6.23)$$

Отсюда

$$G(z) = E(z) - W_B(z)E(z)Z\{W_3 W_0 W_{oc}\} . \quad (6.24)$$

На основании (6.20) и (6.24) определим Z -передаточную функцию системы с обратной связью и с ЭВМ в контуре управления:

$$\Phi(z) = \frac{Y(z)}{G(z)} = \frac{W_B Z\{W_3 W_0\}}{1 + W_B(z)Z\{W_3 W_0 W_{oc}\}} . \quad (6.25)$$

На динамические свойства системы основное влияние оказывает передаточная функция ЭВМ $W_B(z)$. Поэтому основная задача проектирования состоит в выборе $W_B(z)$ такой, чтобы САР обладала необходимыми динамическими свойствами.

6.4 Частотные характеристики дискретной системы

Аналогично частотным характеристикам непрерывных систем определим частотные характеристики дискретных систем.

Частотная передаточная функция получается из дискретной передаточной функции $H(z)$ посредством подстановки $z = e^{j\omega T}$, где ω – частота входного сигнала; T – период дискретности.

Функция $H(e^{j\omega T})$ равна отношению комплексных амплитуд входных и выходных сигналов и называется частотной передаточной функцией.

График модуля $A(\omega) = |H(e^{j\omega T})|$ – называется амплитудной частотной характеристикой, график аргумента $\psi(\omega) = \arg H(e^{j\omega T})$ – фазовой частотной характеристикой. Аналогично вводятся логарифмические частотные характеристики.

Необходимо обратить внимание на следующий факт.

Частотная характеристика является функцией круговой частоты ω . Комплексный аргумент $e^{j\omega T} = \cos(\omega T) + j \cdot \sin(\omega T)$ – периодичен, значит частотная характеристика тоже периодически повторяется с

периодом, равным круговой частоте квантования $2\pi/T$. Такую периодичность будут иметь все частотные характеристики.

Физически это означает следующее. Гармонические сигналы на частотах $\omega, \omega \pm 2\pi l/T$, где $l = 1, 2, \dots$ невозможно различить, наблюдая их лишь в дискретные моменты времени $t = n \cdot T$. Поэтому дискретный элемент реагирует одинаково.

Такая периодичность частотных характеристик очень неудобна при построении.

Поэтому вводится понятие псевдочастоты, которая определяется как:

$$\chi = \frac{Z-1}{Z+1} \quad (6.26)$$

Подставим $Z = e^{j\omega T}$ в (6.26) и получим:

$$\chi = \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} = j \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} = j\lambda \quad ,$$

где λ – псевдочастота, равная $\operatorname{tg}(\omega T/2)$. Если $\omega T < 2$, то $\operatorname{tg}(\omega T/2) \approx (\omega T/2)$

С учетом псевдочастоты частотная передаточная функция запишется как:

$$H^*(j\lambda) = H\left(\frac{1+\omega}{1-\omega}\right) = H\left(\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}\right) \quad (6.27)$$

6.5. Устойчивость дискретных систем

Дискретная система устойчива, если переходный процесс затухает с течением времени и переходная составляющая выходной величины, выражаемая формулой

$$Y_{\text{пер}}[n] = A_1 Z_1^n + A_2 Z_2^n + \dots + A_l Z_l^n \quad , \quad (6.28)$$

где $Z_1 \dots Z_l$ – корни характеристического уравнения; $A_1 \dots A_l$ – постоянные, определяемые начальными условиями, удовлетворяет условию

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Y_{\text{пер}}[n] = 0 \quad . \quad (6.29)$$

Характеристическое уравнение – это знаменатель дискретной передаточной функции системы, описываемой формулой (6.25):

$$1+W(Z)=0.$$

Поскольку переменная $Z = e^{pT}$, то нулевому корню ($p = 0$) соответствует корень $Z = 1$, отрицательным вещественным p_i соответствуют $|Z_i| < 1$. Поэтому для устойчивости должно выполняться условие $|Z_i| < 1$ ($i = 1, 2, \dots, l$), т.е. корни характеристического уравнения должны лежать внутри области устойчивости, имеющей вид круга единичного радиуса на комплексной плоскости Z (рис.6.9).

Необходимый и достаточный признак устойчивости дискретной системы может быть сформулирован следующим образом:

Система устойчива, если все корни ее Z – характеристического уравнения лежат внутри окружности единичного радиуса с центром в начале координат комплексной плоскости.

При наличии корней $|Z_i| > 1$ система неустойчива. Значение какого – либо корня $|Z_i| = 1$ при всех остальных корнях меньше 1 определяет границу устойчивости дискретной системы.

Устойчивость определяется просто для уравнения первого порядка:

$$Z+A=0.$$

Система устойчива, если $|A| < 1$.

Если характеристическое уравнение более высоких порядков, то устойчивость анализируется с переходом к псевдочастоте χ . Учитывая, что

$$Z = e^{j\omega T} = \cos(\omega T) + j\sin(\omega T),$$

каждой точке окружности единичного радиуса в плоскости Z с определенными координатами $\cos(\omega T)$ и $j\sin(\omega T)$ по вещественной и мнимой осям соответствует некоторая ω из интервала от 0 до $2\pi/T$. Однако, поскольку $\chi = j \cdot \operatorname{tg}(\omega T/2)$, то при изменении ω в указанном интервале изображающая точка в плоскости ω движется по мнимой оси от 0 до ∞ и далее от $-\infty$ к 0, т.е. проходит вдоль всей мнимой оси. Поэтому окружность единичного радиуса, являющаяся границей области устойчивости в плоскости Z , при переходе к ω – преобразованию отображается в мнимую ось плоскости ω . Область устойчивости в плоскости ω лежит слева от

мнимой оси (рис. 6.10) и совпадает по форме с областью устойчивости непрерывных систем (которая тоже лежит слева от мнимой оси плоскости p).

Это делает правомерным использование всех критериев устойчивости, разработанных для непрерывных систем. Только нужно перейти от переменной Z к переменной ω или, при использовании частотных критериев устойчивости, к псевдочастоте.

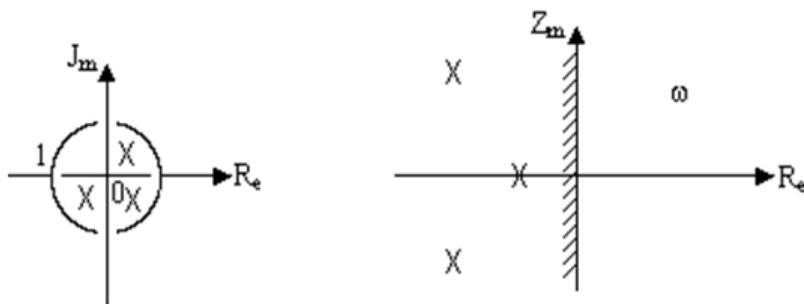


Рис. 6.9. Условие устойчивости дискретной системы Рис. 6.10. Область устойчивости

Пример: Определить устойчивость дискретной системы, которая имеет характеристическое уравнение второго порядка:

$$Z^2 + AZ + B = 0 .$$

Подставим:

$$Z = \frac{1 + \omega}{1 - \omega} .$$

Получим:

$$\left(\frac{1 + \omega}{1 - \omega} \right)^2 + A \frac{1 + \omega}{1 - \omega} + B = 0 .$$

Выполним преобразования:

$$(1 + \omega)^2 + A(1 + \omega)(1 - \omega) + B(1 - \omega)^2 = 0 ,$$

$$\omega^2(1 - A + B) - 2\omega(1 - B) + 1 + A + B = 0 .$$

Согласно критерию Гурвица для устойчивости систем второго порядка необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты были положительны. Поэтому система будет устойчива, если:

$$\begin{cases} 1 - A + B > 0 \\ B < 1 \\ 1 + A + B > 0. \end{cases}$$

6.6. Оценка качества управления

Показатели запаса устойчивости, быстродействия, точности дискретной системы, которые характеризуют качество ее работы, могут быть определены в результате построения кривой переходного процесса или с помощью различных критериев качества.

Наиболее удобны частотные критерии. Аналогично непрерывным системам необходимо выполнить требование: АФЧХ различных систем не должна заходить в запретную область, окружающую точку $(-1; j_0)$.

Запас устойчивости по модулю и по фазе аналогичен, при этом безразлично, построена АФЧХ в функции частоты ω или псевдочастоты χ .

Пример: Дискретная передаточная функция разомкнутого контура дискретной системы имеет вид:

$$W(z) = \frac{K_1 T}{z - 1} . \quad (6.30)$$

Определим частотную передаточную функцию, подставив $z = e^{j\omega T}$:

$$W(e^{j\omega T}) = \frac{K_1 T}{\cos(\omega T) - 1 + j \sin(\omega T)} . \quad (6.31)$$

Учитывая, что

$$\cos(\omega T) = \cos^2\left(\frac{\omega T}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\omega T}{2}\right),$$

$$1 = \sin^2\left(\frac{\omega T}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\omega T}{2}\right),$$

$$\sin(\omega T) = 2 \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right),$$

получим:

$$\cos(\omega T) - 1 + j \sin(\omega T) = -2 \sin^2(\omega T/2) + j 2 \sin(\omega T/2) \cos(\omega T/2)$$

Тогда (6.31) примет вид:

$$W(e^{j\omega T}) = -\frac{K_1 T}{2} - j \frac{K_1 T}{2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega T}{2}\right). \quad (6.32)$$

Выделим действительную и мнимую часть:

$$U = -\frac{K_1 T}{2}, \quad V = -\frac{K_1 T}{2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega T}{2}\right). \quad (6.33)$$

Годограф амплитудно-фазовой частотной характеристики представляет собой вертикальную линию на расстоянии $(K_1 \cdot T)/2$ от начала координат (рис. 6.11). Граница устойчивости проходит через точку $(K_1 T/2)$.

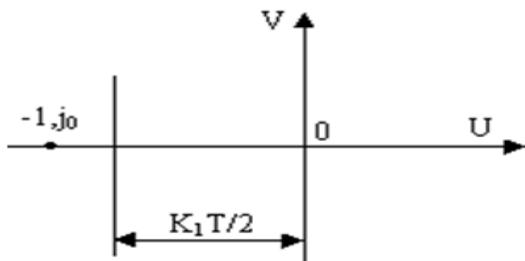


Рис. 6.11. Годограф АФЧХ дискретной системы

Запас устойчивости дискретных систем анализируется таким же образом, как в непрерывных системах, но при оценке точности обязательно учитывают дополнительные ошибки, вызванные квантованием во времени.

Синтез дискретных систем проводят также в два этапа: сначала синтезируют импульсный элемент и исполнительное устройство, согласованное с ним, а затем уже корректирующее устройство.

Если считать, что импульсный элемент и исполнительное устройство заданы, то синтез дискретной системы сводится к выбору дискретной передаточной функции $H(Z)$, периоду дискретности; количества двоичных разрядов в АЦП и ЦАП и весу единиц младших разрядов этих преобразователей.

Чаще всего используется последовательное корректирующее устройство, тогда:

$$H(Z) = H_{ж}(Z)H_{нч}(Z),$$

где $H_{ж}(Z)$ – желаемая дискретная передаточная функция; $H_{нч}(Z)$ – дискретная функция неизменной части.

При выборе $H_{ж}(Z)$ или однозначно связанной с ней частотной передаточной функцией $H_{ж}^*(j\lambda)$ применяются те же подходы.

Чаще всего используются логарифмические характеристики; строится ЛАХ желаемая; затем ЛАХ неизменяемой части и делается вывод о том, как достичь нужных результатов и выполнить требования по запасу устойчивости системы.

Часто для нахождения дискретной передаточной функции за основу принимают передаточную функцию $W(p)$ непрерывного

фильтра, который привел бы передаточную функцию к желаемому виду. Чем ближе свойства цифрового фильтра и идеального фильтра–прототипа, тем выше качество системы. Полная эквивалентность невозможна, потому что выходной сигнал непрерывного фильтра – непрерывная функция, выходной сигнал цифрового фильтра – ступенчатая функция.

Поэтому близость понимают по – разному, рассматривая временные или частотные характеристики этих фильтров.

Выбор времени дискретности основан на учете двух противоположностей:

1. Чрезмерное уменьшение периода дискретности при определенном быстродействии вычислителя ограничивает допустимую сложность алгоритма вычислений, которые выполняются в реальном масштабе времени и на каждом такте должны быть выполнены за время, не превышающее T .

2. Увеличение периода дискретности нежелательно, т.к. приводит к потере информации при квантовании сигнала рассогласования и в конечном счете ухудшает качество управления.

Требования к периоду дискретности T выдвигаются, исходя из заданной АЧХ $A(\omega)$ и величины граничной частоты в спектре задающего воздействия $\omega_{гр}$, относительной погрешности реализации АЧХ.

Контрольные вопросы

1. Определение дискретной системы.
2. Формула Z – преобразования.
3. Понятие Z – передаточной функции.
4. Частотные характеристики дискретной системы.
5. Необходимый и достаточный признак устойчивости дискретных систем.
6. Критерии качества работы дискретной системы.

Заключение

Теория автоматического управления и теория автоматического регулирования, информатика и техническая кибернетика являются научной базой теории автоматического управления техническими системами. В настоящее время интенсивно развиваются иерархические многоуровневые системы управления технологическими процессами и объектами, сложные автоматизированные системы.

Основные понятия, принципы, задачи и методы теории автоматического управления и теории автоматического регулирования сохраняют свою актуальность и получают развитие в современной теории. Новым является существенное воздействие роли информации, компьютеризация процессов ее обработки, поскольку любая система выполняет свою задачу при помощи сбора, передачи, обработки и использования информации на основе принципа обратной связи.

Главной задачей авторов был отбор наиболее проверенных практикой теоретических методов исследования и расчета автоматических систем.

В пособии содержатся основные сведения о теории автоматизации и систем автоматического управления, включая методы математического описания и методы исследования, методы коррекции систем.

В каждой главе в сжатой форме излагается теоретический материал, приводятся расчетные формулы, графики, схемы. Основные методы анализа и расчета иллюстрируются примерами.

Список литературы

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. –768 с.
2. Ерофеев А. А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов.– СПб.: Политехника, 1998. –295 с.
3. Измерения в электронике: Справочник / В. А. Кузнецов, В. А. Долгова, В. М. Коневски и др.; Под ред. В. А. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. –512 с.
4. Кауфман М., Сидман А. Практическое руководство по расчетам схем в электронике: Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 368 с.
5. Ксенович И. П., Тарасик В. П. Теория и проектирование автоматических систем: Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1996. – 480 с.
6. Основы теории распознавания образов. / С. В. Дегтярев, Е. И. Духнич, Н. А. Корневский, Ю. П. Муха, В. С. Титов, Т. А. Ширабакина. – Курск : Издательство Курск. КГТУ, 1999. –136 с.
7. Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования. –М.: Наука, 1989. –303 с.
8. Пустынский И. Н., Титов В. С., Ширабакина Т. А. Адаптивные фотоэлектрические преобразователи с микропроцессорами. –М.: Энергоатомиздат, 1990. –80 с.
9. Радиоавтоматика: Учебное пособие для вузов. / В. А. Бесекерский, А. А. Елисеев, А. В. Небылов и др.; Под ред. В. А. Бесекерского. –М.: Высш. шк., 1985. –271 с.
10. Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В. Теория автоматического управления техническими системами: Учеб. пособие. –М.: Издательство МГТУ, 1993. –492 с.
11. Системы технического зрения: Справочник. / Под ред. В. И. Сырямкина, В.С. Титова. –Томск: МГП «РАСКО», 1992. –367 с.
12. Titov V., Syryamkin V., Shirabakina T. Computer vision system development for technological Parameters and Processes Inspection. – Machine Grafics and Vision, V.1, n. 1/2, 1992. P. 417 – 421.
13. Титов В. С., Ширабакина Т. А. Основы теории управления. Ч. 1. Элементы систем автоматического управления и

регулирования: Учебное пособие. –Курск: Издательство Курск. КГТУ, 1997. –59 с.

14. Трусов В. В. Введение в теорию автоматического управления техническими системами: Учебное пособие (курс лекций) / РГАТА. –Рыбинск, 1994. –167с.

15. Трофимов А. И., Егупов Н. Д., Дмитриев А. Н. Методы теории автоматического управления, ориентированные на применение ЭВМ. Линейные стационарные и нестационарные модели: Учебник для вузов. –М.: Энергоатомиздат, 1997. –656 с.

16. Титов В. С., Ширабакина Т. А. Основы теории управления . Ч.2. Линейные системы автоматического регулирования: Учебное пособие. –Курск: Издательство Курск. КГТУ, 1997. –71 с.

17. Титов В. С., Ширабакина Т. А. Параметрическая адаптация оптоэлектронных преобразователей. / В сб. Фотоэлектрические и волоконно-оптические преобразователи. –Куйбышев, 1986, с. 48-52.

18. Титов В. С., Ширабакина Т. А. Основы теории управления. Ч.3. Нелинейные системы автоматического регулирования и управления: Учебное пособие. –Курск: Издательство Курск. КГТУ, 1997. –56 с.

19. Титов В. С. Ширабакина Т. А. Основы автоматизации и системы автоматического управления: Методические указания к курсовому проектированию. –Курск: Издательство Курск. КГТУ, 1998. –59 с.

20. Электроприводы промышленных роботов с адаптивным управлением / В.Н.Афанасьев, В. Г. Букреев, А. П. Зайцев, В. П. Степанов, В. С. Титов. –Томск: Издательство Томского ун-та, 1987 –165 с.

Содержание

1. ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	5
1.1. Задачи автоматизации. Значение автоматизации	5
1.2. Основные понятия теории информации и управления	8
1.3. Основные понятия и определения автоматических систем	11
1.4. Классификация автоматических систем	12
1.5. Виды типовых воздействий	15
1.6. Управление системой	17
1.7. Структура системы автоматического регулирования	20
1.8. Примеры систем автоматического управления и регулирования	22
2. ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	28
2.1. Классификация элементов	28
2.2. Характеристики элементов	30
2.2.1. Статические характеристики	32
2.2.2. Динамические характеристики	35
2.3. Первичные преобразователи и датчики	39
2.3.1. Назначение и классификация	39
2.3.2. Основные свойства датчиков	42
2.3.3. Требования к датчикам	46
2.3.4. Датчики положения	47
2.3.5. Датчики скорости	64
2.3.6. Датчики механической нагрузки	69
2.3.7. Датчики давления	73
2.3.8. Датчики температуры	77
2.3.9. Датчики расхода	81
2.4. Устройства формирования сигналов управления	85
2.4.1. Усилители автоматических систем	86
2.4.2. Реле	98
2.5. Исполнительные механизмы	106
2.5.1. Электродвигатели постоянного тока	107
1.5.2. Электродвигатели переменного тока	112

2.5.3. Гидравлические и пневматические исполнительные устройства	119
2.6. Сравнивающие устройства	121
2.7. Регуляторы	123
2.8. Выбор элементов системы автоматического регулирования	124
3. ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ	127
3.1. Режимы работы автоматических систем	127
3.2. Принципы и законы регулирования систем автоматизированного регулирования	132
3.3. Дифференциальное уравнение автоматической системы. Передаточная функция	135
3.4. Частотные характеристики систем	141
3.5. Типовые динамические звенья и их характеристики	149
3.6. Правила преобразования структурных схем автоматических систем	169
3.7. Вычисление передаточной функции одноконтурной системы	174
3.8. Вычисление передаточной функции многоконтурной системы	175
4. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	181
4.1. Условие устойчивости линейной системы	181
4.2. Критерии устойчивости линейных систем	184
4.2.1. Алгебраические критерии устойчивости	185
4.2.2. Частотные критерии устойчивости	190
4.2.3. Определение устойчивости системы по логарифмическим частотным характеристикам	200
4.3. Запас устойчивости линейных систем	203
4.4. Определение области устойчивости линейной системы	205
4.5. Анализ качества линейных систем	209
4.5.1. Методы анализа качества системы	209
4.5.2. Частотный метод анализа качества регулирования	212
4.6. Синтез корректирующих устройств линейных систем	221
5. НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ	230
5.1. Нелинейные элементы	231
5.2. Особенности нелинейных систем	233

5.3. Метод фазового пространства (метод фазовой траектории)	238
5.4. Метод гармонической линеаризации (гармонического баланса)	249
5.5. Определение амплитуды a_0 , частоты ω_0 и устойчивости автоколебаний	254
5.6. Устойчивость нелинейных систем	261
6. ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ	268
6.1. Определение дискретной системы	268
6.2. Прохождение непрерывного сигнала через цифровую ЭВМ	273
6.3. Передаточная функция дискретных систем	275
6.4. Частотные характеристики дискретной системы	282
6.5. Устойчивость дискретных систем	283
6.6. Оценка качества управления	286
Заключение	296
Список литературы	297
Содержание	299

