

#### 4 - Маъруза. Ўхшашлик назариясининг асосий теоремалари

##### Режа:

1. Ўхшашликнинг етарлилик шarti.
2. Ўхшашликнинг зарурий шarti ҳақида теорема.
3. П – теорема.

*Таянч иборалар:* ўхшашлик назарияси, теорема, П - теорема, мониторинг, идеал, оқим сарфи, иншоот.

Иккита системада бир хил физик жараёнлар акс эттирилса, бу системалар ўхшаш дейилади. У ҳолда улардан бирини «модел» иккинчисини асл нусха-натура деб атаймиз ва бу системалар бир-бири билан ўхшашлик коэффициентлари орқали функционал боғланган.

Шундай қилиб, ўхшаш системаларнинг биридаги физик жараёнларни ўрганиб, иккинчи система ҳақида хулосалар қилиш мумкин.

Иккита система ўхшашлигини характерлаш учун ўхшашлик назариясида қўйидаги теоремалар киритилган:

1. Ўхшашликнинг етарлилик шarti:
2. Ўхшашликнинг зарурий шarti ҳақида теорема:
3. П-теорема.

**1-теорема:** Иккита система ўхшаш дейилади, агар уларда иккита ихтиёрий ўхшашлик мезонлари мос равишда тенг бўлса (етарлилик шarti).

**2-теорема:** Иккита система ўхшаш бўлади, агар мос равишда умумлашган координаталар ва системалар катталиклари асосида тузилган ўхшашлик мезонлари тенг бўлса (зарурий шarti).

Юқоридаги теоремалар исботига тўхталмасдан, П – теорема ҳақида мулоҳаза юритамиз .

#### П – теорема

П – теорема моделлаштиришда кенг қўлланадиган теоремалардан ҳисобланади. П- теорема ёрдамида ўтказиладиган тажрибалар асосида ўхшаш системалар учун умумлашган функционал боғланишлар топиш мумкин.

**II – теорема:** Жараённи характерловчи катталиклар орасидаги функционал боғланиш, шу катталиклар асосида тузилган ўхшашлик мезонлари билан функционал боғлангандир.

II – теорема асосида механик жараёнларни тажриба асосида ўрганишда қулайликлар мавжуд. Яъни жараённи ўлчамсиз ўхшашлик мезонлари орқали ифодалаб, тажриба сонини минимумга етказиш мумкин. Буни бир неча мисолларда кўриб чиқамиз:

Масалан: II – теорема асосида маълум бир трубадан атмосферага чиқаётган (ифлослантирувчи) газлар ёки иншоотдан ўтаётган оқова оқимининг параметрлари орасидаги боғланишни топиш мумкин.

Фараз қиламизки, шўндай бир масала берилган бўлсин. Корхонанинг трубаши орқали атмосферани ифлослантирувчи чанг заррачалари чиқаяпти. Чиқаётган чанг оқимининг миқдорини ифодаловчи параметрларни аниқлаш лозим бўлсин.

У холда қўйидаги иккита масалани ечишга тўғри келади.

1. Жараённи моделлаштириш учун ўхшашлик мезонларини аниқлаш.
2. Ўхшашлик мезонлари орасидаги боғланишни топиш.

Бошланғич соддалаштиришда оқимни идеал деб қараймиз, яъни заррачаларнинг бир – бирига таъсирини ва ички ишқаланиш кучи йўқ деб оламиз.

У холда жараённи характерловчи катталиклар:

$Q$  – оқим сарфи, кг/с;

$D$  – труба диаметри, м;

$d$  - чиқаётган заррачалар диаметри, м;

$\rho$  - зичлик, кг/м<sup>3</sup> орасидаги функционал боғланишни топамиз.

Тешиқдан чиқаётган оқим сарфини -  $Q$ , бошқа параметрлар билан функционал боғланганлигини қўйдагича ёзамиз:

$$Q=f(D;d; \rho ;g) \quad (3.1)$$

Параметрлар орасидаги боғланишни ифодалаш учун ўлчов бирликлар назариясидан фойдаланамиз:

Бу ерда биринчи даражали ўлчов бирликлар  $D; \rho ; g$ -асосида тузилган матрица қўйидаги кўринишга эга:

$$[M]; \left[ \frac{Kg}{m^3} \right]; \left[ \frac{m}{c^2} \right]$$

ёки ўлчов бирликлар орқали:

$$D = [L]^1; \rho = [M]^1 [L]^{-3}, g = [L] \cdot [T]^{-2}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \neq 0$$

$\Delta \neq 0$  эканлигидан, хулоса қилиш мумкинки, танланган катталиклар бир – бирига боғлиқ бўлмаган катталиклар.

У холда (3.1) ифодани қўйдагича белгилаймиз:

$$\frac{Q}{D^a \rho^\beta \cdot g^\lambda} = \varphi\left(\frac{d}{D}\right);$$

Ифоданинг ўнг томони ўлчамсиз бўлганлиги учун, чап томони бирга тенг:

$$\frac{[Q]}{[D]^a [\rho]^\beta \cdot [g]^\lambda} = 1$$

ёки буни ўлчов бирликлар орқали ифодаласак:

$$\frac{[M][T^{-1}]}{[L]^a ([M][L]^3)([L][T])} = 1$$

бу ердан:

$$[M]^{1-\beta} \cdot [L]^{3\beta-\lambda-\gamma} \cdot [T]^{2\gamma-1} = 1$$

Даража коэффициентларини аниқлаймиз:

$$1 - \beta = 0$$

$$3\beta - \lambda - \gamma = 0$$

$$2\gamma - 1 = 0$$

Системадан:

$$\beta = 1; \gamma = \frac{1}{2}; \lambda = \frac{5}{3}; \quad \frac{Q}{\rho D^{5/2} \cdot g^{1/2}} = \varphi\left(\frac{D^{-1}}{d^{-1}}\right);$$

Ўхшашлик мезонларидан:

$$\Pi_1 = \varphi(\Pi_2):$$

Бу ерда:

$$\Pi_1 = \frac{Q}{\rho D^{5/2} \cdot g^{1/2}}; \Pi_2 = \left(\frac{d}{D}\right)$$

Олинган натижалардан шундай хулоса қилиш мумкинки, трубадан чиқаётган чанг миқдорини қўйдаги кўринишдаги ифода билан аниқлаш мумкин:

$$Q = \rho D^{5/2} \sqrt{g} \cdot \varphi\left(\frac{d}{D}\right)$$

Катталиклар орасидаги аниқ боғланишларни топиш учун бир неча тажриба ўтказиш кифоя.