

8 - Маъруза. Массанинг сақланиш қонуни. Узлуксизлик тенгламаси

Режа:

1. Массанинг сақланиш қонуни.
2. Узлуксизлик тенгламаси.

Таянч иборалар: Узлуксизлик тенгламаси, массанинг сақланиш қонуни, ҳажмий деформация, бир ўлчамли, элементар струйка.

8. 1. Массанинг сақланиш қонуни

Суюқлик ёки газлар ҳаракатини ўрганишда узлуксизлик тенгламаси алоҳида аҳамиятга эга. Узлуксизлик тенгламаси массанинг сақланиш қонунини ифодалайди. Бу қонун бўйича ҳаракатдаги система массаси – m : вақт - t давомида ўзгармасдир:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (1)$$

Маълумки,

$$m = \rho V ;$$

бу ерда: V - элементлар ҳажм;

ρ ҳолда:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (2)$$

Математик ўзгаришлардан сўнг қуйидагиларга эга бўламиз:

$$\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (3)$$

У ҳолда $\frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$ - да $V \rightarrow 0$ интилганда

$$\lim_{V \rightarrow 0} \left(\frac{dV}{pdt} \right) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \quad (4)$$

Бу ифодага **ҳажмий деформация тезлиги** дейилади.

Бу ерда $u; v; \omega$ – суюқлик заррачалари тезлигини координата ўқларига проекцияси.

У холда (3) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Зичликнинг координата ва вақтга боғлиқлигини эътиборга олиб, $\frac{d\rho}{dt}$ -ни

қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{d\rho}{dt} = + \frac{\partial \rho}{\partial x} u + \frac{\partial \rho}{\partial y} v + \frac{\partial \rho}{\partial z} \omega = 0 \quad (6)$$

(5) тенгламага узликсизлик тенгламаси дейилади. Суюқлик ёки газни сиқилишидан (5) ва (6) ни умумлаштириб қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial z} \quad (7)$$

$\rho = const$ деб қабул қилсак, $\frac{d\rho}{dt} = 0$ бўлади. У ҳолда (5) тенгламани қуйидагича

ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0$$

ёки

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = \text{div} v \quad (8)$$

(8) ифода маъносини кўйидагича шархлаш мумкин: сикилмайдиган суюқлик ёки газнинг ҳаракати давомида хажмий деформация тезлиги нолга тенг.

Агар оқимни бир ўлчамли деб қабул қилсак ($v = \omega = 0$), (7) ифодани кўйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{d}{dx}(\rho u) = 0$$

ёки

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0$$

Элементар струйка учун сарф тушунчасини киритамиз, яъни оқим миқдорининг вақт давомида ўзгариш:

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial l} = 0$$

$\rho = \text{const}$ бўлса:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial l} = 0$$

Барқарор ҳаракат учун $\frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$; ω - оқимнинг ҳаракат кесими

$$\frac{\partial Q}{\partial l} = 0$$

бу ердан $Q = \text{const}$ ёки $Q = \omega \cdot \mathcal{S}$ эканлигидан фойдаланиб, кўйидагини ёзамиз:

$$\omega_1 \cdot \mathcal{S}_1 = \omega_2 \cdot \mathcal{S}_2$$

Бу ифодага **оқим учун узлуксизлик тенгламаси** дейилади.

Мисоллар

1. Ҳажми 300 м^3 бўлган хонадаги ҳаво ҳар 15 минутда алмашиб туриши учун ҳаво қувурининг радиуси қандай бўлиши керак, агар (воздуховод) ҳаво қувуридаги оқим тезлиги $g = 3,0 \text{ м} / \text{с}$ бўлса.

Ечим:

Узлуксизлик тенгламасидан фойдаланамиз:

$$\frac{g_1}{t} \cdot \omega_1 = g_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{g_1 \omega_1}{t \cdot g_2} = \frac{g}{t \cdot g_2} = \frac{300 \text{ м}^3}{3,0 \text{ м} / \text{с} \cdot 400 \text{ с}} =$$

$$\omega_2 = 0,785 d^2 \Rightarrow d^2 = \frac{\omega_2}{0,785} =$$

2. Қон томирининг (аорта) радиуси $r = 1,0 \text{ см}$, қоннинг ўртача тезлиги $g = 30 \text{ см} / \text{с}$. Капилярдаги қон оқимининг тезлигини аниқланг, агар уларнинг ўртача юзаси $\omega_k = 2000 \text{ см}^2$ бўлса ($d_k = 8 \cdot 10^{-4} \text{ см}$; сони миллиардга яқин).

Ечим:

Узлуксизлик тенгламасидан:

$$g_2 = \frac{g_1 \omega_1}{\omega_2} = \frac{30 \cdot \pi r^2}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,047 \text{ см} / \text{с}$$

Назорат саволлари

1. Экотизимдаги жараёнларни моделлаштиришда массанинг сақланиш қонуни.
2. Узлуксизлик тенгламасини тушунтириш.
3. Узлуксизлик тенгламасидан масалалар ечишдан фойдаланиш.