

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК

11.1. Общее описание гидравлического прыжка

Гидравлический прыжок — одно из наиболее интересных явлений, происходящих при безнапорном течении жидкости. Поясним его основные особенности на примере (рис. 11.1). Пусть из широкой прямоугольной щели высотой $h_{щ}$ под напором H вода вытекает в русло с горизонтальным дном; движение установившееся, турбулентное, выполняются условия плоской задачи. Как известно из раздела об истечении из

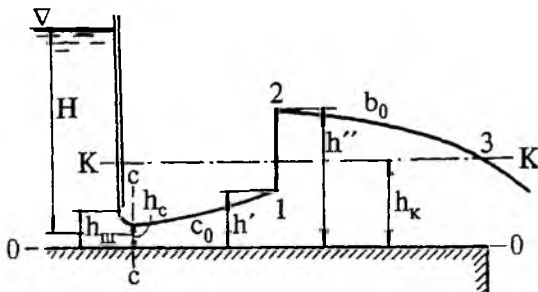


Рис. 11.1. Пример образования гидравлического прыжка

отверстий, глубина потока в сжатом сечении $h_c = 0,61h_{щ}$. Глубина h_c всегда меньше критической глубины h_k , т.е. сразу за шитом движение бурное. Это означает, что здесь большую часть полной механической энергии жидкости составляет кинетическая энергия, за счет которой происходит движение жидкости.

Согласно указанным ранее возможным формам кривых свободной поверхности (см. гл. 9), непосредственно за сжатым сечением с—с будет иметь место кривая подпора типа c_0 . При этом часть кинетической энергии будет расходоваться на преодоление силы трения о дно русла, так как потери напора согласно формуле Шези пропорциональны квадрату скорости, а скорость потока здесь (при бурном режиме) большая. Уменьшение кинетической энергии потока вдоль течения, т.е. уменьшение его скорости, приводит согласно уравнению неразрывности ($Q = \text{const}$) к увеличению глубины, т.е. к увеличению потенциальной энергии потока. Примем, что плоскость сравнения 0—0 совпадает с плоскостью дна русла; при этом полный напор потока в любом сечении совпадает с удельной энергией сечения.

Согласно уравнению Бернулли полный напор вдоль потока может только уменьшаться, так как силы трения переводят часть механической энергии в тепловую, следовательно, и удельная энергия сечений вдоль течения должна уменьшаться. Рассмотрим график удельной энергии сечения, представленный на рис. 11.2. Как видно из графика, при бурном движении жидкости после сечения с—с увеличивается глубина потока, что приводит к уменьшению удельной энергии сечения. Если горизонтальный участок длинный, то глубина h может достичь крити-

ческой глубины h_k ; при этом удельная энергия сечения достигает минимума, а следовательно, полный напор станет минимальным, и согласно уравнению Бернулли дальнейшее движение в русле с горизонтальным дном станет невозможным.

В реальных условиях, не достигая сечения, где глубина станет равной критической, поток резко увеличивает глубину и становится спокойным, израсходовав на это часть своей энергии $\Delta\Theta_{пр}$. Средняя скорость при этом резко уменьшается ($Q = \text{const}$), и ниже по течению потери по длине пойдут во много раз меньше (на единицу длины), чем при бурном режиме. При $h > h_k$ кривая свободной поверхности будет относиться к типу b_0 . При спокойном режиме движения потенциальная часть полного напора больше кинетической, и на преодоление сил трения расходуется удельная потенциальная энергия потока; глубина h вдоль потока уменьшается, а средние скорости увеличиваются, следовательно, часть потенциальной энергии переходит на этом участке в кинетическую.

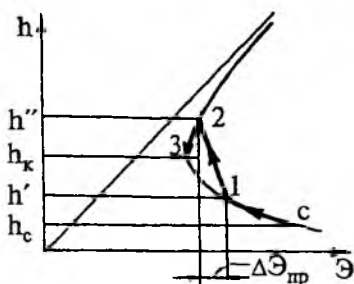


Рис. 11.2. Изменение удельной энергии сечения при гидравлическом прыжке

На графике удельной энергии сечения (см. рис. 11.2) уменьшение полного напора при таком виде течения описывается траекторией с-1-2-3. Минимальное значение напора поток приобретает в конце горизонтальной части русла, когда дальнейшему движению жидкости не препятствует горизонтальное дно.

Описанное явление резкого увеличения глубины от $h' < h_k$ до $h'' > h_k$, при котором поток из бурного состояния переходит в спокойное, называется гидравлическим прыжком. Глубины h' и h'' называются сопряженными, h' — первой, а h'' — второй сопряженной глубиной.

Опишем кинематику потока при гидравлическом прыжке (рис. 11.3). Наиболее характерная особенность прыжка — наличие поверхностного

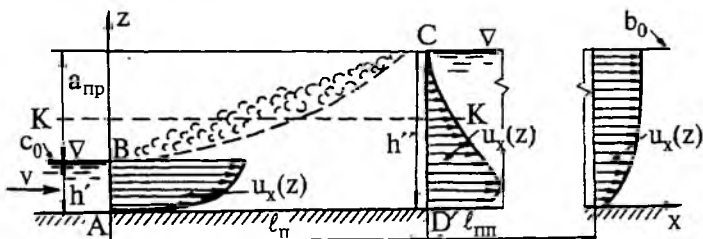


Рис. 11.3. Характерные особенности гидравлического прыжка

вальца: водоворотной зоны с горизонтальной осью вращения, перпендикулярной к направлению потока воды. Вода в вальце насыщена пузырьками воздуха (азрирована), движение отдельных частиц жидкости имеет неупорядоченный неустановившийся характер, и лишь в качестве расчетной модели обычно изображают этот валец упорядоченными зам-

кнутыми линиями тока в виде водоворота. Продольный горизонтальный размер вальца в несколько раз превосходит высоту прыжка $a_{np} = h'' - h'$.

Поверхностный валец отделяют поверхностью тока от транзитного потока, характеризующего условием $Q = \text{const}$. При расширении транзитного потока в пределах гидравлического прыжка, во-первых, распределение обреченной скорости в поперечном сечении становится весьма неравномерным (у свободной поверхности скорость близка к нулю, а вблизи дна имеет максимальные значения); во-вторых, пульсационные скорости в результате расширения потока имеют значения, намного превышающие таковые при равномерном движении. Эти две особенности требуют повышенного внимания (в частности, в гидротехническом строительстве), так как они создают предпосылки для размыва дна русла за прыжком, если оно специально не укреплено. На некотором расстоянии после прыжка эпюра осредненной скорости и пульсационные скорости становятся такими же, как и при равномерном или плавно-изменяющемся движении. Участок, на котором это происходит, называется *послепрыжковым*. Как показывают эксперименты, длина послепрыжкового участка $l_{np} = (10 - 30) h''$.

Приведенный пример гидравлического прыжка — один из наиболее простых. Прыжок может иметь место и в русле с ненулевым продольным уклоном, и в цилиндрическом русле произвольного поперечного сечения, и в нецилиндрическом русле.

11.2. Основное уравнение гидравлического прыжка в цилиндрическом русле

Основное уравнение гидравлического прыжка должно установить связь между сопряженными глубинами. Для его получения воспользуемся уравнением, выражающим закон изменения количества движения,

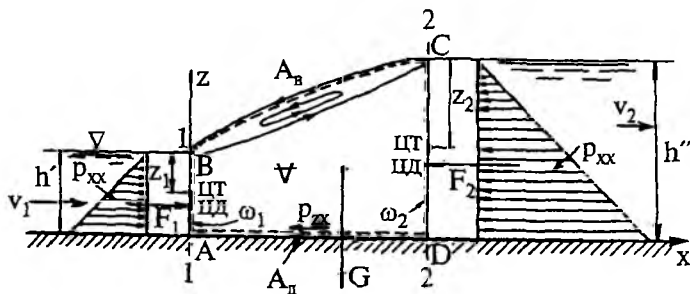


Рис. 11.4. Расчетная схема гидравлического прыжка

записав его для контрольного объема жидкости ∇ , выделенного на рис. 11.4 штриховой линией:

$$\frac{D}{Dt} \int_{\nabla} \rho \mathbf{u} dV = \int_{\nabla} \rho \mathbf{f} dV + \int_A \mathbf{p}_n dA. \quad (11.1)$$

Представим уравнение (11.1) в проекции на ось x , совпадающую с направлением движения жидкости. Поскольку при установившемся движении равна нулю локальная составляющая субстанциальной производной, имеем

$$\int_A \rho u_x u_n dA = \int_V \rho f_x dV + \int_A p_{nx} dA. \quad (11.2)$$

Контрольную поверхность A , ограничивающую объем V , составляют поверхности ω_1 и ω_2 — поперечные сечения 1—1 и 2—2 транзитной струи; A_d — поверхность дна AD и A_b — поверхность вальца BC . Очевидно, на граничных поверхностях A_d и A_b , которые являются поверхностями тока, нормальная составляющая скорости $u_n = 0$. На поверхности A_b равны нулю и напряжения p_n , так как взаимодействием потока жидкости с воздухом пренебрегаем. Таким образом, уравнение (11.2) принимает вид

$$\int_{(\omega_1+\omega_2)} \rho u_x u_n dA = \int_V f_x \rho dV + \int_{(\omega_1+\omega_2)} p_{nx} dA + \int_{A_d} p_{zx} dA. \quad (11.3)$$

В нем учтено, что на поверхностях ω_1 и ω_2 проекцию на ось x дают только нормальные к этим поверхностям напряжения p_{xx} , а на поверхности A_d — касательное напряжение p_{zx} .

Сделаем три допущения.

1. Движение в сечениях 1—1 и 2—2 плавноизменяющееся. Тогда согласно разд. 5.1 (лемма 1) можно принять:

$$\text{на } \omega_1 : u_n = -u_x = -u_1, \quad p_{nx} = -p_{xx} = P_1;$$

$$\text{на } \omega_2 : u_n = u_x = u_2, \quad p_{nx} = p_{xx} = -P_2.$$

Кроме того, это допущение позволяет считать (см. разд. 5.1, лемма 2), что гидродинамическое давление в сечениях 1—1 и 2—2 распределено по гидростатическому закону, так что (см. рис. 11.4)

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= -\int_{\omega_1} p_{xx} dA = \int_{\omega_1} p_1 dA = \rho g \omega_1 z_1; \\ F_2 &= \int_{\omega_2} p_{xx} dA = -\int_{\omega_2} p_2 dA = -\rho g \omega_2 z_2, \end{aligned} \right\} \quad (11.4)$$

где z_1 и z_2 — расстояния от свободной поверхности до центров тяжести сечений 1—1 и 2—2 (см. разд. 2.4 (2.33)).

2. Касательные напряжения p_{zx} настолько малы, что их вкладом в уравнение (11.3) можно пренебречь.

3. Продольный уклон дна русла мал, и можно считать, что проекция ускорения силы тяжести на ось x пренебрежимо мала, т.е. $f_x = 0$.

С учетом изложенного уравнение (11.3) перепишем в виде

$$-\int_{\omega_1} \rho u_1^2 dA + \int_{\omega_2} \rho u_2^2 dA = \rho g \omega_1 z_1 - \rho g \omega_2 z_2. \quad (11.5)$$

Используя коэффициент Буссинеска α^0 (см. разд. 5.2 (5.15)), запишем уравнение (11.5) в виде

$$\alpha_1^0 \rho v_1^2 \omega_1 + \rho g \omega_1 z_1 = \alpha_2^0 \rho v_2^2 \omega_2 + \rho g \omega_2 z_2. \quad (11.6)$$

Сокращая на ρg и вводя расход $Q = v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2$, получим основное уравнение гидравлического прыжка:

$$\frac{\alpha_1^0 Q^2}{g\omega_1} + \omega_1 z_1 = \frac{\alpha_2^0 Q^2}{g\omega_2} + \omega_2 z_2. \quad (11.7)$$

При заданных расходе Q и форме поперечного сечения русла выражение

$$\left(\alpha^0 Q^2 / g\omega(h)\right) + z(h) \cdot \omega(h)$$

зависит только от глубины h , что делает целесообразным обозначить это выражение через $\theta(h)$:

$$\theta(h) \equiv \left(\alpha^0 Q^2 / g\omega\right) + z\omega \quad (11.8)$$

и называть $\theta(h)$ прыжковой функцией. При этом уравнение (11.7) можно записать в виде

$$\theta(h') = \theta(h''). \quad (11.9)$$

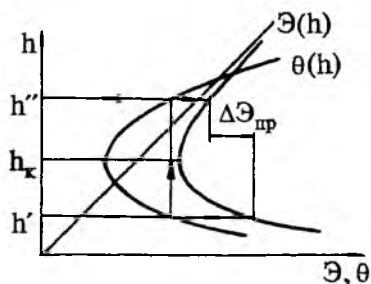


Рис. 11.5. Графики удельной энергии сечения и прыжковой функции

использовать $\theta(h)$ для вычисления потерь энергии в прыжке.

Определяющим свойством прыжковой функции является то, что она принимает одинаковые значения, если в нее подставить значения сопряженных глубин h' и h'' . Можно показать (в какой-то мере это следует из определения гидравлического прыжка), что эта функция имеет минимум при $h = h_k$, как и функция $\theta(h)$. Эти две функции часто строят на одном графике (рис. 11.5), что позволяет, определив с помощью прыжковой функции сопряженные глубины, использовать

11.3. Основное уравнение гидравлического прыжка и его длина в прямоугольном русле

Упростим уравнение (11.7) для прямоугольного русла, используя равенства

$$\omega = bh, \quad z = h/2, \quad q = Q/b, \quad h_k = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}, \quad \alpha_1^0 = \alpha_2^0 = \alpha = 1,0.$$

Подставляя их в (11.7), получим

$$\frac{q^2 b^2}{g b h'} + \frac{h'}{2} b h' = \frac{q^2 b^2}{g b h''} + \frac{h''}{2} b h''. \quad (11.10)$$

После простых преобразований уравнение (11.10) можно представить в двух формах:

$$\left(h_k^3/h'\right) + (h'^2/2) = \left(h_k^3/h''\right) + (h''^2/2); \quad (11.11)$$

$$h_k^3 = (h' + h'')h'h''/2 \quad (11.12)$$

и получить формулы для определения h' и h'' :

$$h' = \frac{h''}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h''}\right)^3} - 1 \right]; \quad h'' = \frac{h'}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h'}\right)^3} - 1 \right]. \quad (11.13)$$

Для прямоугольного русла, используя уравнение Бернулли и уравнение прыжка, можно получить зависимость для потери напора в прыжке:

$$\Delta \mathcal{E}_n = \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''} \quad (11.14)$$

Для определения длины гидравлического прыжка в горизонтальном прямоугольном русле (такой прыжок называется *свободным*) имеется несколько эмпирических зависимостей, из которых можно рекомендовать для практических расчетов наиболее простую формулу:

$$\ell_n = 6,2h'' \quad (11.15)$$

В случае, если гидравлический прыжок происходит не на горизонтальном дне, а в стесненных условиях (например, при наличии верти-

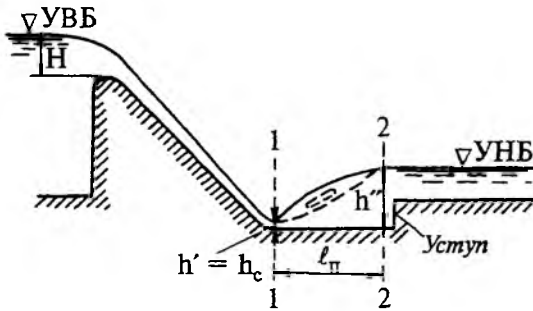


Рис. 11.6. Гидравлический прыжок в колодце, образованном уступом

кального уступа, образующего так называемый водобойный колодец (рис. 11.6)), он называется *несвободным*, и его длина меньше на 20—30% по сравнению с вычисленной по формуле (11.15).

11.4. Местоположение гидравлического прыжка в канале

Гидравлический прыжок, как правило, образуется за водосливами, при истечении воды из-под гидротехнических затворов, при резком уменьшении уклона дна русла. Определение местоположения прыжка необходимо для организации рациональной работы сооружений и конструкций (водосливов, затворов), для установления участков русла, требующих укрепления дна с целью предотвращения его размыва (там, где режим движения воды бурный, а также в пределах длины прыжка и послепрыжкового участка). Покажем, как найти местоположение прыжка на примере потока в коротком прямоугольном канале с положительным продольным уклоном $i < i_k$ (рис. 11.7).

Вода в канал попадает в результате истечения из-под шита, образуя сжатое сечение с—с. Линии критических К—К и нормальных Н—Н глубин показаны на рис. 11.7. При свободном истечении в конце канала устанавливается критическая глубина h_k . При этих условиях в канале формируются две кривые свободной поверхности:

типа c_1 от сжатого сечения с—с до сечения В (с глубиной, близкой к критической);

типа b_1 от критической глубины в конце канала вверх по течению до глубин, близких к нормальной.

Пренебрегая длиной прыжка по сравнению с координатой, определяющей его местоположение, найдем поперечное сечение канала, в котором глубины, принадлежащие кривым c_1 и b_1 являются сопряженными глубинами. Для этого в каждом поперечном сечении потока глу-

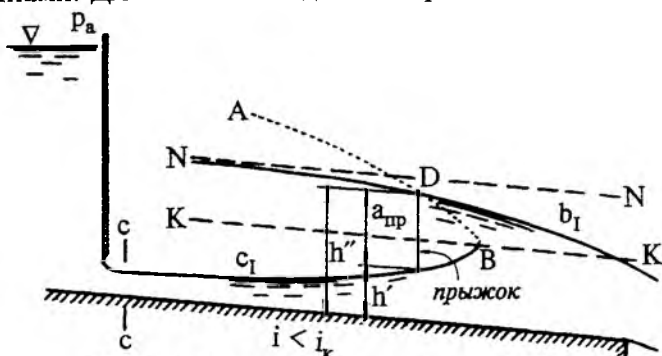


Рис. 11.7. Определение местоположения гидравлического прыжка

бину, определяемую кривой c_1 , положим равной первой сопряженной и, используя уравнение прыжка (11.7) или график прыжковой функции, найдем вторую сопряженную. Построив эти глубины в каждом сечении, получим кривую вторых сопряженных глубин АВ. Точка пересечения D кривых АВ и b_1 определит поперечное сечение канала, в котором будет располагаться гидравлический прыжок. При других условиях образования прыжка процедура определения его местоположения аналогична.

ГЛАВА 12

ВОДОСЛИВЫ

12.1. Основная терминология и классификации водосливов

Ранее рассматривалось истечение из отверстия в стенке резервуара при условии, что оно находится ниже уровня свободной поверхности. При этом скорость истечения v согласно уравнению Бернулли была пропорциональна $\sqrt{2gH}$. Отверстие, расположенное вблизи свободной поверхности жидкости в резервуаре, так, что на всем участке потока, где течение определяется наличием отверстия, движение жидкости безнапорное, т.е. свободная поверхность потока не имеет разрыва, называется водосливным; стенка, в которой имеется водосливное отверстие, называется водосливной стенкой, или просто *водосливом* (рис. 12.1).

Область потока, расположенная выше по течению от водосливной стенки, называется *верхним бьефом*, и уровень воды обозначается УВБ; область ниже по течению — *нижним бьефом*, и уровень воды соответственно обозначается УНБ.

Рассматривая течение через водослив в продольном разрезе, отметим следующие характеристики водослива.