

счет гладкой свободной поверхности малое сопротивление воздуха, что увеличивает дальность боя струи, а с другой стороны, струя на большом протяжении сохраняет компактность (ее не разваливают поперечные пульсации скорости), что также обеспечивает большую дальность полета воды.

ГЛАВА 9

РАВНОМЕРНОЕ И ПЛАВНОИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

9.1. Основные понятия и терминология

В отличие от изучавшегося ранее напорного движения, при котором поперечное сечение потока (при отсутствии водоворотных областей) совпадает с поперечным сечением канала, в случае движения жидкости в *открытых руслах* (рис. 9.1) лишь часть периметра поперечного сечения потока ограничена твердой границей (acb) и всегда имеется граница между жидкостью и газом, расположенным над ней. Эта отличительная особенность обуславливает два важных следствия.

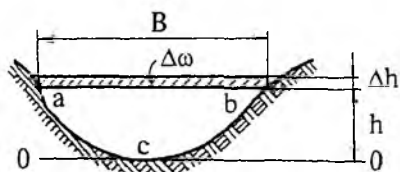


Рис. 9.1. Поперечное сечение безнапорного потока

жидкостью и газом, расположенным над ней. Эта отличительная особенность обуславливает два важных следствия.

1. Площадь поперечного сечения безнапорного потока даже в *цилиндрическом* канале является переменной величиной, которая зависит от характеристик потока и может изменяться вдоль течения. Если, в частности, размеры и форма поперечного сечения *канала* заданы, то определение изменения вдоль течения размеров и формы поперечного сечения безнапорного *потока* в этом канале может являться задачей расчетов.

2. Давление на свободной поверхности обычно можно принять постоянным вдоль всего потока и равным атмосферному давлению, а используя уравнение Бернулли, можно исключить давление из расчетных зависимостей.

Введем несколько понятий, играющих важную роль при изучении безнапорного движения жидкости.

Проведем плоскость сравнения 0—0 через самую низкую точку поперечного сечения (см. рис. 9.1), расстояние от свободной поверхности до плоскости сравнения называют *глубиной* потока h .

Ширину потока на уровне свободной поверхности B и площадь живого сечения потока ω для заданного поперечного сечения русла будем рассматривать как функции глубины h и продольной координаты ℓ поперечного сечения:

$$\omega = \omega(h, \ell) \text{ и } B = B(h, \ell).$$

Если в фиксированном поперечном сечении придать глубине h приращение Δh , то площадь живого сечения получит приращение $\Delta \omega$ (заштрихованное на рис. 9.1), которое с точностью до малых высшего порядка равно

$$\Delta\omega \cong B \cdot \Delta h \quad \text{или} \quad B \cong \frac{\Delta\omega}{\Delta h}.$$

Переходя к пределу при $\Delta h \rightarrow 0$, имеем

$$B = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta h} = \frac{\partial\omega}{\partial h}. \quad (9.1)$$

Для русл прямоугольного поперечного сечения шириной по дну b используем понятие *удельного* (приходящегося на единицу ширины русла) *расхода*:

$$q = \frac{Q}{b}. \quad (9.2)$$

Удельный расход связан со средней скоростью v зависимостью

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{v\omega}{b} = \frac{v b h}{b} = v h; \quad \text{или} \quad v = \frac{q}{h}. \quad (9.3)$$

Удельная энергия сечения — частное значение (гидродинамического) полного напора в фиксированном поперечном сечении потока:

$$H_e = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g},$$

вычисленное в предположении, что плоскость сравнения проходит через самую низкую точку C этого поперечного сечения (см. рис. 9.1). Ввиду того, что напор вычисляется в тех сечениях, где движение плавноизменяющееся, а в качестве p принимается избыточное давление (превышение давления над атмосферным), сумма первых двух слагаемых ($z + p/\gamma$) оказывается в каждом сечении постоянной величиной, численно равной превышению свободной поверхности (на которой $p = 0$) над плоскостью сравнения, т.е. глубине потока h . Обозначив удельную энергию сечения через $\Theta = \Theta(h, \ell)$, запишем выражение для нее в виде

$$\Theta = h + \alpha v^2 / 2g. \quad (9.4)$$

Зафиксируем продольную координату поперечного сечения ℓ и выясним характерные особенности зависимости $\Theta = \Theta(h)$ при фиксированном значении расхода Q . Очевидно, если размеры и форма поперечного сечения канала заданы, то в этом сечении площадь поперечного сечения потока ω зависит от глубины. Эта зависимость может иметь простой вид, например, в случае прямоугольного канала (рис. 9.2, *a*)

$$\omega = bh,$$

где b — ширина канала по дну; в случае трапецидального канала (рис. 9.2, *б*)

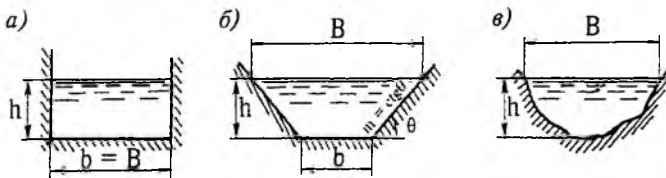


Рис. 9.2. Формы поперечного сечения каналов:
a — прямоугольная; *б* — трапецидальная; *в* — произвольная

$$\omega = (b + mh)h,$$

где m — коэффициент бокового откоса, $m = \operatorname{ctg} \theta$; в более сложных случаях (рис. 9.3, в) площадь ω — это монотонно возрастающая функция глубины; $\omega = \omega(h)$, причем $\omega(0) = 0$.

Выразив среднюю скорость v через расход, представим (9.4) в виде

$$\Theta(h) = h + \alpha Q^2 / 2g\omega^2(h). \quad (9.5)$$

Легко видеть, что при $h \rightarrow 0$ значение $\Theta(h) \rightarrow \infty$. При $h \rightarrow \infty$ значение $\Theta(h)$ также неограниченно возрастает, но в этом случае второе слагаемое в правой части (9.5) стремится к нулю, так что при больших глубинах $\Theta(h) \sim h$, следовательно, линия $f(h) = h$ является асимптотой функции $\Theta(h)$. На рис. 9.3 представлена зависимость $\Theta = \Theta(h)$ для каналов; здесь, как иногда и впоследствии при изучении безнапорного движения, когда аргументом функции является глубина, значения аргумента откладываются по вертикальной оси, а значения функции по горизонтальной.

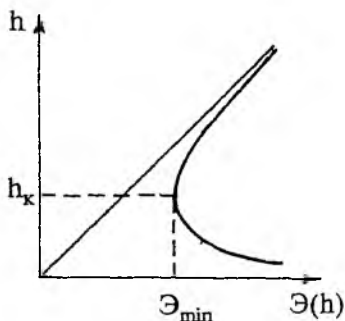


Рис. 9.3. Зависимость удельной энергии сечения от глубины потока

Как следует из приведенных выше соображений, функция $\Theta = \Theta(h)$ должна иметь при $h > 0$ хотя бы один минимум, и в случае русла простой формы (прямоугольных, трапецеидальных, параболических) минимальное значение удельной энергии сечения единственное. (Более сложные случаи рассматриваться не будут.)

Глубина, отвечающая минимуму удельной энергии сечения, называется *критической* и обозначается h_k . Потоки, у которых глубина больше критической, называются *спокойными* и характеризуются небольшими скоростями течения, а потоки с глубинами $h < h_k$ называются *бурными*.

Найдем выражение для определения критической глубины из условия, что при $h = h_k$ производная от $\Theta(h)$ равна нулю:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial h} = 1 + \frac{\alpha Q^2}{2g} \left(-\frac{2}{\omega^3(h_k)} \right) \frac{\partial \omega}{\partial h} \Big|_{h=h_k} = 0. \quad (9.6)$$

Подставив (9.1) в (9.6), получим уравнение для вычисления критической глубины:

$$\omega^3(h_k) / B(h_k) = \alpha Q^2 / g. \quad (9.7)$$

В простейшем случае прямоугольного русла, когда $\omega = bh$, а $B = b = \text{const}$, выражение (9.7) приобретает более простую форму:

$$h_k = \sqrt[3]{\alpha q^2 / g}, \quad (9.8)$$

где $q = Q/b$ — удельный (приходящийся на единицу ширины русла) расход.

Вышеизложенное является основанием для введения в качестве критерия состояния безнапорного потока *числа Фруда*:

$$Fr = \frac{v^2}{gh}, \quad (9.9)$$

которое представляет собой отношение скоростного напора $v^2/2g$, выражающего удельную кинетическую энергию потока, к половине глубины $h/2$, выражающей удельную потенциальную энергию. В соответствии с полученными результатами, если $Fr < 1$, то $v^2 < gh$, или $\frac{q^2}{h^2} < gh$;

используя (9.8), имеем $\frac{gh_k^3}{\alpha h^2} < gh$, и, приравняв $\alpha = 1,0$, получим $h > h_k$; следовательно, поток *спокойный*. Аналогичные вычисления показывают, что если $Fr > 1$, то $h < h_k$, и поток *бурный*.

Большую роль при изучении безнапорных потоков играет *продольный уклон дна*, который обозначается через i и представляет собой синус угла наклона дна к горизонту (рис. 9.4):

$$i = \sin \theta = -\left(\frac{dz_d}{d\ell}\right), \quad (9.10)$$

где $z_d = z_d(\ell)$ — отметка дна канала. Заметим, что при безнапорном течении при малых уклонах дна пьезометрическая линия совпадает с так называемой *кривой свободной поверхности* (см. рис. 9.4), которая представляет собой линию пересечения свободной поверхности с вертикальной продольной плоскостью, так как

$$H = z + p/\gamma = z_0 + p_a/\gamma = z_0,$$

где z_0 — отметка свободной поверхности. Следовательно, пьезометрический уклон J совпадает с продольным уклоном свободной поверхности.

При равномерном (продольно-однородном) движении, которое возможно лишь в цилиндрических каналах, глубина постоянна вдоль потока и

$$J = J_e = i. \quad (9.11)$$

При этом, очевидно, вся энергия, которую получает поток за счет работы силы тяжести, расходуется на преодоление сил трения, создающих сопротивление движению, а кинетическая энергия потока $v^2/2g$ не изменяется вдоль течения. Глубина, при которой в цилиндрическом канале имеет место равномерное движение, называется *нормальной* и обозначается через h_0 . Если потери напора связывать со скоростью потока с помощью формулы Шези $v = C\sqrt{RJ}$, то нормальная глубина определяется из уравнения (9.11), которое при заданных расходе Q , уклоне дна i и способе определения C через h и характеристики русла имеет вид

$$i = J_e = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q}{\omega^2(h_0) C^2(h_0) R(h_0)}. \quad (9.12)$$

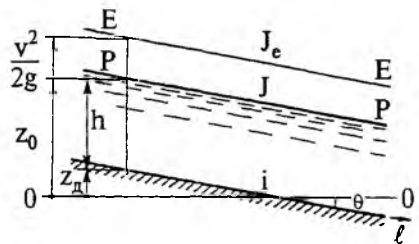


Рис. 9.4. Продольное сечение безнапорного канала

Это уравнение обычно решают графически, используя для вычисления C формулу Маннинга

$$C = (1/n)R^{1/6}, \quad (9.13)$$

где n — коэффициент шероховатости, определяемый по табл. 5.1 в зависимости от словесного описания поверхности дна русла.

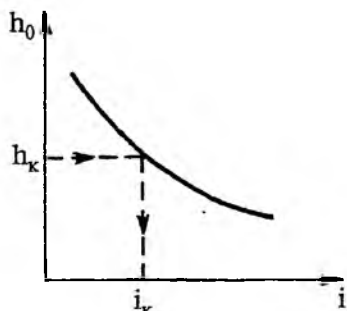


Рис. 9.5. Определение критического уклона

Если, пользуясь формулой (9.12), построить зависимость $i = i(h_0)$, то легко видеть, что она будет иметь вид, представленный на рис. 9.5, так как в знаменателе правой части (9.12) стоят возрастающие функции h_0 , а $Q = \text{const}$. Если подобрать уклон дна таким образом, чтобы нормальная глубина стала равной критической ($h_0 = h_k$, что всегда возможно, так как критическая глубина от уклона не зависит), то такой уклон называется *критическим*. На рис. 9.5 видно, что если в действительном русле уклон $i < i_k$, то $h_0 > h_k$, если же $i > i_k$, то $h_0 < h_k$.

Используя зависимости (9.7) и (9.12), можно получить выражение для критического уклона:

$$i_k = \frac{g}{\alpha C^2(h_k)} \frac{\chi(h_k)}{B(h_k)}. \quad (9.14)$$

При расчете широких грунтовых каналов и естественных водотоков, когда глубина потока $h < B/10$, можно считать, что $B(h) = \chi(h)$; в этом случае зависимость (9.14) имеет более простой вид:

$$i_k = \frac{g}{\alpha C^2(h_k)}. \quad (9.14, a)$$

9.2. Трапецеидальные каналы

Наиболее распространенной формой поперечного сечения безнапорных каналов, используемых в строительной практике, является трапецеидальная (см. рис. 9.2, б). Коэффициент бокового откоса $m = \text{ctg } \theta$ (называемый также заложением откоса) назначается с таким расчетом, чтобы исключить обрушение откоса. При этом надо иметь в виду, что откос канала должен быть по возможности наиболее крутым, так как крутой откос обеспечивает при прочих равных условиях минимальную ширину канала на уровне свободной поверхности. Если грунт скальный, то откос может быть сделан вертикальным ($m = 0$); для канала в плотной глине с бетонной облицовкой можно принять $m = 0,5-1,0$. В случае несвязных грунтов угол θ должен быть меньше угла естественного откоса грунта ϕ , причем грунт следует предполагать водонасыщенным; в зависимости от окатанности частиц грунта принимают $\phi = 14-30^\circ$. Назначая $\theta < \phi$, создают запас устойчивости откоса, так как на грунт кроме силы тяжести действуют влекущая сила со стороны руслового пото-

ка, фильтрационные силы со стороны воды, притекающей в канал из водонасыщенного грунта, слагающего берега, при понижении в канале уровня воды (например, при его опорожнении). Отметим, что облицовка канала бетонными плитами или бутовой кладкой увеличивает устойчивость откосов только сравнительно небольших каналов с глубиной $h_0 < 1,0-1,5$ м. При выполнении гидравлических расчетов значение m считаем заданным (не зависящим от результатов расчета).

Из геометрических соображений легко найти следующие зависимости:

$$\omega = (b + mh)h; \quad (9.15)$$

$$B = b + 2mh; \quad (9.16)$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2}. \quad (9.17)$$

Коэффициент шероховатости n обычно при гидравлическом расчете неразрываемых русл также считается заданным, так как он зависит от материала, слагающего поверхность канала, и от технологии выполнения строительных работ.

В строительной практике удобной характеристикой трапецидального канала является отношение ширины по дну b к глубине h (*относительная ширина*):

$$\beta = b / h. \quad (9.18)$$

Если проанализировать зависимость средней скорости воды в канале при заданных Q , m , n и i от этой величины β , то окажется, что в очень узких и очень широких каналах смоченный периметр, а следовательно, сопротивление движению воды больше, чем при некотором промежуточном значении β ; зависимости $v = v(\beta)$ и $\omega = \omega(\beta)$ также имеют экстремум при некотором β (рис. 9.6). Поперечное сечение трапецидального канала, в котором при заданных Q , m , n и i средняя скорость максимальна, а площадь поперечного сечения и смоченный периметр минимальны, называется *гидравлически наивыгоднейшим*. Найдем гидравлически наивыгоднейшее значение β , которому отвечают экстремумы функции $\omega(\beta)$ и $\chi(\beta)$ для трапецидальных каналов. Переписав зависимости (9.15) и (9.17) в виде

$$\omega = (m + \beta)h^2;$$

$$\chi = h(\beta + 2\sqrt{1 + m^2})$$

и принимая во внимание, что глубина h также зависит от β , найдем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial \beta} &= h^2 + (m + \beta)2h \frac{\partial h}{\partial \beta} = 0; \\ \frac{\partial \chi}{\partial \beta} &= h + (\beta + 2\sqrt{1 + m^2}) \frac{\partial h}{\partial \beta} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (9.19)$$

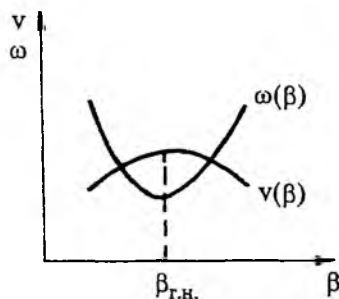


Рис. 9.6. Зависимость средней скорости и площади поперечного сечения потока от относительной ширины

Значение β , являющееся решением системы уравнений (9.19), определяет гидравлически наивыгоднейшее сечение и обозначается $\beta_{гн}$:

$$\beta_{гн} = 2(\sqrt{1 + m^2} - m). \quad (9.20)$$

Гидравлически наивыгоднейшее сечение канала не всегда является экономически наивыгоднейшим, так как при подсчете объемов работ существенно, выполняется ли канал в выемке или откосы его образуются насыпями; кроме того, большую роль в определении экономически выгодного сечения канала играет технология его сооружения.

Приведем в таблице основные задачи гидравлического расчета равномерного движения воды в трапециевидальных каналах (табл. 9.1).

Таблица 9.1

Задача гидравлического расчета каналов

Номер задачи	1	2	3	4	5
Заданные величины (кроме m и n , которые считаются заданными во всех задачах)	b	b	Q	Q	$\beta_{гн}$
	h_0	h_0	i	i	Q
	Q	i	h_0	b	i
Искомая величина	i	Q	b	h_0	b, h_0

Основные приемы решения задач следующие.

Задача 1 решается с помощью формулы Шези

$$i = Q^2 / \omega^2 C^2 R,$$

где $\omega = (b + mh_0)h_0$, $\chi = b + 2h_0\sqrt{1 + m^2}$, $R = \omega / \chi$, $C = (1/n)R^{1/6}$.

Задача 2 решается с помощью тех же формул.

В задаче 3, задавая ряд значений b , определяют, как в задаче 1, расход Q для каждого задаваемого b и строят график зависимости $Q = Q(b)$, а затем по заданному значению необходимого расхода $Q_{необх}$ определяют искомую ширину канала $b_{иск}$ (рис. 9.7,а).

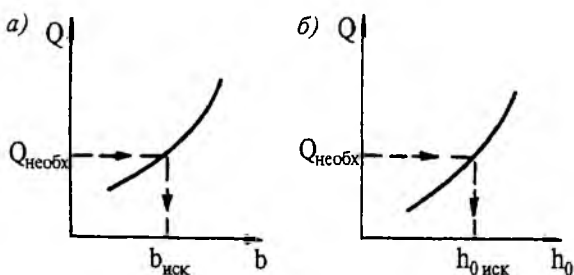


Рис. 9.7. Графическое решение задач 3 и 4

Задача 4 решается аналогично предыдущей (см. рис. 9.7,б).

В задаче 5, задавая ряд значений h_0 , находят соответствующие $b = \beta_{гн} h_0$, а затем строят зависимость $Q = Q(h_0)$ и по $Q_{необх}$ определяют искомые h_0 и b .

9.3. Ограничение скорости воды в каналах

При эксплуатации каналов к ним предъявляются следующие требования, обеспечивающие неизменность их поперечного сечения и пропускной способности.

1. Если в канал поступает вода, содержащая взвешенные частицы грунта, то они не должны выпадать из потока. Как правило, взвешенные частицы, попадающие с водой в искусственные русла, мелкие, илистые, поэтому изменение поперечного сечения канала вследствие выпадения из руслового потока взвешенных частиц называется *заилением* канала.

2. Ложе канала не должно *размываться* русловым потоком. Это требование, как правило, актуально для необлицованных грунтовых каналов.

3. Ложе канала не должно (если только противное не предусмотрено проектом) *зарастать* травой, водорослями, кустарником и т.п., так как при этом возрастают потери напора по длине и уменьшается пропускная способность канала. Что касается последнего требования, то оно важно главным образом для каналов, эксплуатируемых в условиях жаркого климата. Обычно полагают, что для исключения зарастания средняя скорость руслового потока должна быть не меньше 50—60 см/с.

9.4. Предотвращение заиливания каналов

Скорость равномерного падения под действием силы тяжести твердой частицы в достаточно большом (по сравнению с размерами частицы) объеме покоящейся воды называется *гидравлической крупностью* и обозначается w (см. гл. 16). Плотность материала частиц грунта почти всегда может быть принята равной $\rho_r = 2600 \text{ кг/м}^3$, поэтому гидравлическая крупность определяется главным образом диаметром частиц и вязкостью воды.

Отрыв от ложа русла, вовлечение в поток (взвешивание) и транспортирование русловым потоком частиц грунта обусловлены турбулентностью потока воды в канале, при этом определяющим фактором является соотношение значения вертикальной пульсационной скорости u'_z и гидравлической крупности частиц грунта w .

Частица грунта может быть вовлечена в поток, если ее гидравлическая крупность не превосходит максимального значения вертикальной пульсационной скорости:

$$w \leq \max(u'_z).$$

Экспериментальные исследования турбулентных потоков в открытых руслах показали, что стандарт вертикальной пульсационной скорости $\sqrt{u'^2_z}$ [см. (5.78)] в турбулентном ядре потока, не содержащего взвешенных частиц грунта, составляет (5—7)% от средней скорости v . Вовлечение в поток частиц грунта из ложа русла и их транспортирование требует затраты части энергии пульсационного движения воды. Если эта часть становится значительной, так что значение стандарта пульсационной скорости заметно уменьшается, то дальнейшее взвешивание

частиц грунта прекращается, а возможный избыток взвешенных частиц выпадает из потока. В результате взвесенесущий поток стабилизируется и становится продольно-однородным.

Транспортирующей способностью (ТС) турбулентного потока называется максимальный твердый весовой расход (т.е. вес частиц грунта, проносимых потоком воды в единицу времени через поперечное сечение потока) продольно-однородного взвесенесущего потока.

Транспортирующая способность зависит от размера частиц грунта, которые ложе русла может “предложить” турбулентному потоку. Если дно русла сложено крупными частицами, так что $w \geq \max(u'_z)$, то поток не сможет их оторвать от дна русла, следовательно, для этих частиц $ТС = 0$.

Массовая концентрация взвешенных наносов, т.е. масса частиц грунта в единице объема воды, называется *мутностью* и обозначается a . Средняя по вертикали мутность, соответствующая транспортирующей способности, называется *критической*:

$$a_0 = \frac{ТС}{gq}, \quad (9.21)$$

где $ТС$ и q — удельные (на единицу ширины русла) транспортирующая способность потока и расход воды.

Согласно экспериментальным исследованиям критическая мутность в турбулентном потоке может быть оценена по формуле

$$a_0 = (0,015 - 0,030) \frac{v^3}{h w}, \quad (9.22)$$

где w — средняя (характерная) для данного взвесенесущего потока гидравлическая крупность, h — глубина потока.

Зависимость (9.22) позволяет указать минимальную допустимую скорость воды в канале, при которой из потока с мутностью a не будут выпадать частицы грунта с гидравлической крупностью w , эта скорость называется *незаиляющей*:

$$v_{\text{незаиля}} = \sqrt[3]{\frac{a h w}{(0,015 - 0,030)}}. \quad (9.23)$$

Если в проектируемый канал из речного водозабора поступает вода с мутностью a , а взвешенные частицы грунта имеют гидравлическую крупность w , то при глубине потока h канал должен иметь продольный уклон i и поперечное сечение (т.е. b , m , n) такие, чтобы

$$v = C\sqrt{Ri} > v_{\text{незаиля}}. \quad (9.24)$$

Если это условие не выполняется, то в проекте необходимо либо изменить поперечное сечение канала (если возможно, сделать его ближе к гидравлически наивыгоднейшему), либо уменьшить шероховатость n , либо увеличить продольный уклон i . Это не всегда возможно главным образом по двум причинам.

1. По топографическим условиям изменение продольного уклона может потребовать значительного увеличения объема земляных работ;

кроме того, при увеличении уклона канал может не обеспечить доставку воды на требуемые геодезические отметки (на так называемую высоту командования).

2. Большие скорости воды в канале могут быть опасны, если ложе канала грунтовое, необлицованное с точки зрения его размыва русловым потоком.

При невозможности увеличения скорости воды v выполнения неравенства (9.24) можно добиться путем уменьшения $v_{\text{незаит}}$. Наиболее радикальным средством является уменьшение мутности воды a путем отстаивания ее в специальных бассейнах (отстойниках).

9.5. Предотвращение размыва грунтовых каналов (метод влекущей силы)

Наиболее простым, на первый взгляд, требованием, при выполнении которого русло не размывается, является ограничение средней скорости руслового потока v :

$$v < v_{\text{неразм}}, \quad (9.25)$$

где $v_{\text{неразм}}$ — максимальная допустимая по условию размыва ложа русла (*максимальная неразмывающая*) скорость руслового потока. Как показывают эксперименты, значение этой скорости зависит как от характеристик грунта, слагающего дно русла, так и от формы и размеров поперечного сечения канала, и от количества взвешенных наносов и коллоидных частиц, транспортируемых русловым потоком. Под характеристиками грунта следует понимать:

в случае несвязных грунтов (песков) — гранулометрический состав, угол естественного откоса, наличие глинистых фракций;

в случае связных грунтов (супеси, суглинки, глины) — дополнительное сцепление и другие более сложные физико-химические характеристики.

В табл. 9.2 приведены ориентировочные значения максимальных неразмывающих скоростей для различных материалов для условий потока глубиной $h = 1$ м без взвешенных и коллоидных частиц.

Таблица 9.2

Неразмывающие скорости и касательные напряжения

Материал ложа канала	$v_{\text{неразм}}, \text{ м/с}$	$\tau_{\text{неразм}}, \text{ Па}$
<i>Несвязные материалы:</i>		
Мелкозернистые пески $d = 0,25$ мм	0,39	0,30
Среднезернистые пески $d = 1,0$ мм	0,55	0,68
Крупнозернистые пески $d = 3,0$ мм	0,80	1,85
Гравий $d = 15$ мм	1,20	7,0
Галька $d = 100$ мм	1,50	14,0
<i>Связные материалы:</i>		
Супесь	0,54	0,57
Суглинок плотный	0,75	1,50
Глина плотная	1,05	2,20

Значения $v_{\text{неразм}}$ при глубинах $h \neq 1$ м пересчитываются с помощью формулы Шези; значение, приведенное в табл. 9.2, следует умножить на $h^{2/3}$.

Воздействие потока на ложе русла обусловлено структурой придонной части руслового потока, т.е. величиной и распределением вблизи дна осредненной скорости воды, значениями пульсационных составляющих скорости, частотой пульсаций скорости и т.п. Эксперименты показывают, что все эти характеристики определяются значением донных касательных напряжений τ_d , действующих со стороны потока на ложе русла (см. гл. 18), или более удобной эквивалентной характеристикой — *динамической скоростью* u_* :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_d}{\rho}}. \quad (9.26)$$

Имея это в виду, целесообразно во избежание размыва ограничить не средние скорости руслового потока, а *касательные напряжения*, действующие на ложе русла,

$$\tau_d < \tau_{\text{неразм}}. \quad (9.27)$$

Это условие должно выполняться во всех точках смоченного периметра. В случае трапецидального поперечного сечения типичное распределение по смоченному периметру продольных касательных напряжений, действующих со стороны руслового потока, представлено на рис. 9.8; максимальное продольное касательное напряжение на оси канала

$$(\tau_d)_{\text{max}} \cong 0,97 \rho g h_0 i \approx \rho g h_0 i. \quad (9.28)$$

Напряжение $(\tau_d)_{\text{max}}$ согласно (9.27) должно быть меньше допустимого, которое зависит от материала, слагающего ложе канала. Это усло-

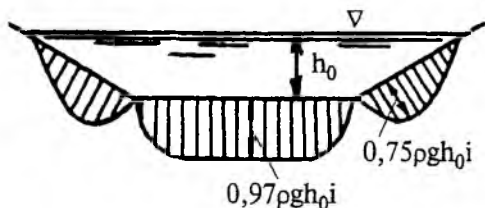


Рис. 9.8. Распределение продольных касательных напряжений по смоченному периметру трапецидального канала

вие накладывает ограничение на глубину h_0 и продольный уклон i канала. Вместе с тем следует обратить внимание на то, что на боковых откосах на грунт действует помимо τ_d со стороны потока еще и сдвигающая вдоль откоса составляющая силы тяжести, поэтому, хотя на откосе касательное напряжение со стороны потока меньше, чем на дне, суммарное сдвиговое усилие, действующее на грунт, может привести к разрушению (размыву) поверхности откоса.

Чтобы оценить устойчивость к размыву грунта на откосе канала, рассмотрим предельное равновесие расчетного элемента грунта в виде призмы толщиной δ (рис. 9.9). Размеры призмы в плоскости откоса dx и dy должны быть достаточно велики, чтобы гранулометрический состав

грунта в объеме призмы не отличался от гранулометрического состава грунта, слагающего ложе канала. Вместе с тем призма элементарная в том смысле, что изменением касательного напряжения τ на ее поверхности можно пренебречь. Кроме того, исключим из баланса сил взаимодействие призмы с соседними элементами грунта на поверхности откоса.

На выделенный расчетный элемент грунта действуют следующие силы.

1. Сдвигающая сила со стороны руслового потока, равная

$$T = \tau dx dy. \quad (9.29)$$

2. Сила тяжести (с учетом взвешивающего действия воды)

$$G = (\rho_r - \rho) g \delta dx dy, \quad (9.30)$$

где ρ_r — плотность грунта.

Силу тяжести разложим на две составляющие:

G_y — направленную вдоль откоса и сдвигающую элемент грунта:

$$G_y = G \sin \theta, \quad (9.31)$$

G_n — направленную по нормали к поверхности откоса и прижимающую расчетный элемент к подстилающему грунту:

$$G_n = G \cos \theta. \quad (9.32)$$

Эта составляющая силы тяжести порождает нормальные напряжения σ между расчетным элементом и подстилающим грунтом и обуславливает удерживающую отсек силу сухого трения:

$$\sigma dx dy = G \cos \theta.$$

3. Сила трения, удерживающая элемент грунта. В состоянии предельного равновесия в соответствии с законом Кулона в случае несвязных грунтов эта сила равна

$$T_{уд} = \tau_{уд} dx dy = \sigma \operatorname{tg} \varphi \cdot dx dy, \quad (9.33)$$

где φ — угол внутреннего трения.

Уравнение предельного равновесия представим в виде (см. рис. 9.9)

$$T_{уд} = \sqrt{T^2 + G_y^2}. \quad (9.34)$$

Подставляя в (9.34) выражение для сил (9.29)—(9.33), получим

$$\tau_{уд} dx dy = \sqrt{(\tau dx dy)^2 + [(\rho_r - \rho) \sin \theta g \delta dx dy]^2}. \quad (9.35)$$

На дне канала при $\theta = 0$ из уравнения (9.35) имеем

$$\tau_{уд} = \tau_d. \quad (9.36)$$

Преобразуем $\tau_{уд}$, используя (9.30), (9.32)—(9.34):

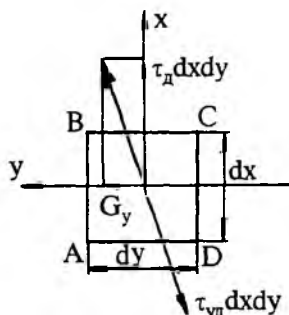
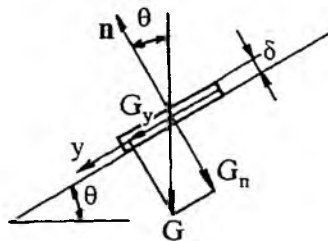


Рис. 9.9. Расчетная схема метода касательных напряжений

$$\tau_{уд} = \sigma \operatorname{tg} \varphi = \frac{G \cos \theta}{dx dy} \operatorname{tg} \varphi = \frac{(\rho_r - \rho) g \delta dx dy \cdot \cos \theta}{dx dy} \operatorname{tg} \varphi = (\rho_r - \rho) g \delta \cdot \cos \theta \operatorname{tg} \varphi. \quad (9.37)$$

Подставляя выражение для $\tau_{уд}$ в (9.36) (которое получено для $\theta = 0$ и, следовательно, в (9.36) $\cos \theta = 1$), найдем высоту расчетного элемента δ :

$$\delta = \frac{\tau_d}{(\rho_r - \rho) g \operatorname{tg} \varphi}. \quad (9.38)$$

Подставим (9.37) в (9.35) и исключим из полученного выражения δ с помощью (9.38), в результате получим

$$\tau_d \cos \theta = \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\tau_d \sin \theta}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2}, \quad (9.39)$$

отсюда

$$\tau = \tau_d \cos \theta \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{\operatorname{tg}^2 \varphi}}. \quad (9.40)$$

Выражение (9.40) показывает, насколько продольное касательное напряжение, действующее со стороны руслового потока на боковой откос трапецидального канала, должно быть меньше, чем на дне канала, где $\tau_d = \tau_{\text{неразм}}$, чтобы соблюдалось условие предельного равновесия, т.е. чтобы откосы канала не размывались.

Например, если грунт имеет угол внутреннего трения (или, что то же, угол естественного откоса), равный $\varphi = 24^\circ$, а коэффициент боково-

го откоса $m = 3,0 \left(\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{m} = 0,33 \right)$, то согласно (9.40)

$$\tau = \tau_d \cos \theta \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{\operatorname{tg}^2 \varphi}} = \tau_{\text{неразм}} 0,95 \sqrt{1 - \frac{0,33^2}{0,44^2}} = 0,64 \tau_{\text{неразм}}.$$

Следовательно, если на откосе $\tau_{\text{max}} = 0,75 \tau_d$ (как представлено на рис. 9.8), то такой откос будет размываться, хотя на дне канала выполняется условие $\tau_d = \tau_{\text{неразм}}$, и грунт на дне находится в состоянии предельного равновесия. Во избежание размыва в этом случае следует сделать откос более пологим, увеличив m либо уменьшив продольный уклон канала, создав на дне запас устойчивости, но обеспечив предельное равновесие на откосе.

9.6. Очертание равномерно устойчивого откоса

В рассмотренном выше случае предельное равновесие грунта имело место на дне и должно было быть обеспеченным в одной точке бокового откоса, где продольные касательные напряжения имели максимальное значение ($0,75 \rho g h_0 i$ на рис. 9.8). В других точках откоса имеет место избыточная устойчивость грунта.

Уравнение (9.40) позволяет найти криволинейное очертание откоса грунтового канала, в каждой точке которого грунт находится в состоянии предельного равновесия под действием силы тяжести и сдвигаю-

щей силы со стороны руслового потока. Такой откос назовем *равномерно устойчивым*.

Для вывода дифференциального уравнения, описывающего очерта-ние равномерно устойчивого откоса, сделаем следующие допущения.

1. Продольные касательные напряжения на вертикальных плоско-стях, параллельных скорости воды в канале, равны нулю. Другими сло-вами, слои воды, выделенные вер-тикальными плоскостями, парал-лельными оси канала, не взаимо-действуют с соседними и движут-ся под действием силы тяжести и сопротивления части ложа кана-ла, являющейся основанием слоя (рис. 9.10). Согласно основному

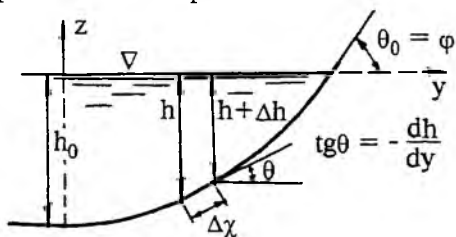


Рис. 9.10. Равномерно устойчивый откос грунтового канала

уравнению равномерного движения (5.69) для каждого такого слоя имеем

$$\int_{\chi} \tau d\chi = \rho g \Delta \omega J, \quad (9.41)$$

где смоченный периметр слоя $\chi = h + (h + \Delta h) + \Delta \chi$; площадь попереч-ного сечения $\Delta \omega = h \Delta \chi \cos \theta$; пьезометрический уклон $J = i$. Преобразу-ем (9.41), принимая во внимание, что подынтегральное выражение в левой части отлично от нуля только на части $\Delta \chi$ смоченного периметра. Полагая $\Delta \chi$ малым, изменением касательного напряжения в пределах $\Delta \chi$ пренебрежем:

$$\int_{\chi} \tau d\chi = \int_{\Delta \chi} \tau d\chi = \tau \int_{\Delta \chi} d\chi = \tau \Delta \chi = \rho g h \Delta \chi i \cos \theta;$$

в результате имеем

$$\tau = \rho g h i \cos \theta. \quad (9.42)$$

2. На уровне свободной поверхности воды в канале касательные напряжения со стороны руслового потока на ложе русла равны нулю и предельное равновесие обеспечивается только под действием силы тя-жести, т.е. угол наклона касательной к поперечному сечению дна кана-ла на урезе воды равен углу внутреннего трения (углу естественного откоса) грунта:

$$\theta_0 = \varphi. \quad (9.43)$$

3. На горизонтальной части смоченного периметра вблизи оси канала, где глубина руслового потока равна нормальной глубине h_0 , а продольное касательное напряжение согласно (9.42) имеет наибольшее значение

$$\tau_d = \rho g h_0 i, \quad (9.44)$$

принимая, что τ_0 равно максимальному допускаемому неразмываю-щему касательному напряжению $\tau_{\text{неразм}}$.

Из геометрических соображений (см. рис. 9.10) имеем

$$\text{tg } \theta = -\frac{dh}{dy}. \quad (9.45)$$

Подставим (9.42) и (9.44) в (9.40) и, используя (9.45), получим диф-ференциальное уравнение, описывающее равномерно устойчивый от-кос грунтового канала

$$\left(\frac{dh}{dy}\right)^2 + \left(\frac{h}{h_0}\right)^2 \operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg}^2 \varphi = 0. \quad (9.46)$$

Решение этого уравнения при граничном условии (9.43) имеет вид

$$h = h_0 \cos\left(\frac{y \operatorname{tg} \varphi}{h_0}\right). \quad (9.47)$$

Очертание такого откоса представлено на рис. 9.10.

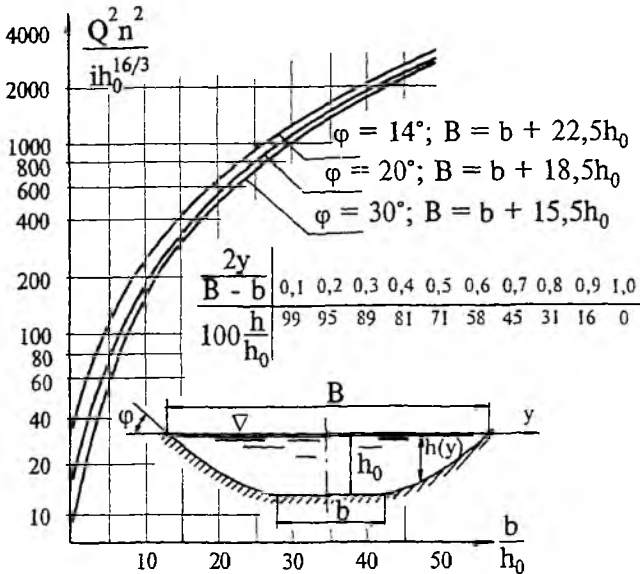


Рис. 9.11. Номограмма для расчета поперечного сечения грунтового канала с равномерно устойчивым откосом

Для расчета поперечного сечения грунтового канала с равномерно устойчивым откосом предлагается номограмма (рис. 9.11), использование которой продемонстрируем на следующем примере.

Пример расчета грунтового канала с равномерно устойчивым откосом

Задано: канал в среднезернистых песках ($\tau_{\text{неразм}} = 1,9 \text{ Па}$, $\varphi = 20^\circ$) обеспечивает расход $Q = 100 \text{ м}^3/\text{с}$, технология строительства канала землеройными машинами обеспечивает коэффициент шероховатости $n = 0,025$. Уклон дна русла $i = 8 \cdot 10^{-5}$.

Определить размер поперечного сечения канала.

Для предварительных расчетов примем, что гидравлический радиус $R \approx h_0$, где h_0 — нормальная глубина. По основному уравнению равномерного движения

$$\frac{\tau_d}{\rho g} = RJ,$$

которое при сделанных допущениях перепишем в виде

$$\frac{\tau_{\text{неразм}}}{\rho g} = h_0 i,$$

определим

$$h_0 = \frac{\tau_{\text{неразм}}}{\rho g i} = \frac{1,9}{1000 \cdot 9,8 \cdot 8 \cdot 10^{-5}} = 2,42 \text{ м.}$$

Вычислим параметр номограммы:

$$\frac{Q^2 n^2}{i \cdot h_0^{16/3}} = \frac{100^2 \cdot 0,025^2}{8 \cdot 10^{-5} \cdot 2,42^{16/3}} = 703,16.$$

По номограмме для $\varphi = 20^\circ$ найдем

$$\frac{b}{h_0} = 22,5.$$

Для $\varphi = 20^\circ$ имеем

$$\frac{B}{h_0} = \frac{b}{h_0} + 18,5 = 22,5 + 18,5 = 41,0.$$

В результате получаем

$$b = \left(\frac{b}{h_0} \right) h_0 = 22,5 \cdot 2,42 = 54 \text{ м,}$$

$$B = \left(\frac{B}{h_0} \right) h_0 = 41,0 \cdot 2,42 = 99 \text{ м.}$$

Очертание откоса определяется по табличке на номограмме (см. рис. 9.11). Аналогично решаются другие задачи.

9.7. Неравномерное установившееся движение воды в каналах

В длинных цилиндрических каналах с положительным продольным уклоном обычно на большей их части имеет место равномерное движение, при котором энергия, получаемая водой за счет работы силы тяжести, полностью расходуется на преодоление гидравлического сопротивления (работу сил трения по дну). При этом кинетическая энергия жидкости вдоль потока остается неизменной; таким образом, и средняя скорость потока v , и глубина h остаются вдоль потока неизменными.

Неравномерное движение обычно имеет место либо в нецилиндрических каналах, либо в цилиндрических каналах с положительным продольным уклоном вследствие изменения поперечного сечения канала или его продольного уклона, главным образом, вблизи места, где это изменение происходит, а также в каналах с нулевым (горизонтальное дно) или отрицательным продольным уклоном дна. Примеры таких случаев приведены на рис. 9.12.

С целью расчета безнапорного неравномерного движения воспользуемся уравнением Бернулли для безнапорных потоков, исключив влияние сил на свободной поверхности. Рассмотрим (рис. 9.13) неравномерное движение в канале (не обязательно цилиндрическом) с постоянным продольным уклоном i (не обязательно положительным).

Наметим сечения 1—1 и 2—2 на расстоянии $\Delta \ell$ одно от другого (ограничения на значение $\Delta \ell$ будут пояснены в ходе вывода). Плоскость

сравнения проведем через нижнюю точку сечения 2—2, при этом отметка нижней точки сечения 1—1 будет равна $a = \Delta \ell \cdot i$. Считаем, что движение плавноизменяющееся и, следовательно, давление в сечениях распределено

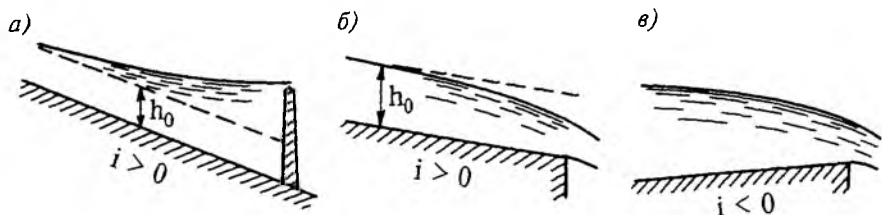


Рис. 9.12. Неравномерное движение в цилиндрическом канале, обусловленное: *а* — устройством плотины; *б* — свободным истечением в конце канала; *в* — отрицательным продольным уклоном дна канала

по гидростатическому закону, а сами поперечные сечения потока не только плоские, но и вертикальные (вследствие малости уклона i).

Запишем уравнение Бернулли

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_f \quad (9.48)$$

и определим входящие в него величины:

$$z_1 = a + h, \quad p_1 = p_a, \quad \alpha_1 = 1,0, \quad v_1 = v(h);$$

$$z_2 = h + \Delta h, \quad p_2 = p_a, \quad \alpha_2 = 1,0, \quad v + \Delta v = v(h + \Delta h).$$

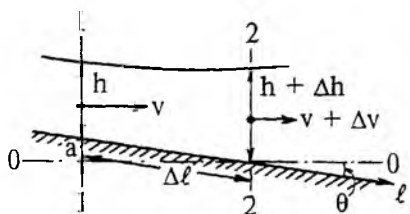


Рис. 9.13. Расчетная схема плавноизменяющегося движения

потери на этом участке можно было рассчитать, пользуясь формулой Шези, в которой все величины \hat{v} , \hat{C} и \hat{R} определяются для глубины, равной полусумме глубин в сечениях 1—1 и 2—2:

$$h_f = \hat{i}_f \cdot \Delta \ell = (\hat{v}^2 / \hat{C}^2 \hat{R}) \Delta \ell, \quad (9.49)$$

где $\hat{v} = v(h + \Delta h/2)$, $\hat{C} = C(h + \Delta h/2)$, $\hat{R} = R(h + \Delta h/2)$, а

$$\hat{i}_f = \hat{v}^2 / \hat{C}^2 \hat{R} \quad (9.50)$$

называется *уклоном трения*.

Кроме того, согласно (9.1) удельная энергия сечения 1—1 равна

$$\mathcal{E}(h) = h + v^2 / 2g, \quad (9.51)$$

а сечения 2—2

$$\mathcal{E}(h + \Delta h) = (h + \Delta h) + \frac{[v(h + \Delta h)]^2}{2g} = \mathcal{E}(h) + \Delta \mathcal{E}. \quad (9.52)$$

Подставляя полученные значения слагаемых в уравнение (9.48), получаем уравнение Чарномского:

$$\Delta \ell = \frac{\Theta(h + \Delta h) - \Theta(h)}{i - i_f} = \frac{\Delta \Theta}{i - i_f} \quad (9.53)$$

Это уравнение является основным расчетным уравнением для определения отметок свободной поверхности безнапорных потоков, или, как говорят, для построения *кривых свободной поверхности*.

Прежде чем обратиться к анализу и расчетному использованию уравнения (9.49), обратим внимание на некоторые особенности функций $\Delta \Theta$ и i_f , которые очевидны из графиков функции $\Theta = \Theta(h)$ и $i_f = i_f(h)$, представленных на рис. 9.14.

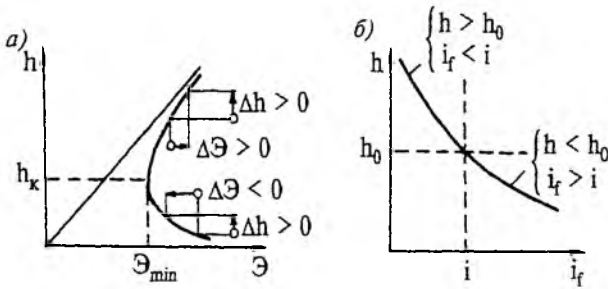


Рис. 9.14. Вспомогательные графики функций $\Theta = \Theta(h)$ и $i_f = i_f(h)$

Как видно из графика $\Theta = \Theta(h)$, при бурном движении, когда $h < h_k$, с увеличением глубины удельная энергия сечения убывает, т.е. если $\Delta h > 0$, то $\Delta \Theta < 0$, а при $h > h_k$ положительному Δh соответствует также положительное значение $\Delta \Theta$; при глубинах, близких к h_k , имеет место $\Delta \Theta \approx 0$.

На графике $i_f = i_f(h)$, построенном по формуле Шези, легко видеть, что согласно (9.15) нормальной глубине h_0 отвечает $i_f = i$, т.е. уклон трения равен уклону дна. Следовательно, при $h < h_0$ имеет место $i_f > i$, а при $h > h_0$ — соответственно $i_f < i$.

Установив это, перейдем к анализу форм свободной поверхности. Детали этого анализа поясним на примере цилиндрического русла с положительным продольным уклоном дна, меньшим критического: $i < i_k$ (рис. 9.15).

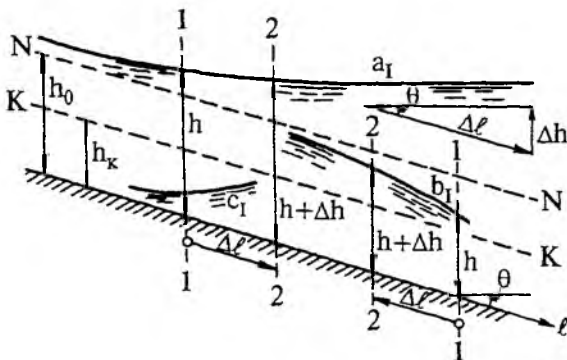


Рис. 9.15. Кривые свободной поверхности при $i < i_k$

Согласно рис. 9.5 здесь линия нормальных глубин N—N расположена выше линии критических глубин K—K.

Значения расхода Q и шероховатости n , а также зависимости $\omega = \omega(h)$ и $\chi = \chi(h)$ считаются заданными. Возьмем некоторое поперечное сечение потока 1—1, в котором глубина задана и равна $h > h_0 > h_k$, и определим, на каком расстоянии от него расположено сечение 2—2, в котором глубина равна $h + \Delta h$, причем $\Delta h > 0$.

Из рис. 9.14,а видно, что при $h > h_k$ положительным значениям Δh отвечает $\Delta \Theta > 0$, а из рис. 9.14,б следует, что при $h > h_0$ значение $i_f < i$. При этом, согласно (9.53), $\Delta \ell > 0$, и, следовательно, искомое сечение 2—2 расположено от сечения 1—1 на расстоянии $\Delta \ell$ в положительном направлении оси ℓ , т.е. ниже по течению. Таким образом, устанавливаем, что при $h > h_0 > h_k$ глубины вдоль потока возрастают; кривые свободной поверхности в этом случае называются *кривыми подпора*.

Рассмотрим теперь асимптотическое поведение этой кривой при $h \rightarrow \infty$ и $h \rightarrow h_0$. При $h \rightarrow \infty$ имеем $\Theta(h) \sim h$ (так как $\omega(h) \rightarrow \infty$ и $Q^2/2g\omega^2 \rightarrow 0$), а $i_f = Q^2 / (\hat{\omega}^2 \hat{C}^2 \hat{R}) \rightarrow 0$. При этом

$$\Delta \ell = \frac{\Delta \Theta}{i - i_f} \sim \frac{\Delta h}{i};$$

из геометрических соображений (см. рис. 9.15) легко видеть, что касательная к кривой свободной поверхности при $h \rightarrow \infty$ становится горизонтальной.

В другом крайнем случае, когда $h \rightarrow h_0$, значение $i_f \rightarrow i$, а $\Delta \ell$ согласно (9.53) стремится к бесконечности. Таким образом, изменения глубины даже на небольшую величину Δh при значениях h , близких к h_0 , происходят на очень больших расстояниях, из чего следует, что линия нормальных глубин является асимптотой кривой свободной поверхности. Вышеизложенное показывает (см. рис. 9.15), что выпуклость кривой свободной поверхности в рассматриваемом случае ($h > h_0 > h_k$) направлена вниз и имеет вид, представленный на рис. 9.15. Эта кривая называется *кривой подпора типа a_1* . Подчеркнем, что, как следует из предельного положения касательной при $h \rightarrow \infty$, отметки свободной поверхности кривой a_1 уменьшаются вдоль течения.

Рассмотрим кривую свободной поверхности в том же русле при условии $h_k < h < h_0$ (кривая b_1). Здесь при $\Delta h > 0$, как следует из рис. 9.14, $\Delta \Theta > 0$ и $i_f > i$; следовательно, согласно (9.53), $\Delta \ell < 0$. Таким образом, точки кривой свободной поверхности с большими глубинами лежат выше по течению; такие кривые называются *кривыми спада*. Как и в случае кривой a_1 , можно доказать, что линия нормальных глубин является асимптотой кривой b_1 . При $h \rightarrow h_k$, как видно на рис. 9.14,а, $\Theta \rightarrow \Theta_{\min}$, и, следовательно, $\Delta \Theta \rightarrow 0$, а значит, согласно (9.53), и $\Delta \ell \rightarrow 0$; из этого следует, что вблизи линии критических глубин изменение глубины на конечное значение Δh происходит на очень малых расстояниях, т.е. касательная к кривой свободной поверхности при приближении к h_k асимптотически стремится к вертикали. Из изложенного выше следует также, что выпуклость кривой b_1 направлена вверх (см. рис. 9.15).

Отметим, что особенность кривой свободной поверхности вблизи линии критических глубин, так же как и особенность кривых a_1 и b_1

вблизи линии нормальных глубин, имеет место и в случае других кривых свободной поверхности.

Анализ для случая $h < h_k < h_0$, подобный приведенному выше, показывает, что здесь имеет место кривая подпора (обозначаемая c_1), обращенная вблизи линии критических глубин выпуклостью вниз. Характер этой кривой при $h \rightarrow 0$ не представляет практического интереса.

Анализ формы кривых свободной поверхности с помощью уравнения (9.53) при $i > i_k$, $i = 0$ или $i < 0$ проводится вполне аналогично, а результаты его с соответствующими названиями кривых приведены на рис. 9.16.

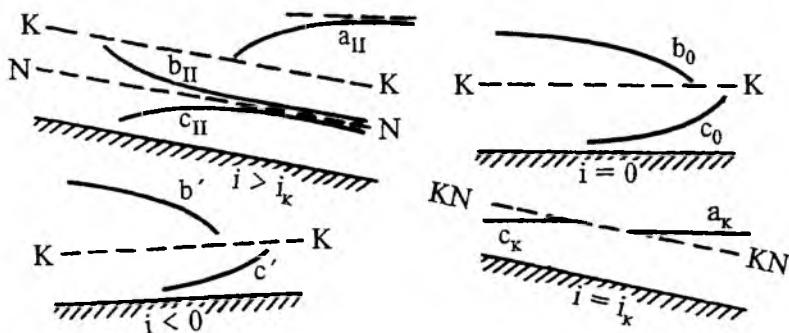


Рис. 9.16. Кривые свободной поверхности при различных уклонах дна русла

Примечания: 1. Все приведенные выше кривые относятся к случаям цилиндрических (призматических) русел. В нецилиндрических руслах построение кривых свободной поверхности с помощью уравнения (9.53) возможно лишь при условии, что “нецилиндричность” невелика, так что движение жидкости всюду плавноизменяющееся.

2. В случае цилиндрических русел расчет кривой свободной поверхности выполняется по зависимости (9.53). При этом, как показывает специальный анализ, Δh следует задавать положительным или отрицательным, имея в виду, что при $h > h_k$ должно быть $\Delta \ell < 0$, а при $h < h_k$, соответственно, $\Delta \ell > 0$.

3. Расчет кривых свободной поверхности в нецилиндрических руслах осложняется тем, что в этом случае геометрические, а следовательно, и многие гидравлические характеристики поперечного сечения потока зависят не только от глубины, но и от продольной координаты сечения ℓ , т.е. $\omega = (\ell, h)$, $\chi = \chi(\ell, h)$, $\Theta = \Theta(\ell, h)$ и т.п. Поэтому при вычислениях по зависимости (9.26), задавая Δh , следует вычислять $\Delta \ell$ методом последовательных приближений по формуле

$$\Delta_{i+1} \ell = \frac{\Theta(h + \Delta h, \ell + \Delta_1 \ell) - \Theta(h, \ell)}{i(\ell + \Delta_1 \ell / 2) - i_f(h + \Delta h / 2, \ell + \Delta_1 \ell / 2)} \quad (9.54)$$

В качестве нулевого приближения обычно принимают $\Delta_0 \ell = 0$.