

4. Зависит ли коэффициент лобового сопротивления от каких-либо факторов или он всегда постоянен?
5. Каким образом определяется из формулы Стокса гидравлическая крупность?
6. Какие режимы обтекания и области сопротивления наблюдаются при движении наносов в русле? Как определяется средняя гидравлическая крупность для наносов, состоящих из нескольких групп зерен отдельной крупности?
7. Каковы особенности движения донных наносов?
8. Какие силы действуют на частицу? Как происходит процесс перемещения частиц?
9. Как определяется незаиляющая скорость в открытом русле?

## Глава 21

### ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК

#### 21.1. Общие сведения

В гл. 17 при анализе кривых свободной поверхности неравномерного плавного изменяющегося потока в открытых руслах было отмечено, что при  $h = h_{кр}$  и  $\Pi_k = 1$  функция  $h = f(l)$  претерпевает разрыв непрерывности. При этом  $dh/dl = \infty$ , т. е. касательная к кривой свободной поверхности нормальна к линии критических глубин.

В данной главе рассматривается лишь случай, когда глубина увеличивается, т. е. происходит переход из бурного состояния в спокойное.

При этом на относительно коротком участке русла происходит резкое скачкообразное увеличение глубины потока. Это явление называется гидравлическим прыжком, который является единственной формой перехода потока из бурного состояния в спокойное. Гидравлический прыжок представляет собой один из примеров резко изменяющегося движения.

Гидравлический прыжок можно рассматривать как остановившуюся волну перемещения. Если, например, поток, находящийся в бурном состоянии, внезапно преградить, уровень воды перед преградой резко повысится (рис. 21.1). Создастся волна, которая будет распространяться вверх по течению (обратная положительная волна). Высота и скорость перемещения волны будут постепенно уменьшаться вверх по течению. При скорости волны  $c_0$ , равной средней скорости  $u$ , волна остановится и примет форму гидравлического прыжка. Такое возможно только в потоке, находящемся в бурном состоянии ( $\Pi_k > 1$ ). Если поток находится в спокойном состоянии ( $\Pi_k < 1$ ), волна по мере удаления вверх по течению постепенно будет затухать, кривая свободной поверхности перед препятствием останется непрерывной, плавной. Гидравлический прыжок образуется при обтекании потоком, находящимся в бурном

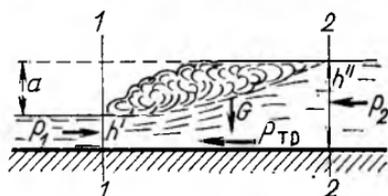
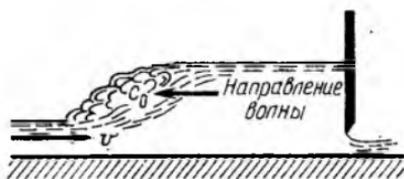


Рис. 21.1  
Рис. 21.3

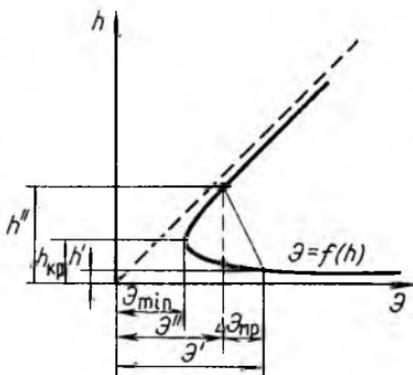


Рис. 21.2

состоянии, расположенных на дне полностью погруженных в воду преград, в том числе и крупных камней.

Рассмотрим вопрос о причинах и неизбежности возникновения гидравлического прыжка при переходе потока от бурного состояния к спокойному.

На рис. 21.2 представлен график удельной энергии сечения применительно к руслу с нулевым уклоном дна ( $i = 0$ ). При этом, если плоскость сравнения совместить с плоскостью дна, удельная энергия потока  $E$  и удельная энергия сечения  $\mathcal{E}$  совпадают. Перед гидравлическим прыжком состояние потока бурное, чему соответствует нижняя ветвь кривой  $\mathcal{E} = f(h)$ . Спокойное состояние характеризуется верхней ветвью этой кривой. Потери удельной энергии  $h_{тр}$  в гидравлическом прыжке обозначены  $\Delta \mathcal{E}_{пр}$ .

Если предположить, что возможен переход потока от бурного состояния к спокойному без гидравлического прыжка, вначале при изменении глубины (рис. 21.3) от  $h'$  (в сечении перед прыжком) до  $h_{кр}$  согласно кривой  $\mathcal{E}(h)$  удельная энергия сечения (и удельная энергия потока) должна уменьшиться от  $\mathcal{E}'$  до  $\mathcal{E}_{min}$ . При увеличении глубины от  $h_{кр}$  до  $h''$  (в сечении непосредственно за прыжком) удельная энергия сечения (и потока) должна увеличиваться от  $\mathcal{E}_{min}$  до  $\mathcal{E}''$ . Это физически невозможно, так как энергия при движении вязкой жидкости расходуется. Следовательно, гидравлический прыжок является единственно возможной формой перехода потока из бурного состояния в спокойное.

## 21.2. Виды гидравлического прыжка

В зависимости от условий, в которых происходит гидравлический прыжок, наблюдаются различные его виды.

Совершенный гидравлический прыжок (рис. 21.3) наблюдается при отсутствии стеснения русла по верти-

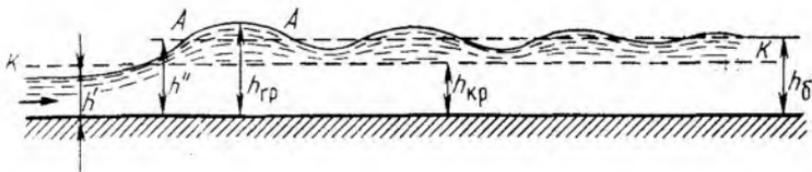


Рис. 21.4

кали, например в виде уступа дна, при отношении глубин  $h''/h' \geq 2$ . Для совершенного гидравлического прыжка характерна высота его  $a > h'$ . В прыжке этого вида заметно выражены поверхностный валец с обратным направлением скорости у свободной поверхности и зона поступательно движущейся жидкости (транзитная часть потока).



Рис. 21.5

Несовершенный или волнистый гидравлический прыжок (прыжок — волна), рис. 21.4. В этом гидравлическом прыжке нет поверхностного вальца с обратными токами. Прыжок представлен рядом последовательных постепенно затухающих волн. Высота этого прыжка  $a < h'$ , т. е.  $h''/h' < 2$ .

Подпертый гидравлический прыжок (рис. 21.5), так же как и совершенный, имеет хорошо развитый поверхностный валец, но он подпирается с низовой стороны стенкой или выступом дна. При этом прыжок не может свободно развиваться в длину. Длина подпертого гидравлического прыжка меньше, чем совершенного. Линии тока в придонной поступательно движущейся части искривляются вблизи входа на уступ. Непосредственно перед стенкой или уступом образуется придонная водоворотная область (придонный валец). Скорости и интенсивность «вращения» этого вальца меньше, чем в поверхностном вальце подпертого гидравлического прыжка.

Затопленный гидравлический прыжок (рис. 21.6) также имеет развитую поверхностную и транзитную зоны, в последней происходит поступательное движение. Такой прыжок образуется, например, при несвободном истечении из-под затвора, когда нижний бьеф не позволяет прыжку сместиться вдаль от сооружения по направлению течения и «подтапливает» гидравлический прыжок.

Поверхностный гидравлический прыжок (рис. 21.7) назван так в связи с тем, что поступательно перемещающаяся часть потока сосредоточена в поверхностной зоне, а валец с обратным направлением скоростей — в придонной части. Поверхностный прыжок может развиваться, например, за водосливными плотинами с вертикальным уступом достаточной высоты. (Подробнее поверхностные гидравлические прыжки рассмотрены в гл. 24.)

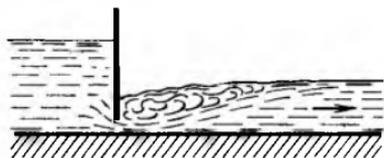


Рис. 21.6



Рис. 21.7

Совершенный гидравлический прыжок (см. рис. 21.3) называют иногда **д о н н ы м** в связи с тем, что транзитная часть потока при-  
мыкает к дну.

В настоящей главе рассматриваются совершенный и волнистый гидравлические прыжки.

По классификации, предложенной В. Т. Чоу, совершенный гидравлический прыжок подразделяется на: **слабый**  $\sqrt{P_{к1}} = 1,7 \div 2,5$ , т. е.  $P_{к1} = 3 \div 6,25$ ; **вибрирующий** (неустойчивый)  $\sqrt{P_{к1}} = 2,5 \div 4,5$ , т. е.  $P_{к1} = 6,25 \div 20,25$ ; **устойчивый** (развитый)  $\sqrt{P_{к1}} = 4,5 \div 9,0$ , т. е.  $P_{к1} = 20,25 \div 81$ , и **сильный**  $\sqrt{P_{к1}} > 9$ , т. е.  $P_{к1} > 81$ .

В гидравлическом вибрирующем прыжке в транзитной части потока возникает внутренняя затопленная струя, которая перемещается от дна прыжка к поверхности и обратно. Эти колебания происходят с неодинаковыми периодами и вызывают появление волн в нижележащем русле и раскочку жидкости в пределах самого гидравлического прыжка.

Гидравлические прыжки в зависимости от их расположения по отношению к какому-либо определенному сечению, например к сечению за гидротехническим сооружением (рис. 21.8, а—в) или к сечению изменения уклона дна канала от  $i > i_{кр}$  до  $i < i_{кр}$ , если гидравлический прыжок образуется в связи с указанным изменением уклона (рис. 21.9) также можно подразделить на:

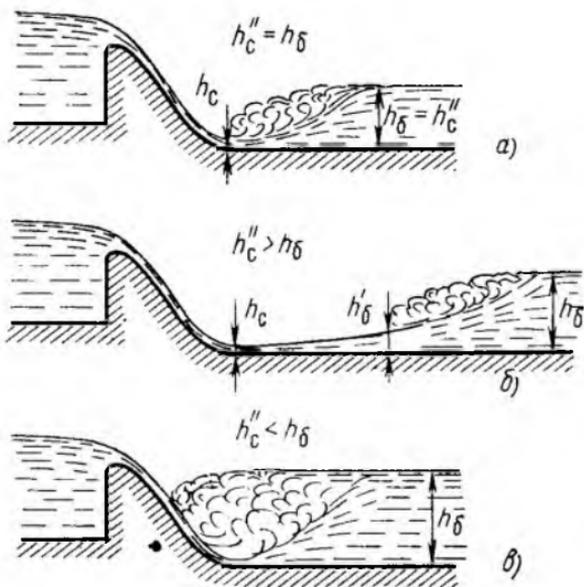


Рис. 21.8

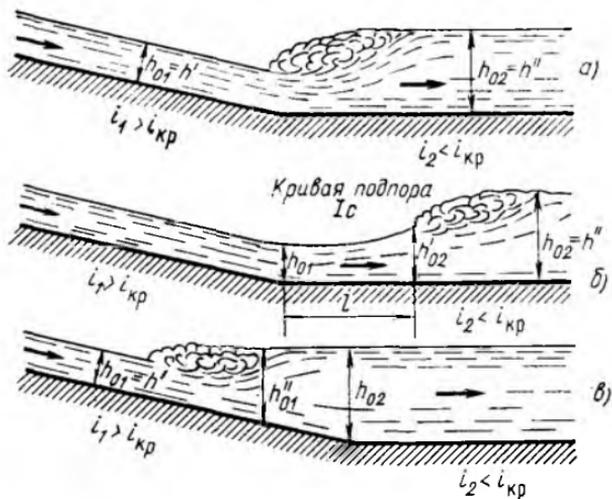


Рис. 21.9

гидравлический прыжок в предельном положении, образующийся непосредственно у сооружения или у места перелома дна (рис. 21.8, а, 21.9, а) при  $h_c'' = h_6$ ;

отогнанный гидравлический прыжок, образующийся на некотором удалении (рис. 21.8, б, 21.9, б) при  $h_c'' > h_6$ ;

надвинутый гидравлический прыжок (рис. 21.8, в, 21.9, в) при  $h_c'' < h_6$ . По своим характеристикам надвинутый гидравлический прыжок — то же самое, что и затопленный.

Гидравлические прыжки также подразделяются на прямые, фронт которых перпендикулярен направлению движения, и косые, фронт которых составляет с направлением движения угол, не равный  $\pi/2$ .

Такой гидравлический прыжок возникает, например, при отклонении потока, находящегося в бурном состоянии, вертикальной стенкой в направлении (в плане) внутрь потока. При этом глубины резко возрастают вдоль фронта прыжка  $AB$ . Перед фронтом глубины  $h' < h_{кр}$ , за фронтом  $h'' > h_{кр}$  (рис. 21.10).

Если поворот стенки отсутствует ( $\theta = 0$ ), прыжок становится прямым гидравлическим, т. е. угол  $\beta = \pi/2$ .

На разрезе  $a-a$  (рис. 21.10) продольный профиль гидравлического прыжка показан условно.

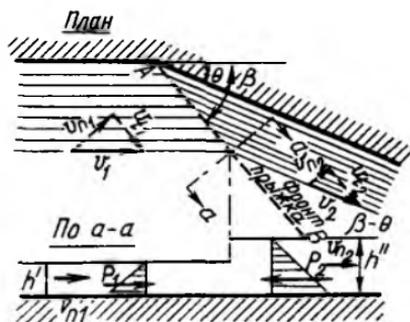


Рис. 21.10

### 21.3. Структура совершенного гидравлического прыжка

Наблюдения показывают, что в совершенном гидравлическом прыжке (донном) отчетливо выражены две зоны.

Нижняя зона поступательного движения жидкости. В этой зоне, называемой также транзитной частью, поток постепенно расширяется в вертикальном направлении, и на некотором расстоянии от начала гидравлического прыжка зона поступательного движения занимает все живое сечение.

Верхняя зона — поверхностная, которую называют водоворотной областью, или вальцом. Эта часть потока сильно насыщена воздухом (аэрирована). Частицы жидкости в вальце находятся в сложном движении, которое происходит под действием поступательно движущейся части потока и силы тяжести. В верхней части вальца направление движения — обратное общему поступательному движению (рис. 21.11). На некотором заглублении от поверхности осредненные скорости равны нулю. Линия нулевых скоростей показана на рис. 21.11. Между вальцом и транзитной частью потока происходит постоянный обмен частицами, которые из вальца попадают в транзитную часть и уносятся вниз по течению. Но и частицы из транзитной части поступают в валец и могут находиться там в движении, пока не будут унесены транзитной частью потока. На замену им поступают другие частицы. На границе между вальцом и транзитной частью потока возникает поверхность раздела, через которую и происходит непрерывный обмен частицами, т. е. обмен количеством движения. Линия (поверхность) раздела и линия нулевых скоростей — не одно и то же.

В пределах гидравлического прыжка происходят интенсивные пульсации скорости и давления. Поверхность раздела пульсирует, как и жидкость в вальце, во времени и пространстве около осредненного положения.

Таким образом, гидравлический прыжок характеризуется интенсивными пульсациями скорости, давления (в том числе на границах русла), пульсациями длины, высоты прыжка и его местоположения в русле.

Стандарт пульсации давления на дне в пределах совершенного гидравлического прыжка в среднем составляет  $\sqrt{p'^2} = (0,05 + 0,07) \rho \frac{v_1^2}{2}$ , где

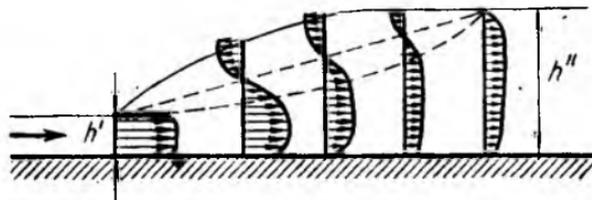


Рис. 21.11

$v_1$  — средняя скорость в сечении с глубиной  $h'$ . В поверхностном гидравлическом прыжке пульсации давления в зоне донного вальца меньше. Пульсации скорости в пределах совершенного гидравлического прыжка весьма велики.

В связи с этим поток на участке гидравлического прыжка может оказывать неблагоприятное динамическое воздействие на дно и борта русла, кроме того, он обладает большой размывающей способностью. Поэтому часто проектируется специальное крепление на границах русла.

#### 21.4. Совершенный гидравлический прыжок и гидравлический прыжок при наличии гасителей

Рассмотрим совершенный гидравлический прыжок в призматическом русле с горизонтальным ( $i = 0$ ) дном (см. рис. 21.3). Он характеризуется следующими геометрическими параметрами: глубиной  $h' < h_{кр}$  ( $\Pi_{к1} > 1$ ) в начальном сечении 1—1, глубиной  $h'' > h_{кр}$  ( $\Pi_{к2} < 1$ ) в конце гидравлического прыжка (сечение 2—2), высотой прыжка  $a = h'' - h'$ , длиной прыжка — расстоянием между сечениями 1—1 и 2—2.

В начальном сечении 1—1 распределение осредненных скоростей по вертикали свойственно плавно изменяющемуся движению. В сечении 2—2 распределение осредненных скоростей по вертикали такое, что оно незначительно изменяется ниже гидравлического прыжка по течению.

Для того чтобы определить длину и высоту гидравлического прыжка, его местоположение в потоке и потери энергии в прыжке, необходимо найти связь между глубинами в начале и в конце прыжка.

Применим к отсеку движущейся жидкости, ограниченному сечениями 1—1 и 2—2, теорему об изменении количества движения. Изменение проекции количества движения жидкости в отсеках 1—2—2—2 на направление движения в единицу времени равно проекции внешних сил на то же направление.

Количество движения жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение площадью  $\omega$ , равно

$$\int_{\omega} \rho (u \, d\omega) u = \rho \int_{\omega} u^2 \, d\omega = \rho \alpha' v^2 \omega.$$

Изменение проекции количества движения жидкости между сечениями 1—1 и 2—2 в единицу времени на направление движения

$$\rho \alpha_2' v_2^2 \omega_2 - \rho \alpha_1' v_1^2 \omega_1 = \rho \alpha_2' Q v_2 - \rho \alpha_1' Q v_1, \quad (21.1)$$

где  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — площади живых сечений потока в сечениях 1—1 и 2—2;  $v_1$ ,  $v_2$  — средние скорости в этих сечениях;  $\alpha_1'$ ,  $\alpha_2'$  — коэффициенты количества движения (коэффициенты Буссинеска — см. § 5.7).

Внешние силы, вызывающие изменение количества движения, — это силы давления в сечении  $P_1$  и  $P_2$ , силы трения  $P_{тр}$  на внешней границе отсека и сила веса жидкости, заключенной в выделенном отсеке, т. е.  $G$ .

Проекция веса выделенного отсека жидкости на направление движения при  $i = 0$  равна нулю, при малых уклонах дна — пренебрежимо мала.

Примем следующие допущения:

1) движение жидкости в сечениях с глубинами  $h'$  и  $h''$  — плавно изменяющееся. Следовательно, распределение давления по живому сечению в этих створах подчиняется основному закону гидростатики;

2) изменением отметок дна между сечениями 1—1 и 2—2 можно пренебречь, так как рассматривается случай с  $i = 0$ ;

3) сила трения на границах отсека (сила внешнего трения) мала по сравнению с другими внешними силами, и ею можно пренебречь;

4) коэффициенты количества движения в обоих сечениях можно принять одинаковыми:  $\alpha'_1 = \alpha'_2 = \alpha'$ .

Тогда уравнение изменения количества движения (уравнение импульсов) принимает вид

$$\rho \alpha' Q (v_2 - v_1) = P_1 - P_2. \quad (21.2)$$

Исходя из гидростатического закона распределения давления в сечениях 1—1 и 2—2, имеем

$$P_1 = \rho g h'_{ц.т} \omega_1 \quad \text{и} \quad P_2 = \rho g h''_{ц.т} \omega_2,$$

где  $h'_{ц.т}$  и  $h''_{ц.т}$  — глубины погружения центров тяжести сечений 1—1 и 2—2, в которых глубины равны  $h'$  и  $h''$  соответственно.

После разделения членов, относящихся к первому и второму сечениям, получим уравнение совершенного гидравлического прыжка

$$\frac{\alpha' Q^2}{g \omega_1} + \omega_1 h'_{ц.т} = \frac{\alpha' Q^2}{g \omega_2} + \omega_2 h''_{ц.т}. \quad (21.3)$$

Глубины  $h'$  и  $h''$ , являющиеся корнями симметричного уравнения (21.3), называются сопряженными. Многочисленные эксперименты показывают, что значения этих глубин для русл с обычной шероховатостью весьма близки к вычисленным по уравнению (21.3) при  $\alpha' = 1$ . Следовательно, назначение коэффициента  $\alpha' = 1$  и принятые при выводе допущения, в частности возможность неучета сил внешнего трения на границах потока, подтверждаются экспериментально.

Как уже указывалось, во многих случаях для усиления гашения энергии, уменьшения  $h''$  и обеспечения необходимого местоположения гидравлического прыжка по отношению к гидротехническому сооружению на дне (а иногда и на боковых границах) русла сооружаются гасители в виде сплошных или прорезных стенок и отдельных шашек, пирсов и т. п. (рис. 21.12).

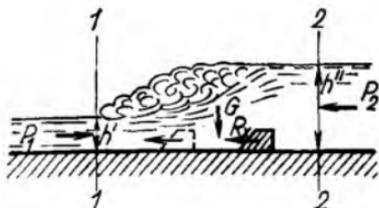


Рис. 21.12

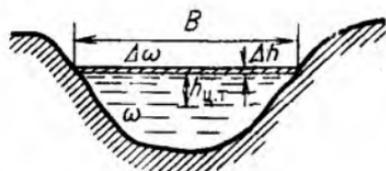


Рис. 21.13

Горизонтальная составляющая реакции гасителей  $R_x$  войдет в таком случае в уравнение (21.2), которое запишется в виде

$$\rho \alpha' Q (v_2 - v_1) = P_1 - P_2 - R_x. \quad (21.4)$$

Под  $R_x$  понимаем проекцию на направление движения реакций всех гасителей, установленных в пределах отсека 1—1 и 2—2. Тогда уравнение (21.3) гидравлического прыжка с гасителями энергии (индекс «г») принимает вид

$$\frac{\alpha' Q^2}{g \omega_{г1}} + \omega_1 h'_{г.ц.т} = \frac{\alpha' Q^2}{g \omega_{г2}} + \omega_2 h''_{г.ц.т} + \frac{R_x}{\rho g}. \quad (21.5)$$

Из уравнения (21.5) видно, что наличие члена  $R_x/\rho g$  показывает на уменьшение  $h''_г$  по сравнению с  $h''$ .

### 21.5. Прыжковая функция и расчет сопряженных глубин

Обе части уравнения совершенного гидравлического прыжка (21.3) при данном расходе являются функцией глубины.

Прыжковой функцией  $\Pi(h)$  называется двучлен

$$\Pi(h) = \frac{\alpha' Q^2}{g \omega} + \omega h_{ц.т}. \quad (21.6)$$

В связи с этим уравнение (21.3) можно записать в виде

$$\Pi(h') = \Pi(h''). \quad (21.3a)$$

В данном русле при постоянном расходе при  $h \rightarrow 0$  прыжковая функция стремится к бесконечности:  $\Pi(h) \rightarrow \infty$ , при  $h \rightarrow \infty$  также  $\Pi(h) \rightarrow \infty$ .

Прыжковая функция должна, следовательно, иметь минимум при некотором значении глубины.

Найдем эту глубину, приравняв нулю первую производную:

$$\frac{d[\Pi(h)]}{dh} = -\frac{\alpha' Q^2}{g \omega^2} \frac{d\omega}{dh} + \frac{d}{dh} (h_{ц.т} \omega) = 0. \quad (21.7)$$

Из § 15.1 известно, что  $d\omega/dh = B$ . Как видно, произведение  $\omega h_{ц.т}$  — не что иное, как статический момент площади  $\omega$  относительно линии свободной поверхности потока. Очевидно (рис. 21.13),

что приращение статического момента при изменении глубины  $h$  в сечении

$$\Delta(\omega h_{ц.т.}) = \left[ \omega(h_{ц.т.} + \Delta h) + B\Delta h \frac{\Delta h}{B} \right] - \omega h_{ц.т.} = \omega\Delta h + \frac{B(\Delta h)^2}{2}.$$

Теперь имеем

$$\frac{d(\omega h_{ц.т.})}{dh} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta(\omega h_{ц.т.})}{\Delta h} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \left( \omega + B \frac{\Delta h}{2} \right) = \omega.$$

Подставляя полученное значение производной в (21.7), получаем

$$\omega - \frac{\alpha' Q^2}{g\omega^2} B = \omega \left( 1 - \frac{\alpha' Q^2 B}{g\omega^3} \right) = 0$$

или

$$\frac{\alpha' Q^2 B}{g\omega^3} = 1. \quad (21.8)$$

При условии (21.8) прыжковая функция имеет минимум.

Приняв  $\alpha' = \alpha$ , что допустимо из-за их небольшого отличия, получим, что прыжковая функция минимальна при

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = \Pi_k = 1.$$

Таким образом, прыжковая функция, так же как и удельная энергия сечения  $\mathcal{E} = h + \alpha v^2/(2g)$ , имеет минимальное значение при  $\Pi_k = 1$ , т. е. при глубине, равной критической.

График прыжковой функции, построенный при заданных  $Q$  и геометрических размерах поперечного сечения русла (рис. 21.14), наглядно демонстрирует отмеченные особенности прыжковой функции  $\Pi(h)$ , которая достигает минимального значения при  $h = h_{кр}$ .

Сопряженные глубины характеризуются согласно (21.3) равенством значений  $\Pi(h)$ . При одной из известных сопряженных глубин (как именно они определяются, рассмотрим в последующих главах) другая сопряженная глубина может быть найдена по графику, как показано на рис. 21.14. Сопряженные глубины связаны между собой (21.3), так что чем меньше  $h'$ , тем больше  $h''$ , и наоборот.

Гидравлический прыжок в данном русле при неизменном расходе может образоваться при любой из глубин  $h' < h_{кр}$ , которые представлены нижней ветвью графика прыжковой функции. При этом каждому из значений  $h'$  соответствует лишь одна вторая сопряженная глубина  $h''$ .

При  $h' = h'' = h_{кр}$  возникновение гидравлического прыжка невозможно.

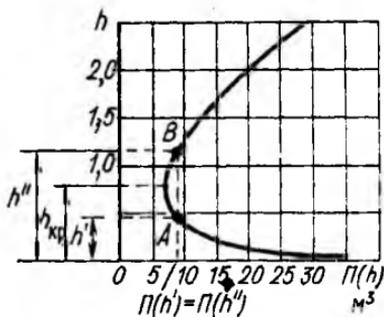


Рис. 21.14

При одной известной сопряженной глубине другая сопряженная глубина в общем случае определяется или подбором из уравнения (21.3), или по графику прыжковой функции, построенному для данного русла при заданном расходе.

## 21.6. Сопряженные глубины совершенного гидравлического прыжка в призматических руслах

Для призматических русел с правильной формой поперечного сечения определение сопряженных глубин может быть выполнено проще, чем рекомендовано в § 21.5.

**Прямоугольное русло.** Для прямоугольного русла известно:  $\omega = bh$ ,  $h_{ц.т} = 0,5 h$ ;  $q = Q/b$ . Тогда вместо уравнения (21.3) имеем

$$\frac{\alpha' q^2}{gh'} + \frac{(h')^2}{2} = \frac{\alpha' q^2}{gh''} + \frac{(h'')^2}{2}, \quad (21.9)$$

откуда

$$\frac{2\alpha' q^2}{g} = h'' h' (h'' + h'). \quad (21.10)$$

Квадратное уравнение (21.10)

$$h' (h'')^2 + h'' (h')^2 = 2\alpha' q^2 / g$$

может быть решено относительно  $h''$  (при известном  $h'$ ) или  $h'$  (при известном  $h''$ ). Имеем

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[ \sqrt{1 + 8 \frac{\alpha' q^2}{g (h')^3}} - 1 \right]; \\ h' &= 0,5h'' \left[ \sqrt{1 + 8 \frac{\alpha' q^2}{g (h'')^3}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (21.11)$$

Приняв  $\alpha' = \alpha$  и учитывая, что в прямоугольном русле  $\alpha q^2 / g = = h_{кр}^3$ ,

$$П_{кр} = \frac{\alpha v^2}{gh} = \frac{\alpha q^2}{gh^3} = \left( \frac{h_{кр}}{h} \right)^2, \quad (21.12)$$

получим

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[ \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_{кр}}{h'} \right)^3} - 1 \right]; \\ h' &= 0,5h'' \left[ \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_{кр}}{h''} \right)^3} - 1 \right], \end{aligned} \right\} \quad (21.13)$$

или

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[ \sqrt{1 + 8П_{кр1}} - 1 \right]; \\ h' &= 0,5h'' \left[ \sqrt{1 + 8П_{кр2}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (21.14)$$

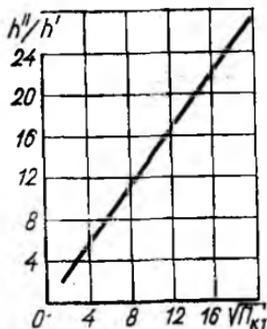


Рис. 21.15;

Из (21.14) видно, что при  $\Pi_{к1} > 3$  или  $\Pi_{к2} \leq 0,375$  отношение сопряженных глубин  $h''/h' > 2$ , т. е. гидравлический прыжок — совершенный.

Сопряженные глубины совершенного гидравлического прыжка в прямоугольном русле можно определять по любой из приведенных формул (21.11), (21.13), (21.14).

Совершенный гидравлический прыжок достаточно полно изучен в лабораторных условиях при изменении параметра кинетичности в практически реализуемом диапазоне. В большинстве случаев за гидротехническими сооружениями значения параметра кинетичности  $\Pi_{к1}$  не превышают примерно 200. Зависимость отношения сопряженных глубин  $h''/h'$  от  $\Pi_{к1}$  (рис. 21.15), соответствующая формуле (21.14), хорошо подтверждается экспериментальными данными при  $\Pi_{к1} \geq 3$ . Как видим, отношение сопряженных глубин совершенного гидравлического прыжка может быть довольно большим.

При  $1 < \Pi_{к} < 3$  отношение сопряженных глубин меньше двух, что соответствует несовершенному (волнистому) гидравлическому прыжку.

**Трапецеидальное русло.** Для трапецеидальной формы живого сечения прыжковая функция имеет вид

$$\Pi(h) = \frac{\alpha' Q^2}{g(bh + mh^2)} + \frac{h^2}{6} (3b + 2mh). \quad (21.15)$$

Выполним расчет сопряженных глубин по способу, предложенному И. И. Агроскиным. Введем обозначение  $z = mh/b$ . Тогда

$$\frac{m^2}{b^3} \Pi(h) = \frac{\alpha' Q^2 m^3}{gb^2 z (1+z)} + \frac{z^2 (3+2z)}{6} = f(z).$$

Выражение  $\frac{\alpha' Q^2 m^3}{gb^2}$ , приняв условное значение  $q = Q/b$ , представим в виде

$$\frac{\alpha' Q^2 m^3}{gb^2} = \frac{m^3}{b^3} \frac{\alpha' q^2}{g} = \left( \frac{mh_{кр.п}}{b} \right)^3 = z_{кр.п.}^3,$$

где  $h_{кр.п.}$  — критическая глубина в прямоугольном русле, «построенном» на ширине трапеции по дну  $b$  и пропускающем тот же расход  $Q$ .

Приравняв прыжковые функции  $\Pi(h') = \Pi(h'')$ , получим

$$6z_{кр.п.}^3 \left( \frac{1}{z_1 + z_1^2} - \frac{1}{z_2 + z_2^2} \right) = 3(z_2^2 - z_1^2) + 2(z_2^3 - z_1^3),$$

где индексы соответствуют первой или второй сопряженной глубине.

Приняв  $z_2 = kz_1$ , где  $k = z_2/z_1 = h''/h'$ , из последнего выражения найдем

$$\frac{h'}{h_{кр. п}} = \sqrt[3]{\frac{6\left(z_1 + \frac{1}{k+1}\right)}{\left[3 + 2\left(\frac{k^2}{k+1} + 1\right)z_1\right]k(1+kz_1)(1+z_1)}}$$

Расчет выполняем в следующей последовательности.

Определяем  $h_{кр. п} = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}$ , где  $q = Q/b$ ; вычисляем отношение  $h_i/h_{кр. п}$ , где  $h_i$  — известная сопряженная глубина. Для этой же глубины  $h_i$  находим отношение  $z_i = mh_i/b$ .

По графикам а, б П.21.1а по  $h_i/h_{кр. п}$  и  $mh_i/b$  находим  $k$  и, умножив  $k$  на  $h_i$ , определяем искомую сопряженную глубину.

**Параболическое русло.** Расчет выполняем по способу И. И. Агроскина. Для параболического русла

$$\omega = \frac{4\sqrt{2}\sqrt{p}}{3} h\sqrt{h} \quad \text{и} \quad h_{ц.т} = \frac{2}{5} h,$$

где  $p$  — параметр параболы.

При  $\alpha' = 1$  уравнение гидравлического прыжка (21.3) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{3Q^2}{4\sqrt{2}g\sqrt{p}(h')^{1.5}} + \frac{8\sqrt{2}\sqrt{p}}{15}(h')^{2.5} = \\ & = \frac{3Q^2}{4\sqrt{2}g\sqrt{p}(h'')^{1.5}} + \frac{8\sqrt{2}\sqrt{p}}{15}(h'')^{2.5} \end{aligned}$$

или

$$\frac{0,703Q^2}{gp}(h')^{-1.5} + (h')^{2.5} = \frac{0,703Q^2}{gp}(h'')^{-1.5} + (h'')^{2.5}.$$

Обозначив  $\frac{0,703Q^2}{gp}$  через  $d$ , получим

$$(h')^{2.5} \left[ \left( \frac{\sqrt[4]{d}}{h'} \right)^4 + 1 \right] = (h'')^{2.5} \left[ \left( \frac{\sqrt[4]{d}}{h''} \right)^4 + 1 \right].$$

Разделим обе части полученного уравнения на  $(\sqrt[4]{d})^{2.5}$  и введем новую переменную (при  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ )

$$\Theta = \frac{h}{\sqrt[4]{d}} = 1,93 \frac{\sqrt[4]{p}}{\sqrt{Q}} h.$$

Тогда получим уравнение гидравлического прыжка в виде

$$\Theta_1^{2,5} (\Theta_1^{-4} + 1) = \Theta_2^{2,5} (\Theta_2^{-4} + 1)$$

или

$$\frac{1 + \Theta_1^4}{\Theta_1^{1,5}} = \frac{1 + \Theta_2^4}{\Theta_2^{1,5}}$$

где  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  соответствуют  $h'$  и  $h''$ .

Полученное уравнение связывает сопряженные глубины гидравлического прыжка в параболическом русле. Сопряженные значения функций  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  приведены в табл. П.21.16.

Расчет выполняем в следующей последовательности.

Сначала определяем значение  $\Theta$  для одной из заданных глубин, например для  $h'$ :

$$\Theta_1 = 1,93 \frac{\sqrt[4]{P}}{\sqrt{Q}} h' = fh'$$

По найденной в табл. П.21.16 функции  $\Theta_1$  определяем сопряженную с ней  $\Theta_2$  и вычисляем искомую сопряженную глубину:

$$h'' = \Theta_2/f.$$

## 21.7. Потери энергии в гидравлическом прыжке

Совершенный гидравлический прыжок. Определим потери удельной энергии в прямоугольном русле, сопоставив удельную энергию в сечениях 1—1 и 2—2 гидравлического прыжка. Из уравнения Бернулли для сечений 1—1 и 2—2 с уклоном дна  $i = 0$  получим

$$\left( h' + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left( h'' + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) = E_1 - E_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = h_{\text{тр}}, \quad (21.16)$$

где  $h_{\text{тр}}$  — потери удельной энергии в гидравлическом прыжке.

Приняв  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , получим из (21.9)

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{q^2}{2g (h')^2} = \frac{h'' (h' + h'')}{4h'}$$

и

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{q^2}{2g (h'')^2} = \frac{h' (h' + h'')}{4h''}$$

Тогда

$$h_{\text{тр}} = \frac{4 (h')^2 + h'' (h' + h'')}{4h'} - \frac{4 (h'')^2 + h' (h' + h'')}{4h''}$$

и после преобразований

$$h_{\text{тр}} = \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''}. \quad (21.17)$$

Если расход равен  $Q$ , потери энергии в гидравлическом прыжке, происходящие в единицу времени, равны  $\rho g Q h_{\text{тр}}$ .

Так как сопряженные глубины зависят от  $\Pi_{\text{к1}}$ , то от нее зависят и потери энергии в гидравлическом прыжке.

Из графика на рис. 21.16 видно, что относительные потери энергии в совершенном гидравлическом прыжке при  $i = 0$ , взятые в виде отношения  $h_{\text{тр}}$  к удельной энергии сечения перед прыжком  $\mathcal{E}_1$ , весьма велики.

Гидравлический прыжок с гасителями энергии. На основе применения теоремы об изменении количества движения было получено уравнение (21.5). В условиях плоской задачи для русла с прямоугольным поперечным сечением шириной  $b$ , приняв  $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 1$ , получим

$$\frac{(h'_r)^2}{2} + \frac{q^2}{gh'_r} = \frac{(h''_r)^2}{2} + \frac{q^2}{gh''_r} + \frac{R_x}{b\rho g}. \quad (21.18)$$

Учитывая, что при  $\alpha = 1$   $h_{\text{кр}} = \sqrt[3]{q^2/g}$ , имеем

$$\frac{(h'_r)^2}{2} + \frac{h_{\text{кр}}^3}{h'_r} = \frac{(h''_r)^2}{2} + \frac{h_{\text{кр}}^3}{h''_r} + \frac{R_x}{b\rho g}. \quad (21.19)$$

Отсюда

$$h_{\text{кр}}^3 = \left[ \frac{(h''_r)^2}{2} - \frac{(h'_r)^2}{2} + \frac{R_x}{b\rho g} \right] \frac{h'_r h''_r}{h''_r - h'_r}.$$

Потери удельной энергии между сечениями с глубинами  $h'$  и  $h''$  при  $i = 0$  из уравнения Бернулли (по 21.16) равны

$$h_{\text{тр}} = \left( h' + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left( h'' + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right).$$

При  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  имеем для скоростного напора

$$\begin{aligned} \frac{\alpha v_{1r}^2}{2g} &= \frac{q^2}{2g (h'_r)^2} = \frac{h_{\text{кр}}^3}{(2h'_r)^2} = \\ &= \frac{(h''_r + h'_r) h''_r}{4h'_r} + \frac{R_x h''_r}{2\rho g (h''_r - h'_r) h'_r b}. \end{aligned}$$

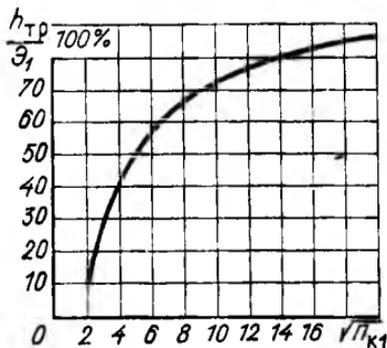


Рис. 21.16

Аналогично

$$\frac{\alpha v_{2r}^2}{2g} = \frac{(h_r'' + h_r') h_r'}{4h_r''} + \frac{R_x h_r'}{2\rho g (h_r'' h_r') h_r' b}$$

После вычислений получим выражение для потерь удельной энергии в гидравлическом прыжке при наличии установленных гасителей

$$h_{\text{тр. г}} = \frac{(h_r'' - h_r')^3}{4h_r' h_r''} + \frac{(h_r' + h_r'') R_x}{2\rho g h_r' h_r'' b} \quad (21.20)$$

Очевидно, что при  $R_x = 0$  (гасители отсутствуют) потери удельной энергии равны потерям в совершенном гидравлическом прыжке, определяемым по (21.17).

### 21.8. Длина совершенного гидравлического прыжка и послепрыжкового участка

**Длина совершенного гидравлического прыжка** — расстояние между сечениями с глубинами  $h'$  и  $h''$ . Глубина воды в конце поверхностного вальца  $h_{в.к}$  меньше  $h''$ . Как показывают эксперименты, разность  $h'' - h_{в.к}$  зависит от  $\Pi_{к1}$ . При  $\Pi_{к1} = 20$  эта разность составляет  $0,12 h''$ , при  $\Pi_{к1} = 150$  она равна  $0,03 h''$ .

Длина совершенного гидравлического прыжка также не равна длине поверхностного вальца (или длине его горизонтальной проекции при горизонтальном дне).

**Прямоугольное русло.** Для длины совершенного гидравлического прыжка в прямоугольном русле предложен ряд формул, которые получены на основании обработки экспериментальных материалов. Разными авторами длину совершенного гидравлического прыжка предложено определять в зависимости от разных факторов. Так, длина прыжка в зависимости от  $h'$  и  $\Pi_{к1}$  определяется по формуле М. Д. Чертоусова как

$$l_{\text{пр}} = 10,3h' (\sqrt{\Pi_{к1}} - 1)^{0,81}, \quad (21.21)$$

а по формуле Ф. И. Пикалова — как

$$l_{\text{пр}} = 4h' \sqrt{1 + 2\Pi_{к1}}. \quad (21.22)$$

Длина прыжка в зависимости от глубин  $h'$  и  $h''$  определяется по формуле Н. Н. Павловского

$$l_{\text{пр}} = 2,5 (1,9h'' - h'). \quad (21.23)$$

Длина прыжка в зависимости от  $h'$ ,  $h''$  и  $\Pi_{к1}$  (или от потерь удельной энергии в прыжке  $h_{\text{тр}}$  и  $\Pi_{к1}$ ) находится по формуле В. И. Аравина

$$l_{\text{пр}} = \left[ 0,18 \left( \frac{h_{\text{кр}}}{h'} \right)^{4,35} + 25 \right] \frac{(h'' - h')^3 (h')^2}{h_{\text{кр}}^3 h''}, \quad (21.24)$$

после подстановки  $\Pi_{к1} = (h_{кр}/h_1)^3$  формула имеет вид

$$l_{пр} = kh_{тр},$$

где

$$k = \frac{4(0.18\Pi_{к1}^{1.45} + 25)}{\Pi_{к1}};$$

по формуле О. М. Айвазяна

$$l_{пр} = k \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''} = kh_{тр}, \quad (21.25)$$

где

$$k = \frac{8(10 + \sqrt{\Pi_{к1}})}{\Pi_{к1}}.$$

В двух последних формулах в соответствии с (21.17)  $h_{тр} = (h'' - h')^3 / 4h'h''$ .

В проектной практике также применяются формулы

$$\left. \begin{aligned} l_{пр} &= (5 \div 6)(h'' - h'); \\ l_{пр} &= 4,5h''. \end{aligned} \right\} \quad (21.26)$$

Представляет интерес сопоставление результатов расчета по разным формулам. Представим эти результаты в виде графиков  $l_{пр}/(h'' - h') = f(\sqrt{\Pi_{к1}})$  (рис. 21.17). Как видно, применение формулы для  $l_{пр}/(h'' - h')$  с постоянным коэффициентом во всем диапазоне изменения  $\Pi_{к1}$  не может быть рекомендовано.

Все формулы, кроме (21.24) и (21.25), дают монотонное уменьшение  $l_{пр}/(h'' - h')$  при увеличении  $\Pi_{к1}$  в приведенном на рис. 21.17 диапазоне. В то же время согласно (21.24) и (21.25) при уменьшении  $\Pi_{к1}$  примерно от 9 до 3 происходит заметное уменьшение относительной длины совершенного гидравлического прыжка.

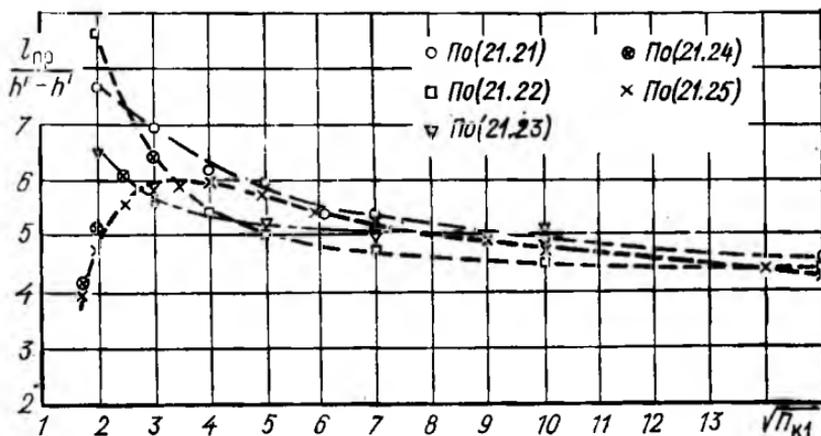


Рис. 21.17

Таблица 21.1

$\sqrt{P_{к1}}$	3	3,5	4	5	6	7	8	10	12	15
$\frac{l_{пр}}{h'' - h'}$	6	6	5,9	5,67	5,4	5,2	5	4,7	4,55	4,35

Поскольку отклонение  $l_{пр}/(h'' - h')$  при  $P_{к1} > 9$  по формулам (21.21), (21.23), (21.25) от средних значений не превышает  $\pm 5-6\%$ , то этими средними значениями можно пользоваться при расчетах (табл. 21.1).

При расчете данных формула (21.23) использовалась лишь при  $3 < \sqrt{P_{к1}} < 10$  в связи со значительными отклонениями результатов от данных, подсчитанных по всем остальным формулам при  $P_{к1} > 100$ , формула (21.22) — при  $\sqrt{P_{к1}} = 3 \div 4$  и  $\sqrt{P_{к1}} > 10$ .

На основе анализа экспериментальных данных были выявлены следующие приближенные зависимости:

$$\text{при } 3 < P_{к1} < 9 \quad \frac{l_{пр}}{h'' - h'} = 1,5 (\sqrt{P_{к1}} + 1); \quad (21.26a)$$

$$\text{при } 9 < P_{к1} < 100 \quad \frac{l_{пр}}{h'' - h'} = (6,56 - 0,186 \sqrt{P_{к1}}); \quad (21.26б)$$

$$\text{при } 100 < P_{к1} < 400 \quad \frac{l_{пр}}{h'' - h'} = (5,4 - 0,07 \sqrt{P_{к1}}). \quad (21.26в)$$

Трапецидальное русло. Длина гидравлического прыжка в трапецидальном русле может быть определена по приближенной формуле

$$l_{пр. \tau} = l_{пр} \left( 1 + 4 \sqrt{\frac{B_2 - B_1}{B_1}} \right), \quad (21.27)$$

или

$$l_{пр. \tau} = l_{пр} \left[ 1 + 1,76 \frac{m(h'' - h')}{\chi_1} \right],$$

или

$$l_{пр. \tau} = l_{пр} \left( 1 + 0,88 \frac{B_2 - B_1}{\chi_1} \right),$$

где  $l_{пр}$  — длина прыжка в прямоугольном русле;  $B_1, B_2, \chi_1$  — ширина по верху в сечениях с глубиной  $h'$  и  $h''$  и длина смоченного периметра в сечении с глубиной  $h'$  соответственно.

В трапецидальном русле длина гидравлического прыжка гораздо больше, чем в прямоугольном русле. Увеличение  $l_{пр}$  по сравнению с прямоугольным руслом растет с ростом коэффициента от-

коса  $m$ . Чем откосы положе, тем больше при прочих равных условиях длина гидравлического прыжка. Ориентировочно при  $m = 1$  отношение  $l_{\text{пр. т}}/l_{\text{пр}} \approx 1,6$ , а при  $m = 2$  оно составляет приблизительно 2.

Приведенные оценки длины совершенного гидравлического прыжка являются осредненными по времени, поскольку длина прыжка имеет пульсирующее значение, ее отклонения от средних значений могут достигать  $\pm 10\text{--}15\%$ .

**Длина послепрыжкового участка.** В пределах послепрыжкового участка длиной  $l_{\text{п. п}}$  происходит переход осредненных и пульсационных кинематических (скорость) и динамических (давление) характеристик от параметров, соответствующих концу гидравлического прыжка, к значениям и распределениям этих характеристик, которые свойственны потоку, находящемуся в невозмущенном (бытовом) состоянии. В конце гидравлического прыжка стандарты и интенсивность пульсаций скорости и давления отличаются от этих характеристик при плавно изменяющемся и тем более при равномерном движении. В конце прыжка преобладают, как и в самом гидравлическом прыжке, крупномасштабные пульсации. При невозмущенном движении характерны более мелкомасштабные пульсации. При этом длина участка перехода к характеристикам плавно изменяющегося движения может быть различна для пульсационных и осредненных характеристик.

Зависимости длины послепрыжкового участка выведены на основе значительно меньшего числа экспериментов, чем зависимости длины гидравлического прыжка.

По М. Д. Чертоусову  $l_{\text{п. п}} = (2,5 \div 3) l_{\text{пр}}$ .

По М. С. Вызго длина послепрыжкового участка зависит от коэффициента шероховатости русла  $n$ :  $l_{\text{п. п}}/h_6 = 0,4/n$  ( $h_6$  — глубина воды в отводящем русле ниже гидравлического прыжка в бытовых условиях).

Как и для длины гидравлического прыжка, увеличение шероховатости (здесь — коэффициента шероховатости  $n$ ) приводит к уменьшению длины послепрыжкового участка.

## 21.9. Влияние ряда факторов на длину гидравлического прыжка

**Влияние шероховатости.** По отношению к аналогичным величинам в гидравлическом прыжке на идеально гладком дне, согласно М. А. Михалеву, длина поверхностного вальца уменьшается с ростом относительной шероховатости. Глубина непосредственно в конце вальца также уменьшается с увеличением коэффициента Дарси  $\lambda$ . Наконец, вторая сопряженная глубина  $h''$  по сравнению с  $h''$  при гладком дне уменьшается при увеличении относительной шероховатости. При равнотернистой песочной шероховатости с высотой выступа  $\Delta$  вторая сопряженная глубина при

$\Delta/h'' = 0,05$  уменьшается приблизительно на 9 %, при  $\Delta/h'' = 0,1$  — на 12 %, при  $\Delta/h'' = 0,2$  — на 18 % по сравнению с идеально гладким руслом.

Форма свободной поверхности совершенного гидравлического прыжка практически мало зависит от  $\Pi_{к1}$  и от шероховатости.

Для приближенных оценок длины совершенного гидравлического прыжка для шероховатого русла  $l_{пр. ш}$  в зависимости от коэффициента Дарси  $\lambda$  можно пользоваться следующей формулой (при  $\lambda \leq 0,04$ , т. е. при  $h''/\Delta \geq 3$ ):

$$l_{пр. ш} = l_{пр} (1 - 12,5\lambda),$$

где  $l_{пр}$  — длина гидравлического прыжка в гладком русле.

**Влияние уклона дна.** Длину совершенного гидравлического прыжка, возникающего в негоризонтальном русле ( $i > 0$ ) (т. е. горизонтальную проекцию), можно оценивать по зависимости, полученной по экспериментальным данным:

$$l_{пр} = l_{пр0} + k_i i,$$

где  $l_{пр0}$  — длина совершенного гидравлического прыжка при  $i = 0$ ;  $k$  — коэффициент, по данным различных исследователей колеблется в пределах 3—3,75.

Если русло имеет обратный уклон дна ( $i < 0$ ), длину гидравлического прыжка при  $|i| < 0,2$  и  $l_{пр} < 30 h_{кр}$  можно определять по зависимости

$$l_{пр} = l_{пр0} (1 - 2i).$$

В приведенных формулах под  $l_{пр}$  при наклонном дне понимается горизонтальная проекция гидравлического прыжка.

**Влияние аэрации потока.** Аэрация потока приводит к уменьшению второй сопряженной глубины совершенного гидравлического прыжка  $h''$ , что при изменении воздухоудержания в широких пределах приводит к изменению  $h''$  менее чем на 10 %. Соответственно несколько изменяется длина совершенного гидравлического прыжка.

## 21.10. Волнистый гидравлический прыжок

Исследования показывают, что при  $\Pi_{к1} < 3$  или  $\Pi_{к2} > 0,375$  гидравлический прыжок не имеет поверхностного вальца и представляет собой прыжок-волну или волнистый прыжок с отношением  $h''/h' < 2$ . Такой несовершенный гидравлический прыжок состоит из хорошо выраженной первой волны (первого гребня) и ряда постепенно затухающих волн (гребней) (см. рис. 21.4). Затухание последующих волн (гребней) может происходить на довольно значительной длине.

Для расчета несовершенного гидравлического прыжка необходимо уточнить, можно ли использовать в этом случае выражения

для  $h''$ , полученные при рассмотрении совершенного гидравлического прыжка.

При выводе уравнения совершенного гидравлического прыжка было принято, что глубина  $h''$  — глубина после гидравлического прыжка в ближайшем к нему сечении, где давление распределяется по гидростатическому закону. Свободная поверхность в пределах волнистого прыжка отличается значительной кривизной. Вследствие действия центробежных сил пьезометрическая линия не совпадает с кривой свободной поверхности, а лишь пересекает ее в двух точках  $A$  (см. рис. 21.4). В этих точках производная  $dh/dl$  максимальна, а кривизна линии свободной поверхности нулевая.

Давление в сечениях, которым принадлежат точки  $A$ , считаем распределенным по гидростатическому закону. Глубину в этих сечениях можно принять за вторую сопряженную глубину  $h''$ . При таком подходе связь сопряженных глубин несовершенного (волнистого) гидравлического прыжка (прыжка-волны) определяется уравнением (21.3) и вытекающими из него формулами.

Максимальную глубину воды (под первым гребнем)  $h_{гр}$  можно найти по формуле, предложенной В. В. Смысловым:

$$h_{гр} = 0,59h' (\sqrt{1 + 8\Pi_{к1}} - 1) \quad (21.28)$$

или

$$h_{гр} = 1,18h''.$$

Глубину под первым гребнем можно получить также по приближенной формуле, полученной А. А. Турсуновым для потенциального движения невязкой жидкости применительно к условиям прыжка—волны:

$$h_{гр} = 0,75 \sqrt{1 + 8\Pi_{к1}} - 1,25. \quad (21.29)$$

При  $1 < \Pi_{к1} < 1,5$  волнистый гидравлический прыжок (прыжок-волну) можно рассматривать согласно Ф. И. Пикалову как остановившуюся волну перемещения с малой высотой, равной  $a = h'' - h'$ .

Из уравнения гидравлического прыжка в прямоугольном русле при  $\alpha = 1$  [см. (21.10)] имеем

$$2q^2/g = h''h' (h'' + h').$$

Подставив  $q = v_1 h'$  и  $h' = h'' - a$ , получим

$$v_1^2 = \frac{gh'' (2h'' - a)}{2(h'' - a)}.$$

При  $a \ll h''$

$$v_1 = \sqrt{gh''}, \quad (21.30)$$

что совпадает с формулой Лагранжа (19.29) для скорости распространения волн малой высоты в водоеме глубиной  $h''$  с неподвижной водой.

Из (21.30)

$$v_1^2/g = h'' \quad \text{или} \quad \Pi_{к1} = v_1^2/(gh') = h''/h'.$$

Тогда

$$h'' = \Pi_{к1} h'. \quad (21.31)$$

Высота волнистого гидравлического прыжка равна

$$a = h'' - h' = h' (\Pi_{к1} - 1). \quad (21.32)$$

Вопрос о длине волнистого гидравлического прыжка изучен недостаточно полно. Для определения этой длины можно пользоваться формулой Г. Т. Дмитриева, полученной при исследованиях размыва песчаного дна под воздействием гидравлического прыжка,

$$l_{пр} = 10,6a = 10,6h' (\Pi_{к1} - 1). \quad (21.33)$$

### 21.11. Гидравлический прыжок в руслах переменного по длине сечения (в непризматических руслах)

Встречаются случаи, когда гидравлический прыжок образуется в расширяющемся или сужающемся участке русла. Обычно это русло имеет правильную форму поперечного сечения. Расчет гидравлического прыжка в непризматическом русле представляет определенную сложность.

Как показали опыты, проведенные Ф. И. Пикаловым, гидравлический прыжок в расширяющемся прямоугольном русле устойчиво занимает положение, при котором его фронт нормален к оси потока, при центральном угле расширения стенок (в плане)  $\theta < 13 \div 14^\circ$ . При  $\theta > 13 \div 14^\circ$  прыжок принимает дугообразную в плане форму.

При дальнейшем увеличении угла  $\theta$  сопряжение в форме гидравлического прыжка может смениться сбойным течением с образованием водоворотных зон в плане (вальцы с вертикальной осью и с ударами струи о стенки сооружения). Положение струи в плане может периодически изменяться, струя будет ударяться о стенки попеременно (рис. 21.18).

Выделим сечениями 1—1 и 2—2 в расширяющемся прямоугольном русле область, занятую гидравлическим прыжком (рис. 21.19). Расстояние между 1—1 и 2—2 равно длине прыжка  $l_{пр}$ .

Введем допущения: 1) распределение давлений в сечениях 1—1, 2—2 и на ограничивающих отсек боковых поверхностях, совпадающих со стенками, гидростатическое; 2) уклон дна равен нулю ( $i = 0$ ); 3) силой внешнего

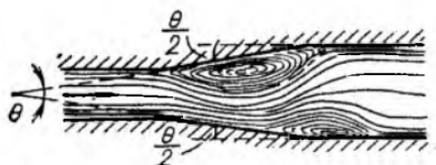


Рис. 21.18

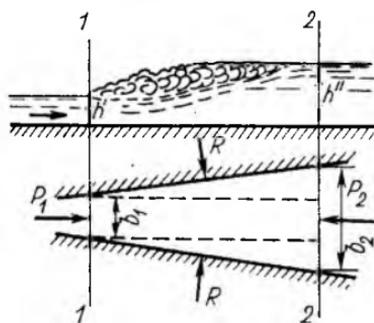


Рис. 21.19

трения (по границам) можно пренебречь; 4) коэффициенты количества движения  $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 1$ .

Приняв  $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 1$ , запишем уравнение (21.1) в виде

$$\rho Q (v_2 - v_1) = P_1 - P_2 + R_x, \quad (21.34)$$

где  $R_x$  — сумма проекций на направление движения реакции двух стенок, равная  $R_x = \rho g h_{ц.т} \omega_x$ ;  $\omega_x$  — проекция площадей двух боковых стенок на плоскость, перпендикулярную оси  $OX$ ;  $h_{ц.т}$  — глубина погружения центров тяжести этих проекций.

Тогда из (21.34) получим

$$\rho Q (v_2 - v_1) = \rho g h'_{ц.т} \omega_1 - \rho g h''_{ц.т} \omega_2 + \rho g h_{ц.т} \omega_x. \quad (21.35)$$

Подставляя  $v_1 = Q/\omega_1$  и  $v_2 = Q/\omega_2$ , находим

$$\frac{Q_2}{g\omega_1} + \omega_1 h'_{ц.т} = \frac{Q^2}{g\omega_2} + \omega_2 h''_{ц.т} - \omega_x h_{ц.т}. \quad (21.36)$$

Если  $\omega_x = 0$ , (22.35) превращается в уравнение совершенного прыжка в призматическом русле (21.3).

Для дальнейшего расчета потребуется аналитическое выражение для кривой свободной поверхности. В связи с этим действительную форму кривой свободной поверхности заменяют упрощенной. Следуя Ф. И. Пикалову, будем считать, что кривая свободной поверхности в продольном сечении гидравлического прыжка имеет вид, представленный на рис. 21.20.

Смоченная поверхность боковых стенок проектируется на плоскость, перпендикулярную направлению движения, в виде заштрихованных на рис. 21.21 площадок. Их сумма равна  $\omega_x$ .

Как видно из рис. 21.21, глубина

$$h = 2h' + (h'' - 2h') y/a,$$

где  $a = (b_2 - b_1)/4$ . Тогда

$$R_x = \rho g h_{ц.т} \omega_x = \rho g \left[ (h'')^2 a + \int_0^a h^2 dy \right].$$

Учитывая приведенные выше выражения для  $h$  и  $a$ , получаем

$$R_x = \rho g (h'')^2 a + \rho g \int_0^a [2h' + (h'' - 2h') y/g]^2 dy = \rho g a (h'')^2 + \rho g [2h'h'' + (h'' + h')/3] a.$$

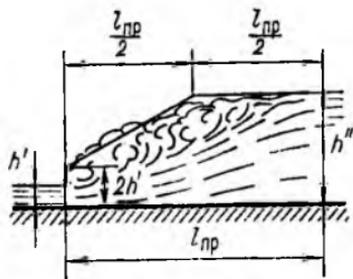


Рис. 21.20

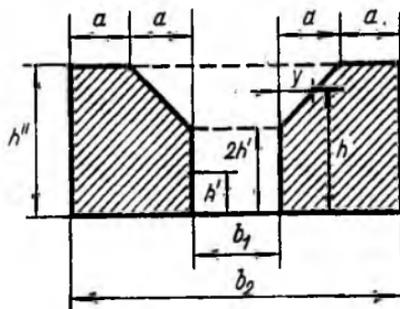


Рис. 21.21

Для прямоугольного русла, как известно,

$$\omega_1 = b_1 h'; \quad h'_{ц.т} = 0,5h; \quad \omega_2 = b_2 h''; \quad h''_{ц.т} = 0,5h''.$$

Подставив полученные значения  $R_x$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $h'_{ц.т}$  и  $h''_{ц.т}$  в (21.35) и сократив его обе части на  $rg$ , найдем

$$\frac{Q}{g} (v_2 - v_1) = b_1 (h')^2/2 - b_2 (h'')^2/2 + (h'')^2 a + [2h'h'' + (h'' - 2h')/3] a.$$

Подставив  $v_1 = Q/(b_1 h')$  и  $v_2 = Q/(b_2 h'')$  и выполнив преобразования, получим уравнение гидравлического прыжка в непрямоугольном расширяющемся русле прямоугольного поперечного сечения

$$\frac{6Q^2}{gb_2 h''} + (h'')^2 (b_2 + 2b_1) - h'h' (b_2 - b_1) = \frac{6Q^2}{gb_1 h'} + (h')^2 (b_1 + 2b_2). \quad (21.37)$$

Ширина русла в сечениях 1—1 и 2—2 связана следующим образом:

$$b_2 = b_1 + 2l_{пр} \operatorname{tg} \theta,$$

где угол  $\theta$  задан, а длина гидравлического прыжка определяется по одной из известных формул, в которых  $l_{пр}$  выражена через  $\Pi_{к1}$  и одну из сопряженных глубин. Тогда, поскольку одна из сопряженных глубин известна, ширина в обоих сечениях известна после расчета одной из них, расход  $Q$  известен и в уравнении (21.37) остается неизвестной лишь другая сопряженная глубина. При  $b_1 = b_2$  уравнение (21.37) превращается в уравнение совершенного гидравлического прыжка в русле прямоугольного сечения.

Отметим, что кроме линейной аппроксимации для  $h$  применяют и представление глубины в поперечном сечении в виде параболы

$$h = h' + (h'' - h') (y/a)^m,$$

где показатель степени в среднем равен  $m = 0,25$ .

Гидравлический прыжок в радиально растекающемся потоке в призматическом русле прямоугольного сечения. Приведем решение, полученное О. Ф. Васильевым. При горизонтальном дне совершенный гидравлический прыжок может происходить без отрыва от стенок и при  $\theta > 13 \div 14^\circ$ , если в начальном сечении (с глубиной  $h'$ ) обеспечить радиальное растекание потока, находящегося в бурном состоянии. Такие условия могут быть созданы при истечении из-под криволинейного в плане затвора или из криволинейного (в плане) отверстия. Обе конструкции должны быть очерчены (в плане) по радиусу (рис. 21.22).

Пусть гидравлический прыжок ограничен криволинейными в плане сечениями 1—1 (глубина  $h'$ ) и 2—2 (глубина  $h''$ ). Применяя полярные координаты, запишем

$$\omega_1 = h' r_1 \theta; \quad \omega_2 = h'' r_2 \theta,$$

где  $\theta = \pi/180$ ;  $\theta = \theta^\circ/57,3$  — углы расширения в радианах;  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы окружностей в сечениях с глубинами  $h'$  и  $h''$ ;  $r_1$  и  $r_2$  связаны между собой:  $r_2 = r_1 + l_{пр}$ . Удельный расход в сечениях 1—1 и 2—2 равен

$$q_1 = Q_1/r_1 \theta; \quad q_2 = Q/r_2 \theta.$$

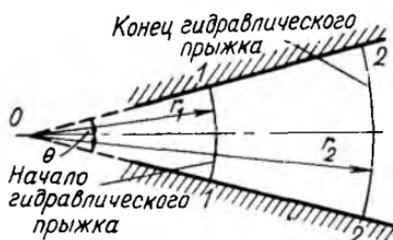


Рис. 21.22

В начальном сечении критическая глубина (русло прямоугольного сечения) равна

$$h_{кр1} = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{g} \left(\frac{Q}{r_1 \theta}\right)^2}. \quad (21.38)$$

Соответственно параметр кинетичности в первом сечении

$$П_{к1} = \left(\frac{h_{кр1}}{h'}\right)^3 = \frac{\alpha}{g} \left(\frac{Q}{\theta}\right)^2 \frac{1}{r_1^2 (h')^3}. \quad (21.39)$$

Принимаются такие же допущения, что и при выводе уравнения (21.34). Кроме того, считается, что свободная поверхность в прыжке по длине изменяется по линейному закону вида

$$h = h' + (h'' - h') l/l_{пр},$$

где  $l$  — текущее расстояние по радиусу, отсчитываемое от сечения с глубиной  $h'$ .

Далее

$$\sin \frac{\theta}{2} \approx \frac{s_2 - s_1}{2(r_2 - r_1)} = \frac{\theta(r_2 - r_1)}{2(r_2 - r_1)} \approx \frac{\theta}{2},$$

где  $s_1$  и  $s_2$  — длины дуги окружностей с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ , ограниченные боковыми стенками;  $s_1 = \theta r_1$ ;  $s_2 = \theta r_2$ .

Выделим отсек между боковыми радиальными плоскостями, угол расширения между которыми равен  $d\theta$ , и сечениями 1—1 и 2—2.

Проекция на направление оси потока изменения количества движения жидкости в выделенном отсеке равна в единицу времени

$$\rho \alpha'_2 v_2 dQ - \rho \alpha'_1 v_1 dQ = \rho \alpha' (v_2^2 h'' r_2 - v_1^2 h' r_1) d\theta,$$

где

$$dQ = v_1 h' r_1 d\theta = v_2 h'' r_2 d\theta; \quad \alpha' = \alpha'_1 = \alpha'_2.$$

Выразив

$$v_1 = \frac{Q}{h' r_1 \theta}; \quad v_2 = \frac{Q}{h'' r_2 \theta},$$

получим для проекции изменения количества движения

$$\rho \alpha' \left(\frac{Q}{\theta}\right)^2 \left(\frac{1}{h'' r_2} - \frac{1}{h' r_1}\right) d\theta.$$

Сумма проекций внешних сил на направление оси потока (в единицу времени)

$$dP_1 - dP_2 + 2R \sin \frac{d\theta}{2} \approx dP_1 - dP_2 + R d\theta, \quad (21.40)$$

где

$$dP_1 = \frac{\rho g}{2} (h')^2 r_1 d\theta;$$

$$dP_2 = \frac{\rho g}{2} (h'')^2 r_2 d\theta.$$

Сила давления на боковой поверхности при линейном изменении глубины от  $h'$  до  $h''$  равна

$$R = \int_0^{l_{\text{пр}}} \rho g \frac{h^2}{2} dl = \frac{\beta \rho g}{2} \int_0^{l_{\text{пр}}} \left[ h' + (h'' - h') \frac{l}{l_{\text{пр}}} \right]^2 dl =$$

$$= \frac{\beta \rho g}{2} \frac{(h')^2 + h'h'' + (h'')^2}{3} l_{\text{пр}}, \quad (21.41)$$

где  $\beta = 0,9$  — безразмерный поправочный коэффициент, найденный экспериментально.

Приравняв сумму проекций изменения количества движения и проекций внешних сил (в единицу времени), получаем

$$\rho \alpha' \left( \frac{Q}{\theta} \right)^2 \left( \frac{1}{h'' r_2} - \frac{1}{h' r_1} \right) = \frac{\rho g}{2} \left[ r_1 (h')^2 - r_2 (h'')^2 + \right.$$

$$\left. + \beta \frac{(h')^2 + h'h'' + (h'')^2}{2} l_{\text{пр}} \right].$$

Обратим внимание на то, что угол  $d\theta$  сократился.

После преобразований получим уравнение совершенного гидравлического прыжка при радиальном расширении в плане

$$\frac{2\alpha'}{g r_1 h'} \left( \frac{Q}{\theta} \right)^2 + r_1 (h')^2 = \frac{2\alpha'}{g r_2 h''} \left( \frac{Q}{\theta} \right)^2 + r_2 (h'')^2 -$$

$$- \beta \frac{(h')^2 + h'h'' + (h'')^2}{3} l_{\text{пр}}. \quad (21.42)$$

Длина гидравлического прыжка определена О. Ф. Васильевым из анализа размерностей с соблюдением требования, что при  $r_1 \rightarrow \infty$  длина гидравлического прыжка стремится к  $l_{\text{пр}}$  в прямоугольном нерасширяющемся русле. Длина  $l_{\text{пр}}$  в призматическом русле прямоугольного поперечного сечения была принята по (21.21). Тогда длина  $l_{\text{пр. непр}}$  в рассматриваемых условиях (непризматическое русло)

$$l_{\text{пр. непр}} = \frac{10,3h' (\sqrt{\Pi_{\text{к1}}} - 1)^{0,81}}{1 + 0,54 \frac{h'}{r_1} (\sqrt{\Pi_{\text{к1}}} - 1)^{0,81}}, \quad (21.43)$$

или

$$l_{\text{пр. непр}} = \frac{l_{\text{пр}}}{1 + 0,052 \frac{l_{\text{пр}}}{r_1}}. \quad (21.44)$$

Полученные формулы проверены в экспериментах до  $\theta \leq 31^\circ$ .

В заключение отметим, что в расширяющемся русле вторая сопряженная глубина  $h''$  и длина гидравлического прыжка  $l_{\text{пр. непр}}$  меньше, чем  $h'$  и  $l_{\text{пр}}$ , причем это уменьшение тем больше, чем больше угол расширения  $\theta$ .

## 21.12. Сопряжение потоков в призматических каналах при изменении уклона дна с $i > i_{кр}$ на $i < i_{кр}$

Встречаются случаи, когда происходит изменение уклона дна с  $i > i_{кр}$  на  $i < i_{кр}$ . В вышерасположенном канале с уклоном дна, большим критического, поток при равномерном движении находится в бурном состоянии, т. е.  $h_{01} < h_{кр}$ .

В канале с  $i < i_{кр}$  поток при равномерном движении находится в спокойном состоянии, т. е.  $h_{02} > h_{кр}$ . Следовательно, произойдет переход потока из бурного состояния в спокойное. Этот переход может произойти только в форме гидравлического прыжка.

Здесь возможны три случая сопряжения гидравлического прыжка.

1. Сопряжение с предельным положением гидравлического прыжка (см. рис. 21.9, а). В этом случае переход потока из бурного состояния в спокойное происходит в месте изменения уклона дна канала. Такое сопряжение осуществляется, когда нормальные глубины на обоих участках канала являются сопряженными глубинами гидравлического прыжка, т. е. если

$$h_{01} = h' \quad \text{и} \quad h_{02} = h''.$$

2. Сопряжение с отогнанным гидравлическим прыжком (см. рис. 21.9, б). В этом случае переход потока из бурного в спокойное состояние происходит ниже по течению места перелома дна. Такое сопряжение наблюдается, когда вторая сопряженная (с глубиной  $h_{01}$ ) глубина  $h''_{01}$  больше нормальной глубины  $h_{02}$  в нижерасположенном участке канала. В этом случае поток в нижнем бьефе не оказывает влияния на движение в верхнем участке канала. Глубина  $h_{01}$  не изменяется до перехода в нижерасположенный участок канала, куда поток поступает, находясь в бурном состоянии.

Так как  $i_2 < i_{кр} < i_1$ , то скорость потока на втором участке начнет уменьшаться, а глубина будет увеличиваться. Так как поток находится в бурном состоянии, то в соответствии с нижней ветвью графика удельной энергии сечения при росте глубин происходит уменьшение  $\mathcal{E}$ .

Сразу ниже перелома дна начнется кривая подпора типа  $I_c$ , которая будет существовать вплоть до сечения, где глубина станет равной первой сопряженной с  $h_{02}$  глубине, т. е.  $h'_{02}$ . В этом сечении закончится кривая подпора и образуется гидравлический прыжок с сопряженными глубинами  $h' = h'_{02}$  и  $h'' = h_{02}$ .

Поток в сечениях с глубинами  $h'_{02}$  и  $h_{02}$  характеризуется одним и тем же значением прыжковой функции.

Длина отгона прыжка, т. е. длина кривой подпора типа  $I_c$  между сечением в месте перелома дна (глубина  $h_{01}$ ) и сечением с глубиной  $h'_{02}$ , определяется по любому из уже известных способов.

3. Сопряжение с надвинутым (затопленным) гидравлическим прыжком (см. рис. 21.9, в). В этом случае переход потока из бурного состояния в спокойное происходит выше места перелома дна на верхнем участке канала. Такое сопряжение наблюдается, если вторая сопряженная с  $h_{01}$  глубина, т. е.  $h_{01}^*$ , меньше глубины  $h_{02}$ , т. е.  $h_{01}^* < h_{02}$ . Ниже гидравлического прыжка глубины будут постепенно возрастать от  $h_{01}^*$  до  $h_{02}$ .

Указанная классификация местоположения гидравлического прыжка: предельное положение, отогнанный прыжок и надвинутый (затопленный) прыжок — широко применяется при гидравлических расчетах сопряжения в нижнем бьефе гидротехнических сооружений (см. гл. 24—26).

### 21.13. Контрольные вопросы и примеры

1. Какое гидравлическое явление называется гидравлическим прыжком?
2. Как образуется гидравлический прыжок? Как происходит переход потока от бурного состояния к спокойному? Проанализируйте это явление с точки зрения изменения удельной энергии сечения.
3. Какими основными чертами характеризуются совершенный, несовершенный или волнистый, подпертый, затопленный и поверхностный гидравлические прыжки?
4. Как может располагаться гидравлический прыжок по отношению к сооружению, за которым он возникает?
5. Что такое косой гидравлический прыжок?
6. Проанализируйте кинематические особенности гидравлических прыжков. Как изменяются пульсационные характеристики скорости и давления в пределах гидравлического прыжка?
7. Какие допущения принимаются при выводе уравнения совершенного гидравлического прыжка?
8. Как изменится уравнение совершенного гидравлического прыжка, если учитывать установку гасителей энергии в пределах прыжка? Как изменится уравнение, к чему это приводит в соотношении вторых сопряженных глубин гидравлического прыжка (без гасителей и с гасителями)?
9. Что такое прыжковая функция? Какой вид имеет ее график? При каких условиях значения прыжковой функции имеют минимум? Может ли быть этот минимум при значении параметра кинетичности, не равном единице?
10. Как можно определить сопряженные глубины по графику прыжковой функции?
11. Выведите выражение для сопряженных глубин гидравлического прыжка (если известна одна из сопряженных глубин).
12. Чем характеризуется отношение второй сопряженной глубины к первой в совершенном гидравлическом прыжке и несовершенном? Какие необходимы значения параметра кинетичности в сечении с первой сопряженной глубиной и в сечении со второй сопряженной глубиной для того, чтобы прыжок был совершенным?
13. Каким образом определяются сопряженные глубины в трапециевидном русле, параболическом и сегментном (круговом) русле?
14. На основе какого уравнения гидравлики определяют потери энергии в гидравлическом прыжке? Запишите выражения для потерь удельной энергии в совершенном гидравлическом прыжке.
15. К чему приводит установка гасителей энергии в пределах гидравлического прыжка? Как аналитически выразить потери энергии в прыжке, где установлены гасители энергии?

16. По каким формулам определяется длина совершенного гидравлического прыжка в прямоугольном русле?

17. По сравнению с прямоугольным руслом длина гидравлического прыжка в трапецидальном русле будет меньше, больше длины гидравлического прыжка в прямоугольном русле или равна ей?

18. Что такое длина послепрыжкового участка? Какими особенностями характеризуется поток в ее пределах, как определяется длина послепрыжкового участка?

19. Как изменится длина послепрыжкового участка при изменении шероховатости русла?

20. Как влияет на длину гидравлического прыжка шероховатость дна и стенок русла?

21. Влияет ли уклон дна на длину гидравлического прыжка?

22. Оказывает ли аэрация потока влияние на какие-либо параметры гидравлического прыжка?

23. Какие основные параметры характеризуют волнистый гидравлический прыжок? Как их определяют?

24. Каково соотношение сопряженных глубин и как определяется длина волнистого гидравлического прыжка?

25. Как определяется длина гидравлического прыжка в руслах переменного по длине сечения (непризматического русла)? Какие принимаются допущения?

26. Можно ли определить соотношение между сопряженными глубинами в нерасширяющемся призматическом русле? Как изменится при этом расчетная зависимость такого гидравлического прыжка?

27. Как записывается уравнение прыжковой функции при радиальном расширении потока (в плане) в призматическом русле прямоугольного сечения?

**Пример 21.1.** Определить вторую сопряженную глубину и потери удельной энергии в гидравлическом прыжке в призматическом русле прямоугольного поперечного сечения. Расход  $Q = 8 \text{ м}^3/\text{с}$ ; ширина русла  $b = 2,5 \text{ м}$ ; первая сопряженная глубина  $h' = 0,4 \text{ м}$ .

*Решение.* Находим удельный расход  $q = \frac{Q}{b} = 3,2 \text{ м}^3/\text{с}/\text{м}$  и параметр кинетичности  $\Pi_{к1}$ , приняв  $\alpha' = \alpha = 1$ :

$$\Pi_{к1} = \frac{Q}{gb^2(h')^3} = \frac{q}{g(h')^3} = 16,3.$$

Так как  $\Pi_{к1} = 16,3 > 3$ , то гидравлический прыжок — совершенный и вторая сопряженная глубина  $h''$  находится по (21.14):

$$h'' = 0,5h' [\sqrt{1 + 8\Pi_{к1}} - 1] = 0,5 \cdot 0,4 [\sqrt{1 + 8 \cdot 16,3} - 1] = 2,09 \text{ м}.$$

Отношение  $h''/h' = 5,22 > 2$ , т. е. подтверждается, что гидравлический прыжок — совершенный.

Потери удельной энергии определяем по (21.17):

$$h_{\text{тр}} = \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''} = 1,44 \text{ м}.$$

Удельная энергия сечения, соответствующая  $h' = 0,4 \text{ м}$  и

$$v_1 = \frac{q}{h'} = \frac{3,2}{0,4} = 8 \text{ м}/\text{с},$$

равна (при  $\alpha = 1$ )

$$\mathcal{E}_1 = h' + \frac{v^2}{2g} = 0,4 + \frac{8^2}{19,62} = 3,66 \text{ м}.$$

Тогда отношение  $h_{\text{тр}}/\varepsilon_1 = 0,39$ . По графику (см. рис. 21.16) имеем при  $\sqrt{\Pi_{\text{к1}}} = 4,04$  отношение  $h_{\text{тр}}/\varepsilon_1 \approx 0,4$ .

**Пример 21.2.** Определить первую сопряженную глубину гидравлического прыжка в призматическом русле прямоугольного поперечного сечения, если расход  $Q = 200 \text{ м}^3/\text{с}$ ; ширина русла  $b = 25 \text{ м}$ ;  $h'' = 4 \text{ м}$ . Определить также длину гидравлического прыжка.

*Решение.* Находим первую сопряженную глубину  $h'$ , предварительно определив

$$\Pi_{\text{к2}} = \frac{\alpha Q^2}{gb^2 (h'')^3} = \frac{1 \cdot 200}{9,81 \cdot 25 \cdot 4} = 0,102$$

и приняв  $\alpha = \alpha' = 1$ . Так как  $\Pi_{\text{к2}} = 0,102 < 0,375$ , то гидравлический прыжок — совершенный. Тогда по (21.14)

$$h' = 0,5h'' [\sqrt{1 + 8\Pi_{\text{к2}}} - 1] = 0,5 \cdot 4 [\sqrt{1 + 8 \cdot 0,102} - 1] = 0,695 = 0,7 \text{ м.}$$

Отношение  $h''/h' = 5,76 > 2$ .

Определим длину совершенного гидравлического прыжка по различным формулам. Вначале найдем значение  $\Pi_{\text{к1}}$  при  $\alpha = \alpha' = 1$ :

$$\Pi_{\text{к1}} = \frac{q^2}{g (h')^3} = \frac{8^2}{9,81 \cdot 0,695^3} = 19,43.$$

Тогда по формуле (21.21)  $l_{\text{пр}} = 10,3 h' (\sqrt{\Pi_{\text{к1}}} - 1)^{0,81} = 19,32 \text{ м}$ ; по формуле (21.22)  $l_{\text{пр}} = 4 h' \sqrt{1 + 2\Pi_{\text{к1}}} = 17,55 \text{ м}$ ; по формуле (21.23)  $l_{\text{пр}} = 2,5 (1,9 h'' - h') = 17,26 \text{ м}$ ; по формуле (21.25)

$$l_{\text{пр}} = \frac{10 (8 + \sqrt{\Pi_{\text{к1}}})}{\Pi_{\text{к1}}} \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''} = 19,25 \text{ м};$$

так как значение  $\Pi_{\text{к1}} = 19,43$  относится к диапазону  $9 < \Pi_{\text{к1}} < 100$ , то по формуле (21.26б)

$$l_{\text{пр}} = (6,56 - 0,186 \sqrt{\Pi_{\text{к1}}}) (h'' - h') = 18,97 \text{ м.}$$

Получены удовлетворительные результаты: максимальное отклонение от среднего значения  $l_{\text{пр}}$  составляет не более 5,6 %.

**Пример 21.3.** Определить вторую сопряженную глубину гидравлического прыжка в канале прямоугольного сечения, если удельный расход  $q = 30 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $h' = 1 \text{ м}$ . Определить также длину гидравлического прыжка и потери удельной энергии в нем.

*Решение.* Найдем  $\Pi_{\text{к1}}$  при  $\alpha = \alpha' = 1$ :

$$\Pi_{\text{к1}} = \frac{q^2}{g (h')^3} = \frac{30^2}{9,81} = 91,74.$$

Так как  $\Pi_{\text{к1}} > 3$ , то гидравлический прыжок — совершенный и по (21.14)  $h'' = 0,5 h' [\sqrt{1 + 8\Pi_{\text{к1}}} - 1] = 13,05 \text{ м}$ . Отношение  $h''/h' > 2$ .

Определим длину совершенного гидравлического прыжка. По формуле (21.21)  $l_{\text{пр}} = 10,3 h' (\sqrt{\Pi_{\text{к1}}} - 1)^{0,81} = 58,73 \text{ м}$ ; по формуле (21.25)  $l_{\text{пр}} =$

$$= \frac{8 (10 + \sqrt{\Pi_{\text{к1}}}) (h'' - h')^3}{\Pi_{\text{к1}} 4h'h''} = 57,23 \text{ м}; \text{ по формуле (21.26б) } l_{\text{пр}} = (6,56 -$$

$- 0,186 \sqrt{\Pi_{\text{к1}}}) (h'' - h') = 57,68 \text{ м}$ . Как видим, в результате вычисления получены достаточно близкие значения для длины совершенного гидравлического прыжка.

Потери удельной энергии

$$h_{\text{тр}} = \frac{(h'' - h')}{4h'h''} = 33,52 \text{ м.}$$

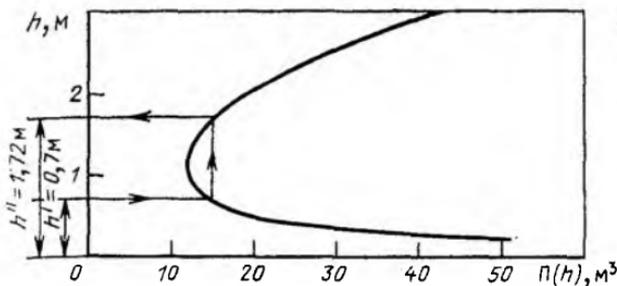


Рис. 21.23

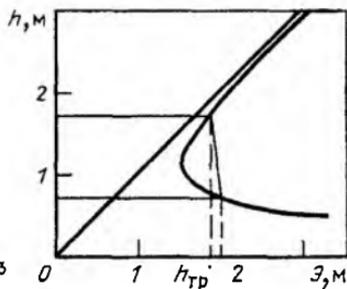


Рис. 21.24

Найдем удельную энергию сечения при глубине, равной  $h'$  (приняв  $\alpha = 1$  приближенно, как и при определении  $\Pi_{к1}$ ):

$$\mathcal{E}_1 = h' + \frac{\alpha v_1^2}{2} = h' + \frac{q^2}{2g(h')^2} = 46,87 \text{ м.}$$

Отношение потерь удельной энергии к удельной энергии равно  $h_{тр}/\mathcal{E}_1 = 0,73$ .

Обращаясь к графику (см. рис. 21.16) при  $\sqrt{\Pi_{к1}} = 9,58$ , получаем примерно такое же отношение.

**Пример 21.4.** Определить вторую сопряженную глубину гидравлического прыжка в канале трапецидального сечения при расходе  $Q = 25 \text{ м}^3/\text{с}$ , ширине канала по дну  $b = 6 \text{ м}$ , коэффициенте откоса  $m = 1,5$ . Первая сопряженная глубина  $h' = 0,7 \text{ м}$ .

*Решение.* Решим задачу двумя способами:

1) с помощью построения графика прыжковой функции. В трапецидальном русле выражение для прыжковой функции имеет вид (21.15), при этом учтено, что для трапеции  $\omega = bh + mh^2 = (b + mh)h$ ;  $h_{ц.т} = \frac{h}{6} \frac{3b + 2mh}{b + mh}$  и тогда

$$\Pi(h) = \frac{\alpha' Q^2}{g\omega} + \omega h_{ц.т} = \frac{\alpha' Q^2}{g(bh + mh^2)} + \frac{h^2}{6} (3b + 2mh).$$

Примем  $\alpha' = 1$ . Результаты вычислений сведем в табл. 21.2.

По данным табл. 21.2 построен график (рис. 21.23). По графику прыжковой функции находим  $h'' = 1,72 \text{ м}$ ;

2) с помощью графиков  $a, б$  (см. П.21.1а).

Вначале определим  $h_{кр}$  для прямоугольного русла с шириной по дну  $b = 6 \text{ м}$  (при  $\alpha = 1$ ):  $h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{25^2}{9,81 \cdot 6^2}} = 1,21 \text{ м}$ . Далее отношение  $h'/h_{кр.п} = 0,7/1,21 = 0,578$ . Определим параметр  $z_1 = \frac{mh'}{b} =$

$= \frac{1,5 \cdot 0,7}{6} = 0,175$ . По одному из графиков (см. П.21.1а) по  $h'/h_{кр.п} = 0,578$  и  $z_1 = 0,175$  находим, что  $h''/h' = 2,5$ . Тогда  $h'' = 2,5 h' = 1,75 \text{ м}$ . Отношение  $h''/h' > 2$ , т. е. рассчитываемый гидравлический прыжок — совершенный.

Таблица 21.2

$h, \text{ м}$	$\omega, \text{ м}^2$	$Q^2/(g\omega), \text{ м}^3$	$\omega h_{ц.т} = \frac{h^2}{6} (3b+2mh), \text{ м}^3$	$\Pi(h), \text{ м}^3$
0,2	1,26	50,56	0,124	50,68
0,5	3,38	18,85	0,81	19,66
0,7	4,94	12,91	1,64	14,55
1	7,5	8,49	3,5	11,99
1,3	10,34	6,16	6,17	12,33
1,5	12,38	5,15	8,44	13,59
2	18	3,54	16	19,54
2,5	24,38	2,61	26,56	29,17
3	31,5	2,02	40,5	42,52

Таблица 21.3

$\mathcal{E}_п = h, \text{ м}$	$\omega, \text{ м}^2$	$v = \frac{Q}{\omega}, \text{ м/с}$	$\mathcal{E}_{кин} = \frac{v^2}{2g}$	$\mathcal{E} = h + \frac{v^2}{2g}$
0,2	1,26	19,84	20,06	20,26
0,5	3,38	7,4	2,79	3,29
0,7	4,94	5,06	1,3	2
1	7,5	3,33	0,56	1,56
1,3	10,34	2,42	0,3	1,6
1,5	12,38	2,02	0,21	1,71
2	18	1,39	0,1	2,1
2,5	24,38	1,025	0,05	2,55
3	31,5	0,79	0,03	3,03

Различие между значениями  $h'$ , найденными по графику прыжковой функции и с помощью выполненного выше расчета с использованием П.21.1а, допустимое — менее 2 %.

Определим потери удельной энергии в гидравлическом прыжке из графика удельной энергии сечения. Методика такого определения указанных потерь ясна из рис. 21.2. Построим график удельной энергии сечения (рис. 21.24) при заданных условиях, приняв уклон дна  $i = 0$ . Предварительно выполним необходимые вычисления (табл. 21.3).

Из графика на рис. 21.24 находим, что  $\Delta \mathcal{E}_{пр} = h_{тр} \cong 0,25 \text{ м}$ .

**Пример 21.5.** Определить вторую сопряженную глубину гидравлического прыжка в русле параболического поперечного сечения, если  $Q = 8 \text{ м}^3/\text{с}$ , параметр параболы  $p = 2,5 \text{ м}$ ; первая сопряженная глубина  $h' = 0,4 \text{ м}$ .

*Решение.* Выполним расчет с помощью П.21.16. Определяем значение функции

$$\theta_1 = 1,93 \frac{\sqrt[4]{p}}{\sqrt{Q}} h' = 0,858 h' = 0,343.$$

По табл. П.21.16 по найденному значению  $\theta_1$  определяем  $\theta_2 = 1.855$ . Тогда

$$h'' = \frac{\theta_2}{1,93 \frac{\sqrt[4]{P}}{\sqrt{Q}}} = \frac{1,855}{0,858} = 2,16 \text{ м.}$$

Отношение  $h''/h' = 5,4 > 2$ , т. е. гидравлический прыжок — совершенный.

## Глава 22

### ВОДОСЛИВЫ

#### 22.1. Классификация водосливов

При возведении в русле какой-либо преграды, в том числе и при стеснении потока только с боков, уровень жидкости в русле повышается. Повышение будет происходить до тех пор, пока через стесненное живое сечение не будет проходить расход воды русла.

Сооружение в преграде, через которое происходит перелив воды, называется водосливом, а движение — истечением через водослив.

Участок потока выше гидротехнического сооружения по течению называется верхним бьефом; ниже гидросооружения располагается нижний бьеф.

Верхняя часть водослива, через которую происходит истечение, называется гребнем (порогом) водослива.

Каждому расходу  $Q$ , пропускаемому через данный водослив, соответствует определенный напор над гребнем водослива.

Геометрический напор над гребнем водослива  $H$  представляет собой разность отметок уровня воды в верхнем бьефе и верхней точки гребня водослива. Отметка уровня верхнего бьефа принимается на некотором удалении ( $l \geq 3H$ ) от водослива (рис. 22.1, б), там, где снижение уровня при истечении через водослив практически несущественно, т. е. не сказывается на количественных результатах расчетов.

Истечение через водослив происходит преимущественно под действием сил тяжести; силы трения и силы поверхностного натяжения не играют определяющей роли в большинстве случаев.

Именно под воздействием напора  $H$ , представляющего собой разность удельной потенциальной энергии на уровне свободной поверхности в верхнем бьефе и на уровне верха порога, происходит истечение через водосливы.

Основными характерными для водосливов параметрами являются:

1) форма порога или профиль водослива — форма продольного (вдоль течения) сечения водослива;