

9-3. Картвелишвили Н. А. Неустановившиеся режимы в силовых узлах гидроэлектрических станций. — М — Л.: Госэнергоиздат, 1951.

9-4. Кривченко Г. И. Гидравлический удар и рациональные режимы регулирования турбин гидроэлектростанций. — М.— Л.: Госэнергоиздат, 1951.

9-5. Овсепян В. М. Гидравлический таран и тараные установки. — М.: Машиностроение, 1968.

9-6. Суриц А. А. Гидравлический удар в водопроводах и борьба с ним. — М.: Трансжелдориздат, 1946.

9-7. Христианович С. А., Михлин С. Г., Девисон Б. Б. Некоторые вопросы механики сплошной среды. — М.— Л.: Изд-во АН СССР, 1938.

9-8. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. — М.— Л.: Гостехиздат, 1951.

9-9. Чертоусов М. Д. Гидравлика: Специальный курс. — М.— Л.: Госэнергоиздат, 1962.

9-10. Чугаев Р. Р. Гидравлика. — Л.: Энергия, 1975.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ. СВОБОДНЫЕ СТРУИ

А. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЯ В ТОНКОЙ ПЛОСКОЙ СТЕНКЕ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ

§ 10-1. ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ В АТМОСФЕРУ

Как показывают опыты, картина истечения жидкости из некоторого сосуда через малое отверстие в вертикальной тонкой стенке имеет вид, изображенный на рис. 10-1, где обозначено: p_0 — давление на поверхности жидкости в сосуде; в общем случае p_0 не равно атмосферному давлению p_a ; ω — площадь отверстия; ω_c — площадь сечения струи в некотором сечении $C-C$, называемом сжатым сечением (см. ниже); H — заглубление центра тяжести ЦТ площади ω отверстия под уровнем жидкости в сосуде; падением жидкости на расстоянии l_0 от стенки сосуда до сжатого сечения пренебрегаем, а поэтому считаем, что H является также заглублением центра тяжести площади ω_c под уровнем жидкости в сосуде.

Струи жидкости по выходе из отверстия резко сжимается на протяжении до сечения $C-C$. Такое сжатие обуславливается инерцией частиц жидкости, движущихся при подходе к отверстию по криволинейным траекториям [в частности, инерцией частиц M (рис. 10-1), которые скользят непосредственно по стенке сосуда и, выйдя из него, движутся по границам струи].

Если не учитывать возможной аэрации струи, т. е. насыщения ее пузырьками воздуха, а также не учитывать сопротивления воздуха, то надо считать,

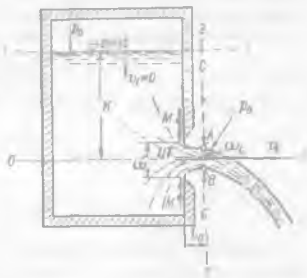


Рис. 10-1. Истечение жидкости из малого отверстия в атмосферу

что за сжатым сечением $C-C$, в связи с увеличением скорости падающей жидкости, струя должна продолжать сжиматься, но относительно слабо.

Если скорость истечения жидкости из отверстия велика, то по боковой поверхности струи должны возникнуть достаточно большие касательные напряжения (приложенные к ней со стороны воздуха). Это сопротивление воздуха будет тормозить движение жидкости, ее скорости начнут уменьшаться, кроме того, она начнет азрироваться, причем струя за сечением $C-C$ будет расширяться (см. далее § 10-12).

До сечения $C-C$ имеется резко изменяющееся движение; после сечения $C-C$ — плавно изменяющееся движение. Сечение струи по линии CC и называется сжатым сечением.

Сжатое сечение $C-C$ является тем первым (по течению) сечением, к которому можно прилагать уравнение Бернулли; к сечениям струи левее линии $C-C$ уравнение Бернулли неприменимо, так как движение здесь резко изменяющееся. Как показывает опыт, в сжатом сечении линии тока параллельны друг другу, причем скорости u здесь распределяются равномерно. Эпюра скоростей u для линии AB данного сечения близка к прямоугольнику.

Если отверстие круглое, то расстояние от внутренней поверхности стенки до сжатого сечения, согласно имеющимся опытам, будет

$$l_0 \approx 0,5D, \quad (10-1)$$

где D — диаметр отверстия.

Введем обозначение:

$$\frac{\omega_c}{\omega} = \epsilon; \quad (10-2)$$

величина ϵ называется коэффициентом сжатия струи.

Найдем среднюю скорость v_c в сжатом сечении и расход Q жидкости, вытекающей из сосуда. Для решения этой задачи соединяем уравнением Бернулли два сечения: 1-1 и 2-2, из которых первое намечаем на уровне жидкости в сосуде и второе — по линии $C-C$. Плоскость сравнения OO проведем на уровне центра тяжести $ЦТ$ площади ω_c .

Уравнение Бернулли в известных нам обозначениях имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f, \quad (10-3)$$

Выясняем значения отдельных слагаемых, входящих в это уравнение:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= H; & \frac{p_1}{\gamma} &= \frac{p_0}{\gamma}, & \frac{\alpha v_1^2}{2g} &\approx 0; \\ z_2 &= 0; & \frac{p_2}{\gamma} &= \frac{p_0}{\gamma}, & \frac{\alpha v_2^2}{2g} &\approx \frac{v_c^2}{2g} = \frac{v_c^2}{2g}. \end{aligned} \right\} \quad (10-4)$$

Скоростью движения жидкости в сосуде пренебрегаем (см. § 10-5). Подчеркнем, что давление в жидкости в сечении $C-C$ равно атмосферному p_0 .

Величину потерь напора h_f от сечения 1-1 до сечения 2-2 представим в виде

$$h_f = \zeta \frac{v_c^2}{2g}, \quad (10-5)$$

где ζ — коэффициент сопротивления, учитывающий потери напора от сечения 1-1 до сечения 2-2. Заметим, что потери напора сосредотачиваются в основном в районе самого отверстия, где скорости движения жидкости уже достаточно велики.

Подставляя (10-4) и (10-5) в (10-3), получаем

$$H + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} + \zeta \frac{v_c^2}{2g}. \quad (10-6)$$

Обозначим

$$H + \left(\frac{p_0}{\gamma} - \frac{p_a}{\gamma} \right) = H_{\text{пр}}, \quad (10-7)$$

где $H_{\text{пр}}$ можно назвать приведенным напором.

При этом вместо (10-6) имеем

$$H_{\text{пр}} = (1 + \zeta) \frac{v_c^2}{2g}, \quad (10-8)$$

откуда

$$v_c = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta}} \sqrt{2gH_{\text{пр}}} \quad (10-9)$$

или

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH_{\text{пр}}}, \quad (10-10)$$

где

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta}}; \quad (10-11)$$

коэффициент φ , учитывающий в формуле (10-10) потери напора, называется коэффициентом скорости.

В частном случае, когда $p_0 = p_a$, т. е. когда сосуд открыт,

$$H_{\text{пр}} = H,$$

причем вместо (10-10) получаем

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH}. \quad (10-12)$$

Для идеальной жидкости

$$h_f = \zeta \frac{v_c^2}{2g} = 0, \quad (10-13)$$

т. е. в этом случае

$$\zeta = 0; \quad \varphi = 1,0 \quad (10-14)$$

Следовательно, для идеальной жидкости

$$v_c = \sqrt{2gH}. \quad (10-15)$$

Эта формула называется формулой Торричелли; Торричелли впервые установил (в 1643 г.) экспериментальным путем зависимость (10-15), не учитывающую потери напора; коэффициент φ в формуле (10-12) близок к единице (см. ниже).¹

¹ Торричелли формулу (10-15) дал в виде $v_c = k \sqrt{H}$, где k — некоторый коэффициент, которым Торричелли не интересовался. Значение $k = \sqrt{2g}$ в формулу (10-15) было введено значительно позже.

Зная скорость v_2 в сжатом сечении, найдем расход Q для случая $p_0 = p_2$ (сосуд открыт). Очевидно.

$$Q = \omega_2 v_2 = \omega_2 \varphi \sqrt{2gH} = \omega \frac{\omega_2}{\omega} \varphi \sqrt{2gH}; \quad (10-16)$$

подставляя сюда ε по (10-2), получим

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH} \quad (10-17)$$

или

$$Q = \mu_o \omega \sqrt{2gH}, \quad (10-18)$$

где

$$\mu_o = \varepsilon \varphi, \quad (10-19)$$

причем здесь μ_o называется коэффициентом расхода отверстия. Этот коэффициент учитывает и потери напора h_f , и степень сжатия струи, выходящей из отверстия.

Как видно, при рассмотрении истечения жидкости из отверстия были введены четыре новых коэффициента: сжатия ε ; сопротивления ζ ; скорости φ ; расхода отверстия μ_o .

§ 10-2. ТИПЫ СЖАТИЯ СТРУИ. ВЕЛИЧИНЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ ε , ζ , φ И μ_o ДЛЯ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ В АТМОСФЕРУ. ИНВЕРСИЯ СТРУИ

На степень сжатия струи могут влиять боковые стенки, а также дно сосуда. В зависимости от удаления отверстия от боковых стенок и дна сосуда различают следующие типы сжатия струи.

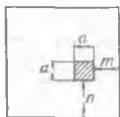


Рис. 10-2. К вопросу о совершенном и несовершенном сжатии струи при истечении из отверстия

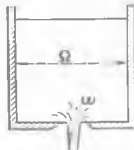


Рис. 10-3. Несоввершенное сжатие струи

1°. *Совершенное сжатие. Совершенным сжатием называется сжатие, возникающее, когда боковые стенки и дно сосуда (или водосема) практически не оказывают влияния на степень сжатия струи (не влияют на истечение).* Такое сжатие получается, когда отверстие расположено достаточно далеко от боковых стенок и дна сосуда, именно, когда расстояния m и n (рис. 10-2) удовлетворяют условиям

$$m > 3a; \quad n > 3a, \quad (10-20)$$

где a — длина одной стороны квадратного отверстия; m — расстояние от отверстия до боковой стенки; n — расстояние от отверстия до дна сосуда. Как показывают опыты, при соблюдении условий (10-20)

величина ε практически не зависит от размеров m и n .

Для случая совершенного сжатия имеем следующие средние численные значения коэффициентов ε , ζ , φ и μ_o , относящиеся к круглым и квадратным отверстиям (найденные опытным путем) для квадратичной области сопротивления:

$$\varepsilon = 0.63 \div 0.64; \quad \zeta = 0.06; \quad \varphi = 0.97; \quad \mu_o = 0.62. \quad (10-21)$$

2°. **Несовершенное сжатие.** Несовершенное сжатие получается при несоблюдении условий (10-20), т. е. когда отверстие расположено сравнительно близко к боковой стенке или дну сосуда. В этом случае величина ϵ зависит от размеров m и n ; чем меньше размеры m и n , тем меньше сжатие струи и, следовательно, тем больше величина ϵ .

В случае отверстий одинаковой формы и одинаковых размеров площадь сжатого сечения при несовершенном сжатии $\omega_{\text{н.сов}}$ всегда больше площади сжатого сечения при совершенном сжатии $\omega_{\text{сов}}$:

$$\omega_{\text{н.сов}} > \omega_{\text{сов}} \quad (10-22)$$

Для несовершенного сжатия можно привести, например, следующую эмпирическую формулу для коэффициента расхода отверстия (рис. 10-3):

$$\mu_0 \approx (\mu_0)_{\text{сов}} \left(1 + \frac{\tau}{100} \right), \quad (10-23)$$

где $(\mu_0)_{\text{сов}}$ — коэффициент расхода отверстия для совершенного сжатия; τ — величина, зависящая от отношения ω/Ω :



Рис. 10-4. Неполное сжатие струи

$$\tau = f\left(\frac{\omega}{\Omega}\right), \quad (10-24)$$

причем здесь Ω — площадь горизонтального сечения сосуда (площадь живого сечения потока перед отверстием). Величина «поправки» на несовершенство сжатия τ для круглого отверстия будет

- а) $\tau \approx 1,5$ при $\omega/\Omega = 0,1$;
 б) $\tau \approx 3,5$ при $\omega/\Omega = 0,2$.



Рис. 10-5. Инверсия струи

3°. **Неполное сжатие.** Неполное сжатие получается, когда m или n или m и n оказываются равными нулю (рис. 10-4).¹ В этом случае поджатия струн со стороны ab отверстия (см. чертёж) нет. Рассматривая

стенку сосуда I (см. разрез по линии AB), видим, что жидкая частица M_1 , двигаясь вдоль стенки I и затем сойдя с этой стенки, благодаря своей инерции стремится двигаться по вертикали; этим обстоятельством и обуславливается сжатие струи сверху. Рассматривая же стенку сосуда II (в данном случае дно сосуда), видим, что жидкая частица M_2 , сойдя со стенки II и двигаясь в прежнем своем направлении, не вызывает сжатия струи. При неполном сжатии площадь ω_c получается относительно большой, за счет чего коэффициент μ_0 должен увеличиться.

Для примера можно привести следующую экспериментальную формулу для коэффициента расхода μ_0 в случае неполного сжатия:

$$\mu_0 \approx (\mu_0)_{\text{сов}} \left(1 + 0,4 \frac{P'}{P} \right), \quad (10-25)$$

где P — периметр отверстия, P' — часть периметра отверстия, где струя не испытывает сжатия.

¹ Как видно, под полным сжатием понимается такой случай, когда сжатие струи (совершенное или несовершенное) имеется со всех сторон отверстия.

4. Заключительные замечания:

1 Следует запомнить, что коэффициент скорости φ , как правило, близок к единице (несколько меньше единицы); коэффициенты же ϵ и μ_0 очень часто лежат в пределах от 0,6 до 1,0 (в среднем равны приблизительно $2/3$).

2 Расход Q в случае неполного и несовершенного сжатия при равных прочих условиях всегда больше расхода Q в случае совершенного сжатия.

3 Приведенные выше значения μ_0 относятся как к воде, так и к другим жидкостям в случае турбулентного режима, когда число Рейнольдса Re достаточно велико. При больших числах Рейнольдса Re , вычисленных для сжатого сечения,¹ коэффициент расхода μ_0 оказывается не зависящим от Re , при малых же числах Re (меньших ~ 50) коэффициент расхода μ_0 существенно зависит от Re : с уменьшением Re величина μ_0 также уменьшается.

4 Если истечение происходит, например, из квадратного отверстия, то, как показывает опыт, поперечное сечение струи меняет свою форму по длине ее (вдоль течения).

Пример изменения формы поперечного сечения струи вдоль течения представлен на рис. 10-5 (штриховкой здесь показаны сечения струи, намеченные на разных расстояниях от плоскости отверстия). Подобное явление, называемое иверсией струи, происходит благодаря тому, что скорости подхода к отверстию оказываются неодинаковыми для различных участков периметра отверстия; кроме того, здесь играют роль еще силы молекулярного давления (см. § 1-4, п. 5), а также силы инерции движущейся жидкости.

§ 10.3. ТРАЕКТОРИЯ СТРУИ

Рассмотрим истечение из малого отверстия в вертикальной стенке (рис. 10-6).

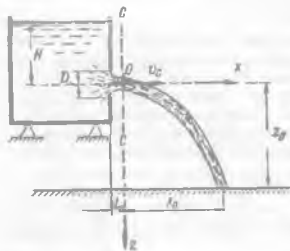


Рис. 10-6. Траектория струи (отверстие в вертикальной стенке)

«Траекторией струи» называют ось струи жидкости, свободно падающей после истечения из отверстия. Для того чтобы найти уравнение оси струи, рассуждаем следующим образом.

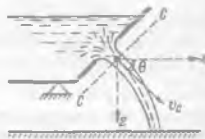


Рис. 10-7. Траектория струи (отверстие в наклонной стенке)

Намечаем сжатое сечение струи $C-C$, местоположение которого определяется известным размером l_0 . В центре O этого сечения располагаем начало

¹ Т. е. числа Рейнольдса, выраженных через диаметр струи и скорость, относящиеся к сжатому сечению.

координатных осей x и z . Пренебрегаем сопротивлением воздуха. В указанной точке O мысленно помещаем материальную частицу, имеющую некоторую массу, причем этой частице приписываем скорость v_c .

Далее, прилагая к упомянутой материальной частице уравнения движения, известные из теоретической механики,

$$x = v_c t; \quad z = \frac{gt^2}{2}, \quad (10-26)$$

где t — время, получаем уравнение траектории материальной частицы, имеющей начальную скорость v_c , в виде:

$$z = \frac{gx^2}{2v_c^2}, \quad (10-27)$$

где

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH}. \quad (10-28)$$

Уравнение (10-27) и принимаем за уравнение оси струи. Полученное уравнение дает ось струи в виде параболы. Подставляя в (10-27) заданную величину z_0 (рис. 10-6), можем найти величину x_0 , т. е. дальность боя струи.¹

В случае, когда отверстие сделано в наклонной стенке сосуда (рис. 10-7), уравнение оси струи получается аналогично изложенному выше; только здесь начальная скорость v_c рассматриваемой материальной частицы принимается наклонной к горизонту под заданным углом θ .

§ 10-4. ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ ПОД УРОВЕНЬ (СЛУЧАЙ ЗАТОПЛЕННОГО ОТВЕРСТИЯ)

Так называемое затопленное отверстие представлено на рис. 10-8. Здесь Z — разность уровней в левом и правом сосудах. Соединяя уравнением Бернулли показанные на чертеже сечения 1-1 и 3-3 и выражая потерю напора между этими сечениями известной зависимостью

$$h_f = Z = \zeta \frac{v_1^2}{2g} = (\zeta_{1-2} + \zeta_{2-3}) \frac{v_2^2}{2g} = (\zeta_{1-2} + 1) \frac{v_2^2}{2g}, \quad (10-29)$$

окончательно получаем формулу для расхода Q того же вида, что и в случае истечения в атмосферу; только в эту формулу вместо величины H входит разность уровней Z жидкости в сосудах

$$Q = \mu_c \omega \sqrt{2gZ}. \quad (10-30)$$

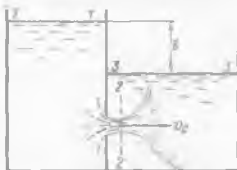


Рис. 10-8 Истечение из отверстия под уровень (затопленное отверстие)

Заметим, что в зависимости (10-29) через ζ_{1-2} и ζ_{2-3} обозначены коэффициенты сопротивления, учитывающие потери напора соответственно от сечения 1-1 до сечения 2-2 и от сечения 2-2 до сечения 3-3 (рис. 10-8). Имея в виду, что за сечением 2-2 получается резкое расширение

¹ Измерив, например, в условиях лабораторного опыта величины x_0 и z_0 (рис. 10-6), можем затем, пользуясь формулами (10-27) и (10-28), вычислить коэффициент скорости φ для данного отверстия.

струи до весьма больших размеров, можно считать $\zeta_{2-3} = 1,0$. Что касается численного значения μ_{01} входящего в (10-30), то, как показывают опыты, оно оказывается примерно таким же, как и при истечении в атмосферу (см. § 10-2)

§ 10-5. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В СОСУДЕ.
ПОНЯТИЕ МАЛОГО И БОЛЬШОГО ОТВЕРСТИЙ.
УКАЗАНИЯ О РАСЧЕТЕ БОЛЬШИХ ОТВЕРСТИЙ

При истечении жидкости через отверстие, сделанное в боковой стенке или дне сосуда, вся жидкость, находящаяся в нем, приходит в движение. В зависимости от характера поступления жидкости в сосуд и скоростей в нем условия движения в сосуде могут быть различными:

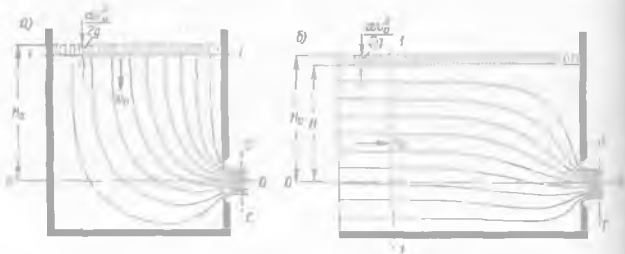


Рис 10-9. Движение жидкости в сосуде

а) в сосуде может наблюдаться в основном потенциальное (безвихревое) движение, и потери напора в нем будут ничтожны,

б) в сосуде может быть также вихревое движение, причем в нем могут появляться водоворотные области.

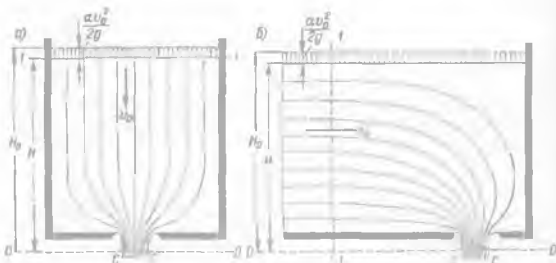


Рис. 10-10 Движение жидкости в сосуде

На рис. 10-9 и 10-10 показаны некоторые возможные (наиболее простые) схемы линий тока, характеризующие потенциальное движение жидкости в сосуде. Для рис. 10-9, б и 10-10, б «подходное» живое сечение $I-I$ будет не горизонтальным, а вертикальным.

Обозначим через v_0 скорость подхода, т.е. среднюю скорость в подходе плоском живом сечении $I-I$. При этом полный напор в сечении $I-I$ (относительно плоскости сравнения, указанной на чертежах) будет

$$H_{\text{полн}} = H + \frac{v_0^2}{2g} = H_0 \text{ (обозначение)}. \quad (10-31)$$

Потеря напора на пути между сечениями $I-I$ и $C-C$ оценивается коэффициентом скорости φ .

Для схем на рис. 10-9, а и 10-10, б величина φ будет меньше, чем для схем на рис. 10-9, б и 10-10, а в связи с наличием поворота потока в сосуде. Однако, поскольку скорости в самом сосуде невелики и потери напора концентрируются главным образом вблизи отверстия, можно считать, что в случае малого отверстия численные значения φ для всех приведенных выше схем примерно одинаковы; φ практически не зависит от условий движения жидкости в сосуде, если отверстие относительно мало.

Чтобы учесть при расчете скорость подхода v_0 , в формулу (10-18) вместо H следует ввести полный напор H_0 ; при этом вместо (10-18) получаем¹

$$Q = \omega_0 \sqrt{2gH_0}. \quad (10-32)$$

Обозначим через Ω площадь подходного живого сечения $I-I$. Можно показать, что в случае

$$\Omega \cdot \omega > 4,0 \quad (10-33)$$

скоростью подхода v_0 следует пренебрегать и считать²

$$H_0 = H. \quad (10-34)$$

Согласно формуле (10-12), скорость v , увеличивается с увеличением H . На рис. 10-11 показана кривая $v = f(H)$, построенная по этой формуле (после замены в ней скорости v скоростью u).

Как видно из рис. 10-11, заглубление точек A и B под свободной поверхностью жидкости в сосуде различно. Поэтому скорости u_A и u_B в точках A и B будут, строго говоря, различными:

$$u_A = \varphi \sqrt{2gH_A} \neq u_B = \varphi \sqrt{2gH_B}, \quad (10-35)$$

где H_A и H_B — заглубления соответствующих точек под свободной поверхностью.

Однако в случае

$$H' \geq 10D, \quad (10-36)$$

где H' — заглубление верхней кромки отверстия под уровнем жидкости в сосуде и D — высота отверстия, различие между скоростями u_A и u_B несущественно (менее 5%).

Условимся малым отверстием называть такое отверстие, которое одновременно удовлетворяет двум условиям:

1-е условие: скорость подхода v_0 пренебрежимо мала, т.е. имеет место неравенство (10-33);

2-е условие: скорости u_A и u_B (в верхней и нижней точках сжатого сечения) примерно равны друг другу: $u_A \approx u_B$, т.е. имеет место неравенство (10-36).

Принимая такие условия, можно считать, что малое отверстие получается:

а) в случае отверстия в вертикальной стенке и при горизонтальном подходном сечении (рис. 10-9, а), когда одновременно соблюдаются условия (10-33) и (10-36);

б) в случае отверстия в вертикальной стенке и при вертикальном

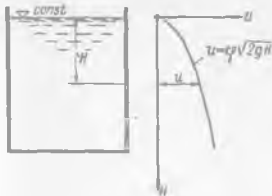


Рис. 10-11. Зависимость скорости истечения от глубины погружения рассматриваемой точки отверстия

¹ Всюду ниже имеем в виду случай истечения в атмосферу

² Ошибка в расчете при этом не будет превышать 5%.

подходном сечении $I-I$ (рис 10-9, б), когда соблюдается неравенство (10-36); неравенство (10-33) при этом всегда будет выдержано;

в) в случае отверстия в горизонтальном дне сосуда (рис 10-10) при соблюдении неравенства (10-33); условие (10-36) здесь отпадает.



Рис 10-12 Воздушная воронка

Как видно, рассчитывая малые отверстия, мы вовсе не должны интересоваться условиями движения жидкости в сосуде, и всегда можно полагать $v_0 = 0$ и $H_0 = H$.

Что касается больших отверстий, и отверстий, не удовлетворяющих указанным двум условиям или одному из них, то практически их расчет выполняется по тем же формулам, что и малых отверстий. Однако при установлении коэффициента расхода μ_0 здесь в случае несоблюдения неравенства (10-33) приходится интересоваться движением жидкости в сосуде. Достаточно точные значения μ_0 для больших отверстий могут быть установлены на основании специальных опытов. Только в качестве грубо ориентировочных данных можно привести следующие сведения о величинах μ_0 относящихся к большим отверстиям, выполненным в вертикальной стенке сосуда (в случае квадратичной области сопротивления)

1) отверстия со сжатием со всех сторон при отсутствии направляющих стенок имеют $\mu_0 = 0.65$;

2) отверстия с несовершенным полным (всесторонним) сжатием имеют $\mu_0 = 0.70$;

3) донные отверстия (т.е. вовсе без сжатия по дну)¹ со значительным влиянием бокового сжатия имеют $\mu_0 = 0.65 - 0.70$;

4) донные отверстия с умеренным влиянием

бокового сжатия имеют $\mu_0 = 0.70 - 0.75$,

5) донные отверстия с главными боковыми подходами имеют $\mu_0 = 0.80 - 0.85$.

В заключение отметим, что при истечении жидкости через отверстие в сосуде при определенных условиях может возникнуть вихреобразное движение, которое иногда обуславливает образование так называемой воздушной воронки (рис 10-12)

Б. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ НАСАДКОВ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ

§ 10-6. ТИПЫ НАСАДКОВ. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

В гл. 5 были введены понятия «длинной» и «короткой» трубы. При этом указывалось, что для длинной трубы учитываются только потери по длине h_f , для короткой трубы учитывают как потери h_f , так и местные потери $\sum h_l$.

Насадком (или насадкой) называется всяма короткая напорная (на всем своем протяжении)² труба, при гидравлическом расчете которой следует пре-

¹ Об истечении жидкости через донное отверстие в канал см § 12-13.

² Следовательно, выходное сечение этой трубы должно быть полностью заполненным жидкостью.

небрегать потерями напора по длине h_1 ; необходимо учитывать только местные потери напора.

Различают следующие основные типы насадков (рис. 10-13): внешний цилиндрический насадок, или иначе, насадок Вентури (см. А); внутренний цилиндрический насадок, или иначе, насадок Борла (см. В); конические насадки: сходящиеся (см. С) и расходящиеся (см. D); так называемый коноидальный насадок (см. E), т.е. насадок, имеющий форму струи жидкости, вытекающей из отверстия в тонкой стенке. Предполагается, что поверхность струи при выходе ее из отверстия близка к коноидальной (линейчатой) поверхности.

Представим себе истечение жидкости из отверстия, сделанного не в тонкой стенке, а в толстой (рис. 10-14, а). С гидравлической точки



Рис. 10-13. Типы насадков

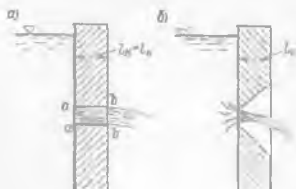


Рис. 10-14. Истечение из отверстия в толстой стенке (а) и тонкой стенке (б)

зрения здесь получаем насадок Вентури ab . Таким образом, изучая истечение жидкости из насадков, мы при этом изучаем также и истечение жидкости из отверстий, сделанных в толстой стенке.

Назовем сечение aa «входным» (в отверстие), а сечение bb , где струя при истечении в атмосферу отделяется от стенки, «выходным» (из отверстия). Расстояние между сечениями aa и bb обозначим через l_n и назовем его «длиной насадка» или «гидравлической толщиной стенки».¹

Для стенки на рис. 10-14, б «входное» и «выходное» сечения практически совпадают, причем $l_n \approx 0$. Поэтому стенка на этом рисунке в гидравлическом отношении должна рассматриваться как тонкая (хотя конструктивная ее толщина l_k велика).

В заключение подчеркнем, что ниже мы ограничимся рассмотрением только случая турбулентного движения жидкости в насадках, отвечающего квадратичной области сопротивления.

§ 10-7. ВНЕШНИЙ КРУГЛОЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ НАСАДОК (НАСАДОК ВЕНТУРИ)

1°. Общая картина движения жидкости при истечении в атмосферу (рис. 10-15).

Струя жидкости, обходя кромку a , благодаря силам инерции частиц жидкости, поступающих в насадок (см., например, частицы M), сжимается до сечения ω_c , затем струя расширяется и заполняет весь насадок. При этом получаем одну вальвовую (водоворотную) область A , имеющую кольцевую форму.

В выходном сечении $B-B$, где на жидкость действует атмосферное давление p_a , имеем площадь живого сечения транзитной струи жидкости

¹ Рассматриваем только тот случай, когда сечения aa и bb являются плоскими параллельными сечениями, при этом неполного сжатия струи здесь не касаемся.

причем здесь ω — площадь отверстия, к которому присоединен насадок; как видно, при выходе в среду атмосферного давления сжатие струи отсутствует.

В отношении вальцовой области A , а также поверхности раздела, отделяющей транзитную струю от вальцовой области, следует иметь в виду все то, что говорилось в § 4-14.

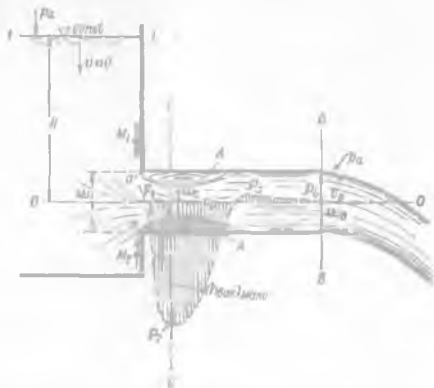


Рис. 10-15. Насадок Вентури

Вальцовая область, равно как и транзитная струя в пределах этой области, характеризуется наличием вакуума. Максимальный вакуум получается в сечении $C-C$, где струя имеет наибольшее сжатие и где скорости, а также кинетическая энергия жидкости, образующей транзитную струю, оказываются наибольшими.

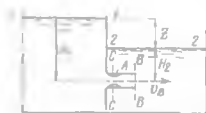


Рис. 10-16. Истечение из насадки Вентури под уровнем

женный на рис. 10-15.

2°. Расчетные зависимости для v_B и Q . Соединяя сечения $1-1$ и $B-B$ (рис. 10-15) или сечения $1-1$ и $2-2$ (рис. 10-16) уравнением Бернулли и рассуждая точно так же, как в § 10-1 и 10-4, получаем следующие расчетные формулы.

Известно, что с возрастанием кинетической энергии потенциальная энергия должна уменьшаться. Если в сечении $B-B$ имеем атмосферное давление, то, двигаясь от этого сечения против течения и попадая в область, где скорости благодаря сжатию струи оказываются большими, чем в сечении $B-B$, мы получим давление в этой области меньше, чем в сечении $B-B$, т. е. меньше атмосферного давления.

Пьезометрическая линия $P_1P_2P_3P_4$ для насадки в соответствии со сказанным получает вид, изображенный

1. Случай истечения в атмосферу (рис. 10-15):

$$v_B = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (10-38)$$

где v_B — скорость в выходном сечении $B-B$; H — превышение свободной поверхности жидкости в сосуде над осью насадка; φ — коэффициент скорости:

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + (\zeta_{нас})_a}}, \quad (10-39)$$

причем здесь $(\zeta_{нас})_a$ — коэффициент сопротивления в формуле

$$(h_1)_{-B} = (\zeta_{нас})_a \frac{v_B^2}{2g}, \quad (10-40)$$

где $(h_1)_{-B}$ — местная потеря напора в насадке.

Расход Q при истечении из насадка

$$Q = \mu_n \omega \sqrt{2gH}, \quad (10-41)$$

где μ_n — коэффициент расхода насадка,

$$\mu_n = \epsilon_B \varphi = \varphi, \quad (10-42)$$

так как для насадка [см. выше (10-37)] коэффициент сжатия, отнесенный к сечению $B-B$, где давление атмосферное,

$$\epsilon_B = \frac{\omega_B}{\omega} = 1,0. \quad (10-43)$$

2. Случай истечения под уровень (рис. 10-16). Здесь вместо (10-38) и (10-41) получаем

$$v_B = \varphi \sqrt{2gZ}; \quad (10-44)$$

$$Q = \mu_n \omega \sqrt{2gZ}, \quad (10-45)$$

где Z — разность уровней жидкости; φ — коэффициент скорости, равный в данном случае (см. ниже п. 3°):

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{(\zeta_{нас})_{подур}}} = \sqrt{\frac{1}{(\zeta_{нас})_a + 1}}; \quad (10-46)$$

μ_n — коэффициент расхода насадка; μ_n имеет тот же смысл и то же численное значение, что и в предыдущем случае ($\mu_n = \varphi$).

3°. Численные значения коэффициентов ϵ , ζ , φ , μ_n . Коэффициент сжатия ϵ_B для выходного сечения $B-B$ (рис. 10-15 и 10-16) равен единице, т.е. $\epsilon_B = 1,0$ [см. формулы (10-37) и (10-43)].

Коэффициент сжатия ϵ_C для сечения $C-C$ (рис. 10-15 и 10-16), где имеется максимальный вакуум, равняется коэффициенту сжатия при истечении из отверстия в тонкой стенке (см. § 10-2):

$$\epsilon_C = 0,63 \div 0,64. \quad (10-47)$$

Коэффициент сопротивления при истечении из насадка в атмосферу (рис. 10-15) равен коэффициенту сопротивления на вход в трубу [см. формулу (4-163)]

$$(\zeta_{нас})_a = \zeta_{вх} = 0,5; \quad (10-48)$$

при истечении под уровень (рис. 10-16):

$$(\zeta_{нас})_{под\ ур} = \zeta_{вх} + \zeta_{вых} = 0,5 + 1,0 = 1,5, \quad (10-49)$$

где $\zeta_{вых} = 1,0$ (см. § 4-15).

Коэффициент скорости φ и коэффициент расхода насадка μ_n , как в случае истечения в атмосферу, так и в случае истечения под уровень, равны [см формулы (10-39), (10-42), (10-46)]:

$$\varphi = \mu_n = \sqrt{\frac{1}{1 + (\zeta_{нас})_a}} = \sqrt{\frac{1}{(\zeta_{нас})_{под\ ур}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + 0,5}} = \sqrt{\frac{1}{1,5}}$$

или

$$\varphi = \mu_n = \sqrt{\frac{1}{1,5}} = 0,82 \quad (10-50)$$

Установим еще величину коэффициента сопротивления ζ_{C-B} (от сечения C-C до сечения B-B); этот коэффициент нам понадобится в дальнейшем.

Коэффициент сопротивления ζ_{1-C} (от сечения 1-1 до сечения C-C) равен $\zeta_{отв}$ в случае отверстия в тонкой стенке (если ζ_{1-C} будем относить к скорости v_C в сжатом сечении C-C). Относя ζ_{1-C} к скорости v_B , имеем

$$\zeta_{1-C} = \frac{\zeta_{отв}}{k^2} = \frac{0,06}{0,63^2} \approx 0,15, \quad (10-51)$$

а потому искомый коэффициент ζ_{C-B} оказывается

$$\zeta_{C-B} = (\zeta_{нас})_a - \zeta_{1-C} = 0,5 - 0,15 = 0,35. \quad (10-52)$$

4°. Сопоставление истечения жидкости через отверстие в тонкой стенке с истечением через насадок Вентури. В случае насадка Вентури (при истечении в атмосферу)

$$Q_{нас} = 0,82\omega \sqrt{2gH}; \quad (v_B)_{нас} = 0,82 \sqrt{2gH}. \quad (10-53)$$

В случае отверстия в тонкой стенке (при истечении в атмосферу)

$$Q_{отв} = 0,62\omega \sqrt{2gH}; \quad (v_C)_{отв} = 0,97 \sqrt{2gH}. \quad (10-54)$$

Если величины H и ω для насадка и отверстия одинаковы, то в результате деления (10-53) на (10-54) получаем

$$\frac{Q_{нас}}{Q_{отв}} = \frac{0,82}{0,62} \approx 1,34; \quad (10-55)$$

$$\frac{(v_B)_{нас}}{(v_C)_{отв}} = \frac{0,82}{0,97} \approx 0,85 \quad (10-56)$$

Как видно, внешний цилиндрический насадок, присоединенный к отверстию, сделанному в тонкой стенке, дает следующие эффекты: а) скорость истечения жидкости в атмосферу уменьшается на 15%; б) расход жидкости, вытекающей из сосуда, увеличивается на 34%.

Такое положение объясняется следующим. В связи с резким расширением струи в насадке, получается соответствующая дополнительная потеря напора, которая, в основном, и обуславливает, как мы видели, снижение (согласно формуле Борда) скорости $(v_B)_{нас}$ в сечении B-B примерно в $(1/0,85)$ раза, т.е. на 15% сравнительно со скоростью $(v_C)_{отв}$. Вместе с тем площадь выходного

живого сечения $B-B$ в случае насадка (по сравнению с площадью сжатого сечения при истечении из отверстия в атмосферу) увеличивается в $(1/\epsilon_c)$ раза, т.е. в $1:0,63 = 1,58$ раза. Так как расход $Q = \rho\omega$, то, следовательно, расход в случае насадка (по сравнению с расходом при истечении из отверстия в атмосферу) и должен увеличиться в $0,85 \cdot 1,58 = 1,34$ раза, т.е. на 34% .

Дополнительно надо иметь в виду еще следующее (рис. 10-15). Можно показать, что величина площади сжатого сечения ω_c зависит (при рассматриваемом турбулентном движении) только от очертания кромки a и вовсе не зависит от давления в области A . Поэтому ω_c в случае насадка и ω_c при истечении из отверстия в атмосферу должны быть одинаковы. Вместе с тем, соединяя сечение $I-I$ и сечение $C-C$ уравнением Бернулли (рис. 10-15), мы видим, что в этом случае получается как бы истечение жидкости не в атмосферу, а в среду вакуума (в среду пониженного давления). т.е истечение при большем напоре (чем при истечении из отверстия). Такое положение, естественно, обуславливает увеличение скорости в сечении $C-C$ (по сравнению со скоростью в сечении $S-S$, когда мы имеем истечение из отверстия) Поскольку расход $Q = \omega v$, то легко видеть, что сохраняя площадь ω_c и увеличивая (в случае насадка) скорость в сечении $C-C$, мы и должны, применяя насадок, увеличить расход Q .

5°. Величина вакуума в сечении $C-C$. Рассмотрим два случая.

1. Случай истечения в атмосферу. Соединяя уравнением Бернулли сечения $C-C$ и $B-B$, получаем (при плоскости сравнения OO , показанной на рис. 10-15)

$$\frac{p_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + h_{C-B} \quad (10-57)$$

где величины p_C и v_C относятся к сечению $C-C$,

$$h_{C-B} = \zeta_{C-B} \frac{v_B^2}{2g}, \quad (10-58)$$

$$v_C = \frac{v_B}{\epsilon_C}. \quad (10-59)$$

Подставляя (10-58) и (10-59) в (10-57), получаем

$$\frac{v_B^2}{\epsilon_C^2 2g} - \frac{v_B^2}{2g} - \zeta_{C-B} \frac{v_B^2}{2g} = \frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_C}{\gamma} = (h_{\text{вак}})_{\text{макс}} \quad (10-60)$$

или

$$(h_{\text{вак}})_{\text{макс}} = \left(\frac{1}{\epsilon_C^2} - \zeta_{C-B} - 1 \right) \frac{v_B^2}{2g}, \quad (10-61)$$

где $(h_{\text{вак}})_{\text{макс}}$ — вакуум в сечении $C-C$.

Подставляя в (10-61) выражение для v_B (10-38), имеем

$$(h_{\text{вак}})_{\text{макс}} = kH, \quad (10-62)$$

где

$$k = \varphi^2 \left(\frac{1}{\epsilon_C^2} - \zeta_{C-B} - 1 \right). \quad (10-63)$$

Если теперь в формулу (10-63) подставить численные значения коэффициентов φ , ϵ_C и ζ_{C-B} , указанные в п. 3°, то получаем

$$k = 0,82^2 \left(\frac{1}{0,63^2} - 0,35 - 1 \right) = 0,77. \quad (10-64)$$

Решая уравнение (10-57) [с учетом зависимостей (10-60)–(10-64)], получаем, что при истечении в атмосферу максимальный вакуум (возникающий в сечении

С - С) равни

$$(h_{\text{вак}})_{\text{макс}} = (0,75 \div 0,80) H \quad (10-65)$$

2. **Случай истечения под уровень.** Соединяя уравнением Бернулли сечения С - С и 2-2 (рис. 10-16) и рассуждая, как и выше, вместо (10-65) получаем

$$(h_{\text{вак}})_{\text{минс}} = (0,75 \div 0,80) Z - H_2, \quad (10-66)$$

где Z и H_2 указаны на чертеже.



Рис. 10-17. Срыв вакуума в насадке Вентури (при малой длине патрубка)

единенный к отверстию, работает как насадок Вентури (с коэффициентом расхода $\mu_n = 0,82$).

В некоторых случаях имеем картину, показанную на рис. 10-17. При таком истечении описанный выше эффект в отношении увеличения расхода получить нельзя. Для того, чтобы картина истечения была такой, как на рис. 10-15, т.е. чтобы патрубок работал как насадок (увеличивая Q на 34%), необходимо, чтобы одновременно были соблюдены следующие два условия.

1-е условие. Длина патрубка l_n должна находиться в пределах

$$(3,5 \div 4,0) D \leq l_n \leq \sim (6 \div 7) D, \quad (10-67)$$

где D - диаметр патрубка.

Если $l_n < (3,5 \div 4,0) D$, то получается картина, показанная на рис. 10-17: длина патрубка оказывается недостаточной, чтобы в ее пределах транзитная струя успела расширяться до полного сечения трубы.

Если же $l_n > (6 \div 7) D$, то вместо насадки получаем «короткий трубопровод», когда потерями напора по длине уже нельзя пренебрегать.¹

В случае, когда l_n близка к $(3,0 \div 3,5) D$, получаем неустойчивое истечение: если прикрыть выходное сечение патрубка на рис. 10-17, то при этом жидкость заполнит весь патрубок; после того, как мы его осторожно откроем, истечение будет иметь вид, показанный на рис. 10-15; однако при небольшом сотрясении патрубка вакуум, получившийся в нем, сорвется (рис. 10-17).

2-е условие. Максимальный вакуум, вычисленный по формуле (10-65) или (10-66), должен удовлетворять условию:

а) при истечении в атмосферу (рис. 10-15)

$$(h_{\text{вак}})_{\text{минс}} \leq (h_{\text{вак}})_{\text{доп}}; \quad (10-68)$$

¹ Погрешность в определении скорости v_B при пренебрежении потерями напора h_f здесь получается более 5%.

б) при истечении под уровень (рис 10-16)

$$(h_{\text{вак}})_{\text{макс}} \leq (h_{\text{вак}})_{\text{доп}} - H_{\text{д.т.}} \quad (10-69)$$

где $(h_{\text{вак}})_{\text{доп}}$ — допустимый вакуум в сечении С—С по условиям невозможности прорыва воздуха или воды нижнего бьефа (навстречу течению) в область вихревой зоны А.

При несоблюдении условий (10-68) или (10-69) можем получить неустойчивое истечение. Обычно считают, что для воды¹

$$(h_{\text{вак}})_{\text{доп}} \approx 8 \text{ м вод. ст.}$$

Т. Дополнительные замечания. Рассмотрим случай истечения в атмосферу (рис. 10-15). Согласно формуле (10-65) с возрастанием H величина $(h_{\text{вак}})_{\text{макс}}$ будет расти по линейному закону (см. прямую ОА на рис 10-18).

Однако, как было указано ранее (стр. 119; 229), вакуум в жидкости не может быть больше «предельного». Поэтому действительная зависимость

$$(h_{\text{вак}})_{\text{макс}} = f(H)$$

будет выражаться на рис. 10-18 кривой ОВ.

Начиная от некоторого напора H' , в районе сечения С—С будут появляться кавитационные разрывы жидкости, причем объем их будет расти по мере возрастания H . При этом уравнение Бернулли для отыскания величины вакуума в сечении С—С (см. п. 5^а) уже не может быть использовано (участок прямой тА, построенный по уравнению Бернулли, не отвечает действительности).

Вместе с тем в этом случае уравнение Бернулли для сечения В—В (рис. 10-15) практически будет приемлемо, поскольку кавитационные «пузырьки», не дойдя до сечения В—В, должны закрыться. Поэтому расход Q можно определять по (10-41) и при $H > H'$ (однако значение μ_n здесь может быть отличным от 0,82). Уравнение (10-41) потеряет силу только тогда, когда вакуум в сечении С—С делается настолько большим, что воздух начнет прорываться снаружи в вихревую область навстречу течению жидкости в насадке.

В заключение обратим внимание на следующее:

1) при расчете больших отверстий надо считаться с тем, что величина вакуума в верхней части области А (рис. 10-15) может быть существенно больше, чем в нижней ее части;

2) иногда в практике вихревую область А приходится аэрировать (см. стр. 227). При этом эффект насадка (в отношении увеличения расхода) может быть значительно снижен;

3) при выводе формулы (10-41) мы могли бы соединить уравнением Бернулли сечение I—I не с сечением В—В, а с сечением С—С. При этом орилось бы учитывать сжатие струи и оперировать величиной $\epsilon_c = 0,63 - 0,64$. Введение такого сжатия в формулу (10-42) уменьшило бы коэффициент расхода μ . Однако, пользуясь уменьшенным значением μ_n , отнесенным к сечению С—С, мы должны были бы в формулах (10-38) и (10-41) увеличить значение напора H на величину $(h_{\text{вак}})_{\text{макс}}$, поскольку можно считать, что напор по отношению к сечению С—С равен $H + (h_{\text{вак}})_{\text{макс}}$, при этом вместо формул (10-38) и (10-41) получили бы

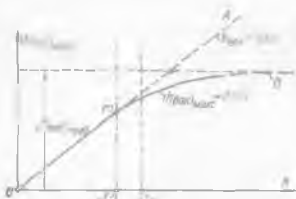


Рис. 10-18. Рост вакуума в насадке Вентури с увеличением напора H

¹ Вопрос о допустимом вакууме [см., в частности, формулу (10-69)] в настоящее время исследован еще недостаточно. Надо полагать, что упомянутый прорыв воздуха или воды нижнего бьефа (навстречу течению) должен происходить при определенной разности давлений в сечениях С—С и В—В (например, для воды при разности, соответствующей 8 м вод. ст.).

$$v_C = \varphi_0 \sqrt{2g [H + (h_{\text{вак}})_{\text{макс}}]}, \quad Q = \mu_0 \omega \sqrt{2g [H + (h_{\text{вак}})_{\text{макс}}]}, \quad (10-70)$$

где φ_0 и μ_0 — соответствующие коэффициенты для отверстия в тонкой стенке.

Так как $(h_{\text{вак}})_{\text{макс}}$ не может быть больше $(h_{\text{вак}})_{\text{пред}}$ (рис. 10-18), то, очевидно, наибольший расход, который можно получить для данного насадка при увеличении H до достаточно больших размеров, равняется:

$$Q = \mu_0 \omega \sqrt{2g [H + (h_{\text{вак}})_{\text{пред}}]}, \quad (10-71)$$

где μ_0 — коэффициент расхода отверстия в тонкой стенке.

§ 10-8. ВНУТРЕННИЙ КРУГЛОЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ НАСАДОК (НАСАДОК БОРДА)

Рассмотрим только истечение жидкости в атмосферу (рис. 10-19). Насадок Борда отличается от насадка Вентури только условиями входа. Считая, что длина насадка Борда должна быть не менее $(3,5 \div 4) D$, коэффициент сжатия ϵ_C получаем равным [см. § 4-17; (формулу 4-157)]:

$$\epsilon_C = \frac{\omega_C}{\omega} = 0,5. \quad (10-72)$$

Как видно, для насадка Борда сжатие в сечении $C-C$ получается большим, чем для насадка Вентури. В связи с этим обстоятельством потеря напора, а также скорость и вакуум в сечении $C-C$ для насадка Борда также получаются большими, чем для насадка Вентури (при равных прочих условиях).

Коэффициент сопротивления $\zeta_{\text{нас}}$ при $\epsilon_C = 0,5$ оказывается равным [см. формулу (4-151)]:

$$\zeta_{\text{нас}} = 1,0. \quad (10-73)$$

Остальные известные коэффициенты приобретают в случае насадка Борда следующие численные значения:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta_{\text{нас}}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + 1}} = 0,71; \\ \mu_n &= \varphi = 0,71; \quad \epsilon_B = 1,0. \end{aligned} \right\} \quad (10-74)$$

Расчетные формулы здесь остаются те же, что и для насадка Вентури

Легко убедиться, что насадок Борда увеличивает расход жидкости, вытекающей из отверстия, но несколько меньше, чем насадок Вентури.

§ 10-9. НАСАДКИ ПРОЧИХ ТИПОВ

Будем иметь в виду только случай истечения в атмосферу.

1°. Насадок со скругленными входными кромками. Если входные кромки скруглены (рис. 10-20), то сжатие струи в насадке уменьшается и площадь сечения струи ω_C увеличивается. В результате степень расширения струи от сечения $C-C$ до сечения $B-B$ снижается, причем потери напора уменьшаются, а следовательно, скорость истечения v_B увеличивается.

Как показывают опыты, путем скругления кромок насадка коэффициент расхода можно довести до величины $\mu_n = 0,95$.

2°. Конические сходящийся и расходящийся насадки. Представим на рис. 10-21 два указанных насадка, причем будем считать, что площадь отверстия, к которому приключен сходящийся насадок (ω_1), равна площади отверстия, к которому приключен расходящийся насадок (ω_2), т. е.

$$\omega_1 = \omega_2. \quad (10-75)$$

Сопоставляя в этом предположении сходящийся и расходящийся, а также внешний цилиндрический насадки, имеем

$$(h_f)_{сх} < (h_f)_{ц} < (h_f)_{расх}. \quad (10-76)$$

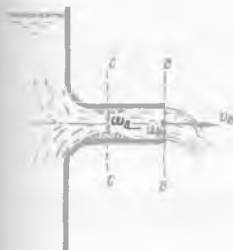


Рис. 10-20. Насадок со скругленной входной кромкой



Рис. 10-21. Конические насадки

поскольку потеря напора определяется степенью расширения струи в насадке; как и ниже, индексы «сх», «ц», «расх» указывают на то, что рассматриваемая величина относится или к сходящемуся, или к цилиндрическому, или к расходящемуся насадку.

Учитывая (10-76), можем утверждать, что при одинаковых значениях напора H для всех рассматриваемых насадков (напор H см., например, на рис. 10-15) будем иметь соотношение

$$v_{сх} > v_{ц} > v_{расх}. \quad (10-77)$$

Действительно, легко видеть, что для расходящегося насадка в связи с неравенством (10-76) возвышение напорной линии (построенной для насадка) над центром выходного сечения $в-в$ (равное, как известно, величине скоростного напора в сечении $в-в$) будет наименьшим, а следовательно, и скорость $v_{расх}$ будет также наименьшей.

Поскольку скорость истечения жидкости из насадка выражается зависимостью типа (10-38), то ясно, что¹

$$\Phi_{сх} > \Phi_{ц} > \Phi_{расх}. \quad (10-78)$$



Рис. 10-22. Комбинированный насадок

¹ Что касается величин $\zeta_{сх}$, $\zeta_{ц}$ и $\zeta_{расх}$, то, учитывая то обстоятельство, что величина Φ выражается через ζ формулой типа (10-39), можем утверждать, сообразуясь дополнительно с соотношением (10-78), что $\zeta_{сх} < \zeta_{ц} < \zeta_{расх}$.

Отсюда видно, что при желании получить возможно большие скорости истечения из насадка следует устраивать сходящийся насадок.

Наряду с соотношением (10-77) можно написать

$$\omega_{\text{сх}} < \omega_{\text{ц}} < \omega_{\text{расх}} \quad (10-79)$$

($\omega_{\text{сх}}$ и $\omega_{\text{расх}}$ указаны на чертеже).

Расход жидкости

$$Q = v\omega,$$

причем для скоростей v имеем неравенство (10-77), а для площадей живых сечений ω — неравенство (10-79).

Дополнительные исследования показывают, что¹

$$Q_{\text{сх}} < Q_{\text{ц}} < Q_{\text{расх}}; \quad (10-80)$$

поэтому, чтобы получить возможно больший расход, следует применять сходящийся насадок.

3°. Комбинированный насадок. С точки зрения увеличения расхода особенно выгодна комбинация коноидального насадка $a-b$ с расширяющимся насадком $b-в$ (рис. 10-22). Здесь благодаря скруглению входных кромок мы добиваемся снижения потерь напора, а следовательно, увеличения скоростей в выходном сечении $в-в$.

В. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИИ И НАСАДКОВ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ

§ 10-10. ИСТЕЧЕНИЕ В АТМОСФЕРУ ИЛИ ПОД ПОСТОЯННЫМ УРОВНЕМ ЖИДКОСТИ

Представим на рис. 10-23 сосуд, наполненный жидкостью до уровня $1-1$. Введем обозначения:

Ω — площадь горизонтального сечения сосуда; в общем случае, когда сосуд нецилиндрический,

$$\Omega = f_1(H); \quad (10-81)$$

Q — расход жидкости, вытекающей через отверстие (или насадок),

$$Q = \mu_0 \omega \sqrt{2gH} = f_2(H); \quad (10-82)$$

Q_n — расход жидкости, поступающей в сосуд; вообще расход Q_n может изменяться с течением времени t :

$$Q_n = f(t), \quad (10-83)$$

Рис. 10-23. Истечение жидкости в атмосферу при переменном напоре

однако здесь ограничимся рассмотрением только частного случая, когда $Q_n = \text{const}$.
Если $Q_n > Q$, то сосуд будет напол-

¹ Пренебрегая потерями напора, для схем на рис. 10-21 получаем согласно уравнению Бериулли: $(v_{\text{макс}})_{\text{макс}} = \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right] H$.

Как видно, в случае расходящегося насадка вакуум в сечении оказывается большим, чем в случае сходящегося насадка. Учтя теперь формулы (10-70), можем утверждать справедливость неравенства (10-80).

няться и уровень жидкости в нем должен подниматься до тех пор, пока не получим равенство $Q_n = Q$.

Если $Q_n < Q$, то уровень жидкости в сосуде будет опускаться, пока не получим такое H , при котором $Q_n = Q$.

Рассмотрим случай, когда $Q_n < Q$, и найдем время t , в течение которого горизонт жидкости 1-1 опустится до положения 2-2. При решении этой задачи рассуждаем следующим образом. За бесконечно малый отрезок времени dt из сосуда вытекает объем жидкости

$$Q dt = \mu_0 \omega \sqrt{2gH} dt. \quad (10-84)$$

За этот же отрезок времени dt в сосуд поступает объем жидкости

$$Q_n dt. \quad (10-85)$$

Изменение объема жидкости в сосуде (dV) можно представить двумя разными зависимостями:

с одной стороны,

$$dV = Q_n dt - \mu_0 \omega \sqrt{2gH} dt, \quad (10-86)$$

с другой же стороны,

$$dV = \Omega dH, \quad (10-87)$$

где объем ΩdH показан на чертеже штриховкой.¹

Приравняв правые части зависимостей (10-86) и (10-87), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$Q_n dt - \mu_0 \omega \sqrt{2gH} dt = \Omega dH. \quad (10-88)$$

Разделив переменные, вместо (10-88) имеем

$$dt = \frac{\Omega}{Q_n - \mu_0 \omega \sqrt{2gH}} dH. \quad (10-89)$$

Наконец, интегрируя (10-89) в пределах от H_1 до H_2 , получаем искомое время:

$$t = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega}{Q_n - \mu_0 \omega \sqrt{2gH}} dH = \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega}{\mu_0 \omega \sqrt{2gH} - Q_n} dH. \quad (10-90)$$

В общем случае, когда $\Omega \neq \text{const}$ (сосуд исцилиндрический), величина t по формуле (10-90) может быть вычислена методом конечных разностей.

В частном случае, когда $Q_n = 0$ и $\Omega = \text{const}$ (сосуд цилиндрический), зависимость (10-90) упрощается и получает вид:²

$$t = \frac{\Omega}{\mu_0 \omega \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{dH}{\sqrt{H}} = 2 \frac{\Omega}{\mu_0 \omega \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (10-91)$$



Рис. 10-24. Истечение жидкости под уровень при переменном напоре

¹ При спорожнении сосуда, которое мы здесь рассматриваем, величина dH отрицательна; величина (10-86) также имеет отрицательное значение.

² Вынося μ_0 за интеграл, имеем в виду, что μ_0 не зависит от H (что для случая истечения воды, когда получаем большие числа Рейнольдса, и имеет место).

Время t_0 полного опорожнения сосуда до уровня 3-3 (при $Q_n = 0$ и $\Omega = \text{const}$) получится, если в (10-91) подставим $H_2 = 0$:

$$t_0 = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu_{0\omega}\sqrt{2g}} = \frac{2\Omega H_1}{\mu_{0\omega}\sqrt{2g}H_1} = 2 \frac{\Omega H_1}{Q_1} = 2t', \quad (10-92)$$

где Q_1 — расход жидкости при H_1 ; t' — время полного опорожнения сосуда, если предположить, что из сосуда в течение всего периода опорожнения вытекает постоянный расход жидкости, равный Q_1 (а не переменный расход Q , изменяющийся от Q_1 до нуля, что имеет место в действительности).

При рассмотрении истечения жидкости не в атмосферу, как это было в случае, описанном выше, а под уровень (рис. 10-24) расчетные формулы получаются те же, что и выше; однако в этих формулах под величиной H следует понимать не заглубление центра отверстия под уровнем жидкости в левом сосуде, а разность Z уровней жидкости в сосудах.

§ 10-11. ИСТЕЧЕНИЕ ПОД ПЕРЕМЕННЫЙ УРОВЕНЬ ПРИ ПОСТОЯННОМ УРОВНЕ ЖИДКОСТИ В СОСУДЕ. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Рассматривая не опорожнение сосуда, а наполнение сосуда, в который жидкость поступает из другого сосуда (рис. 10-25), расчетную формулу в результате аналогичных рассуждений (см § 10-10) получаем того же вида, что и выше:

$$t = \frac{2\Omega}{\mu_{n\omega}\sqrt{2g}} (\sqrt{Z_1} - \sqrt{Z_2}), \quad (10-93)$$

где Ω — площадь горизонтального сечения наполняемого сосуда ($\Omega = \text{const}$); величины Z_1 и Z_2 показаны на чертеже.

В заключение приведем отдельные замечания.



Рис. 10-25. Истечение жидкости под переменный уровень

1. В практике встречаются случаи, когда при истечении жидкости из отверстия оба уровня жидкости (и верховой, и низовой) оказываются переменными. Такого рода задачи решаются аналогично задачам, поясненным выше; однако окончательные расчетные формулы здесь более сложны.

2. С расчетами, поясненными выше, приходится сталкиваться, например, при подсчете времени наполнения и опорожнения камер судоходных шлюзов, а также водохранилищ. В случае водохранилищ $\Omega \neq \text{const}$, в связи с чем задача расчета несколько усложняется.

3. При наполнении и опорожении различных водоемов (водохранилищ, шлюзовых камер и т.п.) имеет место неустановившееся движение воды. Вместе с тем при описанных выше расчетах мы пользовались обычным уравнением Бернулли, не учитывающим локальные силы инерции [как известно формула (10-82) получается из этого уравнения]. Такое допущение часто бывает вполне приемлемым, так как рассматриваемый случай неустановившегося движения обычно характеризуется пренебрежимо малой величиной локальных сил инерции (в связи с тем, что движение жидкости здесь является медленно изменяющимся). Впрочем, в некоторых случаях при расчетах наполнения камер судоходных шлюзов приходится учитывать локальные силы инерции воды.

Г. СВОБОДНЫЕ СТРУИ

§ 10-12. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СВОБОДНЫХ СТРУЯХ

Свободной струей жидкости называется поток, не ограниченный твердыми стенками. Различают затопленные и незатопленные свободные струи.

Затопленной свободной струей жидкости называется струя, окруженная жидкостью. Примером затопленной струи может являться водяная струя, выпускаемая в воду, например для взмучивания отложившихся наносов и т. п.



Рис. 10-26. Схема затопленной свободной турбулентной струи

Незатопленной свободной струей жидкости называется струя, окруженная газом, в частности воздушной средой. К незатопленным свободным струям относятся водяные струи, выпускаемые в воздушное пространство: пожарные, фонтанные струи, получаемые при помощи дождевальных аппаратов и гидромониторов, и т. п.

Свободные струи могут быть ламинарными и турбулентными. В практике чаще приходится иметь дело с турбулентными струями (затопленными и незатопленными). Ниже, не излагая имеющейся теории свободных турбулентных струй, приведем только некоторые общие сведения из этой области, а также поясним наиболее важные расчетные зависимости, относящиеся к затопленным турбулентным струям.

1°. **Затопленная свободная турбулентная струя.** Струя, попадая в массу окружающей ее жидкости, постепенно расширяется и в конечном счете рассеивается в жидкости (рис. 10-26). Рассматривая такую струю, мы должны различать ее границу, т. е. поверхность раздела, отделяющую саму струю от окружающей ее жидкости.

В отношении этой поверхности раздела и тех явлений, которые происходят в районе, окружающем ее, следует иметь в виду все то, что говорилось ранее в § 4-7 и 4-14. В связи с наличием поперечных по отношению к поверхности раздела пульсационных скоростей будет происходить постоянный обмен частицами жидкости между струей и окружающей ее средой. Сама среда, окружающая струю, должна рассматриваться как вихреватая (вальвовая, циркуляционная) область (см. § 4-14) с постепенно затухающими — по мере

удаления от струи — отдельными водоворотами. Такую водоворотную зону, разумеется, можно себе представить (используя модель Рейнольдса-Буссинеска) соответствующими линиями тока, относящимися к осредненному потоку. Напомним, что осредненное движение жидкости в водоворотных областях, как было указано, обуславливается поперечной диффузией механической энергии.

Опишем¹ структуру затопленной свободной струи (рис. 10-26). Начало струи совпадает с выходным сечением трубы или насадка. Это выходное сечение называют здесь начальным сечением струи. На протяжении от начального сечения до так называемого переходного сечения имеется ядро струи, или ядро постоянных скоростей (где скорости по длине потока считаются постоянными). Во всех точках этой области скорости можно считать одинаковыми (равными u_0). Как показывает опыт, ядро ограничено с боков практически прямыми линиями. Эти прямые линии отделяют ядро от окружающего его так называемого турбулентного струйного пограничного слоя, в пределах которого скорости изменяются, как показано на рис. 10-26.

В переходном сечении, где заканчивается «размыв» ядра постоянных скоростей, обе части струйного пограничного слоя сливаются. Если до переходного сечения скорость по оси струи постоянна, то, начиная от переходного сечения, эта скорость вдоль оси потока падает.

Участок струи между выходным и переходным сечениями называется начальным участком струи. Остальная часть струи (за переходным сечением) называется основным участком.

Считают, что внешние границы струйного турбулентного пограничного слоя очерчены прямыми линиями, проходящими через кромки насадка. Точка O пересечения этих прямых называется полюсом струи.

Соответствующие исследования показали, что размеры эпюры осредненных скоростей, построенных для плоских живых сечений струи, связаны между собой относительно простыми зависимостями. Эти же исследования привели также к выводу, что в случае равномерной эпюры скоростей в выходном сечении гидродинамическое давление в струе практически равно давлению в окружающей среде.

Практический интерес представляют следующие величины, определяющие изучаемую струю: расстояние x_0 , дающее положение полюса струи; длина x_n начального участка; угол α , равный половине угла расхождения прямолинейных лучей, ограничивающих струю; радиус R_{tr} или полувысота δ_{tr} струи на заданном расстоянии x от выходной кромки отверстия и, наконец, скорость на оси основного участка струи $u_{\text{макс}}$.

Все эти величины для круглых и плоских струй могут быть найдены по формулам, полученным Г. Н. Абрамовичем (см. табл. 10-1, в которой через R_0 обозначен радиус насадка, через δ_0 — полувысота прямоугольного отверстия, из которого выходит струя; через u_0 — скорость истечения из отверстия, определяемая по данным, приведенным выше). В эти формулы входит только один экспериментальный коэффициент a , называемый коэффициентом структуры; он учитывает структуру потока в выходном сечении.

2°. Незатопленные свободные турбулентные струи. Ограничимся рассмотрением водяной струи круглого поперечного сечения в воздушном пространстве.

Соответствующие исследования показывают, что в общем случае струя может быть разбита на три характерные части: компактную, частично раздробленную и распыленную (рис. 10-27).

¹ Ниже приводим описание только упрощенной схемы этой струи (которой часто руководствуются в практике).

Формулы для определения параметров свободной струи

Параметр свободной струи	Круглая струя	Плоская струя
Расстояние от начального сечения до погоса струи .	$x_0 = \frac{0,29}{a} R_0$	$x_0 = \frac{0,41}{a} \delta_0$
Длина начального участка	$x_n = \frac{0,67}{a} R_0$	$x_n = \frac{1,03}{a} \delta_0$
Тангенс угла, равного половине угла расширения струи	$\operatorname{tg} \alpha = 3,4a$	$\operatorname{tg} \alpha = 2,4a$
Половина высоты струи на расстоянии x от начального сечения .	$R_{\text{тр}} = \left(3,4 \frac{ax}{R_0} + 1 \right) R_0$	$\delta_{\text{тр}} = \left(2,4 \frac{ax}{\delta_0} + 1 \right) \delta_0$
Скорость на оси основного участка струи .	$u_{\text{макс}} = \frac{0,96}{\frac{ax}{R_0} + 0,29} u_0$	$u_{\text{макс}} = \frac{1,2}{\sqrt{\frac{ax}{\delta_0} + 0,41}} u_0$
Коэффициент структуры .	$a \approx 0,08$	$a \approx 0,09 \div 0,12$

В пределах компактной части еще сохраняется цилиндрическая форма струи, причем сплошность движения жидкости оказывается не нарушенной.

В пределах частично раздробленной части струи сплошность потока нарушается, причем струя постепенно расширяется.

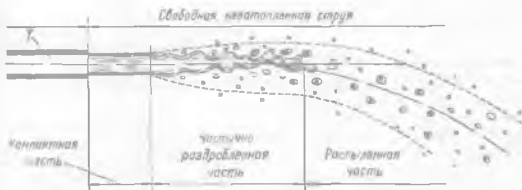


Рис. 10-27. Схема неаэрированной свободной струи
Т — труба

Наконец, в пределах распыленной части струи происходит окончательный распад потока на отдельные капли.

Разрушение компактной струи на протяжении второго и третьего ее участков объясняется аэрацией струи. Аэрация же обуславливается турбулентным обменом через границу струн между воздушной и водной средами.

В практике предъявляют различные требования к струям разного назначения.

Например, пожарная струя должна иметь большие радиусы действия и ударную силу. Струя, применяемая для размыва грунта (гидромониторная струя), должна иметь сильно развитую компактную часть. Наоборот, струи дождевых аппаратов (применяемых для орошения земель) иногда должны иметь достаточно развитую распыленную часть. Распыление струи достигается устройством специальных насадков (распылителей). С целью получения наиболее развитой компактной части применяют также особые насадки.

В специальных курсах подробно изучается вопрос об указании струяк. В курсах водоснабжения даются специальные формулы, позволяющие найти «дальность полета» вертикальных и наклонных пожарных струй; в курсе гидромеханизации приводятся эмпирические зависимости для длины компактной части струи; наконец, в курсах инженерной мелиорации подробно изучается вопрос о проектировании дождевальных струй.

МАТЕРИАЛЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО РАСЧЕТУ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

Задачи

№ 1. На рис. 10-28 представлена бетонная плотина, в теле которой имеется круглая водоспускная труба. Истечение из этой трубы происходит в атмосферу.

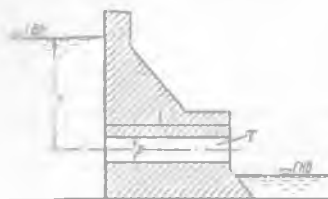


Рис. 10-28. К задаче № 1

тала как насадок Вентури соблюдается

Согласно (10-65) наибольший вакуум в трубе

$$(h_{\text{вак}})_{\text{макс}} = 0,80H = 0,80 \cdot 9,0 = 7,2 \text{ м.}$$

Этот вакуум оказывается меньше допустимого:

$$7,2 \text{ м} < 8,0 \text{ м,}$$

т. е. 2-е условие (10-68), необходимое, чтобы напирная труба работала как насадок Вентури, также соблюдается. Имея в виду это обстоятельство, рассчитываем заданную трубу по формуле (10-41), относящейся к насадку Вентури:

$$Q = \mu_n \omega \sqrt{2gH},$$

причем коэффициент расхода μ_n в этой формуле принимаем, согласно зависимости (10-50)

$$\mu_n = 0,82.$$

Подставляя в приведенную формулу заданные величины, получаем:

Дано (обозначения см. на чертеже):
 $H = 9,0 \text{ м}; D = 2,0 \text{ м}; l = 10,0 \text{ м.}$

Требуется найти расход Q

Решение. С тем, чтобы выяснить, будет ли рассматриваемая труба работать как насадок Вентури, воспользуемся соотношениями (10-67) и (10-68).

$$3,5D = 3,5 \cdot 2,0 = 7,0 \text{ м.}$$

$$6D = 6 \cdot 2,0 = 12,0 \text{ м:}$$

как видно.

$$3,5D < l < 6D,$$

таким образом, 1-е условие (10-67), необходимое для того, чтобы труба рабо-

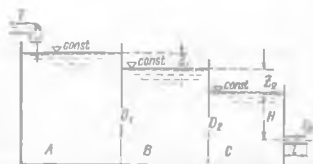


Рис. 10-29. К задаче № 2

$$Q = 0,82 \frac{3,14 \cdot 2,0^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,80 \cdot 9,0} = 34,2 \text{ м}^3/\text{с}.$$

№ 2. Вода по трубе T подается в резервуар A (рис. 10-29), откуда из сделанного в стенке отверстия диаметром D_1 перетекает в резервуар B . Далее через отверстие диаметром D_2 вода попадает в резервуар C и, наконец, вытекает в атмосферу через короткую трубу диаметром D_3 и длиной l .

Дано: $H = 1,0$ м; $D_1 = 30$ мм; $D_2 = 15$ мм; $D_3 = 20$ мм; $l = 9,0$ см.

Требуется найти: расход Q и перепады уровней Z_1 и Z_2 .

Ответ: $Q = 1140 \text{ см}^3/\text{с}$; $Z_1 = 34,5$ см; $Z_2 = 55,2$ см.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 10-1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. — М.: Физматгиз, 1960.
- 10-2. Агроскин И. И., Дмитриев Г. Т., Пикалов Ф. И. Гидравлика — М.: Госэнергоиздат, 1964.
- 10-3. Качановский Б. Д. Гидравлика судоходных шлюзов. — М.—Л.: Речиздат, 1951.
- 10-4. Позднеев М. В. Противопожарное водоснабжение. — Л.—М.: Изд. Наркомхоза РСФСР, 1940.
- 10-5. Тер-Степанов Г. А. Гидромониторные работы. — М.: Стройвоенмориздат, 1948.
- 10-6. Френкель Н. З. Гидравлика. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956.

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ

ВОДОСЛИВЫ

§ 11-1. ТЕРМИНОЛОГИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ ВОДОСЛИВОВ

Представим на рис. 11-1, например, некоторый канал, прегражденный поперек стенкой. Вода, скопившись перед такой стенкой, переливается через нее или через порог выреза, сделанного в этой стенке.

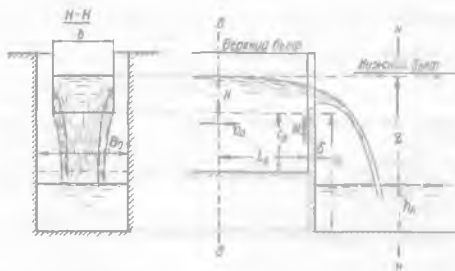


Рис. 11-1. Истечение через водослив с тонкой стенкой (неподтопленный водослив)

Водосливом называется безапорное отверстие (водосливное отверстие) — вырез, сделанный в гребне стенки, через который протекает вода. Часть