III BOB
TEXNIK GIDRODINAMIKA ASOSLARI

3.1. GIDRODINAMIK VA GIDROMEXANIK BOSIMLAR

Texnik gidrodinamika masalalarining umumiy qo‘yilishi

Suyuqlik oqimining harkatini o‘rganishda asosan ikki xil masalaga duch kelishimiz mumkin:

1) Tashqi masala, ya’ni oqim parametrlari ma’lum bo‘lib, suyuqlik aylanib oqib o‘tayotgan, qattiq jismga ta’sir etayotgan kuchni aniqlash kerak bo‘ladi, bu *tashqi masala* deyiladi;
2) Suyuqlikka ta’sir etayotgan kuchlar ma’lum bo‘lib (hususan hajmiy kuchlar, masalan og‘irlik kuchi), oqimning *gidrodinamik xarakteristikasini* aniqlash ta’lab qilindi. Bu *ichki masala* deyiladi.

Oqimning gidrodinamik xarakteristikasi tarkibiga suyuqlik zarrachasi *tezligi* u va bizga oldingi mavzudan ma’lum bo‘lgan bundan keyin *gidrodinamik bosim* deb ataluvchi kattalik *r* kiradi. Oxirgi kattalikni bu nom bilan atalishiga sabab, endi bu kattalik gidrostatik bosim bilan birga, harakat hisobiga paydo bo‘ladigan bosimni ham o‘ziga oladi.

«Gidrodinamik bosim» tushunchasi gidrodinamikada asosiy tushunchalardan biri hisoblanadi.

Gidrodinamik bosim. Bizga ma’lumki, suyuqlik harakatlanishi natijasida unda τ urinma kuchlanishlarni hosil qiluvchi ishqalanish kuchlari paydo bo‘ladi. Shuning uchun harakatlanayotgan suyuqlikning *M* nuqtasidagi kuchlanganlik holati ellipsoid shaklida bo‘lsa, gidrostatikadagi «shar shaklidagi kuchlanish» (3.1, *b*-rasm) ko‘rinishida emas, balki uch o‘lchamli holatda, ikki o‘lchamli holatda esa ellips shaklidagi kuchlanganlik ko‘rinishida (3.1, *a*-rasm) ifodalanadi.

Shu mulohazaga asosan ta’kidlash mumkinki, σ_n– kuchlanishning vertkal tashkil etuvchisi kattaligi real holatdagi harakat vaqtida ta’sir etayotgan yo‘nalishiga ham bog‘liqdir.

Demak, gidrodinamikada ta’sir maydoniga qarab, bu kattalik qiymati har hil bo‘ladi. Shu bilan birga, gidrodinamikada masalalar yechimini soddalashtirish maqsadida, “nuqtadagi gidrodinamik bosim” – *r* degan tushuncha kiritilgan. Shartli ravishda nuqtadagi gidrodinamik bosim skalyar deb hisoblanib, ta’sir etayotgan maydon joylashishiga bog‘liq emas deb qabul qilinadi va uch o‘lchamli

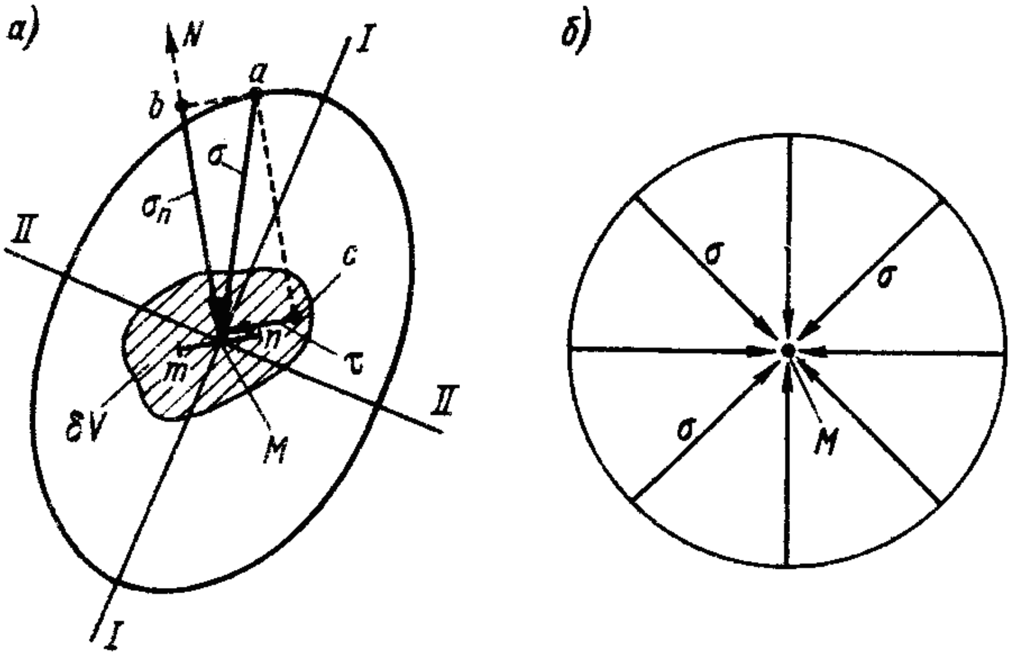
$$p = \frac{1}{3}\left(|\sigma_1| + |\sigma_2| + |\sigma_3|\right). \qquad (3.1')$$

Ikki o‘lchamli tekislik

$$p = \frac{1}{2}\left(|\sigma_1| + |\sigma_2|\right), \qquad (3.1'')$$

ko‘rinishda aniqlanadi, bunda $|\sigma_1|$, $|\sigma_2|$, $|\sigma_3|$ – kuchlanishlar modulining mos kattaliklari.

Yuqoridagiga asoslanib, ta’kidlash mumkinki, gidrodinamik bosim gidrostatik bosimdan farqli o‘laroq, harakatlanayotgan suyuqlik bosimining o‘rtacha taqribiy qiymatini ko‘rsatadi.



3.1-rasm. To‘liq muhitda berilgan *m* nuqtadagi kuchlanish

a) kuchlanishlar ellipsi;

b) kuchlanishlarning sharsimon yuzasi

Texnik gidrodinamika masalasining umumiy quyilishi. Suyuqlik oqimining asosiy gidrodinamik xarakteristikasi sifatida *r* – gidrodinamik bosimning skalyar kattaligi va zarracha harakat tezligining (u) vektor kattaligini ko‘rsatish mumkin. Suyuqlik harakatlanayotgan muhitning turli qo‘zg‘almas nuqtalarida bosim turli qiymatlarga ega bo‘lishi bilan birgalikda, vaqtning turli qiymatlarida ihtiyoriy qo‘zg‘almas nuqtada bu kattalik turli qiymatlarga ega bo‘lishi mumkin. Ya’ni:

$$\begin{cases} p = f_1(x, y, z, t); \\ u_x = f_2(x, y, z, t); \\ u_y = f_3(x, y, z, t); \\ u_z = f_4(x, y, z, t). \end{cases} \qquad (3.2)$$

bunda, u_x, u_y, u_z– tezlikning dekart koordinatalar sistemasidagi proektsiyalari.

Ma’lum bir t_1 – vaqtdagi f_1, f_2, f_3, f_4 funktsiyalar qiymatini bilish orqali bosimning skalyar maydoni va tezlikning vektor maydoni haqida ma’lumot olish imkoniyatini beradi. Shuning uchun matematik gidrodinamikada r va u kattaliklarni bilish asosiy masala hisoblanadi.

Masalaning bunday quyilishida f_1, f_2, f_3, f_4 funktsiyalar qiymatini hisoblash shu darajada qiyin masalaki, hatto real suyuqlikni ideal suyuqlik deb faraz qilinganda ham, masalani hal qilib bo‘lmaydi. Qolaversa amaliyotda bu masalani nihoyatda yuqori darajadagi aniqlikda hisoblashga ehtiyoj bo‘lmaydi.

Shu sababli texnik gidrodinamikada (3.2) ifodadan foydalanilmasdan, gidravlik usuldan keng foydalaniladi. Gidravlik usul yordamida harakatlanayotgan suyuqlik joylashgan muhitning ixtiyoriy qo‘zg‘almas nuqtasidagi bosimni va tezlikni aniqlash oqimning ayrim o‘rtacha va integral xarakteristikalariga asoslangan. Shu usulga asoslanib tuzilgan asosiy tenglamalar quyidagilardir:

- harakatlanayotgan suyuqlikning siqilmaslik va uzluksizlik gidravlik tenglamasi (ayrim hollarda suyuqlik sarfining saqlanishi tenglamasi deyiladi);
- real holatdagi «butun oqim» uchun solishtirma kinetik energiyaning saqlanishi (Bernulli) gidravlik tenglamasi;
- real holatdagi suyuqlik uchun harakatlar miqdori gidravlik tenglamasi;
- suyuqlikning harakatida paydo bo‘ladigan ishqalanish kuchlarining miqdorini baholash uchun empirik va yarim empirik ifodalar (Darsi va Veysbax ifodalari)dan foydalaniladi.

Tenglamalarning hadlarini aniqlab, ularning yordamida gidravlik xodisalarni tahlil qilish natijasida suyuqliklar mexanikasiga oid nihoyatda qiyin amaliy muammolarni hal qilish mumkin bo‘lgan texnik nazariyani yaratish mumkin. Lekin ayrim masalalarning yechimini topishda bu usullarni suyuqliklarning matematik mexanikasi bilan birgalikda qo‘llanilishini ham ta’kidlashimiz kerak.

Gidrodinamikaning ikki xil masalasi. Suyuqlikning harakati bilan tanishganda, asosan, yuqorida ta'kidlangan ikki xil masalani yechimini topishga to'g'ri kelishi mumkin:

- tashqi masala, ya'ni, suyuqlik oqimi ma'lum bo'lib, suyuqlikning o'zi aylanib oqib o'tayotgan qattiq jismga ta'siri;
- ichki masala, suyuqlikka ta'sir etayotgan kuchlar (hajmiy, masalan, og'irlik kuchi) berilgan bo'lib, oqimning gidrodinamik xarakteristikasi – bosim, tezlik va xokazolarni topish.

Yuqorida qayd etilgan tenglama va formulalarni keltirib chiqarishga va ularni tahlil qilib, o'rganishga kirishishdan oldin suyuqliklar kinematikasiga oid boshlang'ich tushunchalar bilan tanishamiz.

3.2. SUYUQLIK HARAKATINI KUZATISHNING ASOSIY ANALITIK USULLARI

Suyuqlik harakatini kuzatishning asosan ikki asosiy analitik usuli mavjud:

Lagranjusuli. Harakatlanayotgan suyuqlikda *K* sohani ajratib olib (3.2-rasm), qo'zg'almas *0x* va *0z* koordinata o'qlarini belgilaymiz. Boshlang'ich vaqtda o'rganilayotgan sohaning kirish chegarasida joylashgan M_1, M_2, M_3 harakatlanayotgan zarrachalarni ko'rib chiqamiz. Ularning boshlang'ich koordinatalarini x_0 va z_0 deb belgilab olamiz.

Bu har bir *M* zarracha uchun quyidagi ifoda o'rinlidir:

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(x_0, z_0, t) \\ z &= f_2(x_0, z_0, t) \end{aligned}\right\} \qquad (3.3)$$

Bu ifodalar yordamida har qanday belgilangan zarracha traektoriyasini aniqlashimiz mumkin. Endi zarrachaning *dt* vaqtda bosib o'tgan *dl* masofasini topib olishimiz mumkin. Bundan ixtiyoriy nuqtadagi tezlikni topishimiz mumkin. Belgilab olingan sohani bosib o'tayotgan zarrachani bosib o'tish uchun ketayotgan *t* vaqt davomida kuzatishimiz mumkin.

Lagranj fikriga asosan, zarrachalar traektoriyalarining umumlashgan ko‘rinishi orqali oqimni o‘rganish mumkin. Ta’kidlash kerakki, *x* va *z* lar suyuqlik zarrachasining o‘zgaruvchan koordinatalari bo‘lib, *dx* va *dz* kattaliklar *dl* kattalik proektsiyalari sifatida qaralishi mumkin.

Demak,

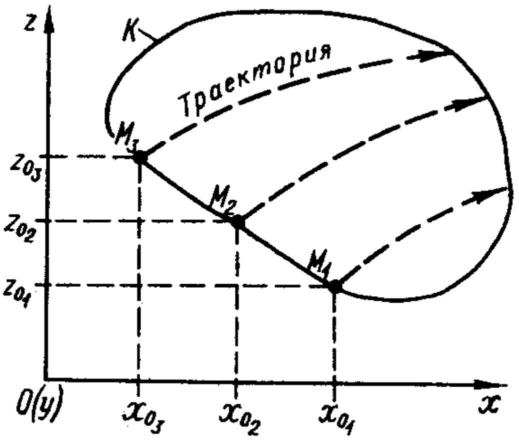
$$u_x = \frac{dx}{dt}; \quad u_z = \frac{dz}{dt}. \qquad (3.4)$$

Eyler usuli. Faraz qilaylik, harakatlanayotgan suyuqlik bilan muhitning bir bo‘lagini ajratib olish mumkin. Bu bo‘lakka dekart koordinatalar sistemasiga joylashtirib, unda *1, 2, 3, ...* nuqtalarni tanlab olamiz. Bunda *x, z* – Lagranj usulidagi kabi, zarracha koordinatalari emas, balki, muhitning qo‘zg‘almas nuqtalaridir (3.3-rasm). t_1 vaqt oralig‘ini kuzatadigan bo‘lsak, *1* nuqtada u_1 (t_1), *2* nuqtada u_2 (t_2) va xokazo tezliklarga ega bo‘lgan zarrachalar mavjud bo‘ladi.

Ko‘rinib turibdiki, t_1 vaqtda oqim – tezlik vektori maydonlari ko‘rinishida ifodalanib, har qaysi vektorga ma’lum qo‘zg‘almas nuqta mos keladi. Ikkinchi boshqa vaqt oralig‘ida *1, 2, 3,...* nuqtalar uchun u_1 (t_2), u_2 (t_2), u_3 (t_2) va xokazo tezliklar maydoniga ega bo‘lamiz.

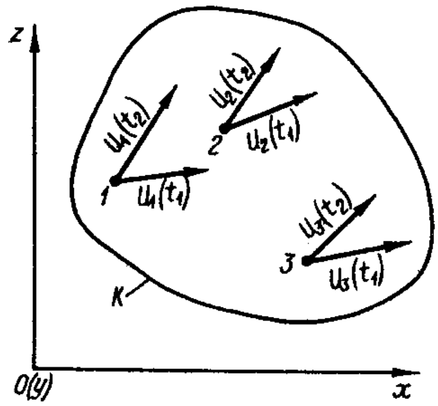
Umuman, xulosa qilib aytishimiz mumkinki, oqim ma’lum vaqt oralig‘ida muhitning qo‘zg‘almas nuqtalaridagi zarrachalarining tezlik maydonlari bilan ifodalanadi. t_1 va t_2 vaqt oraliqlariga mos keluvchi tezlik maydonlarini o‘zaro taqqoslash bilan aytish mumkinki, oqim vaqt o‘tishi bilan o‘zgaradi.

Yuqorida ta’kidlanganidek, oqim Eyler usuliga asosan, muhitning qo‘zg‘almas nuqtalariga mos tezlik vektorlari maydoni bilan ifodalanganligi sababli, *dx* va *dz* kattaliklarni *dl* kattalikning proektsiyalari sifatida qarash mumkin emas, balki, *x* va *z*koordinatalarning oddiy erkin o‘zgarishi sifatida qabul qilinishi mumkin. Shu sababli (3.4) ifodani bunday vaziyatda qo‘llab bo‘lmaydi.



3.2-rasm. Lagranj usulining tasviri

$M_1, M_2, M_3, ...$ – suyuqlik zarrachalari



3.3-rasm. Eyler usulining tasviri

1, 2, 3, ... – muhitning qo‘zg‘almas nuqtalari

Suyuqlik harakatini tadqiq qilishning gidravlikada qo‘llaniladigan usuli. Lagranj usuli o‘ziga xos murrakkabligi sababli amaliyotda keng qo‘llanilmaydi. Bundan keyin asosan, Eyler usulidan foydalanamiz. Bunda biz, suyuqlik zarrachasi harakatini ko‘rilayotgan nuqtadan o‘tgunga qadar bo‘lgan dt vaqt davomida kuzatamiz. Masalani bunday quyilishida muhitning har qanday nuqtasida joylashgan zarracha dt vaqt davomida tashkil etuvchilari dx va dz bo‘lgan dl masofani bosib o‘tadi, deb qabul qilishimiz mumkin. Shu sababli, u_x va u_z tezlik tashkil etuvchilarini aniqlash uchun (3.4) ifodadan foydalanish mumkin.

Lagranj koordinatalaridan Eyler koordinatalariga o‘tish: Bizga ma’lumki,Lagranj usuliga asosan suyuqlik harakati quyidagi sistema bilan aniqlanadi:

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(x_0, z_0, t) \\ z &= f_2(x_0, z_0, t) \end{aligned}\right\}$$

Tezliklarni esa $u_x = f_3(x_0,\ z_0,\ t)$; $u_z = f_4(x_0,\ z_0,\ t)$ ko‘rinishda ifodalash mumkin, oxirgi ikki ifodani (t) vaqt bo‘yicha differentsiallaymiz:

$$u_x = \left[\frac{\partial x}{\partial t}\right] = \left[\frac{\partial\left(f_3\left(x_{0,} z_0, t\right)\right)}{\partial t}\right] = \phi_3\left(x_0, y_0 t\right),$$

$$u_z = \left[\frac{\partial z}{\partial t}\right]\left[\left(\frac{\partial\left(f_4\left(x_0, z_0, t\right)\right)}{\partial t}\right)\right] = \phi_4\left(x_0, y_0, t\right)$$

Bu tenglamalarni $\left(x_0, z_0\right)$ ga nisbatan yechib, boshlang‘ich koordinatalarni tashlab yuborsak, $x_0 = \phi_3\left(x_{0,} z_0\right)$; $y_0 = \phi_4\left(x_0, z_0\right)$.

Endi tezlik proektsiyalarini yozamiz:

$$u_x = \phi_3\left(x_0, z_0, t\right) = \phi_3\left(\phi_1, \phi_2, t\right), \quad u_z = \phi_4\left(x_0, z_0, t\right) = \phi_4\left(\phi_1, \phi_2, t\right)$$

bunda, ϕ_1, ϕ_2 kattaliklar *x* va *z* funktsiyalar koordinatalaridir.

Shu sababli,

$$\phi_3 = F(x, z, t), \ \phi_4 = F(x, z, t)$$

demak,

$$\phi_3 = F(x, z, t), \ \phi_4 = F(x, z, t).$$

Olingan tenglamalar suyuqlik harakatining Eyler koordinatalari bo‘yicha ko‘rinishidir.

3.3. IDEAL HOLATDAGI SUYUQLIKLAR HARAKATINING DIFFERENTSIAL TENGLAMASI (Eyler tenglamasi)

Gidrostatika bo‘limini o‘rganish jarayonida birlik massaga nisbatan olingan suyuqlikning nisbiy tinch holati uchun differentsial tenglama bilan tanishgan edik. Agar bu tenglamaga Dalamber ta’limotiga asosan, suyuqlikning birlik massasiga nisbati olingan inertsiya kuchini ifodalovchi hadni kiritsak, ideal suyuqlik harakatining differentsial tenglamasini olishimiz mumkin. Inertsiya kuchini birlik massaga nisbatan qiymatini *I* deb, tashkil etuvchilarini esa I_x, I_y, I_z deb belgilab olamiz.

$$I_x = -1\frac{du_x}{dt}; \quad I_y = -1\frac{du_y}{dt}; \quad I_z = -1\frac{du_z}{dt}, \qquad (3.5)$$

bunda, $\frac{du_x}{dt}$, $\frac{du_y}{dt}$, $\frac{du_z}{dt}$ kattaliklar – tezlanishning tashkil etuvchilari.

Inertsiya kuchi tezlanishga nisbatan teskari yo‘nalganligi sababli (3.5) ifodalar oldida manfiy ishora qatnashmoqda. (2.15) tenglamaga suyuq parallelepipedning inertsiya kuchini *0x*, *0y*, *0z* o‘qlarga nisbatan proektsiyalarini ρ $(dx, dy, dz)I_x$, ρ $(dx, dy, dz)I_y$, ρ $(dx, dy, dz)I_z$ko‘rinishda (2.16) tenglamaga qo‘ysak, quyidagini yozish mumkin:

$$\left.\begin{aligned} \phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt} \\ \phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt} \\ \phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad (3.6)$$

Bu tenglamalar *Eyler tenglamalari* deyiladi.

(3.2) ifodani hisobga olib yozishimiz mumkin:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial t} \qquad (3.7)$$

Eyler usuli uchun (3.2) ifodani hisobga olib va (3.4) ifodani nazarda tutib, Eyler tenglamasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\left.\begin{aligned} \phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial t} \\ \phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \\ \phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial t} \end{aligned}\right\} \qquad (3.8)$$

Bu tenglamani harakatdagi chiziqqa urinmaga proektsiyalari uchun quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\phi_s - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{du}{dt}$$

bunda, ϕ_s – hajmiy kuchlar tezlanishining urinma yo‘nalishiga proektsiyasi; $\frac{du}{ds}$ – urinma tezlanish.

Tenglamaning yoyilgan shakldagi ko‘rinishini yozamiz:

$$\phi_s - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial s}\frac{ds}{dt}$$

yoki

$$\phi_s - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2}\right) = \frac{\partial u}{\partial t}$$

Umuman, to‘liq harakatda massa kuchlaridan faqat og‘irlik kuchi qolib, inertsiya va koriolis kuchlari nolga aylanib ketadi.

(3.8) tenglamalar sistemasidagi noma’lumlarga e’tiborni qaratsak, massa kuchlari asosan ma’lum deb qaralib, zichlik bundan buyon doimiy va ma’lum kattalikka ega deb olinadi. Shu sababli, bu tenglamalar sistemasida to‘rt noma’lum qatnashmoqda: $\rho,\ u_x,\ u_y,\ u_z$.

Demak bu sistemani yechish uchun bitta tenglama yetishmaydi, bu tenglama sifatida uzluksizlik tenglamasining differentsial ko‘rinishini olish mumkin:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Ta’kidlashimiz mumkinki, bu tenglamalarning birgalikdagi integrallanishi orqali siqilmas suyuqliklarning harakat masalasi o‘z yechimini topishi mumkin:

$$\left.\begin{aligned}
\phi_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}&=u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}+\frac{\partial u_x}{\partial t}\\
\phi_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}&=u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}+\frac{\partial u_y}{\partial t}\\
\phi_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}&=u_x\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial t}\\
\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}&=0
\end{aligned}\right\}$$

(3.8) sistemaga kiruvchi tezlik proektsiyalarining xususiy hosilalaridan quyidagilari to‘g‘ri yoki bo‘ylama hisoblanadi:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x};\qquad \frac{\partial u_y}{\partial y};\qquad \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

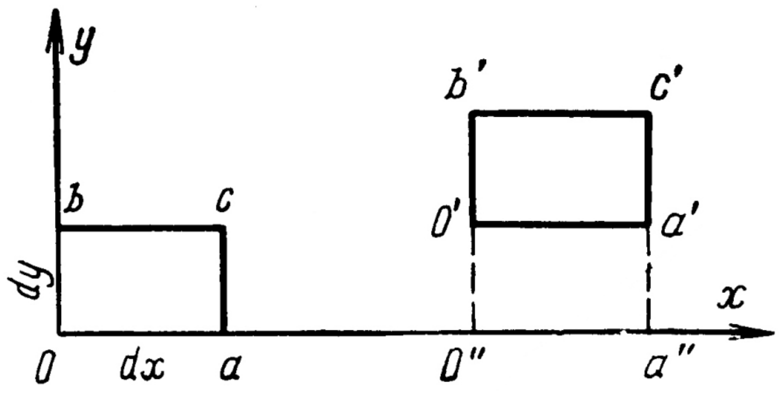
Qolgan 6 ta had esa

$$\frac{\partial u_x}{\partial y},\ \frac{\partial u_x}{\partial z},\ \frac{\partial u_y}{\partial x},\ \frac{\partial u_y}{\partial z},\ \frac{\partial u_z}{\partial x},\ \frac{\partial u_z}{\partial y}$$

egri yoki ko‘ndalang hususiy hosilalar hisoblanadi.

To‘g‘ri hususiy hosilalarning *fizik ma’nosini* birinchi $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ had misolida talqin qilamiz (3.4-rasm).

Faraz qilaylik, dx, dz o‘lchamli 0-*a*-*b*-*c* elementar suyuqlik hajmi ma’lum bir dt vaqt davomida,ya’ni $t+dt$ vaqtda 0'-*a*'-*b*'-*c*' vaziyatga ko‘chib o‘tdi. Endi harakat o‘rganilayotgan vaqt oralig‘ida 0*x* o‘qi yo‘nalishida 0-*a* kesma uzunligi qanchaga o‘zgarganligini aniqlaymiz.



3.4-rasm.

Albatta, rasmdan ko‘rinib turibdiki, bu o‘zgarish 0 va *a* nuqtalarning qaralayotgan vaqt oralig‘ida bosib o‘tgan masofalari farqiga teng.

dt vaqt oralig‘ida 0 nuqta $u_x dt$ masofani bosib o‘tgan bo‘lsa, bu vaqtda *a* nuqta $\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx\right) dt$ masofani bosib o‘tadi. Bu masofalar farqi (ds) ni aniqlaymiz:

$$ds = \left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx\right) dt - u_x dt = \frac{\partial u_x}{\partial x} dx dt$$

Demak, bu kattalik 0-*a* kesmaning qaralayotgan elementar vaqt davomidagi 0*x* o‘qi yo‘nalishida o‘zgarishi yoki *deformatsiyalanishi* bo‘ladi. Bu elementar vaqt oralig‘ida u $\frac{ds}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$ kattalikka kichik bo‘ladi. Bu masofaning 0*x* o‘qi yo‘nalishida nisbiy o‘zgarishini yozamiz:

$$\frac{\frac{ds}{dt}}{dx} = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial x} dx}{dx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

Demak, $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ to‘g‘ri xususiy hosila 0-*a* qirraning 0*x* o‘qi yo‘nalishida nisbiy cho‘zilish yoki qisqarish tezligini ko‘rsatadi. Buni 0*x* o‘qi yo‘nalishida 0-*a* qirraning chiziqli deformatsiyasi sifatida qabul qilishimiz mumkin.

Tenglama tarkibidagi $\frac{\partial u_x}{\partial y}$, $\frac{\partial u_x}{\partial z}$, $\frac{\partial u_y}{\partial x}$, $\frac{\partial u_y}{\partial z}$, $\frac{\partial u_z}{\partial y}$, $\frac{\partial u_z}{\partial x}$ kattaliklar egri xususiy hosilalar deb yuritiladi.

Egri yoki ko‘ndalang hususiy hosilalarning fizik ma’nolarini $\frac{\partial u_z}{\partial x}$ hususiy hosilasi misolida ko‘rib chiqamiz.

x o‘qda *ab* bo‘lakni olamiz (3.5-rasm), bu bo‘lak *a* va *b* suyuqlik zarrachalarini birlashtirib, ular orasidagi masofa *dx* ga teng. Bu bo‘lak *dt* vaqtda *a'b'* masofaga ko‘chib o‘tadi, shu bilan birgalikda *a* zarracha *aa'*masofani ham bosib o‘tadi:

$$\overline{a}\,\overline{a'} = u_z dt \tag{3.9}$$

b zarracha esa *bb'* masofani bosib o‘tadi.

$$\overline{b}\,\overline{b'} = u'_z dt = \left(u_z + \frac{\partial u_z}{\partial x}dx\right)dt \tag{3.10}$$

bunda, u_z, u'_z– zarrachalarning *z* o‘qi bo‘ylab harakati

$$u'_z = u_z + \frac{\partial u_z}{\partial x}dx \tag{3.11}$$

Demak, $\overline{a}\,\overline{a'} \neq \overline{b}\,\overline{b'}$ bo‘lganligi sababli, *dt* vaqtda *ab* bo‘lak nafaqat ilgarilanma, balki, y o‘qi atrofida ham aylanma harakat qiladi.

Demak,

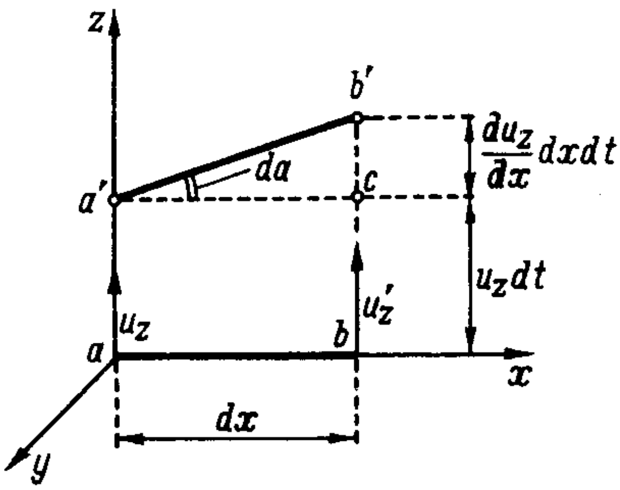
$$tg(d\alpha) = \frac{\overline{c}\,\overline{b'}}{a'c} = \frac{u'_z dt - u_z dt}{dx} = \frac{\frac{\partial u_z}{\partial x}dxdt}{dx} = \frac{\partial u_z}{\partial x}dt \tag{3.12}$$

bunda $d\alpha$ nihoyatda kichik bo‘lganligi uchun, $d\alpha = tgd\alpha$ deb qabul qilinadi:

$$d\alpha = \frac{\partial u_z}{\partial x} dt \qquad (3.13)$$

yoki

$$\frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{d\alpha}{dt} \qquad (3.14)$$



3.5-rasm. *ab* – bo‘lakning aylanishi

Bundan xulosa qilish mumkinki, ko‘rilayotgan xususiy hosila *ab* bo‘lakning *u* o‘qi atrofida aylanish tezligini beradi.

Quyidagi xususiy hosila haqida ham xuddi shunday mulohaza yuritish mumkin:

$$\frac{\partial u_x}{\partial y}, \ \frac{\partial u_x}{\partial z}, \ \frac{\partial u_y}{\partial x}, \ \frac{\partial u_y}{\partial z}, \ \frac{\partial u_z}{\partial y} \qquad (3.15)$$

Bunda birinchi ikki xad *yx* tekislikda (z o‘qqa nisbatan) burchak tezlikni anglatsa, keyingi ikkitasi *yz* tekislikda *x* o‘qqa nisbatan burchak tezlikni, keyingi ikkitasi esa *xz* tekislikda *y* o‘qqa nisbatan burchak tezligini beradi.

3.4. SUYUQLIK HARAKATINING UCH ASOSIY KO‘RINISHI. BURAMA (VIXRLI) VA NOBURAMA (VIXRSIZ) HARAKATLAR

A qattiq jismni olib, uning ixtiyoriy *a* va *b* nuqtalarini tanlab olamiz (3.6, *a*-rasm) va ularni to‘g‘ri chiziq orqali birlashtiramiz. Harakat davomida chiziq o‘z uzunligini o‘zgartirmaydi, shu sababli har qanday qattiq jismning harakatini ikki xil harakat yig‘indisidan iborat deb qabul qilish mumkin:

- ilgarilanma harakat, *ab* chiziq o‘z yo‘nalishini saqlab qoladi.
- aylanma harakat, *ab* chiziq *a* nuqtaga nisbatan aylanadi.

Suyuqlik harakatlanayotganda esa *ab* chiziq uzunligi o‘zgaruvchan bo‘ladi. Harakatlanayotgan suyuqlik shakli ham o‘zgaruvchan bo‘ladi. Xuddi shu holatlar suyuqlik harkatini ancha murakkablashtiradi. Umuman, elementar hajmdagi suyuqlik harakatini uch xil harakat yig‘indisi shaklida qarash mumkin:

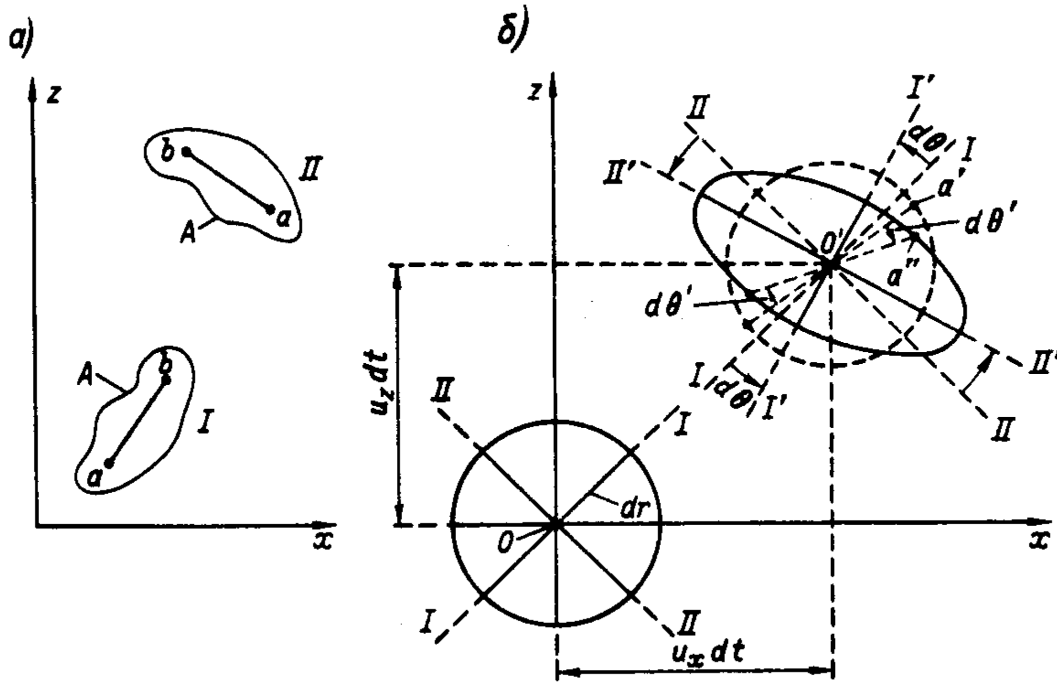
- ilgarilanma;
- aylanma;
- deformatsion harakatlar.

3.6, *b*-rasmda ifodalangan *dr* radiusdagi elementar hajmning *dt* vaqt ichida *0* nuqtadan *0′* nuqtagacha harakatini ko‘rib, uchta harakatni kuzatishimiz mumkin:

- ilgarilanma harakat yordamida *0* nuqta *0′* nuqtaga *dt* vaqtda o‘tadi;
- aylanma harakat yordamida I-I va II-II deformatsiya o‘qlari *ab* bo‘lak uzunligi o‘zgarmagan holda $d\theta$ burchakka buriladi;
- deformatsion harakatda esa bu o‘qlar qo‘shimcha $d\theta$ burchakka burilishi bilan birgalikda uzunligini ham o‘zgartiradi (qisqaradi va uzayadi) (3.6, *b*-rasm).

Suyuqlikning bunday uch tomonlama harakati Gelmgolts tomonidan birinchi bo‘lib tadqiq etilgan.

Umuman, suyuqlik harakatini shartli ravishda ilgarilanma, aylanma va o‘z shaklini vaqt davomida o‘zgartirib turuvchi zarrachalar to‘plamidan iborat deb qabul qilish mumkin. Aylanma harakatni o‘rganishga chuqurroq to‘xtalamiz. Oniy o‘q atrofida zarracha harakatining burchak tezligini Ω va uning tashkil etuvchilarini Ω_x, Ω_y, Ω_z deb belgilab olamiz. Endi bu tashkil etuvchilarga mos keluvchi shartlarni belgilab olamiz. Shu maqsadda, to‘g‘ri prizma shaklidagi *abc* elementar hajmni (3.7-rasm) tanlab olamiz, *cab* burchak bissektrisasini *aA* deb, *abc* hajmni bosh deformatsiya o‘qi deb belgilaymiz.



3.6-rasm. Hajmli suyuqlik harakatining turlari:

a) qattiq jism harakatining ikki turi;

b) suyuqlik elementar hajmi harakatining uch turi

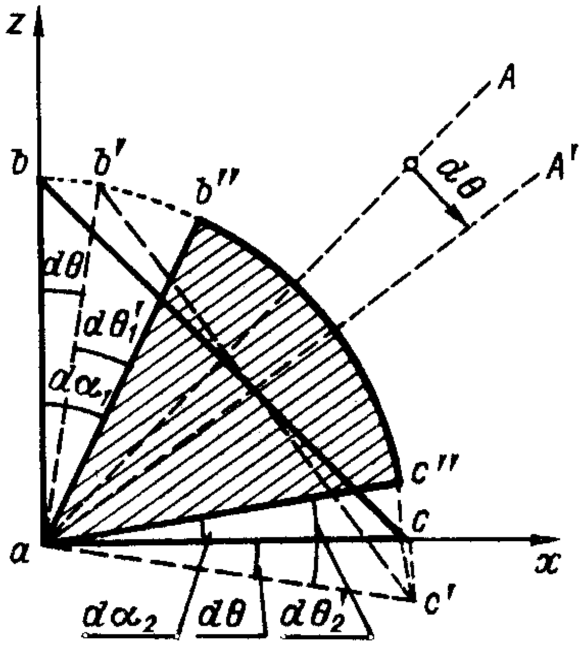
Ilgarilanma harakat yo‘q, faqat aylanma va deformatsion harakat mavjud deb faraz qilamiz. *abc* hajm harakatlanganda *a* nuqta o‘zining boshlang‘ich vaziyatini o‘zgartirmasdan *dt* vaqtda quyidagi o‘zgarishlar bo‘lishi mumkin:

- *aA* bissektrisa $d\theta$ burchakka burilib aA' vaziyatga ega bo‘lib, *abc* hajm $ab'c'$ ga o‘zgaradi;
- deformatsiya natijasida $ab''c''$ hajmni qabul qiladi. Bunda ya’ni, deformatsiya jarayonida aA'bissektrisa o‘z yo‘nalishini saqlab qoladi, buralmaydi,yani *s'ab'*va*c"ab"* burchaklar bissektrisalari ustma-ust tushishi kerak.

Buni hisobga olgan holda quyidagilarni yozish mumkin:

$$\begin{aligned} d\theta_1' &= d\theta_2' \\ d\alpha_1 - d\theta &= d\alpha_2 - d\theta \\ d\theta &= \frac{1}{2}\left(d\alpha_1 - d\alpha_2\right) \end{aligned} \qquad (3.16)$$

bunda, $d\alpha_1$va $d\alpha_2$ – *ab* va *ac* bo‘laklarning burilish burchaklari (3.7-rasm).



3.7-rasm. Elementar hajmli suyuqlikning aylanishi va deformatsiyalanishi

(3.16) sistemadagi uchinchi tenglamani *dt* vaqtga bo‘lib, $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$ *abc* elementar suyuqlik hajmining *aA* bosh deformatsiya o‘qi atrofida *y* nuqtaga nisbatan o‘rtacha burchak tezligini aniqlaymiz.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{d\alpha_1}{dt} - \frac{d\alpha_2}{dt}\right); \qquad (3.17)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega_Y \qquad (3.18)$$

$$\frac{d\alpha_2}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial x} \text{ va } \frac{d\alpha_1}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial z} \qquad (3.19)$$

(3.18) va (3.19) ifodalarni (3.17) ga quyib, Ω_u ning oxirgi ko‘rinishiga ega bo‘lamiz, qolgan tashkil etuvchilarni ham shu tarzda olamiz:

$$
\begin{cases}
\Omega_x = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_z}{\partial y} - \dfrac{\partial u_y}{\partial z}\right) \\
\Omega_y = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial z} - \dfrac{\partial u_z}{\partial x}\right) \\
\Omega_z = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial x} - \dfrac{\partial u_x}{\partial y}\right)
\end{cases}
\tag{3.20}
$$

Burchak tezlik – (Ω) ning indekslari *x, y, z* – shu o‘qlar yoki shu o‘qlarga parallel o‘qlar atrofidagi aylanishni ko‘rsatadi. Ω_x, Ω_u, Ω_z tashkil etuvchilarining geometrik yig‘indisi Ω kattalikni berib, bu kattalik oniy o‘qqa nisbatan ko‘rilayotgan elementar suyuqlikning aylanma harakatini xarakterlaydi.

Vixrli (burama) va vixrsiz (noburama) harakatlar. Tezliklar komponentlaridan xususiy hosilani hisoblab, (3.20) ifodaga qo‘ysak, burchak tezlik tashkil etuvchilarini nolga tengligini ko‘ramiz. Bunday xususiy holat – ilgarilanma va deformatsion harakatlar majmui bilan xarakterlanadi. Bunda suyuqlikning elementar hajmi cheksiz kichik masofani bosib o‘tganda, o‘zining oniy o‘qiga nisbatan harakatlanmaydi. Shu sababli, ikki xil harakat bo‘lishi mumkin:

- elementar hajmning bosh deformatsion o‘qi nihoyatda cheksiz kichik masofada faqat ilgarilanma harakat qilsa, bunday harakat *noburama (vixrsiz) harakat* deyiladi.
- agar harakatda $\Omega \neq 0$ bo‘lsa, ya’ni bosh deformatsion o‘q, cheksiz kichik masofaga o‘tishda aylansa, *burama (vixrli) harakat* deyiladi.

3.5. TEZLIK POTENTSIALI. SUYUQLIKNING POTYENSIAL HARAKATI

Yuqorida ta’kidlaganimizdek, harakatlanayotgan suyuqlik joylashgan muhitni tezlik vektorlari maydoni sifatida qarash mumkin. Bu maydon potentsial, ya'ni, φ (x,y,z) funktsiyaga mos keluvchi va quyidagi xossaga ega bo'lgan xususiy holat bilan tanishamiz.

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = u_x; \ \frac{\partial\varphi}{\partial y} = u_y; \ \frac{\partial\varphi}{\partial z} = u_z \qquad (3.21)$$

Birinchi tenglamani u ga nisbatan, ikkinchisini x ga nisbatan differentsiallaymiz:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} = \frac{\partial u_x}{\partial y}; \ \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x} \qquad (3.22)$$

bu ifodalarni o'zaro ayirsak:

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0 \qquad (3.23)$$

xuddi shu tarzda:

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} = 0; \ \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} = 0 \qquad (3.24)$$

(3.23) va (3.24) ifodalarni (3.20) tenglamaga qo'ysak,

$$\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0$$

Bu tenglamalarni quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y}; \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x}; \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial z}$$

Bu tezliklar komponentlari bilan bog'liq funktsiyani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$u_x dx + u_y dy + u_z dz = -d\Phi$$

Demak, quyidagi to'liq differentsialni yozishimiz mumkin:

$$d\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}dx + \frac{\partial\Phi}{\partial y}dy + \frac{\partial\Phi}{\partial z}dz$$

bulardan,

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial x} = u_x; \ -\frac{\partial\Phi}{\partial y} = u_y; \ -\frac{\partial\Phi}{\partial z} = u_z$$

Bu shartlarni qanoatlantiruvchi funktsiya *tezlik potentsiali*deb yuritiladi. Tezlik potentsialini beqaror harakatda ham qarab chiqishimiz mumkin. Bunda vaqt va harakat har bir alohida harakat momenti uchun qaraladi. Tezlik potentsiali va uning ikkinchi hosilasi uzlukziz hisoblanadi. Uning ikkinchi hosilasi differentsiallash darajasiga bog‘liq emas, ya’ni

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x};$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u_x}{\partial y};$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial y} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial z} = \frac{\partial u_y}{\partial z}.$$

Demak, vixrsiz harakatda tezlik – potentsialga ega, shu sababli harakatni potentsial deb ataymiz.

Agar suyuqlik oqimi bilan to‘la muhitning barcha nuqtalarida bir xil tezlik potentsiali mavjud bo‘lsa, bunday sirtlar *teng potentsiallar sirti* deb yuritiladi,ya’ni:

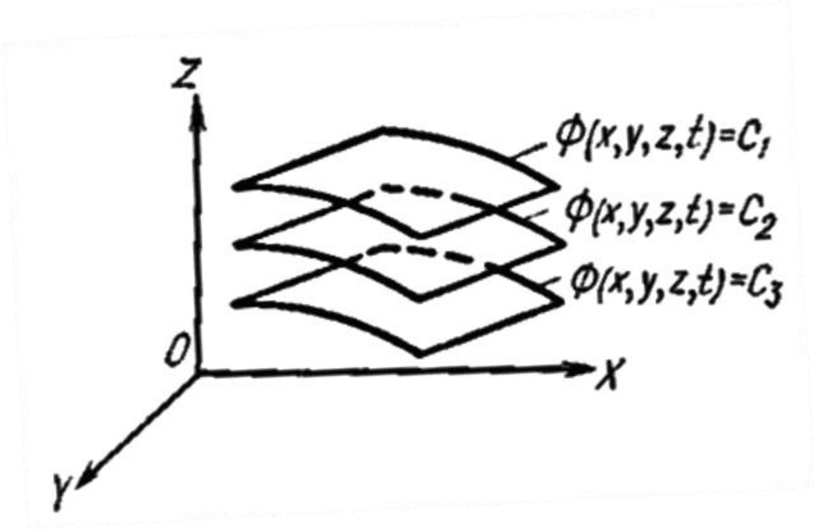
$$\Phi(x, y, z, t) = const = C;$$

$$d\Phi = 0.$$

Tekis potentsiallar sirti tenglamasini yozamiz:

$$u_x dx + u_y dy + u_z dz = 0$$

Turli teng potentsiallar sirti, turli doimiy $C(C_1, C_2 .... C_n)$ lar bilan xarakterlanadi (3.8-rasm).



3.8-rasm Turli teng potentsiallar sirti

u tezlikni potentsial tezlik orqali yozamiz:

$$u = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2}$$

Tezlik potentsiali siqilmas suyuqlikning uzluksizlik tengamasini ham qanoatlantirishi kerakligi sababli, uni bu tenglamaga yozib quyidagiga ega bo‘lamiz:

Uzluksizlik tenglamasini differentsial ko‘rinishi quyidagi ko‘rinishga ega, lekin uni keyingi mavzularda keltirib chiqaramiz:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Bu tenglama *Laplas tenglamasi* deb yuritiladi. Laplas tenglamasini qanoatlantiruvchi funktsiyalar *garmonik funktsiyalar* deb yuritiladi.

Biz yuqorida ta’kidlaganimizdek, biror bir suyulikli muhitda harakatni tasvirlashimiz uchun bu muhitning barcha nuqtalaridagi suyuqlik zarrachalari tezliklari tashkil etuvchilarini va bosimni bilishimiz kerak, buning uchun to‘rtta tenglamaga ega bo‘lishimiz lozim. Laplas tenglamasi barcha mana shu to‘rt tenglamani o‘z tarkibiga oladi. Bu tenglamani yechish orqali berilgan shartlarga mos keluvchi potentsial harakatni to‘liq tasvirlaymiz. Laplas tenglamasi chiziqli bo‘lganligi sababli, uning ikkita hususiy yechimi tenglamaning yechimi hisoblanadi.

Bundan xulosa qilish mumkinki, agar qaralayotgan tezlik maydonlari potentsial funktsiyaga ega bo‘lsa, ya’ni potentsial bo‘lsa, suyuqlik zarrachalarining deformatsion bosh o‘qining aylanish burchak tezliklari nolga teng bo‘lib, *vixrsiz harakat mavjud* bo‘ladi.

Demak, suyuqlikning vixrsiz harakati doimo potentsialdir. Potentsial harakat bo‘lgan holatda (3.25) funktsiyaga tashkil etuvchilari mos keluvchi va ma’lum boshlang‘ich hamda chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi φ funktsiyani topishga to‘g‘ri keladi. Agar vixrli harakat o‘rganilganda bundan tashqari vaqt va koordinataga bog‘liq yana ikki funktsiyani topishga to‘g‘ri kelishini hisobga olsak, vixrsiz harakat nisbatan ancha osonroq masalaligiga ishonch hosil qilish mumkin.

Ta’kidlash lozimki, tabiatda yoki texnikada suyuqlikning potentsial harakati deyarli uchramaydi. Lekin, ayrim masalalarda harakatlanayotgan suyuqlikli sohada vixrsiz harakat mavjud deb qaraladi. Masalan, suyuqlik qattiq jismni aylanib o‘tayotganda uni ikki qatlamdan iborat deb o‘rganiladi. Qattiq jism yaqinidagi qatlam chegaraviy – laminar qatlam va tashqi qatlam. Bu qatlamda yopishqoqlik kuchlari inobatga olinmasdan, u potentsial qatlam deb qaraladi. Yoki suv o‘tkazgichlar ustidan va harakatlanuvchi to‘siqlar ostidan katta tezlikda o‘tadigan oqimchalar ham potentsial qatlam deb qaraladi.

3.6. EYLER TENGLAMASINING POTENTSIALGA EGA BO‘LGAN HAJMIY KUCHLARNING VIXR (BURAMA)LARI KOMPONENTLARI FUNKTSIYASI UCHUN KO‘RINISHI – EYLER-LYAMB-GROMEKO TENGLAMALARI

Eyler tenglamasi har ikkala harakat uchun o‘rinli ekanligini e’tirof etgan holda uni vixli va vixrsiz harakat uchun alohida qo‘llash bu harakatlar o‘rtasidagi farqni nafaqat kinematika nuqtai nazaridan, balki energetik nuqtai nazaridan aniqlash imkonini berishini ta’kidlash lozim. Shuning uchun tenglamani vixr bor yoki yo‘qligini ko‘rsatuvchi shaklga keltirish maqsadga muvofiqdir. (3.8) tenglamalar sistemasidagi birinchi tenglamani yozamiz:

$$\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

Endi bu tenglamaga $\frac{\partial u_x}{\partial y}$, $\frac{\partial u_x}{\partial z}$ hadlar o‘rniga, ularning (3.20) ifodadagi qiymatlarini qo‘yamiz:

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x} - 2\Omega_z \text{ va } \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x} - 2\Omega_y$$

Bu vaziyatni hisobga olsak, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}u_x + \frac{\partial u_y}{\partial x}u_y + \frac{\partial u_z}{\partial x}u_z\right) + 2\left(u_z\Omega_y - u_y\Omega_z\right) =$$

$$= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right) + 2\left(u_z\Omega_y - u_y\Omega_z\right)$$

bunda $u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$ ekanligi bizga malum.

Xuddi shu tarzda boshqa tenglamalarni yozib olamiz,u holda Eyler tenglamasining ko‘rinishini yozamiz:

$$\left.\begin{aligned}
\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right) + 2\left(u_z\Omega_y - u_y\Omega_z\right);\\
\phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right) + 2\left(u_x\Omega_z - u_z\Omega_x\right);\\
\phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right) + 2\left(u_y\Omega_x - u_x\Omega_y\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (3.25)$$

Tenglamalar sistemasining bu ko‘rinishi bir-biridan bexabar holda ingliz olimi Lyamb va 1881 yilda Rossiyaning Qozon unversiteti professori I.S.Gromeko tomonidan o‘zining “Siqilmas suyuqliklarning harakatining ayrim holatlari” maqolasida keltirib chiqarilgan. Shu sababli, bu tenglamalar sistemasini haqli ravishda Eyler-Lyamb-Gromeko tenglamalari sistemasi deb yuritish mumkin.

Faraz qilaylik, massa kuchlari tezlanishlari shunday kattalikka egaki, ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z parametrlar ma’lum bir *P=P* (*x*, *y*, *z*) funktsiyaning koordinatalar bo‘yicha hususiy hosilasi hisoblanadi. Nazariy mexanika kursidan ma’lumki, bu funktsiya potentsial energiya deb atalib, kuch funktsiyasining teskari ishora bilan olingan qiymatiga teng:

$$\phi_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}; \phi_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y}; \phi_z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z};$$

Shunga mos ravishda:

$$-d\Pi = \phi_x dx + \phi_y dy + \phi_z dz$$

Bu munosabatni (3.25) sistema uchun yozamiz:

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right) = \frac{\partial u_x}{\partial t} + 2\left(u_z\Omega_y - u_y\Omega_z\right)$$

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial y} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right) = \frac{\partial u_y}{\partial t} + 2\left(u_x\Omega_z - u_z\Omega_x\right)$$

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial z} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right) = \frac{\partial u_z}{\partial t} + 2\left(u_y\Omega_x - u_x\Omega_y\right)$$

Bundan quyidagi munosabatni yozishimiz mumkin:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\Pi - \frac{p}{\rho} - \left(\frac{u^2}{2}\right)\right) = \frac{\partial u_x}{\partial t} + 2\left(u_z\Omega_y - u_y\Omega_z\right)$$

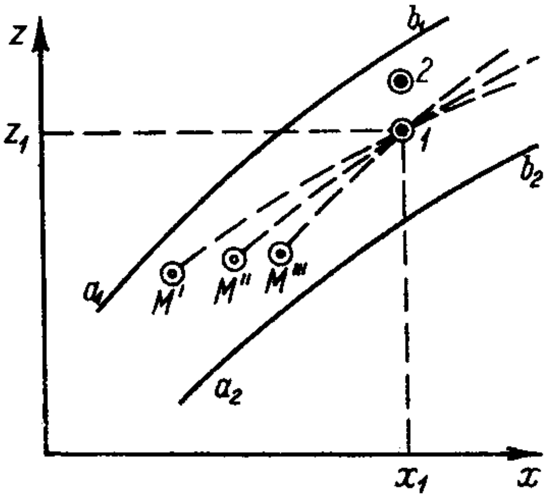
$$\frac{\partial}{\partial y}\left(-\Pi - \frac{p}{\rho} - \left(\frac{u^2}{2}\right)\right) = \frac{\partial u_y}{\partial t} + 2\left(u_x\Omega_z - u_z\Omega_x\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(-\Pi-\frac{p}{\rho}-\left(\frac{u^2}{2}\right)\right)=\frac{\partial u_z}{\partial t}+2\left(u_y\Omega_x-u_x\Omega_y\right)$$

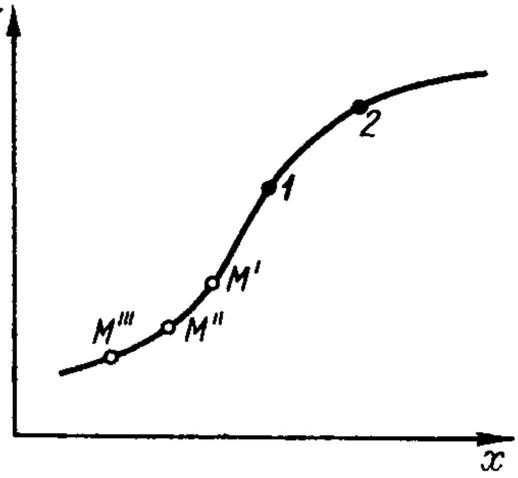
Olingan tenglamalar sistemasi potentsialga ega bulgan siqilmas suyuqlikka ta’sir etayotgan hajmiy kuchlarning vixr (burama)lari komponentlari funktsiyasi uchun *Eyler-Gromeko tenglamalari* deb ataladi.

3.7. SUYUQLIKNING BARQAROR VA BEQAROR HARAKATLARI

Bunday harakat turlari haqida tushuncha hosil qilishimiz uchun 3.9-rasmda ifodalangan a_1, $b_1$va a_2,$b_2$chiziqlar bilan chegaralangan suyuqlik oqimi bilan tanishamiz. Rasmda ifodalangan muhitda 1 qo‘zg‘almas nuqta tanlab, bu nuqta orqali bir necha suyuqlik zarrachalari (*M*)ning harakatini kuzatamiz.



3.9-rasm. Suyuqlik zarrachalarining beqaror harakati



3.10-rasm. Suyuqlikzarrachalarining barqaror harakati

Bu qo‘zg‘almas nuqtadan *t'*vaqtda *M'*zarracha, *t''* vaqtda *M''* zarracha va xokazolar mos ravishda *u', u'', ...* tezliklar bilan o‘tadi. Agar suyuqlik harakatlanayotganda muhitning biror nuqtasidagi tezlik vaqt davomida o‘zgarib tursa, bunday harakat *beqaror harakat* deyiladi. Shuning uchun beqaror harakat oqayotgan suyuqlik miqdorining o‘zgarishi bilan xarakterlanadi.

$$u = f_1(x,\ y,\ z,\ t) \qquad (3.26)$$

Suyuqlik harakati davomida, u harakatlanayotgan muhitning har bir nuqtasida tezlik vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmasa, bunday harakat *barqaror harakat* deyiladi, ya’ni,

$$u = f_1(x,\ y,\ z)$$

Barqaror harakatda oqayotgan suyuqlik miqdori vaqt davomida o‘zgrmasdan qoladi.

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = 0;\ \frac{\partial u_y}{\partial t} = 0;\ \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0$$

Bir qo‘zg‘almas nuqtadan o‘tayotgan *M* zarrachalarning harakat traektoriyalari ustma-ust tushadi (3.10-rasm) va vaqt davomida ular o‘zgaradi.

Beqaror harakatda ikki xil holat bo‘lishi mumkin:

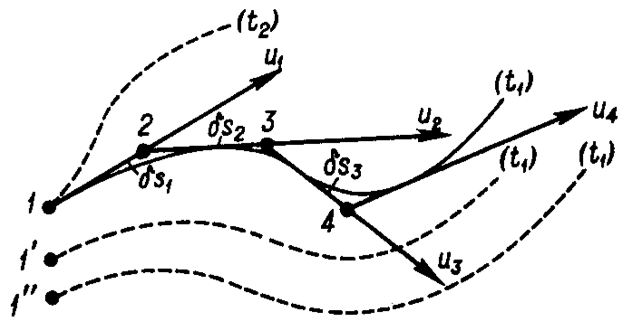
- alohida ayrim nuqtalarda tezlik sekin o‘zgarganligi sababli $\frac{\partial u_x}{\partial t}$, $\frac{\partial u_y}{\partial t}$ va $\frac{\partial u_z}{\partial t}$ hadlarni hisobga olmaslik mumkin, bunday holatdagi harakat *sekin o‘zgaruvchan harakat* deyiladi;
- alohida ayrim nuqtalarda tezlikni tez o‘zgarishi bilan kuzatiladigan harakat esa *tez o‘zgaruvchan harakat* deyiladi.

3.8. HARAKAT CHIZIG‘I VA ELEMENTAR OQIMCHALAR. SUYUQLIK OQIMI

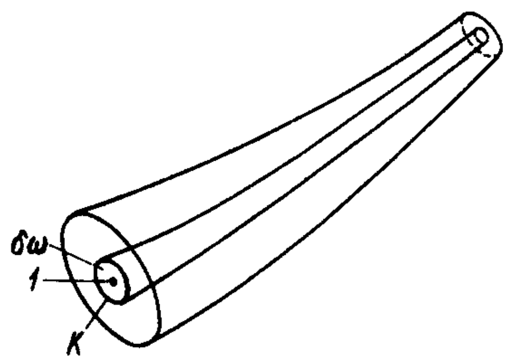
1. Barqaror va beqaror harakatlar bilan yuqoridagi mavzuda batafsil tanishdik:

Barqaror harakat. Oqimning bunday harakatida *oqim chizig‘i* – vaqt davomida o‘zgarmaydigan va suyuqlik zarrachalarining ketma-ket harakatlanganidagi traektoriyasi tushuniladi (3.10-rasm.), *M'''*–*M''*–*M'*–1–2 chiziq.

Beqaror harakat. Bunday harakatda suyuqlik harakatlanayotgan muhitning ixtiyoriy qo‘zg‘almas nuqtalaridan zarrachalarning tezlik vektorlariga o‘tkazilgan urinma chiziq – *oqim chizig‘i* deb ataladi (3.11-rasm).



3.11-rasm. Beqaror harakatdagi oqim chizig‘i



3.12-rasm. Oqim ichida ajratilgan oqimchalar to‘plami

Beqaror harakatda 1, 1′, 1″ nuqtalar orqali o‘tuvchi oqim chiziqlari harakatning oniy vaziyatini ko‘rsatadi.

Vaqt o‘zgarishi bilan bu vaziyat o‘zgarishi mumkin. Endi oqimning ichki qismida tanlab olingan ixtiyoriy 1 nuqta olib, uning atrofida $d\omega$ elementar yuza tanlaymiz va bu yuza orqali oqim chiziqlarini o‘tkazamiz. Xuddi mana shu chiziqlar bilan chegaralangan muhitni (3.12-rasm) *elementar oqimchalar* deb ataymiz. Bu elementar oqimchalarning o‘zandagi, butun harakatdagi kesim bo‘yicha umumiy miqdorini *oqim* deb ataymiz. Oqimning barqaror harakatida elementar oqimchalar quyidagi hususiyatlarga ega:

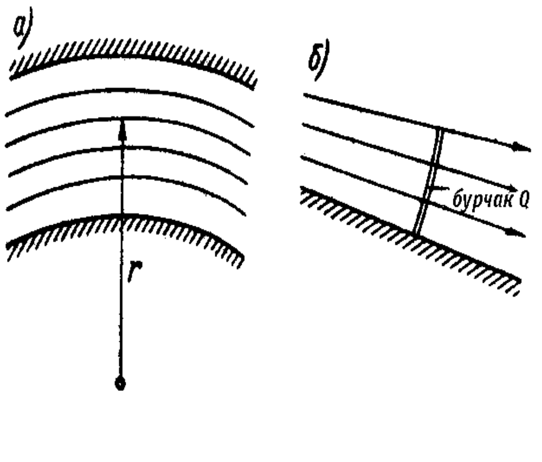
- oqimchalar chizig‘i barqaror harakatda vaqt davomida o‘zgarmas bo‘lganligi sababli, oqimchalar shakli ham o‘zgarmasdir;
- elementar oqimchalar oqim chiziqlari bilan chegaralangan bo‘lib (3.10-rasm), ular orqali suyuqlik zarrachalari sirpanib harakatlanganligi sababli, oqimchalar to‘plami ichiga tashqi tomondan zarrachalar kirmaydi va ichkaridagilari ham tashqariga chiqmaydi, shu sababli elementar oqimchalarni qalinlikka ega bo‘lmagan, suyuqlik o‘tkazmaydigan hamda vaqt oralig‘ida o‘zgarmaydigan devor bilan chegaralangan soha deb qarash mumkin;
- $d\omega$ – elementar yuza bo‘lganligi sababli, butun yuza bo‘ylab (u) tezlik va gidrodinamik bosim o‘zgarmas bo‘lib, uzunlik bo‘ylab o‘zgarishi mumkin.

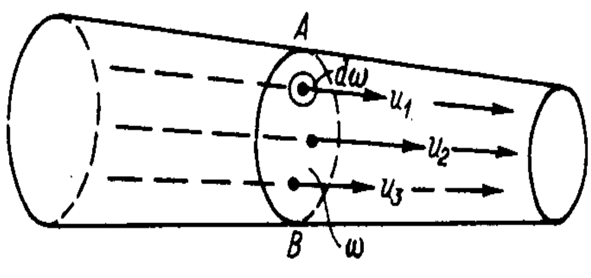
Suyuqlikning elementar oqimchalari birgalikda bir-birining ustida sirpanib harakatlanib, ma’lum bir masofalarni bosib o‘tishi jarayonida harakat chizig‘iga yaqinlasha boshlaydi, ya’ni harakatdagi kesim kichiklasha boshlaydi. Bunday tarzda harakatlanayotgan suyuqlik elementar oqimchalarining birgalikdagi, qattiq devorlar bilan chegaralanib harakatlanayotgan majmuasi – texnik gidrodinamika – gidravlikada *suyuqlik oqimi* deb yuritiladi.

3.9. SUYUQLIK OQIMINING TEKIS, PARALLEL CHIZIQLI, SEKIN O‘ZGARUVCHAN VA TEZ O‘ZGARUVCHAN HARAKATLARI. HARAKATDAGI KESIM, SARF VA O‘RTACHA TEZLIK. TEZLIK EPYURASI

Oqimning harakatidaoqim chiziqlarining to‘liq parallel ko‘rinishidagi xususiy holati*parallel chiziqli harakati* deyiladi. Lekin, amaliyotda ko‘pincha oqim chiziqlari parallelligi saqlanmaydi. Bunday harakatlarsekin o‘zgaruvchan vatez o‘zgaruvchan harakatlarga bo‘linadi.

Quyidagi ikki shartni qanoatlantiruvchi holatdagi oqimning harakati *sekin o‘zgaruvchan harakat* deyiladi.





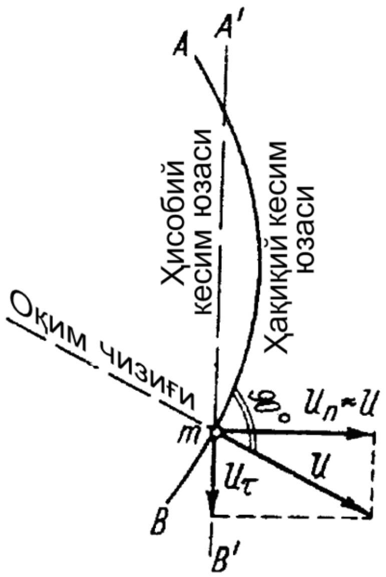
3.13-rasm. Suyuqlikning sekin va tez o‘zgaruvchan harakatiga doir

3.14-rasm. *A-V* ko‘ndalang kesim yuzasi

- r – oqim chizig‘ining egriligi nihoyatda katta qiymatga ega bo‘lishi kerak (3.13, *a*-rasm);
- ko‘rilayotgan oqimning oqim chiziqlari tashkil etgan (θ) burchagi nolga yaqin qiymatga yoki nolga teng bo‘lishi kerak (3.13, *b*-rasm). Bu ikkala shartdan ixtiyoriy biri bajarilmagan holatdagi suyuqlik harakati *tez o‘zgaruvchan harakat* deyiladi.

Harakatdagi kesim. Elementar oqimchalar to‘plamining oqim chiziqlariga perpendikulyar bo‘lgan (*AV*) yuza (3.14-rasm) *harakatdagi kesim* deb ataladi. Bu ω harfi bilan belgilanib, yuza o‘lchov birliklarida o‘lchanadi.

Tekis o‘zgarmas harakatda bu kesim tekis bo‘lib, tekis o‘zgaruvchan harakatda tekis ko‘rinishga o‘xshash shaklga ega bo‘ladi (3.15-rasm). Tekis o‘zgaruvchan oqimlarning hisobi bajarilganda, bu kesim tekis shaklda deb qabul qilinadi.



3.15-rasm. *A-V* kesimni tekis hisobiy *A'-V'* kesim bilan almashtirish

AV kesimda joylashgan *m* nuqtadagi zarracha tezlik u ni *A'B'* kesimga perpendikulyar u_n tashkil etuvchiga va *A'B'* kesimda yotuvchi u_n tashkil etuvchilarga ajratamiz. Bunda u_τ tezlik tashkil etuvchisi va uning tezlanishi w_τ ni hisobga olmasdan

$$u_n \approx u; \quad w_n \approx w$$

ko‘rinishda yozish mumkin.

Bunda w–m nuqtadagi tezlanish, w_n – yning *A'B'* yuzaga nisbatan proektsiyasi.

Suyuqlik sarfi. Harakatdagi kesimdan birlik vaqt oralig'ida o'tgan suyuqlik miqdori*suyuqlik sarfi* deyiladi. Bu kattalik Q harfi bilan belgilanib, quyidagi sarf o'lchov birliklarida o'lchanadi, m^3/s, dm^3/s, l/s.

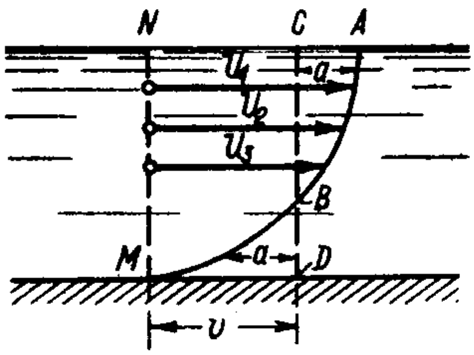
Harakatdagi kesimni elementar yuzasini $d\omega$ deb belgilab olsak, unda elementar sarfni quyidagicha yozib olish mumkin:

$$dQ = ud\omega \qquad (3.27)$$

Harakatdagi kesim bo'ylab, tezlik bir xil emasligini va (3.27) ifodani etiborga olib,

$$Q = \int_{\omega} ud\omega \qquad (3.28)$$

deb, yozish mumkin. Bunda integralω egri kesim yuzasi bo'ylab olinadi.



3.16-rasm. *u* tezlik epyurasi
(q. *AVMN*)
υ– o'rtacha tezlik

O'rtacha tezlik. Suyuqlik zarrachalarining tezliklari borasida so'z yuritganimizda harakatdagi kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi vaqtning oniy lahzasida harakatlanayotgan zarracha tezligi mavjud bo'ladi. Bu kattalik *mahalliy yoki aktual tezlik* deb yuritiladi. u'-harfi bilan belgilanadi.

Agar suyuqlik harakatlanayotgan o'zanning ixtiyoriy qo'zg'almas nuqtasidan turli vaqt oralig'ida o'tayotgan zarrachalar tezliklarining o'rtacha qiymati *o'rtalashtirilgan tezlik* deb yuritiladi va $\bar{u}$ harfi bilanbelgilanadi. Demak, o'rtalashtirilgan tezlik vaqt bo'yicha o'rtalashtirilgan tezlik deb qabul qilinishi mumkin. Bu o'rtalashtirilgan tezlikning harakatdagi kesim bo'ylab o'rtalashtirilgan qiymatini o'rtacha tezlik deb yuritamiz. Bu kattalik ma'lum bir ma'noda abstrakt, ya'ni mavhum kattalik bo'lib, υ harfi bilan belgilanadi. Yuqorida ta'kidlanganidek, tezlik harakatdagi kesimning turli nuqtalarida turlichadir (3.16-rasm).

$$u_1 \neq u_2 \neq u_3 \neq \ldots$$

Shu sababli o‘rtacha tezlik degan tushunchakiritiladi .

$$\upsilon = \frac{Q}{\omega} \text{ yoki } \upsilon = \frac{\int\limits_{\omega} u d\omega}{\omega} \tag{3.29}$$

Shunga asosan, sarf quyidagicha aniqlanadi:

$$\boxed{Q = \omega\upsilon} \tag{3.30}$$

Demak, tekis va tekis o‘zgaruvchan harakatlarni o‘rganishda qo‘llaniladigan *υ – o‘rtacha tezlik tushunchasi deganda shu harakatdagi kesimdagi mavjud tezliklarning o‘rtacha arifmetik qiymati tushuniladi.*

Tezlik epyurasi. Faraz qilaylik, 3.16-rasmdagi vertikal *MN* – biror bir harakatdagi kesimga mos keladi. Bu kesimda turlicha u_1, u_2, u_3, …, tezliklar mavjud. Bu tezlik vektorlari oxirini o‘zaro birlashtirib, *ABMN* shaklni olamiz, bu shakl *u* tezlikni *MN* vertikal bo‘ylab taqsimlanish tezligini ko‘rsatadi. Bu shakl *tezlik epyurasi* deyiladi. Demak, tezlik epyurasi suyuqlik oqimi harakatdagi kesimining ixtiyoriy vertikalidagi taqsimlanish jadalligini ko‘rsatadi. Butun harakatdagi kesim uchun tezlik epyurasi hajmiy shaklga ega bo‘lsa, biror vertikal uchun yassi-tekis shaklga ega bo‘ladi. Shakl yuzasini Ω harfi bilan belgilaymiz. Ko‘rilayotgan harakatdagi kesimning ixtiyoriy tezliklari uchun epyura bir xil bo‘lganligi sababli,

$$Q = \Omega b \tag{3.31}$$

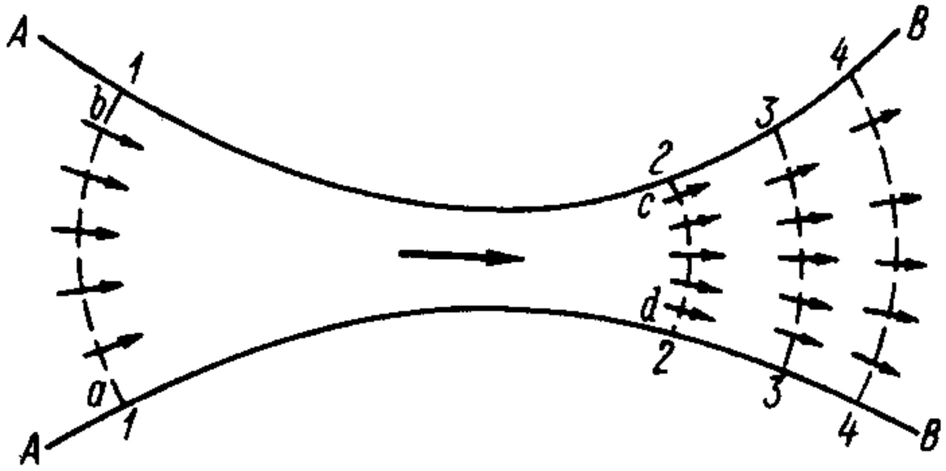
bundan,

$$\Omega = \frac{Q}{b} \tag{3.32}$$

Endi 3.16-rasmda *C-D* vertikalni shunday vaziyatdan o‘tkazamizki, *CDMN* yuza kattaligi Ω yuzaga teng bo‘ladi. Mana shu to‘rtburchakning kengligi o‘rtacha tezlik υni beradi.

3.10. SUYUQLIKNING BARQAROR HARAKATIDA UZLUKSIZLIK TENGLAMASI

1^0. Tez o‘zgaruvchan suyuqlik harakati bo‘lgan holat. 3.17-rasmda ko‘rsatilgan oqimni olib, undagi *abcd* bo‘lakni ko‘rib chiqamiz. Bo‘lak *AV* sirt bilan chegaralangan bo‘lib, undan tashqariga yoki ichkariga oqim kirmaydi. Bunda *1-1* va *2-2* kesimlarni belgilab olamiz.



3.17-rasm. (3.36) tenglamani keltirib chiqarishga doir

abcd bo‘lakdan *dt* vaqtda *1-1* kesimga Q_1dt hajmda suyuqlik kirib, *2-2* kesimdan Q_2dt hajmda suyuqlik chiqib ketadi.

Bunda quyidagi holatlar hisobga olinadi:

- *abcd* bo‘lakka *AV* yon sirtdan suyuqlik kirmaydi, chunki *AV* sirt oqim chizig‘i bilan tashkil topgan bo‘lib, bu chiziq bo‘ylab suyuqlik zarrachalari ketma-ket harakatlanadi;
- suyuqlik siqilmaydi;
- suyuqlik uzluksiz holatda harakatlanadi (kavitatsiya va aeratsiya masalalarini etiborga olmaymiz).

Yuqoridagi holatlarni hisobga olib yozish mumkin,

$$Q_1 dt = Q_2 dt \qquad (3.33)$$

$$Q_1 = Q_2 \qquad (3.34)$$

Xuddi shu tarzda boshqa kesimlarni ham yozish mumkin: *3-3*, *4-4* va xokazo

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = ... = Q = const \qquad (3.35)$$

$$\boxed{Q = const \text{ (oqim bo‘ylab)}} \qquad (3.36)$$

(3.36) tenglamaga asoslanib, shunday xulosa qilish mumkin, oqimning barqaror harakatida yon tomondan qo‘shimcha suyuqlik miqdori qo‘shilmasa, undagi sarf miqdori uzunlik bo‘yicha o‘zgarmaydi.

2^0. Oqim sekin o‘zgaruvchan va parallel chiziqli holatda harakatlanganda esa oqimning uzluksizlik tenglamasini quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin:

$$\upsilon_1\omega_1 = \upsilon_2\omega_2 = \upsilon_3\omega_3 = ... = \upsilon\omega = const \text{ (oqim bo‘ylab)} \qquad (3.37)$$

$$\boxed{\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}} \qquad (3.38)$$

Agar butun oqim o‘rniga elementar oqimchalar to‘plami ko‘rilayotgan bo‘lsa,

$$dQ = ud\omega = const \text{ (oqimcha bo‘ylab)}$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{d\omega_2}{d\omega_1} \qquad (3.39)$$

Faraz qilaylik, 3-4 kesimga oniy *dt* vaqt oralig‘ida $dM_x' = \rho u_x dtdydz$ suyuqlik massasi kirib, 1-2 kesimdan shu vaqt oralig‘ida $dM_x'' = \rho' u_x' dtdydz$ suyuqlik massasi chiqadi. Bunda zichlik va tezlik o‘zgarishi *x* koordinata o‘zgarishiga bog‘liq, bu o‘zgarish hususiy hosila bilan ifodalanadi:

$$\rho' = \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx;$$

$$u'_x = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx,$$

demak, chiqayotgan massani yozamiz:

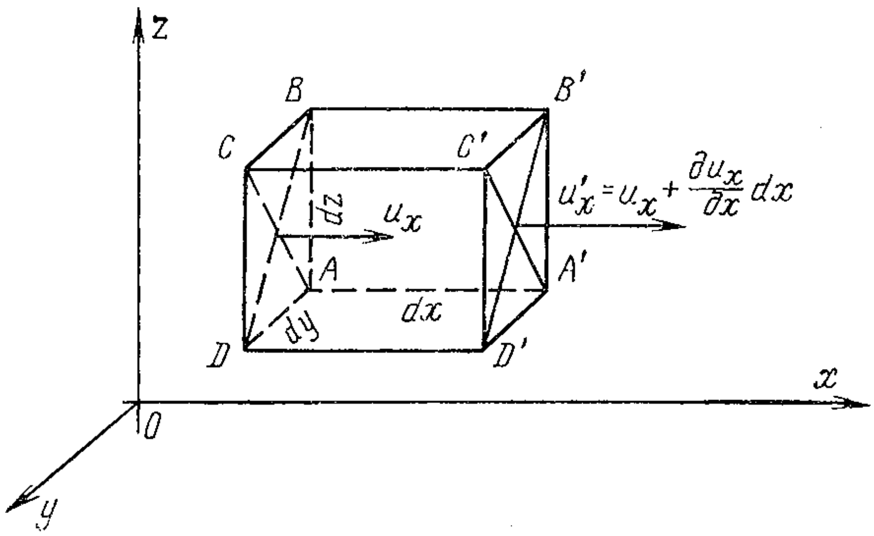
$$dM''_x = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right)\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx\right) dtdydz =$$

$$= \left(\rho u_x + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial x} (dx)^2\right) dtdydz$$

bunda

$$\rho \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} dx = \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx.$$

$\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial x} (dx)^2$ nihoyatda kichik bo‘lganligi sababli, ularni inobatga olmasligimiz mumkin: $dM''_x = \left(\rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx\right) dtdydz.$



3.18-rasm.

Qaralayotgan kesimdagi suyuqlik massasining oniy vaqtdagi o‘zgarishini yozamiz:

$$dM_x = dM'_x - dM''_x = \rho u_x dtdydz - \left(\rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx \right) dtdydz =$$

$$= -\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dtdxdydz$$

Xuddi shu tarzda *0y* va *0z* o‘qlar bo‘yicha massa o‘zgarishi analogik tarzda aniqlanadi:

$$dM_y = -\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} dtdxdydz\,;$$

$$dM_z = -\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial y} dtdxdydz.$$

Massaning *dt*vaqtda umumiy o‘zgarishi:

$$dM = dM_x + dM_y + dM_z = -\left(\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} \right) dtdxdydz\,.$$

Massaning bu o‘zgarishi oqimning uzluksizlik sharti bajarilganda, uning zichligi o‘zgargandagi massasi o‘zgarishiga teng. Demak, $t + dt$ vaqtda zichlik o‘zgargandagi massa o‘zgarishini yozamiz:

$$dm = dm_{t+dt} - dm_t = \frac{\partial \rho}{\partial t} dxdydz = dM.$$

bundan,

$$-\left[\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} \right] dtdxdydz = \frac{\partial \rho}{\partial t} dtdxdydz.$$

Tenglamani birlik massaga nisbatan yozamiz, ya’ni *dtdxdydz* ga bo‘lamiz:

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Bu olingan tenglama oqimning *uzluksizlik tenglamasining differentsialko‘rinishidir*.

Barqaror va beqaror harakatlarda suyuqlikning siqilmas $(\rho = const)$ holati uchun uzluksizlik tenglamasi quyidagi koʻrinishni oladi:

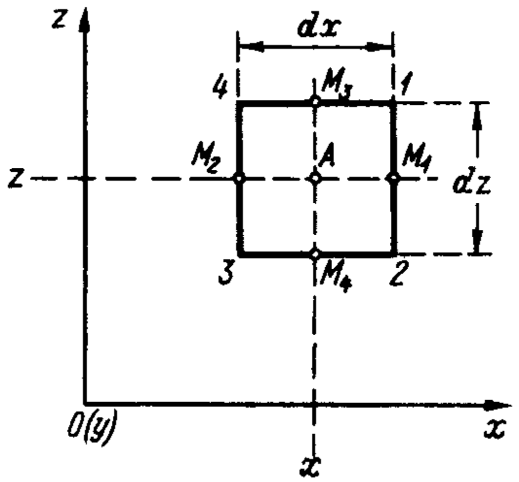
$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \qquad (3.40)$$

3.11. HARAKATLANAYOTGAN SUYUQLIK UCHUN SIQILMASLIK TENGLAMASINING DIFFERENTSIAL SHAKLI

Barqaror va beqaror harakatlarda suyuqlikning siqilmas $(\rho = const)$ holati uchun uzluksizlik tenglamasi (3.40)ni quyidagi mulohaza yuritish orqali ham keltirib chiqarishimiz mumkin.

3.18-rasmdagi x va z koordinata oʻqlarini ifodalab, u oʻqini rasm tekisligiga tik holatda yoʻnalgan deb qabul qilamiz. x, y, z koordinatalar bilan aniqlanuvchi A qoʻzgalmas nuqtani qabul qilamiz. Bu nuqtadagi u tezlikning t vaqtdagi tashkil etuvchilarini u_x, u_y, u_z deb belgilaymiz.

Bu A nuqta atrofida 1–2–3–4 belgili elementar d_x, d_y, d_z oʻlchamlariga ega boʻlgan parallelepipedni ajratib olamiz. Endi dt vaqt ichida bu parallelepipedga kirib chiqayotgan suyuqlik hajmini aniqlaymiz.



3.18-rasm. 3.49-ifodani keltirib chiqarishga doir

Agar nuqtada tezlikning gorizontal tashkil etuvchilarini u_x deb belgilasak, u holda, bu nuqtadan $\frac{1}{2}dx$ masofada joylashgan M_1 va M_2 nuqtalar uchun:

$$(u_x)_{M_1} = u_x + \frac{1}{2} dx \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (3.41)$$

$$(u_x)_{M_2} = u_x - \frac{1}{2} dx \frac{\partial u_x}{\partial x} \qquad (3.42)$$

bunda, $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ – tezlikning M_1M_2 chiziq bo‘ylab birlik masofadagi o‘zgarishi.

1-2 tomondan chiqqan suyuqlik miqdorini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\delta W_1 = (u_x)_{M_1} dtdydz = \left(u_x + \frac{1}{2} dx \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) dydzdt \qquad (3.43)$$

bunda, *dy dz* – *1-2* tomon yuzasi.

Bu vaqtda *3-4* tomondan kirgan suyuqlik miqdorini quyidagicha aniqlash mumkin:

$$\delta W_2 = \left(u_x\right)_{M_2} dtdydz = \left(u_x - \frac{1}{2} dx \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) dydzdt \quad (3.44)$$

dt vaqtda hajm o‘zgarishini aniqlaymiz

$$\begin{aligned} \delta W_1 - \delta W_2 &= \left(u_x + \frac{1}{2} dx \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) dydzdt - \\ &- \left(u_x - \frac{1}{2} dx \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) dydzdt = \frac{\partial u_x}{\partial x} dxdydzdt \end{aligned} \qquad (3.45)$$

Parallelepiped tomonlari uchun analog ko‘rinishda tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$\delta W_3 - \delta W_4 = \frac{\partial u_y}{\partial y} dxdydzdt \qquad (3.46)$$

$$\delta W_5 - \delta W_6 = \frac{\partial u_z}{\partial z} dxdydzdt \qquad (3.47)$$

bunda, *3, 4, 5, 6* indekslar orqali *dt* vaqt oralig‘ida parallelepipedning ma’lum tomonidan oqib o‘tuvchi suyuqliklar miqdori belgilangan.

Demak,

$$\left(\delta W_1-\delta W_2\right)+\left(\delta W_3-\delta W_4\right)+\left(\delta W_5-\delta W_6\right)=0 \qquad (3.48)$$

Bu ifodaga (3.45), (3.46) va (3.47) tenglamalarni qo‘yamiz va *dxdydzdt* ga bo‘lamiz, unda quyidagi ifodani olishimiz mumkin:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0 \qquad (3.49)$$

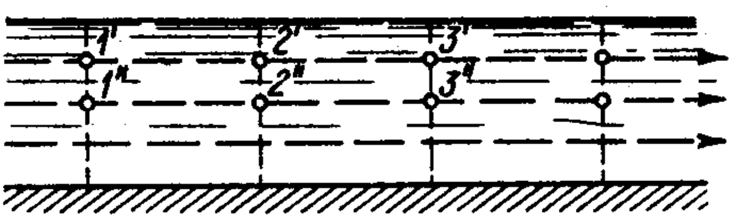
Bu tenglama – harakatlanayotgan bir jinsli suyuqlik uchun *siqilmaslik tenglamasining differentsial ko‘rinishi* deyiladi. Bu tenglama uzluksizlik tenglamasidan farqli o‘laroq, suyuqlik harakatlanayotgan muhitning aniq bir nuqtasiga ta’luqlidir.

3.12. TEKIS VA NOTEKIS HARAKATLAR. ERKIN OQIMCHALAR. NAPORLI VA NAPORSIZ HARAKATLAR. HARAKATDAGI KESIMNING GIDRAVLIK ELEMENTLARI

Suyuqlikning tekis va notekis harakatlari. Barqaror va beqaror harakatlar bilan alohida tanishib o‘tamiz.

Barqaror harakat. Barqaror harakatda oqim sarfi o‘zgarmas bo‘ladi ($Q = const$). Barqaror harakat ham o‘z navbatida tekis va notekis harakatlarga bo‘linadi.

3.19-rasmda ifodalangan oqim bo‘ylab $\omega = const$ talabga mos keladigan tsilindr shaklidagi oqim bilan tanishamiz.



3.19-rasm. Mos nuqtalar
(*1"; 2"; 3", ...; 1"; 2"; 3";...*)

Bu oqimda bir xil bir necha harakatdagi kesim va to‘g‘ri chiziqlar tanlab olamiz. Bu chiziqlar bo‘ylab kesimlarda *1', 2', 3'* ... yoki *1", 2", 3"*, ... va xokazo nuqtalar begilaymiz, bularni *mos nuqtalar* deb ataymiz.

Uzunlik bo‘ylab oqim harakatida harakatdagi kesim o‘zgarishi $\omega \neq const$ yoki mos nuqtalarda harakatdagi kesim kattaligi o‘zgarmasdan, tezlik o‘zgarishi *oqimning notekis harakati* deyiladi.

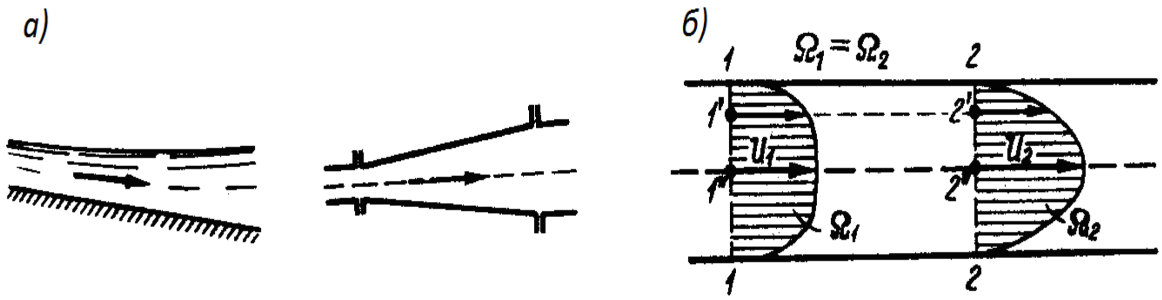
$$(u_1 \neq u_2 \neq u_3 \neq \ldots \neq u_n)$$

3.20, *a*-rasmda oqim harakatida harakatdagi kesim o‘zgarishi kuzatilsa, 3.20, *b*-rasmda tezlik o‘zgarib turibdi. Shunga bog‘liq holatda tezlik epyurasining shakli ham o‘zgarib turadi.

Oqim harakatida uzunlik bo‘ylab harakatdagi kesim o‘zgarmasdan mos nuqtalardagi tezlik o‘zgarmasa, bunday harakat *tekis harakat* deyiladi. Oqimning tekis harakatida tezlik epyurasi yuzasi doimiy bo‘lib qolmay, balki epyura shakli ham bir xil bo‘ladi. Bunday harakat ayrim hollarda *parallel chiziqli harakat* deb ham tariflanadi. Tekis harakatda bundan tashqari harakatdagi kesim bo‘ylab o‘rtacha tezlik (υ) ham o‘zgarmasdir. Umuman, *parallel chiziqli va tekis harakatlarning fizik mohiyatlari bir-biri bilan juda yaqinligini e’tirof etish kerak.*

$$\upsilon = const \text{ (oqim bo‘ylab)} \qquad (3.50)$$

Oqimning tekis harakati gidrotexnika amaliyotida prizmatik (tsilindrik) o‘zanlarda suv oqimining harakatida kuzatiladi. Shu o‘rinda prizmatik (tsilindrik) va noprizmatik (notsilindrik) o‘zanlar tushunchasiga tarif berib o‘tamiz. Agar o‘zan ko‘ndalang kesimi yuzasi uzunlik bo‘yicha o‘zgarmasa bunday kanallar *prizmatik (tsilindrik*) *kanallar* deb yuritiladi. Agar o‘zan ko‘ndalang kesimi uzunlik bo‘yicha o‘zgarsa, ular *noprizmatik (notsilindrik*) *o‘zanlar* deb yuritiladi.



3.20-rasm. *a*) notekis harakat;

b) tsilindrik quvurlardagi notekis harakat

Oqimning beqaror harakati o‘z navbatida ikki turga bo‘linadi:

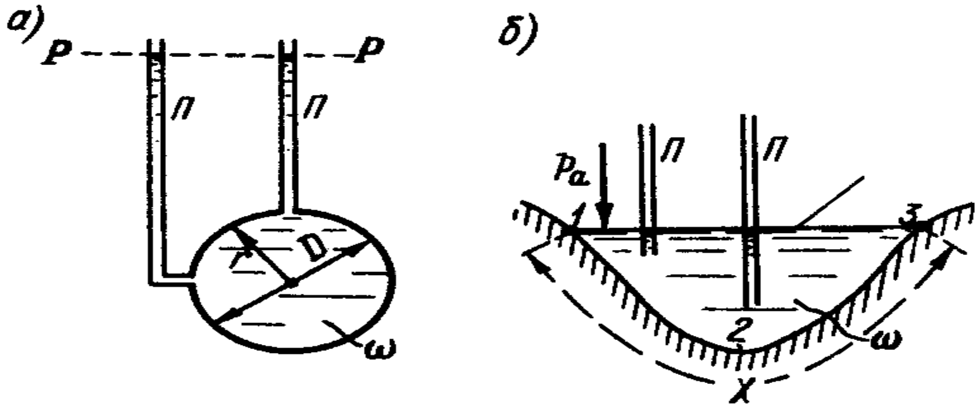
- sekin o‘zgaruvchan harakat;

- tez o‘zgaruvchan harakat.

Sekin o‘zgaruvchan harakat gidrotexnika amaliyotida *kvazistatsionar harakat* deb yuritiladi. «*Kvazi*» so‘zi lotin tilidan olingan bo‘lib, *o‘xshash*, *xuddi* degan ma’nolarni bildiradi.

Naporli va naporsiz harakatlar (3.21, *a* va *b*-rasmlar).*Naporli harakat* deganda, suyuqlik o‘z harakati davomida har tomondan qattiq devorlar bilan chegaralanishi tushunilanadi (3.21, *a*-rasm).

Agar suyuqlik harakatida bir tomondan atmosfera bilan tutashgan bo‘lsa, bunday harakat *naporsiz harakat* deyiladi (3.21, *b*-rasm).



3.21-rasm. Naporli (*a*) va naporsiz (*b*) harakatlar.
χ – ho‘llangan perimetr

Oqim harakatdagi kesimining gidravlik elementlari. Harakatdagi kesimning asosan uchta asosiy gidravlik elementi mavjud.

- ω – harakatdagi kesim yuzasi;
- χ – ho‘llangan perimetr (3.21, *b*-rasm);
- R – gidravlik radius – harakatdagi kesim yuzasining ho‘llangan perimetr kattaligiga nisbati bilan aniqlanadi.

$$R = \frac{\omega}{\chi} \qquad (3.51)$$

Bu kattalikning fizik ma’nosi – harakatdagi kesim shaklining suyuqlik harakatiga ta’sirini aniqlashga ko‘maklashishidir.

Agar kesim aylana shaklida bo‘lsa.

$$R = \frac{\pi D^2}{4\pi D} = \frac{D}{4} = \frac{r}{2} \qquad (3.52)$$

bunda, D – aylana naporli quvur diametri.

3.13. SUYUQLIK OQIMINING UCH O‘LCHAMLI (FAZOVIY), IKKI O‘LCHAMLI VA BIR O‘LCHAMLI HARAKATLARI. SUYuQLIK HARAKATI TURLARINING TASNIFI

Suyuqlik oqimining uch o‘lchamli (fazoviy), ikki o‘lchamli va bir o‘lchamli harakatlari tushunchalari ham amaliyotda keng qo‘llaniladi.

Suyuqlik oqimining *uch o‘lchamli (fazoviy*) harakatida uning kinematik xarakteristikasi barcha koordinatalarda (*x*, *y*, *z*) e’tirof etiladi. Bunday harakatga oqim yo‘nalishida kengayuvchi kanallardagi, kanal yoki quvurlar sistemasining burilish sohalaridagi suv oqimining harakati misol bo‘la oladi. Harakatda suyuqlik oqimi tezligini barcha tashkil etuvchilari inobatga olingan

Ikki o‘lchamli (yassi)harakatda esa oqimning kinematik xarakteristikasi uchinchi koordinataga bog‘liq emas deb qaraladi. Masalan, agar oqim tezligining tashkil etuvchilari $u_x \neq 0; u_z \neq 0; u_y = 0$ bo‘lsa, harakat faqat bitta – *x0z* tekislikka parallel bo‘lgan tekisliklarda amalga oshadi. Bunday harakat nihoyatda keng ochiq kanallarda naporsiz, yopiq kanallarda naporli harakatlar ko‘rinishida amalga oshishi mumkin. Bundan tashqari, keng to‘rtbo‘rchak shaklga yaqin ko‘rinishdagi o‘zanga ega grunt suvlarining harakati ham ikki o‘lchamli – yassi harakatga misol bo‘lishi mumkin. Yassi oqim tushunchasi shu ma’noni bildiradi.

Bir o‘lchamli harakatda oqimning kinematik xarakteristikasi faqat bitta koordinataga bog‘liq deb qaraladi. Bunday harakat gidravlikaning ko‘p masalalarini yechishda qabul qilinadi. Masalan, ko‘pincha oqimning o‘rtacha tezligi bo‘ylama koordinataga bog‘liq deb qaraladi. Demak, yuqorida tanishgan harakat turlariga asoslanib, suyuqlik harakati turlarining tasnifini quyidagitartibda keltirishimiz mumkin:

1- tasnif*:*

- potentsial harakat, ya’ni oniy kichik masofada suyuqlikni tashkil etuvchi zarrachalar to‘g‘ri aylanmasdan harakatlanadi;
- aylanma harakat.

2 - tasnif*:*

- barqaror harakat, ya’ni statsionar (turg‘un) harakat;
- beqaror harakat ya’ni nostatsionar (noturg‘un) harakat.

3 - tasnif*:*

- tekis harakat;
- notekis harakat.

4-tasnif: notekis harakat ham o‘z navbatida quyidagicha tasniflanadi:

- sekin o‘zgaruvchan harakat (harakatdagi kesim tekis deb qabul qilinadi);
- tez o‘zgaruvchan harakat (harakatdagi kesim egri deb qabul qilinadi).

5 - tasnif:

- naporli harakat (3.21, *a*-rasm);
- naporsiz harakat (3.21, *b*-rasm).

6 - tasnif:

- laminar harakat;
- turbulent harakat.

7 - tasnif*:*

- tinch harakat (sokin);
- notinch harakat (shovqinli);
- kritik holatdagi harakat.

8 - tasnif*:*

- bir o‘lchamli harakat;
- ikki o‘lchamli harakat;
- uch o‘lchamli harakat.

3.14. KINETIK ENERGIYANING GIDRAVLIK TENGLAMASI. SUYUQLIKNING IDEAL HOLATDAGI BARQAROR HARAKATLANAYOTGAN ELEMENTAR OQIMCHALARI UCHUN BERNULLI TENGLAMASI

Bu tenglamani keltirib chiqarish uchun mexanika kursidan bizga ma’lum bo‘lgan kinetik energiyaning o‘zgarishi haqidagi teoremadan foydalanamiz. Eslatib o‘tamizki, bu teoremaga asosan, *ma’lum bir hisobiy oraliqda (masalan 1-1 va 2-2 masofada)harakatlanayotgan jismning kinetik energiyasi o‘zgarishi – unga shu oraliqda ta’sir ko‘rsatayotgan kuchlarning bajargan ishlari yig‘indisiga teng.*

3.22-rasmda ifodalangan elementar oqimcha harakatini ko‘rib chiqamiz. Elementar oqimchaning *AV* bo‘lagini *1-1* va *2-2* kesimlar bilan chegaralab olamiz. Bu kesimlarni *00* taqqoslash tekisligidan ko‘tarilish balandligini mos ravishda z_1 va z_2 deb belgilab olamiz. *1-1* va *2-2* harakatdagi kesimlar yuzasini $d\omega_1$ va $d\omega_2$ deb belgilab olamiz.

dt vaqt oralig‘ida *AV* bo‘lak *A'V'* oraliq masofani bosib o‘tgan deb hisoblasak, *1-1* kesim dl_1 va *2-2* kesim dl_2 masofaga ko‘chgan bo‘ladi. Demak,

$$dl_1 = u_1 dt \text{ va } dl_2 = u_2 dt \qquad (3.53)$$

bunda, u_1 va u_2 - *1-1* va *2-2* kesimlardagi tezliklar.

3.9 mavzudagi mulohazaga asoslanib yozish mumkinki,

(*AA'*) *hajm*= *(BB'*) *hajm*= δV (belgilash kiritamiz)

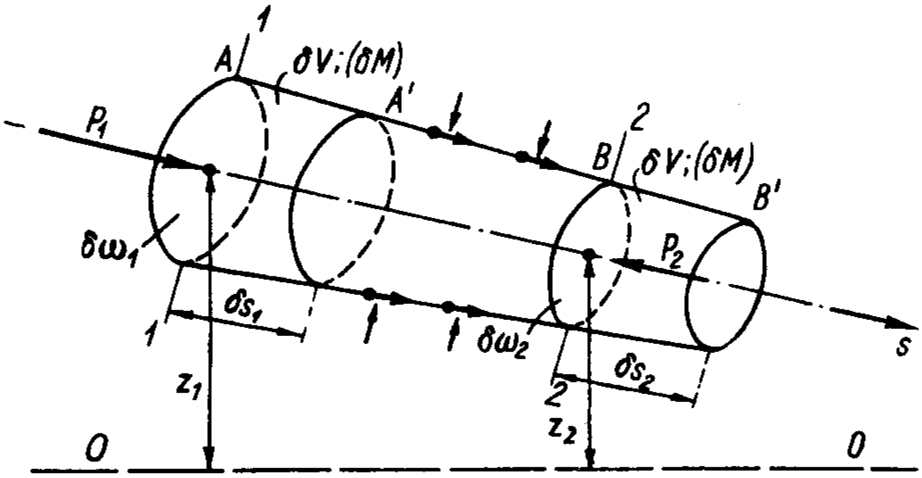
Demak,

$$dV = d\omega_1 dl_1 = d\omega_2 dl_2 = dQdt \tag{3.54}$$

bunda dQ – elementar oqimcha sarfi.

Elementar hajm massasini quyidagicha hisoblashimiz mumkin:

$$dM = \rho dV = \frac{\gamma}{g} dV \tag{3.55}$$



3.22-rasm. (3.60) tenglamani chiqarishga doir

Endi *AV* bo‘lakni *A'B'* vaziyatini egallashida kinetik energiya o‘zgarishini va shu bo‘lakka ta’sir etuvchi kuchlar bajargan ishlar yig‘indisini topamiz.

AV bo‘lakni A'B' vaziyatga o‘tishida kinetik energiya bajargan ish:

$$dE_{КЭ} = E_{КЭ}^{A'B'} - E_{КЭ}^{AB} = E_{КЭ}^{(A'B+BB')} - E_{КЭ}^{(AA'+A'B)} =$$

$$= E_{КЭ}^{BB'} - E_{КЭ}^{AA'} = \frac{u_2^2 dM}{2} - \frac{u_1^2 dM}{2}.$$

$$dE_{КЭ} = \frac{\gamma}{g} dV \frac{u_2^2}{2} - \frac{\gamma}{g} dV \frac{u_1^2}{2} = \left(\frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \right) \gamma dV \tag{3.56}$$

Kuchlar bajargan ish.

1. Og‘irlik kuchi bajargan ish:

$$A_{ог.к} = (z_1 - z_2)\gamma dV \tag{3.57}$$

2. *1-1* va *2-2* kesimning yon tomonlarida ta’sir etuvchi gidrodinamik bosim kuchlari bajargan ish:

$$A_{ог.к} = (p_1 d\omega_1)dl_1 - (p_2 d\omega_2)dl_2 = (p_1 - p_2)dV \qquad (3.58)$$

3. *AV* bo‘lakning yon sirtlariga ta’sir etayotgan tashqi kuchlar bajargan ish nolga teng, chunki bu kuchlar harakatlanayotgan zarracha yo‘nalishiga teng perpendikulyar yo‘nalgandir.

4. Ichki bosim kuchlari bajargan ishlar yig‘indisi nolga teng, chunki bu kuchlar juft bo‘lib, bir-biriga teskari yo‘nalgandir.

Xulosa. Yuqoridagi teoremaga asoslanib, quyidagini yozishimiz mumkin:

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}\gamma dV = (z_1 - z_2)\gamma dV + (p_1 - p_2)dV$$

yoki

$$\boxed{z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}} \qquad (3.59)$$

Bundan yozish mumkinki,

$$\boxed{z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = const \quad \text{(oqimcha bo‘ylab)}} \qquad (3.60)$$

Bu tenglama Daniil Bernulli tomonidan 1738 yilda yozilgan bo‘lib, *Bernulli tenglamasi* deyiladi.

3.15. SUYUQLIKNING IDEAL HOLATDAGI BARQAROR HARAKATLANAYOTGAN ELEMENTAR OQIMCHALARI UCHUN BERNULLI TENGLAMASINI EYLER TENGLAMALARIGA ASOSAN YOZILISHI

Ushbu tenglamani ideal holatdagi suyuqlik oqimining harakati differentsial tenglamalari sistemasiga asosan ham yozishimiz mumkin:

$$\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

$$\phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial t}$$

$$\phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

Eyler tenglamalarida hajmiy kuchlar sifatida faqat og‘irlik kuchlarini qabul kilamiz:

$$\phi_x = 0; \;\; \phi_y = 0; \;\; \phi_z = -\rho g = -\gamma$$

Suyuqlikning barqaror sekin o‘zgaruvchan harakati uchun:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} \approx \frac{\partial u_y}{\partial t} \approx \frac{\partial u_z}{\partial t} \approx 0$$

Tenglamalarda yuqoridagi vaziyatlarni inobatga olib, ularni mos ravishda quyidagi parametrlarga ko‘paytiramiz va tezlik tashkil etuvchilarini tezlik bilan ifodalaymiz:

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_x^2$$

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial u}{\partial x} = u_x \dfrac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \dfrac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \dfrac{\partial u_x}{\partial z} \\ u\dfrac{\partial u}{\partial y} = u_x \dfrac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \dfrac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \dfrac{\partial u_y}{\partial z} \\ u\dfrac{\partial u}{\partial z} = u_x \dfrac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \dfrac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \dfrac{\partial u_z}{\partial z} \end{cases}$$

$$udu = u\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Ushbu o‘zgarishlardan so‘ng Eyler tenglamalar quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = u\frac{\partial u}{\partial x} \\ -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = u\frac{\partial u}{\partial y} \\ -g\frac{\partial z}{\partial s} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = u\frac{\partial u}{\partial x} \end{cases}$$

Ushbu o‘zgarishlardan hadlarni o‘zaro qo‘shamiz:

$$-g\frac{\partial z}{\partial s}ds - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}ds + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}ds + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial s}ds\right) = u\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right) = udu$$

bunda,

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}ds + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}ds + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial s}ds$$

demak,

$$-g\frac{\partial z}{\partial s}ds - \frac{1}{\rho}dp = udu$$

$$\gamma = \rho g \Leftrightarrow \rho = \frac{\gamma}{g} \Leftrightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{g}{\gamma}$$

Bunda yuqoridagi munosabatlarni inobatga olib, hosil bo‘ladigan ifodani har ikkala tomonini (-1) ga ko‘paytiramiz va D.Bernulli tenglamasiga ega bo‘lamiz,ya’ni

$$-gz - \frac{1}{\rho}p - \frac{u^2}{2} = const$$

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = const \quad \text{(oqim bo‘ylab)}$$

Lekin, ta’kidlash lozimki, D.Bernulli tenglamasi 1838 yilda muallif tomonidan kinetik energiyaning o‘zgarishi teoremasiga asosan yozilgan bo‘lsa, Eyler tenglamalari sistemasi esa oradan 17 yil o‘tgandan so‘ng yozilganligi sababli, mualliflar ushbu tenglamani D.Bernulli tomonidan yozilishiga asosiy e’tiboringizni qaratdi.

3.16. EYLER-GROMEKO TENGLAMALARI ASOSIDA BARQAROR HARAKATLANAYOTGAN IDEAL SUYUQLIKNING ELEMENTAR OQIMCHALARI UCHUN BERNULLI TENGLAMASINING YOZILISHI

Bu tenglamani suyuqlikning barqaror harakati uchun Eyler-Gromeko tenglamalari (3.6 ifoda)dan foydalanib ham keltirib chiqarish mumkin:

Bunday harakatda $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$, ya’ni

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0$$

Eyler-Gromeko tenglamalar sistemasini barqaror harakat uchun yozamiz:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x}\left(-\Pi - \frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2}\right) &= 2\left(u_z\omega_y - u_y\omega_z\right);\\
\frac{\partial}{\partial y}\left(-\Pi - \frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2}\right) &= 2\left(u_x\omega_z - u_z\omega_x\right);\\
\frac{\partial}{\partial z}\left(-\Pi - \frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2}\right) &= 2\left(u_y\omega_x - u_x\omega_y\right).
\end{aligned}\right\}$$

Mos ravishda har bir tenglamani *dx*, *dy*, *dz* kattaliklarga ko‘paytirib, ularni qo‘shamiz:

$$d\left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) = -2\left[\left(u_z\omega_y - u_y\omega_z\right)dx - \left(u_x\omega_z - u_z\omega_x\right)dy - \left(u_y\omega_x - u_x\omega_y\right)dz\right].$$

Tenglamani o‘ng tomonini aniqlovchi ko‘rinishida yozamiz:

$$d\left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) = -2\begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}.$$

Ideal suyuqliklar uchun bu tenglamaning integrali sodda ko‘rinishda bo‘lib, uning o‘ng tomoni nolga aylanadi:

$$\begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix} = 0$$

Bunga asosan, tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) = const \qquad (*)$$

*Bu tenglama Eyler-Gromeko tenglamalari asosida keltirib chiqarilgan barqaror harakatlanayotgan ideal suyuqlikning elementar oqimchalari uchun Bernulli tenglamasi*ning umumiy ko‘rinishi hisoblanadi. Lekin, aziz o‘quvchi mualliflar bu tenglamani asosan nima uchun kinetik energiyaning o‘zgarishi haqidagi teoremaga asoslanib keltirib chiqarilishiga e’tibor qaratishdi, degan tabiiy savolga javob berishni maqsadga muvofiq deb hisoblashdi, chunki u D.Bernulli tomonidan xuddi shu tarzda 1738 yilda olingan, L.Eyler tenglamalari sistemasi esa 1755 yilda keltirib chiqarilgan. Shu sababli, biz e’tirof etgan usul mantiqqa mos keladi.

Olingan tenglamadan amaliyotda foydalanish uchun quyidagi ikki holatni ko‘rib chiqamiz:

I. ***Suyuqlikka hajmiy kuchlardan faqat og‘irlik kuchi tasir etmoqda deb hisoblaymiz.*** U holda quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\phi_x = \phi_y = 0, \phi_z = -g$$

Qaralayotgan hususiy holat uchun

$$-d\Pi = -gdz,$$

yoki

$$\Pi = gz + C$$

(*) tenglama siqilmas ideal suyuqliklar uchun quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$zg + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = const \quad \text{(oqimcha harakat yo‘nalishi bo‘ylab)},$$

yoki

$$z+\frac{p}{\gamma}+\frac{u^2}{2g}=const \quad \text{(oqimcha harakat yo‘nalishi bo‘ylab)}$$

Ikki mos kesimlardagi elementar oqimchalar uchun tenglamaning ko‘rinishini yozamiz:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{u_2^2}{2g}=const \quad \text{(oqimcha harakat yo‘nalishi bo‘ylab)}$$

Bu tenglamada quyidagilarga e’tiborni qaratishimiz kerak.

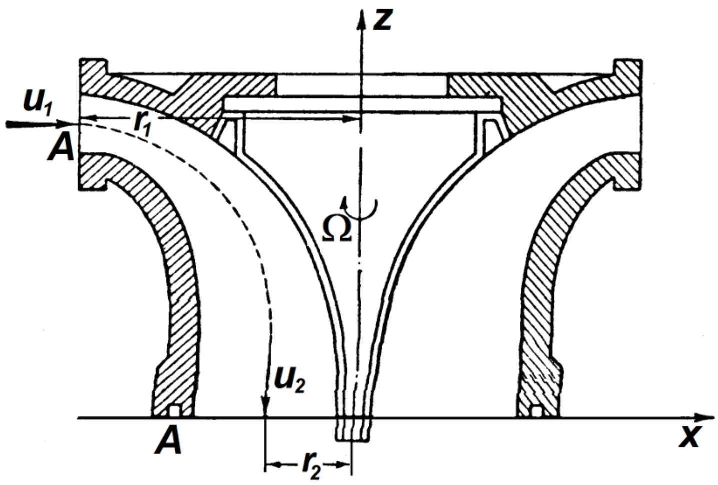
- Tenglama quyidagi *z, r, u* parametrlarning o‘zaro bog‘liqligini ko‘rsatadi.
- Ideal holatdagi suyuqliklar uchun $z,\ \frac{p}{\gamma},\ \frac{u^2}{2g}$ hadlar yig‘indisi o‘zgarmasdir.

3. Ko‘rilayotgan oqimcha uchun bu hadlar yig‘indisi A_1 bo‘lsa, ikkinchi oqimcha uchun A_2 bo‘lib, $A_1= A_2$.

4. Berilgan hadlar yig‘indisi (*A*)ni bilgan holda, bizga noma’lum bo‘lgan biror (*z, p, u*) kattalikni shu tenglama yordamida topishimiz mumkin.

II. ***Suyuqlikka og‘irlik kuchidan tashqari, ilgarilanma harakatning markazdan qochuvchi inertsiya kuchi va nisbiy harakatning inertsion koriolis kuchlari ta’sir etayotgan holat.***

Faraz qilaylik, suyuqlik qo‘zg‘almas vertikal o‘q atrofida Ω burchak tezlik bilan aylanayotgan *A-A* kanalda harakatlanmoqda (3.23-rasm).



3.23-rasm.

Bunda og‘irlik kuchi g hisobiga paydo bo‘ladigan tezlanishdan tashqari yana ilgarilanma harakatning markazdan qochuvchi inertsiya kuchi va nisbiy harakatning inertsion koriolis kuchlari ta’sir hisobiga paydo bo‘layotgan $\Omega^2 r$ tezlanish ham mavjud bo‘ladi.

Bunda r qaralayotgan zarracha va aylanish o‘qi orasidagi masofa.

Koriolis kuchlari nisbiy tezlikka perpendikulyar bo‘lganligi sababli, nisbiy ko‘chishda ular bajargan ish nolga teng bo‘ladi.Hajmiy kuchlarning birlik massaga nisbatan ko‘rinishini yozamiz:

$$\phi_x = \Omega^2 x,\ \phi_y = \Omega^2 y,\ \phi_z = -g\,.$$

U holda

$$-d\Pi = \phi_x dx + \phi_y dy + \phi_z dz = \Omega^2 x dx + \Omega^2 y dy - g dz$$

Uni integrallab, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\Pi = -\frac{\Omega^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) + gz + C$$

Bunda

$$x^2 + y^2 = r^2,\ r = r_1 = r_2$$

demak,

$$\Pi = gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} + C\,.$$

Bernulli tenglamasining siqilmas ideal suyuqliklar uchun unga og‘irlik kuchidan tashqari ilgarilanma harakatning markazdan qochuvchi inertsiya kuchi va nisbiy harakatning inertsion koriolis kuchlari ta’sir etayotgan holatdagi ko‘rinishini yozamiz:

$$zg + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} - \frac{\Omega^2 r^2}{2} = const$$

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} - \frac{\Omega^2 r^2}{2} = const$$

Bir traektoriyada joylashgan ikki zarracha uchun u quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{u_1^2}{2g}-\frac{\Omega^2 r_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{u_2^2}{2g}-\frac{\Omega^2 r_2^2}{2g}$$

3.17. BERNULLI TENGLAMASI HADLARINING GEOMETRIK, GIDRAVLIK VA ENERGETIK MA’NOLARI

z – *geometrik balandlik* bo‘lib, nisbiy gorizontal taqqoslash tekisligi (*00*)dan ko‘rilayotgan oqimcha haraktdagi kesimining og‘irlik markazigacha bo‘lgan balandlikni, ya’ni shu oqimcha kesimining taqqoslash tekisligiga nisbatan yaratayotgan napori yoki solishtirma potentsial energiyasini ifodalaydi.

$\frac{p}{\gamma}$ – harakatdagi kesim og‘irlik markazidagi gidrodinamik bosim ta’sirida suyuqlikning ko‘tarilish balandligi – *pezometrik balandlik* yoki *solishtirma potentsial energiyani* ifodalaydi.

$z+\frac{p}{\gamma}$ – *pezometrik napor* yoki *oqimning solishtirma potentsial energiyasi*

$\frac{u^2}{2g}$ – ko‘rilayotgan kesim markazidagi tezlik hisobiga suyuqlikning ko‘tarilish balandligi, *tezlik napori* yoki *oqimning solishtirma kinetik energiyasi.*

$z+\frac{p}{\gamma}+\frac{u^2}{2g}$ – *oqimning to‘la napori* yoki *to‘la solishtirma energiyasi.*

Pito naychasi yordamida $\frac{u^2}{2g}$ kattalikni o‘rganishimiz mumkin.

Pito naychasi pezometr yordamida h_u kattalik aniqlanadi.

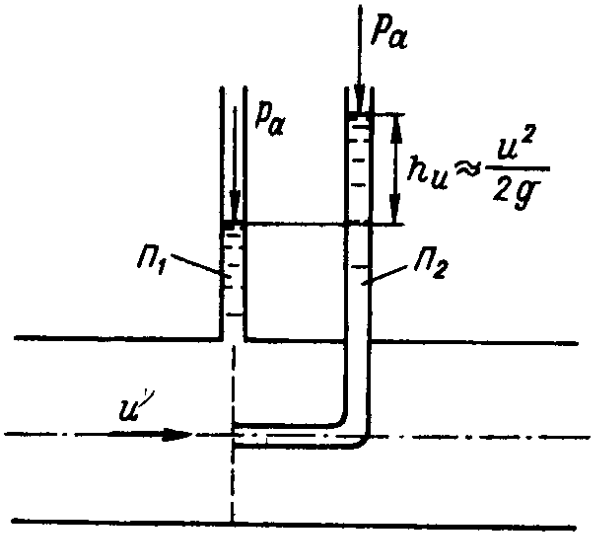
$$h_u = \frac{u^2}{2g} \qquad (3.61)$$

Bu ifodadan foydalanib, qaralayotgan nuqtadagi tezlik hisoblanadi.

$$u = \sqrt{2gh_u} \qquad (3.62)$$

Bu ifodaga ko‘pgina hollarda φ – tuzatish koeffitsienti qo‘shib yoziladi, chunki (3.62) ifoda ayrim hollarda ancha noaniq natija berishi mumkin.

$$u = \varphi\sqrt{2gh_u} \qquad (3.63)$$



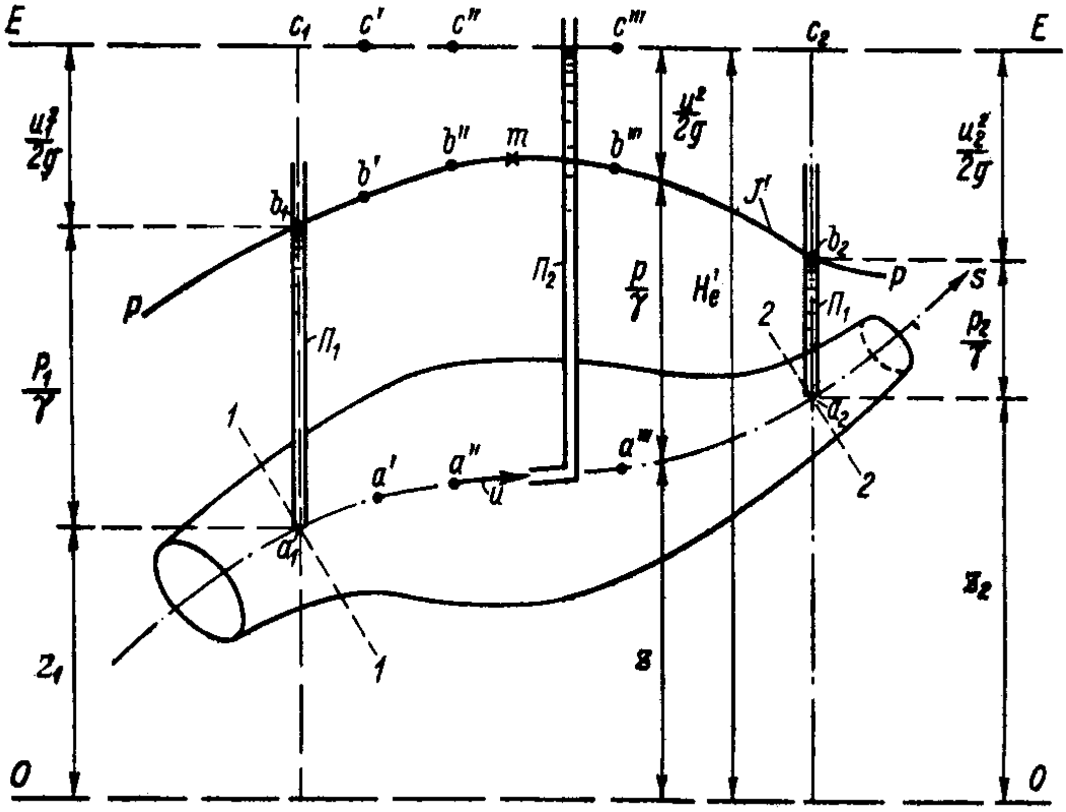
3.24-rasm. P_1– pezometr, P_2 – Pito naychasi

3.18. BARQAROR HARAKATLANAYOTGAN IDEAL HOLATDAGI SUYUQLIKNING ELEMENTAR OQIMCHALARI UCHUN BERNULLI TENGLAMASINING GEOMETRIK TAHLILI. ELEMENTAR OQIMCHA UCHUN TO‘LIQ NAPOR

Faraz qilaylik, 3.25-rasmda ifodalangan ideal suyuqlikning elementar oqimchasi mavjud bo‘lib, unda *00* taqqoslash tekisligida z_1 va z_2 masofa balandlikda joylashgan (*1-1* va *2-2*) kesimlarni belgilab olishimiz mumkin. Bu kesimlarda joylashgan a_1 va a_2 nuqtalar orqali yordamchi vertikallar o‘tkazamiz va ularga Π_1 pezometrlarni o‘rnatamiz. Yordamchi vertikallar va pezometrlardagi suyuqlik sathlari kesishgan nuqtalarni b_1 va b_2 deb belgilab olamiz. Bu nuqtalarga mos keluvchi tezlik naporlari kattaligini qo‘yamiz. Buning natijasida c_1 va c_2 nuqtalarni olamiz.

Olingan natijalarga asoslanib, quyidagi xulosalarga kelamiz:

- $\frac{p}{\gamma}$ – balandlikdagi nuqtadan o‘tuvchi, ya’ni suyuqlikning og‘irligi hisobiga ko‘tarilish sathlarini tutashtiruvchi chiziq (*R-R*) *pezometrik chiziq* deyiladi.



3.25-rasm. Ideal suyuqlikning elementar oqimchasi uchun Bernulli tenglamasi tahlili. *00* – taqqoslash tekisligi, *R-R* – pezometrik chiziq, *Ye-Ye* – napor chizig‘i, H_e' – to‘liq napor, *J'*– pezometrik nishablik

- *c* nuqtadan o‘tuvchi va *R-R* pezometrik chiziqdan tezlik naporiga teng bo‘lgan masofada yuqorida joylashgan chiziq *napor chizig‘i* deyiladi.
- $\left[d\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)\right]$ kattalikning ya’ni, *R-R* pezometrik chiziqning ko‘rilayotgan kesimlar orasida joylashishi birlik *ds* masofaga nisbatan qiymati *pezometrik nishablik*deyiladi.

$$J' = -\frac{d(z + p/\gamma)}{ds} \tag{3.64}$$

Ifodadagi manfiy qiymatning olinish sababi, *R-R* chiziq oqim bo'ylab ko'tarilishida manfiy, tushishida musbat qiymat olinishini taminlashdadir.

- *To'liq napor* deganda, uchala hadning yig'indisi tushuniladi.

$$\boxed{H'_e = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}} \tag{3.65}$$

Geometrik nuqtai nazardan H'_e napor chizig'ini taqqoslash tekisligi (*00*)dan qanchamasofa balandlikda joylashganligini ko'rsatadi.

$$H'_e = const \quad \text{(oqimcha bo'ylab)}$$

3.19. BARQAROR HOLATDAGI ELEMENTAR OQIMCHALAR UCHUN BERNULLI TENGLAMASINING ENERGETIK TAHLILI

To'liq naporni tashkil etuvchi Bernulli tenglamasi hadlarini energetik nuqtai nazardan ko'rib chiqamiz. Birinchi ikki hadni potentsial napor deb qabul qilishimiz mumkin, ya'ni,

$$H = z + \frac{p}{\gamma} \tag{3.66}$$

Bu ifoda suyuqlikning berilgan kesimdan o'tayotgan birlik massasi uchun potentsial energiyasini bildiradi. Uchinchi had, ya'ni $\frac{u^2}{2g}$ – tezlik napori suyuqlikning birlik massasiga mos keluvchi kinetik energiya miqdorini bildirib, *solishtirma kinetik energiya* deyiladi. Bunga ishonch hosil qilish uchun, *M* suyuqlik miqdorini *u* tezlik bilan harakatlanmoqda deb faraz qilamiz. Bu massa og'irligini *Mg* deb qabul qilishimiz tabiiy. Bunda $g = 9{,}81\, m/s^2$ – erkin tushish tezlanishi. Kinetik energiyani quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$КЭ = \frac{Mu^2}{2} \qquad (3.67)$$

Bu energiyaning birlik massaga nisbatan miqdorini, ya’ni solishtirma kinetik energiyani olamiz

$$СКЭ = \frac{(КЭ)}{og'irlik} = \frac{(КЭ)}{Mg} = \frac{Mu^2}{2Mg} = \frac{u^2}{2g}$$

Yuqoridagiga asoslanib, H'_e to‘liq napor, ikkala potentsial va tezlik naporlar yig‘indisidan iborat. Yana boshqacharoq shaklda ifodalashimiz mumkin, ya’ni to‘liq napor geometrik (z), bosim $\left(p/\gamma\right)$ va tezlik $\left(u^2/2g\right)$ naporlari yig‘indisidan iborat.

Yuqoridagi fikrlarimizdan xulosa qilishimiz mumkinki, *oqimchaning to‘liq napori* deganda berilgan kesimdan birlik vaqt oralig‘ida oqib o‘tayotgan suyuqlikning mexanik energiyasi miqdorini bildiruvchi kattalik tushuniladi. Ideal holatdagi suyuqliklar uchun bu kattalik o‘zgarmaydi.

3.20. KINETIK ENERGIYANING GIDRAVLIK TENGLAMASI. BARQAROR HARAKATLANAYOTGAN REAL SUYUQLIKNING ELEMENTAR OQIMCHASI UCHUN BERNULLI TENGLAMASI. ELEMENTAR OQIMCHANING YON SIRTLARI ORQALI MEXANIK ENERGIYA «DIFFUZIYASI»

Yopishqoq real suyuqlik o‘z harakatida ishqalanish kuchi mavjudligi bilan harakatlanadi. Bu kuch ikki xil rol o‘ynaydi.

- Ishqalanish kuchi hisobiga harakatlanayotgan suyuqlikning mexanik energiyasining bir qismi issiqlik energiyasiga aylanadi va u oqimcha bo‘ylab tarqaladi;

- Ishqalanish kuchi mavjudligi tufayli oqimning elementar oqimchalari mexanik energiyalari biridan ikkinchisiga o‘tadi, ya’ni o‘ziga xos mexanik energiya diffuziyasi ro‘y beradi.

Bu vaziyat hisobiga, markazdagi elementar oqimchalar solishtirma energiyasi oqim uzunligi bo‘ylab (-ΔE) kamayib, shunga mos ravishda qattiq devorga yaqin sohadagi oqimchalar energiyasi shu miqdorga oshadi. (+ΔE).

Shunga asoslanib, real suyuqlikning elementar oqimchasi uchun solishtirma energiya muvozanat tenglamasini yozamiz

$$H'_{e_1} = H'_{e_2} \pm \Delta E + h'_f \qquad (3.68)$$

yoki

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} = \pm\Delta E + h' \qquad (3.69)$$

bunda, H'_{e_1} va H'_{e_2} – mos ravishda *1-1* va *2-2* kesimlar uchun to‘liq solishtirma energiyalar; h'_f – elementar oqimchaning *1-1* va *2-2* harakatdagi kesimlar oralig‘ida ishqalanish kuchlarining issiqlik energiyasiga aylanishi hisobiga napor yo‘qolishining birlik massaga nisbatan olingan miqdori.

Ayrim elementar markazdagi elementar oqimchalar solishtirma energiyasi oqim uzunligi bo‘ylab (-ΔE) kamayish miqdori shunga mos ravishda qattiq devorga yaqin sohadagi oqimchalar energiyasi oshish miqdoriga tenglashadi. (+ΔE), ya’ni

$$(-\Delta E) = (+\Delta E)$$

Shu sababli, quyidagicha ifodani yozishimiz mumkin:

$$\Delta E = 0$$

Bunda diffuzion o‘zgarishning musbat va manfiy miqdorlari o‘zaro teng deb qabul qilamiz.

Shunga asoslanib, ***barqaror harakatlanayotgan real suyuqlikning elementar oqimchasi uchun Bernulli tenglamasini yozishimiz mumkin:***

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_f \qquad (3.70)$$

Bu xususiy holda,

$$h'_f = H'_{e_1} - H'_{e_2} \qquad (3.71)$$

Endi bundan keyingi muammo – bu tenglamani elementar oqimchalar uchun ko'rinishini butun oqim uchun ifodalashga harakat qilamiz. Buning uchun dastlab ikki ko'maklashuvchi vaziyat bilan tanishamiz.

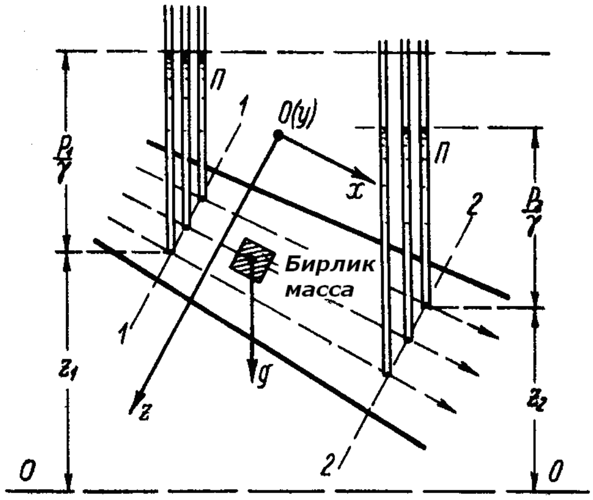
.

3.21. TEKIS VA TEKIS O‘ZGARUVCHAN HARAKATLANAYOTGAN SUYUQLIKNING HARAKATDAGI KESIMI BO‘YLAB BOSIM TAQSIMLANISHI

(Birinchi ko‘maklashuvchi vaziyat)

Barqaror harakat bilan tanishib, bunda hajmiy kuch sifatida, faqat og‘irlik kuchi mavjud deb hisoblaymiz, harakatdagi kesimni esa tekis deb qabul qilamiz.

3.26-rasmda tekis o‘zgaruvchan harakatdagi oqim tasvirlangan bo‘lib, unda *1-1* va *2-2* kesimlar tanlab olamiz, bu kesimlarning turli nuqtalariga pezometrlar o‘rnatamiz. Bu pezometrlardagi suyuqlik sathi bir xil bo‘lib, bu holat *z* va *r/γ* kattaliklar – kesimlarning turli nuqtalarida har xil kattalikka ega bo‘lsada, ularning yig‘indisi bir xil ekanligini ko‘rsatadi.



3.26-rasm. Tekis harakatdagi kesimlarda bosimning taqsimlanishi

Boshqa kesim uchun bu kattalik boshqa qiymatga ega bo‘ladi, lekin o‘sha kesimning hamma nuqtalari uchun o‘zgarmas bo‘ladi.

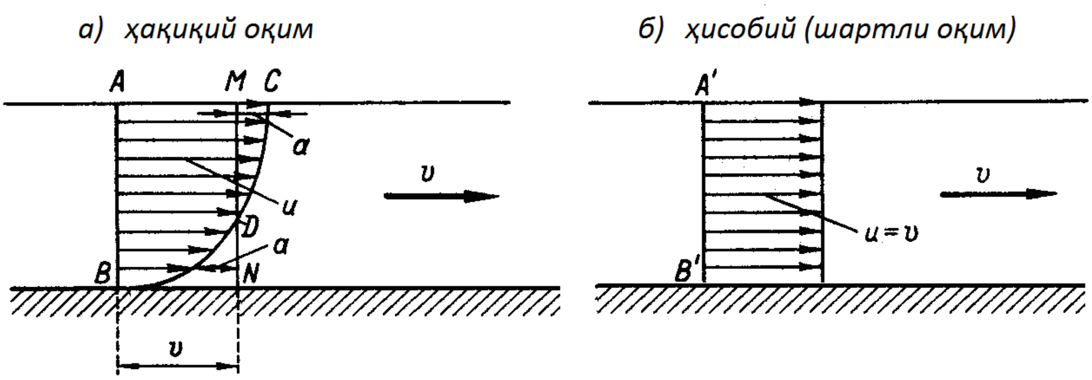
$$z + \frac{p}{\gamma} = const \quad \text{(qaralayotgan kesim uchun)} \qquad (3.72)$$

Demak, xulosa qilish mumkinki, tekis va tekis o‘zgaruvchan harakatda qaralayotgan kesim bo‘ylab bosim taqsimlanishi gidrostatik qonunga bo‘ysunadi. Bu holat – elementar oqimchadan butun oqimni o‘rganishga o‘tishdagi *birinchi ko‘maklashuvchi vaziyat* deyiladi.

3.22. IXTIYORIY SHAKLDAGI HARAKATDAGI KESIM ORQALI OQIB O‘TAYOTGAN SUYUQLIK MASSASINING KINETIK ENERGIYASI MIQDORIGA VA HARAKATLAR MIQDORI KATTALIGIGA HARAKATDAGI KESIM BO‘YLAB TEZLIK TAQSIMLANISHI NOTEKISLIGINING TA’SIRI

(ikkinchi ko‘maklashuvchi vaziyat)

3.27-rasmda ifodalangan oqimning uzunlik bo‘yicha qirqimida ikkita harakatdagi kesimni tanlab olamiz. *AB* va *A'B'* kesimlardagi (*Q*) sarfni va ularning geometrik o‘lchamlarini bir xil deb qabul qilamiz. Lekin, *AV* harakatdagi kesim bo‘ylab tezlik taqsimlanishi notekis bo‘lib, bu kesim uchun bo‘ylama qirqim 3.27, *a*-rasmda ifodalangan va uni bundan buyon *haqiqiy oqim bo‘ylama qirqimi* deb yuritamiz. 3.27, *b*-rasmdagi sxema esa, *hisobiy (shartli*) *oqimning bo‘ylam qirqimi*deb yuritamiz. Hisobiy oqim harakatdagi kesimidan suyuqlikning barcha zarrachalari bir xil υ o‘rtacha tezlik bilan oqib o‘tadi deb qabul qilamiz. Suyuqlikning *AB* kesimdan *dt* oniy vaziyatda oqib o‘tayotgan *M* massasining harakatlar miqdorini *XC* va kinetik energiyasinini *KE* deb belgilab olamiz. (3.27, *a*-rasm). Shu *dt* oniy vaziyatda *A'B'* harakatdagi kesim orqali o‘tgan *M* massaning harakatlar miqdorini va kinetik mos ravishda $[XM\,(M)]_{o‘r}$ va $[KE\,(M)]_{o‘r}$deb belgilab olamiz.



3.27-rasm. α_o va α koeffitsientlarning mohiyatini aniqlashga doir

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, *XM* (*M*) va *KE* (*M*)kattaliklarni hisoblashda harakatdagi kesimning turli nuqtalaridagi *u* tezlik miqdori turlicha ekanligi hisobga olinadi, shu sababli yuqoridagi kattaliklar haqiqiy deb qabul qilinadi. $[XM\ (M)]_{o‘r}$va$[KE\ (M)]_{o‘r}$ kattaliklarni hisoblashda esa, *u* tezlik kattaligi butun kesim bo‘ylab bir xil deb qabul qilinadi va o‘rtacha tezlikka tenglanadi. Yuqoridagi kattaliklar esa υo‘rtacha tezlik bo‘yicha hisoblangan *o‘rtacha qiymatli kattaliklar* deyiladi.

Bizning asosiy vazifamiz *a* va *b* sxemalar uchun aniqlangan *XM* va *KE* kattaliklarni miqdoriy taqsimlashdan iborat. Boshqacha qilib talqin qilinganda, *M* massaning *XM* va *KE* kattaliklariga harakatdagi kesim bo‘ylab tezlik taqsimlanishining notekisligi qanday ta’sir ko‘rsatishini o‘rganishimiz kerak. Buning uchun quyidagi munosabatni o‘rganishimiz kerak:

$$XC(M):[XC(M)]_{yp} \text{va } КЭ(M):[КЭ(M)]_{yp}.$$

Buning uchun [(3.27, 3.28, 3.29)] ifodalar asosida tasdiqlangan quyidagi munosabatlarni yozib olamiz:

$$dQ = ud\omega; \quad Q = \int_\omega ud\omega = \upsilon\omega; \qquad (3.73)$$

$$dV = dtdQ; \quad V = dt\int_\omega ud\omega = \upsilon\omega dt; \qquad (3.74)$$

$$dM = \rho dV = \rho ud\omega dt; \qquad (3.75)$$

$$M = \rho dt\int_{\omega} ud\omega = \rho \upsilon \omega dt. \qquad (3.76)$$

bunda, $d\omega$ – harakatdagi kesimning elementar yuza kattaligi; V – dt vaqt oralig‘ida harakatdagi kesimdan o‘tgan suyuqlik hajmi; M – shu hajm massasi.

1^0. *M* massaning harakatlar miqdoriga (*XM*) yassi harakatdagi kesim buylab *u* tezlik taqsimlanishi notekisliligining ta’siri.

dM massaning haqiqiy harakatlar miqdori

$$XC(dM) = udM = \rho u^2 d\omega dt \qquad (3.77)$$

M massaning harakatlar miqdori esa

$$XC(M) = \int_{\omega} XC(dM) = \rho dt\int_{\omega} u^2 d\omega \qquad (3.78)$$

M massaning «o‘rtacha» harakatlar miqdorini quyidagicha ifodalashimiz mumkin:

$$[XC(M)]_{yp} = \upsilon M = \upsilon(\rho \upsilon \omega dt) = \rho \upsilon^2 \omega dt \qquad (3.79)$$

bunda

$$XC(M) > [XC(M)]_{yp} \qquad (3.80)$$

Haqiqatan ham,

$$XC(M) = \rho dt\int_{\omega} u^2 d\omega = \rho dt\int_{\omega} (\upsilon + a)^2 d\omega \qquad (A)$$

bunda, a– manfiy yoki musbat kattalik, $a = u - \upsilon$ (qarang 3.27, a-rasm).

Rasmga asosan,

$$\int_{\omega} ad\omega = 0 \qquad (B)$$

Harakat davomida *MSD* va *VDN* yuzalar tenglashishi mumkin. Shunga asosan,

$$XC(M)=\rho dt\left[\int_\omega \upsilon^2 d\omega+2\int_\omega \upsilon a d\omega+\int_\omega a^2 d\omega\right]=\rho dt\left[\upsilon^2\int_\omega d\omega+2\upsilon\int_\omega a d\omega+\int_\omega a^2 d\omega\right]=$$

$$=\rho dt\left[\upsilon^2\omega+\int_\omega a^2 d\omega\right]=\rho\upsilon^2\omega dt+\rho dt\int_\omega a^2 d\omega=\left[XC(M)\right]_{yp}+\rho dt\int_\omega a^2 d\omega,$$

oxirgi had doimo musbat bo‘lib, nolga yaqinlashadi, faqat $a = 0$ bo‘lgan holda $u= \upsilon$ (ya’ni, haqiqiy tezliklar harakatdagi kesim bo‘ylab tekis taqsimlanadi).

Bu vaziyat (3.80) ifodaning to‘g‘riligini tasdiqlaydi.

Endi (3.78) ifodaning (3.79) ifodaga nisbatini α_0 deb belgilaymiz. Ya’ni,

$$\frac{XC(M)}{\left[XC(M)\right]_{yp}}=\frac{\int_\omega u^2 d\omega}{\upsilon^2\omega}=\alpha_0 \text{ (belgi)} \qquad (3.81)$$

Bunga asosan,

$$\int_\omega u^2 d\omega=\alpha_0\upsilon^2\omega \qquad (3.82)$$

$$XC(M)=\alpha_0\left[XC(M)\right]_{yp}=\alpha_0\rho\upsilon^2\omega dt=\alpha_0\rho\upsilon Q dt \qquad (3.83)$$

Demak, ta’kidlash mumkinki, dt vaqt oralig‘ida harakatdagi kesimdan o‘tayotgan M massa harakatlar miqdorining haqiqiy kattaligi, kesimdan o‘tayotgan zarrachalar tezligi bir xil υ kattalikka teng deb hisoblab, aniqlangan harakatlar miqdorining shartli (o‘rtacha) qiymatini tuzatish koeffitsientiga (α_0) ko‘paytmasiga teng.

2^0. *M* massaning yassi harakatdagi kesim bo‘ylab tezlik taqsimlanishi bir xil emasligining kinetik energiyaga ta’siri.

dM massaning haqiqiy kinetik energiyasi [(3.75) ifodaga qarang]:

$$K\text{Э}(dM)=\frac{u^2 dM}{2}=\frac{1}{2}\rho u^3 d\omega dt \qquad (3.84)$$

M massaning haqiqiy kinetik energiyasini yozamiz:

$$K\text{Э}(M)=\frac{1}{2}\rho dt\int_\omega u^3 d\omega \qquad (3.85)$$

M massaning «o‘rtacha» kinetik energiyasi qiymati:

$$[КЭ(M)]_{ур} = \frac{M\upsilon^2}{2} = \frac{1}{2}\rho\upsilon^3\omega dt \qquad (3.86)$$

bunda

$$КЭ(M) > [КЭ(M)]_{ур} \qquad (3.87)$$

holatni hisobga olamiz.

Ularning nisbatlarini α deb belgilaymiz, ya’ni

$$\frac{КЭ(M)}{[КЭ(M)]_{ур}} = \frac{\int_{\omega} u^3 d\omega}{\upsilon^3\omega} = \alpha \text{ (belgi)} \qquad (3.88)$$

Bunga asosan,

$$\int_{\omega} u^3 d\omega = \alpha\upsilon^3\omega \qquad (3.89)$$

$$КЭ(M) = \alpha[КЭ(M)]_{ур} = \alpha\frac{1}{2}\rho\upsilon^3\omega dt \qquad (3.90)$$

Demak, (3.90) ifodaga asosan *dt* vaqt oralig‘ida qaralayotgan harakatdagi kesimdan oqib o‘tgan *M* massaning haqiqiy kinetik energiyasi, υ o‘rtacha tezlikka asosan hisoblangan shartli (o‘rtacha) kinetik energiyaning α tuzatish koeffitsientining ko‘paytmasiga teng.

3.23. TO‘LIQ OQIM UCHUN TO‘LIQ NAPOR

Aniq kattalikli ko‘ndalang kesimga ega bo‘lgan oqimni *to‘liq oqim* deb olamiz. Oqimning o‘rtacha tezligi υ vaqtinchalikdan foydalangan holda, tekis o‘zgaruvchan va parallel oqimchali harakatlar bilan tanishishda davom etamiz. Bunday harakatlarda oqimning harakatdagi kesimi yassi deb qabul qilishini bilamiz. Bizga ma’lumki, har qaysi elementar oqimcha (3.65) ifoda bilan aniqlanuvchi H'_e to‘liq naporga ega bo‘lib, bu napor butun harakatdagi kesimning gidrodinamik xarakteristikasi hisoblanadi.

Taxlilimizni quyidagicha davom ettiramiz:

1) (3.65) ifodani $d\omega$ elementar yuza orqali dt vaqt oralig‘ida oqib o‘tayotgan suyuqlik og‘irligi ($\gamma dQdt$)ga ko‘paytirib, shu vaqt oralig‘ida suyuqlik olib o‘tgan mexanik energiyani aniqlaymiz;
2) Harakatdagi kesimdan dt vaqt oralig‘ida oqim olib o‘tgan mexanik energiyani olish uchun yuqorida olingan ifodani integrallaymiz;
3) Olingan energiyani qiymatini γQdt ifodaga bo‘lib, oqim olib o‘tayotgan mexanik energiyaning birlik qiymatini aniqlaymiz.
4) Bu kattalikni H_e to‘liq napor deb qabul qilib, uni H'_e kattalikning o‘rtacha qiymati ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

Bu holatda $dQ = ud\omega$, $Q = \upsilon\omega$ ni hisobga olib, quyidagilarni yozishimiz mumkin:

$$H_e = \frac{\int_\omega H'_e(\gamma dQdt)}{\gamma Qdt} = \frac{\int_\omega \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right)dQ}{Q} = \frac{\int_\omega \left(z + \frac{p}{\gamma}\right)dQ}{Q} + \frac{\int_\omega \frac{u^2}{2g} ud\omega}{\upsilon\omega} \qquad (3.91)$$

yoki (3.72) ifodani e’tiborga olganimizda,

$$H_e = \left(z + \frac{p}{\gamma}\right)\frac{\int_\omega dQ}{Q} + \frac{\frac{1}{2g}\int_\omega u^3 d\omega}{\upsilon\omega} \qquad (3.92)$$

(3.89) ifodani hisobga olsak,

$$H_e = \left(z + \frac{p}{\gamma}\right) + \frac{1}{2g}\frac{(\alpha\upsilon^3\omega)}{\upsilon\omega} \qquad (3.93)$$

va nixoyat,

$$\boxed{H_e = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha\upsilon^2}{2g}} \qquad (3.94)$$

deb yozishimiz mumkin. To‘liq oqim uchun solishtirma energiya yoki tezlik napori oqimining o‘rtacha tezligi yordamida quyidagicha ifodalanadi:

$$\boxed{h_\upsilon = \frac{\alpha \upsilon^2}{2g}} \tag{3.95}$$

bunda, α – kinetik energiya korrektivi.

3.24. KINETIK ENERGIYA TUZATISH KOEFFITSIENTI (KORREKTIVI – α) NING VA HARAKATLAR MIQDORI TUZATISH KOEFFITSIENTLARI (α_0)NING ANIQLANISH FORMULALARI VA TAJRIBAVIY QIYMATLARI

Bu koeffitsientlarning qiymatlari doimo birdan katta bo‘lib, harakatdagi kesim bo‘ylab tezlik taqsimlanishining bir xil emasligi qancha yuqori bo‘lsa, bu koeffitsientlarning qiymati shuncha miqdorda birdan katta bo‘ladi.

α_0 – koeffitsientni oqimning harakatlar miqdori tuzatish koeffitsienti yoki *Bussinesk koeffitsienti*, α esa, oqimning kinetik energiyasi korrektivi yoki *Koriolis koeffitsienti* deyiladi.

Oqimning notekis harakatida ayrim hollarda bu kattaliklar birdan keskin farq qilishi mumkin. Shu bilan birgalikda, ko‘pincha amaliyotda bu kattalik qiymati birga yaqin bo‘ladi. Shu sababli ko‘pincha, amaliy hisoblarda bu kattaliklar birga teng deb qabul qilinadi, ya’ni hisobga olinmaydi.

Koriolis koeffitsientini aniqlash uchun quyidagicha fikr yuritish mumkin. Faraz qilaylik, qaralayotgan hisobiy tekis harakatdagi kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi tezlik (mahalliy tezlik) – i shu kesimdagi o‘rtacha tezlik (υ) dan $\pm\Delta u$ miqdorga farq qiladi, ya’ni:

$$u = \upsilon \pm \Delta u$$

(3.88) asoslanib,quyidagi ifodani yozib olamiz,

$$\alpha = \frac{1}{\omega}\int_\omega \left(\frac{\upsilon \pm \Delta u}{\upsilon}\right)^3 d\omega = \frac{1}{\omega}\int_\omega \left(1 \pm \frac{\Delta u}{\upsilon}\right)^3 d\omega = \frac{1}{\omega}\int_\omega \left[1 + 3\left(\frac{\Delta u}{\upsilon}\right)^2 \pm 3\frac{\Delta u}{\upsilon} \pm \left(\frac{\Delta u}{\upsilon}\right)^3\right] d\omega$$

Bu ifodada doimo $\int_{\omega} \Delta u d\omega = 0$, chunki

$$Q = \int_{\omega} (\upsilon \pm \Delta u) d\omega = \int_{\omega} \upsilon d\omega \pm \int_{\omega} \Delta u d\omega = Q \pm \int_{\omega} \Delta u d\omega$$

bundan,

$$\int_{\omega} \Delta u d\omega = 0,$$

va nihoyatda kichik bo‘lganligi sababli,

$$\int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{\upsilon} \right)^3 = \frac{1}{\upsilon^3} \int_{\omega} \Delta u^3 d\omega \approx 0,$$

deb qabul qilib olishimiz mumkin.

Bu o‘zgarishlarni inobatga olib,

$$\alpha = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left[1 + 3 \left(\frac{\Delta u}{\upsilon} \right)^2 \right] d\omega = 1 + \frac{3}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{\upsilon} \right)^2 d\omega$$

Bussinesk koeffitsientini aniqlash uchun ham quyidagicha fikr yuritish mumkin. Faraz qilaylik, qaralayotgan hisobiy tekis harakatdagi kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi tezlik (mahalliy tezlik) – *i* shu kesimdagi o‘rtacha tezlik (υ)dan $\pm \Delta u$ miqdorga farq qiladi, ya’ni:

$$u = \upsilon \pm \Delta u$$

Quyidagi ifodaga $\int_{\omega} u^2 d\omega = \alpha_0 \upsilon^2 \omega$ asoslanib, quyidagi ifodani yozib olamiz,

$$\alpha_0 = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\upsilon \pm \Delta u}{\upsilon} \right)^2 d\omega = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(1 \pm \frac{\Delta u}{\upsilon} \right)^2 d\omega =$$

$$= \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left[1 + 2 \frac{\Delta u}{\upsilon} \pm \left(\frac{\Delta u}{\upsilon} \right)^2 \right] d\omega = 1 + \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{\upsilon} \right)^2 d\omega$$

Chunki, $\int_{\omega} \Delta u d\omega = 0$, ekanligini yuqorida isbotladik.

Tekis harakatda bu koeffitsientlar teng tajribalar natijasida aniqlangan qiymati quyidagicha olinishi mumkin.

$$\alpha_0 \approx 1{,}03 \div 1{,}05; \quad \alpha \approx 1{,}10 \div 1{,}15$$

3.25. BARQAROR HARAKATLANAYOTGAN REAL SUYUQLIK OQIMI KINETIK ENERGIYASINING GIDRAVLIK TENGLAMASI (BERNULLI TENGLAMASI)

Yon devorlari suv o‘tkazmas materialdan iborat ochiq o‘zanda harakatlanayotgan oqim bilan tanishamiz. Faraz qilaylik, o‘zanning yon devorlaridan qo‘shimcha miqdor qo‘shilmaydi va o‘ta olmagan oqimning ayrim miqdori ketmaydi. Ishqalanish kuchi bajargan ish hisobiga oqimning energiyasi oqim bo‘ylab kamayadi. Demak, real (yopishqoq) suyuqliklar uchun

$$H_{e_1} > H_{e_2}$$

munosabat o‘rinlidir. Bunda, H_{e_1} va H_{e_2} – qaralayotgan kesimlardagi to‘liq naporlar (3.28-rasm).

Bu munosabatni va (3.94) ifodalarni hisobga olib, to‘liq oqimning gidravlik tenglamasini, ya’ni barqaror harakatlanayotgan real suyuqlik oqimi uchun Bernulli tenglamasini quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\boxed{z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \upsilon_2^2}{2g} + h_f} \qquad (3.96)$$

yoki energetik nuqtai nazaridan

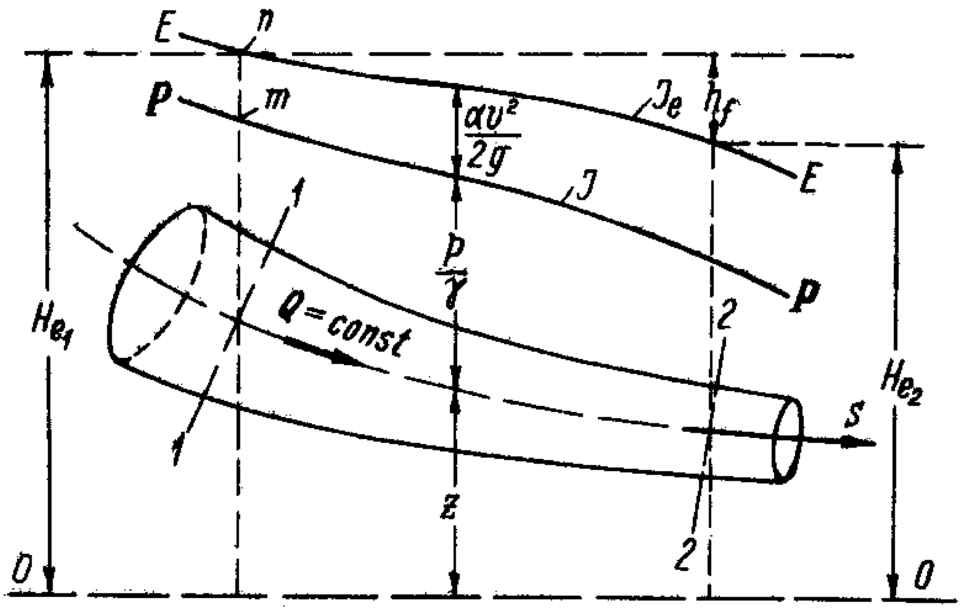
$$H_{e_1}(\gamma Q t) - H_{e_2}(\gamma Q t) = h_f(\gamma Q t) \qquad (3.97)$$

bunda

$$h_f = H_{e_1} - H_{e_2} \qquad (3.98)$$

*napor yo‘qolishi*yoki suyuqlik oqimining solishtirma kinetik energiyasining o‘zgarishi (ma’lum bir qismini mexanik energiyaga –issiqlikka aylanishi) deyiladi. Ya’ni, *1-1* va *2-2* kesimlar oralig‘ida ishqalanish hisobiga oqimning harakatiga bo‘lgan to‘sqinlikni yengib o‘tish uchun sarflangan napor miqdoridir.

3.28-rasmda *R-R* pezometrik va *Ye-Ye* napor chiziqlari ko‘rsatilgan. Bunda *Ye-Ye* chiziq oqim harakati bo‘ylab napor yo‘qolishi hisobiga gorizontal holatda bo‘lmaydi. Bu elementar yo‘qolishni $\left[-d\left(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha\upsilon^2}{2g}\right)\right]$ birlik *ds* masofaga nisbatan qiymatini *gidravlik nishablik* deb atab, $J_e$harfi bilan belgilaymiz



3.28-rasm. Barqaror harakatdagi real suyuqlik oqimi uchun Bernulli tenglamasining geometrik interpretatsiyasi.

0-0 – taqqoslash tekisligi; *R-R* – pezometrik chiziq;

Ye-Ye – to‘la napor chizig‘i; H_{e_1} va H_{e_2} – to‘liq naporlar;

h_f – napor yo‘qolishi; J_e – pezometrik nishablik.

$$J_e = -\frac{dH_e}{dl} \qquad (3.99)$$

yoki

$$J_e = -\frac{d\left(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha\upsilon^2}{2g}\right)}{dl} \qquad (3.100)$$

$$J_e = +\frac{dh_f}{dl} \qquad (3.101)$$

Umuman, real suyuqliklar uchun gidravlik nishablik musbat qiymatga ega bo‘ladi: $J_e > 0$; faqat ideal suyuqliklar uchun bu kattalik nolga teng bo‘ladi: $J_e = 0$. Pezometrik nishablik tushunchasi bilan tanishamiz (qarang §3.17-mavzu).

$$J = -\frac{d}{dl}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) \qquad (3.102)$$

3.28-rasm orqali biz butun gidrodinamik ko‘rinishni ifodalashimiz mumkin.

a) *s* oqim o‘qi va *R-R* chiziq bilan chegaralangan shakl bizga r/γ ifodaning o‘zgarish epyurasini ko‘rsatib turibdi.

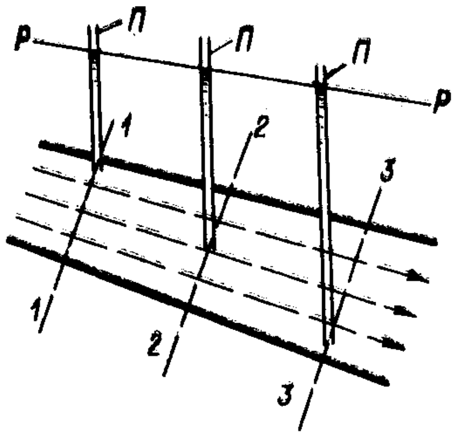
b) *R-R* va *Ye-Ye* chiziqlar bilan chegaralangan shakl esa $\frac{\alpha\upsilon^2}{2g}$ tezlik naporini o‘zgarishini ko‘rsatadi.

c) *R-R* va *00* taqqoslash tekisligi orasidagi shakl esa oqim bo‘ylab potentsial napor o‘zgarishini ko‘rsatadi.

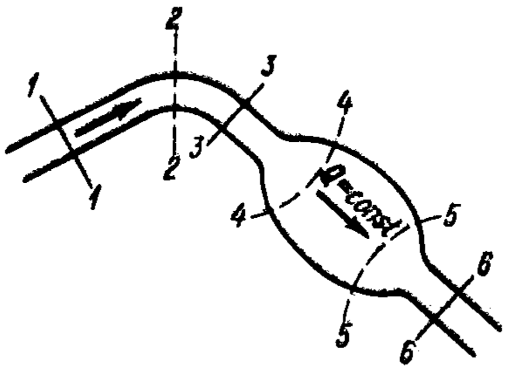
d) *Ye-Ye* chiziq va *00* taqqoslash tekisligi orasidagi shakl to‘liq napor o‘zgarishini ko‘rsatadi.

Bernulli tenglamasi ikki kesimning gidrodinamik elementlari o‘rtasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatishini ta’kidlashimiz mumkin. (3.96) ifodaga kiruvchi z_1 va z_2 hadlar *1-1* va *2-2* kesimlar nuqtalarining *00* taqqoslash tekisligidan balandligini ko‘rsatsa, r_1/γ va r_2/γ hadlar bu kesimlarning nuqtalaridagi bosim hisobiga yaratilgan pezometrik balandlikni bildiradi. Bu qanaqa nuqtalar degan savolga shunday javob izlashimiz mumkin:

§3.20-mavzudagi mulohazalarga asosan oqimning sekin o‘zgaruvchan va parallel harakatida $z + p/\gamma = const$ bo‘lib, kesimning qaysi nuqtasiga pezometrik naycha o‘rnatilishidan qat’iy nazar, bu kattalik qiymati o‘zgarmaydi (3.29-rasm).



3.29-rasm. *R-R* chiziqni chizishga doir



3.30-rasm. Bernulli tenglamasining qo‘llanilish sharti

Shuni doimo yodda tutish kerakki, *R-R* va *Ye-Ye* chiziqlardan o‘tuvchi vertikalda yotuvchi har qanday nuqta juftligi ma’lum bir oqimning harakatdagi kesimiga ta’luqlidir.

Yuqoridagilarni hisobga olganda, Bernulli tenglamasini qo‘llash uchun quyidagi uchta asosiy shartlar mavjuddir:

1 – shart. 1-1 va 2-2 kesimlar orasida oqim sarfi doimiy bo‘lishi kerak (Q=const).

2 – shart. (3.60) ifodani chiqarishda 1-1 va 2-2 kesimlar orasida oqimning kinetik energiyasi doimiy deb hisoblanganligi sababli, oqim harakati bu oraliqda barqaror bo‘lishi kerak (3.29-rasm).

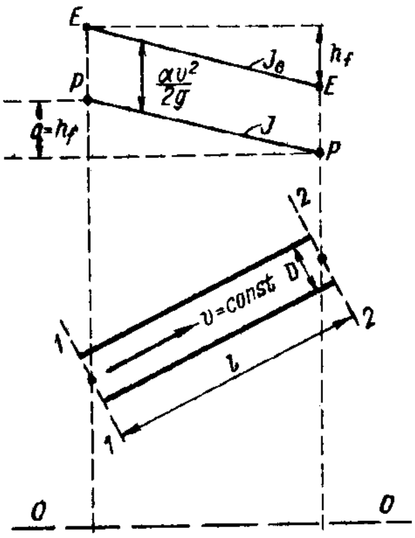
3 – shart. Kesimlar oralig‘ida harakat tez o‘zgaruvchan bo‘lsada, kesimlarda oqim harakati sekin o‘zgaruvchan yoki tekis bo‘lishi kerak. Chunki, $z + p/\gamma = const$ *sharti bajarilishi kerak.*

3.30-rasmda sekin o‘zgaruvchan harakat sohasi butun chiziqlar bilan va tez o‘zgaruvchan harakat sohasi shtrixlangan chiziqlar bilan ko‘rsatilgan. Ko‘rinib turibdiki, Bernulli tenglamasi bilan 1 va 3, 3 va 6 va x.k. kesimlarni birlashtirish mumkin, lekin 1 va 2 yoki 2 va 4 va x.k. kesimlarni Bernulli tenglamasi bilan birlashtirish mumkin emas.

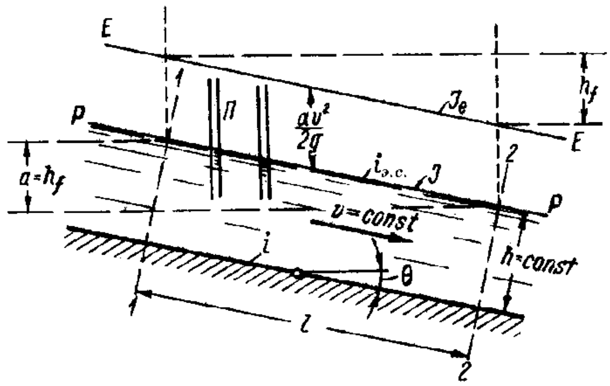
3.26. OQIMNING BARQAROR HARAKATIDA NAPOR VA PEZOMETRIK CHIZIQLARNING KO‘RINISHLARI HAQIDA UMUMIY KO‘RSATMALAR. BERNULLI TENGLAMASIGA KIRUVCHI HADLAR HAQIDA QO‘SHIMCHA MULOHAZALAR

1^0. Tekis harakat bo‘lgandagi holat.

Naporli va naporsiz harakatlar bilan tanishamiz. Naporli harakatni 3.31-rasmda ifodalangan *D* quvurning *l* uzunlikdagi bo‘lagida kuzatish mumkin. Oqimning oqishi har qanday kesimda o‘zgarmasligi sababli, yo‘qolish ham o‘zgarmaydi. Shu sababli, *Ye-Ye* napor chizig‘i qiyaligi o‘zgarmasdir $J_e = const$ (oqim bo‘ylab).



3.31-rasm. Oqimning tekis napor ostidagi harakatida *R-R* va *Ye-Ye* chiziqlar



3.32-rasm. Oqimning tekis naporsiz harakatida *R-R* va *Ye-Ye* chiziqlar

Xulosa qilish mumkinki,

$$\frac{\alpha \upsilon^2}{2g} = const \qquad \text{(oqim bo‘ylab)} \qquad (3.103)$$

bo‘lganligi sababli, oqimning napor ostidagi tekis harakatida *R-R* pezometrik chiziq ma’lum qiyalikdagi to‘g‘ri chiziq ko‘rinishida bo‘lib, napor chizig‘iga parallel bo‘ladi. *Ye-Ye* chiziqning uzunlik bo‘ylab kamayishi shu soha oralig‘ida napor yo‘qolishini ko‘rsatadi.

$$a = h_f \tag{3.104}$$

Napor ostidagi tekis harakat uchun

$$J_e = J = \frac{h_f}{l} = \frac{a}{l} \tag{3.105}$$

ifoda o‘rinlidir.

Naporsiz harakat. Bu holatda (3.32-rasm) pezometrik chiziq oqimning erkin sath chizig‘i bilan ustma-ust tushadi. Demak,

$$J_e = J = i_{э.с} = i = \frac{h_f}{l} = \frac{a}{l} \tag{3.106}$$

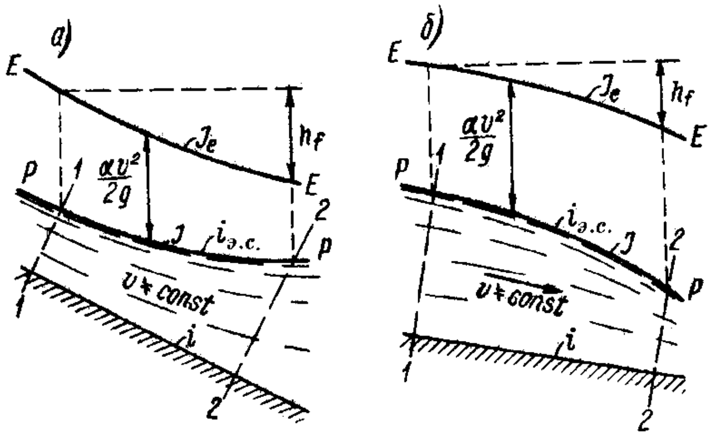
bunda, i – o‘zan tubi nishabligi;

$i_{e.s.}$ – oqim erkin sathi nmshabligi;

a – erkin sathning l uzunlikdagi pasayishi.

2⁰. Notekis harakatdagi holat.

Bunda faqat naporsiz harakatni taxlil qilish bilan chegaralanamiz (3.33-rasm).



3.33-rasm. Naporsiz notekis harakatda *R-R* va *Ye-Ye* chiziqlar shakllari

Bunda quyidagi holatni kuzatish mumkin:

$$J_e \neq J = i_{э.с} \neq i \tag{3.107}$$

3.27. BARQAROR HARAKATDAGI OQIM UCHUN HARAKATLAR MIQDORINING GIDRAVLIK TENGLAMASI

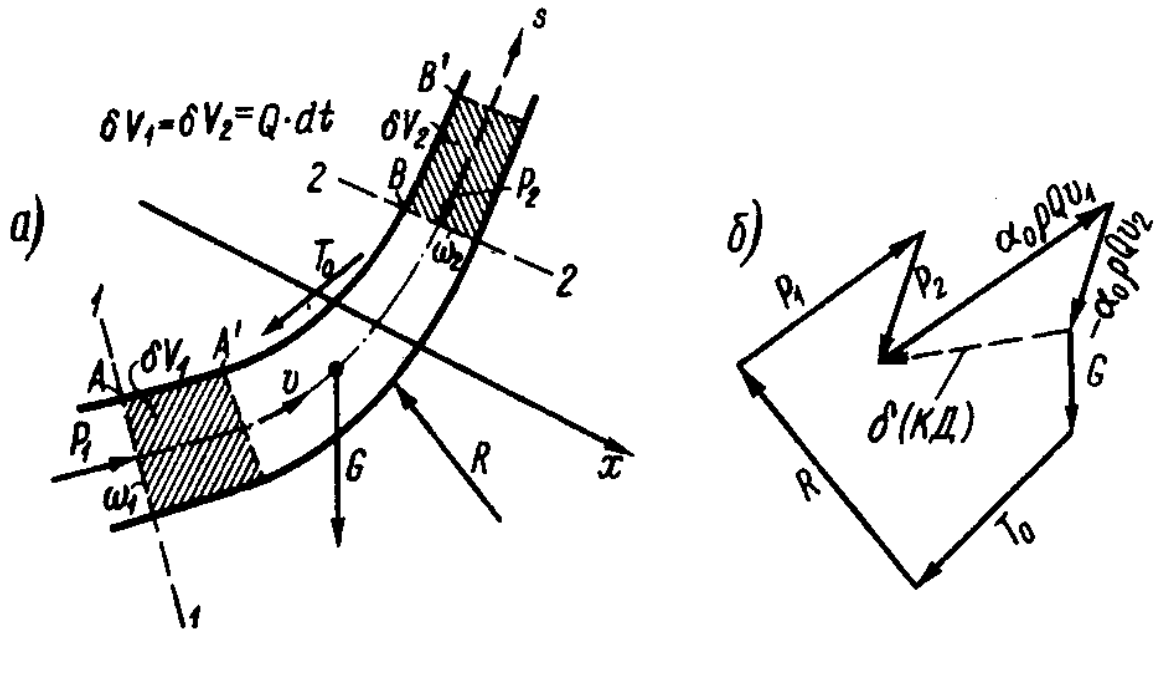
Ixtiyoriy ko‘rinishdagi oqimni tanlab olib, unda *x* o‘qini o‘tkazamiz va *1-1* va *2-2* harakatdagi kesimlarni belgilaymiz (3.34, *a*-rasm).

1-1 va *2-2* kesimlar uchun oqim harakatini tekis barqaror deb olib, nazariy mexanika kursidagi moddiy nuqtalarning harakatlar miqdori haqidagi teoremani qo‘llaymiz. Bunda kesimlardagi tezliklar *u* taqsimlanishini bir xil deb hisoblaymiz, ya’ni

$$\alpha_{0_1} = \alpha_{0_2} = \alpha_0 \tag{3.108}$$

Teoremani esga olamiz. Harakatlanayotgan jism *δ(XM)* harakatlar miqdorining ixtiyoriy *x* o‘qqa proektsiyasi shu vaqt oralig‘ida jismga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarini shu o‘qqa proektsiyalari yig‘indisiga teng.

$$\delta(XM)_x = \sum (TK)_x \tag{3.109}$$



3.34-rasm. Harakatlar miqdorining gidravlik tenglamasiga doir

Bu teoremani *dt* vaqt oralig‘ida *1-1* va *2-2* kesimlar orlig‘ida *AV* vaziyatdan *A'B'*vaziyatga o‘tgan suyuqlik hajmi uchun qo‘llaymiz.

1⁰. AV hajmning [δ(XM)] harakatlar miqdori o‘zgarishi.

Rasmdagi chiziqchalar bilan belgilangan elementar hajmlarini δV_1 va δV_2 deb belgilaymiz.

$$\begin{gathered}\delta(XM)=XM(A'B')-XM(AB)=\\ XM(A'B+BB')-XM(AA'+A'B)=XM(\delta V_2)-XM(\delta V_1)\end{gathered} \quad (3.110)$$

Ma’lumki, jismning harakatlar miqdori quyidagiga teng.

$$XM = \text{jism massasi}\times\text{jism tezligi}$$

Shuni e’tiborga olib, δV_1 va δV_2 elementar hajmlarning harakatlar miqdorini aniqlaymiz. *dt* vaqt oralig‘ida *1-1* kesim orqali o‘tgan suyuqlik hajmi δV_1 ga teng.

$$\text{massa}(\delta V_1)=\rho Q dt \quad (3.111)$$

Agar bu kesimdagi o‘rtacha tezlikni υ_1 deb qabul qilsak:

$$[XM(\delta V_1)]_{yp}=(\rho Q dt)\upsilon_1 \quad (3.112)$$

Lekin, *1-1* kesimning har xil nuqtasida tezlik har xil bo‘lganligi sababli,

$$XM(\delta V_1)=\alpha_0[XM(\delta V_1)]_{yp}=\alpha_0\rho Q\upsilon_1 dt \quad (3.113)$$

bunda, υ_1 – *1-1* kesimdagi o‘rtacha tezlik.

Analog ko‘rinishda (3.113) ifodani *XM* (δV_2)uchun quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$XM(\delta V_2)=\alpha_0\rho Q\upsilon_2 dt \quad (3.114)$$

bunda, υ_2 – *2-2* kesimdagi o‘rtacha tezlik.

(3.110) ifodaga (3.113) va (3.114) ifodalarni qo‘ysak:

$$\delta(XM)_x=\alpha_0\rho Q(\upsilon_{2_x}-\upsilon_{1_x})dt \quad (3.115)$$

2⁰. AV hajmdagi suyuq jismga ta’sir etuvchi tashqi kuchlar impulsi (TKI).

$$TKI = \text{kuchlar} \times \text{vaqt}$$

AV jismga ta’sir etuvchi tashqi kuchlar bilan tanishamiz. *AV* jismning og‘irlik kuchi G_x uning x o‘qqa proektsiyasi va kuch impulsining proektsiyasi quyidagiga teng:

$$G_x dt \tag{3.116}$$

Suyuq *AV* jismni chegaralab turuvchi yon devorlar tomonida ta’sir etuvchi tashqi ishqalanish kuchining x o‘qqa proektsiyasi impulsi

$$\left(T_0\right)_x dt \tag{3.117}$$

Yon devorlar reaktsiya kuchi (ishqalanishni hisobga olmasdan) R_x kuch impulsi proektsiyasi

$$R_x dt \tag{3.118}$$

Kesimlarning tashqi tomonida ta’sir etuvchi gidrodinamik kuchlar – R_1 va R_2. Ularning x o‘qqa proektsiyalarining impulsi

$$\left(P_{1_x} + P_{2_x}\right)dt = P_x dt \tag{3.119}$$

3⁰. Harakatlar miqdorining gidravlik tenglamasi. *(*3.109) ifodaga (3.115) va (3.119) ifodalarni qo‘ysak,

$$\boxed{\alpha_0 \rho Q\left(\upsilon_{2_x} - \upsilon_{1_x}\right) = G_x + \left(T_o\right)_x + R_x + P_x} \tag{3.120}$$

bunda, ρQ – birlik vaqt oralig‘ida harakatdagi kesimdan o‘tgan suyuqlik massasi bo‘lib, $\rho Q = const$ (oqim bo‘ylab); $\alpha_0 \rho Q \upsilon$ – *oqimningsekunddagi harakatlar miqdori* deb ataladi.

Tenglamani quyidagicha ifodalash mumkin. *1-1* tekis kesimdan *2-2* kesimga oqim o‘tishida biror o‘qqa nisbatan sekunddagi harakatlar miqdori o‘zgarishi shu o‘qqa nisbatan tashqi ta’sir etuvchi to‘rtta kuchning (G, T_0, R, R) shu qismga ta’sir etuvchi miqdorlari proektsiyalarining yig‘indisiga teng (3.34, *b*-rasm).

3.28. SUYUQLIKNING IKKI XIL TARTIBDAGI HARAKATI

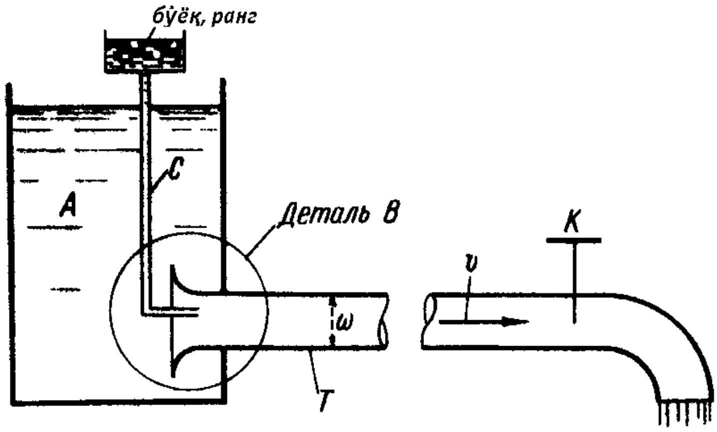
Yuqoridagi §3.24-mavzudagi barqaror harakatlanayotgan real suyuqlik oqimi kinetik energiyasining gidravlik tenglamasi – Bernulli tenglamasiga kiruvchi napor yo'qolishini ko'rsatuvchi parametrni aniqlash muhim amaliy ahamiyatga ega bo'lgan masala hisoblanadi. Bu parametrni aniqlashda *gidravlik qarshiliklar qonuniyati*[1]bilan tanishishimizga to'g'ri keladi. Buning uchun o'z navbatida suyuqlikning harakat tartibi haqida malum tasavvurga ega bo'lishimiz kerak. Shu sababli, bu masala bilan batafsil tanishamiz.

1839 va 1854 yillarda nemis injener gidrotexnigi G.Xagen va 1880 yilda rus olimi D.I.Mendeleevlar suyuqlikning harakatida g'alati bir holatni kuzatishgan. D.I.Mendeleev o'zining "Havo harakatiga suyuqlikning qarshiligi" ilmiy asarida ishqalanish kuchlari suyuqlik harakati tezligiga turli munosabatda bog'langanligi bilan xarakterlanuvchi suyuqlikning harakat tartiblari mavjudligini ta'kidlagan. Suyuqlikning bu harakat tartiblarini fizik mohiyati 1883 yilda ingliz fizigi Osborn Reynolds tomonidan kuzatib o'rganilgan va nazariy jihatdan asoslangan. Bu hodisani kuzatish uchun 3.35-rasmda ifodalangan bir xil rangdagi suyuqlik bilan to'ldirilgan *A* idishga shisha quvur ulangan. Quvurga Kr_1 kran o'rnatilgan bo'lib, *A* idish yuqorisiga ikkinchi *B* idish o'rnatilgan. Unga ham kichik naycha ulangan bo'lib, quvurga naychaning chiqish qismi tushirilgan. Naychaning ichida harakatlanayotgan suyuqlikni boshqarish uchun Kr_2 kran o'rnatilgan va *B* idishga solishtirma og'irligi birinchi suyuqliknikiga teng, lekin rangi boshqa suyuqlik solingan. Kr_1 va Kr_2 yordamida suyuqliklar ma'lum bir tezlik yordamida harakatga keltirilgan.

[1]Bu tushuncha bilan keyingi mavzularda batafsil tanishamiz.

$$\upsilon = \frac{Q}{\omega} \qquad (3.121)$$

Tajriba natijasida quyidagilar aniqlan-gan:



3.35-rasm. Reynolds qurilmasi sxemasi

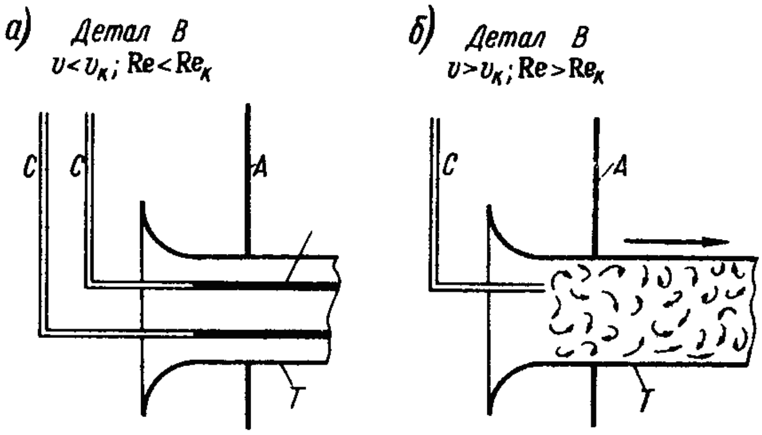
1.Quvurdagi harakatla-nayotgan suyuqlik oqi-mining ma’lum bir chegaraviy qiymati υ_k dan kichik tezlikda, naychadan tushayotgan suyuqlik ma’lum bir oqimcha shaklida katta idishdagi suyuqlik bilan aralashmasdan harakatlana boshlagan.

$$\upsilon < \upsilon_\kappa \qquad (3.122')$$

2. Shu chegaraviy qiymatdan yuqori bo‘lgan tezlikda esa ular aralash holatda harakatlana boshlagan. Chunki, qaralayotgan suyuqlik oqimi harakatlanayotgan muhit nuqtasidagi tezlikning vaqt davomida uzluksiz o‘zgarishi, yani tebranishi (pulsatsiyasi) natijasida naychadan chiqayotgan oqimcha tebrana boshlaydi. Bu jarayon kuchayib, aylanma harakatga aylanadi va oqimcha ikkinchi suyuqlik bilan aralashib ketadi. Tebranma (pulsatsion) tezlik tushunchasining fizik mohiyati bilan keyingi bobdagi mavzularda batafsil tanishamiz.

$\upsilon > \upsilon_\kappa$ (3.122")

Birinchi holatdagi harakat *oqimning laminar (tartibli*) (3.36, *a*-rasm), ikkinchi holatdagi harakat *turbulent (tartib-siz*) *harakat* (3.36, *b*-rasm) deb atalgan. Oqimning chegaraviy tezligini esa υ_k kritik tezlik deb belgilangan.



3.36-rasm. Harakat rejimlari:
a) laminar; b) turbulent

O. Reynolds nazariy muloxazalari va tajribalari asosida kritik tezlikni aniqlash ifodasini taklif qilgan:

$$\upsilon_\kappa = \frac{v\,\mathrm{Re}_\kappa}{R} \qquad (3.123)$$

bunda, *R* – gidravlik radius; *v* – suyuqlikning kinematik yopishqoqlik koeffitsienti.

$$v = \frac{\eta}{\rho} \qquad (3.124)$$

bunda, η– suyuqlikning dinamik yopishqoqlik koeffitsienti.

Re$_k$ – o‘lchamsiz empirik koeffitsient bo‘lib, *Reynolds sonining kritik qiymati*deyiladi.

O.Reynolds 3.123-ifodaning o‘lchov birliklar usuliga asoslangan holda taqriban keltirib chiqargan. $\upsilon_\kappa = f(\rho,\ \eta,\ D)$ deb qabul qilib, quyidagi ifodani yozish mumkin:

$$\upsilon_\kappa = a\rho^x\eta^y D^z \qquad (I)$$

bunda, *a* – o‘lchov birliksiz noma’lum doimiy koeffitsient; *x*, *y*, *z* – darajaning noma’lum ko‘rsatkichlari.

Bu ifodaga kiruvchi kattaliklar o‘lchov birliklarini yozamiz:

$$[\upsilon_к]=\frac{L}{t};\ [\eta]=\frac{M}{Lt};\ [\rho]=\frac{M}{L^3};\ [D]=L. \qquad \text{(II)}$$

bunda $L,\ t,\ M$ –mos ravishda uzunlik,vaqt,massa belgilari.

(II) ifodani inobatga olib , (I) ifodani yozamiz:

$$\frac{L}{t}=\left[\frac{M}{Lt}\right]^x=\left[\frac{M}{L^3}\right]^y=[L.]^z \qquad \text{(III)}$$

Buni quyidagicha yozish mumkin:

$$Lt^{-1}=M^{x+y}L^{-3x-y+z}t^{-y} \qquad \text{(IV)}$$

Bundan, bu ifoda ma’noga ega bo‘lishligi uchun tenglamaning chap va o‘ng tomonlari ko‘rsatkichlari bir-biriga teng bo‘lishi kerak, ya’ni

$$x+y=0;\ -3x-y+z=1;\ -y=-1; \qquad \text{(V)}$$

bundan,

$$x=-1;\ y=+1;\ z=-1.$$

Bu natijalarni (I) quyib, $a=\mathrm{Re}_к,\ R=4D$ ekanligini e’tirof etgan holda,

$$\upsilon_к=4\,\mathrm{Re}_к\frac{1}{\rho}\eta\frac{1}{4R}=\mathrm{Re}_к\frac{\eta}{R} \qquad \text{(VI)}$$

ifodaga ega bo‘lamiz.

Tajribalar asosida bu sonning kritik qiymati quyidagicha aniqlangan:

a) aylana tsilindrik shakldagi quvurlarda napor ostida harakatlanayotgan suyuqlik oqimi uchun

$$\mathrm{Re}_к\approx500 \qquad (3.125)$$

Boshqa ayrim mualliflar ma’lumotlariga qaraganda, bu qiymat ancha kichik bo‘lishi mumkin.

b) to‘g‘ri burchakli ochiq kanallarda harakatlanayotgan suyuqliklar uchun Xopf tajribasiga asosan, bu kattalik

$$\mathrm{Re}_{\kappa} \approx 300 \tag{3.126}$$

(3.123) ifodani quyidagicha yozish mumkin.

$$\mathrm{Re}_{\kappa} = \frac{\upsilon_{\kappa} R}{\nu} \tag{3.127}$$

yoki

$$\mathrm{Re} = \frac{\upsilon R}{\nu} \tag{3.128}$$

bunda, υ – haqiqiy (lekin kritik emas) o‘rtacha tezlik.

Bu harakatlarning mavjudlik shartlarini quyidagicha ifodalash mumkin:

1) agar Re<Re_k bo‘lsa, *oqimning laminar harakati;*
2) agar Re>Re_k bo‘lsa, *oqimning turbulent harakati* kuzatiladi.

Xulosada quyidagilarni ta’kidlash lozim:

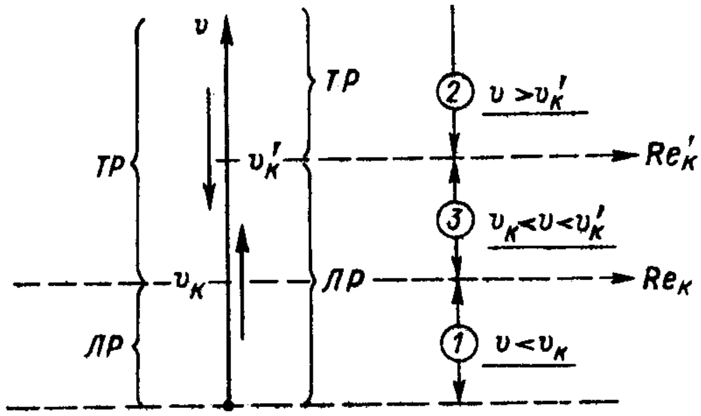
1. Suyuqlik oqimining aylana quvurlarda napor ostidagi harakatini o‘rganishda gidravlik radius o‘rniga quvur diametri yordamida Reynolds sonini aniqlash mumkin.

$$\boxed{\mathrm{Re}_{D} = \frac{\upsilon D}{\nu} = \frac{\upsilon (4R)}{\nu} = 4\,\mathrm{Re}} \tag{3.129}$$

2. Gidrotexnika amaliyotida, asosan, oqimning turbulent harakati kuzatiladi. Faqat grunt suvlari harakati bundan mustasno. Yopishqoq suyuqliklar harakati esa, asosan laminar tartibda kuzatiladi.
3. Shuni ta’kidlash joizki, yuqorida keltirilgan gidrodinamikaning asosiy tenglamalari (uzluksizlik, Bernulli, harakatlar miqdori tenglamalari) har ikkala harakatlar uchun o‘rinlidir. Faqat Bernulli tenglamasidagi energiya (napor) yo‘qolishi har xil ifodalar yordamida aniqlanadi.
4. 3.35-rasmdagi qurilma yordamida tajriba o‘tkazish davomida tashqi har qanday ta’sirdan qurilmani chegaralab, tezlikning bir qancha yuqoriroq qiymatlarida laminar harakatni saqlab qolish mumkin. Lekin nihoyatda kichik ta’sir natijasida bu holat buzilishi mumkin va turbulent harakatga

o‘tishi mumkin. Bu tezlik qiymati tezlikning *yuqori kritik kattaligi* deyiladi.

Bu holatni 3.37-rasm yordamida ifoda-lash mumkin.



3.37-rasm. Suyuqlikning laminar holatdan turbulent holatdagi harakatga va aksincha turbulent holatdan laminar holatdagi harakatga o‘tishi

Turbulent holatda harakatlanayotgan oqim tezligini bosqichma-bosqich pasaytirib, ma’lum kichik qiymatda turbulent harakatni saqlab qolish mumkin. Lekin kichik tashqi ta’sir bu harakatni laminar harakatga aylantirishi mumkin. Bu holatdagi tezlikni kritik tezlikning *pastki chegaraviy qiymati* deyiladi.

Shuni ta’kidlash kerakki, suyuqlikning hara kat tartibi gidravlik qarshiliklar qonuniyatiga to‘g‘ridan-to‘g‘ri ta’sir ko‘rsatadi. Turli tatqiqotchilar tomonidan o‘tkazilgan tajribalar har xil tartibdagi harakatda υ tezlik napor yo‘qolishiga turlicha ta’sir ko‘rsatishini tasdiqlagan.

Agar bu tajribalar natijasini bir grafikka jamlasak, $\lg h_f$ va $\lg \upsilon$ parametlar o‘rtasidagi bog‘liqlik to‘g‘ri chiziqlar kesmalari ko‘rinishidagi grafik paydo bo‘ladi..

Bu grafik tenglamasini quyidagi ko‘rinishda yozishimiz mumkin.

$$\lg h_f = \lg b + m \lg \upsilon$$

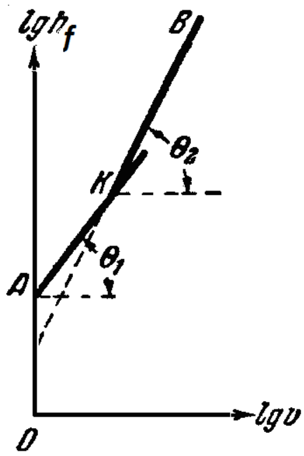
Formulada $m = tg\theta$, bunda, θ – mos kesimning abtsissa o‘qiga nisbatan tashkil etgan burchagi.

Bundan,

$$h_f = b\upsilon^m$$

bunda, b– kattalik quvur o‘lchamlariga, devor materialiga, suyuqlik turiga va m – kattalik oqimning kinetik energiyasi o‘zgarishi tezlikning ta’siri darajasiga bog‘liqligini ko‘rsatuvchi kattalikdir.

To‘g‘ri quvurlarda gidravlik qarshiliklarni aniqlashga doir tajribalar natijalariga asosan ta’kidlash mumkinki:



3.38-rasm

a) suyuqlikning laminar tartibli harakatiga grafikdagi AK soha mos kelib (3.38-rasm), A formulada $\theta_1 = 45^0; m = tg45^0 = 1$ munosabatlar o‘rinli, demak, *laminar harakatda suyuqlik solishtirma energiyasining uzunlik bo‘yicha o‘zgarishi tezlikning birinchi darajasiga to‘g‘ri proportsional;*

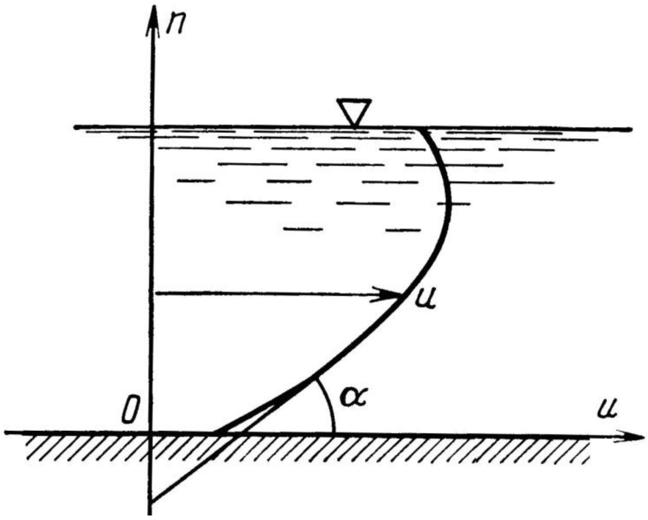
b) suyuqlikning turbulent tartibdagi harakatiga *KB* soha mos kelib, bunda $\theta_2 > 45^0$ va $m > 1$ munosabat o‘rinliligi aniqlangan,

turbulent harakatda suyuqlik solishtirma energiyasining uzunlik bo‘yicha o‘zgarishi tezlikning m darajasiga to‘g‘ri proportsional; $m = 1{,}75 \div 2{,}0$.

Shu o‘rinda ta’kidlash lozimki, texnik gidrodinamika asosiy tushunchalari bilan tanishayotganimizda, barqaror harkat mavjud bo‘lishi kam uchraydigan holatdir. Keyinchalik suyuqlikning turbulentlik darajasi yuqori bo‘lgan suyuqlikning ochiq o‘zanlaridagi harakati bilan tanishamiz. Tabiatda, ayniqsa gidrotexnika amaliyotida suyuqlik ochiq o‘zanlarda harakatlanganda turbulentlik ancha yuqori bo‘lib, u sarfni o‘zgaruvchanligini izohlaydi. Shu sababli, barqaror harakat ma’lum bir cheklanishda mavjud bo‘ladi deb qabul qilinadi.

3.29. REAL SUYUQLIKNING HARAKATI – NAVYE-STOKS DIFFERENSIAL TENGLAMALARI SISTEMASI

Bizga ma’lumki, suyuqlik zarrachalari bir-birining siljishigayoki suyuqlik qatlamlari bir-birining siljishiga qarshilik ko‘rsatadi. Nyuton suyuqliklarda siljishga qarshilik kuchi qattiq jismlar uchun Kulon konuniga teskari tarzda gidrodinamik bosimga bog‘liq bo‘lmasdan, siljish amalga oshayotgan yuza kattaligiga hamda siljish tezligiga bog‘liqligini isbotlagan.



3.39-rasm.

Bu formulalar matematik ko‘rinishda quyidagi ko‘rinishga ega:

$$F = \mu\omega\frac{du}{dn} \qquad (3.130)$$

Bu *Nyuton qonuni*ekanligi bizga ma’lum. Bunda, F – qarshilik kuchi; ω– hisobiy siljish yuzasi; $\frac{du}{dn}$ – oqim yo‘nalishiga perpendikulyar yo‘nalgan tezlik gradienti (3.39-rasm)

(3.130) ifodadan urinma kuchlanishni yozamiz:

$$\tau = \mu\frac{du}{dn} \qquad (3.131)$$

Nyuton qonunlari bundan keyin *yopishqoqlik kuchlari* deb ataluvchi qarshilik kuchlarini hisobga oluvchi umumuy differentsial tenglamani olish imkoniyatini beradi.

Yopishqoqlik kuchlarini shartli ravishda hajmiy kuch deb qabul qilib, uning tezlanishi quyidagi munosabat bilan aniqlanadi:

$$F = \frac{R}{\rho dW}$$

Yopishqoqlik kuchlarining tezlanishlari proektsiyalarini mos ravishda F_x, F_y va F_z deb belgilab,ularni Eyler tenglamasiga qo‘yamiz:

$$\left.\begin{aligned} \phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x} - \frac{du_x}{dt} - F_x = 0; \\ \phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial y} - \frac{du_y}{dt} - F_y = 0; \\ \phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial z} - \frac{du_z}{dt} - F_z = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.132)$$

Faraz qilaylik,qandaydir $dy\,dz$ yuzaga, $y0z$ koordinata tekisligi sohasida, dF qarshilik kuchi ta’sir etamoqda (3.40-rasm).

Bu kuchni koordinata o‘qlariga proektsiyalaymiz: $dF\cos\alpha = dP_x$ – $dy\,dz$ yuza bo‘yicha nomal; dT_y – $dy\,dz$ yuzaga $0y$ o‘q yo‘nalishida urinma; dT_z – $0z$ o‘q yo‘nalishida urinma.

Bu qarshilik kuchlarini birlik massaga nisbatan yozsak ($dy\,dz$), quyidagiga ega bo‘lamiz:

normal $p_x = \dfrac{dP_x}{dudz}$ – $0x$o‘qi yo‘nalishida;

normal $\tau_y = \dfrac{dT_y}{dudz}$ – $0u$ o‘qi yo‘nalishida;

normal $\tau_z = \dfrac{dT_z}{dudz}$ – $0z$ o‘qi yo‘nalishida.

Demak, qaralayotgan yuza sohasida yopishqoqlik kuchi uchta kuchlanishni aniqlamoqda –normal (siqilish va cho‘zilish kuchlanishlari) va ikkita urinma kuchlanish.Bu kuchlanishlarning har qaysisi o‘zi alohida har xil yo‘nalishda ta’sir etadi.

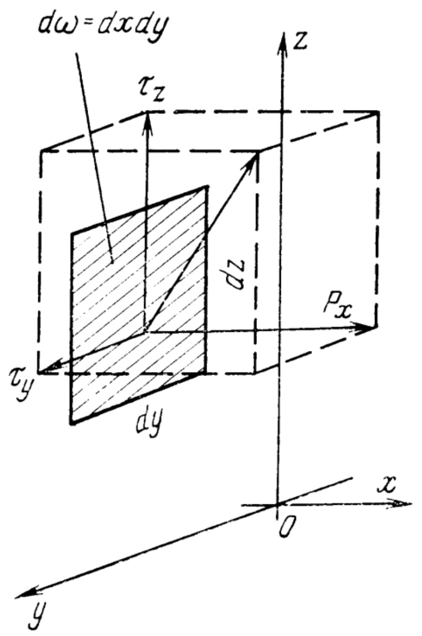
Shunday qilib,kuchlanishlarni ixtiyoriy o‘qqa loyihalashtirishda uchta kuchlanishdan bittasi mavjud bo‘lib,qolgan ikkitasi nuqtaga proektsiyalanadi.

Endi $ABCDA'B'C'D'$ to‘g‘rito‘rtburchakli parallelepiped (3.41-rasm) qirralariga ta’sir etayotgan kuchlanishlarni qarab chiqamiz. Bunda, parallelepipedning olti qirrasidan uchtasi A cho‘qqili uch qirrali burchakka tegishli bo‘lsa, yana uchtasi C' cho‘qqili uch qirrali burchaka tegishlidir.

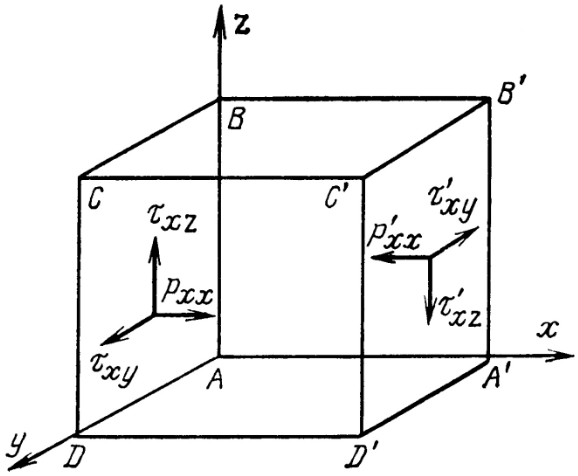
Oqim A burchakdan C' burchakka yo‘nalgan deb hisoblab, A burchakning uch qirrasi barcha kuchlanishlarining $0x$ o‘qqa proektsiyalarini aniqlaymiz.

Yozish qulay bo‘lishi uchun kuchlanishlar indeksiga ikkilangan belgilash kiritamiz. Masalan, $ABCD$ qirra uchlanishlari uchun normal kuchlanish – p_{xx}; urinma kuchlanish – τ_{xy}; urinma kuchlanish – τ_{xz}.

Bunda birinchi indeks x kuchlanishni $0x$ o‘qiga normal yo‘nalgan qirraga ta’luqliligini ko‘rsatadi; ikkinchi indeks esa bu kuchlanishni qaysi o‘q yo‘nalishida ta’sir etayotganligini ko‘ratadi. Masalan, p_{xx} kuchlanish $0x$ o‘qiga parallel yo‘nalishda ta’sir etmoqda, τ_{xz} kuchlanish esa $0z$ o‘qi yo‘nalishida ta’sir etmoqda. Xuddi shu tarzda A burchakning boshqa qirralari uchun kuchlanishlarni yozish mumkin.



3.40-rasm.



3.41-rasm.

Bu belgilanishlarni inobatga olib, A burchak qirralariga ta’sir etayotgan yopishqoqlik kuchlarining $0x$ o‘qqa proektsiyalari yig‘indisini yozamiz:

$$p_{xx}dydz + \tau_{yx}dxdz + \tau_{zx} + dxdy\,.$$

Analog tarzda C' burchak qirralariga ta’sir etayotgan yopishqoqlik kuchlarining proektsiyalari yig‘indisini yozamiz:

$$p'_{xx}dydz + \tau'_{yx}dxdz + \tau'_{zx} + dxdy\,.$$

Bu kuchlar teskari yo‘nalishda ta’sir qilib, x o‘qi yo‘nalishida umumiy kuchni yozamiz:

$$dF'_x = \left(p_{xx} - p'_{xx}\right)dydz + \left(\tau_{yx} - \tau'_{yx}\right)dxdz + \left(\tau_{zx} - \tau'_{zx}\right)dxdy$$

Endi p'_{xx}, τ'_{yx} ва τ'_{zx} kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$p'_{xx} = p_{xx} + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x}dx\,;\ \tau'_{yx} = \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\,;\ \tau'_{zx} = \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dz\,;$$

Yuqoridagi tenglamaga kerakli o‘zgartirishlar kiritib, $dxdydz$ ko‘paytmani qavsdan tashqariga chiqarib,quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$dF'_x = -\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) dxdydz$$

Bu ifodani birlik massaga nisbatan yozamiz,yani $\rho\, dx\, dy\, dz$ ifodaga bo‘lamizva yopishqoqlik kuchining Eyler tenglamasiga kiritilgan 0*x*o‘qiga proektsiyasini olamiz:

$$F_x = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) \qquad (3.133)$$

Nyuton qonunidan foydalanib,urinma kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad \text{va} \qquad \tau_{zx} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial z}$$

Analog tarzda Nyuton qonuni bilan aniqlanadigan normal kuchlanish (p_{xx}) ni yozamiz,ya’ni

$$p_{xx} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial x};$$

bundaagar $\frac{\partial u_x}{\partial x} > 0$ bo‘lsa, p_{xx} – cho‘zilish kuchlanishi bo‘lib,agar $\frac{\partial u_x}{\partial x} < 0$ bo‘lsa,siqilish kuchlanishi bo‘ladi. (3.133) tenglamaga o‘zgarish kiritib,quyidagiga ega bo‘lamiz :

$$F_x = -\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right); \qquad (3.134)$$

$\mu/\rho = \nu$ munosabatni hisobga olib, (3.67) tenglamaning birinchi qatorini yozamiz:

$$\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{du_x}{dt} + \nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) = 0;$$

Analog tarzda (3.132) sistemaning qolgan ikkita tenglamasini yozamiz.

Hadlar o‘rnini o‘zgartirib, yopishqoq suyuqlikning harakat tenglamalari sistemasini quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$\left.\begin{aligned}
\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt} - \nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right);\\
\phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt} - \nu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right);\\
\phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt} - \nu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (3.135)$$

Bu yopishqoq, yani *real suyuqlikning harakati –Nave-Stoks differentsial tenglamalar sistemasi* deb yuritiladi.

Ushbu tenglamalar sistemasi ideal suyuqliklarning harakatining differentsial – Eyler tenglamalari sistemasidan real suyuqliklarga xos yopishqoqlik yoki ishqalanish kuchlari proektsiyalari bilan farq qiladi.

3.30. RYeAL SUYuQLIKNING TURBULYeNT TARTIBDAGI HARAKATI – NAVYe-STOKS DIFFYeRYeNSIAL TYeNGLAMALARI SISTEMASI

Biz asosan gidravlika kursida e’tiborimizni suv oqimining harakatiga qaratganimiz sababli, yuqoridagi real suyuqlikning laminar tartibdagi harakati differentsial tenglamalari sistemasini turbulent tartibdagi harakatga qo‘llanilish darajasini izohlaymiz. Chunki, suv oqimi asosan turbulent tartibdagi vixrli harakatni amalga oshiradi. Yuqoridagi tenglamadagi qaralayotgan nuqtalardagi o‘rtalashtirilgan tezlik (u) va uning tashkil etuvchilari (u_x, u_y, u_z) ni suyuqlik oqimining o‘rtacha tezligi (υ)va uning tashkil etuvchilari (υ_x, υ_y, υ_z) bilan o‘zgartirilsa va tenglamalardagi qarshilikni xarakterlovchi yopishqoqlik koeffitsienti (ν) ni Bussinesk taklifiga asosan burama xarakat oshishi bilan kattaroq qiymatga ega bo‘lib boruvchi, suyuqlikning turbulentligini xarakterlovchi turbulent almashish koeffitsienti (η_T) bilan o‘zgartiriladi. Bu tenglamalar sistemasi real suyuqlikning turbulent tartibdagi harakatini to‘liq ifodalashi mumkin va u real suyuqlikning turbulent tartibdagi harakati Nave-Stoks differentsial tenglamalari sistemasi deb yuritiladi va quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\left.\begin{aligned}
\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{d\upsilon_x}{dt} - \eta_T\left(\frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial z^2}\right);\\
\phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{d\upsilon_y}{dt} - \eta_T\left(\frac{\partial^2\upsilon_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\upsilon_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\upsilon_y}{\partial z^2}\right);\\
\phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{d\upsilon_z}{dt} - \eta_T\left(\frac{\partial^2\upsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\upsilon_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\upsilon_z}{\partial z^2}\right).
\end{aligned}\right\}$$

Turbulent almashish koeffitsienti haqida keyingi mavzularda batafsil to‘xtalamiz.

III bobga doir test-nazorat savollari

1. Gidrodinamik bosim nima va u qanday birliklarda o‘lchanadi?

a) Suyuqlik o‘z harakati davomida gidrostatik bosimdan tashqari qo‘shimcha bosimga ega bo‘ladi,shu sababli gidrodinamik bosim tushunchasi kiritiladi.U bosim o‘lchov birliklarida o‘lchanadi;

b) Nisbiy tinch holatdagi suyuqlikning birlik yuzasiga ta’sir etayotgan kuchni xarakterlovchi kattalik, H/m^2; kgk$/m^2$;

c) Gidrodinamik bosim bu napor, uzunlik o‘lchov birliklarida o‘lchanadi;

d) Gidrodinamik bosim miqdor jihatdan gidrostatik bosimga teng kattalikdir, bosim o‘lchov birliklarida o‘lchanadi..

2. Gidrodinamik va gidrostatik bosim o‘rtasida qanday farq bor?

a) Suyuqlik o‘z harakati davomida gidrostatik bosimdan tashqari qo‘shimcha bosimga ega bo‘ladi, shu sababli gidrodinamik bosim tushunchasi kiritiladi;

b) Hech qanday farq yo‘q;

c) Gidrodinamik bosim bu napor, gidrostatik bosim esa birlik kuch miqdoridir;

d) Gidrodinamik bosim miqdor jihatdan gidrostatik bosimga teng kattalikdir.

3.Barqaror harakat nima?

a) Suyuqlik harakatida vaqt davomida miqdori o‘zgarmasdan harakatlanishi barqaror harakat deyiladi;

b) Suyuqlik harakatida vaqt davomida miqdori o‘zgarib harakatlanishi barqaror harakat deyiladi;

c) Suyuqlik harakatida vaqt davomida tezlik o‘zgarib harakatlanishi barqaror harakat deyiladi

d) Suyuqlik harakatida vaqt davomida tezlik o‘zgarmasdan harakatlanishi barqaror harakat deyiladi.

4.Beqaror harakat nima?

a) Suyuqlik harakatida vaqt davomida miqdori o‘zgarmasdan harakatlanishi barqaror harakat deyiladi;

b) Suyuqlik harakatida vaqt davomida miqdori o‘zgarib harakatlanishi barqaror harakat deyiladi;

c) Suyuqlik harakatida vaqt davomida tezlik o‘zgarib harakatlanishi barqaror harakat deyiladi

d) Suyuqlik harakatida vaqt davomida tezlik o‘zgarmasdan harakatlanishi barqaror harakat deyiladi.

5. Gidrodinamika bo‘limi nimani o‘rgatadi?

a) Suyuklik harakat qonunlarini o‘rganib, texnikaga tadbiq etish uchun uslubiyatlar yaratadi;

b) Suyuklikning muvozanat qonunlarini o‘rganib, texnikaga tatbik etishini o‘rgatadi;

c) Suyukliklarni xossalarini o‘rganib, texnikaga tatbik etishni o‘rgatadi;

d) Muvozanatdagi suyuklikka tasir etuvchi kuchlarni o‘rgatadi.

6. Oqimning barqaror tekis va notekis harakatlar o‘rtasidagi tafovutni ko‘rsating.

a) Hech qanaqa tafovut yo‘q;

b) Oqimning barqaror tekis harakatida oqim bo‘ylab tezlik va sarf o‘zgarsa, notekis harakatda bu kattaliklar o‘zgarmaydi;

c) Oqimning barqaror tekis harakatida oqim bo‘ylab tezlik o‘zgarsa, notekis harakatda bu kattalik o‘zgarmaydi;

d) Oqimning barqaror tekis harakatida oqim bo‘ylab tezlik o‘zgarmaydi, notekis harakatda bu kattalik o‘zgarib turadi.

7. Naporsiz va naporli harakatlar o‘rtasidagi tafovutni izohlang.

a) Suyuqlik oqimi harakati davomida xarakatdagi kesimining bir qismi atmosfera bosimi bilan tutashmagan bo‘lsa bunday harakat naporli bo‘lib, harakatdagi kesimning bir qismi atmosfera bosimi bilan tutashgan bo‘lsa, ya’ni oqim erkin sirtga ega bo‘lsa, harakat naporsiz bo‘ladi;

b) Xarakatdagi kesim bo‘ylab bosim taqsimlanishi gidrostatik qonuniyatga bo‘ysunsa, harakat naporli, aks holda naporsiz bo‘ladi;

c) Quvurlardagi suyuqlik harakati naporli bo‘lib, o‘zanlarda oqim naporsiz harakatlanadi;

d) Suyuqlik oqimi harakati davomida xarakatdagi kesimining bir qismi atmosfera bosimi bilan tutashgan bo‘lsa, bunday harakat naporli bo‘lib, harakatdagi kesimning bir qismi atmosfera bosimi bilan tutashmagagan bo‘lsa, harakat naporsiz bo‘ladi;

8. Bu formula nimani ifodalaydi? $Q = \int_{\omega} u d\omega$

a) Uzluksizlik tenglamasi;

b) Real suyuklik uchun Bernulli tenglamasi;

c) Laplas tenglamasi;

d) Carfni aniklash formulasi.

9. Harakatdagi suyuqlik uchun Eyler tenglamasi qanday ko‘rinishga ega?

a) $\left.\begin{aligned} \phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt} \\ \phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt} \\ \phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt} \end{aligned}\right\};$

b) $\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0;$

c) $\left.\begin{aligned} \phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial t} \\ \phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \\ \phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial t} \end{aligned}\right\};$

d) *a* va *b* javoblari to‘g‘ri

10. Bu formula nimani ifodalaydi? $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$

a) Ideal suyukliklar uchun Bernulli tenglamasini;

b) Real suyuklik uchun Bernulli tenglamasini;

c) Eyler tenglamasini (harakatdagi suyuklik uchun);

d) Arximed formulasini.

11. Pezometr va Pito naychasining farqi nimalardan iborat?

a) $\frac{\upsilon^2}{2g}$; *b)* $\frac{p}{\gamma}$; *c)* $\frac{p}{\gamma} + \frac{\upsilon^2}{2g}$; *d)* $z + \frac{p}{\gamma}$.

12.Qachonnuqtadagitezliktaqsimotio‘zgarmasbo‘ladi?

a) Suyuklikni real deb qarasak;

b) Suyuklikni ideal deb qarasak;

c) Suyuklik to‘g‘ri to‘rtburchakli novlarda harakatlanganda;

d) Suyuqlik tsilindrik quvurlarda harakatlanganda.

13. Suyuklik harakatining uzluksizlik tenglamasini ko‘rsating?

a) $\upsilon_2\omega_1 = \upsilon_2\omega_2$

b) $\upsilon_2\omega_1 = \upsilon_2\omega_2 = \upsilon_3\omega_3 = \ldots = \upsilon_n\omega_n = const$

c) $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \ldots = Q_n = const$

d) Xammasi to‘g‘ri

14. Real suyuklik harakati davomida napor chizig‘i:

a) oqimbo‘ylab ko‘tarilib boradi;

b) gorizontal bo‘ladi;

c) vertikal bo‘ladi;

d) oqim bo‘ylab pasayib boradi

15. Bu formula nimani ifodalaydi? $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2\upsilon_2^2}{2g} + h_f$

a) Ideal suyuklik uchun Bernulli tenglamasini;

b) Real suyuklik oqimi uchun Bernulli tenglamasin;.

c) Eyler tenglamasini (harakatdagi suyuklik uchun);.

d) Arximed formulasini.

16. Gidravlik nishablik qachon nolga teng bo‘ladi?

a) Suyuklikni real deb qaralganda;

b) Suyuklikni ideal deb qaralganda;

c) Suyuklik to‘g‘ri turtburchakli novlarda harakatlanganda;

d) Suyuklik trapetsiadal novlarda harakatdanganda

17. Oqim sarfi, suyuqlik tezligi, o‘rtacha tezlik, gidravlik radius va ho‘llangan perimetrlarning belgilanishlarini ko‘rsating.

a) Q, u, v, R, χ; *b)* Q, u, υ, C, χ; *c)* Q, v, υ, R, χ; *d)* Q, u, υ, R, χ.

18. Oqim sarfi, suyuqlik tezligi, o‘rtacha tezlik, gidravlik radius va ho‘llangan perimetrlarning o‘lchov birliklarini ko‘rsating.

a) $Q - \frac{m^3}{s}; u - \frac{m}{s}, \upsilon - \frac{m}{s}, R - m, \chi - m$;

b) $Q - \frac{l}{s}; u - \frac{m^2}{s}, \upsilon - \frac{m^2}{s}, R - m, \chi - m$;

c) $Q - \frac{m^3}{s}; u - \frac{m}{s}, \upsilon - \frac{m}{s}, R - \frac{m}{s}, \chi - m^2$;

d) $Q - \frac{m^3}{s}; u - m, \upsilon - \frac{m}{s}, R - m, \chi - m.$

19. Oqim harakatdagi kesimi yuzasi belgisini va uning o‘lchov birligini ko‘rsating.

a) $\omega - m^2$; *b)* $\chi - m^2$; *c)* $\omega - m$; *d)* $\upsilon - m^2$.

20. Laminar tartibdagi harakatda quvurlar uchun

a) $\mathrm{Re} > 2320$; *b)* $\mathrm{Re} < 2320$; *c)* $\mathrm{Re} = 2320$; *d)* $\mathrm{Re} = 0.$

21.Turbulent tartibdagi harakatda quvurlar uchun

a) $\mathrm{Re} > 2320$;

b) $\mathrm{Re} < 2320$;

c) $\mathrm{Re} = 2320$;

d) $\mathrm{Re} = 0.$

22. Real suyuqliklar harakati tenglamasini izohlang.

$$a)\ \left.\begin{aligned} &\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt} - v\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right); \\ &\phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt} - v\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right); \\ &\phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt} - v\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right). \end{aligned}\right\}$$

$$b)\ \left.\begin{aligned} &\phi_x - \frac{1}{\rho}\ \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{du_x}{dt} - F_x = 0; \\ &\phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{du_y}{dt} - F_y = 0; \\ &\phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{du_z}{dt} - F_z = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$c)\ Q_1 = Q_2 = Q_3 = \ldots = Q_n = const\,;$$

$$d)\ z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g} + h_f$$