

ется по рекомендации А. Д. Альтшуля:

$$l_{в.л} = 0,5d \frac{\zeta_{в.м}}{\lambda}, \quad (5.95)$$

или приближенно

$$l_{в.л} = (40 \dots 60) d. \quad (5.96)$$

При расстояниях меньших, чем $l_{в.л}$ суммарный коэффициент двух местных сопротивлений может быть определен по зависимости

$$\zeta_{1-2} = (\zeta_1 + \zeta_2) K, \quad (5.97)$$

где K — определяется на основании опытов.

При решении ряда инженерных задач могут учитываться только местные сопротивления (см. гл. 6) или только сопротивления по длине (см. гл. 7, 8), а также сумма местных потерь и потерь по длине (см. гл. 6, 8):

$$h_w = h_l + \Sigma h_m. \quad (5.98)$$

Вопросы для самопроверки

1. Виды потерь энергии.
2. Опыты и закон Н. П. Петрова.
3. Опыты О. Рейнольдса для двух режимов движения жидкости.
4. Критические скорости и числа О. Рейнольдса.

Глава 6. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ОТВЕРСТИЙ, ЧЕРЕЗ НАСАДКИ И ПАТРУБКИ

§ 6.1. Классификация отверстий и истечений

Изучение вопроса об истечении жидкости из отверстий и насадков имеет большое прикладное значение. Теория подобного истечения положена в основу расчета эжекторов, гидромониторов, пожарных устройств, карбюраторов, водоспусков и используется для решения целого ряда других производственных вопросов.

В соответствии с особенностями гид-

5. Зависимость потерь напора от режима движения жидкости.
6. Распределение касательных напряжений при равномерном движении.
7. Уравнения движения вязкой жидкости (уравнения Навье — Стокса).
8. Распределение касательных напряжений при ламинарном режиме движения жидкости.
9. Распределение местных скоростей по сечению ламинарного потока.
10. Соотношения между средней в сечении скорости потока и максимальной при ламинарном режиме движения.
11. Формула Пуазейля.
12. Определение потерь по длине при ламинарном режиме движения.
13. Коэффициент кинетической энергии для ламинарного режима.
14. Начальный участок ламинарного движения.
15. Переход от ламинарного режима движения к турбулентному.
16. Модель турбулентного потока.
17. Пульсация скорости.
18. Осредненная модель турбулентного потока.
19. Структура турбулентного потока.
20. Каскадная теория турбулентного потока академика А. Н. Колмогорова.
21. Вихревая вязкость.
22. Распределение местных осредненных скоростей.
23. Гидравлически гладкие, переходные и шероховатые поверхности.
24. Определение толщины вязкого подслоя.
25. Определение потерь напора по длине.
26. Определение местных потерь напора при внезапном расширении потока.
27. Виды местных потерь напора и их определение.

равлического расчета, отверстия подразделяют на малые и большие.

Малым (рис. 6.1, I и II), называется отверстие, в различных точках которого геометрический напор H (расстояние по вертикали от свободной поверхности жидкости до рассматриваемой точки отверстия) практически одинаков (высота такого отверстия, расположенного в вертикальной стенке, не превышает $0,1 H$). *Большим* (рис. 6.1, III) называется отверстие, геометрический напор в различных точках по высоте

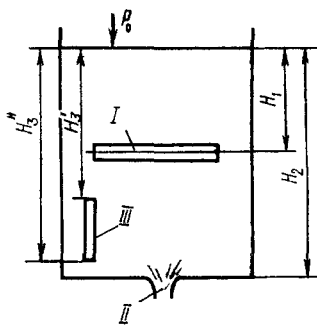


Рис. 6.1

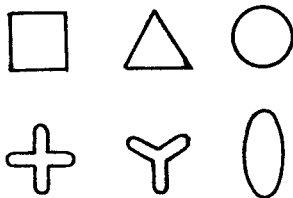


Рис. 6.2

которого не одинаков. Речь не идет об абсолютных геометрических размерах отверстий, а о соизмеримости их высоты и расчетного напора. Таким образом, узкая вертикальная щель является большим отверстием, а отверстие любого размера в дне сосуда — малым.

Отверстия могут быть правильной (круглые, квадратные и т. д.) и неправильной формы. Форма отверстия существенно сказывается на истечении и во многих случаях (рис. 6.2, где в верхнем ряду показаны отверстия, в нижнем — сечения струй) изменяет поперечное сечение вытекающей струи (это явление называется *инверсией*).

Отверстие может быть в тонкой или толстой стенке. Стенка считается *тонкой* (рис. 6.3), если ее толщина $\delta < 0,67 H$ (в этом случае абсолютная толщина стенки не сказывается на характере истечения из отверстия). *Толстой* называется стенка при $\delta \geq 0,67 H$, когда ее толщина уже сказывается на истечении.

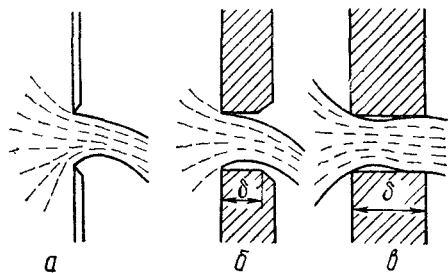


Рис. 6.3

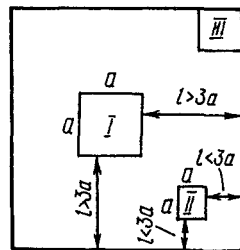


Рис. 6.4

Отверстия могут быть в вертикальной и наклонной стенке.

На характер истечения из отверстий существенно влияет сжатие струи при подходе к отверстию, постоянно или изменение действующего напора, уровень жидкости за отверстием.

Сжатие называется *совершенным*, когда боковые стенки и дно сосуда практически не влияют на истечение (рис. 6.4, I). Если отверстие находится от боковой стенки или дна на расстоянии l , меньшем утроенного размера отверстия (для круглого $l \leq 3d$, для квадратного $l \leq 3a$), то истечение происходит с *несовершенным сжатием* (рис. 6.4, II). В этом случае боковые стенки или дно сосуда оказывают влияние на истечение.

Сжатие струи при подходе к отверстию может быть *полным* (по всему периметру), и *неполным*, когда с одной или нескольких сторон жидкость при подходе к отверстию не испытывает сжатия (рис. 6.4, III).

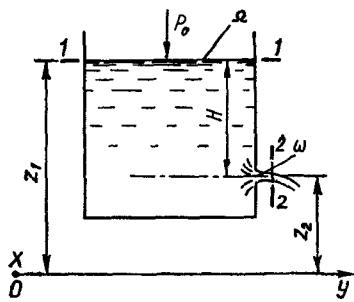


Рис 6 5

Если при истечении уровень жидкости в сосуде не изменяется, то имеет место установившееся движение и считается, что истечение происходит при постоянном напоре ($H = \text{const}$) При изменении уровня имеет место неустановившееся движение, так как истечение жидкости происходит при переменном напоре ($H \neq \text{const}$) и гидравлические элементы потока меняются с течением времени. Различают также случаи истечения при наличии притока жидкости в сосуд ($q \neq 0$) и при его отсутствии ($q = 0$, имеет место опорожнение сосуда).

Если уровень жидкости за отверстием не влияет на условия истечения, последнее называется *свободным* (чаще всего в атмосферу). При его влиянии на характер истечения такие отверстия называют *подтопленными* (при частичном затоплении) или *затопленными*, когда истечение происходит под уровень ниже лежащей жидкости

§ 6.2. Истечение жидкостей из малых отверстий при постоянном напоре

В боковой тонкой вертикальной стенке сосуда произвольной формы имеется малое отверстие (рис 6 5), внешнее давление p_0 (давление на поверхности жидкости в сосуде) — атмосферное, истечение — свободное, в атмосферу, и происходит при постоянном напоре H (то есть уровень жидкости в сосуде не

изменяется, что, вообще говоря, возможно только при истечении, компенсированном притоком) Площадь сечения сосуда Ω , площадь сечения отверстия ω . Необходимо найти зависимости для определения скорости и расхода при истечении

За плоскость сравнения возьмем произвольную горизонтальную плоскость (xOy — ее след) Выберем два сечения — одно на поверхности жидкости (площадь и давление в этом сечении — известны), а второе — в непосредственной близости от отверстия, в свободно падающей струе

Полагая, что коэффициенты кинетической энергии $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, записывают уравнение Д. Бернулли для выбранных сечений 1—1 и 2—2

$$\frac{\alpha V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_{w_{1-2}} \quad (6 1)$$

Допуская, что центры тяжести отверстия и сечения лежат на одной горизонтальной прямой, из чертежа получим

$$z_1 - z_2 = H \quad (6 2)$$

Поскольку за отверстием струя свободно падает в атмосферу, гидродинамическое давление по всему сечению 2—2 будет равно внешнему (то есть атмосферному) давлению. Следовательно, $p_1 = p_2 = p_a$

Учитывая, что площадь сечения сосуда Ω обычно значительно превосходит площадь сечения струи ω_2 , можно допустить, что скоростной напор в первом сечении

$$\frac{\alpha V_1^2}{2g} \approx 0, \quad (6 3)$$

принебрегая тем самым скоростью подхода

Тогда, представив затраты энергии между рассматриваемым сечением как

некоторую часть ζ от скоростного напора $\frac{V_2^2}{2g}$

$$h_{w1-2} = \zeta \frac{V_2^2}{2g} \quad (6.4)$$

после сокращения $\left(\frac{p_1}{\rho g} \text{ и } \frac{p_2}{\rho g}\right)$ и подстановки (6.2), (6.3) и (6.4) в (6.1), получим

$$H = (\alpha + \zeta) \frac{V_2^2}{2g}, \quad (6.5)$$

откуда скорость в сечении 2—2

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}} \sqrt{2gH}. \quad (6.6)$$

Обозначив

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}}, \quad (6.7)$$

где φ — коэффициент скорости, получим, что скорость при истечении из малых отверстий в тонкой стенке при постоянном напоре

$$V = \varphi \sqrt{2gH} \quad (6.8)$$

Расход при истечении

$$Q = \omega_2 V_2. \quad (6.9)$$

Поскольку жидкость благодаря большой подвижности частиц со всех сторон устремляется к отверстию, за ним происходит сжатие струи и, следовательно,

$$\omega_2 = \varepsilon \omega, \quad (6.10)$$

где ε — коэффициент сжатия струи.

С учетом (6.8) и (6.10) из (6.9) будем иметь

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH}. \quad (6.11)$$

Обозначив

$$\mu \varphi = \mu, \quad (6.12)$$

где μ — коэффициент расхода, получим, что расход при истечении из малых отверстий в тонкой стенке при постоянном напоре

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}. \quad (6.13)$$

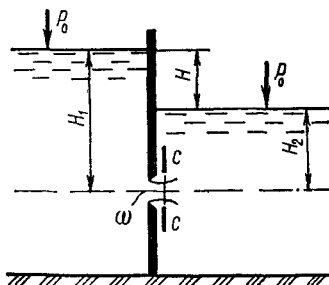


Рис. 6.6

Обычно при свободном истечении воды из малых отверстий в тонкой вертикальной стенке принимают такие средние значения названных выше коэффициентов: $\varphi = 0,97$, $\zeta = 0,06$, $\varepsilon = 0,64$, $\mu = 0,62$.

Приведенный вывод и полученные расчетные зависимости справедливы не только для малых отверстий в тонкой вертикальной стенке, но и для любых других малых отверстий (в толстой стенке, наклонной стенке или дне и т. п.), лишь бы истечение происходило при постоянном напоре. Меняться будут только абсолютные значения коэффициентов φ , ε и μ (они приводятся в специальных справочниках).

В общем случае коэффициенты, характеризующие истечение из отверстий, зависят от рода жидкости, толщины стенки, температуры, формы и размеров отверстия, напора, условий подхода к отверстию (сжатие струи, угол наклона стенки, в которой расположено отверстие) и выхода из него (истечение в атмосферу, под уровень или при частичном затоплении отверстия).

При расчете истечения из отверстия при постоянном напоре H_1 под постоянный уровень H_2 (рис. 6.6) в зависимости (6.8) и (6.13) подставляют расчетный напор

$$H = H_1 - H_2. \quad (6.14)$$

Как показывает анализ, в неотчетливых расчетах и при соотношении

площадей сечения сосуда и отверстия $\Omega/\omega > 10$ принятое ранее допущение $V_1 = 0$ вполне оправдано. Если же пренебрегать этой скоростью нельзя, вопрос решается двумя путями.

Первый путь заключается в том, что найдя по зависимости (6.13) расход Q_1 в первом приближении без учета скорости подхода, определяем в первом же приближении скорость на поверхности жидкости в сосуде

$$V_{1,1} = \frac{Q_1}{\Omega}. \quad (6.15)$$

Тогда полный напор в первом приближении, то есть с учетом скорости подхода,

$$H_{0,1} = H + \frac{\alpha V_{1,1}^2}{2g}. \quad (6.16)$$

Подставляя полученное значение в (6.13), получим расход во втором приближении

$$Q_2 = \mu\omega \sqrt{2gH_{0,1}}, \quad (6.17)$$

и при необходимости повторяем эту процедуру. Обычно при расхождении Q_n и Q_{n+1} менее чем на 5 %, такую точность определения расхода считают достаточной.

В соответствии с другим путем можно воспользоваться и уравнением неразрывности движения:

$$V_1\Omega = V_2\omega_2, \quad (6.18)$$

откуда следует, что скорость в начальном сечении $I-I$

$$V_1 = V_2 \frac{\omega_2}{\Omega}. \quad (6.19)$$

Подставляя (6.19) в уравнение (6.1), после соответствующих преобразований получим

$$H = \left(\alpha + \zeta - \alpha \frac{\omega_2^2}{\Omega^2} \right) \frac{V_2^2}{2g}, \quad (6.20)$$

или с учетом (6.10)

$$H = \left(\alpha + \zeta - \alpha \frac{e^2\omega^2}{\Omega^2} \right) \frac{V_2^2}{2g}. \quad (6.21)$$

Тогда коэффициент скорости с учетом скорости подхода

$$\varphi_V = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta - \alpha \left(\frac{e\omega}{\Omega} \right)^2}} \quad (6.22)$$

Таким образом, скорость истечения из малых отверстий при постоянном напоре с учетом скорости подхода

$$V_0 = \varphi_V \sqrt{2gH}. \quad (6.23)$$

При использовании этого пути необходима таблица коэффициентов скорости φ_V , составленная для различных соотношений ω/Ω . При отсутствии этой таблицы, зная α , ζ , e , ω и Ω , необходимо подсчитать по (6.22) значение φ_V для условий расчета.

§ 6.3. Классификация труб и насадков. Истечение жидкости через насадки и очень короткие трубы при постоянном напоре

По характерным особенностям гидравлического расчета трубы делятся на очень короткие, короткие и длинные.

Очень короткие трубы (патрубки) — это такие трубы, у которых потери на трение по длине ничтожно малы по сравнению с местными потерями.

Короткие трубы — трубы, у которых потери на трения по длине соизмеримы с местными потерями.

Длинные трубы (или трубопроводы) — это такие трубы, у которых суммарные местные потери малы по сравнению с потерями на трение по длине.

Насадки (рис. 6.7) — это присоединенные к отверстию короткие патрубки, обычно длиной $l = (2...4) d$, которые позволяют существенно изменять скорость и расход при истечении

Насадки (рис. 6.8) бывают *внешние и внутренние, цилиндрические* (рис. 6.8, а — внешний цилиндрический насадок в вертикальной, 6.8, б — то же, в на-

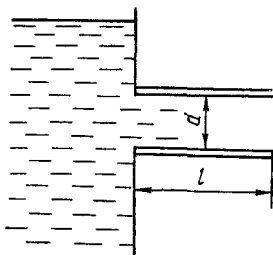


Рис. 6.7

клонной стенке, 6.8, в — внутренний цилиндрический насадок, конически сходящиеся (6.8, г), конически расходящиеся (6.8, е), коноидальные (6.8, д).

Характер их работы, как и отверстий, зависит от степени сжатия подходящего к насадку потока, условий истечения (при постоянном или переменном напоре, свободное или под уровень и т. д.).

Если истечение из насадка (очень короткой трубы — патрубка) происходит при постоянном напоре H (рис. 6.9), то, как и в случае истечения из малых отверстий, записываем уравнение Д. Бернулли для сечения на свободной поверхности жидкости в сосуде 1—1 и непосредственно у выхода из насадка (патрубка) 2—2:

$$\frac{\alpha V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_{w_{1-2}}. \quad (6.24)$$

Если давление на свободной поверхности жидкости в сосуде (баке или другой емкости) p_0 равно атмосферному p_a , а истечение из насадка (патрубка) — свободное в атмосферу, то $p_1 = p_2 = p_a$ и, следовательно,

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g}. \quad (6.25)$$

Учитывая, что

$$z_1 - z_2 = H \quad (6.26)$$

и выражая, как и прежде:

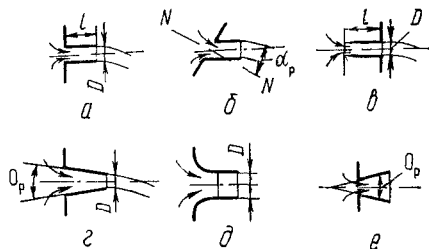


Рис. 6.8

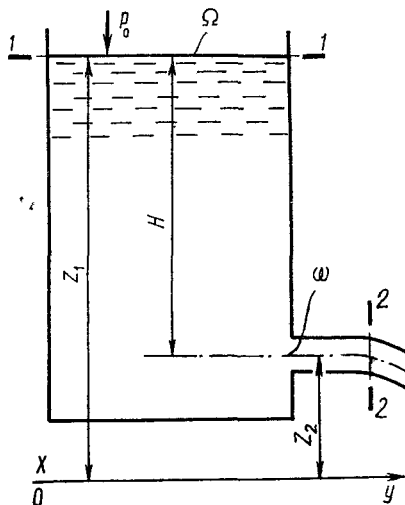


Рис. 6.9

потери энергии (напора) между рассматриваемыми сечениями как некоторую часть ζ от скоростного напора, то есть

$$h_{w_{1-2}} = \zeta \frac{V_2^2}{2g}; \quad (6.27)$$

коэффициент скорости при истечении из насадка (патрубка)

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}}; \quad (6.28)$$

коэффициент расхода при истечении

$$\mu = \varepsilon \varphi, \quad (6.29)$$

пренебрегая скоростью подхода, получим расчетные зависимости для истечения из

Таблица 6.1. Средние значения коэффициентов скорости ϕ , сжатия струи ϵ и расхода μ при истечении из насадков (для концевое сечения насадка)

Тип насадка	Коэффициенты			
	скорости ϕ	сжатия струи ϵ	расхода μ	
Внешний цилиндрический насадок в случае полного заполнения при	$l = (3...4) d$	0,82	1	0,82
	$l = 20d$	0,73	1	0,73
Внутренний цилиндрический насадок при	$l = 0,5d$	0,98	0,52	0,51
	$l = (3...4) d$	0,71	1	0,71
Конически сходящийся насадок при угле конусности $\theta_0 = \pi/36$		0,92	1	0,92
Конически расходящийся насадок при $\theta_0 = \pi/36$		0,48	1	0,48
Конoidalный насадок		0,96	1	0,96

насадка, аналогичные истечению из малого отверстия:

$$V = \phi \sqrt{2gH}; \quad (6.30)$$

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH} \quad (6.31)$$

Отличие полученных выражений от ранее выведенных для отверстия состоит лишь в величине коэффициентов скорости и расхода. Их средние значения для наиболее распространенных насадков приведены в табл. 6.1.

Данные табл. 6.1 позволяют сделать некоторые выводы о применении насадков того или иного типа.

Внешний цилиндрический насадок следует применять тогда, когда ставится цель скорейшего опорожнения сосуда без необходимости большой скорости истечения (канистры и бачки для горючесмазочных и лако-красочных материалов и т. п.). Конически сходящиеся и конoidalные насадки обеспечивают получение максимального расхода при большой скорости и, следовательно,

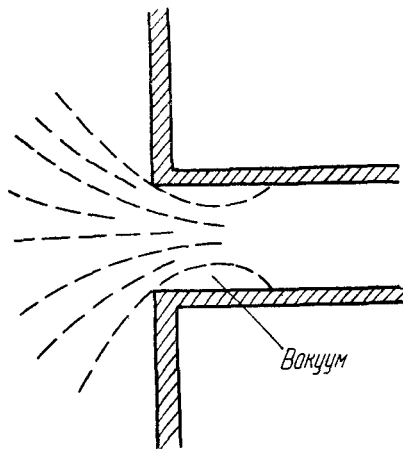


Рис 6.10

большой кинетической энергии вытекающей струи (пожарные брандспойты, фонтаны и т. п.).

При использовании конически сходящихся насадков угол конусности ограничен; в противном случае струя не заполняет насадка и истечение происходит как при обычном отверстии в тонкой стенке.

Как и следовало ожидать, потери в насадках больше, чем при истечении из малых отверстий в тонкой стенке и, следовательно, почти все насадки имеют меньший коэффициент скорости.

Увеличение расхода в насадках поясняется наличием вакуума при входе в насадок (рис. 6.10), который увеличивает действующий напор, и полным заполнением выходного сечения (резко уменьшается коэффициент сжатия струи).

§ 6.4. Истечение жидкости из больших отверстий при постоянном уровне жидкости в резервуаре

Пусть в тонкой вертикальной боковой стенке резервуара имеется большое отверстие произвольной формы, давление на поверхность жидкости p_0 , напоры

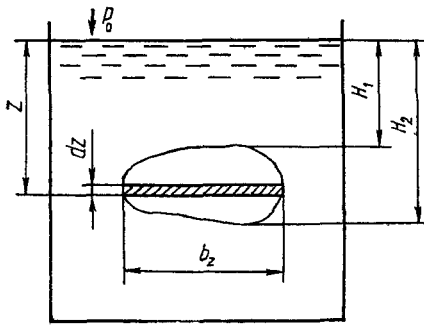


Рис. 6.11

по верхней и нижней кромкам отверстия соответственно H_1 и H_2 (рис. 6.11).

Выделим в пределах большого отверстия элементарную полоску толщиной dz и шириной b_z , находящуюся на глубине z от свободной поверхности жидкости. Тогда для этой полоски, как для малого отверстия, получим

$$dQ = \mu d\omega \sqrt{2gz} = \mu b_z dz \sqrt{2gz}. \quad (6.32)$$

Поскольку коэффициент расхода для больших, как и других отверстий, определяется опытным путем и берется по справочным данным, при интегрировании этого выражения его можно вынести за знак интеграла. Тогда в общем случае истечения жидкости из больших отверстий в тонкой вертикальной стенке при постоянном уровне жидкости в сосуде расход может определяться по формуле

$$Q = \mu_6 \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} b_z z^{1/2} dz, \quad (6.33)$$

где μ_6 — коэффициент расхода для большого отверстия; b_z — переменная по высоте ширина отверстия.

Для *большого прямоугольного отверстия в тонкой вертикальной стенке при постоянном уровне жидкости в сосуде*, подставляя в (6.33) $b_z = b$, после интегрирования получим

$$Q = \frac{2}{3} \mu_6 b \sqrt{2g} (H_2^{3/2} - H_1^{3/2}), \quad (6.34)$$

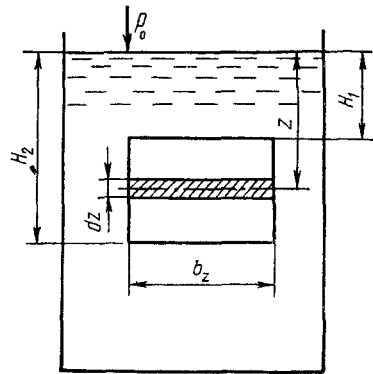


Рис. 6.12

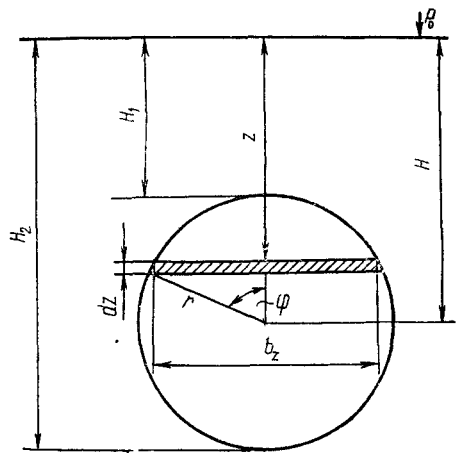


Рис. 6.13

где b — постоянная по высоте ширина отверстия (рис. 6.12).

Рассмотрим случай истечения жидкости из большого круглого отверстия в тонкой вертикальной стенке при постоянном уровне жидкости в сосуде. Обозначим радиус отверстия (рис. 6.13) через r , а постоянный напор над центром отверстия через H . Тогда применительно к выражению (6.33) будем иметь $H_1 = H - r$, $H_2 = H + r$.

Переменная ширина отверстия

$$b_z = 2r \sin \varphi; \quad (6.35)$$

переменный напор

$$z = H - r \cos \varphi \quad (6.36)$$

и, соответственно,

$$dz = r \sin \varphi d\varphi. \quad (6.37)$$

В связи с введением новой переменной φ поменяем пределы интегрирования: при изменении напоров от H_1 до H_2 новая переменная изменяется от 0 до π . Подставляя полученные величины в (6.33), будем иметь

$$Q = \mu_6 \sqrt{2g} \int_0^\pi 2r \sin \varphi \times \\ \times \sqrt{H - r \cos \varphi} r \sin \varphi d\varphi, \quad (6.38)$$

или, вынося постоянные в условиях задачи величины за знак интеграла, получим

$$Q = 2r^2 \mu_6 \times \\ \times \sqrt{2gH} \int_0^\pi \sin^2 \varphi \sqrt{1 - \frac{r}{H} \cos \varphi} d\varphi. \quad (6.39)$$

Обозначим

$$\frac{r}{H} \cos \varphi = x. \quad (6.40)$$

Поскольку $\frac{r}{H} \leq 1$ и $\cos \varphi \leq 1$, то соблюдается условие

$$\left(\frac{r}{H} \cos \varphi\right)^2 = x^2 \leq 1 \quad (6.41)$$

и находящийся под знаком интеграла корень можно разложить в ряд

$$(1 - x)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \\ - \frac{3}{38}x^3 \dots \quad (6.42)$$

Легко показать, что в условиях рассматриваемой задачи можно ограничиться тремя членами этого ряда. Тогда интеграл в выражении (6.39) представляется как сумма трех таких интегра-

лов:

$$A_1 = \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi = \left| \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right|_0^\pi = \frac{\pi}{2}; \quad (6.43)$$

$$A_2 = -\frac{r}{2H} \int_0^\pi \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi = \\ = -\frac{r}{2H} \left(\frac{\sin^3 \varphi}{3} \right) \Big|_0^\pi = 0; \quad (6.44)$$

$$A_3 = -\frac{r^2}{8H^2} \int_0^\pi \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi = \\ = -\frac{r^2}{64H^2} \left(\varphi - \frac{\sin 4\varphi}{4} \right) \Big|_0^\pi = -\frac{r^2 \pi}{64H^2}. \quad (6.45)$$

Подставляя (6.45) в (6.39), будем иметь

$$Q = 2r^2 \mu_6 \sqrt{2gH} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{r^2 \pi}{64H^2} \right), \quad (6.46)$$

или

$$Q = r^2 \mu_6 \pi \sqrt{2gH} \left(1 - \frac{r^2}{32H^2} \right). \quad (6.47)$$

Поскольку $r \leq H$, величина $\frac{1}{32} \left(\frac{r}{H}\right)^2$ не превышает 0,03 и, следовательно, пренебрежение ею (в сравнении с 1) может повлечь за собой ошибку в вычислении расхода, не превышающую 3 %.

Учитывая, что площадь отверстия

$$\omega = \pi r^2, \quad (6.48)$$

получим выражение для определения расхода при истечении из большого круглого отверстия при постоянном уровне жидкости в сосуде в таком виде

$$Q \approx \mu_6 \omega \sqrt{2gH}. \quad (6.49)$$

§ 6.5. Опытное определение коэффициентов, характеризующих истечение из отверстий и насадков

Установка для опытного определения коэффициентов φ , ε и μ , характеризующих истечение жидкости из малых от-

верстей и насадков, состоит из напорного бака с водосливом, обеспечивающим при истечении и притоке постоянство уровня воды (рис. 6.14). В боковой стенке этого бака имеется отверстие с нарезкой и запорным устройством, в которое ввинчиваются заготовки с испытываемыми отверстиями и насадками.

Закрыв слив мерного бака, открывают запорное устройство и, убедившись, что уровень воды в напорном баке остается неизменным, замеряют постоянный напор H , координаты некоторой точки вытекающей струи x , y (рис. 6.15), время T повышения уровня воды в мерном баке от начального значения z_1 до конечного z_2 , диаметр струи в сжатом сечении d_c .

Если площадь сечения мерного бака Ω , то объем воды, поступившей в мерный бак,

$$W = \Omega (z_2 - z_1), \quad (6.50)$$

а расход при истечении

$$Q = \frac{W}{T}. \quad (6.51)$$

Зная диаметр круглого отверстия d , найдем его площадь

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} \quad (6.52)$$

и подсчитаем значение коэффициента расхода

$$\mu = \frac{Q}{\omega \sqrt{2gH}}. \quad (6.53)$$

Поскольку площадь сжатого сечения $\omega_c = \varepsilon \omega$, коэффициент сжатия струи

$$\varepsilon = \left(\frac{d_c}{d} \right)^2. \quad (6.54)$$

Учитывая, что координаты

$$x = Vt \quad (6.55)$$

и

$$y = \frac{gt^2}{2}, \quad (6.56)$$

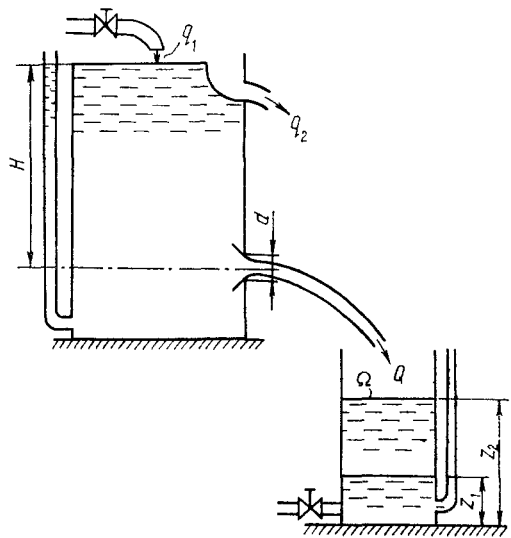


Рис. 6.14

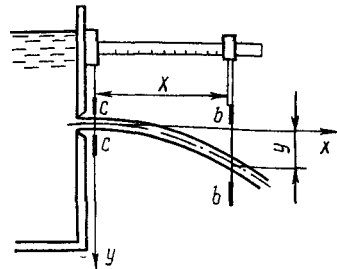


Рис. 6.15

получим, что время

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}, \quad (6.57)$$

а скорость

$$V = \frac{x}{t} = x \sqrt{\frac{g}{2y}}. \quad (6.58)$$

Поскольку скорость при истечении из отверстия (насадка) при постоянном напоре

$$V = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (6.59)$$

по результатам опытного измерения вычислим коэффициент скорости

$$\varphi = \frac{x}{2\sqrt{Hy}} \quad (6.60)$$

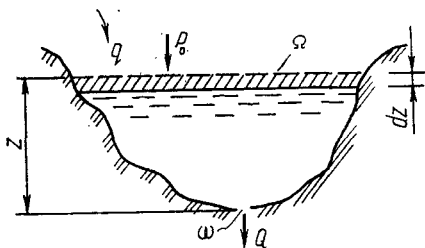


Рис. 6.16

и еще раз подсчитаем значение коэффициента сжатия струи

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\varphi}. \quad (6.61)$$

§ 6.6. Истечение жидкости при переменном напоре

Рассмотрим самую общую задачу — истечение жидкости при переменном напоре из сосуда с произвольной формой поперечного сечения ($\Omega \neq \text{const}$) и наличии переменного притока жидкости в сосуд ($q \neq 0$) (рис. 6.16).

В общем виде уравнение неразрывности движения (уравнение баланса жидкости) для этой задачи можно записать так:

$$W_{\text{пр}} = W_{\text{ист}} + W_{\text{ост}}. \quad (6.62)$$

За бесконечно малый промежуток времени dt в сосуд поступил некоторый объем жидкости (объем притока):

$$dW_{\text{пр}} = qdt. \quad (6.63)$$

За этот же промежуток времени из сосуда вытечет некоторый объем жидкости (объем истечения)

$$dW_{\text{ист}} = Qdt, \quad (6.64)$$

где Q — расход истечения.

Разность этих объемов и составит объем остатка

$$dW_{\text{ост}} = dW_{\text{пр}} - dW_{\text{ист}}. \quad (6.65)$$

Объем остатка можно представить в виде произведения площади сечения сосуда Ω на приращение уровня жидкости в нем, (то есть приращение напора) dz , где z — переменный напор жидкости в сосуде.

Тогда

$$dW_{\text{ост}} = \Omega dz. \quad (6.66)$$

Подставляя полученный результат в (6.65), получим дифференциальное уравнение неразрывности движения для случая истечения жидкости при переменном напоре и наличии притока

$$\Omega dz = qdt - Qdt. \quad (6.67)$$

Из него следует, что

$$dt = \frac{\Omega dz}{q - Q}. \quad (6.68)$$

Мы получили основную зависимость для истечения жидкостей из отверстий и насадков при переменном напоре и наличии притока. Для практического использования приведенных выше зависимостей необходимо знать, как меняется по времени расход притока и закономерность изменения площади сечения сосуда по его высоте.

Если площадь отверстия ω , а расход притока $q = \text{const}$, то напор, при котором расход истечения будет равен постоянному расходу притока,

$$H = \frac{q}{\mu \omega \sqrt{2g}}. \quad (6.69)$$

Если в какой-либо момент времени фактический напор в сосуде z , то при $z < H$ расход истечения $Q < q$ и уровень жидкости в сосуде будет повышаться до тех пор, пока не станет равным H ; при $z > H$ расход $Q > q$ и уровень жидкости в сосуде будет понижаться до тех пор, пока не станет равным H .

Определяя в каждый данный момент времени расход при переменном напоре по формуле

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gz}, \quad (6.70)$$

справедливой для случая истечения при постоянном напоре, подставляя выражения для q и Q в (6.68) и интегрируя, найдем время T изменения уровня жидкости в сосуде от z_1 до z_2 . В общем случае истечения жидкости при наличии

постоянного притока

$$T = t_2 - t_1 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Omega dz}{\mu \omega \sqrt{2g} (\sqrt{H} - \sqrt{z})}. \quad (6.71)$$

С изменением напора меняется коэффициент сжатия струи ϵ и, частично, коэффициент скорости ϕ . Следовательно, в общем случае коэффициент расхода $\mu = f(z)$. Однако при истечении маловязкой жидкости, например, воды, коэффициент расхода меняется незначительно. Учитывая, что в условиях конкретных расчетов пределы изменения напора обычно не очень велики, а в таблицах приводятся осредненные опытные значения коэффициента расхода, с достаточной для практики степенью точности, можно считать $\mu = \text{const}$ и тогда время, за которое уровень жидкости в сосуде изменится от z_1 до z_2 ,

$$T = \frac{1}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Omega dz}{\sqrt{H} - \sqrt{z}}. \quad (6.72)$$

При этом следует помнить, что при истечении жидкости с повышенной вязкостью пренебрегать изменением μ нельзя.

Для практического использования зависимостей (6.71) и (6.72) необходимо знать $\Omega = f(z)$.

Рассмотрим теперь частный случай истечения жидкости при постоянном расходе притока из цилиндрического или призматического сосуда с вертикальной осью, когда площадь поперечного сечения сосуда $\Omega = \text{const}$ (рис. 6.17).

Для интегрирования (6.72) введем новую переменную

$$y = \sqrt{H} - \sqrt{z}. \quad (6.73)$$

Тогда

$$dy = -\frac{1}{2} z^{-\frac{1}{2}} dz = -\frac{dz}{2\sqrt{z}}, \quad (6.74)$$

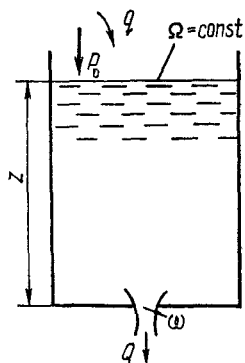


Рис. 6.17

или

$$dz = -\sqrt{z} \ 2dy. \quad (6.75)$$

Однако

$$-\sqrt{z} = y - \sqrt{H}, \quad (6.76)$$

следовательно,

$$dz = 2(y - \sqrt{H}) dy. \quad (6.77)$$

Пределы интегрирования при новой переменной

$$y_1 = \sqrt{H} - \sqrt{z_1}; \quad (6.78)$$

$$y_2 = \sqrt{H} - \sqrt{z_2}. \quad (6.79)$$

Заменяя переменную, получим

$$T = \frac{\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} \frac{2(y - \sqrt{H})}{y} dy, \quad (6.80)$$

или

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} \left(1 - \frac{\sqrt{H}}{y}\right) dy = \\ &= \frac{2\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} \left[y - \sqrt{H} \ln y \right]_{y_1}^{y_2}. \quad (6.81) \end{aligned}$$

Подставляя пределы интегрирования, будем иметь

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} \left[\sqrt{H} - \sqrt{z_2} - \sqrt{H} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{z_1} - \sqrt{H} \ln(\sqrt{H} - \sqrt{z_2}) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{H} \ln(\sqrt{H} - \sqrt{z_1}) \right]. \quad (6.82) \end{aligned}$$

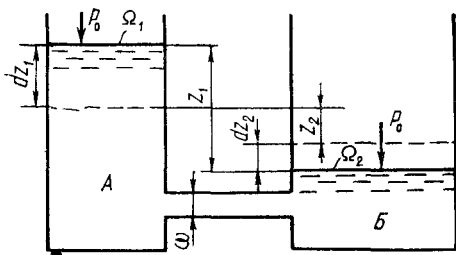


Рис. 6.18

Окончательно время изменения уровня жидкости в сосуде от начального напора z_1 до конечного z_2

$$T = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left(\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} + \sqrt{H} \ln \frac{\sqrt{H} - \sqrt{z_1}}{\sqrt{H} - \sqrt{z_2}} \right). \quad (6.83)$$

Это уравнение применимо при $q = \text{const}$, $\mu = \text{const}$ и $\Omega = \text{const}$ и справедливо как для случая понижения, так и повышения уровня жидкости в сосуде.

На практике часто встречаются задачи, связанные с опорожнением сосудов. Решая их, следует помнить, что опорожнение возможно только при отсутствии притока, то есть при $q = 0$ и соответственно $H = 0$.

Так, время частичного опорожнения призматических или цилиндрических сосудов с вертикальной осью при $H = 0$ (6.80)

$$T = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} (\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2}), \quad (6.84)$$

а время полного опорожнения ($z_2 = 0$)

$$T = \frac{2\Omega\sqrt{z_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}}. \quad (6.85)$$

Умножая числитель и знаменатель на $\sqrt{z_1}$, получим

$$T = \frac{2\Omega z_1}{\mu\omega\sqrt{2gz_1}} = \frac{2W_1}{Q_1} = 2t. \quad (6.86)$$

Таким образом, при постоянном напоре z_1 , заключенный в сосуд объем

жидкости W_1 вытекает в два раза быстрее, чем при полном опорожнении с изменением уровня (напора) от z_1 до 0.

Рассмотрим еще один весьма важный для практики случай, когда истечение при переменном напоре происходит не в атмосферу, а из одного призматического (цилиндрического с вертикальной осью) сосуда в другой призматический сосуд, то есть под переменный уровень.

В этом случае (рис. 6.18) за время dt в сосуде A уровень жидкости понизится на величину dz_1 , а в сосуде B повысится на величину dz_2 . Следовательно, изменение уровней жидкости в этих сосудах за рассматриваемый промежуток времени, или изменение напора,

$$dz = dz_1 - dz_2, \quad (6.87)$$

а количество перетекшей жидкости

$$dW = Qdt = \mu\omega\sqrt{2gz}dt. \quad (6.88)$$

Поскольку изменение объема жидкости в каждом резервуаре вызвано протеканием жидкости по соединительной трубе из емкости A в емкость B , это изменение можно представить в таком виде

$$dW = -\Omega_A dz_1 = \Omega_B dz_2. \quad (6.89)$$

С учетом (6.88) можно записать

$$\mu\omega\sqrt{2gz}dt = -\Omega_A dz_1. \quad (6.90)$$

Тогда в интервале времени от 0 до t действующий напор изменится от z_1 до z_2 и, следовательно,

$$\int_0^t dt = -\frac{\Omega_A}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz_1}{\sqrt{z}}. \quad (6.91)$$

Из (6.89) следует, что

$$dz_2 = -\frac{\Omega_A}{\Omega_B} dz_1. \quad (6.92)$$

Тогда из (6.87) получим

$$dz = dz_1 \left(1 + \frac{\Omega_A}{\Omega_B} \right), \quad (6.93)$$

откуда

$$dz_1 = \frac{\Omega_B}{\Omega_A + \Omega_B} dz. \quad (6.94)$$

Подставляя (6.94) в (6.91) и интегрируя (поменяв в правой части пределы интегрирования и соответственно знак), получим время изменения разности уровней жидкости в сосудах от z_1 до z_2

$$\begin{aligned} t &= \frac{\Omega_A \Omega_B}{\Omega_A + \Omega_B} \cdot \frac{1}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} z^{-1/2} dz = \\ &= \frac{2\Omega_A \Omega_B}{\Omega_A + \Omega_B} \cdot \frac{\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2}}{\mu \omega \sqrt{2g}}. \end{aligned} \quad (6.95)$$

Время полного выравнивания уровней в резервуарах ($z_2 = 0$)

$$t = \frac{2\Omega_A \Omega_B z_1}{(\Omega_A + \Omega_B) \mu \omega \sqrt{2gz_1}}. \quad (6.96)$$

В частном случае меньший резервуар может наполняться из значительно большей емкости ($\Omega_A \gg \Omega_B$) (например, истечение из большого водохранилища с практически неизменным уровнем воды). Тогда время наполнения

$$t = \frac{2\Omega_B z_1}{\mu \omega \sqrt{2gz_1}}, \quad (6.97)$$

и, наоборот, при истечении жидкости из меньшего резервуара в резервуар неизмеримо больший ($\Omega_A \ll \Omega_B$) (истечения в водоем больших размеров) время полного опорожнения

$$t = \frac{2\Omega_A z_1}{\mu \omega \sqrt{2gz_1}}. \quad (6.98)$$

При опорожнении сосудов с переменной по высоте площадью поперечного сечения ($\Omega \neq \text{const}$; $q = 0$; $H = 0$) из (6.72), поменяв пределы интегрирования, будем иметь

$$T = \frac{1}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{z_2}^{z_1} \frac{\Omega_2 dz}{\sqrt{z}}. \quad (6.99)$$

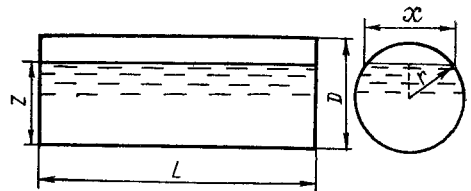


Рис. 6.19

Рассмотрим, например, вопрос об опорожнении круглой цистерны длиной L с диаметром $D = 2r$ (рис. 6.19).

Для его решения переменную по высоте цистерны площадь свободной поверхности жидкости $\Omega_2 = xL$ необходимо представить в функции от переменного напора.

Из рис. 6.16 следует

$$x = 2\sqrt{z^2 - (z - r)^2} = 2\sqrt{z(2r - z)}. \quad (6.100)$$

Следовательно,

$$\Omega_2 = 2L\sqrt{z(2r - z)} \quad (6.101)$$

Подставляя (6.101) в (6.99), после сокращения получим выражение для определения времени частичного опорожнения при условии, что отверстие находится на дне цистерны и истечение происходит в атмосферу при давлении на свободной поверхности жидкости в цистерне равном атмосферному:

$$T = \frac{2L}{\mu \omega \sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{2r - z} dz. \quad (6.102)$$

Обозначим

$$y = 2r - z. \quad (6.103)$$

Тогда

$$dz = -dy, \quad (6.104)$$

а пределы интегрирования

$$y_1 = 2r - z_1, \quad (6.105)$$

$$y_2 = 2r - z_2. \quad (6.106)$$

Время частичного опорожнения цистерны

$$T = \frac{2L}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} y^{\frac{1}{2}} dy = \frac{4L}{3\mu\omega\sqrt{2g}} (y_2^{\frac{3}{2}} - y_1^{\frac{3}{2}}). \quad (6.107)$$

При полном опорожении ($z_2 = 0$; $y_2 = D$) полной ($y_1 = 0$; $z_1 = D$) цистерны

$$T = \frac{4LD\sqrt{D}}{3\mu\omega\sqrt{2g}}. \quad (6.108)$$

§ 6.7. Свободные гидравлические струи

Поток жидкости, не ограниченный жесткими стенками, называется *свободной струей*. Такие струи могут быть незатопленными, если они окружены газовой, в частности воздушной, средой (пожарные и фонтанные струи, струи гидромониторов и дождевальных аппаратов), либо затопленными, если они вытекают в среду той же плотности, что и сама струя (выпуск отработанных промышленных вод в бассейны-отстойники и т. д.).

Как следует из (6.60), координаты осевой линии струи, вытекающей из малого отверстия или насадка в боковой вертикальной стенке сосуда (рис. 6.15) в воздушное пространство, связаны между собой соотношением

$$x = 2\Phi\sqrt{Hy}, \quad (6.109)$$

где x — дальность падения (боя) струи; y — высота падения струи.

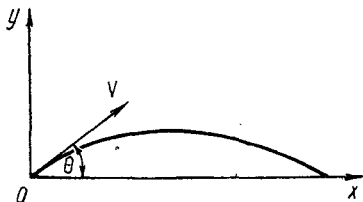


Рис. 6.20

Если струя вытекает из насадка с начальной скоростью V , направленные которой составляет угол с горизонтом θ (рис. 6.20), то уравнение траектории струи в предположении, что все ее частицы движутся одинаково в пустоте, имеет вид

$$y = x \operatorname{tg} \theta - \frac{gx^2}{2V^2 \cos^2 \theta}. \quad (6.110)$$

При этом теоретическая дальность полета (боя) струи

$$l_T = \frac{V^2 \sin^2 \theta}{g}. \quad (6.111)$$

а теоретическая максимальная дальность боя имеет место при $\theta = 45^\circ$ и равна:

$$l_{\max} = \frac{V^2}{g}. \quad (6.112)$$

Формула (6.112) дает хорошее совпадение результатов расчета с данными опыта лишь при напорах истечения $H_{\text{ист}} = 3,5 \dots 7$ м. Фактически при напоре 10 м наибольшая дальность боя достигается при $\theta = 35 \dots 40^\circ$, а при напоре 35 м — при $\theta = 30 \dots 34^\circ$.

Свободная струя, направленная вертикально вверх и выходящая из насадка с первоначальной скоростью V , теоретически поднимается на высоту

$$h_T = \frac{V^2}{2g}. \quad (6.113)$$

В реальных же условиях на дальность боя и высоту подъема гидравлических струй оказывают влияние сопротивление воздуха, ветер, сложные колебательные явления, возникающие в струе, нарушающие ее компактность и приводящие к раздроблению на отдельные струи, а затем и распылению на отдельные капли. Таким образом, в незатопленных свободных струях следует различать два участка: компактную цельную струю и раздробленную, которая насыщается воздухом и разделяется на отдельные части. Верхняя часть раздробленной

струи, распадающаяся на отдельные капли, иногда называется *распыленной струей*.

Вопросы для самопроверки

1. Классификация отверстий и истечений.
2. Определение скорости и расхода при истечении через малое отверстие в тонкой стенке при постоянном напоре.
3. Насадки и их применение. Скорость и расход при истечении жидкости через насадки при постоянном напоре.

4. Учет скорости подхода при истечении жидкости из отверстий и насадков при постоянном напоре.
5. Классификация труб. Скорость и расход при истечении из очень коротких труб при постоянном напоре.
6. Определение времени опорожнения сосуда.
7. Истечение жидкости через большие отверстия при постоянном уровне жидкости в резервуаре (общее решение).
8. Истечение через большие прямоугольные отверстия при постоянном уровне жидкости в сосуде.

Глава 7. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

§ 7.1. Типы открытых русел.

Условия существования равномерного движения

Открытыми называются русла, контур поперечного сечения которых образован незамкнутой линией. К таким руслам, в связи с общностью их гидравлического расчета, могут быть отнесены и каналы замкнутого сечения с частичным заполнением его потоком.

Жидкость в открытых руслах движется под действием составляющей силы тяжести. Такое движение *безнапорное*, поток имеет свободную поверхность.

Характер движения жидкости в открытом русле, форма и уклон свободной поверхности потока, его глубина зависят от типа, размеров и формы сечения русла, уклона его дна.

Русла могут быть призматическими и непризматическими.

У *призматических* или *цилиндрических* русел форма и размеры элементов поперечного профиля сохраняются неизменными по длине русла. В таких руслах площадь живого сечения может изменяться только в связи с изменением глубины потока h .

У *непризматических* русел форма и (или) геометрические размеры какого-либо элемента поперечного профиля меняются по длине русла. В таких руслах площадь живого сечения является функ-

цией не только глубины потока h , но и длины русла l .

Открытые русла подразделяются также на русла правильной и неправильной формы поперечного, сечения.

К *руслам правильной формы* поперечного сечения относятся такие, для которых элементы живого сечения потока (площадь ω , смоченный периметр χ , гидравлический радиус R , ширина русла по свободной поверхности B) — непрерывные функции глубины потока h , сохраняющие свое выражение во всем диапазоне изменения глубин. Этому условию удовлетворяют многие искусственные русла — прямоугольного, треугольного, трапецеидального, параболического поперечного сечений. К ним относятся и круговые русла, но при наполнении $h < r$ (хотя с геометрической точки зрения они имеют правильную форму по всей своей высоте).

К *руслам неправильной формы* относятся открытые русла составного (полигонального) профиля поперечного сечения (рис. 7.1), русла замкнутого профиля любой формы (например, круговой, при $h > r$) в диапазоне значительного изменения глубин (рис. 7.2).

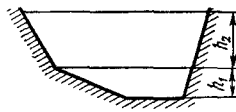


Рис. 7.1