

### 1.4.2. Основные этапы математического моделирования.

Математическое моделирование систем начинается с выбора реальной системы. К реальным системам в экологии относятся – водоем, лесная экосистема, воздушная среда города, экономика города и т.п. Выбор системы для моделирования зависит от множества причин – объективных и субъективных. Решения не всех экологических проблем нуждаются в математическом моделировании. Большое число природоохранных задач может быть решено без привлечения математики, лишь на основе очевидных практических действий в различных экосистемах, промышленности, городском хозяйстве и т.п. В то же время существует большое число важных экологических проблем, которые не могут быть решены без предварительного математического моделирования. В немалой степени постановка задачи математического моделирования зависит от уровня развития экономики страны и уровня отношения общества к экологическим проблемам.

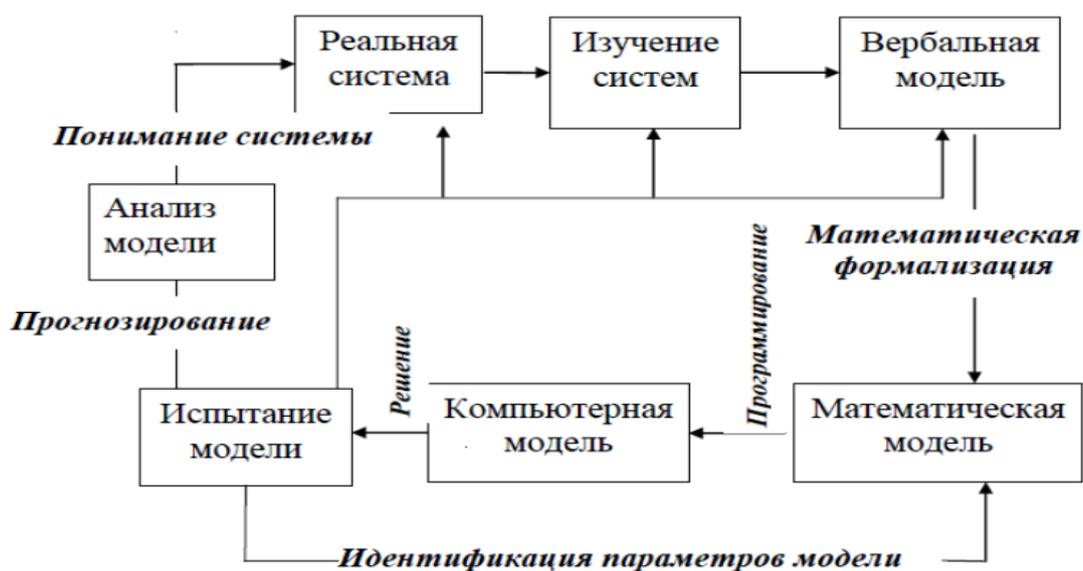


Рис. 1.4.1. Основные этапы математического моделирования.

После того, как поставлена цель – моделирование той или иной реальной системы, *первым этапом* становится *изучение системы*. Он

включает в себя сбор предварительной информации о моделируемой системе: результаты предыдущих исследований (литературные данные, данные от заказчика и т.п.), постановка собственных экспериментов.

Выполнение первого этапа приводит к созданию *вербальной модели* – словесной модели исследуемой системы (описательный отчет, описательная научная статья). Вербальная модель может давать достаточно полное представление о системе. Многие исследования предметных специалистов – биологов, экологов, химиков ограничиваются созданием вербальной модели системы. Но любая словесная модель даже при очень большом объеме важной и полезной информации имеет существенное ограничение – она не позволяет прогнозировать динамику системы и корректно выявлять управляющие воздействия на систему с целью оптимизации ее функционирования.

Поэтому для современных наук, в том числе и экологии, *следующим важным этапом* становится создание *математической модели системы*. Оно начинается с математической формализации. Это – представление в виде математических переменных количественных характеристик элементов системы (численность популяции, концентрация загрязнений, скорость жидкости в водоеме, количество продукции и т.п.). Наряду с переменными определяются параметры, характеризующие интенсивность различных экологических, биологических, химических и других процессов в экосистеме (коэффициент рождаемости, коэффициент передачи инфекции, константа скорости химической реакции и т.п.). Параметры могут быть константами, а также функциями времени, пространственных переменных и переменных системы. Математическую формализацию и создание математической модели можно определить как два шага – *анализ* и *синтез*. *Анализ систем*: разложение исследуемой системы на подсистемы и элементы, выделение связей между элементами и процессов в системе. *Синтез*: формулировка математических уравнений на основе

выражения связей переменных системы из законов сохранения и гипотез. Результатом синтеза становится математическая модель.

*Математическая модель* – уравнение или система уравнений на основе выражения связей переменных через законы сохранения (балансовые соотношения) или гипотез (предположения о функционировании элементов системы).

Математические модели в экологии характеризуются комбинацией уравнений, выражающих физические законы о взаимодействии элементов в системе, и математических гипотез о характере зависимости динамики экологических переменных от различных процессов. Так, например, математическая модель процессов в водоеме включает в себя систему уравнений гидродинамики для описания движения жидкой среды, уравнения конвективной диффузии с источниковыми членами, описывающими распространение и физико–химическую трансформацию антропогенных загрязнений, а также уравнения для динамики биотических компонент в водоеме. Уравнения гидродинамики представляют собой систему уравнений в частных производных, выражающих законы сохранения массы, импульса и энергии в единице объема водной среды.

Большинство математических моделей реальных экосистем представляет собой систему из нескольких уравнений (например, дифференциальных), решение которой аналитическими методами невозможно. В этом случае следует применять методы вычислительной математики. Поэтому дальше встает задача реализации математической модели, а именно создание компьютерной программы решения уравнений, описывающих систему. Программирование – реализация численного метода решения системы уравнений, описывающих систему, с помощью какого–либо языка программирования или стандартного математического пакета.

Современный высокий уровень развития вычислительной математики характеризуется наличием большого числа стандартных библиотек программ на различных языках программирования, а также интегрированных математических пакетов (Mathematica, MatLab, Maple, MathCad и т.п.).

Кроме этого, в настоящее время развиты специальные программы расчета для различных предметных областей. В частности, таковы пакеты решения задач механики жидкости и газа, так называемые CFD (Computational Fluid Dynamics – Вычислительная гидродинамика) пакеты (FLUENT, StarCD, CFX и др.). Использование указанных современных программных возможностей существенно облегчает решение задач математического моделирования, в том числе и в экологии.

После реализации математической модели – создания собственной компьютерной программы или программы в среде стандартного или специализированного пакета, ключевым становится вопрос о достоверности реализованной модели. Наступает *этап*, который можно назвать *испытанием модели*, – этап проверки адекватности созданной математической модели.

Проверка правильности развитой модели начинается с оценки правдоподобия результатов, полученных после расчета по модели.

Рассчитанные значения переменных системы должны соответствовать условиям физического и математического правдоподобия: численность популяции должна быть положительной величиной, границы изменения переменных должны соответствовать физическим пределам и т.п. Ошибки в модели, приводящие к неправдоподобным результатам, как правило, легко устраняются. Но правдоподобия расчетных результатов, конечно, недостаточно для того, чтобы говорить о достоверности модели. Основным способом проверки математической модели является сравнение с результатами других расчетных работ и с экспериментальными данными.

Реализованная математическая модель может быть также протестирована для некоторых частных случаев, когда возможны аналитические решения задачи.

Общей рекомендацией здесь может быть пожелание сравнивать полученное решение со всеми данными, с какими возможно, – любое сравнение с положительным результатом усиливает уверенность в достоверности модели, а также понимание модели и самой моделируемой системы.

Нередко, результаты сравнений с экспериментом и с данными других расчетных работ оказываются первоначально отрицательными, наблюдаются количественные или даже качественные расхождения. Для выявления причин этого следует критически проанализировать все предыдущие этапы моделирования. Созданная модель может не учитывать каких-то существенных процессов. При первичном формировании модели непросто выделить наиболее важные и несущественные процессы. Такой критический анализ как раз и есть одна из целей математического моделирования.

Следующим ключевым моментом является *достоверность параметров модели*. Уравнения модели могут быть пригодны для описания ряда однотипных процессов (например, уравнения химической кинетики).

Применение различных значений параметров для описания конкретных процессов делает математическую модель вполне определенной моделью конкретной системы. И выбор правильных значений параметров модели играет крайне важную роль в адекватности модели реальной системы.

Значения параметров модели обычно известны из результатов научных исследований конкретных процессов – взаимодействия популяций, химических реакций, динамики атмосферы и т.п. И эти

значения определяются с различной точностью. Кроме того, параметры могут быть функциями переменных системы (температуры, плотности популяции и т.д.), для выражения которых используются аппроксимации, пригодные в определенных пределах изменения. Таким образом, эти параметры могут содержать в себе ошибки, существенные для результатов моделирования.

К расхождению с экспериментальными данными могут привести ошибочные гипотезы о характере взаимодействия популяций и неправильное написание уравнений, описывающих различные процессы. Источником ошибок модели может быть и выбранный численный алгоритм решения уравнений модели. В зависимости от типа уравнений и характера изменения переменных системы могут выбираться различные численные методы: методы конечных разностей, конечных объемов или конечных элементов.

Все численные методы базируются на сеточном разбиении расчетной области. Правильное сеточное разбиение является необходимым условием получения устойчивого численного решения.

Итак, все этапы моделирования могут вносить в модель неточности и быть ответственными за достоверность результатов. Поэтому при наличии расхождений в расчете и эксперименте следует критически отнестись к этим этапам формирования модели и проанализировать их снова. Зачастую время, затраченное на доводку математической модели, может превышать время создания первоначальной модели.

### **1.4.3 Роль моделирования при изучении биосферы, экосистем**

Экология, как было отмечено, имеет свою специфику: объектом её исследования служат не единичные особи, а группы особей, популяции (в

целом или частично) и их сообщества, т.е. биологические макросистемы. Многообразие связей, формирующихся на уровне биологических макросистем, обуславливает разнообразие методов экологических исследований. Для эколога первостепенное значение имеют полевые исследования, т.е. изучение популяций видов и их сообществ в естественной обстановке, непосредственно в природе. При этом обычно используются методы физиологии, биохимии, анатомии, систематики и других биологических, да и не только биологических наук. Наиболее тесно экологические исследования связаны с физиологическими. Однако между ними имеется принципиальная разница. Физиология изучает функции организма и процессы, протекающие в нём, а также влияние на эти процессы различных факторов. Экология же, используя физиологические методы, рассматривает реакции организма как единого целого на констелляцию внешних факторов, т.е. на совместное воздействие этих факторов при строгом учёте сезонной цикличности жизнедеятельности организма и внутривидовой разнородности.

Полевые методы позволяют установить результат влияния на организм или популяцию определённого комплекса факторов, выяснить общую картину развития и жизнедеятельности вида в конкретных условиях. Однако наблюдения не могут дать вполне точного ответа, например, на вопрос, какой же из факторов среды определяет характер жизнедеятельности особи, вида, популяции или сообщества. На этот вопрос можно ответить только с помощью эксперимента, задачей которого является выяснение причин наблюдаемых в природе отношений. В связи с этим экологический эксперимент, как правило, носит аналитический характер. Экспериментальные методы позволяют проанализировать влияние на развитие организма отдельных факторов в искусственно созданных условиях и таким образом изучить всё разнообразие экологических механизмов, обуславливающих его нормальную

жизнедеятельность. На основе результатов аналитического эксперимента можно организовать новые полевые наблюдения или лабораторные эксперименты. Выводы, полученные в лабораторном эксперименте, требуют обязательной проверки в природе. Это даёт возможность глубже понять естественные экологические отношения популяций и сообществ. Эксперимент в природе отличается от наблюдения тем, что организмы искусственно ставятся в условия, при которых можно строго дозировать тот или иной фактор и точнее, чем при наблюдении, оценить его влияние.

Эксперимент может носить и самостоятельный характер. Например, результаты изучения экологических связей насекомых дают возможность установить факторы, влияющие на скорость развития, плодовитость, выживаемость ряда вредителей (температура, влажность, пища). В экологическом эксперименте трудно воспроизвести весь комплекс природных условий, но изучить влияние отдельных факторов на вид, популяцию или сообщество вполне возможно. Примером экологических экспериментов широких масштабов могут служить исследования, проводимые при создании лесозащитных полос, при мелиоративных и различных сельскохозяйственных работах. Знание при этом конкретных экологических особенностей многих растений, животных и микроорганизмов позволяет управлять деятельностью тех или иных вредных или полезных организмов. В современных условиях экологические исследования играют существенную роль в решении ряда теоретических и практических задач. Динамика численности организмов, сезонное развитие, расселение и акклиматизация полезных и вредных видов, прогнозы размножения и распространения – вот основные в настоящее время экологические проблемы. Разработка их требует рационального сочетания полевых, лабораторных и экспериментальных исследований, которые должны взаимно дополнять и контролировать друг друга.

*Математические методы и моделирование.* При экологическом исследовании, которое обычно поводится на определённом количестве особей, изучаются природные явления во всём их разнообразии: общие закономерности, присущие макросистеме, её реакции на изменение условий существования и др. Но каждая особь, индивидуум неодинаковы, отличны друг от друга. Кроме того, выбор особи из всей популяции носит случайный характер. И лишь применение методов математической статистики даёт возможность по случайному набору различных вариантов определить достоверность тех или иных результатов (степень отклонения их от нормы, случайные отклонения или закономерности) и получить объективное представление о всей популяции. Однако как только было установлено, что все биологические системы, в том числе и надорганизменные макросистемы, обладают способностью к саморегуляции, ограничиваться методами математической статистики стало невозможно. Поэтому в современной экологии широко применяются методы теории информации и кибернетики, тесно связанные с такими областями математики, как теория вероятности, математическая логика, дифференциальные и интегральные исчисления, теория чисел, матричная алгебра.

В последнее время широкое распространение получило моделирование биологических явлений, т.е. воспроизведение в искусственных системах различных процессов, свойственных живой природе. Так, в «модельных условиях» были осуществлены многие реакции, протекающие в растении при фотосинтезе. Примером биологических моделей может служить и аппарат искусственного кровообращения, искусственная почка, искусственные лёгкие, протезы, управляемые биотоками мышц, и др. В различных областях биологии широко применяются так называемые живые модели. Несмотря на то что различные организмы отличаются друг от друга сложностью структуры и

функции, многие биологические процессы у них протекают практически одинаково. Поэтому изучать их удобно на более простых существах. Они то и становятся живыми моделями. В качестве примера можно привести зоохлореллу, которая служит моделью для изучения обмена веществ; моделью для исследования внутриклеточных процессов являются гигантские растительные и животные клетки и т.д. Основной задачей биологического моделирования является экспериментальная проверка гипотез относительно структуры и функции биологических систем. Сущность этого метода заключается в том, что вместе с оригиналом, т.е. с какой-то реальной системой, изучается его искусственно созданное подобие – модель. В сравнении с оригиналом модель обычно упрощена, но свойства их сходны. В противном случае полученные результаты могут оказаться недостоверными, не свойственными оригиналу.

Всё сказанное выше, красноречиво обобщается высказыванием академика С.С. Шварца: «Экология – наука о жизни природы – переживает свою вторую молодость. Возникшая более 100 лет тому назад как учение о взаимосвязи организма и среды, экология на наших глазах трансформировалась в науку о структуре природы, науку о том, как работает живой покров Земли в его целостности. А так как работа живого все в большей степени определяется деятельностью человека, то наиболее прогрессивно мыслящие экологи видят будущее экологии в теории создания изменённого мира. Экология на наших глазах становится теоретической основой поведения человека индустриального общества в природе».

## **Биосфера: современные концепции**

Впервые представление о биосфере как «области жизни» было предложено Ж.Б. Ламарком в начале 19 века. В геологию термин и понятие «биосфера» ввел Э.Зюсс в 1875г., выделивший биосферу как одну из земных оболочек. Создателем современных представлений о биосфере был В.И. Вернадский (1926 – первые концепции).

По Вернадскому, биосфера–наружная оболочка Земли, область распространения жизни. Биосфера включает:

- «живое вещество»;
- «биогенное вещество», т.е. органическо-минеральные или органические продукты, созданные живым веществом (каменный уголь, нефть, торф, подстилка, гумус и т.д.);
- «биокосное вещество», созданное живыми организмами вместе с неживой природой (вода, атмосфера, осадочные породы).



Рис. 1. Общепринятая схема гидрологического (климатического) круговорота воды в природе.

Основным внешним источником энергии для биосферы служит излучение солнца. Т.е. Биосфера – есть сложная термодинамическая открытая система, получающая энергию извне, преобразующая часть ее в работу и рассеивающая остальную энергию в виде тепла. Так, мощность

потока солнечного излучения в верхних слоях стратосферы составляет  $2 \text{ кол}/(\text{мин. см}^2)$ , поверхности Земли достигает только 52% этой энергии, из которой в среднем лишь 1% улавливается растениями и превращается в живое вещество биосферы, а остальная энергия тратится на испарение, нагревание и другие физические процессы.

Живое вещество биосферы проникнуто энергией, благодаря ей оно становится активным, сообщает и распределяет в биосфере полученную в форме излучений энергию, превращает ей в земной коре в свободную энергию, способную совершать работу.

Таким образом, в понятие биосферы входят не только сами живые организмы, но и среда их обитания, преобразованная как ныне живущими, так и ранее существовавшими организмами. Пределы биосферы обусловлены границами физических условий существования живых организмов. Согласно современным представлениям, существование жизни ограничивается диапазоном значения температуры  $25^\circ \dots 160^\circ \text{C}$  и давлением  $0,001 \dots 3000 \text{ атм.}$  Нижняя граница жизни в гидросфере условно проходит на глубине 10 км, в земной коре – до 2 км; верхняя граница распространения жизни в атмосфере обусловлена слоем озона, который предохраняет живую материю от ультрафиолетового излучения Солнца и расположена на высоте около 45 км над уровнем моря.

Общая биомасса живого вещества Земли оценивается в  $2,4 * 10^{12}$  т. сухого вещества или  $0,4 * 10^{-9}$  массы Земли. Ежегодное воспроизводство органической массы растениями составляет около 170 млрд.т. вещества в сухой массе.

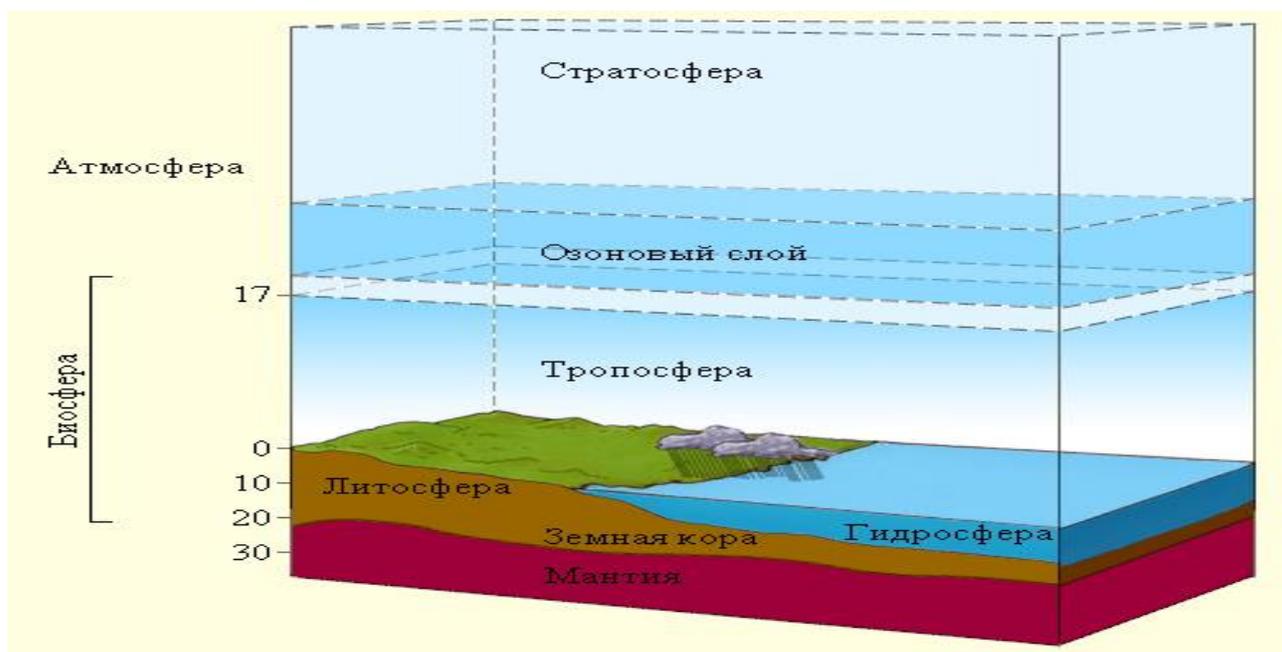


Рис. 2 Схема строения биосферы

В результате жизнедеятельности человечества происходит движение огромного количества продукции.

В следующей таблице показаны основные из них.

Таблица 1

Вид продукции	Количество
Уголь, т	$2,7 * 10^9 \div 3,9 * 10^9$
Нефть, т	$2,6 * 10^9 \div 3 * 10^9$
Газ, м <sup>3</sup>	$1600 * 10^9$
С/х продукция	$2,5 * 10^9$
Лес, т	$1 * 10^9$
Минеральные удобрения	$0,2 * 10^9 \div 0,5 * 10^9$
Руда, строительные материалы, т	$1,1 * 10^9 \div 5 * 10^9$

В структуре биосферы можно выделить такие составляющие, как атмосферу и гидросферу, автотрофные (растения) и гетеротрофные организмы, почвы и т.д. В биосфере естественно различают:

1. Микроэкосистемы: одно дерево;
2. Мезоэкосистемы: лес, озеро и т.д.;

3. Макроэкосистема: океан, континент и т.д.;
4. Глобальная экосистема: биосфера.

Связь живых организмов с неживой природой в экологии называется экосистемой.

Понятие «экосистема» было введено Тэнсли в 1935г., который понимал под экосистемой целостную функциональную систему, являющуюся результатом интеграции всех живых и неживых факторов среды.

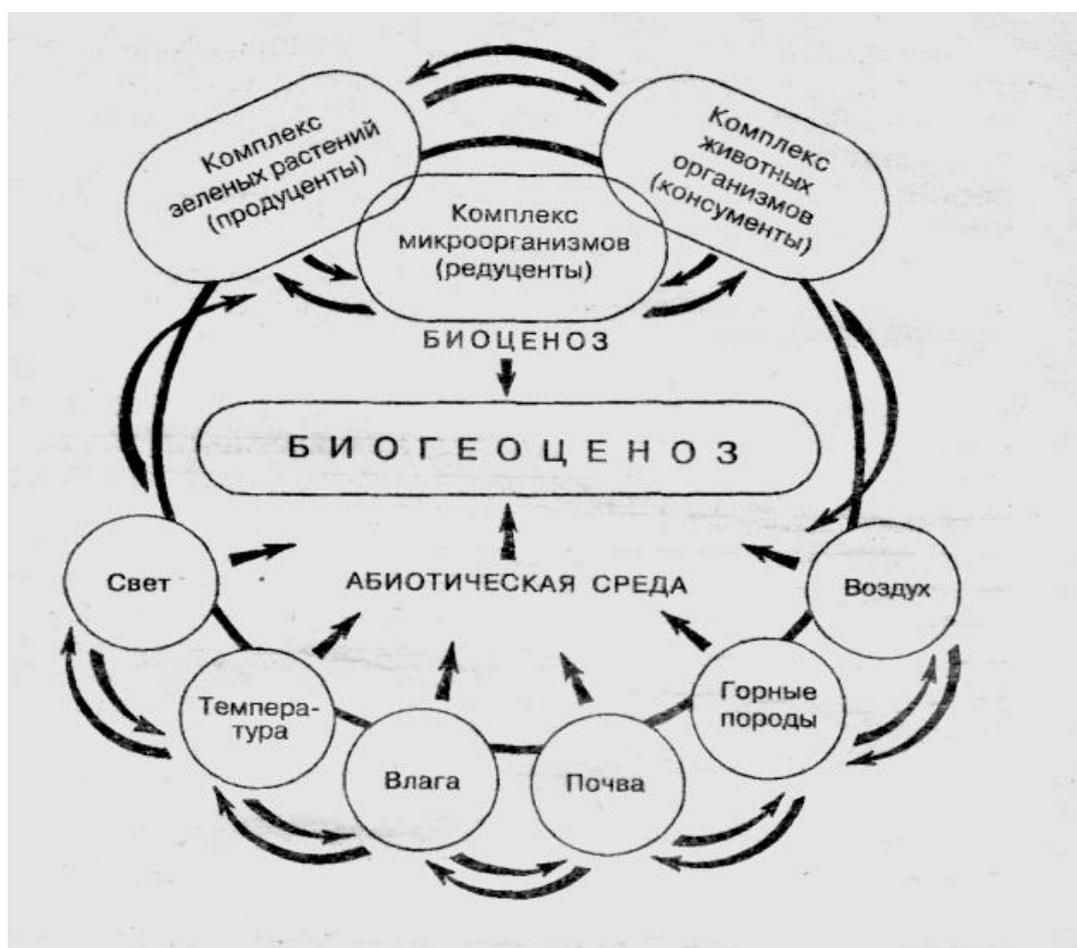


Рис. 3 Структура биосферы.

«Экосистема» - это функциональная система, включающая в себя сообщество живых организмов и их среду обитания (Ф. Эванс).

## **Контрольные вопросы**

1. Цель и задачи предмета моделирование экологических процессов.
2. Физическое и математическое моделирование экологических процессов.
3. Понятие Экосистемы. Группы Экосистем.
4. Понятие биосферы. Составляющие биосферы.