Глава 19

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

19.1. Основные понятия и определения

Неустановившееся безнапорное движение характеризуется изменением параметров потока во времени в любом створе русла. Рассмотренное в предыдущих главах равномерное и неравномерное установившееся движение в открытых руслах — частный случай неустановившегося движения.

При изучении неустановившегося движения в открытых руслах обычно рассматривают одномерную задачу, т. е. не учитывают поперечные составляющие местных скоростей и неравномерность распределения местных скоростей по живому сечению. Таким образом, считается, что во всех точках живого сечения скорости одинаковы и равны средней скорости v и по всему живому сечению также одинаковы глубины. Тогда основными характеристиками движения будут расход Q (или средняя скорость v) и ордината свободной поверхности z (или глубина h, или площадь живого сечения ω).

Задача расчета неустановившегося движения состоит в определении основных характеристик движения в разных по своему местоположению створах от времени, т. е. в получении, например, зависимостей $Q = f(t)$ и $z = f(t)$. Напомним, что для установившегося движения нет необходимости определять зависимость h (или z) от t, а при равномерном движении $h = \text{const}$ и не зависит ни от t, ни от l.

В ряде случаев достаточно иметь лишь некоторые данные о неустановившемся движении, например только максимальные или только минимальные уровни воды в нескольких створах по длине рассчитываемого участка водотока. Такой расчет называется частичным. Другой пример частичного расчета — определение только максимальных или только минимальных расходов воды в нескольких створах по длине и т. д.

Неустановившееся движение наблюдается в период половодья и паводков, при которых волна половодья или паводка проходит по реке и вызывает непрерывное изменение расходов и уровней в створах по длине реки. Неустановившееся движение также реализуется при распространении ливневых паводков по руслам (в том числе по «сухим» руслам), при формировании дождевого стока по склонам.

Если сток рек зарегулирован (водохранилищами ГЭС, например), неустановившееся движение проявляется в виде волн попусков при сбросе расходов в нижний бьеф по графику, предусмотренному условиями эксплуатации ГЭС, или согласно требованиям речного транспорта, рыбного хозяйства.

Рис. 19.1

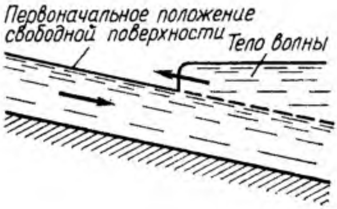

Рис. 19.2

Наконец, при прорыве плотины также образуются волны и движение при этом — неустановившееся.

Волны в открытых руслах паводков, половодий, попуска, прорыва перемещают большие массы воды (волны перемещения), что приводит к изменению расходов по сравнению с имевшимися.

Наблюдающиеся в руслах ветровые волны, волны, возникающие при прохождении судов, волны в морях и водохранилищах и т. д. характеризуются тем, что не перемещают больших масс воды и в данном учебнике не рассматриваются.

Приведем основные термины, применяемые при рассмотрении неустановившегося движения.

Неустановившееся *движение* может быть *быстро* и *медленно изменяющимся*.

Волны перемещения характеризуются малой кривизной и значительной растянутостью мгновенного профиля (длинные волны), т. е. движение волны перемещения является медленно изменяющимся. Если расход (или уровень) в начальном створе, где нарушается существовавшее установившееся движение (*створ возмущения*), только увеличивается (без последующего уменьшения) или только уменьшается, возникающую при этом волну называют *волной одного направления*.

Волна называется *прямой*, если она перемещается вниз по течению; волна называется *обратной*, если она перемещается против течения. Волна называется *положительной*, если при ее перемещении уровень воды повышается, При движении *отрицательной* волны происходит понижение уровня.

Прямая положительная волна сопровождается увеличением расхода и уровня вниз по течению и называется *волной наполнения* (рис. 19.1). *Обратная положительная волна*. сопровождается уменьшением расхода и увеличением уровня вверх по течению и называется *волной подпора* (рис. 19.2). Она возникает в верхнем бьефе, т. е. перед сооружением, например при уменьшении пропускаемого через водопропускные отверстия плотины (прикрытие затворов) или через турбины ГЭС расхода.

Рис. 19.3

Рис. 19.4

Прямая отрицательная волна — волна отлива (рис. 19.3) — сопровождается уменьшением расхода и уровня вниз по течению и возникает при уменьшении расхода в створе, расположенном в начале данного участка (например, уменьшение расхода при спаде паводка). Наконец, обратная отрицательная волна (рис. 19.4) — волна излива — сопровождается увеличением расхода и уменьшением уровня вверх по течению и возникает в верхнем бьефе при увеличении пропускаемых через гидротехнические сооружения расходов.

Сложные волны состоят из комбинации охарактеризованных выше простых волн. Так, сложная прямая волна состоит из положительной (волна наполнения) и отрицательной (волна отлива) волн. Такая волна наблюдается при попусках.

Различают фронт волны, отделяющий жидкость, участвующую в волновом движении, от невозмущенной жидкости или от другой волны, и тело волны. В пределах тела волны гидравлические элементы потока изменяются медленно. В призматическом русле при отсутствии пойм и других особенностей рельефа фронт волны перемещается с волновой скоростью. При наличии пойм, крупных староречий и других понижений местности, где может аккумулироваться часть воды, скорость перемещения фронта может быть меньше волновой скорости. Положительные волны отличаются крутым фронтом, а отрицательные волны имеют пологий фронт.

Быстро изменяющееся движение происходит при перемещении прерывных волн, для которых характерен профиль свободной поверхности со значительной кривизной, резкое, почти мгновенное возрастание глубин на коротком участке. Такие волны образуются при прорыве плотины, при резком попуске в нижний бьеф при малой глубине в нем или при движении по сухому руслу.

Отметим также, что когда волна подходит к створу, в котором форма или размеры поперечного сечения водотока резко изменяются (сужение в плане или по вертикали, расширение), происходит отражение волны (частичное или полное). При частичном отражении волна распадается на две: одна, называемая преломленной, продолжает движение по первоначальному направлению, вторая — отраженная — распространяется в обратном направлении. При полном отражении преломленная волна отсутствует. Полное отражение происходит при встрече волны с вертикальной гранью (стенкой) гидротехнического сооружения, перекрывшего водоток, или при отражении от водоема (водохранилища) большого размера. При отражении от вертикальной стенки положительная волна остается положительной, а отрицательная — отрицательной. Только изменяется направление волны: прямая волна переходит в обратную. При отражении от водохранилища знак и направление волны изменяются. Прямая положительная волна переходит в обратную отрицательную, прямая отрицательная волна переходит в обратную положительную.

Укажем в заключение, что важными параметрами, определяемыми при расчетах, являются скорость распространения волны c_0, высота волны $h_в$ и изменение при движении волны $Q_в$.

19.2. Дифференциальные уравнения одномерного медленно изменяющегося неустановившегося движения в открытых руслах

При рассмотрении одномерного медленно изменяющегося неустановившегося движения принимаем допущения, указанные в § 19.1. Кроме того, гидравлические сопротивления выражаем, так же как и при установившемся движении, пренебрегая местными потерями:

$$h_{тр} = h_{дл} = \frac{Q^2 l}{\omega^2 C^2 R} = \frac{v^2 l}{C^2 R}. \qquad (19.1)$$

Вопрос о гидравлических сопротивлениях при неустановившемся движении — один из недостаточно изученных в гидравлике. Имеющиеся немногочисленные экспериментальные данные о гидравлических сопротивлениях при неустановившемся движении, как упоминалось ранее, не дают согласующиеся между собой результаты. В некоторых опытах получалось, что гидравлические сопротивления при установившемся и неустановившемся движении практически одинаковы. В других работах найдено, что гидравлические сопротивления больше при ускоренном движении. В то же время имеются исследования, в которых получены противоположные только что указанному результаты. На результаты, получаемые в натурных исследованиях, большое внимание оказывает близость гидротехнических сооружений и непризматичность русла.

Теоретические работы О. Ф. Васильева, В. И. Квона и К. В. Гришанина свидетельствуют, что при движении прямой положительной

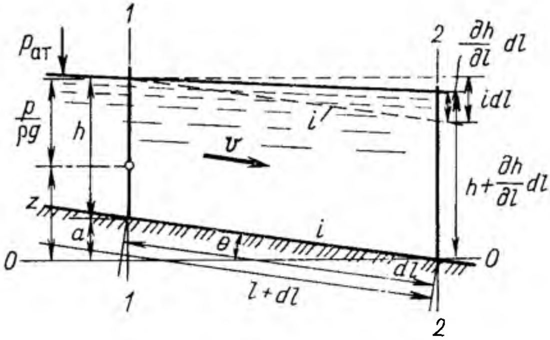

Рис. 19.5

волны $\left(\frac{\partial h}{\partial t}>0;\quad \frac{\partial h}{\partial l}<0\right)$ распределение скоростей по вертикали более однородное, чем при движении прямой отрицательной волны $\left(\frac{\partial h}{\partial t}<0;\quad \frac{\partial h}{\partial l}>0\right)$, когда эпюра распределения скоростей по вертикали заметно неоднородна.

Обычно принимается, что гидравлические сопротивления при неустановившемся движении могут быть выражены по (19.1). Отметим, что для количественной оценки неустановившегося движения применяются параметры $\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}$ или $\frac{1}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}$ и др. Для речных паводков локальные ускорения определяются как $\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=$ $=(0{,}0001\div 0{,}1)\ i$. Конвективные ускорения имеют бóльшие значения, $\frac{\alpha v}{g}\frac{\partial v}{\partial l}=(0{,}2\div 1)\ i$.

Выделим в рассматриваемом потоке два сечения на расстоянии d l друг от друга (рис. 19.5). Применим уравнение (5.27), записав его для потока в виде

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(z+\frac{p}{\rho g}+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial h_{тр}}{\partial t}=0. \qquad (19.2)$$

Коэффициенты кинетической энергии α и количества движения α' во многих работах, посвященных неустановившемуся движению в открытых руслах, принимают равными $\alpha=\alpha'=1$. Строго говоря, при принятых допущениях об одномерности движения эти коэффициенты равны единице. Имея в виду общность выводимых дифференциальных уравнений, оставим эти коэффициенты при дальнейших выкладках.

При неустановившемся движении в открытых руслах обычно высоту положения z относят к точкам на свободной поверхности.

Тогда изменения z характеризуют изменения уровня воды, при этом $p = p_{ат} = \text{const}$ в различных сечениях.

Тогда из (19.2) с учетом (19.1) имеем

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial l}\left(z+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{v^2}{C^2R}=0 \\ &\text{или} \\ &\frac{\partial z}{\partial l}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial v}{\partial l}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{v^2}{C^2R}=0. \end{aligned}\right| \qquad (19.3)$$

Так как $z = a + h$, то

$$\frac{\partial z}{\partial l}=\frac{\partial a}{\partial l}+\frac{\partial h}{\partial l}=-i+\frac{\partial h}{\partial l},$$

где $i = -\dfrac{\partial a}{\partial l}$ — уклон дна русла.

Таким образом, уклон свободной поверхности

$$J=-\frac{\partial z}{\partial l}=i-\frac{\partial h}{\partial l}.$$

Тогда получим

$$-\frac{\partial z}{\partial l}=\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial v}{\partial l}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{v^2}{C^2R} \qquad (19.4)$$

или

$$i-\frac{\partial h}{\partial l}=\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial l}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{v^2}{C^2R}. \qquad (19.5)$$

Очевидно, что из уравнений неустановившегося движения как частные случаи получаются уравнения установившегося движения ($\partial v/\partial t = 0$ и частная производная $\partial h/\partial l$ заменяется $\mathrm{d}h/\mathrm{d}l$, так как h не зависит от второй переменной t) и равномерного движения.

Уравнение неразрывности при неустановившемся движении в открытом русле получим, распространив на поток уравнение неразрывности (3.21) для струйки несжимаемой жидкости ($\rho = \text{const}$):

$$\frac{\partial Q}{\partial l}+\frac{\partial \omega}{\partial t}=0. \qquad (19.6)$$

Аналогично преобразованию уравнения неразрывности в § 14.5, заменив $Q = \omega v$, получим

$$v\frac{\partial \omega}{\partial l}+\omega\frac{\partial v}{\partial l}+\frac{\partial \omega}{\partial t}=0. \qquad (19.7)$$

Уравнения (19.3) и (19.6) или (19.7) составляют искомую систему дифференциальных уравнений неустановившегося движения.

В призматических руслах площадь живого сечения зависит только от глубины, причем $\partial\omega/\partial h = B$ (B — ширина потока по верху). Тогда

$$\frac{\partial h}{\partial l} = \frac{\partial h}{\partial \omega}\,\frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{1}{B}\,\frac{\partial \omega}{\partial l}.$$

Для призматических русл имеем систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{g}\left(\alpha v\frac{\partial v}{\partial l} + \alpha'\frac{\partial v}{\partial t}\right) + \frac{1}{B}\,\frac{\partial \omega}{\partial l} = i - \frac{v^2}{C^2R};\\ &v\frac{\partial \omega}{\partial l} + \omega\frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (19.7а)$$

В прямоугольном или достаточно широком русле $\omega = bh$, и тогда уравнение неразрывности (19.6) принимает вид

$$\frac{\partial q}{\partial l} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0, \qquad (19.8)$$

где q — удельный расход на единицу ширины русла.

Уравнение неразрывности (19.7) применяют и в таком виде:

$$\frac{\partial (hv)}{\partial l} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0. \qquad (19.9)$$

Таким образом, полученные уравнения попарно составляют замкнутые системы. Из этих уравнений можно найти глубину h (площадь ω) и среднюю скорость v в различных створах по длине (разные l) и в различные моменты времени t.

Уравнение (19.5) при $\alpha = \alpha' = 1$ было впервые получено Сен-Венаном. Систему уравнений (19.5) и (19.6) называют у р а в н е н и я м и С е н - В е н а н а.

Если имеется боковой приток с удельным расходом на единицу длины $q_б$, то уравнения (19.5) и (19.6) записываются в виде

$$i - \frac{\partial h}{\partial l} = \frac{\alpha}{g}\,\frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\alpha'}{g}\,\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v^2}{C^2R} + \frac{q_б v}{g\omega}; \qquad (19.10)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q_б. \qquad (19.11)$$

Уравнения одномерного неустановившегося движения обычно решаются с использованием многочисленных методик. В настоящее время расчеты неустановившегося движения выполняются на ЭВМ с использованием специально разработанных программ.

19.3. Основные сведения о методе характеристик

Изложим важный для изучения неустановившегося движения метод характеристик, разработанный акад. С. А. Христиановичем.

Рассматривается система уравнений (19.7а). Ее решениями будет система двух функций

$$v = v\,(l,\ t); \quad \omega = \omega\,(l,\ t).$$

Эти функции должны быть определенными и иметь непрерывные производные первого порядка в области, ограничивающей изменение параметров l и t, т. е. в пределах области, в которой надо произвести расчет неустановившегося движения.

Пусть в области решения известен отрезок кривой $l = l(t)$, на котором известны все необходимые характеристики движения. Это может быть кривая, соответствующая установившемуся движению.

Для каждой точки кривой $l = l(t)$ можно написать

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\partial\omega}{\partial t}\frac{dl}{dt} + \frac{\partial\omega}{\partial t} \quad \text{или} \quad \frac{\partial\omega}{\partial t} = \frac{d\omega}{dt} - \frac{\partial\omega}{\partial l}\frac{dl}{dt};\\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial l}\frac{dl}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{или} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt} - \frac{\partial v}{\partial l}\frac{dl}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{19.12}$$

Подставив значения $\frac{\partial\omega}{\partial t}$ и $\frac{\partial v}{\partial t}$ в исходную систему (19.7а) и обозначив $\left(i - \frac{v^2}{C^2R}\right)g = A$, найдем (приняв здесь $\alpha = \alpha' = 1$)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\omega}{\partial t} &= \frac{-\frac{d\omega}{dt}\left(v - \frac{dl}{dt}\right) - \left(A - \frac{dv}{dt}\right)\omega}{\left(v - \frac{dl}{dt}\right) - \frac{g\omega}{B}};\\ \frac{\partial v}{\partial l} &= \frac{-\left(A - \frac{dv}{dt}\right)\left(v - \frac{dl}{dt}\right) - \frac{d\omega}{dt}\frac{g}{B}}{\left(v - \frac{dl}{dt}\right)^2 - \frac{g\omega}{B}}. \end{aligned}\right\} \tag{19.13}$$

Из рассмотрения случая, когда знаменатель в этих уравнениях равен нулю, получим два уравнения

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{dl}{dt}\right)_1 &= v + \sqrt{\frac{g\omega}{B}};\\ \left(\frac{dl}{dt}\right)_2 &= v - \sqrt{\frac{g\omega}{B}}. \end{aligned}\right\} \tag{19.14}$$

Получены два значения скорости распространения фронта волны, одно из них $(dl/dt)_1 > 0$, а второе $(dl/dt)_2 < 0$, так как для открытых потоков всегда $\sqrt{g\omega/B} = \sqrt{gh_{cp}}$ больше средней скорости v.

Таким образом, прямая волна, распространяющаяся вниз по течению, имеет скорость распространения фронта

$$v + \sqrt{g\omega/B},$$

а обратная волна, движущаяся против течения, имеет скорость распространения фронта

$$v - \sqrt{g\omega/B}.$$

Приравняв нулю и числители в (19.13), с тем чтобы производные $\frac{\partial\omega}{\partial l}$

и $\dfrac{\partial v}{\partial l}$ не обратились в бесконечность или чтобы не создавалась неопределенность, получим

$$\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)_1 = A - \sqrt{\frac{g}{B\omega}}\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t};\qquad \left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)_2 = A + \sqrt{\frac{g}{B\omega}}\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}. \tag{19.15}$$

Полученные уравнения (19.15) совместно с найденными из (19.14)

$$\mathrm{d}l = \left(v + \sqrt{\frac{g\omega}{B}}\right)\mathrm{d}t;\qquad \mathrm{d}l = \left(v - \sqrt{\frac{g\omega}{B}}\right)\mathrm{d}t \tag{19.16}$$

называются **д и ф ф е р е н ц и а л ь н ы м и у р а в н е н и я м и х а р а к т е р и с т и к.**

Уравнения (19.6) являются уравнениями прямых с угловыми коэффициентами, равными выражениям в скобках, т. е.

$$K_1 = v + \sqrt{g\omega/B},\quad K_2 = v - \sqrt{g\omega/B}. \tag{19.17}$$

Первое уравнение (19.16) характеризует движение прямой волны, а второе — движение обратной волны.

Учитывая, что в уравнениях (19.15) и (19.16) при $\alpha > 1$ должен быть корень вида $\sqrt{\alpha B/g\omega} = \sqrt{\Pi_\text{к}\omega/Q} = \sqrt{\Pi_\text{к}}/v$, имеем при подстановке в (19.16)

$$\mathrm{d}l = \sqrt{\frac{g\omega}{\alpha B}}\left(1 + \sqrt{\Pi_\text{к}}\right)\mathrm{d}t;\qquad \mathrm{d}l = -\sqrt{\frac{g\omega}{\alpha B}}\left(1 - \sqrt{\Pi_\text{к}}\right)\mathrm{d}t. \tag{19.18}$$

Решение производится в конечных разностях.

Уравнения (19.15), (19.16), (19.18) удовлетворяют исходным уравнениям неустановившегося движения для всех точек волны, кроме ее фронта, на котором происходит разрыв непрерывности функций.

Задача ставится таким образом. Пусть в координатной плоскости (l, t) задан отрезок ad кривой $l = l(t)$. Тогда в каждой точке этой кривой можно провести прямые, направления которых определяются значениями K_1 (первое семейство характеристик, соответствующее прямой волне распространяющейся по течению) и K_2 (второе семейство характеристик, соответствующее обратной волне).

В точках a и b на ad (рис. 19.6) известны их координаты на плоскости (l, t), т. е. l_a и t_a, l_b и t_b, v_a, ω_a, v_b, ω_b. В точке m не известны l_m, t_m, v_m, ω_m. Из (19.16) с учетом (19.17) можно записать в конечных разностях

$$\left.\begin{aligned} l_m - l_a &= K_1\,(t_m - t_a);\\ l_m - l_b &= K_2\,(t_m - t_a).\end{aligned}\right\}$$

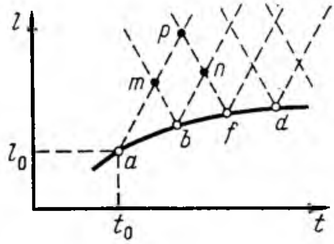

Рис. 19.6

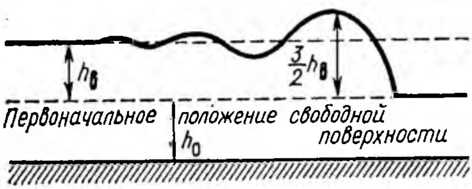

Рис. 19.7

Из этой системы находим l_m и t_m. Записав (19.15) в конечных разностях, получим

$$\left.\begin{aligned} v_m - v_a &= A_1 (t_m - t_a) \sqrt{\frac{g}{B\omega}}\,(\omega_m - \omega_a); \\ v_m - v_b &= A_2 (t_m - t_b) + \sqrt{\frac{g}{B\omega}}\,(\omega_m - \omega_b). \end{aligned}\right\} \tag{19.19}$$

Из уравнений (19.19) определяются v_m и ω_m. Таким образом, найдены все искомые l_m, t_m, v_m, ω_m.

Далее, исходя из точек b и f, где известны l_b, t_b, v_b, ω_b, l_f, t_f, v_f, ω_f, находим все необходимые величины в точке n. И так далее, переходя от точки к точке.

19.4. Скорость распространения волны

Рассмотрим неустановившееся движение в открытом прямоугольном русле (с горизонтальным дном), считая, что потерями на трение можно пренебречь. В этом случае $b = B$, $\omega/B = h$ и уравнения (19.14) записываются в виде

$$\frac{\mathrm{d}\,l}{\mathrm{d}\,t} = v \pm \sqrt{gh} = c_0', \tag{19.20}$$

где c_0' — скорость перемещения отдельных точек фронта волны.

Интегрируя (19.15) с учетом того, что $A = 0$, $\mathrm{d}\omega = B\mathrm{d}h$, $B\omega = b^2h$, получим

$$v = \pm 2\sqrt{gh} + \text{const}. \tag{19.21}$$

Найдя постоянную интегрирования из начальных условий, когда $h_0 = \text{const}$ и $v_0 = \text{const}$, получим

$$c = v_0 \pm 2\sqrt{gh_0}$$

и

$$v = v_0 \pm 2\left(\sqrt{gh} - \sqrt{gh_0}\right), \tag{19.22}$$

где h_0 — первоначальная глубина наполнения; $h = h_0 + h_в$, $h_в$ — высота волны (рис 19.7).

Средняя скорость движения при неустановившемся движении в прямоугольном горизонтальном русле при отсутствии гидравлических сопротивлений определяется по (19.22). С использованием (19.22) из (19.20) получим

$$c_0' = v_0 \pm \left(3\sqrt{gh} - 2\sqrt{gh_0}\right). \tag{19.23}$$

Далее

$$v = v_0 \pm 2\left[\sqrt{g(h_0 + h_в)} - 2\sqrt{gh_0}\right]; \tag{19.24}$$

$$c_0' = v_0 \pm \left[3\sqrt{g(h_0 + h_в)} - 2\sqrt{gh_0}\right]; \tag{19.25}$$

$$l = \{v_0 \pm \left[3\sqrt{g(h_0 + h_в)} - 2\sqrt{gh_0}\right]\}t + f(h_в), \tag{19.26}$$

где $f(h_в)$ — произвольная функция.

В полученных формулах знак плюс соответствует прямой волне, знак минус — обратной. При этом для положительной волны $h_в > 0$, для отрицательной $h_в < 0$.

В соответствии с (19.25) в волне, характеризующейся повышением уровня ($h_в > 0$), сечение с большей глубиной нагоняет сечение с меньшей глубиной. Поэтому мгновенные профили волны становятся все более крутыми, при определенных условиях волна может опрокинуться, т. е. разрушиться. Для волн с $h_в < 0$ сечение с меньшей глубиной отстает от сечения с большей глубиной и мгновенные профили волны становятся все более распластанными. Если изменение расхода, вызвавшее появление положительной волны, произошло достаточно быстро, фронт такой волны считают вертикальным, хотя на самом деле положительная волна в таких условиях начинается с переднего вала высотой примерно 1,5 $h_в$ (рис. 19.7).

При медленном изменении расхода (или отметки уровня, или глубины), приведшем к появлению положительной волны, ее фронт растянут.

От скорости перемещения отдельных точек фронта волны можно перейти к скорости распространения фронта волны. Эту скорость называют *скоростью распространения волны* c_0. Ее находят из выражения

$$c_0 = \frac{1}{h_в}\int_0^{h_в} c_0'\, d h_в.$$

Подставив сюда c_0' по (19.25) и выполнив преобразования, получим

$$c_0 = v_0 \pm \frac{2\sqrt{gh_0}}{h_0}\int_0^{h_в}\left(\frac{3}{2}\sqrt{1 + \frac{h_в}{h_0}} - 1\right) d h_в.$$

С учетом

$$\left(1 + \frac{h_в}{h_0}\right)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{h_в}{h_0}$$

после интегрирования получим

$$c_0 = v_0 \pm \sqrt{gh_0}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{h_в}{h_0}\right). \qquad (19.27)$$

Вновь для прямой волны — знак плюс, для обратной волны — знак минус.

При $h_в/h_0 < 0{,}1$ получим

$$c_0 = v_0 \pm \sqrt{gh_0}. \qquad (19.28)$$

Если волна распространяется в неподвижной жидкости ($v_0 = 0$), получим формулу Лагранжа для этого случая

$$c_0 = \sqrt{gh_0}. \qquad (19.29)$$

Все формулы даны для случая, когда волна положительная, т. е. $h_в > 0$.

При отрицательной волне $h_в$ в формулах должна быть принята отрицательной.

Формулы, полученные для прямоугольного русла, могут быть применены для призматических русл с другой формой поперечного сечения. Следует при этом в формулах для c_0' и c_0 заменить h_0 на ω_0/B', где ω_0 — первоначальная площадь живого сечения; B' — ширина по верху живого сечения при $h = h_0 + 0{,}5\ h_в$.

Формулы скорости распространения волны (19.27) — (19.29) могут быть применены и для реальных случаев, когда силы сопротивления не равны нулю, так как их влияние не сказывается ощутимым образом на c_0.

Иногда наряду со скоростью распространения волны используют понятие скорости добегания. Для ее определения умножим обе части уравнения неразрывности

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$$

на производную $\frac{\partial Q}{\partial \omega}$. Получим

$$\frac{\partial Q}{\partial l}\frac{\partial Q}{\partial \omega} + \frac{\partial Q}{\partial t} = 0. \qquad (19.30)$$

При распространении некоторого неизменного расхода Q вдоль русла со скоростью $c_0 = \mathrm{d}l/\mathrm{d}t$ ее можно найти из условия $\mathrm{d}Q = 0$, т. е.

$$\mathrm{d}Q = \frac{\partial Q}{\partial l}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial Q}{\partial t} = 0.$$

Сравнивая с (19.30), найдем скорость добегания:

$$c_Q = \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial Q}{\partial \omega}.$$

Для русла с прямоугольным поперечным сечением

$$c_Q = 2v,$$

а для широкого параболического русла

$$c_Q = \frac{3}{2} v.$$

19.5. Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте основные допущения, принимаемые при расчете неустановившегося движения в открытых руслах. Объясните, что такое одномерная задача и укажите особенности рассмотрения движения жидкости в такой постановке.
2. Перечислите виды расчетов, осуществляемых при изучении неустановившегося движения.
3. Приведите примеры неустановившегося движения в открытых руслах.
4. Что такое прямая и обратная волна? Что такое положительная и отрицательная волна?
5. Объясните, как происходит движение прямой волны и обратной положительной волны, а также прямой отрицательной волны и обратной отрицательной волны.
6. Что такое сложные волны, фронт волны, тело волны?
7. Что такое прерывные волны, преломленная и отраженная волны?
8. Запишите дифференциальные уравнения одномерного медленно изменяющегося неустановившегося движения в открытых руслах. Какие допущения приняты при их выводе? Какие из основных уравнений привлекаются при рассмотрении системы дифференциальных уравнений неустановившегося движения?
9. В чем особенности записей уравнений рассматриваемого движения в призматических открытых руслах, в прямоугольном русле? Как записывается уравнение Сен-Венана при наличии бокового притока?
10. Как определяется скорость распространения волны в открытом прямоугольном русле?
11. Как записывается формула Лагранжа?
12. Какие особенности имеют формулы для определения распространения скорости волны в случае отрицательной волны?

Глава 20

ДВИЖЕНИЕ НАНОСОВ В ОТКРЫТЫХ ПОТОКАХ

20.1. Гидравлическая крупность наносов

Твердые частицы грунта, переносимые водными потоками,— *наносы* — условно делят на *влекомые* по дну, или *донные*, и *взвешенные*.

В руслах наносы создаются за счет смыва грунта водой, стекающей в эти русла, и размыва русла на отдельных его участках. Часть наносов попадает в русло благодаря переносу их ветром.

Наносы бывают различной крупности и формы. Более крупные наносы чаще имеют форму, близкую к шару или эллипсоиду. Мел-