

8. Каковы характерные особенности кривой свободной поверхности на водоскате быстротока? От каких значений глубины начинаются кривые? Какими глубинами заканчиваются?

9. Кратко опишите явление аэрации потока на быстротоках. Укажите условия, при которых это явление возникает, начинается. Какие характерные коэффициенты применяются при описании явления аэрации? Что можно указать относительно содержания воздуха в аэрированном потоке?

10. Всегда ли оно возникает? Каковы соотношения, показывающие возможность возникновения волнообразования? Укажите формулы для определения гидравлических параметров для полностью развитых волн на водоскате.

11. Как рассчитывается свободная поверхность (кривая) на водоскате быстротока? Укажите формулы и особенности расчета.

12. В чем заключается расчет выходной части быстротока? Какие имеются особенности? Всегда ли проектируется водобойный колодец или водобойная стенка в выходной части быстротока?

13. Укажите условия и расчетные зависимости, позволяющие запроектировать расширение бурного потока в нижнем бьефе быстротока с удовлетворительными условиями работы.

14. В чем основные особенности гидравлических расчетов консольного перепада (сброса)? Как определяется длина падения (отлета струи) на дно русла? Назовите и другие гидравлические параметры.

## Глава 27

### ОСНОВЫ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

#### 27.1. Виды движения грунтовых вод

Как известно, вода в грунтах может быть в виде пара, капиллярной, а также гравитационной воды.

Межмолекулярные и другие связи для парообразной и капиллярной воды препятствуют их движению под действием силы тяжести. Только гравитационные воды, называемые грунтовыми, перемещаются под действием силы тяжести. Движение грунтовых вод называется *ф и л ь т р а ц и е й*. Движение грунтовых вод, так же как в потоках открытых и напорных, может быть установившимся и неустановившимся, равномерным и неравномерным, плавно изменяющимся и резко изменяющимся, напорным и безнапорным, двухмерным (плоским) и трехмерным (пространственным).

Режим движения грунтовых вод может быть ламинарным и турбулентным.

Если кинематические характеристики движения в каждой точке грунтового потока с течением времени не изменяются, такое движение грунтовых вод — установившееся.

Плавно изменяющееся движение грунтовых вод характеризуется малой кривизной линий тока (их можно считать примерно параллельными), а живые сечения, которые нормальны к линиям тока, можно считать плоскими, давление распределяется в живых сечениях по гидростатическому закону.

Если движение грунтовых вод происходит со свободной поверхностью, на которой давление равно атмосферному, такое движение является безнапорным.

Если происходит движение грунтовых вод в полностью заполненном водоносном пласте, сверху и снизу ограниченном водоупорными пластами, и все поры водоносного пласта заполнены водой, т. е. пьезометрическая линия расположена выше верха водоносного пласта, движение — напорное.

## 27.2. Фильтрационные свойства грунтов

Под пористыми материалами понимают твердые тела, содержащие в достаточно большом количестве пустоты, характерный размер которых мал по сравнению с характерным размером тела (или пространства, занятого пористой средой). Пустоты в грунтах подразделяются на поры, трещины и каверны.

Фильтрационные свойства грунтов зависят от состава и характеристик грунтов.

Пористость — отношение объема пор  $W_n$  к объему грунта  $W$ , достаточно большому (по сравнению с размерами частиц грунта и порами):

$$m = W_n / W. \quad (27.1)$$

В механике грунтов используется понятие коэффициента пористости  $e$  — отношение объема пор  $W_n$  к объему минеральной части (скелета) в данном объеме  $W_{ск}$ :

$$e = W_n / W_{ск}; \quad e = m / (1 - m); \quad m = e / (1 + e).$$

Пористость всегда меньше единицы, а коэффициент пористости может быть и меньше, и больше единицы (до 4 в глинистых грунтах).

Грунт характеризуется поверхностной пористостью

$$m_\omega = \omega / \Omega, \quad (27.2)$$

где  $\omega$  — суммарная площадь пор в пределах выделенной площади  $\Omega$  (см. рис. 27.1). Поверхностную пористость  $m_\omega$  называют также просветностью.

По (27.1) определяется средняя пористость выделенного объема, местная пористость определяется как предел  $\lim_{W \rightarrow 0} \frac{W_n}{W}$ .

Средние значения пористости  $m$  и поверхностной пористости  $m_\omega$  совпадают.

Часть пор бывает замкнутыми, не сообщающимися с другими порами. Вода, находящаяся в замкнутых порах, не участвует в фильтрации. Часть пор может быть занята заземленным воздухом. Выделяют общую (абсолютную) и активную (эффективную)

Таблица 27.1

Грунты	$m$	Грунты	$m$
Гравий ( $d=2 \div 20$ мм)	0,3—0,4	Супесь	0,35—0,45
Песок ( $d = 0,05 \div 2$ мм)	0,3—0,45	Суглинки	0,35—0,5
		Глина	0,4—0,55
		Торф	0,6—0,95

пористость. В последнем случае под  $W_{п}$  в (27.1) понимают объем только сообщающихся между собой пор, через которые движется жидкость.

По размерам поры и трещины разделяют на сверхкапиллярные, по которым происходит свободное перемещение жидкости, капиллярные и субкапиллярные. Размеры сверхкапиллярных пор — более 0,5 мм; сверхкапиллярных трещин — более 0,25 мм; капиллярных пор — от 0,5 до 0,002 мм, капиллярных трещин — от 0,25 до 0,0001 мм. По капиллярным порам и трещинам движение происходит при большом влиянии сил поверхностного натяжения. Грунты с более мелкими порами и трещинами очень слабо проницаемы для жидкостей и газов.

Ориентировочные значения пористости приведены в табл. 27.1.

Трещиноватость скальных грунтов характеризуется модулем трещиноватости  $M_{т}$ , равным количеству трещин на 1 м линии измерения в изучаемом грунте. Модуль трещиноватости изменяется от значений менее 1,5 (слабо трещиноватые) до более 30 (сильно трещиноватые). Поверхностная трещинная пористость

$$m_{\omega_{т}} = \omega_{т}/\Omega,$$

где  $\omega_{т}$  — суммарная площадь трещин в пределах выделенной площадки  $\Omega$ . Наконец, пористость (трещинная пустотность)

$$m_{т.п} = W_{т}/W,$$

где  $W_{т}$  — объем трещин в объеме грунта  $W$ . Трещинная пустотность  $m_{т.п}$  изменяется в пределах 0,05—0,005.

Грунт называется однородным, если его фильтрационные свойства не зависят от координат рассматриваемой точки, и неоднородным, если его фильтрационные свойства зависят от местоположения рассматриваемой точки.

Грунт называется изотропным, если его фильтрационные свойства не зависят от направления движения жидкости и, наоборот, анизотропным, если его фильтрационные свойства зависят от направления движения жидкости.

Фиктивный грунт (шарообразные частицы одинакового диаметра) — однородный и изотропный.

Грунт, состоящий из одинаково ориентированных параллелепипедов или цилиндров одинакового размера, — однородный, но анизотропный.

Грунты могут состоять из ряда слоев, в каждом из которых фильтрационные свойства различны.

Далее будем рассматривать установившееся движение грунтовых вод в однородном изотропном (фиктивном) грунте с  $m = m_0$ , подстилаемом плоским водонепроницаемым слоем (водоупором). Рассматривается движение в полностью насыщенном водой грунте.

### 27.3. Скорость фильтрации. Линейный закон фильтрации

Так как грунты в целом характеризуются неупорядоченным, случайным расположением частиц и случайным характером порового пространства, то применение теоретического или экспериментального подхода к описанию движения жидкости для конкретных поровых «каналов» или их совокупности невозможно. Поэтому принимают осредненные по площади скорости.

При изучении фильтрации считаем, что пористое тело и жидкость образуют сплошную среду. Тогда, рассматривая площади, значительно превосходящие размеры частиц грунта, можно считать, что грунтовый поток сплошным образом заполняет все пространство пористой среды.

Введем понятие скорости фильтрации

$$u = Q/\Omega, \quad (27.3)$$

где  $Q$  — расход, проходящий через сечение грунта площадью  $\Omega$ . При этом напомним, что  $\Omega = \omega_n + \omega_{ск}$  [ $\omega_{ск}$  — часть площади  $\Omega$ , занятая минеральной составляющей сухого грунта].

Действительные скорости просачивания через поры  $u_n$  больше, чем скорость фильтрации, в  $1/m$  раз.

Отметим, что произведение скорости фильтрации  $u$  на площадь сечения потока  $\Omega$  равно расходу, действительно протекающему через рассматриваемое сечение.

Скорость фильтрации считается непрерывной функцией координат (и времени, если движение неустановившееся). Движение жидкости в грунтах происходит при наличии очень больших сопротивлений, вызванных малыми размерами поровых каналов, их извилистостью, неправильной формой, большой шероховатостью и рядом других факторов, что значительно снижает скорость фильтрации. В связи с этим в грунтовом потоке принимают, что гидродинамический напор  $H$  равен пьезометрическому напору  $z + p/\rho g$ , т. е. пренебрегают скоростным напором.

Тогда удельная энергия потока (напор)

$$H = z + p/\rho g.$$

В результате изучения движения воды в песчаных фильтрах Дарси установил, что скорость фильтрации линейно зависит от гидравлического уклона:

$$u = kJ, \quad (27.4)$$

где  $k$  — коэффициент фильтрации.

Выражение (27.4) называют законом Дарси, или линейным законом фильтрации. При выполнении равенства (27.4) потери напора пропорциональны первой степени скорости фильтрации, т. е. режим движения — ламинарный.

Учитывая, что  $J = -dH/dl$ , получаем

$$u = kJ = -k dH/dl. \quad (27.5)$$

Напомним, что  $dH/dl < 0$ . При линейном уменьшении напора по длине имеем

$$J = \frac{(z_1 + p_1/\rho g) - (z_2 + p_2/\rho g)}{l} = \frac{H_1 - H_2}{l}.$$

#### 27.4. Коэффициент фильтрации

Коэффициент фильтрации равен скорости фильтрации при  $J = 1$ . Он зависит от свойств пористой среды (формы, размеров, взаимного расположения, шероховатости частиц), засоленности грунта и вязкости жидкости (а следовательно, от ее температуры). Коэффициент фильтрации может изменяться под воздействием электрического и магнитного полей.

Ориентировочные значения коэффициента фильтрации приведены в табл. 27.2.

Т а б л и ц а 27.2

Грунты	$k$ , м/сут*	Грунты	$k$ , м/сут*
Глина	0,001	Песок мелкозернистый	1—5
Суглинок тяжелый	0,05	Песок среднезернистый	5—20
Суглинок легкий	0,05—0,1	Песок крупнозернистый	20—50
Супесь	0,1—0,5	Гравий	20—150
Лесс	0,25—0,5	Галечник	100—500
Песок пылеватый	0,5—1,0	Крупный галечник без песчаного заполнителя	500—1000 и более

\* 1 м/с =  $86,4 \cdot 10^3$  м/сут.

Свойство пористой среды пропускать через себя жидкость, газ или газожидкостную смесь под действием приложенного перепада давления называется проницаемостью. Проницаемость оценивается коэффициентом проницаемости, который зависит не от свойств жидкости, а только от свойств грунта и измеряется в тех же единицах, что и площадь.

Коэффициент проницаемости может быть представлен в виде

$$k_n \approx d^2 f(m), \quad (27.6)$$

где  $m$  — пористость;  $d$  — так называемый эффективный диаметр частиц, иногда также обозначается  $d_{10}$ .

Коэффициенты фильтрации  $k$  и проницаемости  $k_n$  связаны между собой отношением

$$k = gk_n/\nu,$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости.

Формулу Дарси можно представить также в виде

$$u = gk_n/\nu J. \quad (27.7)$$

Введение коэффициента проницаемости важно при рассмотрении движения воды в смеси с нефтью, газом или фильтрации нефти и т. п.

При оценке фильтрационных свойств грунтов, через которые движется вода, достаточно использования только коэффициента фильтрации.

Коэффициент фильтрации определяют как среднее арифметическое значение по результатам лабораторных и полевых исследований, полученных в одинаковых условиях.

При лабораторных испытаниях для определения коэффициентов фильтрации несвязных грунтов используется прибор Дарси (рис., 27.1). В вертикальном открытом цилиндре с площадью поперечного сечения  $\Omega$  уложен песок, который снизу поддерживается сеткой. Вода поступает по трубке  $a$ , постоянство уровня поддерживается сливом воды через трубку  $b$ . Фильтрующаяся вода через трубку  $c$ , снабженную краном  $K$ , поступает в мерный бак. После того как движение станет установившимся, находят расход  $Q$  и измеряют показания пьезометров, присоединенных к боковой стенке цилиндра в пределах части объема, заполненного грунтом.

Определяют по (27.3) скорость фильтрации  $u = Q/\Omega$ , гидравлический уклон  $J = h_{тр}/l$  ( $h_{тр}$  — разность показаний в двух пьезометрах, расположенных на расстоянии  $l$  друг от друга). Из (27.5) находят коэффициент фильтрации  $k$ .

В некоторых плотных грунтах (глины и тяжелые суглинки) фильтрация начинается лишь тогда, когда гидравлический уклон (градиент напора) превысит начальный градиент  $J_0$ . Тогда вместо (27.5)

$$u = -k(dH/dl + J_0) = k(J - J_0). \quad (27.8)$$

Для очень плотных глин  $J_0 = 20 \div 30$ .

Экспериментальные исследования показывают, что закон Дарси при числах  $Re$ , превышающих некоторые значения  $Re_{кр}$ , нарушается. При

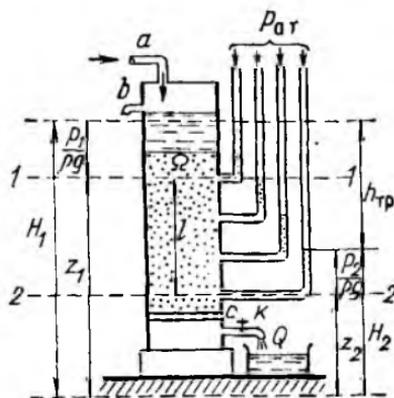


Рис. 27.1

$Re < Re_{кр}$  справедлив линейный закон фильтрации (ламинарная фильтрация), при  $Re > Re_{кр}$  (турбулентная фильтрация) имеют силу другие зависимости  $u$  и  $J$ . Для этих случаев экспериментально найдено

$$J = au + bu^2 \quad (27.9)$$

или

$$u = cJ^{1/n}, \quad (27.10)$$

где  $a, b, c$  — коэффициенты, определяемые в опытах (или теоретически) для конкретных случаев движения грунтовых вод.

Если скорости так малы, что можно пренебречь вторым членом в (27.9) (ламинарная фильтрация), получаем формулу Дарси. Если скорости значительны (турбулентная фильтрация) и можно пренебречь членом  $au$ , получаем формулу, по форме напоминающую формулу Шези

$$u = k_{турб} \sqrt{J}. \quad (27.11)$$

Формула (27.10) применяется и для трещиноватых пород, при этом  $n = 1 \div 1,75$ .

В случаях, когда справедлива формула (27.11), потери напора зависят от квадрата скорости фильтрации.

Строго говоря, турбулентный режим движения воды при ее фильтрации наблюдается при крупных частицах, например при движении воды в каменной наброске. По С. В. Избашу при фильтрации в каменной наброске  $k_{турб}$ , см/с, составляет

$$k_{турб} = (20 - 14/d) m \sqrt{d_{ш}},$$

где  $d_{ш}$  — средний диаметр шара, равновеликого камню, см;  $m$  — пористость каменной наброски.

## 27.5. Особенности плавно и резко изменяющегося движения грунтовых вод

Выделим при плавно изменяющемся движении два сечения, расположенные на расстоянии  $dl$  (рис. 27.2), считая их плоскими, а давления в этих сечениях распределяющимися по гидростатическому закону, т. е. для любой точки живого сечения напор равен

$$H = z + p/\rho g = \text{const.}$$

Следовательно, вдоль любой линии тока при переходе от одного сечения к другому напор уменьшится на одно и то же значение  $dH$  (отрицательное). Вместе с тем благодаря пренебрежимо малой кривизне линий тока (что позволяет признать их параллельными) считают, что расстояние между сечениями вдоль любой линии тока одно и то же ( $dl$ ) независимо от выбора линии тока.

Таким образом, при плавно изменяющемся движении и линейном законе фильтрации (ламинарная фильтрация) гидравлический

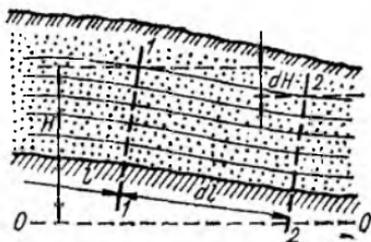


Рис. 27.2

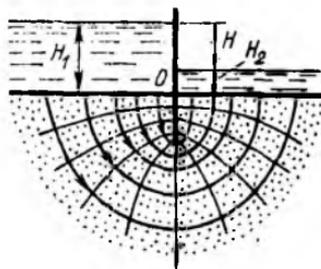


Рис. 27.3

уклон  $J = -dH/dl$  будет постоянным для любой точки живого сечения и местные скорости фильтрации

$$u = -k dH/dl$$

во всех точках данного живого сечения будут одинаковыми.

Плоская энюра распределения скоростей по вертикали в этом случае прямоугольная.

При плавно изменяющемся движении грунтовых вод средняя скорость в живом сечении равна местным скоростям  $v = u$ :

$$v = kJ = -k dH/dl. \quad (27.12)$$

Здесь  $J$  — уклон свободной поверхности, который изменяется только вдоль по течению.

Уравнение (27.12) называется формулой Дюпюи. Это уравнение является частным случаем формулы Дарси (27.5) и служит основой при выполнении расчетов плавно изменяющегося движения грунтовых вод. Отметим, что при изучаемом движении скорости  $v$  вдоль потока не одинаковы.

При резко изменяющемся движении грунтовых вод (рис. 27.3) линии тока имеют значительную кривизну и их даже условно нельзя считать прямыми: живое сечение, нормальное во всех точках к соответствующим линиям тока, отличается от плоского; расстояния между живыми сечениями существенно различны в зависимости от того, вдоль какой линии эти расстояния определяются. Поэтому гидравлический уклон в пределах живого сечения не является постоянным. В связи с этим и в соответствии с (27.5) местные скорости в пределах данного живого сечения не одинаковы, т. е. энюра скоростей — не прямоугольная.

При рассмотрении резко изменяющегося движения грунтовых вод приходится обращаться к общим уравнениям движения и рассматривать характеристики потока как непрерывные функции координат (см. гл. 28).

Равномерное движение грунтовых вод — частный случай плавно изменяющегося движения. При равномерном движении линии тока — прямые, параллельные линии дна

(водоупора). Гидравлический уклон постоянен не только в каждом живом сечении, но и для всех живых сечений по длине потока.

Гидравлический уклон, как и при равномерном движении в открытых руслах, равен уклону дна  $i$ , т. е.  $J = i$ .

Свободная поверхность при равномерном движении грунтовых вод параллельна линии дна, как и при равномерном движении в открытых руслах.

Формула (27.12) для равномерного движения при линейном законе фильтрации имеет вид

$$v_0 = ki, \quad (27.13)$$

где  $v_0$  — средняя скорость при равномерном движении.

Тогда расход при равномерном ламинарном движении грунтовых вод

$$Q = \omega_0 v_0 = k\omega_0 i, \quad (27.14)$$

где  $\omega_0$  — площадь живого сечения при равномерном движении.

При этом понятно, что  $\omega_0$  включает в себя, как и в других случаях движения грунтовых вод, площадь пор и площадь, занятую частицами грунта, в данном живом сечении.

Так как движение грунтовых вод обычно происходит в руслах очень большой ширины  $b$ , как правило, рассматривают плоскую задачу. Тогда удельный расход (на единицу ширины потока) при  $\omega_0 = bh_0$

$$q = kh_0 i, \quad (27.15)$$

где  $h_0$  — нормальная глубина.

Соответственно нормальная глубина найдется как

$$h_0 = q/ki. \quad (27.16)$$

### **27.6. Дифференциальное уравнение установившегося неравномерного плавно изменяющегося движения грунтовых вод при линейном законе фильтрации**

Такое движение наиболее часто встречается в виде безнапорного — со свободной поверхностью (рис. 27.4). Для него справедлива формула Дюпюи (27.12). Пренебрегая, как уже указывалось, скоростным напором, для всех точек сечения имеем

$$H = z + p/\rho g = a + h,$$

где  $a$  — высота положения поверхности водоупора над плоскостью сравнения  $0-0$  в рассматриваемом сечении;  $h$  — глубина потока в данном сечении.

Гидравлический уклон может быть выражен как

$$J = -\frac{dH}{dl} = -\frac{da}{dl} - \frac{dh}{dl} = i - \frac{dh}{dl},$$

где  $i = -da/dl$  (с увеличением  $l$  высота  $a$  уменьшается).

Тогда из (27.12)

$$v = k(i - dh/dl). \quad (27.17)$$

Уравнение расхода для этого вида движения грунтовых вод представится в виде

$$Q = \omega v = k\omega(i - dh/dl). \quad (27.18)$$

Для равномерного движения при  $h_0 = \text{const}$  и  $dh/dl = 0$

$$Q = k\omega_0 i.$$

Умножив обе части уравнения (27.18) на произвольный положительный уклон  $i'$ , получим

$$Qi' = k\omega i' (i - dh/dl).$$

Обозначим  $Q' = k\omega i'$  расход, который проходил бы в условиях равномерного движения через живое сечение площадью при уклоне, равном  $i'$ . Этот расход в каждом живом сечении разный.

Имеем

$$Qi' = Q' (i - dh/dl),$$

откуда

$$dh/dl = i' (i/i' - Q/Q'). \quad (27.19)$$

Уравнение (27.19) применяется для анализа форм кривых свободной поверхности потока грунтовых вод при любом поперечном сечении.

Для того чтобы рассматривать плоскую задачу, ограничимся движением в руслах с прямоугольной формой поперечного сечения и достаточной шириной.

Для плоской задачи

$$q = kh(i - dh/dl). \quad (27.18a)$$

Учитывая, что удельный расход может быть выражен по (27.15), для прямого уклона ( $i > 0$ ) имеем

$$kh_0 i = kh(i - dh/dl) \quad \text{и} \quad dh/dl = i(h - h_0)/h = i(1 - h_0/h) \quad (27.19a)$$

или

$$dl = \frac{h dh}{i(h - h_0)}. \quad (27.20)$$

При обратном уклоне ( $i < 0$ ) вводим в рассмотрение нормальную глубину  $h'_0$ , при которой происходило бы равномерное движение с расходом  $q$  по водоупору, имеющему уклон  $i' = -i$ . Тогда

$$q = -kh(i' + dh/dl); \quad (27.186)$$

$$dh/dl = -i(1 + h'_0/h) \quad (27.196)$$

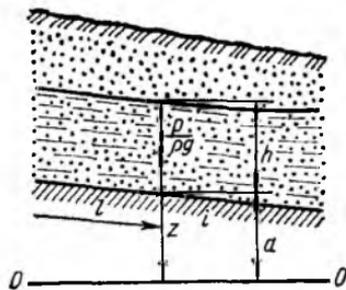


Рис. 27.4

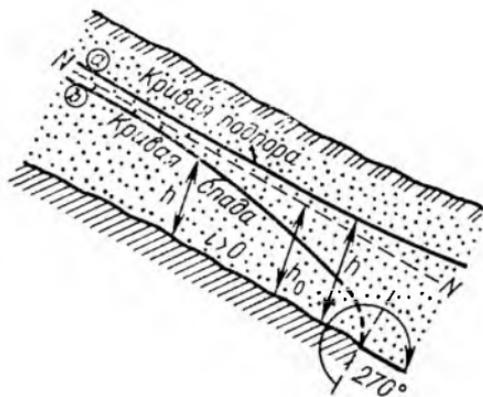


Рис. 27.5

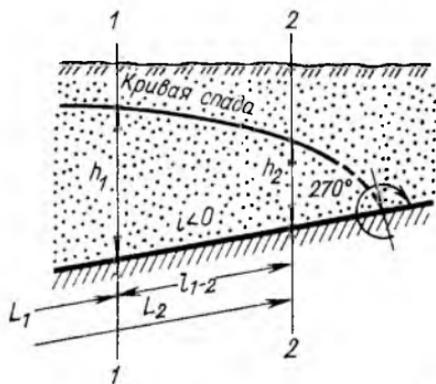


Рис. 27.6

или

$$dl = -\frac{h_0'}{i'} \frac{h dh}{h + h_0'} \quad (27.20a)$$

При нулевом уклоне ( $i=0$ ) из (27.18a) получим

$$q = -kh dh/dl; \quad (27.18b)$$

$$dh/dl = -q/kh; \quad (27.19b)$$

$$dl = -kh dh/q. \quad (27.20b)$$

После интегрирования уравнений (27.20) — (27.20б) получим выражения для определения длины кривой свободной поверхности.

Перейдем к рассмотрению возможных форм кривых свободной поверхности — кривых депрессии.

При прямом уклоне водоупора ( $i > 0$ ) имеются две зоны в области движения потока: зона *a* выше линии нормальных глубин и зона *b*, где  $h < h_0$  (рис. 27.5). В зоне *a* при  $h > h_0$  расположена кривая подпора согласно (21.19).

Так как  $dh/dl > 0$ , а производная  $d^2h/dl^2 > 0$ , то кривая подпора — вогнутая. Кривая подпора асимптотически стремится к линии нормальных глубин *NN* в верхней части, а в нижней — к горизонтальной прямой (как для открытых потоков). В зоне *b*, где  $h < h_0$ , будет  $dh/dl < 0$  и кривая свободной поверхности — кривая спада. В верхней части она асимптотически стремится к линии нормальных глубин. В нижней части при  $h \rightarrow 0$  наблюдается интересное явление:

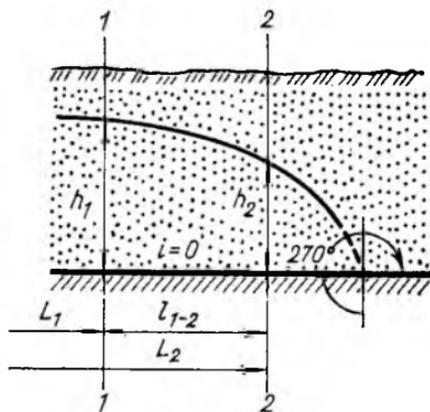


Рис. 27.7

$dh/dl \rightarrow -\infty$  и кривая спада составляет с линией водоупора угол  $270^\circ$ . В окрестности этой точки плавная изменяемость движения нарушается.

При обратном уклоне ( $i < 0$ ), как показывает анализ (27.19б),  $dh/dl < 0$  и имеется только одна форма кривой свободной поверхности — кривая спада (рис. 27.6). В верхней части при  $h \rightarrow \infty$  кривая спада асимптотически стремится к горизонтальной прямой. При  $h \rightarrow 0$  вновь, как и при прямом уклоне,  $dh/dl \rightarrow -\infty$ , т. е. кривая спада пересекает линию водоупора под углом  $270^\circ$ .

При нулевом уклоне [см. (27.19в)]  $dh/dl < 0$  и имеется только одна форма кривой свободной поверхности — кривая спада (рис. 27.7).

### 27.7 Расчет кривых подпора и спада при ламинарной фильтрации

Выполним интегрирование уравнений (27.20), (27.20а), (27.20б). Введем относительную глубину  $\eta = h/h_0$  или  $h/h'_0$ . При этом очевидно, что  $dh = h_0 d\eta$ .

Для  $i > 0$

$$dl = \frac{h_0}{i} \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta;$$

для  $i < 0$

$$dl = -\frac{h'_0}{i'} \frac{\eta}{1 + \eta} d\eta;$$

для  $i = 0$

$$dl = \frac{k}{q} h dh.$$

После интегрирования:

для  $i > 0$ : при  $\eta > 1$  (кривые подпора)

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{i} \left( \eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1} \right); \quad (27.21)$$

при  $\eta < 1$  (кривые спада)

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{i} \left( \eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{1 - \eta_2}{1 - \eta_1} \right); \quad (27.22)$$

для  $i < 0$

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{|i|} \left( \eta_1 - \eta_2 + \ln \frac{1 + \eta_2}{1 + \eta_1} \right); \quad (27.23)$$

для  $i = 0$

$$l_{1-2} = \frac{k}{2q} (h_1^2 - h_2^2), \quad (27.24)$$

что свидетельствует о параболическом очертании кривой свободной поверхности в этом случае.

Как и в открытых руслах, в случае  $i > 0$  асимптотическое приближение кривой свободной поверхности к линии нормальных глубин показывает, что значения  $\eta$  не могут быть равны единице.

Удельный расход при неравномерном плавно изменяющемся движении грунтовых вод по водоупору с нулевым уклоном определяют по формуле, полученной из (27.24):

$$q = \frac{k}{2l} (h_1^2 - h_2^2), \quad (27.25)$$

где  $l$  — расстояние между сечениями с глубинами  $h_1$  и  $h_2$ .

### 27.8. Приток к вертикальным скважинам (колодцам)

**Совершенная водозаборная или дренажная скважина.** Рассмотрим безнапорное плавно изменяющееся движение грунтовых вод в водоносном пласте по горизонтальному водоупору, притекающих к совершенной (доходящей до водоупора) водозаборной скважине (рис. 27.8). Поступление воды по радиальным направлениям в скважину происходит через водопроницаемые по всей высоте стенки, радиус скважины равен  $r_{скв}$ .

Мощность безнапорного водоносного горизонта (пласта) равна  $H_0$ . На такой высоте от водоупора при отсутствии откачки устанавливается горизонтальный естественный уровень грунтовых вод и до начала откачки движения грунтовых вод нет.

После начала откачки уровень грунтовых вод в скважине и вокруг нее в грунте начнет понижаться. Свободная поверхность примет форму, называемую депрессионной воронкой.

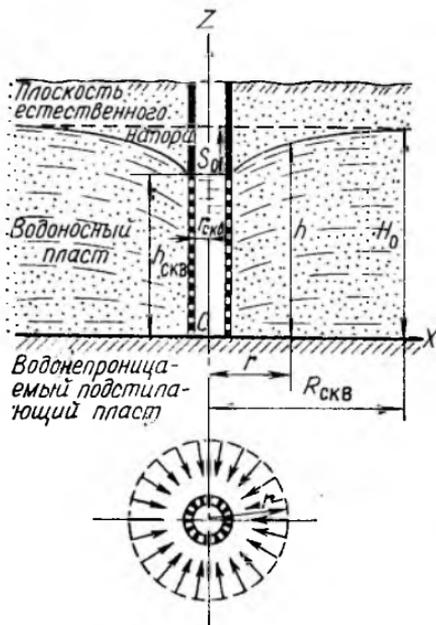


Рис. 27.8

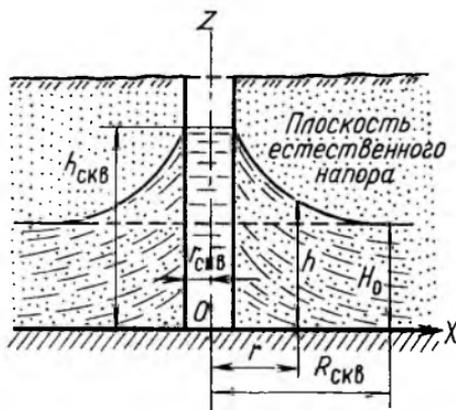


Рис. 27.9

Для рассматриваемых условий (горизонтальный водоупор, однородный грунт) воронка представляет собой поверхность, образованную вращением кривой депрессии относительно вертикальной оси (скважины).

В течение некоторого времени после начала откачки движение будет неустановившимся. После того как откачиваемый из скважины и поступающий в нее расходы сравняются, по прошествии некоторого промежутка времени движение станет установившимся, а уровень воды в скважине и воронка депрессии — неизменными.

Так как движение — плавно изменяющееся, то в каждом данном живом сечении у изучаемого потока гидравлический уклон будет одним и тем же, но  $J$  — различным в разных живых сечениях.

Живые сечения представляют собой боковые поверхности цилиндров с текущей высотой  $h$ , отстоящих от оси скважины на текущее расстояние  $r$ . Гидравлический уклон равен  $J = dh/dr$ , площадь  $\omega = 2\pi rh$ .

Расход

$$Q = k\omega J = 2\pi k r h \, dh/dr. \quad (27.26)$$

Разделив переменные и проинтегрировав в пределах от  $r_{\text{СКВ}}$  до  $r$  и от  $h_{\text{СКВ}}$  до  $h$ , получим при  $Q = \text{const}$  и  $k = \text{const}$

$$h^2 - h_{\text{СКВ}}^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_{\text{СКВ}}},$$

или

$$h^2 - h_{\text{СКВ}}^2 = 0,73 \frac{Q}{k} \lg \frac{r}{r_{\text{СКВ}}}, \quad (27.27)$$

где  $h_{\text{СКВ}}$  — глубина воды в скважине.

По уравнению (27.27) можно определить координаты кривой свободной поверхности. В любой из вертикальных плоскостей, пересекающих область движения по диаметру, очертание кривой свободной поверхности одинаковое, кривая депрессии — выпуклая.

Введем понятие радиуса влияния скважины  $R_{\text{СКВ}}$  — расстояния, за пределами которого не наблюдается изменение напора. При  $r = R_{\text{СКВ}}$  напор равен естественному напору или мощности водоносного горизонта  $H_0$ . Тогда из (27.27) получаем

$$Q = 1,36k \frac{H_0^2 - h_{\text{СКВ}}^2}{\lg \frac{R_{\text{СКВ}}}{r_{\text{СКВ}}}}. \quad (27.28)$$

Как видно, наряду с  $H_0$ ,  $h_{\text{СКВ}}$  (или  $s_{\text{СКВ}}$ ),  $r_{\text{СКВ}}$  и  $k$  дебит скважины определяется радиусом влияния скважины

$$R_{\text{СКВ}} = 3000 s_0 \sqrt{k}, \quad (27.29)$$

где  $s_0$  — понижение уровня воды при откачке, м;  $k$  — коэффициент фильтрации, м/с.

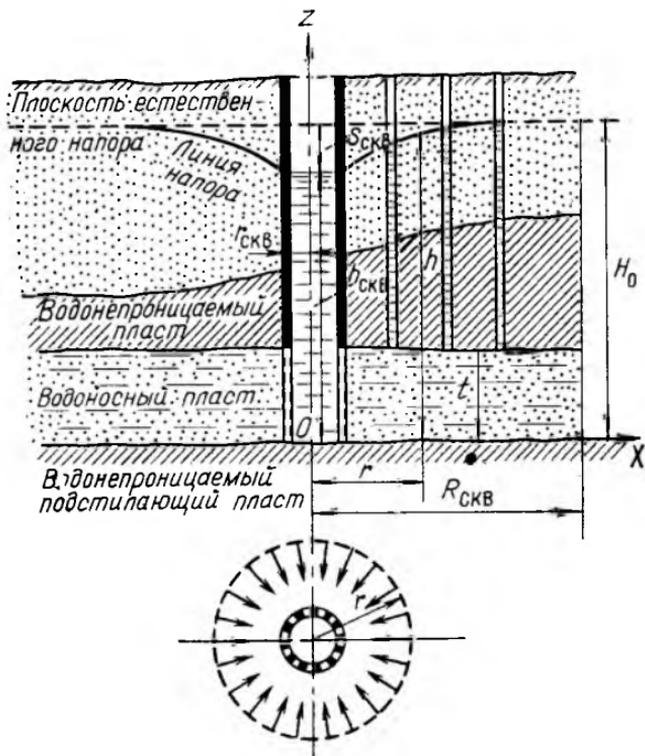


Рис. 27.10

В предварительных расчетах радиус влияния скважины принимается для мелкозернистых песков 100—200; для среднезернистых песков 250—500; для крупнозернистых песков 700—1000; для мелкого гравия 500—600; для крупного гравия 1500—3000 м.

**Совершенная поглощающая скважина.** Такие скважины служат для сброса воды в водоносный слой (рис. 27.9). Глубина воды в скважине  $h_{скв}$  больше, чем мощность водоносного пласта  $H_0$ , поэтому кривая депрессии — вогнутая. Здесь анализ делается, исходя из тех же основных положений, что и для водозаборной скважины. Но выражение для гидравлического уклона имеет вид

$$J = -dh/dr,$$

так как уменьшению  $h$  соответствует увеличение  $r$ . Тогда для поглощаемого расхода получим

$$Q = 1,36k \frac{H_0^2 - h_{скв}^2}{\lg \frac{R_{скв}}{r_{скв}}}. \quad (27.30)$$

**Совершенная артезианская скважина.** Такая скважина (рис. 27.10) прорезает верхний водоупорный пласт, водоносный пласт и доходит до нижнего водоупорного пласта. Грунтовые воды

полностью заполняют водоносный пласт и находятся под давлением, большим атмосферного. При отсутствии движения плоскость естественного напора располагается на некоторой высоте  $H_0$  от поверхности нижнего водоупорного пласта, которая соответствует естественному напору. Давление в водоносном пласте может быть столь большим, что плоскость естественного напора располагается выше отметок земли (фонтанирующие или самоизливающиеся скважины).

Примем, что верхняя и нижняя границы водоносного пласта плоские и горизонтальные. Следовательно, мощность водоносного пласта постоянна и равна  $t$ .

По отметкам воды в наблюдательных скважинах при откачках можно определять положение депрессионной воронки.

Как и при безнапорном движении к водозаборной скважине, вначале процесс неустановившийся, лишь спустя некоторое время движение становится установившимся, уровень воды в скважине и очертание поверхности воронки депрессии становятся неизменными, откачиваемый и поступающий в скважину расходы — равными. Живые сечения представляют собой боковые поверхности цилиндров  $\omega = 2\pi r t$ . Гидравлический уклон  $J = dh/dr$  и постоянен в каждом живом сечении вследствие плавной изменчивости движения. Тогда уравнение расхода можно записать в виде

$$Q = 2k\pi r t \, dh/dr. \quad (27.31)$$

После разделения переменных и интегрирования получим с учетом того, что  $Q$ ,  $k$  и  $t$  не изменяются,

$$h - h_{\text{скв}} = 0,37 \frac{Q}{kt} \lg \frac{r}{r_{\text{скв}}},$$

где  $h_{\text{скв}}$  — глубина воды в скважине;  $r$  — расстояние по радиусу до сечения, где напор равен  $h$ ;  $r_{\text{скв}}$  — радиус скважины.

Дебит колодца определим, если примем  $r = R_{\text{скв}}$ :

$$Q = 2,73 \frac{kt (H_0 - h_{\text{скв}})}{\lg \frac{R_{\text{скв}}}{r_{\text{скв}}}}. \quad (27.32)$$

**Приток к несовершенным скважинам. Влияние ограниченности контура питания скважины на дебит.** Приведенные выше формулы выведены для условий, когда контур (область) питания скважины не ограничен, приток происходит в нестесненных условиях, воронка депрессии формируется также в неограниченном пространстве и имеет поэтому симметричный вид, одинаковый во всех диаметральных вертикальных плоскостях.

Если же контур питания скважины ограничен, условия симметричного неограниченного в пространстве притока будут нарушены.

Для совершенной водозаборной или дренажной скважины, расположенной вблизи реки или водоема на расстоянии  $d < 0,5 R_0$  от них, дебит равен

$$Q = 1,36 \frac{k (H_0^2 - h_0^2)}{\lg \frac{2d}{r_0}}.$$

При  $2d = R_0$  формула переходит в (29.13).

Если совершенная водозаборная скважина расположена между рекой (на расстоянии  $l_p$  от нее) и параллельной ей границей с водонепроницаемыми породами (например, терраса шириной  $L$ , сложенная практически непроницаемыми породами), дебит такой скважины по В. М. Шестакову определяется по следующей формуле:

$$Q = 1,36 \frac{k(H_0^2 - h_0^2)}{\lg \frac{4L \operatorname{ctg} \frac{\pi l_p}{L}}{\pi r_0}}$$

Приведем также формулу для дебита совершенной водозаборной скважины, расположенной между двумя взаимно перпендикулярными границами питания (вблизи устья притока, впадающего в реку). Расстояние от скважины до одной из границ питания —  $l_1$ , до другой —  $l_2$ . Если  $l_1 = l_2$ , скважина расположена на биссектрисе прямого угла, образованного пересечением границ

$$Q = 1,36 \frac{k(H_0^2 - h_0^2)}{\lg \frac{2l_1 l_2}{r_0 \sqrt{l_1^2 - l_2^2}}}$$

**Приток к несовершенным скважинам.** Скважины, не достигающие водонепроницаемого пласта, называют несовершенными по степени вскрытия водоносного горизонта.

Для скважины, удаленной от реки или водоема, при «безграничной» мощности водоносного горизонта (пласта) и незаоплещенном фильтре (часть которого находится выше воронки депрессии) по В. Д. Бабушкину дебит равен

$$Q = 1,36ks \left( \frac{s + h_0}{\lg \frac{R_0}{r_0}} - \frac{h_0}{\lg \frac{0,66h_0}{r_0}} \right)$$

Эта формула справедлива при  $h_0 \leq 0,3 H_0$ , где  $H_0$  — мощность водоносного слоя (см. рис. 27.8).

Если несовершенная скважина при тех же остальных условиях расположена на расстоянии  $a$  от реки или водоема, причем  $a < l$ , дебит равен

$$Q = 1,36ks \left( \frac{s + h_0}{\lg \frac{R_0}{r_0}} + \frac{h_0}{\lg \frac{0,66h_0}{r_0} - 0,11 \frac{l}{a}} \right)$$

Для артезианских несовершенных скважин дебит также отличается от притока к совершенным скважинам.

Если артезианская скважина (см. рис. 27.10) находится в условиях нестесненного контура питания и ее фильтр примыкает к кровле водоносного горизонта, причем длина рабочей части фильтра  $l < 0,3 t$ , то по формуле, предложенной Н. К. Гиринским, дебит равен

$$Q = 2,73 \frac{kls}{\lg \frac{1,6l}{r_0}}$$

При тех же условиях, но при  $a > 0,3 t$  для пользования предлагаемой в этом случае более сложной формулой требуется вспомогательный график.

Таким образом, дебит несовершенных скважин зависит от многих факторов, характеризующих мощность пластов, наличие неоднородных пластов, удаленность низа скважины от водоупора, от реки или водоема, а также зависит от затопленности фильтра и от других особенностей комплекса скважина — контур питания.

Приведенные выше сведения, естественно, не являются полными.

## 27.9. Приток к горизонтальным водоприемным устройствам

**Водосборная галерея.** Найдем приток к водосборной галерее при безнапорном плавно изменяющемся движении грунтовых вод по горизонтальному водопроницаемому пласту (рис. 27.11). Дно галереи расположено на водоупоре. К галерее с двух сторон притекает удельный расход, равный удвоенному удельному расходу, определяемому по (27.25). Уравнение свободной поверхности имеет вид

$$h^2 - h_{\text{гал}}^2 = \frac{2q}{k} x,$$

где  $x$  — расстояние от внешней стенки галереи до створа с текущей глубиной  $h$ .

Если ввести понятие длины влияния галереи  $L_{\text{гал}}$ , при  $x = L_{\text{гал}}$  можно получить для удельного расхода, притекающего к галерее с двух сторон,

$$q = \frac{k(H_0^2 - h_{\text{гал}}^2)}{L_{\text{гал}}}.$$

Расход, поступающий в галерею длиной  $B$ , при двустороннем поступлении

$$Q = \frac{kB(H_0^2 - h_{\text{гал}}^2)}{L_{\text{гал}}}. \quad (27.33)$$

**Прямоугольная перемычка.** Рассмотрим перемычку прямоугольного поперечного сечения из однородного грунта, расположенную на горизонтальном водоупоре (рис. 27.12).

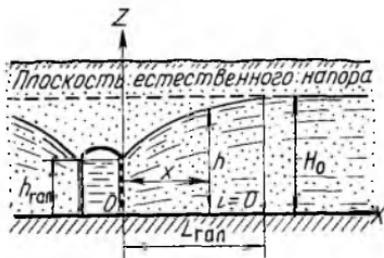


Рис. 27.11

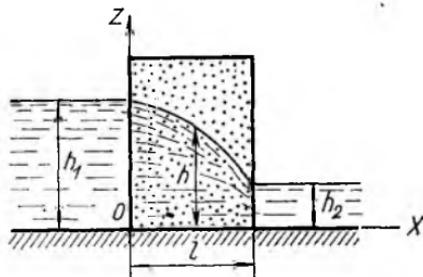


Рис. 27.12

Вертикальность стенок обеспечивается ограждающими конструкциями. Фильтрация воды происходит по всей смоченной вертикальной поверхности, коэффициент фильтрации  $k$  постоянный.

Для этого случая, так же как и для водосборной галереи, справедливо уравнение (27.25)

$$q = \frac{k}{2l} (h_1^2 - h_2^2). \quad (27.34)$$

### 27.10. Приток к горизонтальному дренажу

Горизонтальный дренаж представляет собой открытые каналы (рис. 27.13, а) или уложенные в грунте дрены (рис. 27.13, б). Каналы и дрены проложены с уклоном, обеспечивающим отвод воды.

Рассмотрим случаи, когда инфильтрация с поверхности земли отсутствует при следующих допущениях: водоупор близко расположен от поверхности земли, с ним совпадает дно канала или низ дренажной трубы; движущие грунтовые воды, направляющиеся к каналу или к трубе, плоское, плавно изменяющееся. Если принято  $\omega = h \cdot 1$ , а гидравлический уклон  $J = dh/dx$ , то удельный расход, притекающий с одной стороны к единице длины канала или трубы,

$$q = k\omega J = kh dh/dx. \quad (27.35)$$

Введя понятие длины влияния дрены  $L_{др}$ , получим после интегрирования для одностороннего притока

$$q = k (H_0^2 - h_{др}^2) / 2L_{др}.$$

Для удельного расхода притока с двух сторон

$$2q = k (H_0^2 - h_{др}^2) / L_{др}, \quad (27.36)$$

причем  $L_{др}$  для канала отсчитывается от крайней точки его дна.

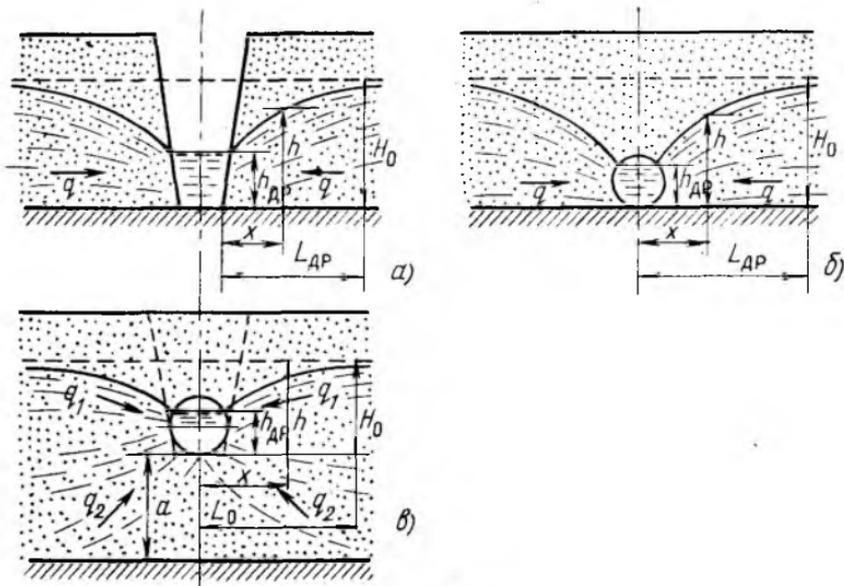


Рис. 27.13

При глубоком залегании водонепроницаемого пласта по А. Н. Костякову удельный расход, притекающий к несовершенной дрене с одной стороны, состоит из двух частей: удельного расхода, поступающего из грунта, расположенного выше уровня дна,  $q_1$  и удельного расхода  $q_2$  (рис. 27.13, а). Для первой (вышерасположенной) части при  $\omega = h_1$  и  $J = dh/dx$  удельный расход определяется по (27.35):

$$q_1 = kh \, dh/dx.$$

Для второй (нижераположенной) части можно принять, что направление притока — радиальное, живые сечения — части боковых поверхностей соответствующих цилиндров с текущими радиусами  $x$ . Следовательно, площадь живого сечения можно выразить как  $\omega = \alpha x \cdot l$  ( $\alpha$  — радиальная мера дуги окружности с радиусом  $x$ ). При залегании водоупора на очень большой глубине  $\alpha = \pi/2$ , тогда

$$q_2 = k \frac{\pi}{2} x \frac{dh}{dx}.$$

Удельный расход притока (с одной стороны) равен

$$q_2 = k \frac{\pi}{2} \frac{\beta'}{90} x \frac{dh}{dx},$$

где  $\sin \beta' \approx h/x$ , т. е. это пьезометрический уклон свободной (депрессионной) поверхности грунтовых вод, который принимает следующие значения:

Крупный песок . . . . .	0,003—0,006
Песок . . . . .	0,006—0,02
Супесь . . . . .	0,02—0,05
Суглинок . . . . .	0,05—0,1
Глина . . . . .	0,1—0,15
Торф . . . . .	0,02—0,12

Суммарный односторонний приток равен

$$q = q_1 + q_2 = k \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{\beta'}{90} \right) x \frac{dh}{dx}.$$

Интегрируя в пределах от  $x = d/2$  до  $x = L_{др}$  и от  $h_{др}$  до  $H_0$  и пренебрегая членом  $\beta'/90$  из-за малого его значения, получаем двусторонний удельный приток к несовершенной дрене

$$2q = 1,36 \frac{k (H_0 - h_{др})}{\lg \frac{2L_{др}}{d}}, \quad (27.37)$$

где  $d$  — диаметр дренажной трубы или ширина канала по дну, м;  $L_{др}$  — длина влияния дрены, м.

При промежуточном по глубине залегания водоупоре (если расстояние от горизонтальной оси дренажной трубы до водоупора  $a$  мало)

$$q = \frac{k (H_0 - h_{др})}{L_{др}} \left( a + \frac{H_0 + h_{др}}{2} \right). \quad (27.38)$$

Следует отметить, что рассмотренные схемы являются приближенными. В реальных случаях при расчете горизонтального дренажа учитывается ряд факторов (положение кривой депрессии, которая может проходить выше верха трубы; конструктивные особенности дрен и фильтров и т. д.).

## 27.11. Фильтрация из каналов

Фильтрация воды из каналов (рис. 27.14, а, б) составляет основную часть потерь. Потери воды на фильтрацию зависят от размеров канала, коэффициента фильтрации грунтов, в которых проложен канал и в которых происходит отток воды, глубины залегания грунтовых вод и водонепроницаемых пластов. Фильтрация из каналов, работающих постоянно, отличается от фильтрации из каналов, работающих периодически,— они имеют разные количественные показатели потерь.

Если грунтовые воды находятся достаточно глубоко и канал работает, периодически включаясь в подачу воды, весь фильтрационный поток движется сверху вниз и гидравлический уклон  $J$  близок к единице.

Если водоупор или грунтовые воды залегают на небольшой глубине от постоянно или достаточно длительно работающего канала, фильтрационный поток распластан и гидравлический уклон  $J$  значительно меньше единицы.

По Н. Н. Павловскому удельный фильтрационный расход из канала при свободном оттоке (без подпора)

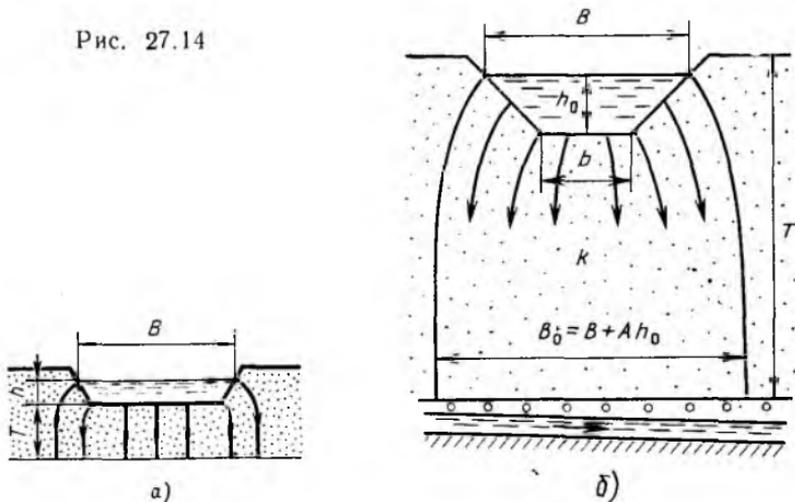
$$q = k(B + 2h). \quad (27.39)$$

По В. В. Ведерникову при глубоком залегании грунтовых вод, т. е. при свободной фильтрации,

$$q = k(B + \alpha h), \quad (27.40)$$

где  $B$  — ширина канала по верху, м;  $h$  — глубина воды в канале, м;  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от коэффициента откоса  $m$  и относительной ширины канала по верху  $B/h$  (рис. 27.15, а).

Рис. 27.14



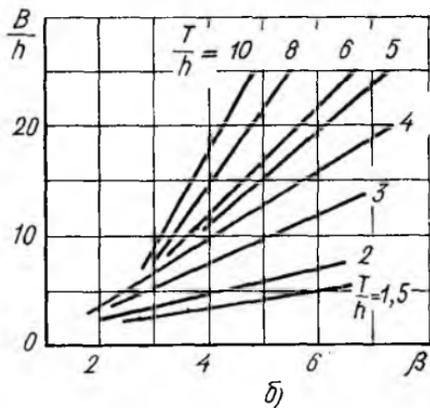
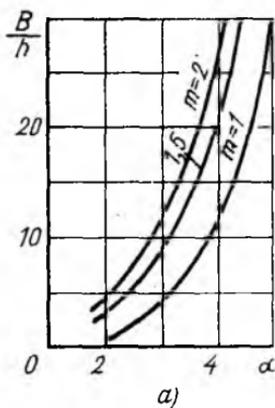


Рис. 27.15

Если на глубине  $T$  (см. рис. 27.14, б) от дна канала залегает пласт с высокой водопроницаемостью, дренирующий фильтрующуюся воду, так что подпор отсутствует, тогда

$$q = k(B + \beta h),$$

где  $\beta$  — коэффициент, зависящий от  $B/h$  и  $T/h$ . Для коэффициента откоса  $m = 1,5$  эта зависимость дана на рис. 27.15, б.

При периодической работе потери воды из канала больше, чем при непрерывной.

При фильтрации, происходящей при близком залегании водопора или безоточных грунтовых вод (несвободная фильтрация), расход воды, вытекающей из канала, меньше, чем при свободной. Несвободная фильтрация из канала изучается в курсе мелиораций.

Таблица 27.3

Тип облицовки	$k_{обл}, 10^{-6}$ см/с
Грунтопленочная	0,3—1,5
Бетнопленочная:	
монолитная	0,3—0,5
сборно-монолитная	0,5—1
сборная	1—1,5
Железобетонная:	
монолитная	0,7—3,5
сборно-монолитная	3,5—4,5
сборная	4,5—7
Бетонная:	
монолитная	0,9—5
сборная	5—1
Грунтовая (глинистая)	0,1—1
Асфальтобетонная	1—5

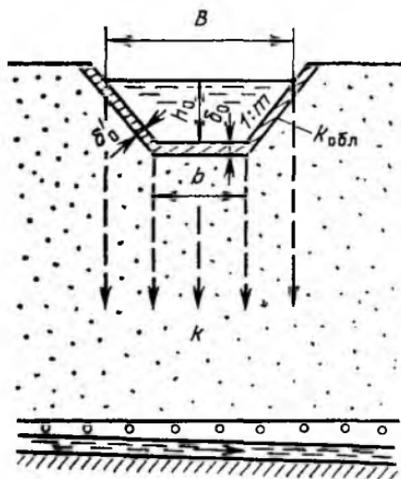


Рис. 27.16

Если уровень грунтовых вод расположен на уровне поверхности воды в канале,  $q = 0$ . Если уровень грунтовых вод расположен выше отметки воды в канале, происходит приток грунтовых вод в канал и расход в канале увеличивается соответственно значению  $q$ .

В случае, когда ожидаемые фильтрационные потери из канала в земляном русле больше допустимых потерь и фильтрация из канала сопровождается подъемом уровня грунтовых вод, вызывающим подтопление и засоление орошаемых земель, целесообразно применение противофильтрационных облицовок (рис. 27.16).

Осредненные значения коэффициентов фильтрации через облицовки определяются по табл. 27.3.

Выбор типов противофильтрационных облицовок производится в зависимости от: фильтрационных свойств грунтов, слагающих ложе каналов; геологических и гидрологических условий; протяженности и размеров каналов; требуемого снижения потерь воды на фильтрацию и наличия соответствующих материалов.

Выбор типа облицовки в зависимости от ее противофильтрационных свойств производят по осредненному коэффициенту фильтрации облицовки  $k_{обл}$ , определяемому для принятой гидрогеологической схемы при условии свободной или подпертой установившейся фильтрации, в соответствии с рекомендуемыми их значениями (табл. 27.3).

Окончательно необходимость применения противофильтрационных облицовок и принятые в проекте типы облицовок должны быть обоснованы технико-экономическими расчетами.

## 27.12. Контрольные вопросы

1. Какие виды движения грунтовых вод различают?
2. Какова классификация грунтов с точки зрения их свойств, влияющих на фильтрацию?
3. Зависит ли удельная энергия потока при фильтрации от скорости фильтрации?
4. Как формулируется линейный закон фильтрации?
5. Изложите основные сведения о коэффициенте фильтрации. Каковы отличительные особенности ламинарной и турбулентной фильтрации?
6. Каковы различия плавно и резко изменяющегося движения грунтовых вод?

7. Запишите дифференциальные уравнения установившегося неравномерного плавно изменяющегося движения грунтовых вод при линейном законе фильтрации.

8. Какие формы кривых свободной поверхности при движении грунтовых вод возможны?

9. По каким формулам определяются длины кривых свободной поверхности для ламинарной фильтрации?

10. Как определяется расход воды, притекающей к совершенной водозаборной скважине?

11. Как определяется дебит совершенной артезианской скважины?

12. Какой вид имеет уравнение свободной поверхности грунтового потока при безнапорном плавно изменяющемся движении грунтовых вод по горизонтальному водонепроницаемому водоупору к горизонтальной водозаборной галерее?

13. Каковы основные особенности фильтрации из каналов?

14. Опишите основные явления притока вод к горизонтальному дренажу.

## Глава 28

### ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

#### 28.1. Понятие о потенциальном движении жидкости.

##### Потенциал скорости

В гл. 3 были установлены признаки потенциального движения. Следует отметить, что движение, строго соответствующее условиям безвихревого (потенциального) движения, в природе и технике отсутствует. Но в ряде случаев можно применить понятие *п о т е н ц и а л ь н о е д в и ж е н и е*, условно идеализируя реально происходящее движение вязкой жидкости. Во многих задачах значительная часть области, занятой движущейся жидкостью, находится в условиях практически безвихревого движения. При обтекании твердых тел реальной жидкостью всю область движения делят на две: тонкий пограничный слой, примыкающий непосредственно к телу, и внешнюю область, где пренебрегают силами вязкости и движение считают потенциальным. Как будет показано ниже, движение жидкости через оголовки водослива и из-под затвора при больших скоростях также можно считать потенциальным. Движение вязкой жидкости в пористой среде, если рассматривать индивидуально поровые каналы, является вихревым, с уменьшающимися к стенкам местными скоростями в каждом поровом канале. Но, рассматривая осредненное по пространству, как было указано в гл. 27, движение (при линейном законе фильтрации), справедливо можно считать его потенциальным.

Как было показано в гл. 3, потенциальное движение характеризуется отсутствием вращательного (вихревого) движения частиц. При этом движение частиц складывается только из поступательного и деформационного видов движения. Итак, движение будет