

## ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД

### 13.1. Физико-механические предпосылки к описанию движения грунтовых вод

Движение жидкости в пористой среде, имеющее характер просачивания, называют *фильтрацией*. В инженерно-строительной практике наиболее важный случай фильтрации — движение воды в порах грунта или, другими словами, *движение грунтовых вод*.

Будем рассматривать движение воды в *подпочвенных* грунтах, которые по сравнению с *почвами* имеют существенно более простую структуру, и особенности содержания и движения в них воды. Подпочвенные грунты разделяют на скальные и нескальные (рыхлые). В скальных грунтах вода фильтрует, главным образом, через систему трещин, и поэтому основной характеристикой фильтрационных свойств скальных грунтов является их трещиноватость, которая численно выражается через линейные, поверхностные и объемные характеристики трещин. Трещиноватость зависит и от типа скальной породы (граниты, песчаники и т.п.), и от степени их разрушенности под влиянием внешних факторов (перепада температур, промерзания и т.п.), поэтому решение задач, связанных с фильтрацией в скальных грунтах, требует специфического подхода в каждом конкретном случае и в рамках общего курса механики жидкости не рассматривается.

Для нескальных грунтов свойствами, определяющими движение сквозь них воды, являются размеры и форма частиц грунта (гранулометрический состав) и его пористость. Фракции частиц, составляющих грунт, в зависимости от диаметра принято классифицировать следующим образом:

Наименование фракции	Диаметр, мм
глинистые	< 0,005
пылеватые	0,005—0,05
песчаные мелкие	0,05—0,5
песчаные крупные	0,5—2,0
гравелистые	2,0—4,0
галечные	4,0—200
валуны	> 200

Частицы песка имеют, как правило, округлую форму (линейные размеры частиц по всем направлениям незначительно отличаются друг от друга); глинистые частицы имеют форму чешуек, что обуславливает относительно большие контактные поверхности и, следовательно, большую роль межмолекулярных сил взаимодействия как между глинистыми частицами, так и между ними и водой.

Объемная пористость грунта  $n$  определяется как отношение объема пор грунта к общему объему грунта (т.е. к сумме объема пор и объема частиц грунта). Если рассечь грунт плоскостью, то площадь сечения  $\omega$

можно представить в виде суммы площади сечения порового пространства  $\omega_{\text{пор}}$  и площади сечения частиц грунта  $\omega_{\text{част}}$ :

$$\omega = \omega_{\text{пор}} + \omega_{\text{част}} \quad (13.1)$$

Объемная пористость

$$n = \frac{\omega_{\text{пор}}}{\omega} = \frac{\omega_{\text{пор}}}{\omega_{\text{пор}} + \omega_{\text{част}}} \quad (13.2)$$

Значения пористости сильно зависят от степени окатанности частиц грунта, от плотности их сложения. Для грунтов в естественных условиях значения пористости изменяются в небольших пределах:

Грунт	Пористость
гравий, песок	$n = 0,30-0,45$
супеси и суглинки	$n = 0,35-0,50$
глины	$n = 0,40-0,55$

Грунт называется *однородным*, если его фильтрационные свойства одинаковы во всех точках пространства, которое он занимает; если его свойства зависят от пространственных координат, то грунт называется *неоднородным*. Иногда неоднородность может проявляться в том, что грунт состоит из отдельных слоев (например, слой песка и слой супеси располагаются над слоем глины). В этом случае обычно рассматривают движение грунтовой воды в каждом слое отдельно, полагая его однородным.

Грунт называют *изотропным*, если его фильтрационные свойства не зависят от направления движения в нем грунтовой воды; в противном случае грунт называется *анизотропным*. Как правило, рыхлые грунты являются изотропными, а анизотропными по своим фильтрационным свойствам могут быть скальные грунты, в которых система трещин имеет выраженную пространственную ориентацию.

Вода в грунтах может находиться в следующих состояниях.

1. Водяной пар в занятых воздухом порах грунта.

2. *Гигроскопическая* вода, которая содержится в поверхностном слое частиц грунта и может перемещаться, только переходя в парообразное состояние.

3. *Пленочная* вода, которая обволакивает частицы грунта под влиянием электростатических сил между молекулами грунта и воды, и может перемещаться под действием этих сил.

4. *Свободная* вода, которая подразделяется на:

а) *капиллярную*, перемещающуюся под действием силы поверхностного натяжения;

б) *гравитационную*, перемещающуюся под действием силы тяжести.

Как известно, *высота капиллярного поднятия* жидкости зависит от рода жидкости (точнее, от ее коэффициента поверхностного натяжения) и от поперечных размеров капилляра (для грунтов это линейный размер пор). В крупных песках значение  $h_{\text{кап}}$  не превышает нескольких сантиметров, в пылеватых песках и супесях оно достигает 2,5—3,0 м.

В глинистых грунтах вследствие чрезвычайно малых размеров пор и чешуйчатой формы частиц грунта явление капиллярности подавляется пленочными (основанными на межмолекулярном взаимодействии грунта и воды) эффектами, и капиллярное поднятие грунтовой воды может не наблюдаться.

В дальнейшем в рамках данного курса рассмотрим движение *гравитационных* грунтовых вод под действием силы тяжести, которое будем называть гравитационным движением грунтовых вод.

### 13.2. Скорость фильтрации. Основной закон ламинарной фильтрации (закон Дарси)

Рассмотрим фильтрацию воды сквозь однородный грунт (например, сквозь песок), заполняющий цилиндрическую трубу диаметром  $D$  (рис. 13.1). Два пьезометра, установленные на расстоянии  $l$  друг от друга, показывают падение потенциального напора  $H = z + \frac{p}{\rho g}$  на исследуемом участке, которое обозначим  $h_f$ . В случае течения воды в трубе, не заполненной грунтом (гл. 5), при заданном расходе  $Q$  режим движения воды (ламинарный или турбулентный) и, следовательно, потеря напора по длине определяются условием прилипания жидкости к твердой поверхности стенок трубы; эти потери сильно зависят от диаметра трубы  $D$ . При наличии в трубе грунта условия прилипания выполняются на поверхности каждой частицы (рис. 13.2), и поэтому режим движения

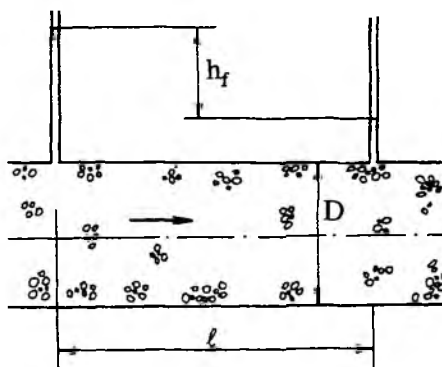


Рис. 13.1. Течение жидкости в трубе, заполненной грунтом

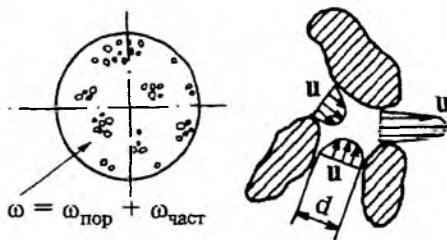


Рис. 13.2. Распределение скорости жидкости в поровом пространстве

и потери напора определяются линейным размером пор грунта, который обычно мало отличается от линейного размера  $d$  частиц грунта (для однозернистых грунтов). Как показывают эксперименты, движение воды в грунте будет ламинарное, если число Рейнольдса

$$Re = \frac{u_{\text{пор}} d}{\nu} < Re_{\text{кр}},$$

где  $u_{\text{пор}}$  — средняя по сечению пор скорость воды;  $d$  — эффективный диаметр частиц грунта;  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости,  $Re_{\text{кр}} \approx 10$  (отметим, что здесь  $Re_{\text{кр}}$  много меньше, чем в случае параллельноструйного движения в цилиндрической трубе, где  $Re_{\text{кр}} = 2300$ , так как движение в порах резкоизменяющееся).

При ламинарном движении воды в грунте, заполняющем трубу (см. рис. 13.1), потери напора на единицу длины (равные падению потенциального напора) пропорциональны расходу воды, т.е.  $\frac{h_f}{\ell} \sim Q$ .

Этот факт экспериментально был установлен в середине XIX века французским инженером Дарси. Для более общей формулировки этого закона введем понятие *скорости фильтрации*, под которой будем понимать фиктивную скорость, вычисленную в предположении, что заданный расход воды  $Q$  протекает через поперечное сечение грунта  $\omega$ , просачиваясь не только сквозь поры, но и через частицы грунта, т.е.

$$u = \frac{Q}{\omega}; \quad \omega = \omega_{\text{пор}} + \omega_{\text{част.}} \quad (13.3)$$

Очевидно, так как  $\omega_{\text{пор}} < \omega$ , средняя скорость движения воды в порах  $u_{\text{пор}} > u$ . Введение скорости фильтрации удобно потому, что она определяется по геометрической площади живого сечения и не зависит от пористости. Закон ламинарной фильтрации (закон Дарси) представим в виде

$$u = k J, \quad (13.4)$$

где  $J = h_f / \ell$  — гидравлический или равный ему пьезометрический уклон;  $k$  — коэффициент фильтрации, значение которого зависит от вида грунта (точнее, от его порового пространства) и от физических свойств жидкости (вязкости и плотности), он имеет размерность скорости.

В зависимости от грунта коэффициент фильтрации ( $k$ ) воды имеет следующие значения:

Грунт	Коэффициент фильтрации $k$ , см/с
глина	$< 0,00001$
суглинок	$0,0001 - 0,00001$
супесь	$0,001 - 0,0001$
песок мелкозернистый	$0,01 - 0,001$
песок крупнозернистый	$0,1 - 0,01$

При изучении фильтрации других жидкостей в пористых средах (например, нефти) используют другую форму записи закона Дарси:

$$u = - \frac{k_0}{\eta} \frac{\partial p}{\partial s}, \quad (13.5)$$

где  $p$  — гидродинамическое давление;  $s$  — координата в направлении движения жидкости;  $\eta$  — динамический коэффициент вязкости;  $k_0$  — коэффициент проницаемости пористой среды, который зависит только от свойств этой среды, но не зависит от физических свойств фильтрующейся жидкости.

Сопоставляя (13.4) и (13.5), легко установить, что

$$k = k_0 \frac{\rho g}{\eta} = \frac{k_0 g}{\nu} \quad (13.6)$$

( $k_0$  имеет размерность  $m^2$ ).

При гравитационном безнапорном движении грунтовых вод пьезометрический уклон  $J < 1$  (см. разд. 3.11), поэтому значения скорости фильтрации  $u$  не превышают коэффициента фильтрации  $k$ , при этом, очевидно, соответствующий скорости фильтрации скоростной напор  $u^2/2g$  всегда оказывается пренебрежимо малым по сравнению с потенциальным напором  $H$ . Поэтому в фильтрационных расчетах вместо полного напора и гидродинамического уклона используют потенциальный напор и пьезометрический уклон.

Закон Дарси, записанный в форме (13.4) для одномерной задачи (течение в цилиндрической трубе), обобщается на трехмерный случай в виде

$$\mathbf{u} = -k \text{ grad } H, \quad (13.7)$$

где  $\mathbf{u}$  — вектор скорости фильтрации;  $H$  — потенциальный напор.

В матричной записи уравнение (13.7) имеет вид

$$(u_x, u_y, u_z) = -k \left( \frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y}, \frac{\partial H}{\partial z} \right).$$

Закон Дарси справедлив в случае ламинарной фильтрации, т.е. главным образом в мелкозернистых грунтах (песках, супесях, глинах). В крупнозернистых грунтах (галечниках, трещиноватых скальных породах, каменнонабросных массивах и т.п.) скорость фильтрации пропорциональна градиенту напора в степени меньшей единицы, а при достаточно больших скоростях может иметь место и квадратичная область потерь напора, так что

$$u = k\sqrt{J}.$$

В данном курсе расчет турбулентных фильтрационных потоков рассматриваться не будет.

### 13.3. Способы определения коэффициента фильтрации

Для определения численного значения коэффициента фильтрации обычно используют прибор Дарси (рис. 13.3). Он состоит из вертикального цилиндра диаметром  $D$ , в который на сетку укладывают испытываемый грунт. Цилиндр оснащен средствами для измерения напора (как правило, это несколько пьезометров) и расхода воды (обычно — мерный сосуд с секундомером). Задавая несколько различных расходов воды  $Q$  и измеряя соответствующие перепады напора ( $H_1 - H_2$ ) на расчетной длине  $\ell$ , вычисляют коэффициент фильтрации для каждого расхода по формуле

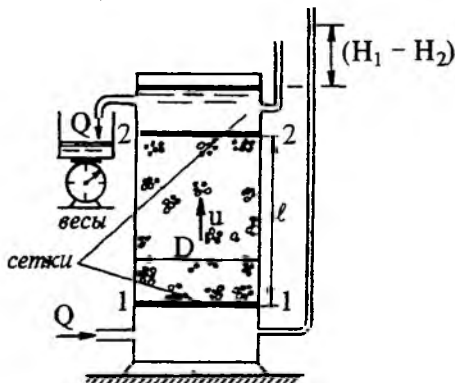


Рис. 13.3. Схема прибора Дарси для определения коэффициента фильтрации

$$k = \frac{u}{J} = \frac{Q\ell}{\frac{\pi D^2}{4}(H_1 - H_2)}, \quad (13.8)$$

а затем находят среднее по всем опытам значение  $k$ .

Недостатком этого способа определения коэффициента фильтрации является то, что грунт в процессе переноса из естественных условий в цилиндр прибора Дарси может существенно изменить структуру, пористость, а следовательно, и фильтрационные свойства.

Способ измерения коэффициента фильтрации без разрушения структуры грунта, т.е. в месте его естественного залегания (полевой способ), весьма дорогостоящий и трудоемкий. Он заключается в установлении связи между расходом воды, откачиваемой из скважины, и понижением уровня грунтовых вод вблизи скважины. Очевидно, при этом в зависимости от геологической ситуации вблизи скважины (наличие нескольких водоносных слоев, сложенных различными грунтами и т.п.) значения коэффициента фильтрации не всегда можно отнести к какому-то определенному грунту.

Расчетные формулы, рекомендуемые в справочниках, как правило, основаны на лабораторных данных, полученных с помощью прибора Дарси.

Таким образом, следует признать, что основным способом определения численных значений коэффициента фильтрации грунтов является их исследование на приборе Дарси.

#### 13.4. Плавнoизменяющееся безнапорное движение грунтовых вод. Дифференциальное уравнение Дюпюи

Безнапорное движение грунтовых вод под действием силы тяжести обычно имеет место, когда под водопроницаемым грунтом, в котором движется вода, расположен практически водонепроницаемый горизонтальный или близкий к горизонтальному слой грунта, называемый *водоупором*. При гравитационном безнапорном движении грунтовых вод большинство практических задач эффективно решается с помощью модели плавнoизменяющегося движения. Основные свойства и расчетные зависимости этой модели поясним на примере плоской задачи (рис. 13.4), рассматривая фильтрацию воды сквозь грунт, расположенный на водоупоре. Направим координатную ось  $s$  вдоль течения в плоскости водоупора, а ось  $z$  — вертикально вверх. Кривая свободной поверхности, на которую действует атмосферное давление  $p_a$ , в случае фильтрационных потоков называется *кривой депрессии* или депрессионной кривой.

Полагаем, что кривая депрессии (а следовательно, и все линии тока) имеет незначительную кривизну, и ее уклон мало отличается от продольного уклона водоупора  $i$ . Это позволяет принять гипотезу *плоских* живых сечений, в которых (как и при плавнoизменяющемся движении воды в открытых руслах) гидродинамическое давление распределено по гидростатическому закону. Дополнительно, учитывая сравнительно малые уклоны как поверхности водоупора, так и кривой депрессии, встречающиеся на практике, примем, что плоские живые сечения *вертикальны*.

Указанные две гипотезы в отношении живых сечений позволяют получить основное расчетное уравнение плавноизменяющейся фильтрации. В соответствии с принятым допущением отрезки всех линий тока между двумя живыми сечениями, указанные на рис. 13.5, имеют одинаковую длину  $ds$ . Поскольку потенциальный напор в каждом сечении постоянен (при гидростатическом распределении

давления  $z + \frac{P}{\rho g} = H = \text{const}$ ) и равен превышению кривой депрессии над плоскостью сравнения, то вдоль всех линий тока градиент напора

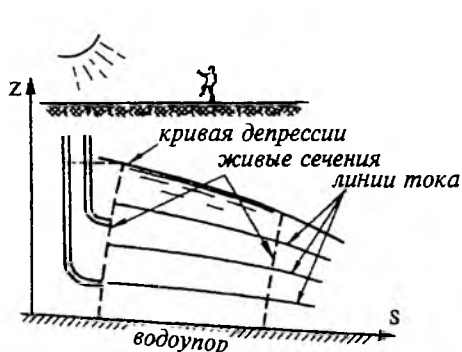


Рис. 13.4. Безнапорное плавноизменяющееся движение грунтовой воды

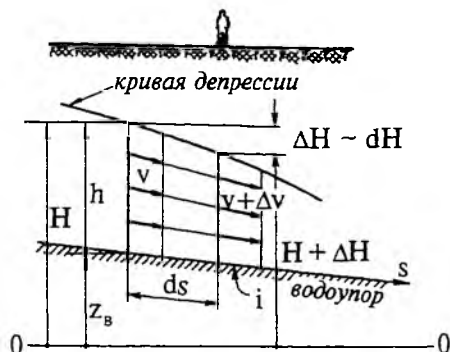


Рис. 13.5. Расчетная модель безнапорного плавноизменяющегося движения грунтовой воды (модель Дююи)

$J = -dH/ds$  одинаков, а в соответствии с законом Дарси скорость фильтрации одинакова в каждой точке живого сечения. Очевидно, что средняя скорость  $v$  в живом сечении в этом случае равна  $u$ . В результате имеем уравнение

$$v = -k \frac{dH}{ds}, \quad (13.9)$$

которое называется уравнением безнапорной плавноизменяющейся фильтрации, или *дифференциальным уравнением Дююи*.

Несмотря на внешнее сходство с уравнением Дарси (13.4), уравнение Дююи содержит принципиально отличающиеся переменные: среднюю скорость в живом сечении  $v$  и отметку кривой депрессии равную  $H$ , а не скорость фильтрации в точке потока грунтовых вод  $u$  и гидродинамический уклон  $J$ , которые входят в уравнение Дарси.

Дифференциальное уравнение Дююи представим в виде, удобном для практических расчетов, выразив напор  $H$  через глубину фильтрационного потока  $h$  и отметку водоупора  $z_b$ :

$$H = z_b + h, \quad (13.10)$$

а среднюю скорость  $v$  — через удельный расход  $q$ :

$$q = vh. \quad (13.11)$$

При этом получим:

$$q = hv = -kh \frac{dH}{ds} = -kh \left( \frac{dz_B}{ds} + \frac{dh}{ds} \right) = kh \left( i - \frac{dh}{ds} \right),$$

где  $i = -\frac{dz_B}{ds}$  — продольный уклон водоупора, или

$$q = kh \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (13.12)$$

Последнее уравнение позволяет определить глубину фильтрационного потока при равномерном движении  $h_0$ , которое имеет место, если глубина  $h$  не зависит от  $s$ :

$$q = k h_0 i. \quad (13.13)$$

Эту глубину  $h_0$ , как и в случае потоков в открытых руслах, называют *нормальной* глубиной.

### 13.5. Интегрирование дифференциального уравнения безнапорного плавноизменяющегося движения грунтовых вод

Рассмотрим движение грунтовой воды при положительном уклоне водоупора  $i > 0$  и введем в уравнение (13.12) нормальную глубину в соответствии с ее определением (13.13), тогда получим

$$k h_0 i = kh \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (13.14)$$

Обозначим отношение глубины  $h$  к нормальной глубине  $h_0$  через  $\eta$ ; разделим обе части равенства (13.14) на  $k h_0$  и после простых преобразований получим

$$\frac{id s}{h_0} = \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta. \quad (13.15)$$

Интегрируя это уравнение, можно найти расстояние  $\ell$  между живыми сечениями с глубинами  $h_1$  и  $h_2$ :

$$\frac{i\ell}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1}. \quad (13.16)$$

Заметим, что в уравнении (13.16) расход фильтрационного потока  $q$  включается в расчет через нормальную глубину  $h_0$ .

Рассмотрим интегрирование дифференциального уравнения (13.12) при наиболее важном для практических задач горизонтальном водоупоре; при этом  $i = 0$ , и уравнение (13.12) имеет вид

$$\frac{q}{k} ds = -hdh. \quad (13.17)$$

Тогда его интеграл

$$\frac{q}{k} = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2\ell}. \quad (13.18)$$

Последнее уравнение называют *интегральным уравнением Дюпюю*.



### 13.6. Фильтрация через прямоугольный однородный грунтовый массив

Целью расчетов фильтрационного потока через грунтовый массив (рис. 13.6), как правило, является определение:

удельного фильтрационного расхода  $q$ ;

положения кривой депрессии.

Удельный фильтрационный расход определяют по уравнению Дюпюи (13.18):

$$q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2\ell} \quad (13.19)$$

Кривую депрессии строят, полагая, что в уравнении (13.18) глубина  $h_2$  зафиксирована, а глубина  $h_1$  рассматривается как глубина  $h(s)$  в живом сечении с координатой  $s$  (при этом расход  $q$  считают известным, рассчитанным по формуле (13.19)):

$$q = k \frac{[h(s)]^2 - h_2^2}{2s}, \quad h(s) = \sqrt{h_2^2 + \frac{q}{k} 2s} = \sqrt{h_2^2 + \frac{h_1^2 - h_2^2}{\ell} s}. \quad (13.20)$$

Отметим, что последнее выражение показывает, что очертание кривой депрессии не зависит от рода грунта. Обратим внимание также на следующее важное обстоятельство. Кривая депрессии, начинающаяся в точке А, как правило, приходит на низовую грань грунтового массива не в точке В, т.е. не на уровне воды в нижнем бьефе, а несколько выше — в точке С. При этом образуется поверхность, проектирующаяся на чертеже в отрезок ВС, вблизи которой движение резкоизменяющееся; она называется поверхностью высачивания, а сам отрезок ВС — *промежутком высачивания*. По поверхности высачивания грунтовая вода стекает струйками и, возможно, испаряется. Длину  $\Delta$  отрезка ВС можно вычислить с помощью графика, предложенного П.Я.Полубариновой-Кочиной (рис.13.7). Отметим, что образование поверхности высачивания не оказывает влияния на величину фильтрационного расхода. Теоретически доказано, что расход  $q$  можно вычислить с помощью зависимости (13.19), не принимая во внимание значение  $\Delta$ . Но для определения положения кривой депрессии необходимо уметь рассчитывать  $\Delta$ . Кривая депрессии при наличии промежутка высачивания может быть построена по зависимости

$$h(s) = \sqrt{(h_2 + \Delta)^2 + \frac{h_1^2 - (h_2 + \Delta)^2}{\ell} s}. \quad (13.21)$$

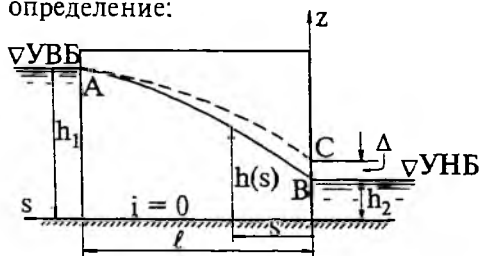


Рис. 13.6. Схема фильтрационного потока через прямоугольный грунтовый массив

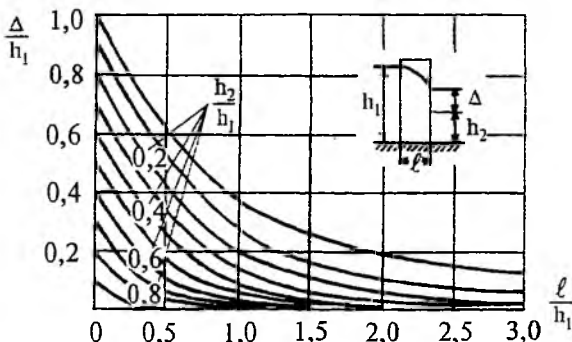


Рис. 13.7. Номограмма для вычисления высоты промежутка высачивания  $\Delta$

### 13.7. Два виртуальных способа расчета фильтрации через неоднородный (слоистый) грунт

Рассмотрим плоскую задачу о фильтрации через прямоугольный грунтовый массив для двух простейших вариантов неоднородности грунта.

1. Массив образован двумя *горизонтальными* слоями грунта с различными коэффициентами фильтрации  $k_1$  и  $k_2$  (для определенности примем, что  $k_1 > k_2$ , например, слой 1 сложен песчаным грунтом, а слой 2 — суглинистым); в пределах каждого слоя грунт однородный и изотропный. Для расчета реальный неоднородный (слоистый, в данном случае) массив приводится к однородному массиву, толщину которого назначают таким образом, чтобы в реальном и расчетном (виртуальном) массивах расходы воды при заданном перепаде уровней воды  $z = h_1 - h_2$  были одинаковыми.

В случае, представленном на рис. 13.8, реальный слоистый массив заменяется виртуальным однородным массивом суглинка с коэффици-

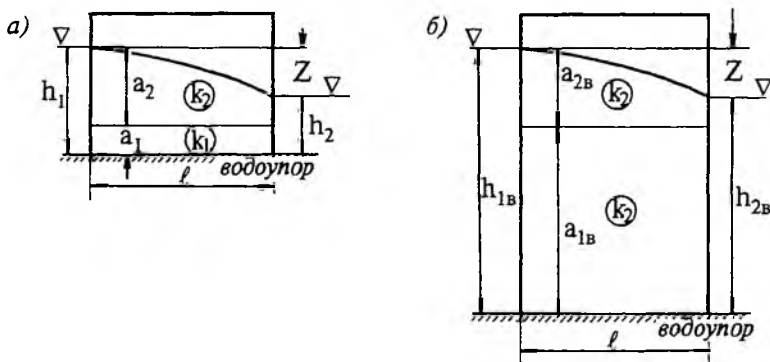


Рис. 13.8. Виртуальный способ расчета неоднородного массива грунта с горизонтальными слоями:

*а* — реальный массив; *б* — виртуальный массив

ентом фильтрации  $k_2$ . Через слой песка толщиной  $a_1$  в реальном массиве протекает удельный расход

$$q_1 = v a_1 = k_1 \frac{dH}{ds} a_1 = k_1 \frac{z}{\ell} a_1.$$

Через слой суглинка, заменившего слой песка в виртуальном массиве, пройдет удельный расход

$$q_{1B} = v_B a_{1B} = k_2 \frac{dH}{ds} a_{1B} = k_2 \frac{z}{\ell} a_{1B}.$$

Приравнявая эти расходы, найдем

$$a_{1B} = a_1 \cdot \frac{k_1}{k_2}, \quad (13.22)$$

т.е. в виртуальном (расчетном) массиве грунта слой суглинка, заменяющего слой песка в реальном массиве, имеет большую толщину. Выполнив все необходимые расчеты для виртуального (однородного) массива, результаты (расход и кривую депрессии) можно отнести к реальному

массиву (при условии  $a_1 < h_2$ , в противном случае этот способ неприменим). Глубины  $h_1$  и  $h_2$  для виртуального массива следует изменить в соответствии с расчетным положением водоупора.

2. Массив образован двумя *вертикальными* слоями грунта с коэффициентами фильтрации  $k_1 > k_2$  (рис. 13.9).

В этом случае виртуальный однородный массив имеет коэффициент фильтрации  $k_1$  (т.е. массив песчаный). Чтобы слой песчаного мас-

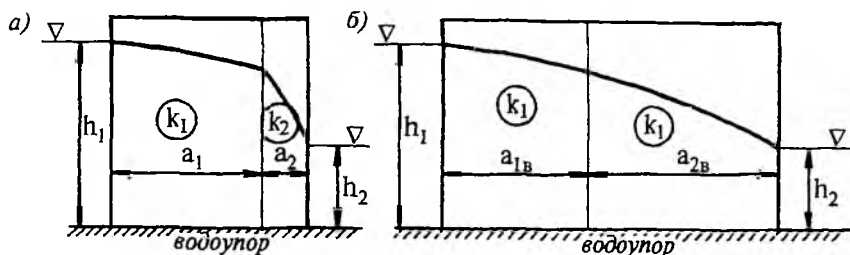


Рис. 13.9. Виртуальный способ расчета неоднородного грунта с вертикальными слоями: а — реальный массив; б — виртуальный массив

сива оказывал такое же сопротивление движению грунтовой воды, что и суглинистый слой толщиной  $a_2$ , толщина песчаного слоя, заменившего суглинистый, должна быть увеличена пропорционально отношению коэффициентов фильтрации

$$a_{2в} = a_2 \frac{k_1}{k_2}. \quad (13.23)$$

Расход, рассчитанный для виртуального массива, при этом должен быть равен расходу через реальный неоднородный массив, а кривая депрессии может быть перенесена из виртуального массива лишь в той части реального, где коэффициент фильтрации одинаков (т.е. в песчаном слое). В суглинистом слое положение кривой депрессии следует уточнить, рассчитывая его как прямоугольный массив с промежутком высачивания, определяемым по рис. 13.7.

### 13.8. Движение грунтовых вод в прямоугольном массиве при инфильтрации с поверхности земли

Инфильтрация (просачивание) воды с поверхности земли в грунт может происходить вследствие выпадения осадков (дождя), таяния снега, поливов сельскохозяйственных угодий и т.п. Численно инфильтрация характеризуется расходом воды ( $m^3/c$ ), поступающим в грунт на единицу площади поверхности земли ( $m^2$ ). Назовем эту величину, имеющую размерность скорости, *плотностью инфильтрационного потока* и обозначим ее через  $\epsilon$ . Рассматривая плоскую задачу (рис. 13.10) и используя модель плавно-изменяющейся фильтрации, составим

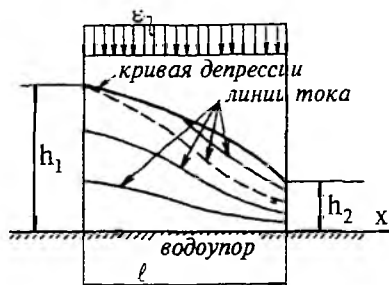


Рис. 13.10. Фильтрационный поток через прямоугольный массив грунта при небольших значениях плотности инфильтрационного потока  $\epsilon$

уравнение баланса для удельного расхода  $q$ : изменение расхода  $dq$  вдоль оси  $x$  равно расходу, поступающему в поток грунтовой воды за счет инфильтрации  $\varepsilon dx$  (на единицу ширины потока), т.е.

$$\frac{dq}{dx} = \varepsilon. \quad (13.24)$$

Уравнение движения при  $i = 0$  имеет вид (см. (13.17))

$$q = -kh \frac{dh}{dx} = -\frac{k}{2} \frac{dh^2}{dx}. \quad (13.25)$$

Подставим (13.25) в (13.24):

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{k}{2} \frac{dh^2}{dx} \right) = -\varepsilon$$

и проинтегрируем полученное выражение по  $x$ :

$$h^2 = -\frac{\varepsilon}{k} x^2 + c_1 x + c_2. \quad (13.26)$$

Постоянные интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  определим, используя условия

$$h^2 \Big|_{x=0} = h_1^2 = \frac{\varepsilon}{k} 0 + c_1 0 + c_2, \quad c_2 = h_1^2;$$

$$h^2 \Big|_{x=\ell} = h_2^2 = -\frac{\varepsilon}{k} \ell^2 + c_1 \ell + c_2, \quad c_1 = \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ell} + \frac{\varepsilon}{k} \ell.$$

Подставим значения  $c_1$  и  $c_2$  в (13.26) и получим уравнение кривой депрессии:

$$[h(x)]^2 = \frac{h_1^2(\ell - x) + h_2^2 x}{\ell} + \frac{\varepsilon}{k} (\ell - x)x. \quad (13.27)$$

Подставляя  $h(x)$  из (13.27) в (13.25), получим уравнение для расхода в живом сечении потока с координатой  $x$ :

$$q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2\ell} - \frac{\varepsilon}{2} (\ell - 2x). \quad (13.28)$$

Очевидно, что при  $\varepsilon = 0$  уравнение (13.28) превращается в уравнение Дюпюи (13.18). При  $x = 0$  расход во входном сечении в массив

$$q_{\text{вх}} = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2\ell} - \frac{\varepsilon \ell}{2}. \quad (13.29)$$

При  $x = \ell$  расход в выходном сечении

$$q_{\text{вых}} = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2\ell} + \frac{\varepsilon \ell}{2}. \quad (13.30)$$

Из выражения (13.29) следует, что при  $\varepsilon = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{\ell^2}$  вода из верхнего бьефа поступать в нижний бьеф не будет. Если

$$\varepsilon > k \frac{h_1^2 - h_2^2}{\ell^2}, \quad (13.31)$$

то кривая депрессии будет иметь максимум, и вода, инфильтрующаяся с поверхности земли, будет течь и в верхний и в нижний бьефы (рис. 13.11). Координату точки максимума  $x_{\max}$  и глубину фильтрационного потока в этой точке найдем из уравнения (13.27), вычислив и приравняв нулю первую производную от  $[h(x)]^2$ :

$$\frac{dh^2}{dx} = 2h \frac{dh}{dx} = 0;$$

$$-\frac{h_1^2 + h_2^2}{\ell} + \frac{\varepsilon}{k} (\ell - 2x_{\max}) = 0,$$

откуда

$$x_{\max} = \frac{\ell}{2} - \frac{k}{\varepsilon} \frac{h_1^2 - h_2^2}{2\ell}. \quad (13.32)$$

Из выражения (13.32) следует, что при выполнении условия (13.31) максимум кривой депрессии будет расположен внутри массива  $\left(0 < x_{\max} < \frac{\ell}{2}\right)$ .

Полученные результаты дают возможность решить задачу о расчете горизонтального дренажа, предназначенного для осушения поверхности земли. Цель такого расчета — определение расстояния между дренами  $\ell$  (рис. 13.12), если заданы норма выпадения осадков (или полива)  $\varepsilon$  и глубина заложения дренажных труб  $H$ . Условия эксплуатации дренаж-

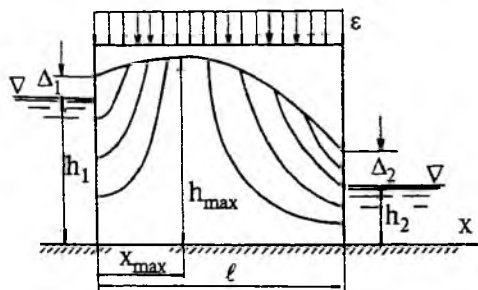


Рис. 13.11. Фильтрационный поток через прямоугольный массив грунта при больших значениях плотности инфильтрационного расхода  $\varepsilon$

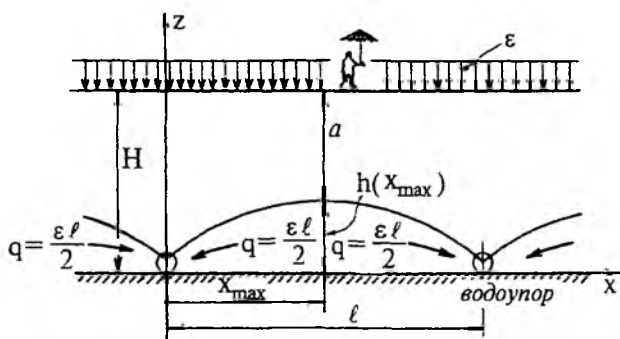


Рис. 13.12. Фильтрация к горизонтальным дренажным трубам

ной системы требуют, чтобы кривая депрессии потока грунтовой воды, образующегося при просачивании с поверхности земли, была расположена ниже поверхности земли на расстоянии  $a$ . Ниже кривой депрессии грунт насыщен водой, а выше ее он недонасыщен.

Предположим, что дренажные трубы расположены на горизонтальном водоупоре (если водоупор ниже дренажных труб, то условия для понижения отметок уровня кривой депрессии более благоприятны, поэтому, принимая это предположение, создают некоторый запас, т.е. обеспечивают значение  $a$ , превышающее расчетное). Глубину безнапорного

потока в дренажной трубе будем считать пренебрежимо малой. Тогда, полагая в уравнении (13.27)  $h_1 = h_2 = 0$ , получим уравнение кривой депрессии для данного случая:

$$[h(x)]^2 = \frac{\varepsilon}{k}(\ell - x)x.$$

Очевидно, что  $x_{\max} = \frac{\ell}{2}$  (см. также (13.32)), а максимальная ордината кривой депрессии

$$h_{\max} = h(x_{\max}) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{k}} \cdot \frac{\ell}{2}. \quad (13.33)$$

Полагая

$$H - a = h_{\max}, \quad (13.34)$$

найдем искомое расстояние между дренами:

$$\ell = 2(H - a) \sqrt{\frac{k}{\varepsilon}}. \quad (13.35)$$

Удельный расход, поступающий в дренажную трубу на каждую единицу ее длины (в дренах вода поступает с двух сторон), составит

$$q = \varepsilon \ell.$$

Отметим, что в рассмотренном случае грунтовые воды образуются только за счет инфильтрации с поверхности земли, при отсутствии инфильтрации грунт над водоупором сухой (точнее, он не содержит *гравитационной* грунтовой воды).

### 13.9. Приток воды к водосборной галерее

Пусть водоносный слой, расположенный на горизонтальном водоупоре, питается от водоема, который удален от галереи на расстояние  $\ell$ ; при этом уклон кривой депрессии в естественных условиях настолько мал, что ее можно считать горизонтальной. Если требуется понизить уровень грунтовой воды, то одним из наиболее распространенных спо-

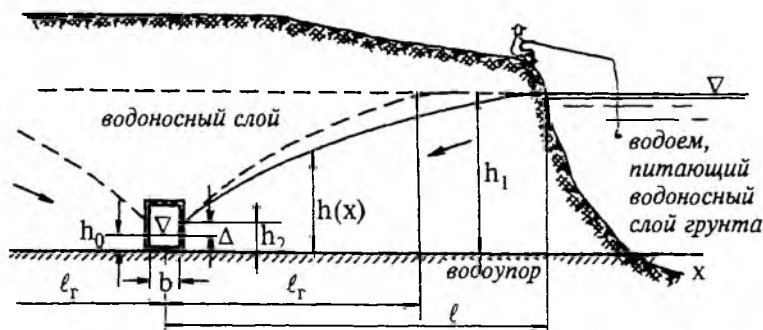


Рис. 13.13. Безнапорный поток грунтовой воды к водосборной галерее

собов является устройство водосборной галереи (рис. 13.13). Грунтовая вода, поступающая через проницаемую обделку галереи, отводится из рассматриваемой территории за счет продольного уклона галереи. Для

простоты рассмотрения вопроса представим, что галерея расположена на водоупоре, и положим, что безнапорный поток в ней имеет глубину  $h_0$ , а высотой промежутка высачивания будем в расчетах пренебрегать. При этом расход воды, поступающий со стороны водоема на единицу длины галереи, в соответствии с уравнением Дюпюи (13.18) составит

$$q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2\ell}. \quad (13.36)$$

Как следует из этой зависимости, фильтрационный расход с увеличением расстояния  $\ell$  уменьшается. Вместе с тем, натурные наблюдения показывают, что если питающий водоем удален от галереи на расстояние  $\ell$ , превышающее определенное значение  $\ell_r$ , то расчет по зависимости (13.36) дает заниженные значения удельного расхода. Это расстояние  $\ell_r$  называют *длиной влияния галереи*. Экспериментально установлено, что  $\ell_r$  зависит, главным образом, от рода грунта. Можно рекомендовать следующие значения  $\ell_r$  для предварительных расчетов:

для мелкозернистых грунтов  $\ell_r = 100-200$  м,

для среднезернистых грунтов  $\ell_r = 200-500$  м,

для крупнозернистых грунтов  $\ell_r = 500-1000$  м.

Удельный расход  $q$  вычисляется по формуле

$$q = k \frac{h_1^2 - h_0^2}{2\ell_r}. \quad (13.37)$$

Для более точных расчетов можно использовать эмпирическую зависимость для  $\ell_r$ :

$$\ell_r = 3000(h_1 - h_0)\sqrt{k}, \quad (13.38)$$

где  $k$  — коэффициент фильтрации, м/с;  $h_1$  и  $h_0$  — глубины, м.

Подставляя эту зависимость в (13.37), получим

$$q = k \frac{h_1^2 - h_0^2}{2\ell_r} = k \frac{h_1^2 - h_0^2}{2 \cdot 3000(h_1 - h_0)\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{k}(h_1 + h_0)}{6000}. \quad (13.39)$$

Отметим, что зависимость (13.37) можно использовать только в случаях, когда питающий водоем расположен на расстоянии, превышающем  $\ell_r$ . Простые оценки показывают, что время, в течение которого грунтовая вода проходит расстояние, равное длине влияния, измеряется годами, и следовательно, грунтовые воды за это время сумеют многократно пополниться за счет местных сезонных источников (дожди, таяние снега и т.п.). Поэтому представляется правдоподобной точка зрения, согласно которой длина влияния галереи определяет размеры территории, настолько удаленной от водоемов, что уровень грунтовых вод (в течение длительных, измеряемых месяцами и годами, промежутков времени) в ее границах зависит от “местных” (геологических, гидрологических, гидрометеорологических, климатических и др.) условий. Это дает основание называть  $\ell_r$  *длиной питания галереи*.

Разнообразие “местных” условий, естественно, предопределяет невысокую точность, с которой можно оценить, например, приток воды к галерее.

Когда водоупор расположен глубоко, дно галереи может быть выше водоупора. В этом случае галерею называют “висячей” и рассчитывают,

используя следующий прием. На уровне дна галереи строят воображаемую горизонтальную водонепроницаемую плоскость С—С, и расход воды, поступающий в галерею, представляют в виде суммы:

а) расхода  $q_1$ , относящегося к безнапорному потоку над плоскостью С—С; этот расход и кривая депрессии рассчитываются, как описано выше, в предположении, что водоупором является поверхность С—С;

б) расхода  $q_2$ , который поступает в галерею через ее дно; поток здесь напорный, он ограничен действительным водоупором и поверхностью С—С; для расчета  $q_2$  используют приемы, описываемые, например, в разд. 13.19 для условий резкоизменяющейся фильтрации.

### 13.10. Приток воды к круглому колодцу

Рассмотрим одиночный колодец, доходящий до водоупора, который называется *совершенным* колодцем (рис. 13.14). Из колодца забирается постоянный во времени расход  $Q$  (который часто называют *дебитом* колодца). Предположим, что слой грунтовой воды постоянной толщины  $h_1$  имеет неограниченные горизонтальные размеры. Решим задачу об установившейся, безнапорной, плавноизменяющейся фильтрации к колодцу. Предположим, что глубина воды в колодце постоянна и равна  $h_0$ , и имеется промежуток высачивания  $\Delta$ . Полагая грунт однородным, из осевой симметрии задачи делаем вывод о том, что живые сечения имеют вид

коаксиальных цилиндров, площадь которых

$$\omega = 2\pi r h, \quad (13.40)$$

где  $r$  — расстояние до оси колодца;  $h = h(r)$  — текущая глубина фильтрационного потока.

Средняя скорость  $v$  в живом сечении по дифференциальному уравнению Дюпюи (13.9) составляет

$$v = k \frac{dh}{dr}. \quad (13.41)$$

Расход  $Q$ , притекающий в колодец, рассчитывается по формуле

$$Q = v\omega = k \frac{dh}{dr} 2\pi r h. \quad (13.42)$$

Проинтегрировав это уравнение, найдем

$$Q \ln r = \pi k h^2 + C.$$

Постоянную интегрирования  $C$  найдем из условия, что на расстоянии  $R_k$  поток грунтовой воды имеет глубину  $h_1$  (это может иметь место, если, например, колодец устроен в центре *круглого в плане острова* с радиусом  $R_k$ , а отметка воды в водоеме равна  $h_1$ ). Получим



$$Q \ln \frac{R_k}{r_0} = \pi k (h_1^2 - h_0^2). \quad (13.43)$$

Это уравнение, если известен расход  $Q$ , позволяет вычислить координаты депрессионной воронки. Если же задана глубина воды в колодце  $h_0$ , то из (13.43) можно получить выражение для расхода (дебита) колодца  $Q$ :

$$Q = 1,36k \frac{h_1^2 - h_0^2}{\lg \frac{R_k}{r_0}}, \quad (13.44)$$

в этой формуле вместо натурального введен десятичный логарифм.

Как следует из зависимости (13.44), при фиксированных значениях  $r_0$ ,  $h_0$  и  $h_1$  с увеличением  $R_k$  расход уменьшается вплоть до 0 при  $R_k \rightarrow \infty$ . Это свидетельствует о том, что в безграничном пласте грунта, т.е. в условиях, отличных от *острова*, постановка стационарной задачи некорректна; если задать постоянный во времени дебит колодца, то глубина в колодце  $h_0$  будет уменьшаться до нуля (вода в колодец будет поступать через промежуток высачивания), после чего расход из колодца в расчетах уже задавать нельзя; если откачивать и далее всю притекающую в колодец воду, то забираемый расход воды будет уменьшаться до нуля по мере распространения депрессионной воронки. Изложенным теоретическим выводам, на первый взгляд, противоречит опыт эксплуатации колодцев, которые обеспечивают постоянный дебит в течение длительных (измеряемых годами) отрезков времени. Это объясняется тем, что в реальных условиях "местные" особенности питания водоносного слоя (см. разд. 13.9) обеспечивают поддержание свободной поверхности грунтовой воды вокруг колодца при заданном его дебите на постоянном уровне. Поэтому, как и для водосборной галереи, вводят понятия *радиуса влияния колодца*  $R_k$ , который вычисляют так же (см. разд. 13.9), как длину влияния галереи, и расход (дебит) колодца определяют по формуле (13.44). Как и в случае водосборной галереи  $R_k$  более точно называть *радиусом питания колодца*. Обратим внимание на то, что для колодца погрешность в определении расхода из-за неточности принимаемых значений для  $R_k$  значительно меньше, чем для галереи, так как  $R_k$  входит под знак логарифма.

Колодец называется *несовершенным*, если его дно расположено выше водоупора. Как правило, глубина  $h_0$  заметно больше диаметра колодца, при этом расходом воды, поступающим через дно колодца, можно пренебречь, а расход, поступающий через боковую поверхность, рассчитывают в предположении, что водоупор расположен на уровне дна колодца.

*Совершенный артезианский* колодец, представленный на рис. 13.15, рассчитывается аналогично обыкновенному совершенному колодцу.

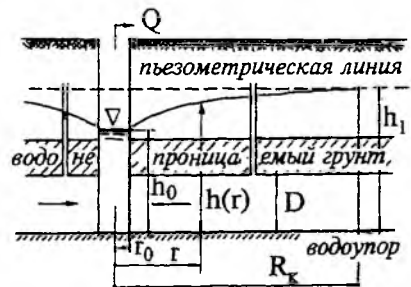


Рис. 13.15. Напорный поток воды к колодцу

Пусть водоносный слой толщиной  $D$  расположен между двумя слоями водонепроницаемого грунта. Грунтовая вода в этом слое движется в напорном режиме, и если устроить вертикальную шахту, то вода в ней поднимется до отметки  $h_1$ . В результате отбора постоянного во времени расхода  $Q$  уровень воды в колодце начнет понижаться, и вместе с ним будет понижаться пьезометрическая поверхность; будем считать, что установившаяся в результате глубина в колодце  $h_0 > D$ . Примем, что в некоторый момент времени пьезометрическая поверхность описывается уравнением  $h = h(r)$ , тогда средняя по круглоцилиндрическому живому сечению скорость фильтрации  $v = k \frac{dh}{dr}$ , а площадь живого сечения  $\omega = 2\pi r D$ . Расход  $Q$ , притекающий к колодцу, составит

$$Q = v\omega = k \frac{dh}{dr} 2\pi r D. \quad (13.45)$$

Интегрируя это уравнение, найдем

$$Q = 2,73 \frac{kD(h_1 - h_0)}{\ln \frac{R_k}{r_0}}. \quad (13.46)$$

Здесь  $R_k$  — радиус влияния (питания) колодца; его определяют так же, как и в разд. 13.9.

### 13.11. Фильтрация воды из земляных каналов

Рассмотрим потери воды из необлицованного (т.е. не имеющего защитного противофильтрационного покрытия) земляного канала за счет ее фильтрации в грунт. Наибольшие потери возникают, если под слоем

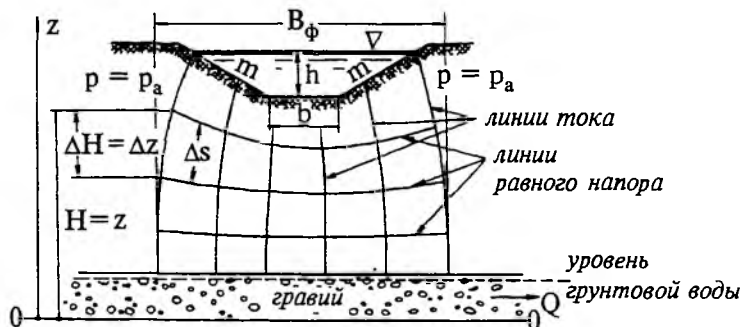


Рис. 13.16. Свободная фильтрация воды из необлицованного земляного канала

грунта, в котором построен канал, расположен слой с большим коэффициентом фильтрации (рис. 13.16); например, канал проходит в мелкозернистом песке, а под слоем песка имеется слой гравия. Кроме того, положим, что уровень грунтовых вод расположен в слое гравия и не растет вследствие фильтрации из канала.

В этих условиях давление во всей области фильтрации близко к атмосферному (в частности, для крайних линий тока оно обеспечивается атмосферным воздухом, содержащимся в порах грунта), следовательно-



Следует отметить, что, например, плотина, построенная в русле реки, имеет в различных поперечных сечениях различную высоту; как правило, для упрощения расчетов рассматривают плоскую задачу (на 1 м длины плотины по гребню) для нескольких поперечных сечений плотины, и полученные результаты расчета соответствующим образом суммируют.

Фильтрационный поток через плотину на *водонепроницаемом* основании в указанных выше условиях плоской задачи представлен на рис. 13.17. На его границах выполняются следующие условия:

AB — поверхность равного напора, на ней  $H = h_1 = \text{const}$ , т.е. это живое сечение фильтрационного потока, оно плоское, но не вертикальное, следовательно, вблизи AB движение грунтовой воды будет резкоизменяющимся;

BC — кривая депрессии, при отсутствии инфильтрации и при установившемся движении — это линия тока;

CD — промежуток высачивания, здесь давление постоянно и равно атмосферному давлению, а гидродинамический напор  $H$  равен отметке поверхности низового откоса  $z$ ; на этом участке вода струйками стекает по поверхности откоса;

DE — поверхность равного напора, на ней  $H = h_2 = \text{const}$ ; это, как и AB — плоское, но не вертикальное, живое сечение;

AE — водонепроницаемая граница и, следовательно, линия тока.

В соответствии с изложенным, а также принимая для расчета фильтрации модель плавноизменяющегося движения и уравнение Дюпюи, выделим в фильтрационном потоке три области.

1. Область плавноизменяющегося движения  $A'B'CE'$ , она ограничена сверху участком кривой депрессии, продольный уклон в пределах которого достаточно мал, чтобы можно было считать живые сечения потока плоскими и вертикальными; снизу эта область ограничена водоупором, со стороны верхнего и нижнего бьефов — живыми сечениями  $A'B'$  и  $CE'$ , которые считаем плоскими и вертикальными.

2. Область резкоизменяющегося движения  $ABB'A'$ .

3. Область резкоизменяющегося движения  $CDEE'$ .

Если для расчета потока в области 1 имеется эффективная модель плавноизменяющегося движения, то для расчета областей 2 и 3 необходимо предложить приемы расчета, пригодные для случая резкоизменяющегося движения. Рассмотрим приемы, получившие наиболее широкое практическое применение.

*Область 2.* Эту область с наклонной верховой гранью AB заменяем на область с вертикальной верховой гранью  $A''B''$  так, чтобы расход воды через расчетный массив  $A''B''B'A'$  был бы равен расходу через реальный массив  $ABB'A'$  (рис.13.18).

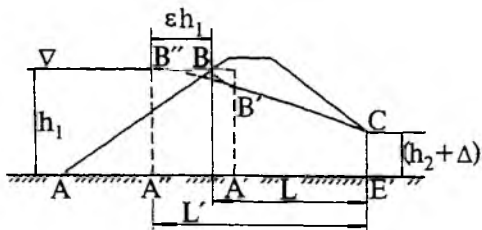


Рис. 13.18. Расчетная схема плавноизменяющегося фильтрационного потока в грунтовой плотине

Движение грунтовой воды в массиве А"В" В'А' плавноизменяющееся (живые сечения вертикальны). Как показали расчеты, основанные на двухмерной модели фильтрации, расходы через реальный и расчетный массивы будут одинаковы, если вертикальная грань А"В" будет расположена на расстоянии  $\epsilon h_1$  от точки В, где

$$\epsilon = \frac{0,44}{1 + \frac{1}{2m_a}} \approx 0,4. \quad (13.50)$$

В результате такой замены образуется расчетный профиль А"В" В'СЕ'А'А", в пределах которого движение плавноизменяющееся, для него можно записать уравнение Дюпюи для фильтрационного расхода:

$$q = k \frac{h_1^2 - (h_2 + \Delta)^2}{2L'}, \quad (13.51)$$

где  $L' = L + \epsilon h_1$ .

В уравнение (13.51) входят неизвестные — расход  $q$  и высота промежутка высачивания  $\Delta$ . Следовательно, это уравнение необходимо дополнить еще одним уравнением с теми же неизвестными, которое должно быть получено из рассмотрения фильтрации воды через третий фрагмент.

*Область 3.* Движение грунтовой воды в этой области резкоизменяющееся, причем линии тока к промежутку высачивания CD подходят по касательной или под небольшим углом, а к линии равного напора DE — по нормали (так как в соответствии с законом Дарси  $u = -k \text{ grad } H$ , т.е. вектор скорости нормален к линиям равного напора). На рис. 13.19 действительные линии тока показаны пунктиром. Для расчета этого фрагмента действительное поле фильтрационной скорости заменяем расчетным, полагая, что расчетные линии тока являются прямыми, параллельными водоупору. Для каждой такой линии тока считаем справедливым закон Дарси, другими словами, считаем, что скорость фильтрации вдоль каждой расчетной линии тока пропорциональна пьезометрическому уклону вдоль этой линии. При этом область 3 в соответствии с граничными условиями на низовой грани плотины разбивается на две части (а) и (б).

Для части (а) напор в начале горизонтальной линии тока, расположенной на отметке  $z$ , равен  $(h_2 + \Delta)$ , а в конце линии тока (на отрезке CD) напор равен отметке низового откоса в точке выхода на него расчетной линии тока  $z$ , т.е.  $H = z$ . Длина линии тока определяется из геометрических соображений:

$$l_a = \left[ (h_2 + \Delta) - z \right] m_n. \quad (13.52)$$



Рис. 13.19. Расчетная схема резкоизменяющегося фильтрационного потока в грунтовой плотины

Пьезометрический уклон для произвольной линии тока в части (а) составит

$$J_a = \frac{(h_2 + \Delta) - z}{\ell_a} = \frac{(h_2 + \Delta) - z}{[(h_2 + \Delta) - z] m_H} = \frac{1}{m_H}. \quad (13.53)$$

Скорость фильтрации

$$u_a = kJ_a = \frac{k}{m_H}, \quad (13.54)$$

и удельный расход через часть (а)

$$q_a = \int_{h_2}^{h_2 + \Delta} u_a dz = \int_{h_2}^{h_2 + \Delta} \frac{k}{m_H} dz = \frac{k\Delta}{m_H}. \quad (13.55)$$

Для части (b) напор в начале каждой линии тока, как и для части (а), равен  $(h_2 + \Delta)$ , а напор в конце (лежащем на линии равного напора DE) равен  $h_2$ ; длина  $\ell_b$  определяется по (13.52). В результате скорость фильтрации на каждой линии тока в части (b) составит

$$u_b = kJ_b = k \frac{(h_2 + \Delta) - h_2}{[(h_2 + \Delta) - z] m_H} = \frac{k\Delta}{[(h_2 + \Delta) - z] m_H}. \quad (13.56)$$

Расход через часть (b)

$$q_b = \int_0^{h_2} \frac{k\Delta}{[(h_2 + \Delta) - z] m_H} dz = \frac{k\Delta}{m_H} \ln \frac{h_2 + \Delta}{\Delta}. \quad (13.57)$$

Расход через область 3, равный сумме расходов через области (а) и (b),

$$q = q_a + q_b = \frac{k\Delta}{m_H} \left( 1 + \ln \frac{h_2 + \Delta}{\Delta} \right). \quad (13.58)$$

Решая совместно систему уравнений (13.58) и (13.51) найдем искомые величины  $q$  и  $\Delta$ .

Для построения кривой депрессии, после вычисления  $q$  и  $\Delta$ , воспользуемся уравнением Дюпюи в виде (13.51), считая  $h_1$  текущей отметкой кривой депрессии  $h$ , зависящей от  $s$ :

$$h(s) = \sqrt{\frac{2q}{k} s + (h_2 + \Delta)^2}, \quad (13.59)$$

где  $s$  — координата, отсчитываемая от точки  $E'$  вверх по течению.

Построив по этой зависимости кривую депрессии до точки  $B''$ , корректируем ее для реального профиля, соединив точку  $B$  плавной кривой, подходящей по касательной к кривой депрессии в точке  $B'$  (как показано на рис. 13.18). Ниже по течению от сечения  $A'B'$  движение плавно изменяющееся.

### 13.13. Фильтрация воды через однородную грунтовую плотину на водопроницаемом основании

В тех случаях, когда плотина построена на водопроницаемом основании (рис. 13.20), а водопор расположен ниже основания плотины на глубине  $T$ , используют следующие расчетные приемы. Рассмотрим вна-

чале наиболее простой вариант, когда коэффициенты фильтрации тела плотины  $k_1$  и водопроницаемого основания  $k_2$  одинаковы.

1. Если  $T \ll h_1$ , то расчет выполняют так же, как и для плотины на водонепроницаемом основании, увеличив высоту плотины и глубину воды

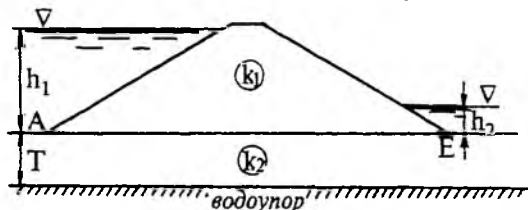


Рис. 13.20. Грунтовая плотина на водопроницаемом основании

в верхнем и нижнем бьефах на величину  $T$  (на рис. 13.21 расчетный профиль показан штриховой линией).

2. Если  $T$  соизмеримо с  $h_1$  (рис. 13.22, а), то область фильтрации делят на две части (а) и (б) по поверхности АЕ. Выше этой линии (часть (а)) рассчитывают фильтрацию через однородную грунтовую плотину на

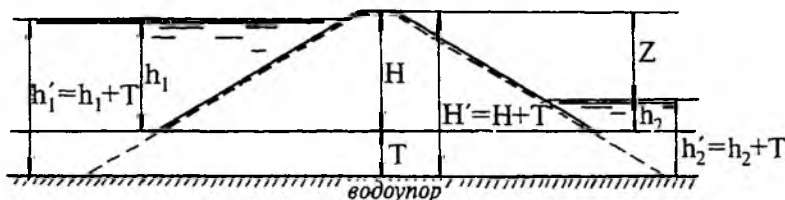


Рис. 13.21. Расчетная схема фильтрации через грунтовую плотину при небольшом заглублении водоупора

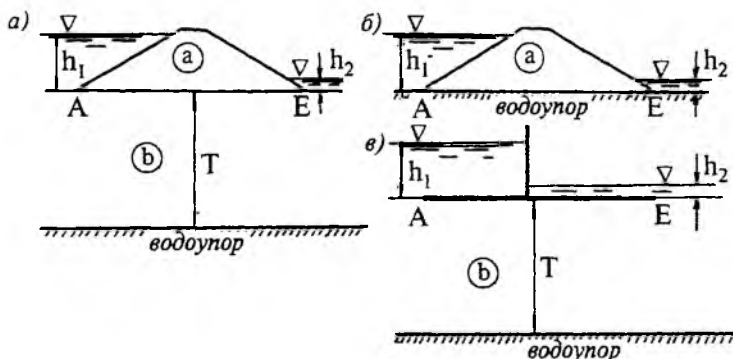


Рис. 13.22. Расчетная схема фильтрации через грунтовую плотину при большом заглублении водоупора

водонепроницаемом основании, полагая что таковым является горизонтальная поверхность АЕ (рис. 13.22,б).

Ниже поверхности АЕ (часть (б)) рассчитывают фильтрационный поток, полагая, что движение здесь резкоизменяющееся и напорное (см. разд. 13.17—13.21). Поверхность АЕ при этом считается водонепроницаемой (рис.13.22,в).

В более сложном случае, когда грунты, слагающие тело плотины и водопроницаемое основание, имеют различные коэффициенты фильтрации  $k_1 \neq k_2$ , необходимо использовать различные приемы.

Если  $k_1 > k_2$ , то, используя первый виртуальный способ расчета слоистых грунтов, следует заменить область фильтрации однородным массивом, включающим и плотину и основание, и выполнить расчет, основываясь на описанных выше приемах.

Если  $k_1 < k_2$ , то следует использовать второй из изложенных приемов, т.е. раздельно рассчитывать фильтрацию через тело плотины и через основание.

### 13.14. Фильтрация через грунтовые плотины, имеющие устройства, предотвращающие высачивание воды на низовой откос

Распространенным средством, обеспечивающим защиту низового откоса от разрушения вследствие высачивания воды на его поверхность, а также вследствие промерзания грунтовой воды (если кривая депрессии слишком близко подходит к поверхности откоса), является устройство банкета из каменной наброски (рис. 13.23).

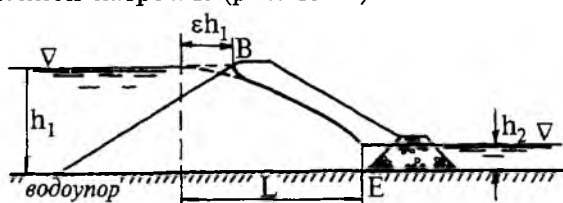


Рис. 13.23. Расчетная схема фильтрации через грунтовую плотину банкетом из каменной наброски

Расчет расхода выполняется с помощью уравнения Дюпюи:

$$q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}, \quad (13.60)$$

при этом в соответствии с разд. 13.12 верховой фрагмент, где движение резкоизменяющееся, заменяем расчетным массивом с вертикальной напорной гранью, расположенной на расстоянии  $\epsilon h_1$  от точки В. Размерами участка резкоизменяющегося движения вблизи каменного банкета

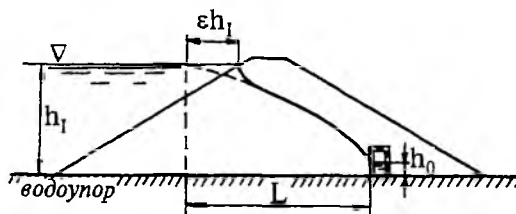


Рис. 13.24. Расчетная схема фильтрации через грунтовую плотину с водосборной галереей

обычно пренебрегают и помещают расчетное вертикальное живое сечение, в котором поток имеет глубину нижнего бьефа  $h_2$ , у основания верхового откоса банкета (в точке Е). Расстояние  $L$  определяется из геометрических соображений.

Если в нижний бьеф грунтовой плотины не допускается попадание воды из верхнего бьефа, то в теле плотины устраивают либо галерею с водопроницаемыми стенками, либо дренажную трубу (рис. 13.24).



Расчет фильтрационного потока в этом случае выполняется так же, как и при устройстве банкета из каменной наброски; глубина  $h_2$  принимается, как правило, равной нулю.

Очевидно, вследствие уменьшения длины фильтрационного потока в результате устройства банкета или галереи фильтрационные потери из верхнего бьефа увеличиваются.

### 13.15. Фильтрация через неоднородные земляные плотины на водонепроницаемом основании

Для уменьшения потерь воды из водохранилища в качестве наиболее распространенного инженерного решения используют устройство ядра плотины или экрана.

#### 1. Плотина с ядром

Для того, чтобы уменьшить фильтрационный расход из верхнего бьефа через грунтовую плотину, не увеличивая ее размеров в плане, в теле плотины устраивают ядро (рис. 13.25,а) — вертикальный слой по всей высоте плотины

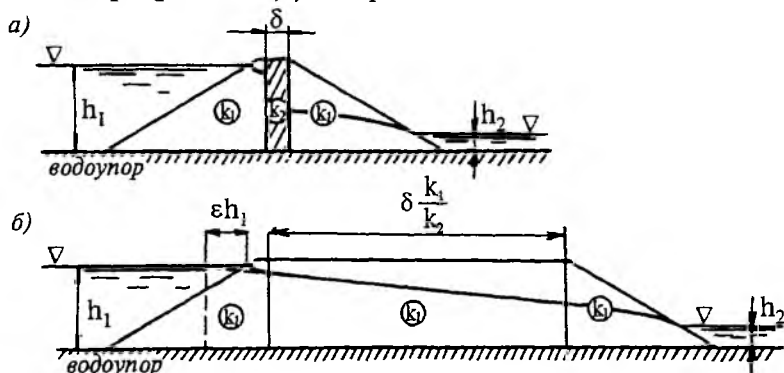


Рис. 13.25. Схема расчета фильтрации через грунтовую плотину с ядром: а — реальный массив; б — виртуальный массив

до водоупора, выполненный из грунта с коэффициентом фильтрации  $k_2$ , много меньшим, чем коэффициент фильтрации грунта тела плотины  $k_1$ . Для фильтрационного расчета такой плотины ее в соответствии со вторым виртуальным способом заменяют на однородную плотину с большей шириной по гребню, заменив массив ядра плотины шириной  $\delta$  на виртуальный массив с коэффициентом фильтрации  $k_1$ , шириной  $\delta \frac{k_1}{k_2}$ .

Рассчитав виртуальную однородную плотину (рис. 13.25,б), далее приписывают реальной плотине (рис. 13.25,а) полученный фильтрационный расход  $q$ , а кривую депрессии полагают одинаковой в реальной и виртуальной плотинах вне ядра или его эквивалента, т.е. вблизи верхнего и низового откосов плотины. Внутри ядра кривая депрессии рассчитывается отдельно (см. фильтрацию через прямоугольный массив, разд. 13.6).

#### 2. Плотина с экраном

Экраном называют слой маловодопроницаемого грунта, уложенный на верхнем откосе плотины и служащий для уменьшения фильтрационного расхода воды из верхнего бьефа и для снижения отметок кривой

депрессии в теле плотины (рис.13.26). Расчет плотины с экраном выполняется с использованием второго виртуального способа, при этом реальный неоднородный массив плотины заменяется на виртуальный однородный массив, имеющий такие же коэффициенты откосов и такой же расход

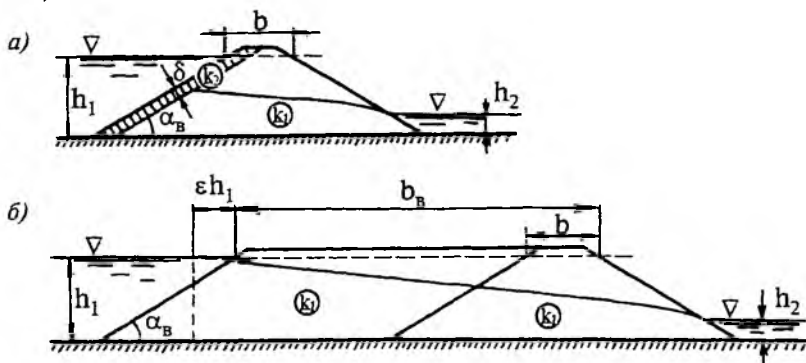


Рис. 13.26. Схема расчета фильтрации через грунтовую плотину с экраном: а — реальный массив; б — виртуальный массив

фильтрующей сквозь него воды, что и реальный. Для этого ширина виртуального массива на уровне верхнего бьефа принимается равной

$$b_B = b + \delta \frac{k_1}{k_2} \sin \alpha_B, \quad (13.61)$$

где \$\delta\$ — толщина экрана; \$\alpha\_B\$ — угол наклона верхового откоса; \$b\$ — ширина плотины на уровне верхнего бьефа.

Расчет однородного массива выполняется согласно разд. 13.12. Кривая депрессии переносится в реальный массив только в той его части, где коэффициент фильтрации равен \$k\_1\$, т.е. за исключением экрана. На части поверхности экрана, отделяющей его от тела плотины и расположенной выше кривой депрессии, происходят высачивание воды и ее фильтрация под действием силы тяжести до сформировавшегося (насыщенного) потока грунтовой воды, ограниченного сверху расчетной кривой депрессии; выше кривой депрессии грунт водой не насыщен.

### 13.16. Дифференциальные уравнения резкоизменяющегося движения грунтовых вод

В случае, если модель плавноизменяющегося движения грунтовых вод (характеризуемая плоскими и вертикальными живыми сечениями) не подходит для описания фильтрационного потока, приходится использовать более общую двух- или трехмерную модель фильтрации. Тогда скорость фильтрации \$\mathbf{u}\$ рассматривается как вектор \$\mathbf{u} = (u\_x, u\_y, u\_z)\$, а закон Дарси в рассматриваемом случае изотропного грунта имеет вид

$$\mathbf{u} = -k \text{ grad } H, \quad (13.62)$$

или в матричной форме

$$(u_x, u_y, u_z) = -k \left( \frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y}, \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (13.62a)$$

Эта система трех уравнений содержит четыре неизвестные величины \$u\_x, u\_y, u\_z\$ и \$H\$, и ее следует дополнить уравнением, выражающим закон сохранения массы для несжимаемой жидкости (разд. 4.2):

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0,$$

или

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (13.63)$$

Подставив  $\mathbf{u}$  из уравнений (13.62) в (13.63), получим (для однородного грунта при  $k = \text{const}$ )

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \text{ или } \Delta H = 0, \quad (13.64)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — оператор Лапласа.

Следовательно, гидродинамический напор  $H$  в фильтрационном потоке должен удовлетворять уравнению Лапласа (или, другими словами,  $H = H(x, y, z)$  является гармонической функцией). Отметим, что в поле силы тяжести напор  $H$  по определению составит

$$H = z + \frac{p}{\rho g}, \quad (13.65)$$

следовательно, гидродинамическое давление  $p(x, y, z)$  также является гармонической функцией координат. Чтобы подчеркнуть зависимость гидродинамического напора  $H$  от координат, его называют *напорной функцией*.

Введем функцию:

$$\varphi(x, y, z) = -kH(x, y, z); \quad (13.66)$$

при этом (13.62) можно представить в виде

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad} \varphi \text{ или } (u_x, u_y, u_z) = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right). \quad (13.67)$$

Согласно определению (см. разд. 4.10) функция  $\varphi(x, y, z)$  называется *потенциалом скорости фильтрации*  $\mathbf{u}$ . Таким образом, вследствие того, что скорость ламинарной фильтрации подчиняется закону Дарси (13.62), поле скорости фильтрации всегда является потенциальным, т.е. всегда существует такая функция  $\varphi(x, y, z)$ , что справедливы равенства (13.67). Функция  $\varphi(x, y, z)$ , как и  $H(x, y, z)$ , является гармонической.

Важно отметить, что благодаря возможности получить полное описание фильтрационного потока (т.е. поле скорости  $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$  и поле напоров  $H$ ), решая вместо системы четырех уравнений (13.62) и (13.63) одно уравнение (13.64), расчет движения грунтовых вод становится значительно более простой задачей по сравнению с расчетом двух- или трехмерного потока вязкой жидкости.

Отметим, что поверхности равного потенциала  $\varphi(x, y, z) = \text{const}$ , которые согласно (13.66) являются и поверхностями равного напора  $H(x, y, z) = \text{const}$ , по определению градиента ортогональны вектору скорости фильтрации  $\mathbf{u}$ , и, следовательно, это живые сечения фильтрационного потока.

### 13.17. Плоская задача о фильтрации воды в однородном грунте. Функция тока, гидродинамическая сетка

Рассмотрим *плоскую* задачу о движении грунтовых вод, полагая, что все характеристики фильтрационного потока, т.е.  $u_x, u_y, u_z, H$ , изменяются только в двух измерениях — в вертикальной координатной плоскости ( $x, z$ ); частные производные по  $y$  от всех переменных, а также проекция скорости  $\mathbf{u}$  на ось  $y$  в этом случае равны нулю. Перепишем основные равенства, введенные в разд. 13.16, для условий плоской задачи:

уравнение Дарси:

$$\mathbf{u} = -k \text{grad } H; \quad (u_x, u_z) = -k \left( \frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial z} \right); \quad (13.68)$$

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0; \quad (13.69)$$

определение потенциала скорости:

$$u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad u_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad (13.70)$$

уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (13.71)$$

Как было указано в разд. 3.10, при решении плоской задачи всегда существует *функция тока*  $\psi(x, z)$ :

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad u_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (13.72)$$

которая обращает уравнение неразрывности (13.69) в правильное тождество; если движение потенциальное, то функция тока (как и функция потенциала скорости) — гармоническая, т.е.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{или} \quad \Delta \psi = 0. \quad (13.73)$$

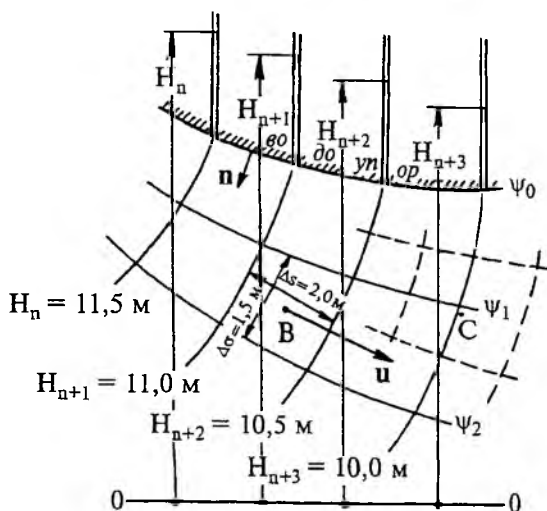


Рис. 13.27. Гидродинамическая сетка фильтрационного потока

Линии  $\psi(x, z) = \text{const}$  являются линиями тока.

В условиях плоской задачи линии  $\phi(x, z) = \text{const}$  — это линии равного потенциала (и линии равного напора), которые ортогональны вектору скорости  $\mathbf{u}(x, z)$ . Вместе с тем, по определению линии тока вектор  $\mathbf{u}(x, z)$  направлен по касательной к ней. Следовательно, в каждой точке фильтрационного потока линия тока *ортогональна* к линии равного потенциала (равного напора). Совокупность линий тока и линий равного напора образует *гидродинамическую сетку фильтрационного потока* (рис. 13.27).

Построив гидродинамическую сетку для конкретного потока, можно с ее помощью решать следующие практически важные задачи.

1. Расчет силы давления фильтрационного потока на водонепроницаемую поверхность. Зная значения напора  $H$  в каждой точке этой поверхности, можно найти по зависимости (13.65) величину гидродинамического давления  $p$  на этой поверхности и вычислить силу давления на нее:

$$F = - \int_A p \, dA \quad (13.74)$$

или ее горизонтальную и вертикальную составляющие (см. гл. 2).

2. Расчет гидродинамического уклона в любой точке потока, например, в точке В:

$$J = |\text{grad } H| = - \frac{H_{n+2} - H_{n+1}}{\Delta s} = - \frac{10,5 - 11,0}{2,0} = 0,25. \quad (13.75)$$

3. Расчет скорости фильтрации в этой же точке (например, при  $k = 0,001$  см/с):

$$u \approx kJ = 0,001 \cdot 0,25 = 0,00025 \text{ см/с.}$$

4. Расчет удельного (на единицу длины в направлении, перпендикулярном чертежу) расхода между линиями тока (например,  $\psi_1$  и  $\psi_2$ ):

$$q_{12} = u \Delta \sigma = 0,00025 \cdot 150 \approx 0,0375 \text{ см}^2/\text{с.} \quad (13.76)$$

Значение коэффициента фильтрации  $k$  должно быть задано, а значения  $\Delta s$  и  $\Delta \sigma$  должны быть определены по гидродинамической сетке в соответствии с геометрическим масштабом.

Припишем нулевой линии тока  $\psi_0$ , совпадающей с водонепроницаемой поверхностью, нулевое значение:  $\psi_0(x, z) = 0$ , тогда по свойствам линии тока (см. разд. 3.10)

$$\psi_1 = \psi_0 + q_{01},$$

где  $q_{01}$  — удельный расход между линиями тока  $\psi_0$  и  $\psi_1$ ;

$$\psi_2 = \psi_1 + q_{12} = \psi_0 + q_{01} + q_{12};$$

$$\psi_3 = \psi_2 + q_{23} = \psi_0 + q_{01} + q_{12} + q_{23}.$$

Таким образом, постоянное значение функции тока на данной линии тока (другими словами, наименование линии тока) равно удельному фильтрационному расходу между данной и нулевой линиями тока.

Если точка, в которой следует рассчитать скорость фильтрации (например, С), не лежит в середине прямоугольника, образованного уже построенной гидродинамической сеткой, то такой прямоугольник (с расчетной точкой внутри) следует построить, выбрав подходящие линии тока и линии равного напора (напор и наименование линии тока для вновь построенных линиях находят методом интерполяции).

Отметим дополнительно, что, как следует из выражений (13.75) и (13.76), гидродинамический уклон и скорость фильтрации больше в тех местах, где линии равного напора ближе друг к другу (гидродинамическая сетка “гуще”).

### 13.18. Граничные условия для решения уравнения Лапласа и построения гидродинамической сетки

Рассмотрим постановку граничных условий для области фильтрации на примере наиболее важной в гидротехнических приложениях задачи о напорной фильтрации под бетонной плотиной (рис. 13.28).

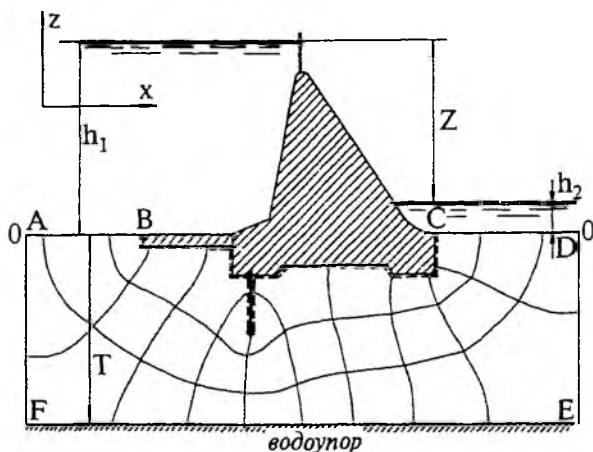


Рис. 13.28. Типичная гидродинамическая сетка для расчета подземного контура бетонной плотины

Как правило, горизонтальных размеров фундамента плотины, называемого *флютбетом*, недостаточно для того, чтобы обеспечить приемлемые потери воды из водохранилища, а также предотвратить разрушение грунта под действием фильтрационных сил, и поэтому в сооружение включают дополнительные элементы в виде горизонтального водонепроницаемого слоя в верхнем бьефе (*понура*) и вертикальных водонепроницаемых шпунтовых стенок (*шпунт*). Эти

элементы вместе с флютбетом формируют *подземный контур бетонной плотины* (на рис. 13.28 подземный контур показан штриховой линией).

Пусть гравитационная бетонная плотина расположена на водопроницаемом грунте, а горизонтальный водоупор расположен на глубине  $T$  под поверхностью земли.

Для того, чтобы рассчитать гидродинамический напор  $H$  и скорость фильтрации  $u$  в каждой точке фильтрационного потока, следует решить уравнение Лапласа (13.71). Запишем граничные условия для этого уравнения на примере области, представленной на рис. 13.28.

1.  $AB$  — на дне нижнего бьефа гидродинамический напор постоянен и равен  $h_1$  ( $AB$  — линия равного напора и живое сечение фильтрационного потока):

$$H = h_1 \text{ (условие Дирихле).} \quad (13.77)$$

2.  $BC$  — элементы подземного контура водонепроницаемы, следовательно,  $BC$  — линия тока. Нормальная составляющая скорости фильтрации на этой границе  $u_n = 0$ , и согласно закону Дарси

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0 \text{ (условие Неймана).} \quad (13.78)$$

3.  $CD$  — на дне нижнего бьефа напор постоянен ( $CD$  — линия равного напора и живое сечение потока):

$$H = h_2 \text{ (условие Дирихле).} \quad (13.79)$$

4.  $EF$  — водоупор является линией тока, следовательно, на нем

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0 \text{ (условие Неймана).} \quad (13.80)$$

5. Границы AF и DE предполагаем достаточно удаленными от основания плотин, чтобы неточность задания условия на них практически не влияла на решение уравнения вблизи подземного контура; как правило, эти границы можно считать линиями тока, если они удалены от плотины на расстояние более (2—3)Т.

В этой области можно решать также и уравнение Лапласа (13.73), в котором искомой является функция тока  $\psi$ . Граничные условия для функции тока имеют следующий вид:

1. АВ — живое сечение, на нем  $u_x = 0$ , следовательно,

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \text{ или } \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \text{ (условие Неймана).} \quad (13.81)$$

2. ВС — линия тока, по определению линии тока

$$\psi(x, z) = \text{const}_1 \text{ (условие Дирихле).} \quad (13.82)$$

3. CD — живое сечение, на нем  $u_x = 0$ , следовательно,

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \text{ или } \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \text{ (условие Неймана).} \quad (13.83)$$

4. EF — линия тока, на которой

$$\psi(x, z) = \text{const}_2 \text{ (условие Дирихле).} \quad (13.84)$$

Согласно свойству функции тока, если задать  $\text{const}_1 = 0$ , то в (13.84)  $\text{const}_2$  равна удельному (на единицу ширины) фильтрационному расходу под плотиной  $q$ .

5. AF и DE — линии тока, при отмеченных выше условиях на них

$$\psi(x, z) = \text{const}_2 .$$

Таким образом, как для напорной функции  $H(x, z)$ , так и для функции тока  $\psi(x, z)$  формулируется смешанная краевая задача для уравнения Лапласа. Решение ее позволяет определить следующие *свойства гидродинамической сетки*.

1. В геометрически подобных областях фильтрации гидродинамические сетки подобны.

2. Начертание гидродинамической сетки не зависит от численных значений  $h_1$  и  $h_2$  или их разности — напора на гидротехническом сооружении  $Z = h_1 - h_2$ . Изменение численного значения этих величин приводит лишь к изменению численных значений напора или функции тока, приписываемых той или иной линии равного напора или линии тока, образующей гидродинамическую сетку.

Кроме того, поскольку коэффициент фильтрации не входит в формулировку краевой задачи, определяющей гидродинамическую сетку, то следовательно, начертание сетки не зависит от коэффициента фильтрации. Основываясь на законе Дарси, можно доказать, что удельный фильтрационный расход  $q$  для заданной области фильтрации пропорционален коэффициенту фильтрации  $k$  и напору на сооружении  $Z$ .

С учетом изложенного, для удобства расчетов вместо действительной схемы подземного контура рассматривают так называемую *приведенную схему*, которая от действительной отличается тем, что в ней принимают  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 0$  (при этом  $Z = 1$ ) и  $k = 1$  (линейная единица измерения

одинакова у всех именованных величин). Решив уравнение Лапласа для заданной области с граничными условиями, отвечающими приведенной схеме, построим гидродинамическую сетку для приведенного напора  $H_r(x, z)$  и приведенной функции тока  $\psi_r(x, z)$ , а также найдем *приведенный* фильтрационный расход под сооружением  $q_r$ . При этом действительный напор в любой точке области и действительный расход  $q$  вычисляем согласно зависимостям

$$H(x, z) = h_2 + ZH_r(x, z); \quad (13.85)$$

$$q = kZq_r. \quad (13.86)$$

Пример использования приведенной схемы показан в разд. 13.19.

### 13.19. Метод решения фильтрационных задач, основанный на электрогидродинамической аналогии (ЭГДА)

Электрогидродинамическая аналогия заключается в том, что ламинарное течение воды в пористой среде и постоянный электрический ток в проводящей среде подчиняются одним и тем же математическим зависимостям:

Фильтрация воды	Электрический ток
Уравнение движения (закон Дарси) $\mathbf{u} = -k \text{ grad } H,$ $\mathbf{u}$ — скорость фильтрации; $H$ — гидродинамический напор; $k$ — коэффициент фильтрации.	Уравнение электрического тока (закон Ома) $\mathbf{i} = -c \text{ grad } V,$ $\mathbf{i}$ — плотность тока; $V$ — электрический потенциал; $c$ — коэффициент электропроводности (удельная проводимость).
Уравнение неразрывности фильтрационного потока $\text{div } \mathbf{u} = 0.$	Уравнение непрерывности электрического тока $\text{div } \mathbf{i} = 0.$
Уравнение Лапласа для напора $\Delta H = 0.$	Уравнение Лапласа для электрического потенциала $\Delta V = 0.$
Граничные условия: — на водонепроницаемой поверхности $\frac{\partial H}{\partial n} = 0.$ — на поверхности равного напора $H(x, y, z) = \text{const.}$	Граничные условия: — на электроизоляционной поверхности $\frac{\partial V}{\partial n} = 0.$ — на поверхности равного электрического потенциала $V(x, y, z) = \text{const.}$

Тождественность дифференциальных уравнений позволяет получить поле электрического потенциала  $V$ , подобное полю гидродинамического напора  $H$ , при следующих условиях:

1) внешние границы области электрического тока геометрически подобны границам области фильтрации;

2) граничные условия на соответствующих границах указанных областей идентичны.



В дальнейшем будем рассматривать метод ЭГДА применительно к решению плоской задачи, хотя с его помощью возможно решение и пространственных задач.

На основании электрогидродинамической аналогии введем понятие приведенного электрического потенциала  $V_r$  и приведенной схемы области электрического тока. Совокупность линий равного приведенного потенциала будем рассматривать как линии равного приведенного напора и построим гидродинамическую сетку для действительной схемы с помощью зависимости (13.85).

Практически задача построения гидродинамической сетки на основе метода ЭГДА решается следующим образом. Пусть необходимо рассчитать фильтрацию для подземного контура плотины, представленного на рис. 13.28.

Из электропроводящего материала (специальной бумаги, металлической фольги и т.п.), обладающего достаточной однородностью, вырезают модель, геометрически подобную области фильтрации. К границам АВ и CD прикрепляют шины, на которые подают неизменные по времени электрические потенциалы  $V_1$  и  $V_2$ . В модели возникает электрический ток. С помощью мостовой схемы и делителя напряжения (рис. 13.29) определяют линии равного электрического потенциала.

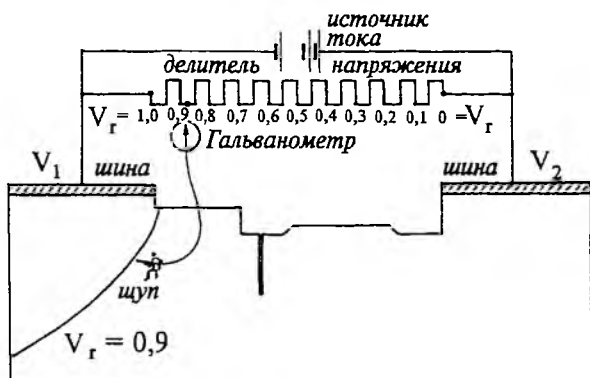


Рис 13.29 Схема прибора ЭГДА

Построенным линиям равного приведенного потенциала  $V_r$  с помощью зависимости (13.85) можно приписать действительные значения напора  $H$ . Построение линий тока, как правило, выполняют графически (от руки), добиваясь, чтобы гидродинамическая сетка была ортогональной и квадратичной.

### 13.20. Задачи расчета подземного контура плотины, решаемые с помощью гидродинамической сетки

Цель расчета фильтрации под плотиной — решение следующих задач.

1. Построение эпюры противодавления, с помощью которой вычисляется сила, действующая на плотину со стороны фильтрационного потока. Величину и линию действия этой силы необходимо знать для расчета устойчивости плотины.

2. Определение градиента напора и скорости фильтрации в любой точке фильтрационного потока. При значениях градиентов напора, больших допустимого для данного грунта, возможно ухудшение прочностных качеств грунта и даже его разрушение вследствие, например, вымывания мелких фракций или суффозии. Такое явление особенно опасно вблизи дна нижнего

бьефа, где высока концентрация напряжений от нагрузки на грунт, создаваемой плотиной. Поэтому при расчете подземного контура сооружений обязательно определяют значение максимального выходного градиента  $J_{\max}$  (для сравнения его с допустимым для данного грунта значением).

3. Вычисление фильтрационного расхода для определения потерь напора воды из водохранилища.

Приведем основные приемы решения этих задач.

1. *Эюра противодействия.* В каждой точке основания плотины (рис. 13.30), к которой подходит линия равного напора, строим вертикальную линию и на ней от плоскости сравнения 0—0 откладываем численное

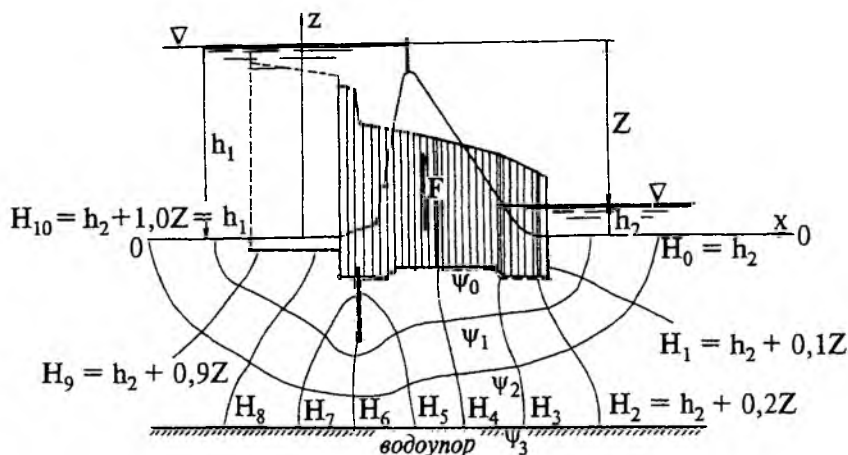


Рис. 13.30. Построение эюры давления на основание бетонной плотины (пунктиром показана эюра давления на понур)

значение напора, соответствующее этой линии (в том же масштабе, в котором построены глубины воды  $h_1$  и  $h_2$ ). Соединив концы вертикальных отрезков ломаной линией, получим *эюру давления*, ограниченную сверху построенной линией, снизу — водонепроницаемой поверхностью флютбета, а с боковых сторон — вертикалями. *Сила противодействия F* (на единицу длины плотины в направлении  $y$ , перпендикулярном плоскости  $(x, z)$ ) равна площади эюры, умноженной на удельный вес воды. Она направлена вверх и проходит через центр тяжести эюры давления.

2. *Градиент напора и скорость фильтрации* вычисляются в соответствии с приемами, указанными в п. 13.17.

Предельно допустимые значения выходного градиента напора для некоторых грунтов:

Грунт	$(J_{\text{вых}})_{\text{пред}}$
глина	1,2
суглинок	0,65
песок крупнозернистый	0,45
песок среднезернистый	0,40
песок мелкозернистый	0,30

3. *Удельный фильтрационный расход q.* Выбирают две линии равного напора, между которыми движение наиболее близко к плавноизменяю-

щелюся (на рис. 13.30 это линии  $H_4$  и  $H_3$  или  $H_3$  и  $H_2$ ). Для каждого из трех криволинейных прямоугольников, образованных линиями тока и линиями равного напора, определяют элементарные фильтрационные расходы, как указано в разд. 13.17:  $q_{01}$ ,  $q_{12}$ ,  $q_{23}$ . Удельный фильтрационный расход находят, суммируя вычисленные расходы:

$$q = q_{01} + q_{12} + q_{23}.$$

### 13.21. Метод расчета подземного контура, основанный на использовании коэффициентов потерь напора (метод коэффициентов сопротивления)

Рассмотренные в разд. 13.20 задачи расчета подземного контура можно решить, используя предложенный Р.Р. Чугаевым метод коэффициентов сопротивления. Согласно этому методу предполагается, что на элементах подземного контура гидротехнического сооружения (пнуре, шпунте, флютбете и т.п.) имеют место потери напора, каждую из которых можно представить как часть полного напора на сооружении  $Z = h_1 - h_2$ . Коэффициенты сопротивления  $\zeta_j$ , определяющие, какую часть от  $Z$  составляют потери напора, связанные с тем или иным  $j$ -м элементом, вычисляются в зависимости от геометрических размеров элемента. При этом предполагается, что на значения коэффициента сопротивления каждого элемента не влияет, какие элементы расположены рядом с ним (выше и ниже по течению). Сумма всех коэффициентов сопротивления для заданного подземного контура связывает удельный расход под сооружением  $q$  и напор на сооружении  $Z$ :

$$q = \frac{k \cdot Z}{\sum_j \zeta_j}, \quad (13.87)$$

т.е.  $\sum_j \zeta_j$  является величиной, обратной величине приведенного расхода  $q_r$  (см. (13.86)).

Для реализации метода коэффициентов сопротивления необходимо:  
 а) составить перечень типовых элементов подземного контура;  
 б) предложить зависимости для вычисления коэффициентов сопротивления.

На рис. 13.31 представлен типичный подземный контур гидротехнического сооружения, элементами которого являются:  
 входной элемент с уступом;  
 шпунт, погруженный на глубину  $s$ , с уступом высотой  $a$ ;  
 горизонтальный элемент;  
 выходной элемент.

Отметим, что если входной элемент и шпунт не сочетаются с уступом, то принимают высоту уступа  $a = 0$  (фиктивный уступ нулевой высоты), или если при уступе высотой  $a$  нет шпунта, то принимаем  $s = 0$ .

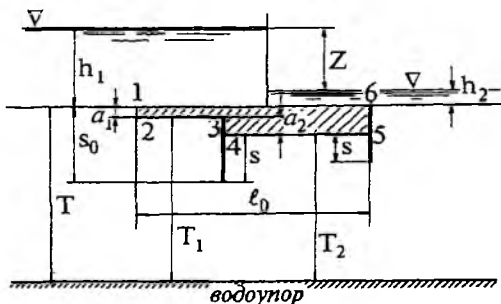


Рис. 13.31. Расчетная схема метода коэффициентов сопротивления

Изучение влияния заглубления водоупора  $T$  на значения коэффициентов сопротивления показало необходимость введения понятия *активной зоны фильтрации*. Предположим, что необходимо рассчитать эпюру противодавления. Расположим воображаемый водоупор вблизи элементов подземного контура и построим при этом соответствующую эпюру противодавления. Если увеличивать заглубление воображаемого водоупора  $T$ , то эпюра в результате этого будет вначале сильно деформироваться, но, начиная с какого-то значения  $T$ , дальнейшее увеличение заглубления водоупора не будет практически влиять на эпюру противодавления. Это предельное заглубление водоупора называется *глубиной активной зоны фильтрации по напору* и обозначается  $T'_{ак}$ . Аналогично при опускании водоупора максимальный выходной градиент  $(J_{вых})_{max}$  будет вначале заметно изменяться, а, начиная с некоторого положения, дальнейшее увеличение заглубления будет оказывать пренебрежимо малое влияние на  $(J_{вых})_{max}$ . Это предельное заглубление называется *глубиной активной зоны фильтрации по выходному градиенту* и обозначается  $T''_{ак}$ . Можно так же определить  $T'''_{ак}$  — глубину активной зоны фильтрации по удельному расходу  $q$ . Если эти значения меньше действительного заглубления водоупора  $T_d$ , то именно они (а не  $T_d$ ) вводятся в качестве расчетного положения водоупора  $T_{расч}$ , по которому вычисляются коэффициенты сопротивления.

На основе анализа решений Н.Н.Павловского Р.Р.Чугаевым были получены следующие формулы для коэффициентов сопротивления типовых элементов подземного контура.

Обозначим длину проекции подземного контура на горизонтальную плоскость через  $\ell_0$ , а длину проекции на вертикальную плоскость через  $s_0$ . При этом  $T'_{ак}$  определяем по зависимостям:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{\ell_0}{s_0} > 5 & T'_{ак} = 0,5\ell_0; \\ \text{при } 3,4 < \frac{\ell_0}{s_0} \leq 5 & T'_{ак} = 2,5s_0; \\ \text{при } 1,0 < \frac{\ell_0}{s_0} \leq 3,4 & T'_{ак} = 0,8s_0 + 0,5\ell_0; \\ \text{при } 0 < \frac{\ell_0}{s_0} \leq 1,0 & T'_{ак} = s_0 + 0,3\ell_0. \end{aligned}$$

Кроме того, рекомендуется принимать

$$T''_{ак} = 2T'_{ак}; \quad (13.88)$$

$$T'''_{ак} = T_d. \quad (13.89)$$

Расчетное положение водоупора принимается равным минимальному из значений  $T_{ак}$  и  $T_d$ :

$$T_{расч} = \min(T_{ак}, T_d). \quad (13.90)$$

Для определения численных значений коэффициентов сопротивления рекомендуются следующие зависимости (обозначения см. на рис. 13.31):

коэффициент сопротивления внутреннего шпунта с уступом ( $T_1 > T_2$ )

$$\zeta_{\text{ш}} = \frac{a}{T_1} + 1,5 \frac{s}{T_2} + \frac{2s}{4T_2 - 3s}; \quad (13.91)$$

коэффициент сопротивления входного и выходного элементов контура

$$\zeta_{\text{вх}} = \zeta_{\text{вых}} = 0,44 + \zeta_{\text{ш}}; \quad (13.92)$$

коэффициенты сопротивления горизонтального элемента (2—3, 4—5) на рис. 13.31)

$$\text{при } \ell \geq 0,5(s_1 + s_2) \quad \zeta_r = \frac{2\ell - (s_1 + s_2)}{2T}, \quad (13.93)$$

$$\text{при } \ell < 0,5(s_1 + s_2) \quad \zeta_r = 0.$$

Отметим, что для решения каждой из трех задач, сформулированных в разд. 13.20, необходимо в общем случае определять для одного и того же заданного подземного контура конкретную величину  $T_{\text{расч}}$  и набор коэффициентов сопротивления.

**Построение эпюры противодавления.** Вычисляем потерю напора на каждом элементе по формуле

$$h_j = Z \frac{\zeta_j}{\sum_j \zeta_j}. \quad (13.94)$$

По этим данным строим пьезометрическую линию и получаем искомое “тело давления”.

**Максимальный выходной градиент** вычисляем по формуле, полученной из решения С.Н. Нумерова:

$$J_{\text{max}} = \frac{Z}{T_1} \frac{1}{\alpha \sum_j \zeta_j}, \quad (13.95)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\sin \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{s}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} + 1 \right) \right]}. \quad (13.96)$$

**Удельный фильтрационный расход** находим по формуле

$$q = k \frac{Z}{\sum_j \zeta_j}. \quad (13.97)$$

При больших значениях  $T_d$  величина расхода рассчитывается по последней формуле со значительной погрешностью.