

Д. В. Штеренлихт

ГИДРАВЛИКА

В ДВУХ КНИГАХ

КНИГА 2

2-е издание, переработанное
и дополненное

Допущено Государственным комитетом СССР
по народному образованию в качестве учебника
для студентов вузов, обучающихся по специальности
«Гидромелиорация»



МОСКВА ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ 1991

ББК 30.123
Ш 90
УДК 532.5 (075.8)

Рецензент: Кафедра гидравлики Ленинградского государственного технического университета (заведующий кафедрой проф., доктор техн. наук А. Д. Гиргидов)

Штеренлихт Д. В.

Ш 90 Гидравлика: Учеб. для вузов. — В 2-х кн.:
Кн. 2. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатом-
издат, 1991. — 367 с.: ил.

ISBN 5-283-02113-0

Изложены законы равновесия и движения жидкости в трубах, каналах, через гидротехнические сооружения. Большое внимание уделено изложению методов расчета параметров потока применительно к разнообразным случаям, встречающимся в практике. Приведены необходимые для расчетов таблицы и графики. Первое издание вышло в 1984 г. Второе издание переработано и дополнено научными результатами, а также нормативными материалами по гидравлическим расчетам. Состоит из двух книг, вышедших в 1991 г.

Для студентов гидромелиоративных, а также гидроэнергетических и гидротехнических специальностей вузов.

Ш $\frac{3308010000-349}{051(01)-91}$ 227-90

ББК 30.123

ISBN 5-283-02113-0 (кн. 2)

© Энергоатомиздат, 1984

ISBN 5-283-02020-7

© Автор, 1991, с изменениями

УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

15.1. Дифференциальное уравнение установившегося плавно изменяющегося движения жидкости

В предыдущих главах рассматривалось в основном напорное движение жидкости, при котором форма и размеры живого сечения потока полностью определялись формой и размерами сечения самого русла. Наличие местных сопротивлений в напорных потоках приводит к локальным изменениям живого сечения.

При движении жидкости в открытом русле (в том числе в частично заполненном закрытом русле) любое местное изменение условий движения (расширение, преграда, перелом уклона дна русла и т. п.) неизбежно приведет к деформации живого сечения потока на некоторой (иногда довольно значительной) его длине. При этом все точки свободной поверхности будут по-прежнему находиться под влиянием внешнего давления газовой среды, так что деформация живого сечения потока будет обязательно связана с изменением координат его свободной поверхности.

В данной главе рассматривается установившееся плавно изменяющееся движение жидкости в открытых руслах, при котором изменение основных параметров потока по его длине происходит достаточно плавно (см. § 3.5). В связи с этим при выводе уравнений движения можно пренебречь составляющими местных скоростей в плоскости живого сечения потока и принять распределение давлений в этой плоскости соответствующим гидростатическому закону. Предположим также, что работа сил сопротивления при **н е р а в н о м е р н о м** и **р а в н о м е р н о м** движении практически одинакова.

В дальнейшем изложении будем иметь в виду, что встречающиеся в инженерной практике открытые русла можно разделить на две категории: призматические и непризматические.

К п р и з м а т и ч е с к и м р у с л а м относятся русла, в которых основные геометрические параметры потока остаются постоянными по всей длине.

Площадь живого сечения потока призматического русла зависит от глубины наполнения русла:

$$\omega = f(h). \quad (15.1)$$

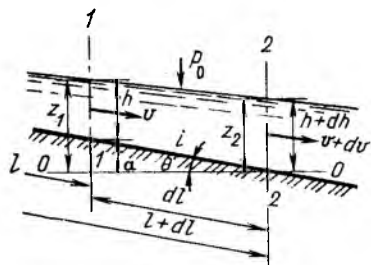


Рис. 15.1

В общем случае не призматического русла площадь живого сечения потока является функцией двух переменных:

$$\omega = f(h, s), \quad (15.2)$$

где h — глубина наполнения русла; s — характерный поперечный размер для данной формы русла (например, для прямоугольного русла — его ширина).

Рассмотрим общий случай установившегося плавно изменяющегося движения жидкости в открытом не призматическом русле (рис. 15.1).

Введем следующие обозначения:

$i = \sin \theta$ — продольный уклон дна русла;

p_0 — внешнее давление, обычно равное $p_{ат}$;

Q — расход потока;

ω — площадь живого сечения потока;

h — наибольшая глубина потока в данном живом сечении, различная для разных сечений;

α — коэффициент кинетической энергии (Кориолиса);

$v = Q/\omega$ — средняя скорость в данном живом сечении;

J — гидравлический уклон, обычно принимаемый для открытых русл равным продольному уклону свободной поверхности потока;

$a = il$ — расстояние по вертикали от дна до плоскости сравнения в данном живом сечении.

Принято называть руслом с положительным (прямым) уклоном дна такое русло, у которого абсолютные отметки дна уменьшаются по направлению движения жидкости (т. е. вдоль оси l).

Выделим в потоке два сечения 1—1 и 2—2 на бесконечно малом расстоянии dl друг от друга (рис. 15.1).

Составим для выделенных сечений уравнение Бернулли относительно плоскости 0—0, проведенной через нижнюю точку живого сечения 2—2:

$$h + i dl + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + dh + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha (v + dv)^2}{2g} + dh_{тр}. \quad (15.3)$$

Раскрывая $(v + dv)^2$ как $v^2 + 2v dv + (dv)^2$, пренебрегаем $(dv)^2$ в силу малости i , заменяя в силу ранее сказанного $dh_{тр}$ на $v^2 dl / C^2 R$, получаем после сокращений

$$i dl = dh + \frac{\alpha v dv}{g} + \frac{v^2}{C^2 R} dl$$

или

$$i = \frac{dh}{dl} + \frac{\alpha v}{g} \frac{dv}{dl} + \frac{v^2}{C^2 R}. \quad (15.4)$$

Заменив среднюю скорость ее выражением через расход и площадь живого сечения $v = Q/\omega$, запишем

$$\frac{dv}{dl} = \frac{d(Q\omega^{-1})}{dl} = -Q\omega^{-2} \frac{d\omega}{dl};$$

$$i = \frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{d\omega}{dl} + \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}. \quad (15.5)$$

Запишем производную $d\omega/dl$ с учетом (15.2) как

$$\frac{d\omega}{dl} = \frac{\partial\omega}{\partial h} \frac{dh}{dl} + \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl}.$$

Тогда вместо (15.5) получим

$$i = \frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial h} \frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl} + \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}$$

или

$$i = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} + \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl} = \frac{dh}{dl} \left(1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial h} \right). \quad (15.6)$$

Обращаясь к рис. 15.2, видим, что частная производная $\partial\omega/\partial h$ равна ширине живого сечения по верху, которую в дальнейшем будем обозначать через B , т. е. $\partial\omega = B\partial h$.

Окончательно получаем

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} + \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}. \quad (15.7)$$

Уравнение (15.7) является общим дифференциальным уравнением установившегося плавно изменяющегося движения жидкости в открытом русле.

В частном случае призматического русла уравнение (15.7) несколько упрощается, так как в силу ранее сказанного производная ds/dl равна в этом случае нулю:

$$\frac{dh}{dl} = i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} / \left(1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} \right). \quad (15.8)$$

После преобразований вычитаемого в знаменателе правой части уравнений (15.7) или (15.8) получим

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = \frac{\alpha v^2/g}{\omega/B} = \frac{2\alpha v^2/2g}{h_{cp}},$$

где $h_{cp} = \omega/B$ — средняя глубина сечения.

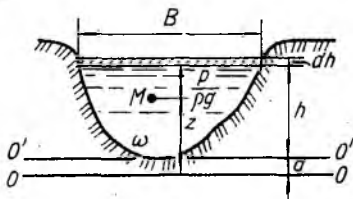


Рис. 15.2

Таким образом, рассматриваемая дробь представляет собой удвоенное отношение удельной кинетической энергии к удельной потенциальной энергии при средней глубине потока в данном живом сечении. Учитывая это, в дальнейшем будем называть безразмерный комплекс $\alpha Q^2 B / (g \omega^3)$ параметром кинетичности потока, обозначая его символом Π_k :

$$\Pi_k = \frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3}. \quad (15.9)$$

Для прямоугольного русла $h_{cp} = h$ и при $\alpha = 1$ параметр кинетичности представляет собой число Фруда [см. (7.12)] $Fr = v^2 / gh$, где за характерный линейный размер живого сечения l принята глубина h .

15.2. Основные виды установившегося движения жидкости в призматическом открытом русле

Уравнение (15.8) отражает характер изменения глубин потока по его длине в открытом призматическом русле. Предполагается, что само изменение глубин происходит достаточно плавно. Однако при $\Pi_k \rightarrow 1$ знаменатель стремится к нулю и производная $dh/dl \rightarrow \infty$. При этом имеют место особые случаи неплавно изменяющегося движения жидкости, которые не описываются уравнением (15.8).

Уравнение (15.8) при $\Pi_k \neq 1$ может иметь три случая:

$dh/dl > 0$ — движение с нарастанием глубин по длине потока, или, как принято говорить, с образованием кривой подпора;

$dh/dl < 0$ — движение с уменьшением глубин по длине потока, или с образованием кривой спада;

$dh/dl = 0$ — движение с постоянной глубиной по длине потока.

Очевидно, что в первых двух случаях имеет место неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости, тогда как третий случай соответствует равномерному движению жидкости.

Уравнение равномерного движения жидкости в открытом русле получается как частный случай уравнения (15.8), а именно:

$$i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} = 0$$

или

$$Q = \omega C \sqrt{Ri}. \quad (15.10)$$

Заметим, что уравнение (15.10) также вытекает непосредственно из уравнения Шези (7.21), так как при равномерном движении жидкости в открытом русле очевидно, что $J = i$.

В дальнейшем глубину потока, соответствующую равномерному движению, будем называть нормальной глубиной и

обозначать ее символом h_0 . Тогда уравнение (15.10) перепишем в виде

$$Q = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0} \sqrt{i}, \quad (15.11)$$

где C_0 , R_0 , ω_0 соответствуют нормальной глубине h_0 .

Пользуясь понятием расходной характеристики $K = \omega C \sqrt{R}$ (см. гл. 13), вместо уравнения (15.11) имеем

$$Q = K_0 \sqrt{i}, \quad (15.12)$$

где

$$K_0 = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0}.$$

15.3. Удельная энергия потока и удельная энергия сечения

Остановимся на анализе движения открытого потока с энергетической точки зрения.

Механическая энергия массы жидкости, протекающей в единицу времени через выбранное живое сечение потока, отнесенная к единице веса и определяемая относительно произвольной горизонтальной плоскости, называется удельной энергией потока и обозначается E .

При анализе изменения E вдоль потока последняя должна вычисляться для всех живых сечений относительно единой горизонтальной плоскости.

При плавно изменяющемся движении с учетом ранее сказанного для любой точки живого сечения потока можно записать (рис. 15.2)

$$E = z + p/\rho g + \alpha v^2/2g = a + h + \alpha v^2/2g, \quad (15.13)$$

где p — избыточное давление.

Вниз по течению удельная энергия потока E для установившегося движения должна всегда уменьшаться ($dE/dl < 0$), так как само движение и происходит за счет расходования этой энергии.

Проведем теперь плоскость сравнения $\theta-\theta$ не произвольно, а через низшую точку данного сечения ($\theta'-\theta'$ на рис. 15.2).

Удельную энергию в данном живом сечении, определенную относительно горизонтальной плоскости, проходящей через низшую точку этого сечения, будем называть удельной энергией сечения и обозначать символом \mathcal{E} . Таким образом, имеем

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}. \quad (15.14)$$

Понятие об удельной энергии сечения удобно при анализе установившегося движения жидкости в открытом русле. Заметим также, что \mathcal{E} вычисляется в каждом живом сечении потока относительно своей горизонтальной плоскости сравнения.

Из (15.13) и (15.14) следует, что

$$\mathcal{E} = E - a = E + il.$$

Тогда, принимая во внимание, что $\frac{dE}{dl} = -J = -\frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}$, получаем

$$\frac{d\mathcal{E}}{dl} = \frac{dE}{dl} + i = -\frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} + i, \quad (15.15)$$

или при $i > 0$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{dl} &= i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} = i \left(1 - \frac{\omega_0^2 C_0^2 R_0}{\omega^2 C^2 R} \right) = \\ &= i \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2} \right). \end{aligned} \quad (15.16)$$

Из уравнения (15.16) видно, что при равномерном движении $d\mathcal{E}/dl = 0$, так как $K = K_0$, а при неравномерном движении $d\mathcal{E}/dl \geq 0$ в зависимости от отношения K_0/K .

Смысл последнего положения заключается в том, что при равномерном движении работа силы тяжести полностью расходуется на преодоление сил сопротивления и изменения удельной энергии сечения не наблюдается. Если же $K > K_0$, средняя скорость потока будет меньше, чем при равномерном движении, гидравлические сопротивления уменьшатся и часть работы силы тяжести даст постепенное накопление удельной энергии сечения вниз по течению. При $K < K_0$ картина будет обратная, т. е. на преодоление сопротивлений будет затрачиваться больше энергии, чем может дать работа силы тяжести, и дополнительно требующаяся энергия будет заимствоваться из удельной энергии нижележащих сечений, т. е. $d\mathcal{E}/dl < 0$.

В заключение отметим, что при $i = 0$ или $i < 0$ из равенства (15.15) следует только отрицательное значение производной $d\mathcal{E}/dl$.

15.4. Спокойные и бурные потоки.

Критическая глубина

Рассмотрим зависимость удельной энергии сечения \mathcal{E} от глубины наполнения h при заданной форме поперечного сечения русла и при $Q = \text{const}$.

В соответствии с ранее изложенным удельную энергию сечения \mathcal{E} можно рассматривать состоящей из двух частей: $\mathcal{E}_{\text{пот}} = h$ и $\mathcal{E}_{\text{кин}} = \alpha v^2/2g = \alpha Q^2/2g\omega^2$. Нетрудно заметить, что тенденция их изменения с изменением h диаметрально противоположна, а именно:

$$\begin{array}{lll} \text{при } h \rightarrow 0 & \mathcal{E}_{\text{пот}} \rightarrow 0; & \mathcal{E}_{\text{кин}} \rightarrow \infty; \\ \text{при } h \rightarrow \infty & \mathcal{E}_{\text{пот}} \rightarrow \infty; & \mathcal{E}_{\text{кин}} \rightarrow 0. \end{array}$$

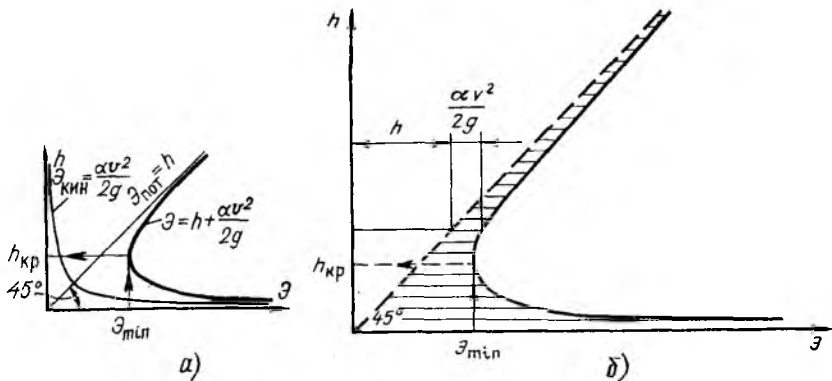


Рис. 15.3

Следовательно, функция $\mathcal{E} = f(h)$ на графике удельной энергии сечения (рис. 15.3, а) должна иметь вид кривой с двумя ветвями, уходящими в бесконечность при $h \rightarrow 0$ и при $h \rightarrow \infty$. При этом $\mathcal{E}_{\text{пот}}$ отобразится прямой — биссектрисой координатного угла, а $\mathcal{E}_{\text{кин}}$ — некоторой кривой второго порядка.

Линия, характеризующая изменение удельной энергии сечения в зависимости от h , асимптотически приближается к биссектрисе координатного угла и к оси абсцисс и имеет экстремальную точку при некотором значении глубины наполнения.

Глубина потока, при которой удельная энергия сечения для заданного расхода в данном русле достигает минимального значения, называется критической глубиной и обозначается $h_{\text{кр}}$.

Экстремальная точка на графике, соответствующая $h = h_{\text{кр}}$, делит кривую удельной энергии на две части: верхнюю, где $h > h_{\text{кр}}$, и нижнюю, где $h < h_{\text{кр}}$. Соответственно принято различать три состояния потока:

1) спокойное состояние, при котором $h > h_{\text{кр}}$, а удельная энергия сечения увеличивается с увеличением h ;

2) бурное состояние, когда $h < h_{\text{кр}}$, а удельная энергия сечения с увеличением h уменьшается;

3) критическое состояние при $h = h_{\text{кр}}$ и $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{min}}$.

Выявление состояния потока, таким образом, производится путем сопоставления фактического значения h с $h_{\text{кр}}$.

По графику на рис. 15.3, б можно наглядно проследить за сопоставлением $\mathcal{E}_{\text{пот}} = h$ и $\mathcal{E}_{\text{кин}} = \frac{\alpha v^2}{2g}$ для данного русла при $Q = \text{const}$. На чертеже доля вклада h и $\frac{\alpha v^2}{2g}$ в значения удельной энергии сечения \mathcal{E} отражена горизонтальными отрезками, причем

отрезки, обозначающие $\frac{\alpha v^3}{2g}$, заключены между биссектрисой координатного угла (линия $\mathcal{E}_{\text{пот}}$) и линией, изображающей значения \mathcal{E} .

Видно, что с уменьшением h (при данных неизменных условиях) значения $\alpha v^2/2g$ увеличиваются, и наоборот.

Знание критической глубины необходимо не только для определения состояния потока, но и для выполнения ряда гидравлических расчетов, а также для анализа в безразмерных координатах результатов исследований.

Для вывода уравнения критического состояния используем то, что при $h = h_{\text{кр}}$ $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{min}}$, т. е. $(d\mathcal{E}/dh)_{\text{кр}} = 0$. Имеем

$$\frac{d\mathcal{E}}{dh} = \frac{d}{dh} \left(h + \frac{\alpha Q^2}{2g} \omega^{-2} \right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{d\omega}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3},$$

так как ранее было показано, что $d\omega/dh = B$; тогда для призматического русла $d\omega/dh = B$.

Отсюда

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dh} \right)_{\text{кр}} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B_{\text{кр}}}{g\omega_{\text{кр}}^3} = 0$$

или

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{\omega_{\text{кр}}^3}{B_{\text{кр}}} \quad (15.17)$$

Уравнение (15.17) называется уравнением критического состояния. Для русла произвольной формы в общем виде оно решается подбором или графоаналитически. (На рис. 15.4 показаны некоторые виды поперечных сечений призматических русл).

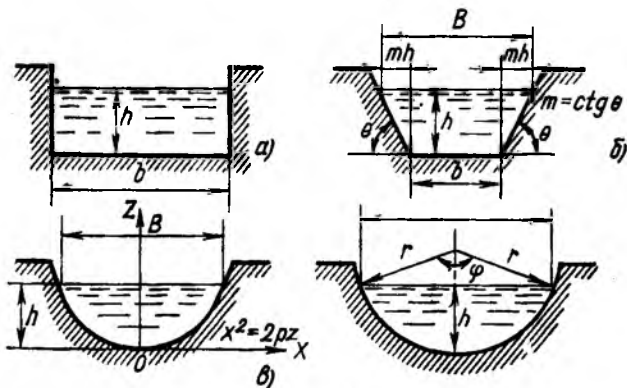


Рис. 15.4

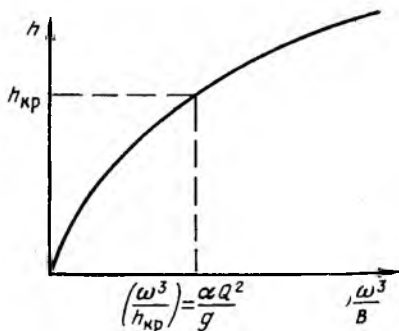


Рис. 15.5

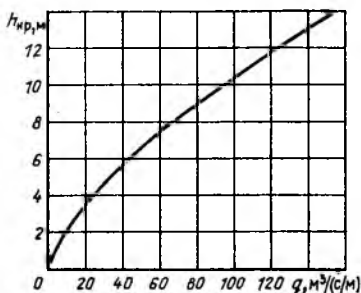


Рис. 15.6

В последнем случае для данного русла строится график ω^3/B . Затем на оси абсцисс находится значение ω^3/B , равное известному из условия задачи значению $\alpha Q^2/g$. Глубина, полученная по графику при $\alpha Q^2/g = \omega_{кр}^3/B_{кр}$, будет равна критической глубине $h_{кр}$ (рис. 15.5). Индекс «кр» при $\omega_{кр}$ и $B_{кр}$ показывает, что эти параметры соответствуют глубине, равной критической, т. е. ω и B определяются при $h = h_{кр}$.

Для русла правильного поперечного сечения возможны более простые решения.

Из (15.17) имеем

$$\frac{\alpha v^2}{2g} = \left(\frac{\omega}{2B} \right)_{кр}$$

или после преобразования

$$(h_{ср})_{кр} = 2 \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right)_{кр} = \left(\frac{\alpha v^2}{g} \right)_{кр} = \frac{\alpha}{g} (v^2)_{кр}.$$

Тогда можно записать

$$\frac{\alpha v^2}{2g} = \frac{(h_{ср})_{кр}}{2}.$$

Подставляя в выражение для удельной энергии сечения, получим

$$\mathcal{E}_{min} = h_{кр} + \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right)_{кр} = \frac{3}{2} h_{кр}$$

или

$$h_{кр} = \frac{2}{3} \mathcal{E}_{min}.$$

Для прямоугольного русла (рис. 15.4, а) из (15.17) имеем

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}, \quad (15.18)$$

где $q = Q/b$ — удельный расход, т. е. расход на единицу ширины прямоугольного русла.

При $\alpha = 1$ и $g = 9,81$ м/с² имеем $h_{кр} = 0,467 q^{2/3}$ или $h_{кр} = 0,467 q^{0,667}$.

При $\alpha = 1,1$ и $g = 9,81$ м/с² имеем $h_{кр} = 0,482 q^{2/3}$ ($h_{кр} = 0,482 q^{0,667}$).

Для наглядности приведем график (рис. 15.6) зависимости критической глубины в прямоугольном русле $h_{кр}$ от q . При построении графика взят практически максимальный диапазон изменения значений удельного расхода q , а $\alpha = 1,1$ и $g = 9,81$ м/с².

Для трапецеидального русла критическая глубина рассчитывается аналитическим способом, предложенным И. И. Агроскиным. На рис. 15.4, б даны следующие обозначения: b — ширина сечения по дну; h — глубина наполнения; $m = \text{ctg } \theta$ — коэффициент откоса. Тогда

$$\omega = bh + mh^2 = (b + mh)h; \quad B = b + 2mh;$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2};$$

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}}; \quad \beta = b/h.$$

Перепишем уравнение (15.17) в виде

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{(bh_{кр.т} + mh_{кр.т}^2)^3}{b + 2mh_{кр.т}} = \frac{b^2 h_{кр.т}^3 (1 + mh_{кр.т}/b)^3}{1 + 2mh_{кр.т}/b}. \quad (15.19)$$

Обозначим безразмерное отношение $mh_{кр.т}/b$ через $z_{т}$. Из (15.19) получим

$$h_{кр.т}^3 = h_{кр.т}^3 \frac{(1 + z_{т})^3}{1 + 2z_{т}}$$

или

$$h_{кр.т} = h_{кр} \frac{\sqrt[3]{1 + 2z_{т}}}{1 + z_{т}}, \quad (15.20)$$

где $h_{кр} = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}$ — критическая глубина в прямоугольном русле с тем же расходом Q и той же шириной по дну, что и у рассматриваемой трапеции.

По аналогии с $z_{т}$ введем обозначение $z_{п} = mh_{кр}/b$ для прямоугольного русла (m — коэффициент откоса трапеции). Также из (15.19) получим

$$z_{п} = \frac{z_{т}(1 + z_{т})}{\sqrt[3]{1 + 2z_{т}}}. \quad (15.21)$$

Очевидно, что $h_{кр.т}/h_{кр} = z_{т}/z_{п}$.

Задаваясь различными значениями z_τ , можно получить из (15.21) соответствующие z_Π и затем значения отношения $h_{кр. \tau}/h_{кр.}$. Эти значения сведены в табл. П.15.1.

По найденным $h_{кр. \tau}$ и $z_\Pi = mh_{кр. \tau}/b$ определяем $h_{кр. \tau}/h_{кр.}$ и затем находим $h_{кр. \tau}$.

И. И. Агроскиным была также предложена приближенная зависимость, аппроксимирующая (15.20),

$$h_{кр. \tau} = h_{кр.} \left(1 - \frac{z_\Pi}{3} + 0,105z_\Pi^2 \right). \quad (15.20a)$$

При этом результаты с достаточно высокой точностью получаются при $z_\Pi \leq 1$ и $b/m \geq 1,5$ м. При больших значениях z_Π точность может быть меньшей.

Для русла с треугольным поперечным сечением

$$\omega = mh^2; \quad B = 2mh.$$

Тогда из (15.17) имеем

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{(mh_{кр. \tau}^2)^3}{2mh_{кр. \tau}} = 0,5m^2h_{кр. \tau}^5$$

и

$$h_{кр. \tau} = \sqrt[5]{\frac{2\alpha}{g} \left(\frac{Q}{m} \right)^2}, \quad (15.22)$$

или при $\alpha = 1$ и $g = 9,81 \text{ м}^2/\text{с}$

$$h_{кр. \tau} = 0,73 \sqrt[5]{\left(\frac{Q}{m} \right)^2},$$

а при $\alpha = 1,1$ и $g = 9,81 \text{ м}^2/\text{с}$

$$h_{кр. \tau} = 0,74 \sqrt[5]{\left(\frac{Q}{m} \right)^2}.$$

Для параболического русла (рис. 15.4, в), описываемого уравнением $y^2 = 2pz$ (p — параметр параболы, имеющий линейную размерность), имеем

$$B = 2\sqrt{2\rho h}; \quad \omega = \frac{2}{3} Bh;$$

$$\chi = p \left[\sqrt{2\tau(1+2\tau)} + \ln \sqrt{2\tau} + \sqrt{1+2\tau} \right] = pf(\tau),$$

где $\tau = h/p$; $m = 1/\sqrt{2\tau} = \text{ctg } \theta$ на урезе воды. Значения функции $f(\tau)$ приведены в табл. 15.1. Тогда

$$h_{кр. \text{ пар}} = \sqrt[4]{\frac{27\alpha Q^2}{64gp}}. \quad (15.23)$$

Таблица 15.1

τ	$f(\tau)$	τ	$f(\tau)$	τ	$f(\tau)$	τ	$f(\tau)$
0,01	0,09	0,15	0,15	0,55	2,44	0,95	3,48
0,005	0,2	0,2	1,34	0,6	2,58	1	3,61
0,01	0,28	0,25	1,54	0,65	2,71	1,05	3,72
0,02	0,4	0,3	1,71	0,7	2,83	1,1	3,84
0,04	0,57	0,35	1,85	0,75	2,97	1,15	3,97
0,06	0,71	0,4	2,02	0,8	3,1	1,2	4,08
0,08	0,82	0,45	2,16	0,85	3,23	1,25	4,19
0,1	0,93	0,5	2,3	0,9	3,34		

Критическая глубина в параболическом русле равна при $\alpha = 1$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

$$h_{\text{кр. пар}} = 0,455 \sqrt[4]{\frac{Q^2}{p}},$$

при $\alpha = 1,1$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

$$h_{\text{кр. пар}} = 0,466 \sqrt[4]{\frac{Q^2}{p}}.$$

Для сегментного (кругового) русла (рис. 15.4, з) на основе уравнения критического состояния потока также можно получить выражения для критической глубины. При этом используются известные геометрические величины

$$\omega = \frac{1}{2} (\varphi - \sin \varphi) r^2;$$

$$B = 2r \sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{2} r \sqrt{1 - \cos \varphi},$$

где φ — центральный угол сегмента, рад; r — радиус кругового поперечного сечения. Для сегментного русла

$$\frac{h_{\text{кр. с}}}{r} = 2 \sin^2 \frac{\varphi_{\text{к}}}{4}.$$

Отсюда $\sin \varphi_{\text{к}} = 0,707 \sqrt{\frac{h_{\text{кр. с}}}{r}}$. Порядок определения $h_{\text{кр. с}}$ по способу, предложенному И. И. Агроскиным, следующий. Вначале определяют вспомогательный параметр — критическую глубину прямоугольного русла с шириной, равной r , т. е.

$$h_{\text{кр}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gr^2}}$$

Далее находят значение отношения $\frac{h_{\text{кр}}}{r}$. По найденному значению

$\frac{h_{крr}}{r}$ в табл. П.15.2 определяют значение отношения искомой критической глубины сегментного русла к r , т. е. $\frac{h_{кр.с}}{r}$. Умножив это значение на r , получают значение $h_{кр.с}$.

Введя вспомогательную величину $h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gd^2}}$ (здесь d — диаметр кругового поперечного сечения), И. И. Агроскин и В. М. Алышев предложили приближенные формулы, по которым $h_{кр.с}$ определяется с погрешностью не более 2%, а именно:

$$\text{при } 0,05 < \frac{h_{кр}}{d} \leq 0,4$$

$$\frac{h_{кр.с}}{d} = 1,55 \frac{h_{кр}}{d} - 0,9 \left(\frac{h_{кр}}{d} \right)^2 + 0,025;$$

$$\text{при } 0,4 < \frac{h_{кр}}{d} \leq 0,85$$

$$\frac{h_{кр.с}}{d} = 1,5 \frac{h_{кр}}{d} - 0,6 \left(\frac{h_{кр}}{d} \right)^2 + 0,018.$$

В заключение отметим, что учет уклона дна приводит к зависимости для определения критической глубины в русле прямоугольного поперечного сечения (по Б. Т. Емцеву)

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g \cos \theta}},$$

где θ — угол наклона дна в продольном направлении по отношению к горизонтальной плоскости сравнения (см. рис. 15.1).

Естественно, учет наклона дна при определении $h_{кр}$ необходим лишь при значениях $\cos \theta$, дающих заметный эффект.

Совместное рассмотрение уравнений (15.9) и (15.17) приводит к выводу о равенстве параметра кинетичности единице при критическом состоянии потока, т. е. $П_{к.кр} = 1$. Таким образом, оценка состояния потока может быть сделана по значению параметра кинетичности, а именно:

$П_{к} < 1$ — спокойное состояние потока;

$П_{к} > 1$ — бурное состояние потока.

15.5. Критический уклон

Как видно из изложенного выше, критическая глубина зависит только от геометрической формы поперечного сечения русла и расхода, но не зависит от продольного уклона дна i . Кроме того, в призматическом русле критическая глубина постоянна по всей его длине.

При равномерном движении жидкости нормальная глубина, как это следует из (15.11), зависит именно от уклона (при заданном расходе Q). Тогда, очевидно, для любого призматического русла можно подобрать такое значение i , при котором нормальная глубина h_0 станет равной $h_{кр}$.

К р и т и ч е с к и м у к л о н о м называется уклон, при котором нормальная глубина равна критической.

Для определения $i_{кр}$ нужно решить совместно уравнения (15.11) и (15.17), принимая $h_0 = h_{кр}$:

$$\frac{\alpha \omega_{кр}^2 C_{кр}^2 R_{кр} i_{кр}}{g} = \frac{\omega_{кр}^3}{B_{кр}},$$

откуда

$$i_{кр} = \frac{g \omega_{кр}}{\alpha C_{кр}^2 R_{кр} B_{кр}} \quad \text{или} \quad i_{кр} = \frac{g \chi_{кр}}{\alpha C_{кр}^2 B_{кр}}, \quad (15.24)$$

так как $\omega_{кр} = R_{кр} \chi_{кр}$.

Из уравнения (15.11) следует, что нормальная глубина уменьшается с увеличением i . Поэтому если фактический уклон дна русла $i < i_{кр}$, поток при равномерном движении будет находиться в спокойном состоянии, т. е. $h_0 > h_{кр}$. Наоборот, при $i > i_{кр}$ поток при равномерном движении будет находиться в бурном состоянии, т. е. $h_0 < h_{кр}$.

Используя формулу Павловского для коэффициента Шези C , получаем

$$i_{кр} = \frac{g \chi_{кр} n^2}{\alpha R_{кр}^{2y} B_{кр}} = \frac{g n^2}{\alpha} \frac{\omega_{кр}}{R_{кр}^{1+2y} B_{кр}}$$

или

$$i_{кр} = \frac{g n^2}{\alpha} \frac{\chi_{кр}^{1+2y}}{\omega_{кр}^{2y} B_{кр}}$$

Очевидно, что с увеличением значений коэффициента Шези C (или с уменьшением значений коэффициента шероховатости n при остальных неизменных условиях) значения критического уклона уменьшаются.

Рассмотрим соотношение χ и B , например, для прямоугольного русла:

$$\chi = b + 2h; \quad B = b;$$

тогда $\frac{\chi}{B} = 1 + 2 \frac{h}{b}$ или $\frac{B}{\chi} = \frac{\beta}{\beta + 2}$, где $\beta = \frac{b}{h}$.

Для трапецидального русла

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2};$$

$$B = b + 2mh; \quad \frac{\chi}{B} =$$

$$= \frac{b + 2h\sqrt{1+m^2}}{b + 2mh} =$$

$$= \frac{1 + 2\frac{h}{b}\sqrt{1+m^2}}{1 + 2m\frac{h}{b}} =$$

$$= \frac{\beta + 2\sqrt{1+m^2}}{\beta + 2m}$$

или
$$\frac{B}{\chi} = \frac{\beta + 2m}{\beta + 2\sqrt{1+m^2}}$$

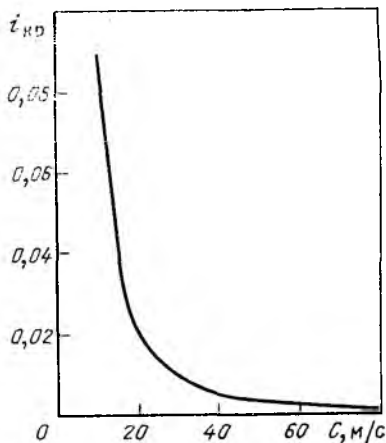


Рис. 15.7

Задаваясь определенной степенью погрешности с учетом конкретных значений относительной глубины и коэффициента откоса (для трапецидального русла), устанавливаем, в каких случаях принимать $i_{кр}$ по формуле (15.24), а в каких — по (15.25). Для тех случаев, когда можно принять $\chi_{кр} \approx B_{кр}$,

$$i_{кр} = \frac{g}{\alpha C_{кр}^2}, \quad (15.25)$$

при $\alpha = 1$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

$$i_{кр} = \frac{9,81}{C^2}$$

и при $\alpha = 1,1$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

$$i_{кр} = \frac{8,92}{C^2}$$

Значения $i_{кр}$ по формуле (15.25) при $\alpha = 1,1$ приведены в табл. 15.2.

Для иллюстрации зависимости $i_{кр}$ [определенного по (15.25) при $\alpha = 1,1$] от значений коэффициента Шези C приведен график (рис. 15.7).

Таблица 15.2

C, м ^{0,5} /с	10	20	30	40	50	60	70	80
$i_{кр}$	0,0892	0,0223	0,0091	0,0056	0,0036	0,0025	0,0018	0,0014

15.6. Контрольные вопросы и примеры

1. Какие приняты предположения относительно гидравлических сопротивлений при равномерном и при неравномерном движении, когда рассматривается плавно изменяющееся движение?

2. Какие русла относятся к призматическим и непризматическим?

3. Каковы основные особенности плавно изменяющегося движения, которые используются при выводе дифференциального уравнения указанного движения? Напишите дифференциальное уравнение установившегося плавно изменяющегося движения жидкости в открытом русле. Чем такое уравнение для непризматического русла отличается от уравнения, соответствующего движению в призматическом русле?

4. Как можно истолковать параметр кинетичности с энергетической точки зрения?

5. Что такое удельная энергия потока и чем она отличается от удельной энергии сечения?

6. Как изменяются по длине удельная энергия сечения и удельная энергия потока? Может ли удельная энергия сечения быть постоянной по длине потока? Может ли удельная энергия потока увеличиваться вниз по течению? Может ли она оставаться постоянной по направлению движения? Может ли удельная энергия потока уменьшаться по направлению течения?

7. В чем заключается трактовка изменения удельной энергии сечения с точки зрения соотношения работы сил сопротивления и работы сил тяжести при движении жидкости?

8. Какие особенности удельной энергии сечения и ее изменения по длине можно отметить в руслах с нулевым или обратным уклоном?

9. Какая глубина в данном русле называется критической?

10. Какие состояния потока различают? Как соотносится глубина в данном русле и критическая глубина в нем же при различных состояниях потока?

11. Запишите уравнение критического состояния. При каком значении параметра кинетичности глубина в русле равна критической глубине?

12. Как определяется критическая глубина в руслах прямоугольного и трапецидального поперечных сечений?

13. Как определяют критическую глубину в треугольном русле?

14. Чему равна критическая глубина в русле с параболическим поперечным сечением, если очертание русла — квадратичная парабола?

15. Как определяется критическая глубина в сегментном русле?

16. Что такое нормальная глубина?

17. Чему равен критический уклон?

Пример 15.1. Определить критическую глубину в прямоугольном русле, по которому проходит расход воды $Q = 250 \text{ м}^3/\text{с}$. Ширина русла $b = 12 \text{ м}$, коэффициент Кориолиса $\alpha = 1,1$.

Решение. Находим $h_{кр}$ по формуле (15.18) при $g = \frac{Q}{b} = 20,83 \text{ м}^3/\text{с}/\text{м}$:

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} = 3,65 \text{ м}.$$

Пример 15.2. Определить критическую глубину в треугольном русле при $Q = 2 \text{ м}^3/\text{с}$ и значении коэффициента откоса $m = 1,5$; коэффициент Кориолиса принять равным 1.1.

Решение. Согласно (15.22) имеем

$$h_{кр. тр} = \sqrt[5]{\frac{2\alpha}{g} \left(\frac{Q}{m}\right)^2} = 0,74 \sqrt[5]{\left(\frac{Q}{m}\right)^2} = 0,83 \text{ м}.$$

Т а б л и ц а 15.3

$h = h_{\text{пот}}, \text{ м}$	$\omega = \frac{(b+mh)}{m} h,$	$v = \frac{Q}{\omega}, \text{ м/с}$	$S_{\text{крит}} = \frac{\alpha v^3}{2g}$	$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha v^3}{2g}$
0,4	4,32	6,94	2,7	3,1
0,5	5,5	5,45	1,66	2,16
0,6	6,72	4,46	1,11	1,71
0,7	7,98	3,76	0,79	1,49
0,8	9,28	3,23	0,58	1,38
0,9	10,62	2,82	0,447	1,347
1	12	2,5	0,35	1,35
1,1	13,42	2,24	0,28	1,38
1,2	14,88	2,02	0,23	1,43
1,3	16,38	1,83	0,19	1,49
1,5	19,5	1,54	0,13	1,63
1,8	24,48	1,22	0,08	1,88
2,4	35,52	0,84	0,04	2,44
0,95	11,305	2,654	0,394	1,344

Пример 15.3. Определить критическую глубину в параболическом русле, имеющем параметр параболы $p = 0,4 \text{ м}$.

Расход $Q = 1,5 \text{ м}^3/\text{с}$, коэффициент Кориолиса $\alpha = 1,1$.

Решение. Согласно (15.23)

$$h_{\text{кр. пар}} = \sqrt[4]{\frac{27\alpha Q^2}{64gp}} = 0,466 \sqrt[4]{\frac{Q^2}{p}} = 0,717 \text{ м}.$$

Пример 15.4. Определить критическую глубину в сегментном (круговом) русле при $Q = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}$ и $d = 2 \text{ м}$.

Решение. Вычисляем вспомогательный параметр:

$$h_{\text{кр} d} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gd^2}} = \sqrt[3]{\frac{1,1 \cdot 1,8^2}{9,81 \cdot 2^2}} = 0,5 \text{ м}.$$

Тогда имеем $\frac{h_{\text{кр}}}{d} = \frac{0,5}{2,0} = 0,25 < 0,4$. Поэтому значение $\frac{h_{\text{кр. с}}}{d}$ определяем по формуле

$$\frac{h_{\text{кр. с}}}{d} = 1,55 \frac{h_{\text{кр} d}}{d} - 0,9 \left(\frac{h_{\text{кр} d}}{d} \right)^2 + 0,025 = 1,55 \cdot 0,25 - 0,9 \cdot 0,25^2 + 0,025 = 0,468;$$

$$h_{\text{кр. с}} = \left(\frac{h_{\text{кр. с}}}{d} \right) d = 0,468 \cdot 2 = 0,936 \text{ м}.$$

Пример 15.5. Построить график удельной энергии сечения и определить критическую глубину в трапециевидальном русле при следующих данных:

$$Q = 30 \text{ м}^3/\text{с}, \quad b = 10 \text{ м} \quad \text{и} \quad m = 2.$$

Решение. Определяем критическую глубину следующими способами:

а) определяем $h_{\text{кр. т}}$ по графику удельной энергии сечения $\mathcal{E} = f(h)$. Задаемся глубинами h от 0,4 до 2,4 м, результаты расчетов по формуле (15.14)

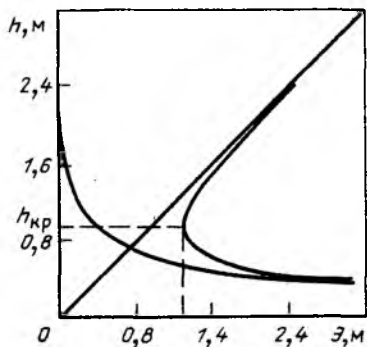


Рис. 15.8

графику при $\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{1,1 \cdot 30,0^2}{9,81} = 100,9 \text{ м}^5$ находим $h_{\text{кр. т}} = 0,94 \text{ м}$;

в) определяем $h_{\text{кр. т}}$ по формуле (15.20а):

$$h_{\text{кр. т}} = \left(1 - \frac{z_{\text{п}}}{3} + 0,105 z_{\text{п}}^2\right) = \left(1 - \frac{0,2}{3} + 0,105 \cdot 0,04\right) \cdot 1 = 0,937 \text{ м},$$

где

$$h_{\text{кр}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1,1 \cdot 30^2}{9,81 \cdot 10^2}} = 1,003 \text{ м}; \quad z_{\text{п}} = \frac{m h_{\text{кр}}}{b} = \frac{2,0 \cdot 1}{10} = 0,2 \text{ м}.$$

Расхождение между полученными значениями $h_{\text{кр}}$, определенными разными способами, удовлетворительное.

Пример 15.6. Определить критическую глубину $h_{\text{кр. т}}$ в трапециевидном русле и установить, в каком состоянии находится поток при следующих исходных данных: $Q = 25 \text{ м}^3/\text{с}$, $b = 15 \text{ м}$, $m = 1$ и $h = 1,1 \text{ м}$.

Т а б л и ц а 15.4

$h, \text{ м}$	$\omega, \text{ м}^2$	$\omega^3, \text{ м}^6$	$B, \text{ м}$	$\frac{\omega^3}{B}, \text{ м}^5$
0,2	2,08	9,0	10,8	0,83
0,4	4,32	80,62	11,6	6,95
0,6	6,72	303,46	12,4	24,47
0,8	9,28	799,218	13,2	60,54
1,0	12,0	1728	14,0	123,43
1,2	14,88	3294,64	14,8	222,61

сводим в табл. 15.3, при этом принято значение коэффициента Кориолиса $\alpha \neq 1,1$.

В соответствии с данными табл. 15.3, в которой для уточнения графика добавили значение $h = 0,95 \text{ м}$, строим график $\mathcal{E} = f(h)$ (рис. 15.8), по которому находим $h_{\text{кр. т}} = 0,94 \text{ м}$;

б) определяем $h_{\text{кр. т}}$ по уравнению критического состояния потока (15.17). Вновь задаемся глубинами h , принимая значения глубины от 0,2 м до 1,2 м, и определяем значения $\frac{\omega^3}{B}$ (табл. 15.4).

По данным табл. 15.4 построен график $\frac{\omega^3}{B} = f(h)$ (рис. 15.9). По этому

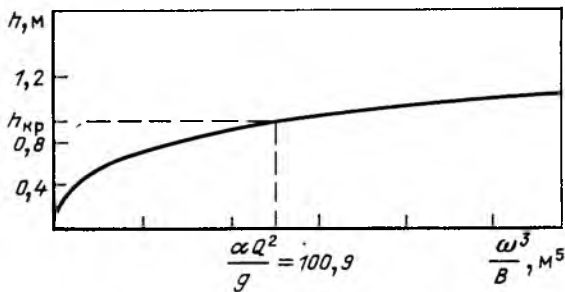


Рис. 15.9

Решение. Определяем критическую глубину по формуле (15.20а):

$$h_{кр.т} = \left(1 - \frac{z_n}{3} + 0,105z_n^2\right) = \left(1 - \frac{0,0452}{3} + 0,105 \cdot 0,0452^2\right) \times \\ \times 0,678 = 0,668,$$

где

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{1,1 \cdot 25^2}{9,81 \cdot 15^2}} = 0,678 \text{ м}; \\ z_n = \frac{mh_{кр}}{b} = \frac{1 \cdot 0,678}{15} = 0,0452.$$

Так как $h = 1,1 \text{ м} > h_{кр.т} = 0,668 \text{ м}$, то поток находится в спокойном состоянии.

Пример 15.7. Определить критический уклон в русле трапецидального сечения при следующих данных: расход воды $Q = 27 \text{ м}^3/\text{с}$, ширина по дну $b = 10 \text{ м}$, коэффициент откоса $m = 2$, коэффициент шероховатости $n = 0,025$, коэффициент Кориолиса $\alpha = 1,1$.

Решение. Найдем критическую глубину. Для этого определим $h_{кр.т}$ прямоугольного русла с шириной по дну $b = 10 \text{ м}$ при $\alpha = 1,1$:

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}} = 0,935 \text{ м}.$$

$$\text{Находим } z_n = \frac{mh_{кр}}{b} = \frac{2 \cdot 0,935}{10} = 0,187 \text{ м}.$$

По табл. 15.1 по значению $z_n = 0,187$ находим отношение $h_{кр.т}/h_{кр} = 0,941$. Тогда $h_{кр.т} = 0,941 h_{кр} = 0,88 \text{ м}$.

Далее находим для трапецидального русла

$$\chi_{кр.т} = b + 2h_{кр.т} \sqrt{1 + m^2} = 10 + 2 \cdot 0,88 \sqrt{5} = 13,94 \text{ м};$$

$$B_{кр.т} = b + 2mh_{кр.т} = 10 + 2 \cdot 2 \cdot 0,88 = 13,52 \text{ м};$$

$$\omega_{кр.т} = (b + mh_{кр.т}) h_{кр.т} = (10 + 2 \cdot 0,88) \cdot 0,88 = 10,35 \text{ м}^2;$$

$$R_{кр.т} = \frac{\omega_{кр.т}}{\chi_{кр.т}} = 0,74 \text{ м}.$$

Значение коэффициента Шези определяем по (8.52):

$$C = \frac{1}{n} + (27,5 - 300n) \lg R = 40 + 20 \lg 0,74 = 37,88 \text{ м}^{0,5}/\text{с}.$$

Тогда (опуская индекс «т») по (15.24) определяем

$$i_{кр} = \frac{g\chi_{кр}}{\alpha C_{кр}^2 B} = \frac{9,81 \cdot 13,94}{1,1 \cdot 37,38^2 \cdot 13,52} = 0,00658.$$

По приближенной формуле (15.25), считая $B_{кр} \approx \chi_{кр}$, имеем

$$i_{кр} = \frac{g}{\alpha C_{кр}^2} = 0,00638.$$

т. е. получили достаточно близкие значения $i_{кр}$.

Глава 16

РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ (КАНАЛАХ)

16.1. Общие сведения. Гидравлически наивыгоднейший профиль

Основные особенности равномерного движения были изложены в гл. 3 и 8. При равномерном движении в открытом русле давление на свободной поверхности по длине не изменяется. Так же постоянно по длине значение скоростного напора $\alpha v^2/2g$. Следовательно, пьезометрический уклон свободной поверхности J_n при равномерном движении равен гидравлическому уклону J , который в свою очередь равен уклону дна i , т. е. $J = J_n = i$.

Равномерное движение характеризуется такими признаками:

- 1) расход постоянен;
- 2) русло призматическое;
- 3) глубина h , а следовательно (с учетом п. 2), форма и площадь живого сечения ω , χ и R постоянны;
- 4) шероховатость смоченной поверхности по длине не изменяется;
- 5) местные сопротивления отсутствуют;
- 6) положительный (прямой) уклон дна $i > 0$ по длине не изменяется.

Условно можно считать, что в призматических каналах указанные условия выполняются. Условность связана с неизбежностью тех или иных местных нарушений равномерности движения (например, вблизи мостов, перегораживающих и других сооружений). Для дальнейшего рассмотрения принимаем, что движение равномерное. Расход при равномерном движении по (15.11)

$$Q = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0 i} \quad (16.1)$$

или по (15.12)

$$Q = K_0 \sqrt{i},$$