

где о числе $Re_{\text{прел}}^n$ — см. § 4-11. Если условие (16-53) при моделировании потока по Фрудру не соблюдается, то приходится отказываться от геометрического подобия и выполнять модель русла в искаженном масштабе (величину a_1 для плановых размеров модели принимать отличной от величины a_1 для вертикальных ее размеров). Выполняя такое (так называемое аффинное) преобразование действительного русла, вертикальные размеры модели увеличивают сравнительно с горизонтальными, что позволяет увеличить скорости движения жидкости и в результате получить на модели турбулентное движение, отвечающее квадратичной области сопротивления. При этом вопросы моделирования потока в значительной мере усложняются.

3. Вопросы моделирования потока также значительно усложняются, когда приходится учитывать: размыв русла и движение наносов, аэрацию потока, образование вакуума в потоке.

В заключение отметим, что моделирование напорного движения, отвечающего квадратичной области сопротивления (когда имеем большие числа Рейнольдса), а также моделирование инапорного и безнапорного движений при малых числах Рейнольдса (когда имеем ламинарный режим; см. на рис. 4-24 зону, соответствующую прямой 1—2, которая также называется автоматомодельной зоной) осуществляют, руководствуясь особыми правилами, которых касаться не будем; они в значительной мере аналогичны правилам, поясненным выше (применительно к случаю безнапорного движения, отвечающего квадратичной области сопротивления). Особенно большие трудности возникают при моделировании потоков в зонах, лежащих между двумя упомянутыми выше автоматомодельными областями (см. на рис. 4-24 область, лежащую между прямой 1—2 и кривой АВ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 16-1. Гухман А. А. Введение в теорию подобия. — М.: Высшая школа, 1963.
- 16-2 Гухман А. А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена. — М.: Высшая школа, 1967.
- 16-3. Зегжда А. П. Теория подобия и методика расчета гидротехнических моделей. — Л. — М.: Госстройиздат, 1938.
- 16-4. Избян С. В. Основы гидравлики. — М.: Госстройиздат, 1952
- 16-5 Кирпичев М. В. Теория подобия. — М.: Изд-во АН СССР, 1953.
- 16-6. Леви И. И. Моделирование гидравлических явлений. — Л.: Энергия, 1967.
- 16-7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа — М.: Наука, 1970
- 16-8. Пятряшев А. Н. Гидромеханика — М.: Военно-морское изд-во, 1953.

ГЛАВА СЕМНАДЦАТАЯ

ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ УСТАНОВИВШЕЕСЯ БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВОЙ ВОДЫ

§ 17-1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ УКАЗАНИЯ

Водопроницаемый грунт состоит из отдельных частиц (песчинок), между которыми имеются поры. Суммарный объем пор составляет часто 35—40% от объема всего грунта. Явление движения воды в этих порах называется фильтрацией. Вода в поры может попасть различным образом. Например, выпадая на поверхность земли в виде дождя, она затем просачивается в грунт. На некоторой глубине такая вода может быть задержана слоем

водопроницаемого грунта (плотной глиной, скалой); при этом вода далее будет двигаться по поверхности водопроницаемого слоя (рис. 17-1).

Водопроницаемый слой (так называемый водоупор) образует как бы русло потока грунтовой воды. В этом русле движется грунтовая вода, причем здесь получаем фильтрационный поток со свободной поверхностью, в каждой точке которой имеется атмосферное давление. Такие потоки называются безнапорными.¹

Движение грунтовой воды в песках и водопроницаемых глинистых грунтах является ламинарным.

Турбулентное движение грунтовой воды может получиться только в крупнозернистых грунтах (например, в гравии, гальке), а также в случае каменной наброски, трещиноватой скалы и т. п.

В данной главе будем рассматривать движения грунтовой воды: безнапорное, установившееся, плавно изменяющееся,² равномерное и неравномерное, ламинарное (турбулентного движения коснемся только кратко в конце главы).

На рис. 17-1 представлен случай равномерного движения. Однако обычно в практике встречаются случаи неравномерного движения.

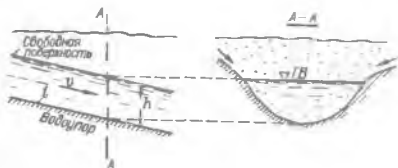


Рис. 17-1. Фильтрационный поток (поток грунтовой воды)

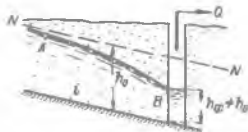


Рис. 17-2. Случай неравномерного движения



Рис. 17-3. К формуле (17-1)

Неравномерность движения грунтовой воды обуславливается: или неправильностью формы русла; или тем, что уклоны дна русла $i \neq 0$; или, наконец, тем, что в цилиндрическом русле с прямым уклоном дна каким-либо образом фиксируется глубина h_f , отличная от глубины h_0 равномерного движения (от нормальной глубины); например, из траншеи (рис. 17-2) откачивается вода, причем в траншее все время поддерживается глубина $h_f \neq h_0$.

Свободная поверхность фильтрационного потока называется депрессионной поверхностью; кривая же свободной поверхности AB (рис. 17-2) — кривой депрессии.

¹ В грунте, особенно мелкозернистом, возникает капиллярное поднятие воды (см. § 1-4). Однако это явление мы далее вовсе не будем учитывать.

² Рассматривая далее плавно изменяющиеся потоки, иногда будем сталкиваться с отдельными узлами этих потоков, характеризующимися резко изменяющимся движением.

В настоящей главе главным образом будем заниматься построением кривых депрессии; к этому часто и сводится расчет плавно изменяющихся безнапорных фильтрационных потоков. Дополнительно, еще иногда отыскивают величину фильтрационного расхода.

Существенной, впрочем, является также так называемая внешняя задача из области движения грунтовой воды, заключающаяся в выяснении величины сил, приложенных со стороны грунтовой воды к скелету грунта («фильтрационных сил»); однако этого вопроса мы далее вовсе не будем касаться (он рассматривается в курсе «Механика грунтов» и в курсе «Гидротехнические сооружения»).

Ниже рассматриваем в основном так называемую плоскую задачу; при этом имеем в виду поток шириной, равной, например, 1 м или 1 см, характеризуемый удельным (единичным) фильтрационным расходом q , измеряемым в $\text{м}^2/\text{с}$ (или в $\text{см}^2/\text{с}$):

$$q = Q/b, \quad (17-1)$$

где b — ширина грунтового русла (рис. 17-3).

Решая плоскую задачу, оперируем двумя координатами (x и z), располагая оси координат x и z в плоскости продольного вертикального сечения потока.

Выше (в гл. 7), рассматривая вопрос о построении кривых свободной поверхности для открытых русел, поступали следующим образом:

а) потерю напора рассматривали, исходя из формулы Шези ($v = C\sqrt{RJ}$), полагая, что v прямо пропорционально $J^{1/2}$;

б) учитывали величину скоростного напора $\frac{v^2}{2g}$, поскольку скорости v в случае открытых русел относительно велики.

Надо особенно подчеркнуть, что, в отличие от упомянутого случая турбулентного движения воды в открытых руслах, при расчете ламинарного движения грунтовой воды:

а) вместо формулы Шези пользуются другой формулой (формулой Дарси; см. ниже), согласно которой скорость прямо пропорциональна величине J в первой степени;

б) скоростным напором $\frac{v^2}{2g}$ ввиду малости скоростей движения грунтовой воды всегда пренебрегают.

Отсюда видно, что *напорная линия $E-E$ в случае грунтовой воды всегда совпадает с пьезометрической линией $P-P$.*

Линия, в которую сливаются кривые $E-E$ и $P-P$, обычно называется пьезометрической.

Понятия гидравлического и пьезометрического уклонов здесь оказываются тождественными:

$$J_h = J_p. \quad (17-2)$$

Понятия потенциального напора и полного напора (выражаемого в данном случае суммой только двух членов) здесь также совпадают:

$$H_p = H = z + \frac{P}{\gamma}. \quad (17-3)$$

Имея в виду такое положение, далее пользуемся вместо обозначения J_p , J_h , H_p , H только обозначениями J и H , причем J называем пьезометрическим уклоном, а H — просто напором.

График удельной энергии сечения (см. рис. 7-13) в случае грунтовой воды формально (для принимаемых далее расчетных схем) приобретает вид, показанный на рис. 17-4. В связи с пренебрежением величиной $\frac{v^2}{2g}$ и весьма малым фильтрационным расходом кривая $\mathcal{E} = f(h)$ на рис. 7-13 практически сливается со своими асимптотами, причем зависимость $\mathcal{E} = f(h)$ для грунтовой воды оказывается выраженной прямой OM . Из графика на рис. 17-4 видно, что для грунтовых вод критическая глубина всегда практически равна нулю:

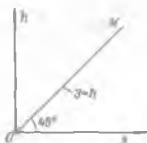


Рис. 17-4. Зависимость удельной энергии сечения \mathcal{E} от глубины h в случае фильтрационного потока:
 $\mathcal{E} = f(h)$

$$h_c = 0; \quad (17-4)$$

поэтому известная линия критических глубин $K-K$ всегда должна в случае грунтовой воды практически совпадать с линией дна.

Что касается критического уклона, то для безнапорного движения грунтовой воды он должен был бы равняться бесконечности (так как только при таком условии можно получить $h_c = h_x = 0$); однако такой уклон существовать не может. Поэтому следует считать, что фильтрационные потоки всегда характеризуются спокойным движением и уклоном дна $i < i_c$.

Отметив перечисленные теоретические положения, приведем теперь на рис. 17-5 три примера, дающие представление о практическом значении рассматриваемого

в этой главе вопроса.

На рис. 17-5.а представлен случай фильтрации воды из канала в реку; с тем, чтобы оценить величину потерь воды из канала на фильтрацию, приходится рассчитывать соответствующий фильтрационный поток.

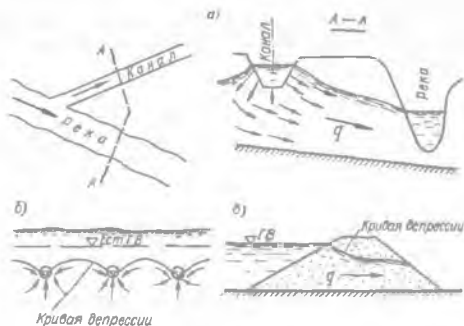


Рис. 17-5. Примеры фильтрационных потоков

На рис. 17-5,6 показана уже знакомая картина (см. рис. 6-14) — система дрен, в которые поступает грунтовая вода; здесь, чтобы установить величину расхода, необходимого для расчета дрен, приходится предварительно выполнять соответствующий фильтрационный расчет.

На рис. 17-5, в показана земляная плотина, через которую просачивается вода. При проектировании земляных плотин необходимо знать положение кривой депрессии.

Подобных примеров можно привести много.

§ 17-2. СКОРОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ЛАМИНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ (ФОРМУЛА ДАРСИ). ЗАМЕЧАНИЯ О ЗАВИСИМОСТЯХ, ОТЛИЧНЫХ ОТ ФОРМУЛЫ ДАРСИ

Представим на рис. 17-6 металлическую трубу, заполненную песком, имеющую внутренний диаметр D . Предположим, что под действием разности давлений на концах этой трубы вода, полностью заполняющая все поры в песке, движется (фильтрует) в этих порах

Наметим плоское поперечное сечение $A-A$ трубы. Рассматривая его, можем различать три разные площади:

а) площадь сечения пор грунта ($\omega_{пор}$); эту площадь можно рассматривать как площадь действительного «живого сечения» потока;

б) площадь сечения частиц

грунта ($\omega_{част}$); через эту площадь вода в действительности не проходит;

в) площадь сечения всей трубы ($\omega_{геом}$); очевидно,

$$\omega_{геом} = \frac{\pi D^2}{4} = \omega_{пор} + \omega_{част} \quad (17-5)$$

Рассматривая движение воды в какой-либо отдельной поре, получим эпюру скоростей для элемента живого сечения ab в виде, представленном на рис. 17-7. Однако в практике, вовсе не считаясь с неравномерностью распределения скоростей в порах, «действительной скоростью» движения воды в порах грунта называют величину

$$u' = \frac{Q}{\omega_{пор}} \quad (17-6)$$

где Q — расход воды, движущейся в трубе (рис. 17-6).

Наряду с этим вводят понятие так называемой скорости фильтрации

$$u = \frac{Q}{\omega_{геом}} = \frac{Q}{\omega_{пор} + \omega_{част}} \quad (17-7)$$



Рис 17-7. Эпюра скоростей u в поре в вертикальном пространстве

Как видно, скорость фильтрации (u) есть фиктивная (воображаемая) скорость, получающаяся в том случае, если мы себе представим, что вода движется не только через поры, но и через тельца частиц грунта, причем расход воды равен заданному (действительному) расходу).

Установим связь между действительной скоростью и скоростью фильтрации.

С этой целью обозначим коэффициент объемной пористости грунта¹ через n и коэффициент поверхностной пористости грунта через n_0 :

¹ В механике грунтов величину n , согласно (17-8), иногда называют просто пористостью грунта; коэффициентом же пористости называют другую величину.

$$n = \frac{\text{объем пор грунта}}{\text{объем пор грунта} + \text{объем частиц грунта}} < 1,0; \quad (17-8)$$

$$n_0 = \frac{\omega_{\text{пор}}}{\omega_{\text{геом}}} < 1,0. \quad (17-9)$$

Можно показать, что в случае однородного (по своему сложению) грунта

$$n = n_0. \quad (17-10)$$

Деля (17-7) на (17-6), получаем:

$$\frac{u}{u'} = \frac{\omega_{\text{пор}}}{\omega_{\text{геом}}} = n_0 = n, \quad (17-11)$$

откуда

$$u = nu'. \quad (17-12)$$

Так как $n < 1,0$ то скорость фильтрации (u) по величине всегда меньше действительной скорости (u').

Проводя опыты с фильтрацией в песках и глинах, еще в середине прошлого столетия установили, что скорость фильтрации u в случае установившегося движения может быть представлена следующей зависимостью, называемой формулой Дарси и выражающей основной закон ламинарной фильтрации:

$$\boxed{u = kJ,} \quad (17-13)$$

где u — скорость фильтрации в данной точке фильтрационного потока; J — пьезометрический уклон в той же точке; k — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом фильтрации.

Коэффициент фильтрации, имеющий размерность скорости [поскольку J в формуле (17-13) — величина безразмерная], представляет собой скорость фильтрации при уклоне $J = 1$. Как показывают опыты, для воды определенной температуры величина k зависит только от рода грунта. Вообще же величина k зависит не от вязкости фильтрующей через грунт воды, а следовательно, и от температуры воды, поскольку с изменением температуры вязкость воды изменяется. Из формулы (17-13) видно, что скорость фильтрации u прямо пропорциональна величине J в первой степени.

Указанную формулу можно представить еще в следующем виде:

$$\omega_{\text{геом}} u = \omega_{\text{геом}} k J, \quad (17-14)$$

или в виде

$$\boxed{Q = \omega k J,} \quad (17-15)$$

где под величиной ω понимаем $\omega_{\text{геом}}$ (значок «геом») как здесь, так и ниже опускаем).

Зависимость (17-15) также называется формулой Дарси.

Формула (17-13) или (17-15), относящаяся к ламинарной фильтрации, имеет определенные границы применимости. Для воды обычной температуры ($\nu \approx 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$) различные авторы рекомендуют применять указанную формулу в случае, когда

$$ud < 0,01 \div 0,07, \quad (17-16)$$

где u — в см/с, d — диаметр (в см) частицы грунта (некоторого среднего размера).

Если условие (17-16) не удовлетворяется, то получаем турбулентную фильтрацию, причем зависимость Дарси нарушается.¹

О турбулентной фильтрации. В случае турбулентной фильтрации вместо формулы (17-13) пользуются другой зависимостью, аппроксимирующей действительную связь между величинами u и J . Различают два вида такой зависимости:

1-й вид (одночленная формула):

$$u = kJ^{\frac{1}{m}} \quad \text{или} \quad J = \frac{1}{k^m} u^m, \quad (17-17)$$

где m — устанавливается при помощи опыта, величина m лежит в пределах: $1,0 \leq m \leq 2,0$.

2-й вид (двучленная формула):

$$J = au + bu^2, \quad (17-18)$$

где a и b — постоянные (для данного грунта и для данной температуры воды) коэффициенты, устанавливаемые экспериментально. Как видно, при малых скоростях (когда членом bu^2 можно пренебречь) зависимость (17-18) обращается в формулу Дарси (если положить, что $a = 1/k$); при больших же скоростях (когда можно пренебречь членом au) зависимость (17-18) обращается в формулу

$$J = bu^2, \quad (17-19)$$

отвечающую области квадратичного сопротивления

Аппроксимирующая зависимость (17-18) более удобна, так как согласно этой зависимости для данного грунта и данной температуры воды градиент J является функцией только u ; в случае же зависимости (17-17) для доквадратичной области сопротивления величина $J = f(u, m)$.

Модель сплошной движущейся среды. Пользуясь понятием скорости фильтрации, мы заменим для расчета действительную грунтовую воду, движущуюся только в порах грунта и имеющую разрывы, обусловленные наличием частиц грунта, обтекаемых водой, некоторой воображаемой движущейся сплошной средой, не имеющей вовсе разрывов, указанных выше. Такая сплошная среда в данном случае представляет собой обычную движущуюся воду, заполняющую все пространство (и поры, и объемы, занятые твердыми частями грунта; твердые частицы мы вовсе исключаем из рассмотрения в геометрическом смысле); скорость движения этой воображаемой воды принимается равной «скорости фильтрации» u (а не «действительной скорости») u . Здесь дополнительно представляем себе, что в каждой точке такого условного потока воды имеются объемные силы сопротивления движению, направленные против течения; величина этих сил, равномерно распределенных (при равномерном движении) по всему объему рассматриваемой области фильтрации, может быть устоявлена в соответствии, например, с формулой Дарси.

Начальный градиент. Как видно из общей зависимости (17-18), грунтовая вода даже при весьма малых значениях J (близких к нулю) должна приходить в движение, что и имеем для так называемой ньютоновской жидкости, т. е. для той жидкости, которая подчиняется зависимости Ньютона (4-22).

Однако в природе встречаются грунты (плотные глины) с очень малыми порами, измеряемыми долями миллиметра. Некоторые авторы полагают, что вода, находящаяся в таких порах, теряет свойство ньютоновской жидкости и в состоянии покоя оказывается способной выдерживать (как твердое тело) касательные напряжения той или другой величины. В связи с этим приходится считать, что существуют глины, которые начинают пропускать воду через свое поровое пространство только при градиентах $J > J_0$, где J_0 называется начальным градиентом. При $J \leq J_0$ для таких грунтов движение воды не имеет места; существующая здесь разность напора уравнивается упомянутыми касательными напряжениями. Величина J_0 обосновывается, опираясь на представление о «твердой воде» (см. конец § 1-4).

¹ В литературе, помимо зависимости (17-16), приводятся и другие экспериментальные критерии применимости формул (17-13) и (17-15), в которые входят вместо диаметра d коэффициент фильтрации k и коэффициент пористости n .

§ 17-3. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ФИЛЬТРАЦИИ

Существуют три различных метода определения коэффициента фильтрации, входящего в формулу Дарси:

1) лабораторный метод: k определяется в лаборатории на специальном приборе, в который закладывается образец интересующего нас грунта (с ненарушенной или нарушенной структурой);

2) расчетный метод: k определяется расчетом по особым эмпирическим формулам в зависимости от величины диаметра частиц грунта;

3) полевой метод: k определяется на месте строительства («в поле») путем откачки воды из специально устроенных колодцев.

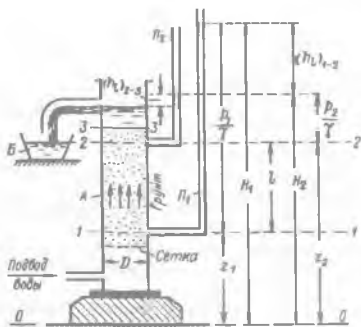


Рис. 17-8. Прибор Дарси для определения коэффициента фильтрации

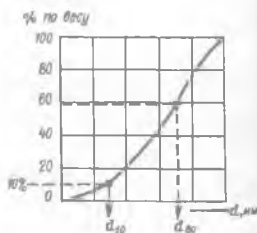


Рис. 17-9. Схема кривой гранулометрического (зернового) состава грунта

1°. **Лабораторный метод.** Для определения k в лаборатории обычно применяют особый прибор, называемый прибором Дарси.

Прибор Дарси представляет собой металлический цилиндр A (рис. 17-8) с сеткой, на которую укладывается испытываемый грунт. Через этот грунт под соответствующим напором фильтрует вода (например, снизу вверх¹). В сечениях $1-1$ и $2-2$, находящихся на расстоянии друг от друга, равном l , к цилиндру A приключены пьезометры $П_1$ и $П_2$, при помощи которых можно измерять напоры H_1 и H_2 в указанных двух сечениях. Вода, прошедшая через грунт, попадает в мерный сосуд B , посредством которого можно определить величину фильтрационного расхода:

$$Q = \frac{V}{t}, \quad (17-20)$$

где V — объем воды, скопившейся в мерном сосуде в течение времени t .

¹ При рассмотрении движения воды снизу вверх удобнее разъяснять вопросы гидравлики. Вместе с тем в практике (во избежание выпора грунта вверх фильтрующей водой) приборы Дарси конструируют часто так, чтобы вода в цилиндре A двигалась сверху вниз.

Решим формулу Дарси (17-15) в отношении k :

$$k = \frac{Q}{\omega J}. \quad (17-21)$$

По этой зависимости можно найти k для данного грунта. Очевидно, для этого в формулу (17-21) следует подставить Q , полученное по (17-20), и величину ω , т. е.

$$\omega = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (17-22)$$

где D — внутренний диаметр цилиндра A .

Что касается величины J , то

$$J = \frac{(h_1)_{1-2}}{l}, \quad (17-23)$$

где $(h_1)_{1-2}$ — потеря напора по длине между сечениями 1-1 и 2-2:

$$(h_1)_{1-2} = H_1 - H_2. \quad (17-24)$$

Заметим, что высота $(h_1)_{2-3}$, показанная на чертеже, представляет собой потерю напора в грунте по длине от сечения 2-2 до сечения 3-3.

2°. Расчетный метод. В литературе приводится много эмпирических формул, предложенных разными авторами для определения коэффициента фильтрации k . В этих формулах используются те или другие параметры, устанавливаемые по кривой гранулометрического (зернового) состава грунта (рис. 17-9), которая предварительно строится на основе соответствующего механического анализа грунта.

По этой кривой мы можем получить характерные диаметры фракций грунта, обозначаемые через d_{10} , d_{17} и d_{60} (d_{17} на рисунке не показан). Здесь d_{10} , d_{17} и d_{60} (в мм) являются диаметрами частиц, вес которых вместе с весом более мелких частиц составляет соответственно 10, 17 и 60% от веса всего грунта. Отношение

$$\eta = d_{60}/d_{10} \quad (17-25)$$

называется коэффициентом разнородности грунта.

Для примера приведем эмпирическую формулу М. П. Павлича:

$$k = 4 \frac{v \varphi^3}{v} \sqrt{\eta} \frac{n^2}{(1-\pi)^2} d_{17}^2, \quad (17-26)$$

где v — кинематический коэффициент вязкости жидкости (зависящий от температуры жидкости — в $\text{см}^2/\text{с}$); φ — коэффициент, учитывающий форму частиц грунта, принимаемый: для песчано-гравелистогалечных грунтов $\varphi = 1,0$, а для щебенных грунтов $\varphi = 0,35 - 0,40$; k — коэффициент фильтрации в $\text{см}/\text{с}$.

3°. Полевой метод.¹ Производя откачку воды из специально устроенного колодца, можем установить величину Q ; вместе с тем можно в натуре измерить также получающуюся в грунте кривую депрессии. Имея эту кривую и зная Q по особым формулам можно вычислить и величину k .

4°. **Заключительные замечания.** В заключение сделаем следующие замечания.

¹ Полевой метод определения k подробно рассматривается в курсе «Инженерная геология».

1. Величина k тем меньше, чем меньше частицы грунта и чем грунт более разнородный.

Таблица 17-1

Округленные значения коэффициента фильтрации k для различных грунтов

Грунт	k , см/с	k , м/сут
Песок крупнозернистый	0,1–0,01	100–10
Песок мелкозернистый	0,01–0,001	10–1
Супесь плотная	0,001–0,0001	1–0,1
Суглинок	0,0001–0,00001	0,1–0,01
Глина	0,00001–0,000001	0,01–0,001

2. Численные значения k встречаются в практике самые различные. Приведем только для примера табл. 17-1 округленных численных значений k для разных грунтов (с тем, чтобы показать только порядок численного значения k для этих грунтов).

3. Величина пьезометрического уклона J для безнапорного движения

обычно бывает значительно менее единицы: $J \ll 1,0$; только в исключительных случаях J может быть здесь более 1,0. Имея это в виду и учитывая формулу Дарси (17-13), заключаем, что скорости движения грунтовых вод бывают весьма малой величины, порядка 0,01–0,000001 см/с.

17-10. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВОЙ ВОДЫ

Представим на рис. 17-10 равномерное движение грунтовой воды. Так как в случае грунтовой воды скоростным напором пренебрегают, то напорная линия $E-E$, так же как и пьезометрическая линия $P-P$, должна совпадать со свободной поверхностью.

Поскольку свободная поверхность потока при равномерном движении параллельна линии $D-D$ дна потока, то

$$J = J_e = i, \quad (17-27)$$

а, следовательно, формулу Дарси (17-13) для случая равномерного безнапорного движения следует переписать в виде

$$u = ki \quad (17-28)$$

или

$$Q = \omega ki. \quad (17-29)$$

Для плоской задачи, когда рассматриваем единицу ширины потока, вместо (17-29) имеем

$$q = \frac{Q}{b} = h_0 ki, \quad (17-30)$$

откуда глубина потока при равномерном движении

$$h_0 = \frac{q}{ki}. \quad (17-31)$$

Уравнение (17-31) и является уравнением безнапорного равномерного движения грунтовой воды в случае плоской задачи



Рис. 17-10. Равномерное движение грунтовой воды ($v = u$)

§ 17-5. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ
БЕЗНАПОРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВОЙ ВОДЫ (ФОРМУЛА ДЮПЮИ)

В основу исследования неравномерного плавно изменяющегося движения грунтовой воды полагается так называемая формула Дюпюи. Рассматривая, для простоты пояснения, только плоскую задачу, представим на рис. 17-11 «действительную» картину фильтрации. На этом чертеже штриховой линией показаны линии тока, пунктиром — несколько искривленные действительные живые сечения.

Ясно, что самой верхней линией тока будет кривая депрессии AB , самой нижней — линия дна $D-D$. Ясно также, что линии тока должны быть ортогональны живым сечениям. Поэтому живые сечения (пунктир) должны подходить ортогонально к кривой депрессии AB и к линии дна $D-D$.

Напор в случае грунтовых вод [см. зависимость (17-3)] может быть записан в виде

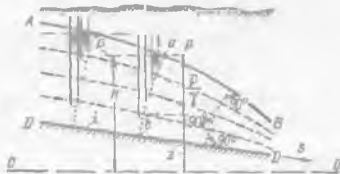


Рис. 17-11 Схема действительного фильтрационного потока в случае плавно изменяющегося движения

$$H = z + \frac{P}{\gamma} \quad (17-32)$$

Поскольку мы рассматриваем плавно изменяющееся движение, то на основании данных § 3-17 можем утверждать, что горизонты воды в пьезометрах, приключенных к разным точкам одного и того же живого сечения (например, сечения $a-b$), должны устанавливаться в одной и той же горизонтальной плоскости (см. плоскость $P-P$, возвышающуюся над плоскостью сравнения $O-O$ на величину напора H , отвечающего живому сечению $a-b$).

Как видно, можно написать

$$H = z + \frac{P}{\gamma} = \text{const} \quad (\text{для данного живого сечения}); \quad (17-33)$$

отсюда заключаем, что в рассматриваемом случае живые сечения являются линиями равного напора $H = \text{const}$.

Надо подчеркнуть, что упомянутая выше напорная (пьезометрическая) плоскость $P-P$ должна обязательно проходить через точку a , т. е. через точку пересечения данного живого сечения с кривой депрессии. Это ясно из того, что для точки a напор $H = z$ (атмосферное давление в точках кривой депрессии не учитываем).

Изучение плавно изменяющегося безнапорного движения грунтовых вод основано на двух положениях (допущениях):

- живые сечения считаются плоскими и, поскольку кривизна их невелика;
- живые сечения считаются вертикальными и, поскольку уклон дна русла i мал.

Принимая эти два допущения, вместо действительного фильтрационного потока (рис. 17-11) получаем расчетную модель, представленную на рис. 17-12. Эта модель характеризуется вертикальными плоскими живыми сечениями; линии тока здесь несколько неперпендикулярны к живым сечениям; однако с этой неувязкой мы миримся.

Гидравлическое рассмотрение вопроса, в соответствии с которым составляется формула Дюпюи, заключается в замене (для расчета) действительной картины фильтрации (рис. 17-11) схемой фильтрационного потока на рис. 17-12.

Рассматривая последнюю схему, намечаем два живых сечения: $a-b$ и $c-d$. Расстояние между этими живыми сечениями, измеренное в направлении оси s (см. чертеж), всюду одинаково и равно ds ($ds_1 = ds_2 = \dots = ds$). Напоры в сечениях $a-b$ и $c-d$ соответственно обозначим через H_1 и H_2 ;

потеря напора от сечения $a-b$ до сечения $c-d$ (на длине любого отрезка ds) запишется в виде

$$-dH = H_1 - H_2 \quad (17-34)$$

Как видно, для всех точек, намеченных на живом сечении $a-b$, потеря напора на соответствующей длине ds (всюду одинакового размера) будет одинакова и равна $(-dH)$.

Из сказанного ясно, что для схемы на рис. 17-12 величина *гидравлического уклона во всех*

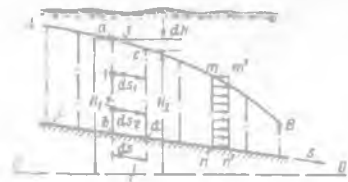


Рис. 17-12. Расчетная модель фильтрационного потока по Дюпюи ($v = u$)

точках данного живого сечения (например, сечения $a-b$) *одинакова и равна уклону свободной поверхности:*

$$J = -\frac{dH}{ds} = \text{const} \quad (\text{для живого сечения}). \quad (17-35)$$

Учитывая это положение, можем утверждать, что при плавно изменяющемся движении скорости фильтрации во всех точках данного живого сечения (например, сечения $a-b$) одинаковы и равны, согласно Дарси:

$$u = kJ = -k \frac{dH}{ds} = \text{const} \quad (\text{для живого сечения}). \quad (17-36)$$

Отсюда заключаем, что эпюра скоростей фильтрации u в случае плавно изменяющегося движения грунтовых вод для любого живого сечения, например для сечения $m-n$, выражается прямоугольником $m-n'-n''-n$ (см. рис. 17-12).¹

Таким образом, средняя скорость для данного живого сечения в случае плавно изменяющегося движения грунтовых вод равна

$$v = u, \quad (17-37)$$

где u — скорость в любой точке рассматриваемого живого сечения.

Учитывая (17-36) и (17-37), можем окончательно написать

$$v = -k \frac{dH}{ds} \quad (17-38)$$

где v — средняя скорость в рассматриваемом плоском вертикальном живом сечении;

H — возвышение точки кривой депрессии, принадлежащей данному плоскому сечению, над произвольной горизонтальной плоскостью сравнения

¹ На основании тех же соображений можно утверждать, что и для равномерного движения грунтовой воды (рис. 17-10) эпюра скоростей для любого живого сечения должна иметь вид прямоугольника.

ОО; величина H представляет собой также напор для рассматриваемого плоского вертикального сечения;

$-\frac{dH}{ds}$ — уклон кривой депрессии в точке, принадлежащей данному живому сечению.

Формула (17-38) и называется формулой Дюпюи. Не следует смешивать формулу Дарси и формулу Дюпюи. Формула Дарси дает нам скорость фильтрации u в любой точке области фильтрации при любом характере движения грунтовых вод (плавно или резко изменяющемся); формула же Дюпюи дает нам среднюю скорость v в плоском вертикальном живом сечении только для плавно изменяющегося (а также для параллельно-струйного) фильтрационного потока, причем, согласно Дюпюи, скорость v выражается через уклон свободной поверхности.

Сущность формулы Дюпюи можно выразить так: *средняя скорость v в данном плоском вертикальном живом сечении равна уклону свободной поверхности в этом сечении, умноженному на коэффициент фильтрации.*¹

§ 17-6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ НЕРАВНОМЕРНОГО ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВОЙ ВОДЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ РУСЛЕ

В данном случае пьезометрическая линия $P-P$ совпадает со свободной поверхностью. Уклон свободной поверхности потока J (рис. 17-13) может быть представлен двумя различными зависимостями [см. формулу (7-17),



Рис. 17-13. К выводу дифференциального уравнения неравномерного движения ($i > 0$)

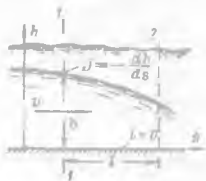


Рис. 17-14. К выводу дифференциального уравнения неравномерного движения ($i = 0$)

полученную при рассмотрении неравномерного движения в открытых руслах, и формулу (17-35)]:

$$J = i - \frac{dh}{ds}, \quad (17-39)$$

$$J = -\frac{dH}{ds}, \quad (17-40)$$

¹ Исследования некоторых авторов (И. А. Чарного, С. Н. Нумерова и др.) показали, что формула Дюпюи отвечает не только модели потока с плоскими вертикальными живыми сечениями (рис. 17-12), но также и модели потока с криволинейными живыми сечениями. Этим обстоятельством объясняется относительно большая точность формулы Дюпюи.

где i — уклон дна русла.

Учитывая эти соотношения, формулу Дюпона (17-38) можно переписать в виде

$$v = k \left(i - \frac{dh}{ds} \right), \quad (17-41)$$

где h — глубина воды в рассматриваемом сечении $I-I$; v — средняя скорость в этом сечении.

Зная среднюю скорость v , запишем выражение для расхода Q в форме:

$$Q = \omega v = \omega k \left(i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (17-42)$$

Это уравнение и представляет собой искомое дифференциальное уравнение, относящееся к общему случаю цилиндрического русла с прямым уклоном дна.

Для случая плоской задачи вместо (17-42) имеем [разделив (17-42) на ширину b потока прямоугольного поперечного сечения]

$$q = hk \left(i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (17-43)$$

В случае $i = 0$, что главным образом и встречается в практике, из зависимости (17-43) получаем

$$q = -kh \frac{dh}{ds}. \quad (17-44)$$

Справедливость соотношения (17-44) ясна непосредственно из рассмотрения рис. 17-14: намечаем живое сечение $I-I$, где глубина равна h ; для плоской задачи $\omega = h \cdot 1$; пьезометрический уклон в этом живом сечении

$$J = -\frac{dh}{ds}; \quad (17-45)$$

выяснив эти обстоятельства, пишем (сообразуясь с формулой Дарси) выражение расхода ($q = \omega v$) для живого сечения $I-I$, причем получаем (17-44).

§ 17-7. ФОРМЫ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ (КРИВОЙ ДЕПРЕССИИ) ПРИ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ГРУНТОВОЙ ВОДЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ РУСЛЕ

В § 17-1 было отмечено, что в случае грунтовой воды всегда имеем $i < i_x$ и $h_x = 0$.

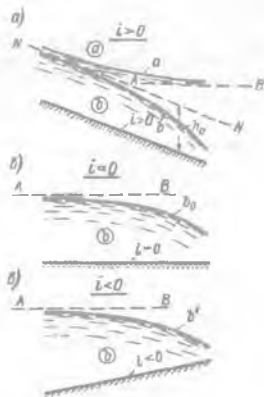


Рис. 17-15. Возможные формы свободной поверхности фильтрационного потока в цилиндрическом русле

Линия AB — горизонтальная условная «асимптота» кривой депрессии

Учитывая это, можем утверждать (см. рис. 7-26, 7-34 и 7-35), что при движении грунтовой воды известная зона c должна отсутствовать. Рассматривая возможные формы свободной поверхности, в данном случае приходится интересоваться только зонами a и b (при $i > 0$) и зоной b (при $i \leq 0$).

Как видно, фильтрационный поток имеет только четыре возможные формы свободной поверхности, показанные на рис. 17-15, а, б, в. Эти формы отвечают соответствующим формам, изображенным на рис. 7-26 (см. зоны а и б) и на рис. 7-34 и 7-35 (см. зону б).

Справедливость форм кривых депрессии, показанных на рис. 17-15, может быть обоснована анализом приведенного выше дифференциального уравнения.

§ 17-я. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВОЙ ВОДЫ (ДЛЯ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ)

Рассмотрим уклоны $i > 0$ и $i = 0$.

1°. Прямой уклон дна русла ($i > 0$). Удельный расход может быть выражен через нормальную глубину h_0 , согласно формуле (17-30):

$$q = kh_0i. \quad (17-46)$$

Подставляя это выражение для q в зависимость (17-43), получаем

$$kh_0i = kh \left(i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (17-47)$$

Как видно, в уравнении (17-47) коэффициент фильтрации сокращается. причем получаем

$$h_0i = hi - h \frac{dh}{ds}, \quad (17-48)$$

или

$$1 = \frac{h}{h_0} - \frac{1}{i} \frac{h}{h_0} \frac{dh}{ds} = \frac{h}{h_0} - \frac{1}{i} h_0 \frac{h}{h_0} \frac{d\left(\frac{h}{h_0}\right)}{ds}. \quad (17-49)$$

Вводя известное обозначение

$$\frac{h}{h_0} = \eta, \quad (17-50)$$

вместо (17-49) имеем

$$1 = \eta - \frac{1}{i} h_0 \eta \frac{d\eta}{ds} \quad (17-51)$$

или

$$\frac{i ds}{h_0} = \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta. \quad (17-52)$$

Интегрируя данное уравнение от сечения потока 1-1 до сечения потока 2-2 (рис. 17-13), получаем

$$\frac{il}{h_0} = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta \quad (17-53)$$

или

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1}, \quad (17-54)$$

где

$$\eta_1 = \frac{h_1}{h_0}; \eta_2 = \frac{h_2}{h_0}; l = s_2 - s_1, \quad (17-55)$$

причем l — расстояние между сечениями $1-1$ и $2-2$ (как и в открытых потоках); h_1 и h_2 — глубины соответственно в сечении $1-1$ и сечении $2-2$.¹

Переходя от натуральных логарифмов к десятичным, имеем окончательно

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 + 2,3 \lg \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1}. \quad (17-56)$$

Эта зависимость представляет собой уравнение кривой депрессии. Пользуясь уравнением (17-56), можно решать те же задачи, что и при рассмотрении открытых русел (см. гл. 7).

2°. Горизонтальное русло ($i = 0$). Переписываем уравнение (17-44) в виде

$$\frac{q}{k} ds = -h dh, \quad (17-57)$$

Разделив таким образом переменные, интегрируем (17-57) от сечения $1-1$ до сечения $2-2$ (рис. 17-14); при этом получаем²

$$\frac{q}{k}(s_2 - s_1) = \frac{1}{2}(h_1^2 - h_2^2), \quad (17-58)$$

откуда

$$\frac{q}{k} = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} \quad (17-59)$$

или

$$\frac{q}{k} = h_{cp} J_{cp}, \quad (17-59')$$

где

$$h_{cp} = \frac{h_1 + h_2}{2}; J_{cp} = \frac{h_1 - h_2}{l}.$$

Уравнение (17-59) также часто называют уравнением Дюпюи. По уравнению (17-59) легко построить кривую депрессии потока грунтовой воды, а также найти фильтрационный расход q .

Изобразим на рис. 17-16 прямоугольный грунтовой массив $ABCD$ длиной L , причем через h_1 и h_2 обозначим глубины воды в верхнем и нижнем бьефах. С тем, чтобы найти удельный расход воды, фильтрующей через грунтовой массив из верхнего бьефа в нижний, полагаем в уравнении (17-59)

$$l = L; \quad (17-60)$$

при этом получаем

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L} k. \quad (17-61)$$

¹ Сечение $2-2$, как и при движении воды в каналах, располагается всегда ниже по течению сечения $1-1$.

² Все обозначения, приводимые здесь, известны из предыдущего изложения.

Вычислив по этой формуле q , обращаемся к построению кривой депрессии $M-N$. При этом в уравнении (17-59) полагаем

$$h_1 = h; l = x, \quad (17-62)$$

где h — глубина в произвольном живом сечении $W_1 - W_1$, находящемся на расстоянии x от конца грунтового массива.

Как видно, уравнением Дюпюи (17-59) мы здесь соединяем два сечения: $W_1 - W_1$ и $W_2 - W_2$. В результате (17-59) приводится к виду

$$\frac{q}{k} = \frac{h^2 - h_2^2}{2x} \quad (17-63)$$

откуда

$$h = \sqrt{h_2^2 + \frac{q}{k} 2x} \quad (17-64)$$

Задавая в уравнении (17-64) различные значения x , можем по этому уравнению вычислить соответствующие значения h и в результате по точкам построить кривую депрессии $M-N$.

В уравнение (17-64) вместо q можно подставить его выражение (17-61).

При этом получим уравнение кривой депрессии:

$$h = \sqrt{h_2^2 + (h_1^2 - h_2^2) \frac{x}{L}} \quad (17-65)$$

Как видно, в уравнение (17-65) коэффициент фильтрации не входит. Отсюда можно сделать следующий существенный вывод:

в случае однородного грунта кривая депрессии не зависит от численного значения k , т. е. от степени водонепроницаемости грунта. При заданных h_1 и h_2 кривая депрессии $M-N$ будет совершенно одинаковой для песка и для глины. Согласно (17-61), от коэффициента фильтрации зависит только фильтроционный расход; величина этого расхода прямо пропорциональна численному значению коэффициента фильтрации.



Рис. 17-17. Возникновение промежутка высачивания Δ (рисунок выполнен не в масштабе)

Задача о построении кривой депрессии и об определении фильтроционного расхода решалась выше в предположении, что кривая депрессии $M-N$ выклинивается в нижний бьеф на уровне уреза воды нижнего бьефа, причем «выходная глубина» фильтроционного потока равна глубине воды нижнего бьефа h_2 .

В действительности, однако, в области выхода фильтроционного потока, в связи с возникновением здесь резко изменяющегося движения, имеет место картина, представленная на рис. 17-17: с одной стороны, в связи с искривлением живых сечений (линий равного напора; см., например, линию $N-a$) и, с другой стороны, в связи с тем, что линия равного напора N_0-b остается всегда

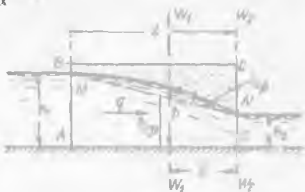


Рис. 17-16. Фильтрация через прямоугольный грунтовый массив

строго вертикальной (совпадающей с вертикальным ограничением $W_2 - W_3$) точка a отходит влево от точки b на расстояние ab , вдоль которого теряется напор в размере Δ . В соответствии с этим точка N отрывается от точки N_0 и поднимается над ней на величину Δ .

Участок с размером $\Delta = \overline{N - N_0}$, на протяжении которого происходит высачивание грунтовой воды непосредственно в атмосферу, называется промежутком высачивания. Как будет дополнительно пояснено (§ 17-12, п. 1^а), напор вдоль линии $N - N_0$ изменяется по линейному закону.

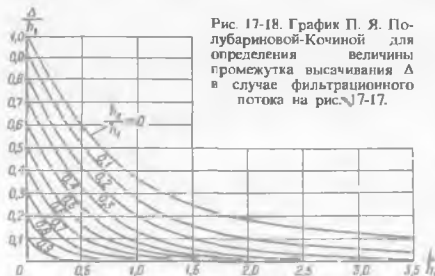


Рис. 17-18. График П. Я. Полубариновой-Кочиной для определения величины промежутка высачивания Δ в случае фильтрационного потока на рис. 17-17.

Если линия равного напора (живое сечение) $N - a$ подходит ортогонально к линиям $D - D$ и $W_2 - W_3$, то остальные линии равного напора, показанные на чертеже жирной штриховой линией, подходят к линии $N - N_0$ не ортогонально. Линия $W_2 - W_3$ в точке N является касательной к кривой депрессии.

Величина расхода q , проходящего через живое сечение $N - a$, будет $q = q_1 + q_2$, где q_1 — расход воды, проходящей через

сечение $N_0 - b$ и q_2 — расход воды, относящийся к промежутку высачивания (стекающий вниз по наружному ограничению грунтового массива в область нижнего бьефа).

Величина промежутка высачивания Δ для плоской задачи впервые была установлена методом математической механики жидкости Б. Б. Девисом в 1937—1938 г.

На рис. 17-18 приводится график, предложенный П. Я. Полубариновой-Кочиной, по которому легко определить величину Δ (обозначения, указанные на этом графике, см. на рис. 17-17).

Надо, впрочем, сказать, что формула Дюпюи дает величину расхода q достаточно точно, когда в зависимость (17-59) подставляем именно глубину воды h_2 нижнего бьефа, а не «выходную глубину» ($h_2 + \Delta$) фильтрационного потока. Таким образом, величина Δ представляет практический интерес только при построении кривой депрессии.

Анализ графика на рис. 17-18 показывает, что величина Δ имеет существенное значение при построении кривых депрессии для относительно коротких грунтовых массивов. При относительно длинных грунтовых массивах величина Δ , будучи небольшой, сказывается только на положении конечного участка $N' - N$ кривой депрессии, чем часто можно пренебречь.

§ 17-9. ПРИТОК ГРУНТОВОЙ ВОДЫ К ВОДОСБОРНОЙ ГАЛЕРЕЕ ИЛИ ДРЕНЕ

Галерея, в которую поступает грунтовая вода, может располагаться или непосредственно на водоупоре, или выше водоупора.

1°. Галерея, расположенная на водоупоре (рис. 17-19). Для определения удельного расхода q , поступающего в такую галерею (на 1 м ее длины) с одной ее стороны, пользуемся формулой Дюпюи (17-59), которую переписываем в виде

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L} k, \quad (17-66)$$

где h_1 — глубина грунтовой воды в естественном состоянии (до устройства

галереи); h_2 — глубина воды в галерее; L — так называемая длина влияния галереи (см. чертеж).

Эту длину приходится устанавливать на основании данных гидрогеологических изысканий. Иногда ее выражают в виде

$$L = \frac{h_1 - h_2}{J_{\text{ср}}}, \quad (17-67)$$

где $J_{\text{ср}}$ — средний уклон кривой депрессии, назначаемый в соответствии с указанными данными.

Очевидно, на 1 м длины галереи с двух ее сторон будет поступать расход $2q$. Зная q , по уравнению (17-64) строим кривую депрессии AB . Эту кривую депрессии можно строить также по уравнению (17-65), не вычисляя q .

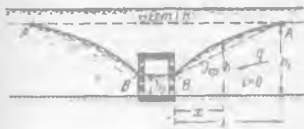


Рис 17-19. Приток воды к галерее, расположенной на водоупоре

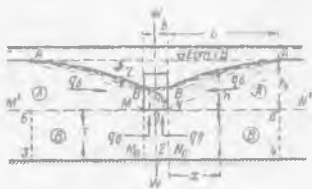


Рис 17-20. Приток грунтовой воды к галерее (дрене), расположенной выше водоупора (использование метода «параллельного фрагментирования» фильтрационного потока)

2°. Галерея, расположенная выше водоупора — всисчяя галерея (или дрена); рис. 17-20. Р. Р. Чугаевым (в 1935 — 1938 гг.) было предложено гидравлическое решение вопроса о симметричном притоке воды к всисчяей галерее (или дрене).¹ Это решение заключается в следующем.

Обозначим через M и N угловые точки галереи. Будем считать,² что линии тока, выклинивающиеся в точках M и N , представляют собой горизонтальные прямые $M' - M$ и $N' - N$.

Наметим ось симметрии $W - W$ имеющегося фильтрационного потока.

Рассматривая, например, левую часть симметричного потока, видим, что условная линия тока $M' - M$ разбивает эту часть на два фрагмента:

а) фрагмент A , обеспечивающий приток воды к галерее сбоку; величину этого бокового притока обозначим через q_6 ;

б) фрагмент B , обеспечивающий приток воды к галерее через половиину ширины ее дна; величину этого притока обозначим через $q_д$.

¹ Р. Р. Чугаев. Приток грунтовой воды к траншеям и горизонтальным водосборам, заложенным выше водонепроницаемого слоя — Известия ВНИИГ, т. 22, 1938. См. также [17-11].

² Это допущение специально обосновывается. При таком обосновании рассуждаем следующим образом: если глубина залегания водоупора значительна, то в питании галереи из ее дна участвует только верхняя часть водоносного пласта, называемая «активной зоной фильтрации». Путем соответствующих расчетов можно показать, что глубина этой активной зоны для сравнительно узких галерей (или дрен) невелика. Отсюда заключаем, что для галерей и дрен упомянутые линии $M - M'$ и $N - N'$ незначительно отличаются от горизонтальных прямых.

Очевидно приток воды на одну единицу длины всячей галереи (или дрены) может быть представлен в виде

$$q = 2(q_6 + q_d). \quad (17-68)$$

Величину q_6 , входящую в эту формулу, можем найти по зависимости (17-66), считая, что горизонтальная линия тока $M'-M$ является поверхностью водоупора (для потока, относящегося к фрагменту A); при этом кривую депрессии мы сможем построить для этих же условий по зависимости (17-65), как в п. 1.

Что касается доли от притока q_d , то величина его может быть найдена на основании особого гидромеханического решения задачи о фильтрации в области B (см. гл. 18). При выполнении такого решения считаем, что в области B имеется напорный фильтрационный поток, ограниченный с боков водонепроницаемыми стенками $M'-M$ и $3-2-1$; входным и выходным живыми сечениями этого потока являются сечения $5-3$ и $M-1$; напор, под действием которого происходит фильтрация в рассматриваемой области B , равен

$$Z = h_1 - h_2. \quad (17-69)$$

Результаты упомянутого теоретического решения поясненной задачи были представлены Р. Р. Чугаевым в виде графика на рис. 17-21, по которому можно установить величину

$$\frac{q_d}{kZ} = q_r \text{ (обозначение)}, \quad (17-70)$$

Рис. 17-21. График Р. Р. Чугаева для определения фильтрационного расхода q_d , поступающего через дно галереи (дренажной границы), показанной на рис. 17-20.

в зависимости от коэффициентов α и β :

$$\alpha = \frac{L}{L + \frac{b}{2}}; \quad \beta = \frac{L}{T}; \quad (17-71)$$

зная же величину q_r , легко определить и значение q_d :

$$q_d = kZq_r. \quad (17-72)$$

Кривые графика на рис. 17-21 можно аппроксимировать сравнительно простыми зависимостями. Такая аппроксимация дает возможность использовать следующий прием расчета величины q_r , входящей в формулу (17-72) (позволяющий при решении практических задач обходиться без графика на рис. 17-21).

В случае¹ $0,95 < \alpha < 1,0$ упомянутую величину q_r находим:

а) если $\beta < 3,0$, по формуле

$$q_r = A \sqrt{1 - a}, \quad (17-73)$$

где коэффициент A имеет следующие значения:

$$A = 0,1(7 - \beta) \text{ при } \beta \geq 0,6,$$

$$A = 0,64 \text{ при } \beta \leq 0,6;$$

б) если $\beta \geq 3,0$, по формуле

¹ Ограничимся рассмотрением только этого случая, который обычно и имеет место при расчете всячих дрен

$$q_r = \frac{q'_r}{1 + (\beta - 3)q'_r}, \quad (17-74)$$

где q'_r имеет следующие значения:

$$q'_r = 0,01 \left(29,3 - \frac{1}{1 + \frac{b}{6T}} \right) \approx 0,29 \quad \text{при} \quad \frac{1}{1 + \frac{b}{6T}} \leq 0,75;$$

$$q'_r = 0,34 \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \frac{b}{6T}}} \quad \text{при} \quad \frac{1}{1 + \frac{b}{6T}} \geq 0,75.$$

Необходимо подчеркнуть, что как показывают специальные исследования, в случае

$$\beta > 11,0 \quad \text{и} \quad \alpha < \left(1 - \frac{40}{\beta^2} \right) \quad (17-75)$$

всегда можно пренебречь сопротивлениями в области $M_a - M - N - N_0$ (см. рис. 17-20) и заменить для расчета действительную всячую галерею (рис. 17-20) воображаемой галереей $M_0 - B - B - N_0$, расположенной на водоупоре (сохранив в этой воображаемой галерее горизонт воды на заданном уровне); величина притока воды и положение кривых депрессии AB для этой условной галереи (рассчитываемой, как указано в п. 1⁴) практически будут теми же, что и для действительной всячей галереи.

§ 17-10. ПРИТОК ГРУНТОВОЙ ВОДЫ К КРУГЛЫМ ОДИНОЧНЫМ КОЛОДЦАМ

1. **Круглый колодец, доходящий до водоупора.** Колодец, доходящий до водоупора, называется совершенным. Представим на рис. 17-22 разрез такого колодца вертикальной плоскостью, проходящей через его центр; на этом же чертеже изобразим также план колодца (на чертеже показана только половина колодца в плане).

Через некоторое время после того, как колодец будет выкопан в грунте, он заполнится водой, причем уровень воды в нем будет совпадать с горизонтом $A-A$, отвечающим естественному горизонту грунтовых вод.

Представим себе, что из такого колодца начали откачивать определенный расход воды $Q = \text{const}$. При этом уровень воды в колодце будет понижаться; по мере понижения уровня расход воды, поступающей из грунта в колодец, будет увеличиваться. В конце концов наступит такой момент, когда расход воды, поступающей из грунта в колодец, сделается равным расходу Q , откачиваемому из колодца. При этом получим установившееся движение грунтовой воды, которому отвечает определенная глубина h_0 в колодце.

Геометрическая форма фильтрационного потока, отвечающая установившемуся движению воды, показана на рис. 17-22:

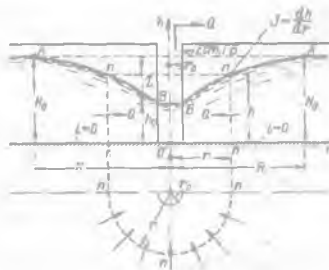


Рис. 17-22. Приток грунтовой воды к круглому совершенному колодцу

а) поток сверху ограничен так называемой депрессионной воронкой, представляющей собой поверхность, получающуюся в результате вращения кривой депрессии AB относительно вертикальной оси колодца Oh ;

б) живые сечения данного потока представляют собой круглоцилиндрические коаксиальные поверхности, имеющие вертикальные образующие; осью этих цилиндрических поверхностей является ось колодца Oh ; каждое живое сечение характеризуется своим радиусом r (ось Or показана на чертеже; здесь же, для примера, дано одно живое сечение $mn--mn$).

Обозначим через r_0 радиус колодца и через R — радиус депрессионной воронки; на расстоянии R от оси колодца Oh естественный уровень грунтовых вод практически не снижается. Глубину воды в этом месте обозначим через H_0 . Величина H_0 может быть названа мощностью водоносного слоя. Заметим, что расход Q , отдаваемый колодцем, называется дебитом¹ колодца.

Рассматривая описанное установившееся движение грунтовой воды, поставим цель найти фильтрационный расход Q (дебит колодца), отвечающий заданным глубинам H_0 и h_0 , а также уравнение кривой депрессии AB .

Как видно, здесь имеем не плоскую задачу, которую рассматривали до сих пор, а так называемую осесимметричную задачу движения грунтовой воды. Для решения ее возьмем некоторое произвольное живое сечение $mn--mn$, определяемое радиусом r .

Расход воды для этого сечения

$$Q = \omega v, \quad (17-76)$$

где

$$\omega = 2\pi r h, \quad (17-77)$$

причем здесь через h обозначена глубина потока в данном круглоцилиндрическом живом сечении, имеющем площадь ω .

Средняя скорость фильтрации

$$v = kJ, \quad (17-78)$$

где J — уклон кривой депрессии в данном сечении²

$$J = \frac{dh}{dr} \quad (17-79)$$

Подставляя (17-79) в (17-78), имеем:

$$v = k \frac{dh}{dr} \quad (17-80)$$

Подставляя теперь (17-80) и (17-77) в (17-76), получаем

$$Q = 2\pi r h k \frac{dh}{dr} \quad (17-81)$$

Разделив переменные, вместо (17-81) находим

$$\frac{Q}{k} \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{dr}{r} = h dh. \quad (17-82)$$

¹ Слово «дебит» (франц. «расход», «сбыт») не следует смешивать со словом «дебет» (лат. «он должен»).

² В зависимости (17-79) знак минус отсутствует, так как ось r направлена против течения.

Интегрируя это дифференциальное уравнение в пределах от $r = r_0$ до $r = R$, получаем

$$\frac{Q}{k} \frac{1}{2\pi} \int_{r_0}^R \frac{1}{r} dr = \int_{h_0}^{h_n} h dh \quad (17-83)$$

или

$$\frac{Q}{k} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{R}{r_0} = \frac{H_0^2 - h_0^2}{2}; \quad (17-84)$$

откуда

$$Q = \pi \frac{H_0^2 - h_0^2}{\ln \frac{R}{r_0}} k; \quad (17-85)$$

переходя же к десятичным логарифмам, окончательно получим

$$Q = 1,36 \frac{H_0^2 - h_0^2}{\lg \frac{R}{r_0}} k \quad (17-86)$$

По этой формуле находят дебит колодца.

Для построения кривой депрессии АВ перепишем формулу (17-86) в виде

$$Q = 1,36 \frac{h^2 - h_0^2}{\lg \frac{r}{r_0}} k, \quad (17-87)$$

где h — произвольная глубина; r — отвечающий ей радиус.

Решая эту зависимость в отношении h , имеем

$$h = \sqrt{h_0^2 + \frac{Q}{k} \frac{1}{1,36} \lg \frac{r}{r_0}}. \quad (17-88)$$

Задаваясь в этой формуле разными r , находим соответствующие им величины h ; в результате представляется возможным по вычисленным точкам построить кривую депрессии АВ.

Подставляя в (17-88) величину Q по (17-86), получаем второе уравнение для построения кривой депрессии

$$h = \sqrt{h_0^2 + \frac{\lg \frac{r}{r_0}}{\lg \frac{R}{r_0}} (H_0^2 - h_0^2)}. \quad (17-89)$$

Из этого уравнения ясно, что при заданных H_0 , h_0 и R кривая депрессии не зависит от коэффициента фильтрации k .

Как видно, для определения дебита колодца Q , а также для построения кривой депрессии АВ необходимо знать величину R , т. е. так называемый радиус влияния колодца. Понятие радиуса влияния колодца R носит несколько условный характер: в точке А кривой депрессии (рис. 17-22) уклон свободной поверхности теоретически не может быть равен нулю. Пренебрегая, однако, этим обстоятельством, величину R назначают иногда по данным практики — в зависимости от рода грунта; например, принимают: для мелкозернистого песка $R = 250$ м; для крупнозернистого песка $R = 1000$ м. В лите-

ратуре также приводятся различные приближенные зависимости для определения R (полученные, в частности, в результате рассмотрения неустановившегося движения грунтовой воды).

Иногда для определения R рекомендуется эмпирическая формула Зихарда:

$$R = 3000Z\sqrt{k}, \quad (17-90)$$

где Z — снижение горизонта воды в колодце, м; k — коэффициент фильтрации, м/с.

Более точное значение R может быть установлено, на основании гидрогеологических изысканий.

Надо обратить внимание на то, что погрешность, получаемая при выборе

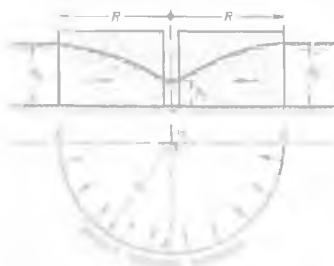


Рис. 17-23. Приток воды к совершенному круглому колодцу (граница области питания имеет в плане форму окружности)

«радиусом области питания водоносного пласта» здесь вполне приемлемо, причем какие-либо условия, связанные с назначением величины R , отпадают.

В практике, однако, встречаются условия, когда граница области питания водоносного пласта значительно отличается (в плане) от окружности AAA , показанной на рис. 17-23. К таким случаям относится колодец, расположенный вблизи берега реки или между двумя параллельно текущими реками и т. п. При таком расположении колодцев живые сечения фильтрационного потока уже не будут представлять собой в плане концентрические окружности. Поэтому полученная выше формула (17-86) для расчета таких колодцев оказывается неприемлемой.

Расчеты одиночного колодца, имеющего границу области питания водоносного слоя, отличную в плане от окружности, приводятся в специальной литературе.

2. О промежутке высачивания (в случае колодца). Расчетная формула (17-89), найденная для водоносного пласта неограниченного простираения, строго говоря, годна для построения кривой депрессии только при относительно больших величинах h_0 , т. е. при относительно малых снижениях Z уровня воды в колодце.

Дело в том, что в действительности кривая депрессии выклинивается всегда выше горизонта воды в колодце на величину промежутка высачивания Δ (рис. 17-24). При выводе же формулы (17-89) мы пренебрегали величиной Δ ; однако так можно поступать только тогда, когда глубина воды в колодце h_c достаточно велика, при $h_c < 0,5h_0$ величина Δ приобретает столь большое значение, что пренебрежение ею влечет за собой сильное искажение кривой депрессии (в ее конце).



Рис. 17-24. Промежуток высачивания Δ в случае притока воды к колодцу

Способы определения Δ для колодцев освещаются в специальной литературе. Величина Δ для осесимметричной задачи получается значительно больше, чем для плоской задачи (§ 17-8).

Как показывают соответствующие исследования, формула (17-86) для определения расхода, несмотря на неучет Δ при ее выводе, дает все же достаточно точные величины Q и в случае больших снижений уровня воды в колодце.



Рис. 17-25. Несовершенный колодец

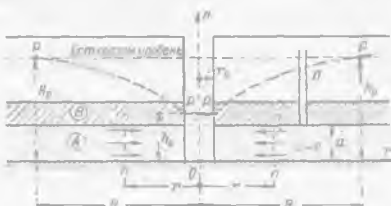


Рис. 17-26. Совершенный артезианский колодец

2. Круглый колодец, не достигающий до водоупора — несовершенный колодец (рис. 17-25). В отличие от предыдущего случая, здесь вода поступает в колодец не только через его боковые стенки, но и через дно.¹

Можно сказать, что полный дебит колодца равняется $Q_b + Q_d$, где Q_b — боковой и Q_d — донный приток воды к колодцу. Для определения дебита колодца в этом случае были предложены некоторые экспериментальные формулы, на которых останавливаться не будем.²

3°. Совершенный артезианский колодец (рис. 17-26). Для такого колодца получаем не безнапорное, а напорное движение воды в водоносном слое А, прикрытом сверху «водонепроницаемым» слоем В.

В отличие от случая, рассмотренного в п. 1°, здесь имеем:

а) живые сечения потока в слое А всюду имеют постоянную высоту

$$h = a,$$

где a — мощность напорного водоносного слоя;

б) кривая депрессии отсутствует. Вместо кривой депрессии АВ (рис. 17-22) получаем пьезометрическую линию Р—Р (рис. 17-26).

Вопрос о величии Q решается так же точно, как и в случае совершенного колодца (п. 1°). В результате получаем расчетную зависимость для Q в виде

$$Q = 2,73 \frac{a(H_0 - h_0)}{\lg(R/r_0)} k. \quad (17-91)$$

4°. Совершенный поглощающий (абсорбирующий) колодец (рис. 17-27). Здесь имеем случай, когда вода не откачивается из колодца, а, наоборот, сбрасывается

¹ Имеются в виду колодцы достаточно большого диаметра.

² См., например, Н. И. Дружинин. Изв. ВНИИГ, т. 37, 40, 42, 1948 — 1950 гг.

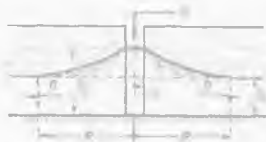


Рис. 17-27. Поглощающий колодец

в колодец с поверхности земли (абсорбирующие колодцы устраиваются, например, с целью осушения поверхности земли).

Течение грунтовой воды имеет такой же осесимметричный характер, как и в п. 1^с. Однако в отличие от этого случая, здесь мы имеем движение грунтовой воды не по направлению к оси колодца, а в противоположную сторону.

Применяя тот же метод рассуждения, что и в п. 1^г, окончательно получаем

$$Q = 1,36 \frac{h_0^2 - H_0^2}{R} k \quad (17-92)$$

§ 17-11. ПЛАНОВАЯ ЗАДАЧА О ПРИТОКЕ ВОДЫ К ГРУППЕ КРУГЛЫХ СОВЕРШЕННЫХ КОЛОДЦЕВ («ВОДОПНИЖЕНИЕ»), «СЛОЖЕНИЕ» ПРОСТЕЙШИХ БЕЗНАПОРНЫХ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

В практике встречаются случаи, когда приходится устраивать группу произвольно расположенных в плане колодцев. Например, чтобы осушить откопанный котлован, его окружают колодцами (рис. 17-28), из которых откачивают воду. В результате уровень грунтовой воды снижается на величину d по положению 1-2-3-4-5; при этом котлован осушается и грунт, образующий его откосы и дно, делается более устойчивым.

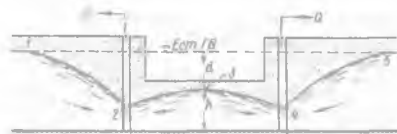


Рис. 17-28. Осушение котлована дренажными колодцами

примера изображены в плане только три колодца: I, II и III.

Положим, что нам требуется найти отметку поверхности депрессии или глубину фильтрационного потока в некоторой произвольной точке a . Очевидно, к этому вопросу и сводится решение указанной задачи.

Наметим на рис. 17-29 вертикальные сечения по линиям $a-I$, $a-II$ и $a-III$. Далее, вращая эти сечения относительно вертикали, проходящей через точку a , совместим их в одной вертикальной плоскости (см. рис. 17-30, на котором вертикаль $a-a$ является общей для всех совмещенных разрезов).

Покажем далее на рис. 17-30 сплошными линиями действительные кривые депрессии по линиям $a-I$, $a-II$ и $a-III$ (см. рис. 17-29), получающиеся, когда из колодцев I, II, III откачивают насосами известные нам расходы Q_1 , Q_2 , Q_3 .

Изобразим затем на рис. 17-30 штриховыми линиями условные кривые депрессии, построенные в предположении, что каждый колодец работает как одиночный (в условиях отсутствия остальных колодцев), причем расход, поступающий в рассматриваемый колодец,¹ равен расходу, поступающему в него в действительности (при наличии остальных колодцев). Например, кривая AB является кривой депрессии, полученной для условий, когда имеется только один колодец I, из которого выкачивается действительный расход Q_1 .

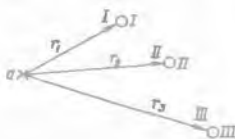


Рис. 17-29. К выводу зависимости Форхгеймера (17-93)

¹ А следовательно, выкачиваемый из него насосом.

Ясно, что кривую депрессии AB легко можно было бы построить по уравнению (17-88), относящемуся к одиночному колодцу, если бы нам был известен не только расход Q_{Σ} , но была бы известна еще и одна глубина (h') в каком-либо месте данного условного фильтрационного потока. Однако глубина h' нам не задана. Имея это в виду, с целью использовать поясненные фиктивные потоки, мы далее вводим в расчет особое пограничное условие (относящееся к точке M , показанной на рис. 17-31: в этой граничной точке, как видно будет из дальнейшего, сумма квадратов глубин, относящихся к отдельным фиктивным потокам, является нам заданной, что является достаточным для решения рассматриваемой задачи). Отметим это обстоятельство, обозначим теперь через h_1, h_2, h_3 глубины в точке a (на вертикали $a-a$), относящиеся к трем показанным на чертеже фиктивным потокам (см. рис. 17-30). Через h обозначим искомую глубину в точке a , относящуюся к действительному фильтрационному потоку (представленному на чертеже сплошной линией).

Для глубины h в любой точке поверхности депрессии в случае одновременной работы ряда колодцев Форхгеймер дал следующую теоретическую зависимость:

$$h^2 = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \dots + h_n^2, \quad (17-93)$$

где n — число имеющихся колодцев (в нашем примере $n = 3$).

Согласно этой зависимости квадрат глубины h сложного безнапорного фильтрационного потока в некоторой точке, намеченной на его плане, равен сумме квадратов глубин в этой же точке особым образом подобранных простейших безнапорных фильтрационных потоков (на которые, так сказать, разлагается рассматриваемый сложный поток).

Данная общая зависимость, позволяющая осуществлять «сложение» простейших безнапорных потоков (суперпозицию соответствующих функций), может быть использована для расчета не только потока, получающегося в случае группы колодцев, но и для расчета любых других сложных фильтрационных потоков, которые удастся «разложить» на простейшие. Эта зависимость была получена Форхгеймером с учетом следующих трех допущений:

- 1) поверхность водоупора считается строго горизонтальной;
- 2) величина промежутков высачивания Δ (рис. 17-24) считается равной нулю;
- 3) живые сечения рассматриваемого действительного фильтрационного потока принимаются в виде цилиндрических поверхностей с вертикальными образующими; направляющие этих цилиндрических живых сечений (являющиеся гидротоками) могут быть кривыми любого вида, причем фильтрационный поток в плане может быть резко изменяющимся.

Рис. 17-31. Пограничные условия при решении зависимости (17-99)

Условимся в дальнейшем фильтрационный поток, удовлетворяющий указанным трем условиям [к которому может быть приложена зависимость (17-93)], называть моделью Форхгеймера.

Зависимость (17-93) получается в результате следующих рассуждений. Рассматривая какой-либо фильтрационный поток (модель Форхгеймера), можно представить его в плане

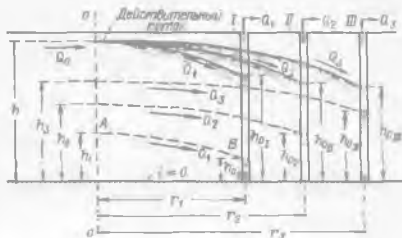


Рис. 17-30. К выводу зависимости Форхгеймера (17-93)

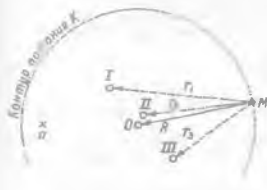


Рис. 17-31. Пограничные условия при решении зависимости (17-99)

Условимся в дальнейшем фильтрационный поток, удовлетворяющий указанным трем условиям [к которому может быть приложена зависимость (17-93)], называть моделью Форхгеймера.

Зависимость (17-93) получается в результате следующих рассуждений. Рассматривая какой-либо фильтрационный поток (модель Форхгеймера), можно представить его в плане

как векторное поле «расходов в точках плана потока»: $q = vh$, где v — средняя скорость по вертикали в той или другой точке потока (в которой измеряется глубина h ; см. стр. 510).

Такое векторное поле имеет потенциальную функцию φ (см. стр. 40) в виде

$$\varphi = -\frac{kh^2}{2}$$

Действительно, функция φ зависит только от координат, и частные производные ее по координатам x и y дают проекции вектора q на оси x и y , т. е. величины q_x и q_y .

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -h \left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) = q_x;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -h \left(k \frac{\partial h}{\partial y} \right) = q_y.$$

где, согласно Дарси и Дюпюи,

$$-k \frac{\partial h}{\partial x} = v_x \quad \text{и} \quad -k \frac{\partial h}{\partial y} = v_y,$$

причем здесь v_x и v_y — проекции средней скорости v на координатные оси.

Линии равного потенциала, описывающие рассматриваемое векторное поле, будут иметь наименование $\varphi = -\frac{kh^2}{2} = \text{const}$ или просто $h^2 = \text{const}$, поскольку величина $-\frac{k}{2} = \text{const}$.

Имея в виду последнее обстоятельство и пользуясь методом сложения потенциальных потоков (см. стр. 81), можно, согласно зависимости (3-25'), написать формулу (17-93)

На основании зависимости (17-93) можем утверждать, что если в какой-либо одной точке M , взятой, например, на границе потока (см. далее рис. 17-31), сумма квадратов глубин фиктивных потоков равна квадрату глубины действительного потока, то такое же соотношение глубины фиктивных потоков и глубины действительного потока будет иметь место во всех остальных точках поверхности депрессии, в частности в точке a .

Учитывая сказанное, с целью отыскания на основании общей теоретической зависимости (17-93) расчетной формулы для определения глубины действительного фильтрационного потока в точке a (рис. 17-29), поступаем следующим образом.

Интегрируя уравнение (17-82), относящееся к одиночному колодцу, имеем

$$h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r + C', \quad (17-94)$$

где h — глубина потока h при наличии одного колодца; C' — постоянная интегрирования.

Для каждого из n имеющихся колодцев, сообразуясь с (17-94), можем написать следующие выражения для фиктивных глубин в точке (см. вертикаль $a-a$ на рис. 17-30):

$$\left. \begin{aligned} h_1^2 &= \frac{Q_1}{\pi k} \ln r_1 + C_1, \\ h_2^2 &= \frac{Q_2}{\pi k} \ln r_2 + C_2, \\ &\dots \\ h_n^2 &= \frac{Q_n}{\pi k} \ln r_n + C_n. \end{aligned} \right\} \quad (17-95)$$

где $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ — расстояния от оси соответствующих колодцев до рассматриваемой точки (см. рис. 17-29); $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ — известные расходы, определяемые заданной производительностью насосов.

Подставляя (17-95) в (17-93) получаем для искомой глубины выражение

$$h^2 = \sum \left(\frac{Q}{\pi k} \ln r \right) + C. \quad (17-96)$$

где

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n. \quad (17-97)$$

Ограничимся далее рассмотрением простейшего случая, когда

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n = \frac{Q_0}{n}, \quad (17-98)$$

где Q_0 — общий расход воды, откачиваемой из всех колодцев.

В этом частном случае вместо (17-96) получаем:

$$h^2 = \frac{Q_0}{\pi n k} \sum (\ln r) + C. \quad (17-99)$$

Постоянную C определяем, исходя из рассмотрения граничных условий водоносного пласта.

Будем считать, что в нашем случае водоносный пласт ограничен в плане контуром питания K (рис. 17-31). Линию этого контура считаем настолько удаленной от рассматриваемой группы колодцев, что для любой точки M контура K можно написать:

$$r_1 \approx r_2 \approx r_3 \approx \dots \approx R, \quad (17-100)$$

где R — «радиус влияния группы колодцев», или «радиус границы питания водоносного слоя».

Прилагая уравнение (17-99) к какой-либо точке M , расположенной на контуре K и считая, что глубина H_0 фильтрационного потока в этой точке известна, можем написать:

$$H_0^2 = \frac{Q_0}{\pi n k} \ln R^n + C, \quad (17-101)$$

откуда

$$C = H_0^2 - \frac{Q_0}{\pi n k} \ln R^n \quad (17-102)$$

Подставляя (17-102) в (17-99), имеем

$$h^2 = H_0^2 - \frac{Q_0}{\pi k} \left[\ln R - \frac{1}{n} \sum (\ln r) \right] \quad (17-103)$$

или

$$h^2 = H_0^2 - 0,73 \frac{Q_0}{k} \left[\lg R - \frac{1}{n} \lg (r_1 r_2 r_3 \dots r_n) \right]. \quad (17-104)$$

Формула (17-104) и является расчетной для случая любой группы совершенных колодцев, когда расходы Q_i откачиваемые из этих колодцев, одинаковы и когда плановые размеры проектируемой группы колодцев пренебрежимо малы сравнительно с плановыми размерами области, ограниченной контуром питания K .

В формуле (17-104) имеем следующие обозначения: n — число эксплуатируемых колодцев; Q_0 — расход воды, выкачиваемой насосами из всех колодцев; h — глубина фильтрационного потока в любой точке депрессионной поверхности; $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ — расстояния от этой точки до центров соответствующих колодцев; H_0 — известная глубина в какой-либо точке M контура питания, например, мощность водоносного слоя в естественном состоянии; R — расстояние от точки M до центра группы колодцев; величину R устанавливают на основании данных гидрогеологических изысканий; иногда под R понимают радиус влияния группы колодцев, причем численные значения R принимают те же, что и в случае одиночного колодца.

Часто задача расчета по формуле (17-104) ставится так:

Дано: $k, H_0, R, \frac{Q_0}{l}, h$, где $\frac{Q_0}{l}$ — производительность одного насоса, обслуживающего один колодец;

h — глубина фильтрационного потока в центре группы колодцев; эта глубина задается с учетом необходимой степени осушения d (рис. 17-28); дополнительно задается трасса, по которой располагаются колодцы.

Требуется найти: число колодцев n , обеспечивающее заданную степень осушения d : $Q_0 = n \left(\frac{Q_0}{n} \right)$; глубины воды в колодцах h_{01}, h_{02}, h_{03} .

При такой постановке вопроса в общем случае величину l , а следовательно, и величину Q_0 по формуле (17-104) отыскивают путем ряда попыток: задавая по намеченной трассе разным числом колодцев, а также разным их расположением и определяя по (17-104) искомую величину h .

Установив число колодцев и их расположение в плане и зная дебит каждого колодца, находят глубины воды h_0 в колодцах. При этом поступают следующим образом: рассматривая тот или другой колодец, задаются его радиусом r_0 и затем прилагают зависимость (17-104) к точке депрессионной поверхности, находящейся на расстоянии r_0 от центра рассчитываемого колодца, т. е. к точке, совпадающей со стенкой этого колодца. Очевидно, вычисленная по формуле (17-104) глубина фильтрационного потока для указанной точки и будет представлять собой глубину воды в данном колодце.¹

Таким образом, для искомой глубины воды h_{01} , например, в первом колодце, согласно зависимости (17-104), можем написать расчетную формулу:

$$h_{01} = \sqrt{H_0^2 - 0,73 \frac{Q_0}{k} \left[\lg R - \frac{1}{n} \lg (r_{01} r_{23} \dots r_n) \right]}, \quad (17-105)$$

где r_{01} — радиус первого колодца; r_2, r_3, \dots, r_n — расстояния от точки, взятой на стенке первого колодца, до центров остальных колодцев.

Установленные величины h_0 и r_0 должны удовлетворять следующим требованиям:²

1) внутренние размеры колодца должны быть достаточными для размещения в нем соответствующего насосного оборудования;

2) выходное живое сечение фильтрационного потока не должно быть слишком малым, так как при малом выходном сечении (и при заданном Q) будем получать большие выходные скорости, что может вызвать размыв грунта фильтрационным потоком и возникновение при выходе фильтрационного потока в колодец турбулентного режима, обуславливающего резкое возрастание потерь напора.⁴

Обычно величинами r_0 задаются⁵ в пределах $r_0 \approx 75 - 250$ мм; минимальные допустимые глубины (h_0)_{мин} получают часто равными (h_0)_{мин} $\approx 4,0 - 8,0$ м.

Если трасса, вдоль которой устраиваются колодцы, имеет в плане вид окружности K_0 (рис. 17-32) с радиусом R_0 , то рассматривая центральную точку O (см. точку 3 на рис. 17-28), имеем для нее

$$r_1 = r_2 = r_3 = \dots = r_n = R_0, \quad (17-106)$$

¹ Предполагается, что дебиты всех колодцев одинаковы

² Промежутком высачивания Δ здесь пренебрегаем (см. выше).

³ При указанной выше постановке задачи глубины воды h_0 в колодцах должны получаться в общем случае различными.

⁴ Небольшое выходное сечение фильтрационного потока нежелательно также в связи с возможностью химического и механического кольматации («заилиния») пор грунта в месте выхода фильтрационного потока.

⁵ Задавая слишком малым r_0 , мы можем по формуле (17-105) получить, вообще говоря, величину h_0 отрицательной. При таком положении следует увеличивать r_0 .

причем зависимость (17-104) применительно к точке 3 записывается в виде

$$h^2 = H_0^2 - 0,73 \pi \frac{Q_0}{n} \frac{1}{k} \lg \frac{R}{R_0} \quad (17-107)$$

Это соотношение решается в отношении n или Q_0 без подбора

$$n \frac{Q_0}{\pi} = Q_0 = 1,36 \frac{H_0^2 - h^2}{\lg \frac{R}{R_0}} k \quad (17-108)$$

Формулу (17-108) иногда называют «формулой большого колодца», так как по своему виду она сходна с зависимостью (17-86), относящейся к одиночному колодцу. Очевидно, для осесимметричного расположения колодцев глубины воды в них (при одинаковых радиусах r_0) должны получаться, согласно зависимости (17-105), одинаковыми.

В заключение приведем следующее замечание.

При большом количестве колодцев описанный выше способ построения депрессионной поверхности практически неудобен, так как он требует значительной вычислительной работы. Поэтому в настоящее время, окружая строительные котлованы большим числом скважин (буровых колодцев), расположенных обычно по радиальным трассам, для расчета депрессионной поверхности пользуются особым методом, согласно которому отдельные ряды колодцев (совершенных или несовершенных) заменяют совершенными траншеями. Такая замена влечет за собой искажение искомого депрессионной поверхности только в непосредственной близости к линии колодцев, чем пренебрегают.

Выполняя замену колодцев траншеями, пользуются специальными формулами (здесь не приводимыми), устанавливающими связь между уровнями воды в колодцах и другими их параметрами с параметрами расчетных траншей [17-7].



Рис. 17-32. Расположение (в плане) осушительных колодцев по окружности

R — радиус влияния группы колодцев

§ 17-12. ФИЛЬТРАЦИЯ ВОДЫ ЧЕРЕЗ ОДНОРОДНУЮ ЗЕМЛЯНУЮ ПЛОТИНУ

Рассмотрим плотину, образованную грунтом, однородным в отношении коэффициента фильтрации, т. е. такую плотину, во всех точках которой коэффициент фильтрации одинаков.

Вначале будем иметь в виду плотину, расположенную на водонепроницаемом основании.

1. Общий вид фильтрационного потока в теле плотины, расположенной на водонепроницаемом основании. Пограничные условия. Если пренебречь капиллярным поднятием воды, которое имеет место в грунте,¹ то при этом действительная картина фильтрации получает вид, представленный на рис. 17-33. Из этого чертежа видно, что область фильтрации здесь получает форму фигуры $ABCDE$.

Можно различать пять участков границы этой области.

1) Участок AB . Во всех точках его напор H одинаков и равен H_1 (см. чертеж). Отсюда заключаем, что AB является линией равного напора.

2) Участок DE . Этот участок так же, как и AB , представляет собой линию равного напора ($H_2 = \text{const}$).

¹ Высотой капиллярного поднятия мы всюду пренебрегаем. Однако в некоторых случаях явление капиллярности может значительно влиять на фильтрацию воды.

3) Участок *AE* (поверхность водоупора). Как известно, поверхность водоупора представляет собой самую нижнюю линию тока

4) Участок *BC* (кривая депрессии). Кривая депрессии является линией равного давления (линией атмосферного давления);¹ кроме того, как известно, кривая депрессии есть самая верхняя линия тока. Характерно для кривой депрессии то обстоятельство, что в любой ее точке

$$H = z, \quad (17-109)$$

где z — превышение рассматриваемой точки над плоскостью сравнения. Надо запомнить, что в любой точке кривой депрессии напор равен превышению этой точки над плоскостью сравнения.

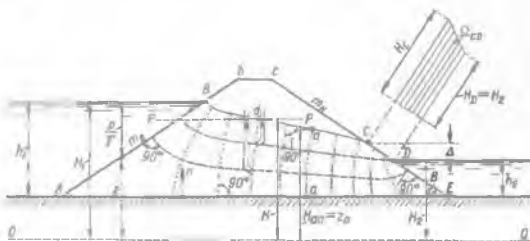


Рис. 17-33. Вид фильтрационного потока в теле земляной плотины на водонепроницаемом основании
А и Е — «насосные точки» фильтрационного потока

5) Участок *CD*. Он представляет собой промежуток высачивания воды непосредственно в атмосферу. Этот участок так же, как и кривая депрессии, является линией атмосферного давления, в связи с чем к нему также относится соотношение (17-109). Однако данный участок не является линией тока; линии тока пересекают его под некоторым углом, не равным 90°. Характерно для этого участка то, что напор H вдоль его, согласно зависимости (17-109), изменяется по линейному закону (см. эпюру напоров Ω_{CD} на рис. 17-33).

В точке *C* линия откоса *CE* является касательной к кривой депрессии. Следовательно, пьезометрический уклон J_C в точке *C* должен быть равен уклону низового откоса плотины:

$$J_C = \sin \theta, \quad (17-110)$$

где угол θ отмечен на чертеже.

Как показывают специальные исследования, которых касаться не будем, пьезометрический уклон J_D в точке *D* теоретически оказывается равным бесконечности:

$$J_D = \infty. \quad (17-111)$$

Однако область, в пределах которой действуют столь большие градиенты, весьма мала.

¹ Атмосферное давление всюду не учитываем

Пунктиром на чертеже показаны линии равного напора (живые сечения); штриховой линией — ортогональные им линии тока. Линии равного напора составляют прямой угол с поверхностью водоупора AE . Здесь исключением являются только так называемые особые точки A и E . Линии равного напора являются также ортогональными к кривой депрессии BC . В связи со сказанным каждая точка линий AE и BC за исключением точек A и E характеризуется дополнительным условием:

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0, \quad (17-112)$$

где n — нормаль к AE или BC .

Линии тока (за исключением линии тока AE) составляют прямые углы с линиями откосов AB и ED (но не DC).

Если к какой-либо линии равного напора присоединить ряд пьезометров, то горизонты воды в них, как отмечалось ранее, должны установиться в одной горизонтальной плоскости $P-P$, пересекающей кривую депрессии в точке примыкания к ней рассматриваемой линии равного напора (см. на рис. 17-33 точку d).

Гидравлический расчет земляной плотины состоит: а) в определении фильтрационного расхода воды, просачивающейся через плотину; б) в построении кривой депрессии BC , необходимой при проектировании плотины.

2. Фильтрационный расчет однородной земляной плотины на невращаемом основании. Для упрощения расчета земляной плотины рядом авторов было предложено заменять действительный трапециевидный профиль плотины $AbcE$ (рис. 17-34) условным трапециевидным профилем $A'b'c'E$, имеющим вертикальный «откос» (вертикальное ограничение) $A'b'$.

Расстояние eh_1 (где h_1 — глубина в верхнем бьефе) между сечением $W_1 - W_1$, проведенным по урезу воды через точку B , и вертикальным ограничением $A'b'$ условного профиля плотины должно быть выбрано таким, при котором:

а) фильтрационный расход q , отвечающий условному профилю $A'b'c'E$, оказывается примерно равным фильтрационному расходу q , отвечающему действительному профилю плотины $AbcE$;

б) кривая депрессии для условного профиля на значительном своем протяжении $C'C$ совпадает с кривой депрессии, относящейся к действительному профилю плотины (рис. 17-34).

Из работ С. Н. Нумерова, посвященных гидромеханическому исследованию фильтрации через земляные плотины (на водопроницаемом основании), вытекает, что коэффициент ϵ , определяющий указанное расстояние и удовлетворяющий поясненным выше условиям, зависит от величины коэффициента верхового откоса плотины $m_{вн}$, который обычно равен $2 + 6$.

Для величины ϵ нами была предложена формула (пригодная и для плотин на проницаемом основании; см. ниже рис. 17-41):¹

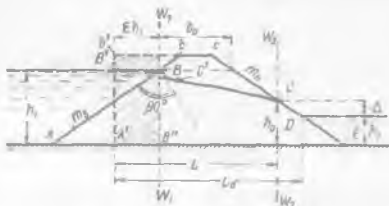


Рис. 17-34. К построению фильтрационного расчета земляной плотины

¹ См. [17-11].

$$\varepsilon = \frac{0,44}{1 + \frac{1}{2m_n}} \approx 0,40. \quad (17-113)$$

Используя поясненное допущение, вместо действительного профиля $AbcE$ подвергаем расчету условный профиль $A'b'cE$. Такой условный профиль рассчитываем по способу Шаффернака (предложенному в 1917 г.)¹ следующим образом.

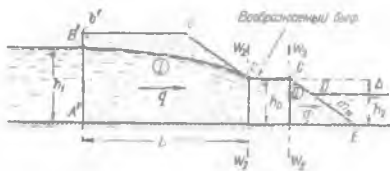


Рис. 17-35. К построению фильтрационного расчета земляной плотины

фильтрации на две части (на два фрагмента) так, как показано на рис 17-35.

Имея в виду плоскую задачу и обозначая глубину фильтрационного потока в месте вертикали W_2-W_2 через h_0 , рассматриваем далее два выделенных фрагмента плотины в отдельности и находим для каждого из них удельный расход q .

1. Первый фрагмент условной плотины — область плавно изменяющегося движения (рис 17-35; фрагмент I). В этом случае для определения q можно использовать уравнение Дюпюи (17-59), поскольку здесь имеем плавно изменяющееся движение; это уравнение переписываем в виде

$$q = \frac{h_1^3 - h_0^3}{2L} k = \frac{h_1^3 - h_0^3}{2(L_0 - m_n \Delta)} k, \quad (17-114)$$

где L — длина части I плотины (рис. 17-35); Δ — высота промежутка высачивания; m_n — коэффициент низового откоса плотины; L_0 — расстояние от вертикального ограничения $A'b'$ до уреза нижнего бьефа (рис. 17-34):

$$L_0 = \varepsilon h_1 + b_0 + (h_1 - h_2) m_n. \quad (17-115)$$

Здесь b_0 — ширина действительного профиля плотины на уровне горизонта воды верхнего бьефа; h_2 — глубина воды в нижнем бьефе

2. Второй фрагмент условной плотины — область резко изменяющегося движения (фрагмент II — низовой клин). Для определения величины q в случае низового клина плотины (рис. 17-36) используем особый прием, который назовем приемом прямолинейных струек. Согласно этому приему поступаем следующим образом.

Разбиваем горизонтальной линией $D'-D$ рассматриваемый клин плотины на две зоны: верхнюю, через которую проходит расход q_1 , и нижнюю, которой отвечает расход q_2 .

¹ См. [17-6, с. 722].

Искомый расход q будет

$$q = q_1 + q_2. \quad (17-116)$$

Для отыскания величин q_1 и q_2 рассматриваем отдельно верхнюю и нижнюю зоны низового клина.

а) Верхняя зона клина. В пределах этой зоны выделяем элементарную струйку высотой dy (заштрихована на чертеже).

Длина этой струйки

$$l = ym_n \quad (17-117)$$

где y — заглубление данной струйки под точкой C выхода кривой депрессии на откос.

Потеря напора по длине данной струйки

$$h_l = y. \quad (17-118)$$

Пьезометрический уклон для струйки

$$J = \frac{h_l}{l} = \frac{y}{ym_n} = \frac{1}{m_n}. \quad (17-119)$$

Скорость фильтрации, согласно Дарси,

$$u = kJ = \frac{k}{m_n}. \quad (17-120)$$

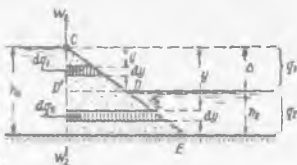


Рис. 17-36. К выводу формулы для расхода q , согласно приему прямолинейных струек (второй фрагмент плотины: область резко изменяющегося движения)

Элементарный удельный расход для струйки

$$dq_1 = \frac{k}{m_n} dy. \quad (17-121)$$

Интегрируя это выражение в пределах от $y = 0$ до $y = \Delta$, получаем:

$$q_1 = \frac{k}{m_n} \Delta. \quad (17-122)$$

б) Нижняя зона клина. Рассматривая в пределах этой зоны такую же элементарную струйку, как и выше, можем для нее написать:

$$\left. \begin{aligned} l &= ym_n; \quad h_l = \Delta = \text{const}; \quad J = \frac{\Delta}{ym_n}; \\ u &= k \frac{\Delta}{ym_n}; \quad dq_2 = k \frac{\Delta}{ym_n} dy. \end{aligned} \right\} \quad (17-123)$$

Интегрируя dq_2 в пределах от $y = \Delta$ до $y = h_0 = h_2 + \Delta$, получаем:

$$q_2 = k \frac{\Delta}{m_n} \ln \frac{h_0}{\Delta} \quad (17-124)$$

в) Полный расход для всего клина. Подставляя (17-124) и (17-122) в (17-116), получаем уравнение Шаффериака:

$$q = k \frac{\Delta}{m_n} \left(1 + \ln \frac{h_0}{\Delta} \right). \quad (17-125)$$

3. Расчетная система уравнений для условного профиля плотины (имеющего вертикальное верховое ограничение).

В результате рассмотрения двух отдельных фрагментов, на которые был разбит условный профиль плотины (рис. 17-35), получили систему двух уравнений (17-114) и (17-125):

$$\left. \begin{aligned} \text{(I)} \quad & \frac{q}{k} = \frac{h_1^2 - (h_2 + \Delta)^2}{2(L_0 - m_h \Delta)}; \\ \text{(II)} \quad & \frac{q}{k} = \frac{\Delta}{m_h} \left(1 + 2,31g \frac{h_2 + \Delta}{\Delta} \right). \end{aligned} \right\} \quad (17-126)$$

Если поперечное сечение плотины нам задано, а также заданы глубины h_1 и h_2 в верхнем и нижнем бьефах, то указанная система содержит два неизвестных: q и Δ . Эту систему уравнений удобно решать графически: задаваться разными значениями Δ и вычислять по формулам (I) и (II) величины q/k , причем строить две кривые $q/k = f(\Delta)$ соответственно по уравнению (I) и уравнению (II) (точка пересечения этих кривых будет давать искомое значение Δ). В случае, когда воды в нижнем бьефе нет ($h_2 = 0$), данная система легко решается в отношении Δ :

$$\Delta = \frac{L_0}{m_h} - \sqrt{\left(\frac{L_0}{m_h}\right)^2 - h_1^2}. \quad (17-127)$$

Зная Δ , находим величину q/k ; при $h_2 = 0$ эта величина [см уравнение (II)]

$$\text{(II)} \quad \frac{q}{k} = \frac{\Delta}{m_h}; \quad (17-127)$$

наконец, определяем q :

$$q = \left(\frac{q}{k}\right) k.$$

Найденная таким образом для условного профиля плотины величина q и будет представлять собой удельный расход для действительного профиля.

4. Построение кривой депрессии для действительного профиля плотины. Зная величину Δ (рис. 17-35), кривую депрессии $B'C$ для первого фрагмента условной плотины строим по уравнению Дюпюи (17-64) или (17-65), полагая в этих уравнениях $h_2 = h_0$. Как видно, этот фрагмент должен рассматриваться как прямоугольный грунтовый массив.

Получив кривую депрессии $B'C$ (рис. 17-34) для условного профиля плотины, далее небольшой участок ее $B'C'$ заменяем проведенной на глаз кривой BC' ; кривая BC' должна иметь в точке B касательную, ортогональную к линии откоса. Этим и исчерпывается задача фильтрационного расчета земляной плотины на водонепроницаемом основании.

Из изложенного выше можно видеть, что при заданных h_1 и h_2 кривая депрессии в случае однородной плотины вовсе не зависит от величины коэффициента фильтрации грунта. От коэффициента фильтрации k зависит только величина расхода q : *расход q прямо пропорционален k* .

3. **Дополнительные указания.** Частные случаи однородной плотины на непроницаемом основании. Помимо изложенного выше способа, есть еще много других гидравлических способов фильтрационного расчета плотин. Кроме того, существуют еще математические методы решения вопроса о фильтрации воды через земляные плотины (разрабатывавшиеся рядом авторов). Эти последние решения практического применения не находят.

В практике можно встретить следующие частные случаи плотин:

1) плотина без низового клина (так называемая перемычка; рис. 17-37). Здесь, заменяя наклонный откос AB вертикальным ограничением $A'B'$, получаем

для расчета прямоугольный массив $A'B'C'D$, который легко рассчитывается по формуле Дюпюи (промежутком высачивания в точке C пренебрегаем);

2) плотина с трубчатым дренажом (рис 17-38). Этот случай в отношении расчета ничем не отличается от предыдущего.

3) плотина с дренажом в виде банкета из каменной наброски (рис. 17-39).

Практически этот случай плотин можно рассчитывать так же, как предыдущий, намечая низовое ограничение грунтового массива по вертикали $W_2 - W_2'$:

4) плотина без верхового клина (перемычка; рис. 17-40). Здесь расчет ведем согласно уравнениям (17-126).

4. Однородная земляная плотина на водонепроницаемом основании. При расчете таких плотин часто поступают следующим образом (рис. 17-41).

Линию тока, начинающуюся в точке 4 профиля, принимают за горизонтальную прямую AE . Сделав такое допущение в отношении формы линии тока AE , далее верхнюю часть плотины I (тело плотины) рассчитывают, принимая линию тока AE за поверхность водоупора, причем пользуются методом расчета, изложенным выше. В результате расчета строят кривую

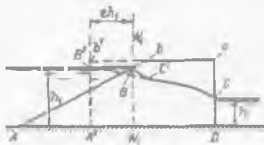


Рис. 17-37. Перемычка



Рис. 17-38. Плотина с дренажом низового клина

депрессии и определяют тот фильтрационный расход воды, который проходит через тело плотины. Для определения расхода воды, просачивающейся через основание плотины в пределах фрагмента II (см. рис. 17-41) области фильтрации, распо-

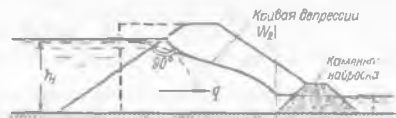


Рис. 17-39 Плотина с дренажным банкетом

ложенной ниже линии AE , применяем способ расчета напорной фильтрации (при таком расчете линию AE рассматривают как подошву так называемого плоского флютбета, работающего при напоре на сооружении, равном Z ; см. гл. 18).

При относительно небольшой величине T для расчета плотины на проницаемом основании можно применить еще и следующий прием.¹

¹ Когда коэффициент фильтрации основания равен коэффициенту фильтрации тела плотины. Надо заметить, что расчеты более сложных случаев земляных плотин рассматриваются в курсе «Гидротехнические сооружения» [17-12].

Согласно С. Н. Нумерову, профиль плотины на рис. 17-41 заменяем для расчета условным профилем с вертикальным ограничением $A'A'B'$, доходящим до водоупора, считая при этом, что глубина воды в верхнем бьефе равна h_1' (см. чертеж). Такое вертикальное ограничение грунтового массива назначаем на расстоянии $\epsilon h_1'$ от уреза В, причем величину ϵ принимаем по формуле (17-113).

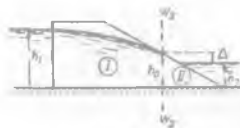


Рис. 17-40. Перемычка

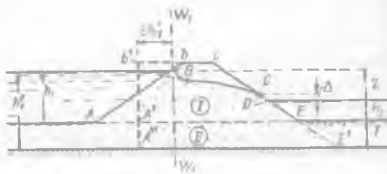


Рис. 17-41. Плотина на водопроницаемом основании

Далее низовой откос плотины cE продолжаем до водоупора (до точки E') и отбрасываем мысленно грунт основания, расположенный правее линии EE' .

В результате таких упрощений расчету приходится подвергать условный профиль $A'B'cEA'$, расположенный на водоупорном основании $A'E'$.

Заметим, что в случае отсутствия воды в нижнем бьефе при рассмотрении полученного упрощенного условного профиля $A'B'cEA'$ величину h_2 считаем равной T , т. е. полагаем, что в действительности горизонт грунтовых вод устанавливается на уровне дна нижнего бьефа.

§ 17-13. ЗЕМЛЯНАЯ ПЛОТИНА С ЯДРОМ, РАСПОЛОЖЕННАЯ НА ВОДОНЕПРОНИЦАЕМОМ ОСНОВАНИИ

В практике встречаются плотины, в средней части которых устроено ядро, выполненное из маловодопроницаемого грунта (см. на рис. 17-42, а область, заключенную между вертикалями W_1 и W_2).

Если низовой и верхней клинья плотины выполняются из песка, то ядро обычно делается из глинистых грунтов, имеющих малый коэффициент фильтрации.

Кривая депрессии, построенная для однородной плотины (штриховая линия на рис. 17-42, а), благодаря устройству ядра изменяется следующим образом: перед ядром, в связи с подпором, обусловливаемым маловодопроницаемым ядром, кривая депрессии поднимается; за ядром, в связи с тем, что фильтрационный расход благодаря ядру значительно уменьшается, кривая депрессии понижается¹ (см. кривую депрессии, показанную на чертеже сплошной линией). В пределах самого ядра будем иметь кривую депрессии ab , дающую внутренний промежуток высачивания Δ_c . Вода, просачивающаяся через ядро в пределах промежутка высачивания, свободно падает в порах песчаного грунта низового клина плотины вдоль линии bc . Для расчета плотины с ядром Н. Н. Павловский предложил особый способ, названный им условно «виртуальным». Этот способ расчета заключается в следующем:

¹ С уменьшением фильтрационного расхода уменьшаются и скорости фильтрации, следовательно, уменьшаются и уклоны свободной поверхности. Таким образом, в случае плотины с ядром кривая депрессии должна быть более пологой

а) заменяем маловодопроницаемое ядро, имеющее коэффициент фильтрации k_0 и толщину δ , другим, воображаемым ядром, имеющим коэффициент фильтрации, равный коэффициенту фильтрации k остальной части тела плотины, и толщину

$$\delta_a = \delta \frac{k}{k_0}, \quad (17-128)$$

где δ_a — называется виртуальной толщиной ядра.

Очевидно, фиктивное (виртуальное) ядро, имеющее увеличенный коэффициент фильтрации, но зато и увеличенную толщину, обладает той же сопротивляемостью движению воды, что и действительное ядро;

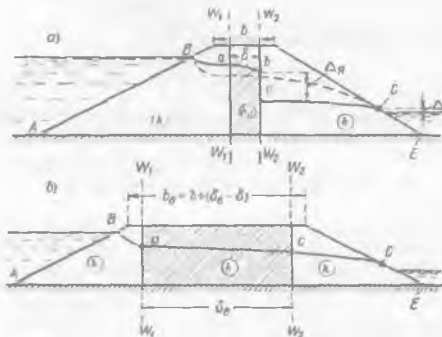


Рис. 17-42. Фильтрационный расчет плотины с ядром (первый «виртуальный способ»)

Δ_a — внутренний промежуток высачивания

б) после указанной замены (рис. 17-42, б) получаем однородную плотину, имеющую ширину поверху равную:

$$b_a = b + (\delta_a - \delta), \quad (17-129)$$

где b — ширина поверху действительной плотины.

Полученный однородный профиль рассчитываем, как было объяснено в § 17-12, причем находим q и строим кривую депрессии BC (рис. 17-42, б);

в) далее отбрасываем участок кривой депрессии ac и сдвигаем верховой и низовой клинья плотины так, чтобы расстояние между вертикалями W_1 и W_2 снова стало равным δ . Как видно, здесь мы сохранили участки Va и cC построенной кривой депрессии, а также величину найденного фильтрационного расхода.

§ 17-14. ЗЕМЛЯНАЯ ПЛОТИНА С ЭКРАНОМ, РАСПОЛОЖЕННАЯ НА ВОДОНЕПРОНИЦАЕМОМ ОСНОВАНИИ

В практике встречаются также плотины, по верховому откосу которых уложен слой (экран), выполненный из маловодопроницаемого грунта

Благодаря устройству экрана кривая депрессии, построенная для случая однородной плотины (см. на рис. 17-43 кривую, показанную штриховой линией).

изменяется следующим образом: с нижней стороны экрана в теле плотины в связи с уменьшением фильтрационного расхода кривая депрессии становится более пологой (см. кривую cd на рис. 17-43); свободная поверхность фильтрационного потока в пределах экрана представляет собой линию ab , направленную ортогонально к наружной грани экрана; внутренний промежуток высачивания в данном случае оказывается наклонным (см. линию bc на чертеже). Вода, просочившаяся через экран в пределах промежутка высачивания bc , как бы в виде дождя падает на поверхность начального участка кривой депрессии.

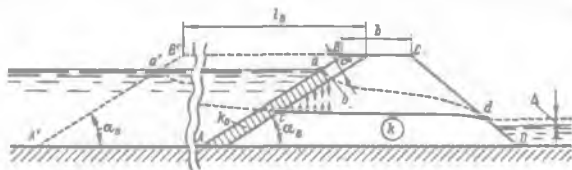


Рис. 17-43. Плотина с экраном
 $b - c$ — внутренний наклонный промежуток высачивания

Согласно Н. Н. Павловскому [17-1; с. 666], для расчета такой плотины применяется поясненный выше виртуальный способ. При этом действительный экран, имеющий коэффициент фильтрации k_0 и толщину δ , заменяется воображаемым виртуальным экраном, имеющим коэффициент фильтрации k тела плотины. Наряду с таким изменением величины коэффициента фильтрации экрана верхнюю грань AB плотины переносим параллельно самой себе в положение $A'B'$, определяемое размером (см. чертеж):

$$l_0 = \delta \frac{k}{k_0} \sin \alpha_s \quad (17-130)$$

Полученный однородный профиль $A'B'CD$ рассчитываем, как указано в § 17-12, п. 2, причем находим расход q и искомую кривую депрессии cd (показана на чертеже сплошной линией).

§ 17-15. ФИЛЬТРАЦИЯ ЧЕРЕЗ НЕОДНОРОДНЫЙ ИЗОТРОПНЫЙ ГРУНТ ДВА «ВИРТУАЛЬНЫХ СПОСОБА» РАСЧЕТА (СПОСОБ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ «ВИРТУАЛЬНЫХ ДЛИН»)

Однородным изотропным (в отношении коэффициента фильтрации) грунтом называется такой грунт, во всех точках которого коэффициент фильтрации имеет одну и ту же величину, причем эта величина для любой точки области фильтрации не изменяется с изменением направления фильтрации в этой точке. Когда коэффициент фильтрации изменяет свою величину с изменением направления фильтрации в данной точке, получаем так называемый анизотропный грунт. Анизотропным пористым телом является, например, торф, который в вертикальном направлении имеет относительно малый коэффициент фильтрации, а в горизонтальном направлении — относительно большой.

Ниже, касаясь, как и в предыдущем изложении, только изотропного грунта, рассмотрим простейшие случаи неоднородного грунта (в отношении коэффициента фильтрации). Представим на рис. 17-44, а прямоугольный грунтовый массив, образованный двумя горизонтальными слоями грунта раз-

личной водопроницаемости.¹ В этом случае для расчета может быть использован второй виртуальный способ, предложенный Г. Н. Каменским, который заключается в следующем.

Положим, что на рис. 17-44,а коэффициент фильтрации второго слоя k_2 больше коэффициента фильтрации первого слоя k_1 :

$$k_2 > k_1.$$

В этом случае действительную схему (рис. 17-44,а) заменяем виртуальной, представленной на рис. 17-44,б, где изображен однородный прямоугольный грунтовый массив той же длины, что и массив на схеме рис. 17-44,а. Водоупор

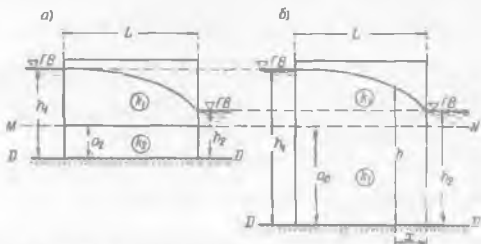


Рис. 17-44. К расчету по второму виртуальному способу

$D-D$ на схеме рис. 17-44,а заглублен по отношению к линии $M-N$ на величину a_2 (где a_2 — толщина второго слоя); водоупор же на виртуальной схеме рис. 17-44,б заглублен по отношению к тому же уровню $M-N$ на величину

$$a_0 = a_2 \frac{k_2}{k_1}, \quad (17-131)$$

которая может быть названа виртуальной толщиной второго слоя.

Если бы вместо соотношения (17-130) имели

$$k_2 < k_1,$$

то, переходя от действительной схемы (рис. 17-44,а) к виртуальной (рис. 17-44,б), мы должны были бы не опускать водоупор $D-D$, а поднимать его, откладывая вниз от линии $M-N$ величину a_0 , вычисляемую по той же формуле (17-131).

Получив таким образом виртуальную схему на рис. 17-44,б (где грунт однороден), расчет ее ведем по обычной формуле Дюпюи, причем все данные, найденные для виртуальной схемы, принимаем для действительной без всякого изменения.

В заключение подчеркнем следующее важное обстоятельство.

Как видно из сказанного ранее о расчете плотины с ядром (или экраном) и как видно из того, что было приведено в начале этого параграфа, мы располагаем двумя разными виртуальными способами расчета: первым, относящимся к случаю, когда вода фильтрует, в основном, поперек слоев разной водопроницаемости (рис. 17-42), и вторым, относящимся к случаю, когда вода фильтрует, в основном, вдоль слоев разной водопроницаемости

¹ В практике часто встречаются случаи горизонтального напластования грунта

(рис. 17-44). Согласно этим способам, имеющийся слоистый (неоднородный) грунт для расчета заменяют одним слоем однородного грунта. Толщину этого виртуального (приведенного) однородного слоя назначают из условия, чтобы в действительном слоистом грунте и в виртуальном однородном слое грунта при заданном расходе воды потери напора были одинаковы.

Легко видеть, что при фильтрации, например, через два слоя — песчаный (имеющий большой коэффициент фильтрации) и глинистый (имеющий малый коэффициент фильтрации) — при соблюдении упомянутого условия получаем следующее:

1) при фильтрации попеременно указанных двух слоев, согласно 1-му виртуальному способу, для расчета приходится заменять:

а) или песчаный слой воображаемым глинистым слоем уменьшенной толщины;

б) или глинистый слой воображаемым песчаным слоем увеличенной толщины;

2) при фильтрации же вдоль указанных двух слоев, согласно 2-му виртуальному способу, получаем диаметрально противоположную картину; здесь нам приходится заменять:

а) или песчаный слой воображаемым глинистым слоем увеличенной толщины;

б) или глинистый слой воображаемым песчаным слоем уменьшенной толщины.

Отмеченная выше уменьшенная или увеличенная толщина воображаемого слоя должна быть равна действительной толщине данного слоя, умноженной на соответствующее отношение коэффициентов фильтрации песка и глины. Из всего сказанного ясно также, что при фильтрации, направленной под некоторым углом к слоям грунта разной водопроницаемости (существенно отличающимся от 90° или 0°), виртуальные способы не могут применяться.

Выше, поясняя виртуальные способы, рассматривали для простоты только два слоя грунта разной водопроницаемости. Само собой разумеется, что указанные два виртуальных способа могут применяться и в случае грунта, состоящего из многих слоев различной водопроницаемости; при этом все эти слои могут быть приведены к одному воображаемому однородному слою.

§ 17-16. ПРОСАЧИВАНИЕ ВОДЫ

С ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ (ИНФИЛЬТРАЦИЯ):

ПЕРЕМЕННЫЙ ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ РАСХОД ПО ДЛИНЕ ПОТОКА

В практике встречаются случаи, когда вода с поверхности земли просачивается в грунт, причем получаем фильтрационный поток, показанный на рис. 17-45.

Входным живым сечением здесь является $a-b$, выходным $c-d$. С одной квадратной единицы площади поверхности земли (например, с 1 м^2) на депрессионную поверхность поступает («падает») вода, расход которой (измеряемый, например, в л/с на 1 м^2) обозначим через q' . При равномерной инфильтрации, которую ниже будем рассматривать, $q' = \text{const}$ (по всей поверхности земли). Благодаря инфильтрации расход по длине фильтрационного потока оказывается переменным, чем этот случай и отличается от рассмотренных выше, когда мы считали $q = \text{const}$ вдоль потока.

Чтобы получить уравнение кривой депрессии (в случае плоской задачи) для потока, изображенного на рис. 17-45, наметим на этом чертеже произвольное живое сечение $W-W'$, глубину в котором обозначим через h ; расстояние от сечения $W-W'$ до выходного сечения $d-c$ обозначим через x (ось x направим против течения).

Начнем теперь, руководствуясь формулой Дюпюи, выражение расхода для сечения $W-W'$.

$$q = \omega v = (1h) \left(k \frac{dh}{dx} \right) = kh \frac{dh}{dx}; \quad (17-132)$$

с другой стороны,

$$q = q_T + q'(L-x), \quad (17-133)$$

где q_T — расход для входного сечения $a-b$ (транзитный расход); L — полная длина рассматриваемого прямоугольного массива.

Подставляя (17-133) в (17-132), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$q_T + q(L-x) = kh \frac{dh}{dx}. \quad (17-134)$$

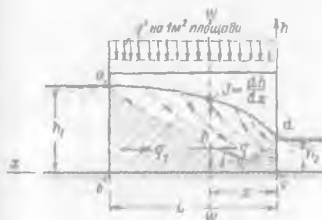


Рис. 17-45. Случай фильтрационного расхода переменного по длине потока (транзитный расход $q_T \neq 0$)



Рис. 17-46. Случай фильтрационного расхода переменного по длине потока (транзитный расход $q_T = 0$)

Разделяя переменные и интегрируя это уравнение от $x=0$ до $x=L$, получаем уравнение, предложенное Поте:

$$\frac{q_T}{k} + \frac{1}{2} \frac{q'}{k} L = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}, \quad (17-135)$$

откуда (при заданных L , h_1 , h_2 , q' и k) можем найти транзитный расход q_T .

Для построения кривой депрессии ad уравнение (17-135) следует переписать в виде

$$\frac{q_T}{k} + \frac{q'}{k} \left(L - \frac{1}{2}x \right) = \frac{h^2 - h_2^2}{2x}. \quad (17-136)$$

Задаваясь в этом уравнении различными значениями x и вычисляя для этих значений x соответствующие им h , по найденным точкам можем построить кривую депрессии. Анализ (17-136) показывает, что при больших L в больших q' можно получить кривую депрессии, ординаты которой имеют максимум (рис. 17-46), при этом входное живое сечение $a-b$ обратится в выходное.

Следует подчеркнуть, что в рассмотренном случае кривая депрессии не является линией тока.

§ 17-17 ЗАМЕЧАНИЯ О ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ ИЗ КАНАЛОВ

При проектировании канала интересуются вопросом о потерях воды из него на фильтрацию. Здесь часто приходится сталкиваться со сложными, резко изменяющимися фильтрационными потоками (рис. 17-47). В практике такие фильтрационные потоки обычно исследуют при помощи особого экспериментального метода электрогидродинамических аналогий (см. § 18-11).

Простейшим случаем фильтрации воды из канала, рассмотрением которого ограничимся, является случай так называемой свободной фильтрации. Свободная

фильтрация воды из канала (рис 17-48) получается, когда, во-первых, на некоторой глубине имеется сильно водопроницаемый слой грунта D , играющий роль как бы дренажа, и во-вторых, когда отвод воды из этого водопроницаемого слоя обеспечен; благодаря этому горизонт грунтовых вод в слое D устанавливается ниже верхней его границы AB .

При наличии указанного дренажного слоя D вода, просачиваясь из канала в грунт, будет как бы свободно падать в порах грунта. Получим фильтрационный поток $abcd$, ограниченный с боков кривыми депрессии ab и cd , которые являются крайними линиями тока. Линии равного напора (они же живые сечения) в данном случае постепенно (по длине потока) будут приближаться к горизонтальным прямым, на некоторой глубине эти линии окажутся практически горизонтальными.¹ в линии тока — вертикальными прямыми. Здесь будет иметь место условие:

$$\Delta h_1 = \Delta s \quad (17-127)$$

Следовательно, потеря напора Δh_1 пути Δs равна Δs . Исходя из этого условия можем утверждать, что

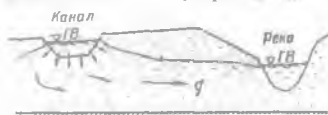


Рис. 17-47. Потери воды на фильтрацию из канала

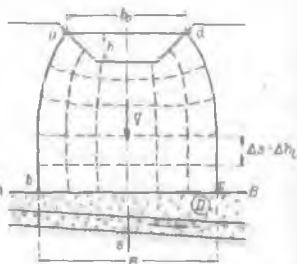


Рис. 17-48. Свободная фильтрация из канала

в указанной области фильтрации пьезометрический уклон

$$J = \frac{\Delta h_1}{\Delta s} = 1,0. \quad (17-138)$$

Таким образом, искомый фильтрационный расход (расход гектара на единицу ширины канала благодаря фильтрации через грунт)

$$q = \omega b = (1B)(kJ) = kB, \quad (17-139)$$

где B — ширина фильтрационного потока (см рис. 17-48). Эта ширина, согласно Н.Н. Павловскому, для поперечных сечений каналов обычно встречающихся в практике, может быть принята примерно равной

$$B \approx h_0 + 2h, \quad (17-140)$$

здесь h_0 — ширина потока в канале поверху; h — глубина наполнения канала.

В заключение отметим, что расход q , вычисленный для данного канала по формуле (17-139), q — исходя из условий свободной фильтрации, является всегда большим, чем расход, вычисленный для этого же канала, исходя из рассмотрения более сложного случая несвободной фильтрации (рис. 17-47). Таким образом, применяя формулу (17-139) к каналам, где имеет место несвободная фильтрация будем получать потери воды из канала всегда преувеличенными, т. е. определять их с запасом.

§ 17-18. ЗАМЕЧАНИЯ О ТУРБУЛЕНТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ (ОТВЕЧАЮЩЕЙ КВАДРАТИЧНОЙ ОБЛАСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ)

Турбулентный режим движения воды имеет место, например, при фильтрации через каменную наброску или при фильтрации в трещиноватой скальной породе

¹ Анализируя поток, показанный на рис. 17-48, легко убедиться, что горизонтальные линии равного напора являются в то же время линиями атмосферного давления.

и г. Скорости фильтрации при турбулентном движении грунтовой воды уже нельзя определять по формуле Дарси (см. § 17-2).

Для расчета турбулентной фильтрации воды, отходящей к квадратичной области сопротивления [см. формулу (17-19)], А. А. Краснопольским еще в 1912 г. было предложено пользоваться зависимостью, записанной в виде

$$u = k_f \sqrt{J}, \quad (17-141)$$

где u — скорость фильтрации, J — пьезометрический уклон; k_f — коэффициент фильтрации для турбулентного движения воды.

Надо заметить, что в случае турбулентной фильтрации скоростным напором можно пренебрегать не всегда. Поэтому напорная и пьезометрическая линии при турбулентной фильтрации в общем случае не совпадают. В формуле (17-141), строго говоря, под величиной J в общем случае надо понимать не пьезометрический, а гидравлический уклон (то есть напорный уклон).

С. В. Избац от величины k_f выводит эмпирическую зависимость для каменной наброски:

$$k_f = 28,7 \frac{d}{(1-n)\psi} \quad (17-142)$$

где k_f — в см/с, n — пористость грунта; d — средний диаметр камня в см, ψ — коэффициент формы камня (или гальки), равный $1 + 0,25$.

С. В. Избац дает также следующие экспериментальные значения k_f (для случая $n = 0,4$):

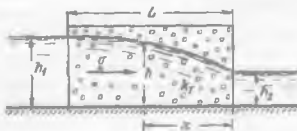


Рис 17-49 Турбулентная фильтрация через прямоугольный массив

	40	50	75
	34,5	50	57

При плавном изменяющемся движении (рис. 17-49) под величиной u , входящей в формулу (17-141), можно понимать среднюю скорость v в данном вертикальном живом сечении.

Для расчета фильтрации воды через прямоугольный массив, выполненный каменной наброской (рис. 17-49) расуждая так же точно, как и при выводе формулы Дюпюи, можно получить, исходя из формулы (17-141) и пренебрегая скоростным напором, следующую зависимость Н. П. Пузыревского (относящуюся к случаю спокойного движения):

$$\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 = \frac{h_1^3 - h_2^3}{3} \quad (17-143)$$

(обозначения ясны из чертежа)

Зная расход q по уравнению (17-143) можно построить кривую депрессии для прямоугольного массива, выполненного каменной наброской, при наличии турбулентной

Отметим, что учитывая скоростной напор (при турбулентной фильтрации), мы должны, пользуясь понятием «скорости фильтрации» v и величину критической глубины и величину скоростного напора вычислять для каменной наброски по формулам Н. Н. Павловского:

$$h_k = \sqrt{\frac{2q^2}{n^2 g}} \quad \text{и} \quad h_p = \frac{2v^2}{n^2 g}$$

где n — пористость наброски.

Подробнее см. С. В. Избац. Руководство по расчету турбулентной фильтрации в каменнонабросных сооружениях — Л. Энергия, 1975

фильтрации воды в нем Величину q здесь определяем предварительно по той же формуле (17-143), подставив в нее вместо x величину L (см. рис. 17-49) и вместо h величину h_1 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 17-1. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. — М.: Гостехиздат, 1953.
 17-2. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений. — М.: Госстройиздат, 1955.
 17-3. Ведерников В. В. Фильтрация из каналов. — М. — Л.: Госстройиздат, 1934.
 17-4. Дренаж сельскохозяйственных земель/Под ред. Д. Н. Лютина. Пер. с англ. под ред. С. Ф. Аверьянова. — М.: Колос, 1964.
 17-5. Ибани С. В., Халдре Х. Ю. Гидравлика перекрытия русел. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1959.
 17-6. Павловский Н. Н. Собрание сочинений, Т. II — М — Л.: Изд-во АН СССР, 1956.
 17-7. Павловская Л. Н., Шестаков В. М. Методические указания по фильтрационным расчетам водопонижительных установок. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1961.
 17-8. Справочное руководство гидрогеолога. — Л.: Гостоптехиздат, 1959.
 17-9. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. — М.: Гостехиздат, 1956.
 17-10. Чугаев Р. Р. Земляные гидротехнические сооружения: (теоретические основы расчета). — Л.: Энергия, 1967.
 17-11. Чугаев Р. Р. Подземный контур гидротехнических сооружений: (проектирование подземных частей плотин на скальном основании) — Л.: Энергия, 1974
 17-12 Чугаев Р. Р. Гидротехнические сооружения: Глухие плотины. — Л.: Высшая школа, 1975.

ГЛАВА ВОСЕМНАДЦАТАЯ

РЕЗКО ИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ УСТАНОВИВШЕЕСЯ НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВОЙ ВОДЫ

§ 18-1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Будем рассматривать движение грунтовых вод: ламинарное, подчиняющееся закону Дарси: установившееся; напорное; неравномерное резко изменяющееся, т. е. характеризующееся наличием криволинейных живых сечений.

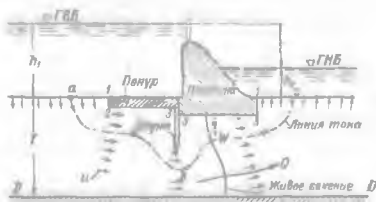


Рис 18-1. Напорный фильтрационный поток в основании бетонной плотины

Такая фильтрация имеет место, например, в основании бетонных плотин, расположенных на скальном грунте. Представим на рис. 18-1 поперечное сечение плотины. Поверхность водоупора здесь показана линией $D-D$. Линия 1-2-3-4-5-6-7, ограничивающая снизу водонепроницаемые части сооружения, называется подземным контуром сооружения.

Для увеличения длины подземного контура под плотиной устраивают свайный шпунтовый ряд (шпунт)¹, а перед плотиной — так называемый

¹ На рис. 18-1 показан один шпунт. В практике встречаются случаи, когда под плотиной делают два шпунта (в точках 3 и б) или три (в точках 2, 3 и б).