

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

16.1. Общие положения

В этой главе рассматриваются вопросы, относящиеся к внешним задачам гидромеханики. В круг этих задач входит описание движения тел, погруженных в жидкость или газ (подводных лодок, рыб и других животных в воде; самолетов, автомобилей, птиц, спортивных снарядов в воздухе), и обтекание потоком жидкости или газа покоящихся тел (обтекание речным потоком трубопроводов и мостовых опор, обтекание воздушным потоком зданий, дымовых труб, антенн, опор и проводов линий электропередач и т.п.). Основная цель при решении подобных задач — определение сил, действующих на тело: силы сопротивления движению, подъемной силы, нагрузки на сооружения; в отдельных случаях необходимо представить детальную картину течения (поля скорости и давления) в окрестности тела, например, для выявления потенциальных зон кавитационной эрозии.

Как правило, внешняя задача решается на основе сочетания аналитических, экспериментальных и вычислительных методов. В последние десятилетия (после 1970-х годов) роль вычислительных методов резко возросла благодаря как достижениям компьютерных технологий, так и интенсивному развитию численных методов решения уравнений гидромеханики.

В данной главе демонстрируются, главным образом, качественные результаты, относящиеся к внешним задачам. Более подробно рассмотрены вопросы, связанные с определением нагрузок на сооружения, так как они входят в круг профессиональных интересов инженеров-строителей.

В дальнейшем положим, что поля скорости и давления в потоке на достаточном удалении от тела (вне области, возмущаемой телом) *стационарны* и *однородны*, т.е. скорость жидкости и давление не зависят от времени и координат, причем, как правило, скорость считаем горизонтальной. *Невозмущенные значения скорости и давления* обозначим V_∞ и p_∞ , соответственно.

Рассматривая обтекание жидкостью со скоростью V_∞ неподвижного тела, полученные результаты в соответствии с принципом относительности Галилея будем распространять и на движение тела со скоростью V_∞ в неподвижной жидкости, если специально не оговорено, что их следует различать. Кроме того, для упрощения демонстрации особенностей внешней задачи действие силы тяжести (т.е. гидростатическое распределение давления, архимедову силу и т.п.) из рассмотрения исключаем.

16.2. Силы, действующие на обтекаемое жидкостью тело

Используем систему ортогональных координат с осями x , совпадающей с направлением скорости V_∞ , y — горизонтальной, ортогональной оси x , и z — вертикальной.

На тело, помещенное в однородный поток жидкости, действует сила $F = (F_x, F_y, F_z)$, направление которой в общем случае не совпадает с направлением скорости жидкости V_∞ . Например, на воздушно-го змея (рис. 16.1) действует сила, направление которой совпадает с направлением нити, удерживающей его. Косое парусное вооружение при боковом ветре обеспечивает движение судна поперек ветра (рис. 16.2).

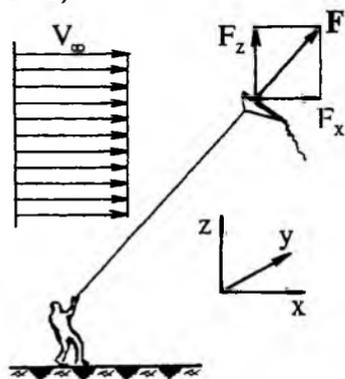


Рис. 16.1. Силы, действующие на воздушно-го змея

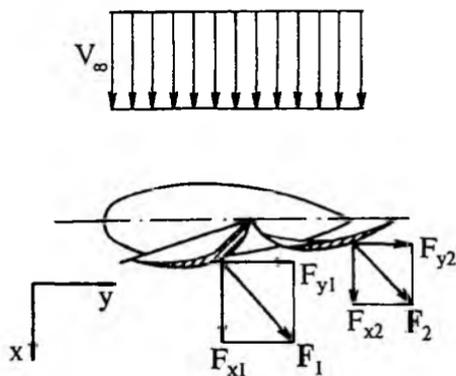


Рис. 16.2. Силы, действующие на косое парусное вооружение корабля

Проекции силы F на координатные оси называют: F_x — сила *сопротивления*; F_y — *боковая сила*; F_z — *подъемная сила*.

Особенности обтекания тел различной формы будем демонстрировать, как правило, на двухмерных задачах, рассматривая бесконечно длинные тела, расположенные вдоль оси y . Все сечения этих тел плоскостями, параллельными плоскости (x, z) , одинаковы; это могут быть пластины, цилиндры, призмы, крыловые профили и т.п. В этом случае сила F имеет две составляющие: F_x — силу сопротивления; F_z — подъемную силу.

Анализируя силу сопротивления F_x , выделим одну ее часть, обусловленную вязкими касательными напряжениями, действующими на поверхность тела со стороны потока, и вторую часть, обусловленную нормальными напряжениями. Распределение на поверхности тела нормальных напряжений, которые примем равными гидродинамическому давлению, зависит от формы обтекаемого тела. Поэтому первую часть силы сопротивления называют *сопротивлением трения*, а вторую часть — *сопротивлением формы* или *сопротивлением давления*.

Установим структуру зависимости силы, действующей на тело со стороны потока, от определяющих ее параметров. К их числу отнесем механические свойства жидкости (плотность ρ и вязкость η), скорость потока V_∞ , геометрические характеристики тела. Таким образом:

$$F = F(\rho, \eta, V_\infty, \text{геометрические характеристики тела}) \quad (16.1)$$

Геометрическими характеристиками могут служить линейные размеры тела — длина пластины L , диаметр цилиндра D , высота выступов шероховатости D , площади проекций тела на координатные плоско-

сти, объем тела. Одна из наиболее важных геометрических характеристик — угол атаки, определение которого при обтекании плоской пластины представлено на рис. 16.3. Для более сложных случаев угол атаки определяется в зависимости от формы тела и решаемой задачи.

Исходя из условия *однородности по размерности*, согласно которому выражения в левой и правой частях любого равенства должны иметь одинаковые раз-

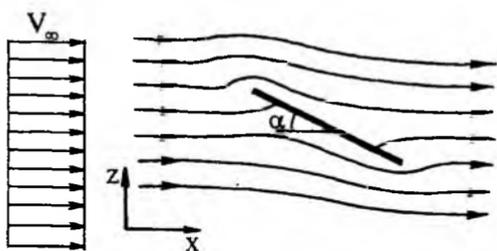


Рис. 16.3. Безотрывное обтекание пластины

мерности (см. гл. 20), представим зависимость (16.1) в виде

$$\left. \begin{aligned} F_x &= c_x \frac{\rho V_\infty^2}{2} A; \\ F_y &= c_y \frac{\rho V_\infty^2}{2} A; \\ F_z &= c_z \frac{\rho V_\infty^2}{2} A, \end{aligned} \right\} \quad (16.2)$$

где c_x, c_y, c_z — безразмерные коэффициенты силы сопротивления, боковой силы и подъемной силы, соответственно; A — характерная площадь обтекаемого тела (не обязательно одинаковая для различных проекций силы). Коэффициенты c_x, c_y, c_z зависят от безразмерных параметров, сформированных из размерных параметров, входящих в правую часть (16.1). Это, как правило, число Рейнольдса $Re = \frac{\rho V_\infty L}{\eta}$ (где L — характерный линейный размер тела), относительная шероховатость поверхности $\Delta_r = \Delta/L$, угол атаки α и, возможно, другие параметры, характеризующие геометрию тела.

16.3. Обтекание плоской пластины

Рассмотрим плоскую задачу об обтекании пластины шириной L , *параллельной* потоку, т.е. с углом атаки $\alpha = 0$ (рис. 16.4). По условию прилипания скорость жидкости на поверхности пластины равна нулю. За счет вязкости вблизи поверхности пластины образуется тонкий слой, в котором скорость возрастает от 0 на твердой границе до V_∞ на внешней границе слоя. Эта часть потока называется *пограничным слоем* (см. разд. 18.2). Толщина его растет вдоль потока, и, если ширина плоскости L достаточно велика, то на некотором расстоянии от передней кромки режим движения жидкости в пограничном слое станет турбулентным. Положение

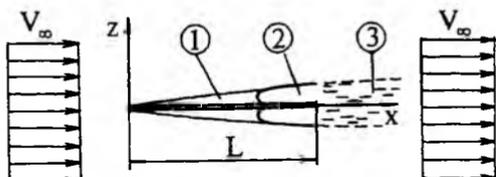


Рис. 16.4. Обтекание пластины, параллельной потоку ($\alpha = 0$): 1 — ламинарный пограничный слой; 2 — турбулентный пограничный слой; 3 — след за пластиной

точки перехода от ламинарного пограничного слоя к турбулентному зависит от шероховатости пластины и от интенсивности турбулентности набегающего потока; с увеличением этих характеристик точка перехода приближается к передней кромке.

За счет меньших по сравнению с V_∞ скоростей жидкости в пограничном слое линии тока вне пограничного слоя несколько отодвинуты от пластины, хотя это возмущение поля скорости несущественно. За пластиной образуется сравнительно небольшая по толщине зона возмущения, которую называют *гидродинамическим следом* за телом (за пластиной).

Пластина имеет неограниченную длину вдоль оси y , так что условия обтекания (как и размеры пластины) не изменяются вдоль этой оси. Поэтому в данном случае (в условиях плоской задачи) цель исследования — определение удельной на единицу длины пластины (1 м в направлении оси y) силы $F_{уд}$. Характерной площадью A , входящей в зависимости (16.2), является $A_{уд} = (L \cdot 1) \text{ м}^2$. Вследствие симметрии тела и потока относительно горизонтальной координатной плоскости (угол атаки $\alpha = 0$) подъемная сила $F_z = 0$, и на пластину действует только сила сопротивления

$$(F_x)_{уд} = c_x(\text{Re}, \Delta_r) \frac{\rho V_\infty^2}{2} L. \quad (16.3)$$

Экспериментальная зависимость для функции $c_x = c_x(\text{Re}, \Delta_r)$ представлена на рис. 16.5.

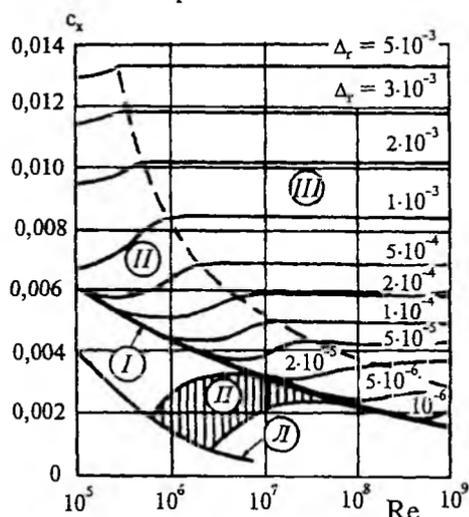


Рис. 16.5. Экспериментальные данные о зависимости $c_x = c_x(\text{Re}, \Delta_r)$ для пластины, параллельной потоку ($\alpha = 0$): L — ламинарный режим; Π — переходная область от ламинарного к турбулентному режиму; I , II , и III — турбулентный режим: I — область гладкого сопротивления, II — область доквадратичного сопротивления, III — область развитой шероховатости (квадратичного сопротивления)

Рассмотрим второй крайний случай, когда пластина шириной L расположена *перпендикулярно* потоку (рис. 16.6); угол атаки $\alpha = 90^\circ$. В соответствии с уравнением Бернулли в точке C (см. гл. 15, точка торможения) гидродинамическое давление p равно $\rho V_\infty^2/2$; оно медленно уменьшается с удалением от этой точки вдоль пластины, а вблизи кромок резко уменьшается до значений, существенно меньших, чем давление в невозмущенном потоке p_∞ . Как и в предыдущем случае, вследствие симметрии потока относительно горизонтальной координатной плоскости здесь подъемная сила $F_z = 0$. Вязкие касательные напряжения, возникающие на поверхности пластины, перпендикулярны плоскости (x, y) и не вносят вклада в силу сопротивления F_x . Таким образом, эта сила формируется за счет разности давлений на фронтальную $P_{фр}$ и тыльную $P_{тыл}$ поверхности пластины:

$$(F_x)_{уд} = (p_{фр})_{ср} L - (p_{тыл})_{ср} L; \quad (16.4)$$

индекс “ср” означает, что в расчет вводится среднее значение давления по соответствующей поверхности пластины.

Значения давлений определяются экспериментально:

$$(p_{фр})_{ср} = 0,8 \frac{\rho V_x^2}{2}, \quad (p_{тыл})_{ср} = -1,2 \frac{\rho V_x^2}{2}. \quad (16.5)$$

Подставляя (16.5) в (16.4), найдем

$$(F_x)_{уд} = 0,8 \frac{\rho V_x^2}{2} L - \left(-1,2 \frac{\rho V_x^2}{2} L \right) = 2,0 \frac{\rho V_x^2}{2} L. \quad (16.6)$$

Таким образом, для бесконечно длинной пластины шириной L имеем $c_x = 2,0$. Для пластины с ограниченной длиной b (в направлении оси y) экспериментальные данные показывают, что значение c_x увеличивается от $c_x = 1,2$ при $b/L = 1$ до $c_x = 1,5$ при $b/L = 20$.

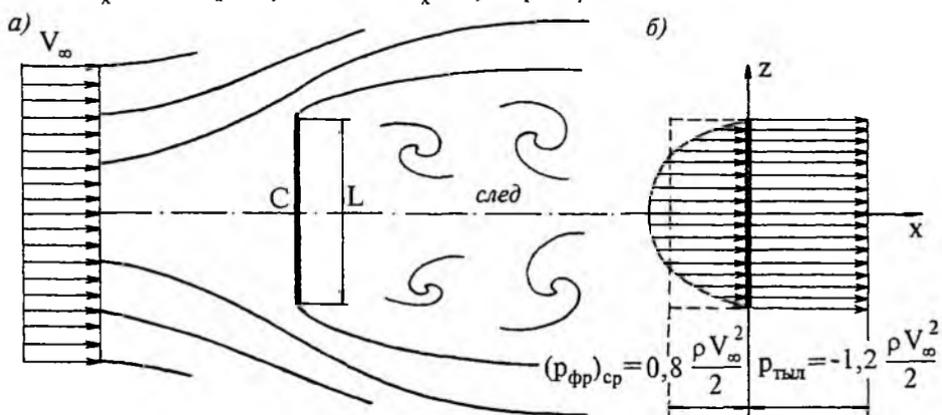


Рис. 16.6. Обтекание пластины, перпендикулярной потоку ($\alpha = 90^\circ$):
 а — схема течения, б — распределение давления на фронтальной и тыльной поверхностях

Сравнивая два рассмотренных случая обтекания пластины, отметим различия в зависимости силы сопротивления F_x от параметров, определяющих обтекание.

При обтекании горизонтальной пластины сила сопротивления F_x обусловлена почти исключительно вязкими касательными напряжениями на поверхности пластины, и поэтому в данном случае это сила сопротивления *трения*. Коэффициент c_x зависит от числа Рейнольдса и относительной шероховатости. Анализируя график этой зависимости (см. рис. 16.5), можно найти определенное сходство с графиком Никурадзе для коэффициента гидравлического трения $\lambda = \lambda(Re_D, \Delta_r)$, который входит в формулу Вейсбаха—Дарси для вычисления потерь напора по длине в трубах.

При обтекании вертикальной пластины сила сопротивления F_x значительно (на 2 порядка) больше, чем при обтекании горизонтальной пластины. Зависимость c_x от Re и Δ_r исчезающе мала. Сила обусловлена значительной деформацией потока и является силой сопротивления

формы тела. Здесь можно усмотреть определенную аналогию между коэффициентом c_x и коэффициентом местной потери напора ζ_m , который входит в формулу Вейсбаха (см. разд. 5.14, зависимость (5.104)); коэффициент ζ_m (как и c_x в случае сопротивления формы) определяется геометрическими характеристиками местного сопротивления и мало зависит от числа Рейнольдса и шероховатости граничных твердых поверхностей.

16.4. Безотрывное обтекание цилиндра однородным потоком невязкой жидкости

Рассмотрим решение задач о потенциальном движении невязкой несжимаемой жидкости с использованием функций комплексного переменного. Как уже отмечалось в разд. 3.8, заранее нельзя предсказать, какая функция $f(\xi)$ комплексного переменного $\xi = x + yi$ определяет то или иное поле скорости. Поэтому необходимо рассмотреть сначала несколько простейших функций, чтобы представить, сумма каких функций и суперпозиция каких соответствующих потенциальных течений будут описывать интересующее нас поле скорости. Например, функция

$$f(\xi) = u\xi = ux + uyi, \quad (16.7)$$

где u — вещественное число, определяет поле скорости с потенциалом

$\varphi(x, y) = ux$, при этом $u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = u = \text{const}$, $u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$; линии тока согласно равенству $\psi(x, y) = uy = \text{const}$ имеют вид горизонтальных прямых (рис.16.7).

Рассмотрим, какое поле скорости определяет функция

$$f(\xi) = u \left(\xi + \frac{b}{\xi} \right), \quad (16.8)$$

где u и b — положительные числа.

Для этого представим $f(\xi)$ в виде комплексной функции двух вещественных переменных x и y :

$$\begin{aligned} f(\xi) &= u \left(x + yi + \frac{b}{x + yi} \right) = u \left(x + yi + \frac{b(x - yi)}{x^2 + y^2} \right) = \\ &= u \left(x + \frac{bx}{x^2 + y^2} \right) + u \left(y - \frac{by}{x^2 + y^2} \right) i. \end{aligned}$$

Здесь потенциал скорости

$$\varphi(x, y) = u \left(x + \frac{bx}{x^2 + y^2} \right), \quad (16.9)$$

а функция тока

$$\psi(x, y) = u \left(y - \frac{by}{x^2 + y^2} \right). \quad (16.10)$$

Выясним положение линии тока $\psi(x, y) = 0$. Уравнение

$$u \left(y - \frac{by}{x^2 + y^2} \right) = 0 \quad (16.11)$$

выполняется, если справедливо одно из двух равенств:

$$y = 0; \quad (16.12)$$

$$x^2 + y^2 = b. \quad (16.13)$$

Линия, определяемая (16.12), совпадает с осью абсцисс, а линия (16.13) представляет собой окружность радиуса \sqrt{b} .

Очевидно также, что на большом удалении от начала координат, когда $(x^2 + y^2)$ очень велико, вторым слагаемым в скобках в выражениях (16.9) и (16.10) можно пренебречь. При этом поле скорости будет иметь тот же вид, который определяется функцией (16.7) и представлен на рис. 16.7. Это дает основание скорость невозмущенного потока обозначать символом V_∞ .

Обозначим $b = R^2$ и покажем линии тока, отвечающие функции тока (16.10), на рис. 16.8. Как следует из (16.11) и (16.12), точки с координатами

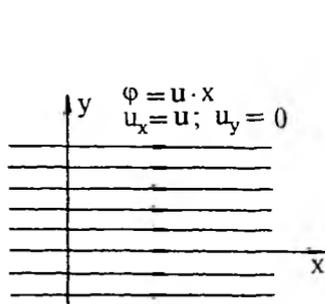


Рис. 16.7. Поле скорости, определяемое функцией $f(\xi) = u\xi$ при $u > 0$

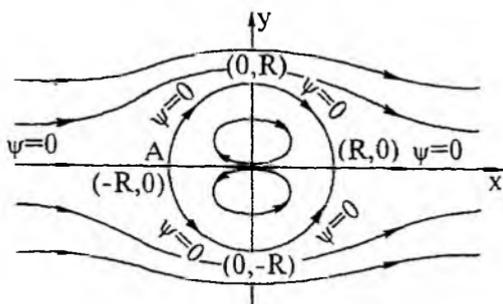


Рис. 16.8. Линии тока при безотрывном бесциркуляционном обтекании цилиндра

$(-R, 0)$ и $(R, 0)$ принадлежат двум различным линиям тока, и следовательно, являются особыми. Выпишем выражения для проекций скорости:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_\infty \left(1 - \frac{R^2(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \right); \\ u_y &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -V_\infty R^2 \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (16.14)$$

и вычислим с их помощью значения скорости в точках пересечения окружности (16.13) с координатными осями:

$$u_x(\pm R, 0) = 0; \quad u_x(0, \pm R) = 2V_\infty, \quad (16.15)$$

$$u_y(\pm R, 0) = 0; \quad u_y(0, \pm R) = 0. \quad (16.16)$$

Найденные значения проекций скорости, а также вычисление координат линий тока $\psi(x, y) = \text{const}$ с использованием (16.10) показывают, что при $x^2 + y^2 > R^2$ функция $f(\xi) = V_\infty(\xi + R^2/\xi)$ описывает потенциальное поле скорости, возникающее при безотрывном обтекании цилиндра. Эта же функция описывает и движение жидкости внутри цилиндра (при $x^2 + y^2 < R^2$), но это поле нас не интересует.

Рассмотренное течение симметрично относительно оси абсцисс и, кроме того, поле значений модуля скорости $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ симметрично

относительно оси ординат. Согласно (14.45) интеграл Лагранжа—Коши постоянен во всей области, занятой потоком жидкости, если поле скорости имеет потенциал. В случае установившегося движения и при отсутствии объемных сил имеем во всем потоке

$$p + \frac{\rho u^2}{2} = \text{const.} \quad (16.17)$$

Учитывая это, можно сделать вывод о том, что распределение давления на поверхности цилиндра также симметрично относительно координатных осей. Следовательно, главный вектор сил, действующих на цилиндр при его безотрывном обтекании невязкой жидкостью, равен нулю. Это положение представляет собой содержание так называемого *парадокса Даламбера*. Отличие от нуля главного вектора поверхностных сил возникает при учете влияния сил вязкости и при введении в расчет условия “прилипания” жидкости к твердой поверхности, а также при отрыве набегающего потока от поверхности цилиндра и при образовании водоворотных областей в следе за цилиндром.

Полученное решение позволяет обосновать, в частности, устройство *прибора Пито*, предназначенного для измерения скорости в фиксированной точке потока (см. разд. 5.7). Если поместить в поток открытую трубку В (рис. 16.9, а), срез которой (точка D) располагается вдоль ли-

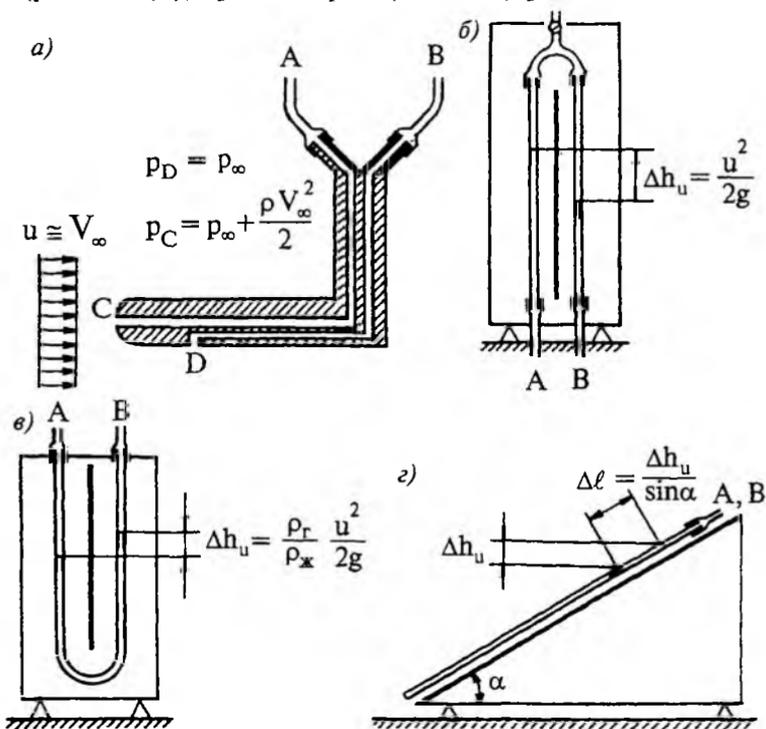


Рис. 16.9. Схема прибора Пито (см. также рис. 5.8.): а — элемент, обтекаемый жидкостью или газом; б — пьезометр при измерении скорости в потоке жидкости; в — пьезометр при измерении скорости в потоке газа; г — пьезометр, установленный на наклонном щите и позволяющий увеличить длину столбов жидкости в коленях для увеличения точности измерения

ний тока, то жидкость в этой трубке поднимается на уровень, определяемый потенциальным напором $H = (z + p/\gamma)$. Если в этот же поток поместить шар, то при его обтекании в точке С скорость будет равна нулю, а давление, согласно уравнению Бернулли (14.45), будет больше, чем в невозмущенном потоке (где скорость равна u), на величину $\Delta p_u = \rho(u^2/2)$. Следовательно, если присоединить открытую трубку А к отверстию в точке С, это давление уравновесится столбом воды, который на

$$\Delta h_u = \Delta p_u / \rho g = u^2 / 2g \quad (16.18)$$

выше, чем в трубке В. Измерив разность Δh_u уровней воды в трубках А и В, можно по зависимости (16.18) вычислить скорость u набегающего потока.

16.5. Присоединенный вихрь и подъемная сила

Выясним, какое поле скорости определяется функцией $f(\xi)$ комплексного переменного $\xi = x + yi$:

$$f(\xi) = \frac{\Gamma}{2\pi} \log \xi = \frac{\Gamma}{2\pi} \log(x + yi), \quad (16.19)$$

где $\frac{\Gamma}{2\pi}$ — постоянное вещественное число, необычный вид которого объяснен далее.

Для того, чтобы представить эту функцию в комплексном виде (т.е. отделить вещественную часть функции от мнимой), воспользуемся тригонометрической формой представления комплексных чисел $\xi = re^{i\varphi}$, где

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — модуль комплексного числа ξ , а $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ — аргумент ξ .

При этом:

$$f(\xi) = \frac{\Gamma}{2\pi} \log \xi = \frac{\Gamma}{2\pi} \log(re^{i\varphi}) = \frac{\Gamma}{2\pi} (\ln r + i\varphi) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left(\ln \sqrt{x^2 + y^2} + i \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \right). \quad (16.20)$$

Примем, что поток описывается потенциалом скорости $\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ и функцией тока $\psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$. Приравнивая функцию тока $\psi(x, y)$ различным постоянным, найдем, что совокупность линий тока, представленная на рис. 16.10, описывает осесимметричное растекание жидкости от источника, расположенного в начале координат. Наложение такого потока на поток при безотрывном обтекании цилиндра не сохранит неподвижной линию тока, совпадающую с поверхностью цилиндра.

Иная картина течения получится, если принять, что $\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, а $\psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ (что допустимо, так как и вещественная и мнимая части комплексной функции (16.12) — гармонические функции). В этом случае линии тока $\psi(x, y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2} = \text{const}$ являются концент-

рическими окружностями (рис. 16.11), а линии равного потенциала

$\varphi(x, y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \text{const}$ — прямыми линиями, проходящими через начало координат. Поток с таким полем скорости называется свободным потенциальным вихрем.

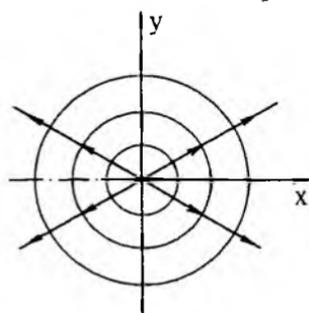


Рис. 16.10. Линии тока (со стрелками) и линии равного потенциала для источника в начале координат

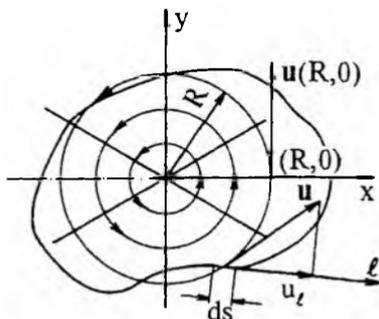


Рис. 16.11. Линии тока (со стрелками) и линии равного потенциала для потенциального вихря; пояснение понятия циркуляции скорости

Наиболее важная характеристика поля скорости для потенциально-го вихря — циркуляция скорости по замкнутому контуру, охватывающе-му начало координат, описываемая выражением

$$\oint (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\ell}) ds = \oint u_t ds, \quad (16.21)$$

где $\mathbf{u}(x, y)$ — вектор скорости в точке, взятой на контуре; $\boldsymbol{\ell}$ — единич-ный вектор, касательный к контуру в этой точке; ds — элементарная длина контура; u_t — проекция скорости на касательную к контуру.

Рассчитаем циркуляцию скорости вдоль линии тока, представляю-щей окружность с радиусом R . Вследствие осевой симметрии потока модуль скорости u во всех точках этой окружности одинаков и равен, например, модулю скорости в точке $(R, 0)$, который вычислим по фор-

муле $\psi(x, y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2}$:

$$u_y(x, y) = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}; \quad u = u_y(R, 0) = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{R}. \quad (16.22)$$

Поскольку скорость касательна к линии тока, то $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\ell} = u$ во всех точках окружности и

$$\oint (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\ell}) ds = \oint u ds = u \oint ds = \frac{\Gamma}{2\pi R} 2\pi R = \Gamma. \quad (16.23)$$

Как доказывается в теории функций комплексного переменного, циркуляция скорости в рассматриваемой нами задаче одинакова для лю-бого замкнутого контура, охватывающего начало координат. Таким об-разом, становится оправданным введение постоянной Γ в (16.19) — это циркуляция для любого замкнутого контура, охватывающего начало ко-ординат, в поле скорости, задаваемой функцией (16.19).

Если наложить рассмотренный выше поток на поток при безотрывном обтекании цилиндра, то одна из концентрических окружностей, являющихся линиями тока, совпадет с окружностью, ограничивающей цилиндр. Суммарное поле скорости также будет описывать безотрывное обтекание цилиндра, которое называется *циркуляционным* в отличие от *бесциркуляционного* обтекания, описанного в разд 16 4

Система линий тока для суммарного поля скорости представлена на рис 16 12. Рассмотрим поле давления по поверхности цилиндра для этого поля.

На верхней полуокружности скорость жидкости при бесциркуляционном обтекании цилиндра u_1 совпадает по направлению со скоростью при обтекании цилиндра потенциальным вихрем u_2 , а на нижней полуокружности эти скорости противоположны по направлению. Поэтому модуль скорости $u_B = u_1 + u_2$ в каждой точке верхней полуокружности больше модуля скорости $u_H = u_1 - u_2$ в соответствующей (симметричной относительно оси x) точке нижней полуокружности. На основании (16 17) давление p_B в каждой точке на верхней полуокружности меньше, чем давление p_H в соответствующей точке нижней полуокружности, что обеспечивает ненулевое значение подъемной силы

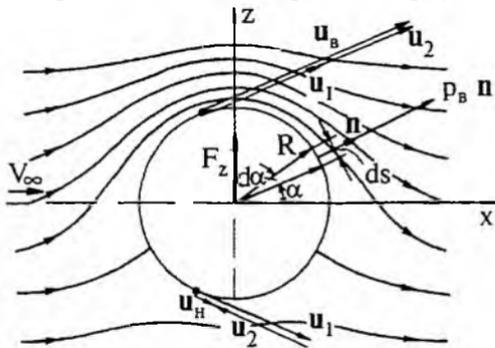


Рис 16 12 Линии тока при циркуляционном обтекании цилиндра, пояснение к расчету подъемной силы F_z

$$\begin{aligned} (F_z)_{уд} &= \oint p n_z ds = \int_0^\pi p_B \cos \alpha R d\alpha + \int_\pi^{2\pi} p_H \cos \alpha R d\alpha = \\ &= \int_0^\pi (p_B - p_H) \cos \alpha R d\alpha > 0 \end{aligned} \quad (16 24)$$

Если для определения давления на поверхности цилиндра воспользоваться уравнением (14 45), то, вычислив интеграл (16 24) и исключив взвешивающую архимедову силу, найдем

$$(F_z)_{уд} = \rho |V|_\infty \Gamma \quad (16 25)$$

Таким образом, в поле скорости, которое образуется при наложении потенциального вихря на бесциркуляционное обтекание цилиндра, на цилиндр действует подъемная сила F_z , направленная вверх, если скорость жидкости в потенциальном вихре направлена по часовой стрелке. Это утверждение представляет собой основное содержание *теоремы Жуковского о подъемной силе*.

Изложенное показывает, какими свойствами должно обладать поле скорости при обтекании твердого тела, чтобы на него действовала подъемная сила. Вместе с тем, пока не указано, как создать такое поле или при каких условиях оно формируется.

Одним из простейших примеров, когда может сформироваться такое поле скорости, является полет в воздухе со скоростью $V_{пост}$ шара, вращающегося вокруг горизонтальной оси. Вследствие "прилипания" жидкости к

твердой поверхности при вращении шар увлекает за собой окружающую жидкость (рис. 16.13) и заставляет ее вращаться вокруг себя. В инерционной системе координат с началом в центре шара, перемещающейся со скоростью поступательного движения шара $V_{\text{пост}}$, картина течения будет качественно сходна с представленной на рис. 16.12, где вместо V_{∞} следует принять $(-V_{\text{пост}})$. Скорость V_{∞} направлена слева направо, а вихревая составляющая скорости направлена против часовой стрелки, поэтому подъемная сила в этом случае направлена вниз.

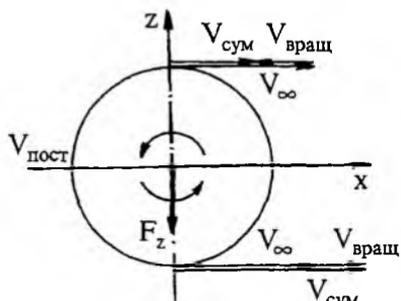


Рис. 16.13. Схема, поясняющая эффект Магнуса; шар движется со скоростью $V_{\text{пост}}$ справа налево; на поверхности шара указаны скорости жидкости относительно движущейся вместе с шаром системы координат

Появление подъемной силы при поступательном движении вращающегося тела называется *эффектом Магнуса*. Этот эффект используют теннисисты: при подкручивании мяча возникает отрицательная подъемная сила (рис. 16.14), и мяч опускается на корт по более крутой траектории, чем под действием только силы тяжести. Подрезанный мяч имеет положительную подъемную силу и летит выше траектории мяча без вращения.

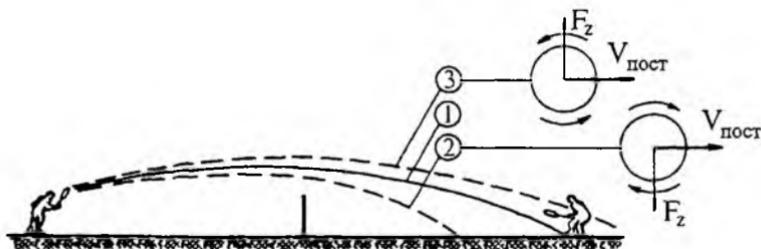


Рис. 16.14. Траектории теннисных мячей: 1 — мяч не вращается; 2 — подкрученный мяч; 3 — подрезанный мяч

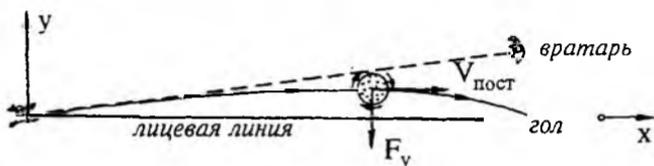


Рис. 16.15. Угловой удар “сухой лист”; прямая штриховая линия — ожидаемая вратарем траектория мяча, если мяч не закручен

В футболе, выполняя эффектный угловой удар под названием “сухой лист”, футболист заставляет мяч вращаться вокруг вертикальной оси; при этом возникает боковая сила, искривляющая траекторию и направляющая мяч, пробитый с угловой точки поля, в ворота (рис. 16.15).

16.6. Пограничный слой

В задачах о движении вязких жидкостей, с одной стороны, решение уравнений Навье—Стокса (14.35) с реализующимся в действительности условием “прилипания” к твердой границе ((14.38) и (14.39)) приводит в

практически важных случаях к серьезным математическим трудностям, связанным с нелинейностью уравнений (14.35). С другой стороны, чтобы рассматривать и использовать такие решения уравнений вязкой жидкости (14.35), при которых поле скорости имеет потенциал (это дает возможность решать линейное уравнение Лапласа), необходимо потребовать выполнения лишь условия непроницаемости твердой границы (14.38).

Выход из этого положения был найден немецким ученым Л. Прандтлем на основе экспериментального изучения структуры потоков жидкости, обтекающих твердые тела. Оказалось, что во многих случаях в непосредственной близости к твердой границе образуется тонкий слой, в котором модуль скорости жидкости резко возрастает в поперечном к движению направлении от нуля на стенке до значений, сравнительно мало изменяющихся вне этого слоя (рис. 16.16). Толщина его настолько мала, что, если увеличить размеры обтекаемого тела, присоединив к нему этот слой, то изменением геометрии тела (при расчете его обтекания) во многих случаях оказалось возможным пренебречь. При этом решение задачи об определении поля скорости и сил взаимодействия потока с твердой границей разбивается на две части.

1. Решается задача определения поля скорости, имеющего потенциал, при обтекании твердой границы (в данном случае на рис. 16.16 — поверхности тела); на твердой границе задается условие непроницаемости (14.38). Эта задача сводится к решению уравнения Лапласа. Поле давления определяют по вычисленному полю скорости с помощью уравнений Эйлера или Навье—Стокса, которые в данном случае (при потенциальном движении) совпадают. Скорости и давления, найденные при решении этой задачи, пренебрежимо мало изменяются в пределах указанного тонкого слоя, в котором скорость в реальном потоке резко уменьшается с приближением к стенке.

2. Для тонкого слоя используются дифференциальные уравнения движения вязкой жидкости (14.35), которые можно существенно упростить, так как в пределах тонкого слоя скорость жидкости резко изменяется поперек потока и сравнительно медленно изменяется вдоль потока. Для упрощенных уравнений вводятся граничные условия: а) на твердой границе должно выполняться условие “прилипания” жидкости ((14.38) и (14.39)); б) на границе с потенциальным потоком скорость в тонком слое должна быть равна скорости потенциального потока на этой границе (которая практически мало отличается от скорости на самой твердой границе, вычисленной при решении первой задачи).

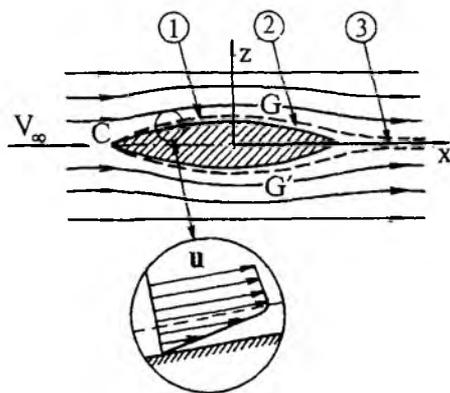


Рис. 16.16. Пограничный слой на обтекаемом теле: штриховая линия отделяет поток с потенциальным полем скорости от пограничного слоя; толщина пограничного слоя растет, до точек G и G' он ламинарный (1), ниже по течению от G и G' — турбулентный (2), за телом образуется след (3); на поверхности тела выполняется условие прилипания

Тонкий слой, лежащий между твердой границей и внешним потенциальным потоком, обтекающим твердую границу, называется *пограничным слоем*, а изложенная схема решения задачи о движении вязкой жидкости составляет основу теории пограничного слоя, которая представляет собой обширный и эффективный раздел механики жидкости.

В разд. 16.3 было указано на образование пограничного слоя при обтекании пластины и на возможность перехода ламинарного режима движения в турбулентный в точке, где толщина пограничного слоя становится достаточно большой.

Границей пограничного слоя и потенциального потока считают поверхность, на которой скорости жидкости, найденные из решения первой и второй задач, практически неразличимы (с некоторой заданной точностью). Пограничный слой характеризуется тем, что *толщина его увеличивается* вдоль течения, и движение жидкости в нем не является продольно-однородным.

16.7. Отрыв пограничного слоя. Кризис обтекания

Пограничный слой имеет очень малую толщину, и поэтому можно считать, что давление (а следовательно, и нормальные напряжения) поперек него практически постоянно, т.е. можно:

полагать, что давление на поверхности цилиндра равно давлению на внешней границе пограничного слоя;

вводить в расчет только изменение давления вдоль пограничного слоя, которое вычисляется на основе решения задачи о циркуляционном или бесциркуляционном обтекании цилиндра; поле скорости в этом случае является потенциальным, и оно связано с полем давления зависимостью (16.17).

При бесциркуляционном и безотрывном обтекании цилиндра (см. разд. 16.4) значение скорости на внешней границе пограничного слоя от точки С до точки D возрастает от 0 до $2V_\infty$, следовательно, давление уменьшается от $\left(p_\infty + \frac{\rho V_\infty^2}{2}\right)$ до $\left(p_\infty - \frac{\rho V_\infty^2}{2}\right)$; от точки D до точки E

скорость убывает от $2V_\infty$ до 0, а давление возрастает от $\left(p_\infty - \frac{\rho V_\infty^2}{2}\right)$ до

$\left(p_\infty + \frac{\rho V_\infty^2}{2}\right)$. При малых числах Рейнольдса при обтекании цилиндра

вязкой жидкостью (при выполнении условия “прилипания” — равенства нулю скорости на неподвижной твердой поверхности) от точки С до точки E формируется ламинарный пограничный слой. При этом сила сопротивления F_x обуславливается как вязкими касательными напряжениями, действующими на поверхности цилиндра со стороны потока, так и изменением нормальных напряжений (давления) вдоль поверхности цилиндра, т.е. имеют место сопротивление трения и сопротивление формы (см. разд. 16.2).

он противодействует движению жидкости в пограничном слое. При больших значениях градиента давления, возникающих при

$$Re = \frac{\rho V_{\infty} D}{\eta} = 10^3, \text{ количество движения жидкости в пограничном слое}$$

оказывается недостаточным, чтобы преодолеть противодействующую силу давления, жидкость в пограничном слое останавливается и даже

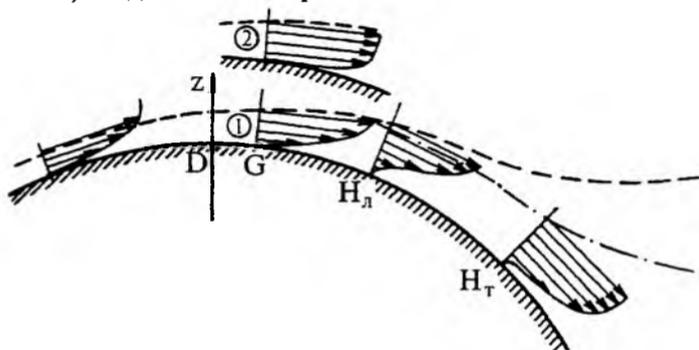


Рис. 16.19. Смещение точки отрыва ламинарного пограничного слоя H_L вниз по течению в точку H_T при переходе в точке G ламинарного режима в турбулентный: 1 — эпюра скорости при ламинарном режиме; 2 — то же при турбулентном режиме движения в пограничном слое; штриховая линия — граница ламинарного пограничного слоя, штрихпунктирная — турбулентного



Рис. 16.20. Сравнение ламинарного и турбулентного пограничных слоев. Ламинарный пограничный слой, показанный на верхнем снимке, отрывается на вершине выпуклой поверхности, тогда как турбулентный слой, показанный на нижнем снимке, остается присоединенным

начинает течь в обратном направлении (рис. 16.18). Картина течения существенно изменяется. В точке H , где скорость во всем сечении пограничного слоя равна нулю, пограничный слой отрывается от поверхности цилиндра, и за цилиндром образуется широкая (соизмеримая с диаметром цилиндра) застойная зона, которая называется гидродинамическим следом. Давление на задней части цилиндра (от точки H до

точки Н') падает и становится практически постоянным. В результате сила сопротивления формируется не только за счет сопротивления трения на участках СН и СН', но и за счет деформации потока и образования отрывных зон, т.е. возникает сопротивление формы, которое составляет в данном случае до 95% всей силы сопротивления F_x .

Существенное влияние на положение точки отрыва Н (а следовательно, и на размеры следа, а в конечном итоге и на силу сопротивления F_x) оказывает режим движения в пограничном слое. Распределение осредненной скорости в турбулентном пограничном слое более равномерное, чем в ламинарном. Распределения скоростей в поперечных сечениях ламинарного и турбулентного пограничных слоев, представленные на рис. 16.19, аналогичны распределениям скорости при соответствующих режимах в пристенном слое (см. рис. 5.15). Средняя скорость и поток количества движения в поперечном сечении пограничного слоя (при одинаковой его толщине и скорости на внешней границе) при турбулентном режиме движения больше, чем при ламинарном (см. также гл. 18). Поэтому изменение количества движения в турбулентном пограничном слое может компенсировать большие градиенты давления, чем в ламинарном пограничном слое, и следовательно, точка отрыва пограничного слоя Н, если слой турбулентный, будет располагаться ниже по течению, чем в ламинарном пограничном слое (рис. 16.20).

Если по каким-либо причинам, например, при увеличении V_∞ и, соответственно, числа Re , ламинарный пограничный слой в точке G выше по течению точки отрыва H_L станет турбулентным, то точка отрыва сместится вниз по течению и займет новое положение H_T , соответствующее балансу изменения количества движения и градиента давления при турбулентном режиме (см. рис. 16.19). При этом поперечный размер следа уменьшается и соответственно уменьшаются сопротивление формы и вся сила сопротивления цилиндра F_x . Это явление называется *кризисом обтекания*.

На рис. 16.21 представлены экспериментальные за-

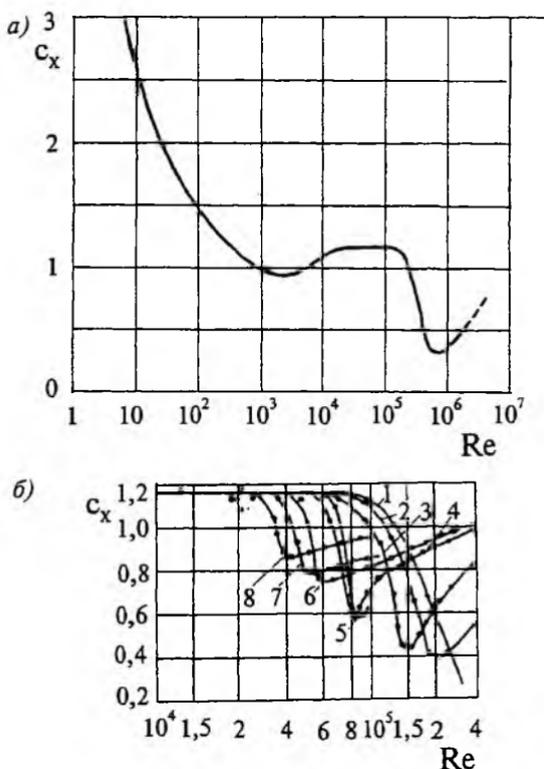


Рис. 16.21. Зависимость коэффициента c_x для круглого цилиндра от Re (а); влияние относительной шероховатости $\Delta_r = \Delta/D$ на сопротивление круглого цилиндра (б):
 1 — $\Delta_r = 0$; 2 — $\Delta_r = 5 \cdot 10^{-4}$; 3 — $\Delta_r = 2 \cdot 10^{-3}$;
 4 — $\Delta_r = 4 \cdot 10^{-3}$; 5 — $\Delta_r = 5 \cdot 10^{-3}$; 6 — $\Delta_r = 7 \cdot 10^{-3}$;
 7 — $\Delta_r = 9 \cdot 10^{-3}$; 8 — $\Delta_r = 2 \cdot 10^{-2}$

висимости $c_x = f(Re)$ и $c_x = f(Re, \Delta_r)$ для значений числа Re , при которых имеет место кризис обтекания. Как следует из этих графиков, увеличение шероховатости приводит к проявлению кризиса обтекания при меньших значениях числа Рейнольдса, т.е. при меньшей скорости набегающего потока, но вместе с тем уменьшается и степень снижения сопротивления (при очень больших шероховатостях снижение сопротивления уже мало заметно, так как ламинарный пограничный слой практически не формируется даже вблизи точки С).

Иногда для уменьшения силы сопротивления F_x используют искусственную турбулизацию набегающего потока. Например, на наветренной поверхности шара устанавливают кольцо, след за которым турбулентный (рис. 16.22). Интенсивные пульсации скорости и давления в следе за кольцом создают условия для перехода ламинарного режима

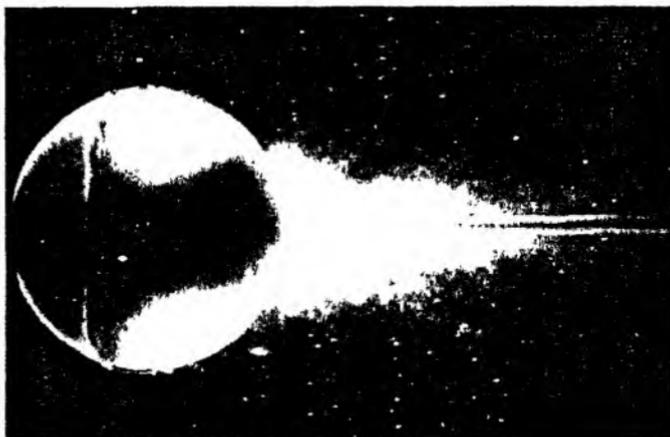


Рис. 16.22. Мгновенная картина обтекания шара с турбулизирующей проволочкой при $Re = 30\,000$. Проволочный обруч, надетый на шар перед экватором, возмущает пограничный слой. Слой становится турбулентным и поэтому отрывается ниже по потоку, в отличие от ламинарного (см. рис. 16.21). Сопротивление при этом резко уменьшается до значения, достигаемого на гладком шаре только при числе Рейнольдса, в десять раз превышающем существующее в потоке

движения в пограничном слое на шаре в турбулентный, и следовательно, к появлению кризиса обтекания и к снижению c_x при меньших скоростях V_∞ и соответственно при меньших числах Рейнольдса.

Влияние турбулентности набегающего потока на силу сопротивления обтекаемого тела объясняет *парадокс Дюбуа*. Ученый заметил, что если удерживать неподвижно шар в речном потоке, имеющем скорость V_∞ , то к нему достаточно приложить меньшую силу, чем если с постоянной скоростью V_∞ перемещать такой же шар, погруженный в толщу озерной воды.

В XVIII веке это рассматривалось как нарушение принципа относительности Галилея. С появлением представлений об отрыве пограничного слоя и о кризисе обтекания парадокс Дюбуа получил объяснение. В речном потоке за счет его естественной турбулентности кризис обтекания наступает при меньших скоростях, чем при движении шара в неподвижной (нетурбулентной) озерной воде.

16.8. Способы улучшения гидроаэродинамических характеристик движущихся объектов

Затраты энергии на перемещение многих движущихся объектов (самолетов, автомобилей, подводных и надводных судов) связаны в значительной степени с преодолением силы сопротивления жидкости или газа, в которых они движутся. В связи с этим целесообразно рассмотреть возможности уменьшения силы сопротивления. Как следует из разд. 16.2 и 16.3, основной частью этой силы является сопротивление формы, т.е. сила, обусловленная сильной деформацией потока, возникающей вследствие отрыва пограничного слоя и образования следа за телом. В частности, при обтекании вертикальной пластины (см. рис. 16.6) сила сопротивления обусловлена только деформацией потока; сопротивление трения здесь не дает вклада в силу сопротивления.

Рассмотрим, как, изменяя форму тела, уменьшить силу сопротивления.

Если перед пластиной (рис. 16.23,а) установить полуцилиндр с диаметром $D = L$ (рис. 16.23,б), то при этом:

поперечное сечение следа уменьшится;

давление в следе станет близким к p_∞ (напомним, см. разд. 16.3, что

в следе за вертикальной пластиной давление составляет $\left(p_\infty - 1,2 \frac{\rho V_\infty^2}{2} \right)$;

появится очень небольшая по величине сила сопротивления трения от вязких касательных напряжений на поверхности полуцилиндра.

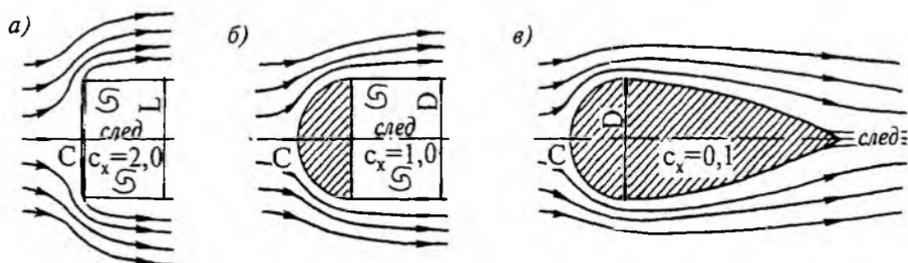


Рис. 16.23. Тела, имеющие одинаковый поперечный размер и различные силы сопротивления

В результате сила сопротивления полуцилиндра в два раза меньше, чем у пластины (у пластины $c_x = 2,0$, у полуцилиндра $c_x = 1,0$).

Сопротивление формы можно практически исключить, если присоединить к полуцилиндру обтекатель (рис. 16.23,в), который исключит отрыв пограничного следа и образование следа в виде застойной области. В этом случае основной вклад в силу сопротивления вносят вязкие касательные напряжения на поверхности тела (сопротивление трения), а коэффициент сопротивления уменьшается на порядок ($c_x \cong 0,1$).

Улучшить аэродинамическую характеристику может не только уменьшение силы сопротивления, но и обеспечение устойчивого значения этой силы. Этого можно достичь, придав телу форму с фиксированной точкой отрыва.

Например, если поверхность автомобиля такова, что она хорошо аппроксимируется половиной эллиптической цилиндрической поверх-

ности (рис. 16.24), то при движении такого транспортного средства сохраняются все особенности силы сопротивления при обтекании цилиндра и, в частности, кризис обтекания. При числе Рейнольдса $Re = 10^3$

происходят отрыв пограничного слоя и образование следа за автомобилем; этому соответствует скорость автомобиля

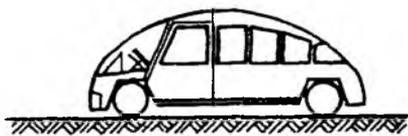


Рис. 16.24. Автомобиль

с эллипсоидальным кузовом

$$V = Re \cdot \frac{v}{h} = 10^3 \frac{0,15}{100} \approx 1,5 \text{ см / с ,}$$

где h — высота автомобиля.

При этом безотрывное обтекание автомобиля практически не реализуется. При числе $Re = 5 \cdot 10^5$ (рис. 16.25) коэффициент сопротивления резко уменьшается (кризис обтекания). Этому числу Re соответствует скорость $V = 750 \text{ см/с} = 27 \text{ км/ч}$, следовательно, кризис обтека-

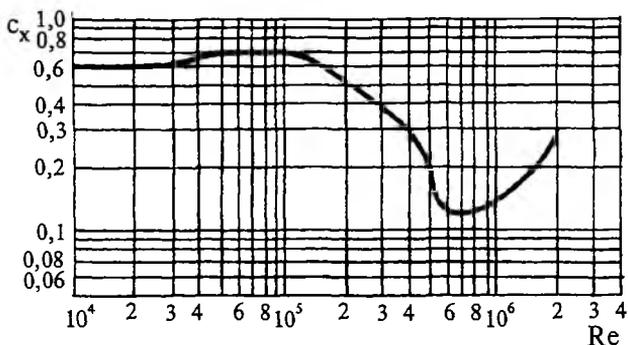


Рис. 16.25. Зависимость коэффициента c_x от числа Re для цилиндра с эллиптическим сечением

ния наступает при небольших скоростях. При $Re = 2 \cdot 10^6$, чему соответствует $V = 100 \text{ км/ч}$, коэффициент сопротивления резко возрастает в 4 раза; чтобы преодолеть это сопротивление необходимо увеличить в четыре раза нагрузку на двигатель.

Предположим, что двигатель развил достаточную мощность, и автомобиль двигается со скоростью $V = 105 \text{ км/ч}$ по хорошему дорожному покрытию. Если вдруг покрытие ухудшилось, возросло сопротивление качению колес, и скорость автомобиля станет меньше 100 км/ч, сопротивление воздуха уменьшится в четыре раза, и двигатель автомобиля, будучи недогруженным, станет разгонять автомобиль, т.е. возникнут нежелательные условия неустойчивой работы двигателя, опасные для водителя.

Сложный характер зависимости $c_x = c_x(Re)$ для кругового и эллиптического цилиндров связан с тем, что на этих поверхностях нет фиксированной точки отрыва пограничного слоя; в зависимости от числа Re точка отрыва может перемещаться по поверхности цилиндра вверх или вниз по течению, деформируя картину течения и изменяя коэффициент сопротивления c_x . Поэтому современным автомобилям придают форму, обеспечивающую практически не зависящую от числа Re (а следовательно, и от скорости автомобиля) картину течения и практически постоянное значение коэффициента сопротивления (рис. 16.26). Отме-

тим, что приведенные выше рассуждения были основаны на экспериментальной зависимости $c_x = c_x(Re)$, полученной при обтекании эллиптического цилиндра большой длины, т.е. для условий плоской зада-

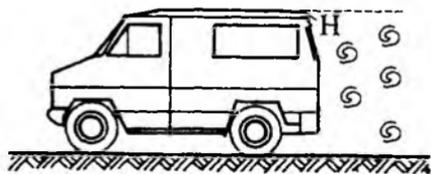


Рис. 16.26. Аэродинамически рациональная форма кузова автомобиля (с фиксированной точкой Н отрыва пограничного слоя)

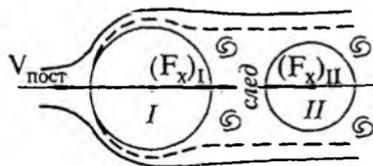


Рис. 16.27. Силы, действующие на движущееся тело I и на тело II, находящееся в следе

чи. Эти материалы можно использовать только для качественных оценок явлений при обтекании таких существенно трехмерных тел, как автомобиль.

В заключение укажем на возможность использования следа за движущимся телом для уменьшения силы сопротивления другого тела, движущегося за первым. Если обтекаемое тело неподвижно, то в непосредственной близости от него в следе осредненная скорость близка к нулю, и поэтому, поместив туда другое тело, можно ожидать, что оно практически не будет взаимодействовать с потоком, набегающим на первое тело, и, следовательно, сила сопротивления, действующая на тело, находящееся в следе за неподвижным телом, близка к нулю.

След за телом I (рис. 16.27), движущимся в неподвижной жидкости со скоростью $V_{\text{пост}}$, движется за телом с той же скоростью. Если в этот движущийся след поместить какое-либо другое тело II, то оно будет увлекаться этим следом, и на него будет действовать сила, направленная в сторону движения тела I. Этот эффект широко используют в спорте. Например, велосипедисты в соревнованиях стараются пристроиться в след за кем-либо из конкурентов и, используя увлекающую силу от следа, затрачивают на поддержание той же скорости меньше усилий, чем их конкурент. В соревнованиях "гонка преследования" (рис. 16.28) четыре велосипедиста, сменяя друг друга, лидируют, принимая на себя силу сопротивления, соответствующую скорости движения $V_{\text{пост}}$. Три товарища по команде, находящиеся в следе за лидером, не испытывают такого сопротивления воздуха и сохраняют силы, чтобы, когда придет их очередь, обеспечить на короткое время высокую скорость движения всей четверки.



Рис. 16.28. "Гонка преследования" на треке: велосипедисты поочередно лидируют, давая возможность остальным членам команды экономить силы для поддержания высокой скорости всей четверки

16.9. Обтекание крыловых профилей

Современные летательные аппараты поддерживаются в воздухе за счет подъемной силы, создаваемой крыльями (винт вертолета можно рассматривать как вращающиеся крылья). Крылья должны иметь возможно меньшее сопротивление, чтобы при фиксированной (задаваемой мощностью двигателя) тяге обеспечивать возможно большую скорость аппарата. Поэтому поперечному сечению крыла придают обтекаемый профиль, имеющий форму, близкую к представленному на рис. 16.29. Его называют *крыловым профилем*.

Покажем, как возникает подъемная сила при безотрывном обтекании крылового профиля. Вначале положим, что поле скорости потенци-

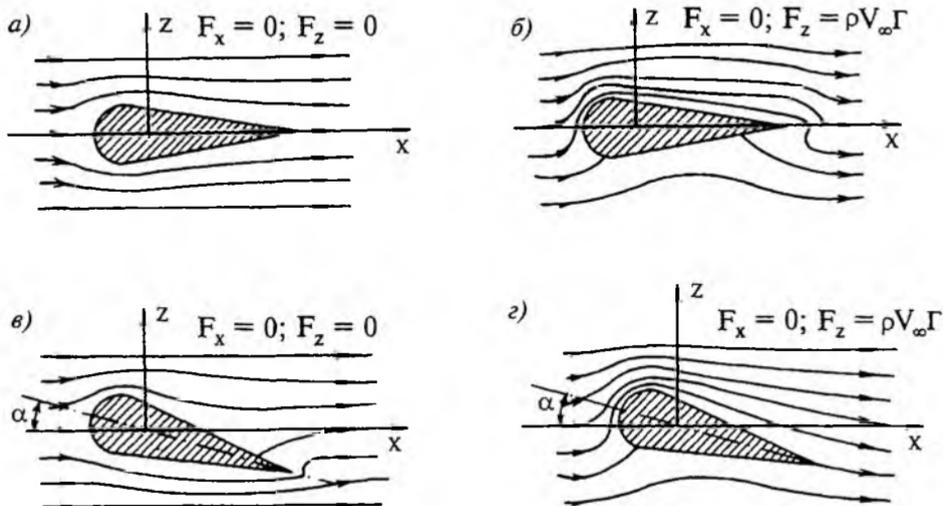


Рис. 16.29. Силы, действующие на крыловой профиль при безотрывном обтекании: *a* — бесциркуляционное обтекание с углом атаки $\alpha = 0$; *б* — циркуляционное обтекание, $\alpha = 0$; *в* — бесциркуляционное обтекание, $\alpha > 0$; *г* — циркуляционное обтекание в соответствии с постулатом Чаплыгина

ально, а условие прилипания к твердой поверхности и пограничный слой отсутствуют. Если профиль имеет плоскость симметрии, и эта плоскость расположена вдоль потока (рис. 16.29, *a*), то в таком случае на профиль не действуют ни сила сопротивления, ни подъемная сила. Сила сопротивления равна нулю в соответствии с парадоксом Даламбера, поясненным на примере безотрывного обтекания цилиндра. Чтобы появилась подъемная сила, согласно теореме Жуковского необходимо, чтобы обтекание было циркуляционным, т.е. чтобы вокруг профиля потенциальное поле скорости имело ненулевую (равную Γ) циркуляцию по любому замкнутому контуру, охватывающему профиль. При этом система линий тока имеет вид, представленный на рис. 16.29, *б*; давление на нижнюю поверхность профиля p_n больше, чем давление на верхнюю поверхность p_v в каждой паре симметричных точек. Главный вектор сил давления представляет собой подъемную силу, которая на единицу длины (в направлении оси y) профиля составляет

$$(F_z)_{уд} = \rho V_\infty \cdot \Gamma, \quad (16.26)$$

Но для образования циркуляционного обтекания вследствие симметрии профиля и обтекающего его потока (относительно горизонтальной плоскости (x, y)) нет оснований, и поэтому обтекание представленное на рис. 16.29,б, не реализуется.

Если плоскость симметрии крылового профиля наклонена по отношению к скорости V_∞ на угол α (угол атаки), то при бесциркуляционном обтекании линии тока имеют вид, представленный на рис. 16.29,в. При таком течении также не возникают ни сила сопротивления, ни подъемная сила (хотя даже простейшие опыты, например, с воздушным змеем, показывают, что при $\alpha > 0$ подъемная сила не равна нулю; у картины течения на рис. 16.29,в имеется важный недостаток — особенность, не реализуемая в действительности). При обтекании острой задней кромки вблизи нее скорость жидкости теоретически должна быть бесконечно большой. Вместе с тем, эксперименты показывают, что при безотрывном обтекании линии тока вблизи задней кромки всегда касательны к контуру крылового профиля.

Это явилось основанием для введения в теорию обтекания *постулата Чаплыгина*. Согласно постулату в потоке образуется присоединенный потенциальный вихрь с такой циркуляцией Γ , что при его наложении на поле скорости, показанное на рис. 16.29,в, сформируется суммарное поле, в котором линии тока касательны к контуру профиля вблизи задней кромки (рис. 16.29,з). При этом возникает подъемная сила, определяемая по формуле Жуковского (16.26). С увеличением угла атаки α увеличивается и значение циркуляции Γ , обеспечивающей условие постулата, а следовательно, и подъемная сила. Расчеты показывают, что при небольших углах атаки $\alpha < 13^\circ$ возникающая в соответствии с постулатом Чаплыгина подъемная сила прямо пропорциональна углу атаки, и теоретическая зависимость $c_z = c_z(\alpha)$ хорошо подтверждается экспериментально (рис. 16.30). Отме-

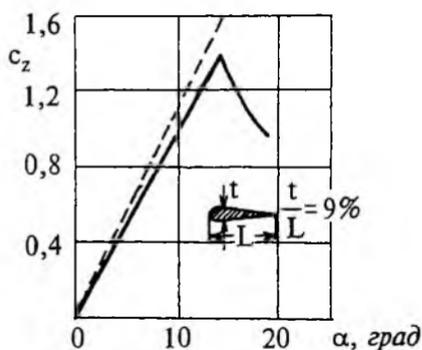


Рис. 16.30. Зависимость коэффициента c_z от угла атаки α : штриховая линия — теоретическое решение для плоской пластины, основанное на постулате Чаплыгина; сплошная линия — экспериментальная кривая для крылового профиля

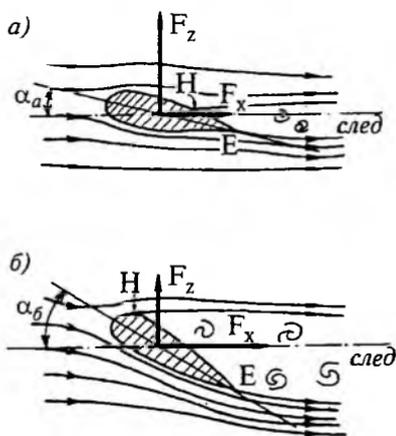


Рис. 16.31. Уменьшение подъемной силы F_z и увеличение силы сопротивления F_x при увеличении угла атаки: $\alpha_b > \alpha_a$

тим, что при безотрывном циркуляционном обтекании крылового профиля (см. рис. 16.29,з) горизонтальная сила сопротивления равна нулю (парадокс Даламбера).

Если учитывать вязкость жидкости и условия прилипания, сила сопротивления F_x не равна нулю и при малых углах атаки. Она складывается, во-первых, из сопротивления трения за счет вязкости, а во-вторых, из сопротивления формы за счет отрыва пограничного слоя и образования следа (рис. 16.31,а). Пока точка отрыва H находится недалеко от задней кромки, давление в следе, приблизительно равное p_∞ , на участке HE несущественно уменьшает подъемную силу. При увеличении угла атаки α точка отрыва H смещается вверх по течению и может достичь передней кромки (рис. 16.31,б), в этом случае на всю верхнюю поверхность профиля действует давление p_∞ , которое ненамного меньше, чем давление на нижнюю поверхность, и подъемная сила становится очень не-

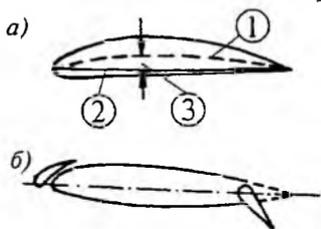


Рис. 16.32. Несимметричный крыловой профиль (а): 1 — средняя линия, 2 — хорда, 3 — стрелка прогиба; крыловой профиль с изменяемой геометрией (б)

большой. Переход от картины течения, представленной на рис. 16.31,а, к картине на рис. 16.31,б происходит при небольшом изменении угла атаки после превышения $\alpha = 13^\circ$ и имеет вид кризиса (см. рис. 16.30).

Большие размеры следа не только уменьшают подъемную силу, но и увеличивают силу сопротивления. Чтобы уменьшить размеры следа, крыловому профилю придают кривизну (рис. 16.32), которая обеспечивает лучшие эксплуатационные характеристики крылового профиля. Крылья самолетов снабжены закрылками, изменяющими поперечное сечение

профиля, для того, чтобы обеспечивать необходимую подъемную силу при различных скоростях полета (V_∞) и на различной высоте h (плотность воздуха ρ уменьшается с высотой).

16.10. Обтекание шара

Обтекание шара при числах Рейнольдса $Re = \frac{V_\infty D}{\nu} > 10$ имеет те же характерные особенности, что и обтекание цилиндра. Сила сопротивления

$$F_x = c_x \frac{\rho V_\infty^2}{2} \cdot \frac{\pi D^2}{4}, \quad (16.27)$$

где c_x — коэффициент силы сопротивления, зависящий от числа Рейнольдса (рис. 16.33 и 16.34). При обтекании шара, как и при обтекании цилиндра, формируется ламинарный пограничный слой, отрыв которого создает след за шаром, при переходе в турбулентный режим движения в пограничном слое выше линии отрыва размеры следа за шаром уменьшаются (рис. 16.35, см. также рис. 16.22), что резко уменьшает значения c_x (кризис обтекания). Сходство между обтеканием этих тел настолько велико, что некоторые эффекты обтекания, изложенные применительно к обтеканию цилиндра в разд. 16.4 (эффект Магнуса, парадокс Дюбуа, влияние турбулентности набегающего потока на наступле-

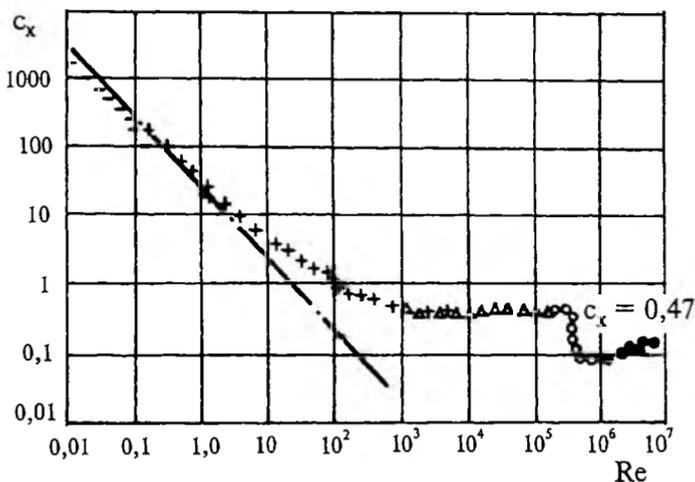


Рис. 16.33. Зависимость коэффициента сопротивления шара от числа Re , а также влияние условий опыта на величину c_x в районе $Re_{кр}$:

- — испытания Арнольда; + — испытания Шиллера;
- Δ — испытания Визельсбергера; \circ — испытания Хорнера;
- \bullet — испытания Джексона; — — данные по теории Стокса

ние кризиса обтекания), были проиллюстрированы на примере обтекания шара.

При малых числах Рейнольдса ($Re < 10$), когда силы инерции в жидкости пренебрежимо малы по сравнению с силами вязкости (см. гл. 20), задача об обтекании шара вязкой жидкостью имеет аналитическое решение, полученное Стоксом. Картина линий тока в этом случае симметрична относительно координатных плоскостей (рис. 16.36), течение безотрывное, за шаром образуется лишь тонкий след, давление линейно изменяется вдоль линий тока у поверхности шара. Согласно аналитическому решению Стокса

$$F_x = 3\pi\eta D \cdot V_\infty \quad (16.28)$$

Сравнивая это выражение с (16.27), найдем выражение для c_x :

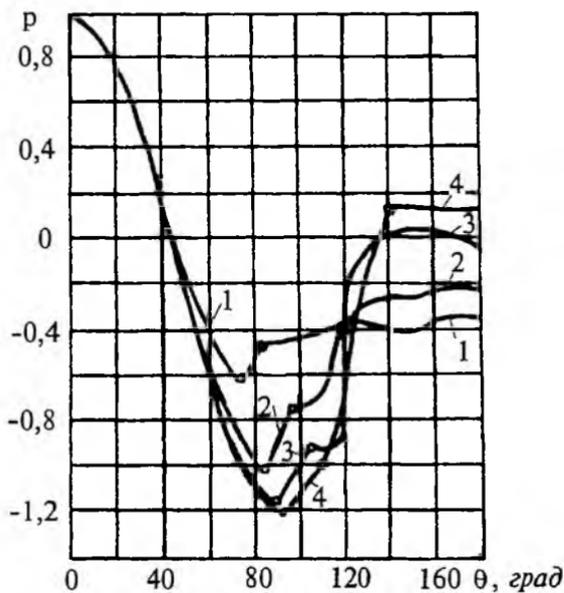


Рис. 16.34. Распределение давлений по поверхности шара в диаметральной плоскости, параллельной направлению потока:

- 1 — $Re = 1,57 \cdot 10^5$, $c_x = 0,471$;
- 2 — $Re = 2,51 \cdot 10^5$, $c_x = 0,313$;
- 3 — $Re = 2,98 \cdot 10^5$, $c_x = 0,151$;
- 4 — $Re = 4,24 \cdot 10^5$, $c_x = 0,143$

$$c_x = \frac{24\eta}{\rho V_\infty D} = \frac{24}{Re} \quad (16.29)$$

Сила сопротивления обусловлена на две трети вязкими касательными напряжениями, действующими на поверхности шара со стороны потока, а на одну треть — нормальными напряжениями на поверхности шара, которые на фронтальной части больше, чем на тыльной.

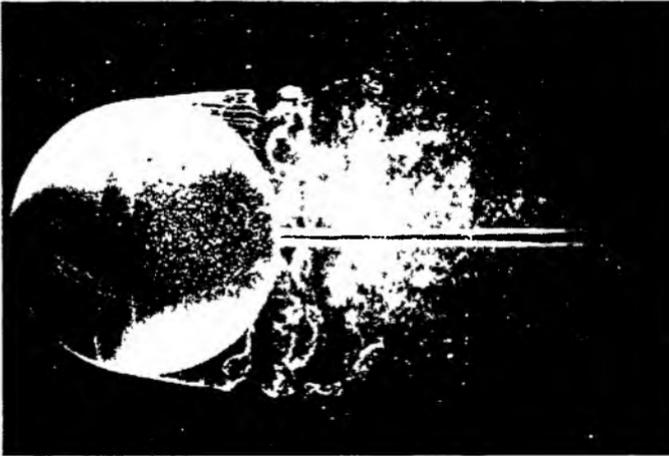


Рис. 16 35 Мгновенная картина потока при обтекании шара при $Re = 15\,000$. Подкраска обнаруживает ламинарный пограничный слой, отрывающийся перед экватором, причем этот слой остается ламинарным на длине, почти равной радиусу. Затем слой становится неустойчивым и быстро превращается в турбулентный

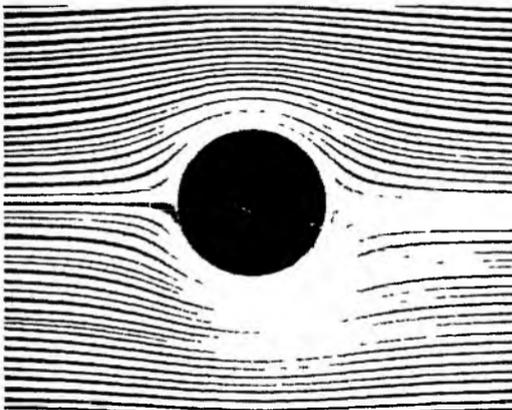


Рис. 16 36. Безотрывное обтекание шара при малых числах Рейнольдса

Для инженерно-строительных задач обтекание шара представляет интерес, в частности, при расчете движения и осаждения взвешенных твердых частиц в турбулентных потоках. Основной характеристикой взвешенных частиц (как правило, это частицы грунта с плотностью $\rho_T = 2600 \text{ кг/м}^3$) при решении подобных задач является гидравлическая крупность w — скорость равномерного падения частицы под действием силы тяжести в достаточно большом объеме покоящейся воды.

Как показывают теоретические и экспериментальные исследования, сила сопротивления движению тела при малых числах Re слабо зависит от формы тела (здесь основную роль играет сопротивление трения, а не сопротивление формы). Поэтому сферическая форма является вполне приемлемой аппроксимацией для частиц грунта, основная геометричес-

кая характеристика которой — их средний поперечный размер, называемый диаметром. В дальнейшем будем считать *характерный диаметр частицы* грунта равным диаметру шара, аппроксимирующего эту частицу.

При равномерном падении частицы в жидкости на нее действуют: сила тяжести, архимедова взвешивающая сила и сила сопротивления движению со скоростью w . Приравняв нулю сумму этих сил, получим

$$\rho_T \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi D^3 \cdot g - \rho_{ж} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi D^3 \cdot g - 3\pi\eta D \cdot w = 0, \quad (16.30)$$

где ρ_T — плотность твердой частицы; $\rho_{ж}$ — плотность жидкости.

Из (16.30) получим выражение для гидравлической крупности:

$$w = \frac{4}{9} \frac{\rho_T - \rho_{ж}}{\rho_{ж}} \cdot \frac{g D^2}{\nu}. \quad (16.31)$$

Сравнение результатов расчета по этой формуле с экспериментальными значениями w , полученными для оседания частиц грунта в воде при температуре 15°C (табл. 16.1), дало возможность сделать следующие выводы. Если принять $\rho_T = 2600 \text{ кг/м}^3$, что соответствует плотности квар-

Таблица 16.1

Гидравлическая крупность частиц грунта

d , мм	1,0	0,5	0,1	0,05	0,02	0,01
w , см/с	12,0	5,3	0,8	0,29	0,06	0,015
Re ,	120	26,5	0,8	0,15	0,012	0,00015

цевого песка, то по зависимости (16.31) получаются завышенные значения w , которые превышают приведенные в табл. 16.1 в 2—10 раз. По-видимому, учитывая образование на поверхности мелких (особенно пылеватых и глинистых) частиц тонкого слоя воды, химически и механически связанной с материалом частиц, следует ожидать, что реальная эффективная объемная плотность частиц существенно меньше 2600 кг/м³. Принимая во внимание трудности определения эффективной плотности частиц, не следует рекомендовать зависимость (16.31) для практического определения гидравлической крупности частиц грунта.

Вместе с тем, расчеты по этой формуле дают хорошие результаты для скорости осаждения мелких капель воды и пыли в воздухе (при соответствующих значениях плотностей шариков и жидкой среды), когда числа $Re < 10^{-2}$.

16.11. Ветряной двигатель

Ветряные двигатели много столетий используются в хозяйственной деятельности в качестве источника энергии для мельниц, водяных насосов, деревообрабатывающих станков (рис. 16.37). Рабочее колесо ветряного двигателя (ветроколесо) состоит из нескольких (обычно от двух до пяти) лопастей, закрепленных на ступице. Ступица насажена на вал, которому она передает мощность, получаемую через лопасти от ветра. Действительное описание поля скорости воздушного потока, необходимое, в частности, для расчета количества и конфигурации лопастей,

требует трехмерной постановки задачи гидромеханики, что выходит за рамки данного курса. Одномерная постановка задачи позволяет оценить наиболее важные интегральные характеристики ветряного двигателя.

Для того, чтобы рационально задать контрольный объем, внутри которого находится ветроколесо, отметим, что при обтекании воздушным потоком неподвижного диска (рис. 16.38) за ним образуется застойная зона с близкими к нулю осредненными скоростями. При использовании модели невязкой жидкости в этой области скорость принимается равной нулю. В этом случае можно выделить осесимметрич-

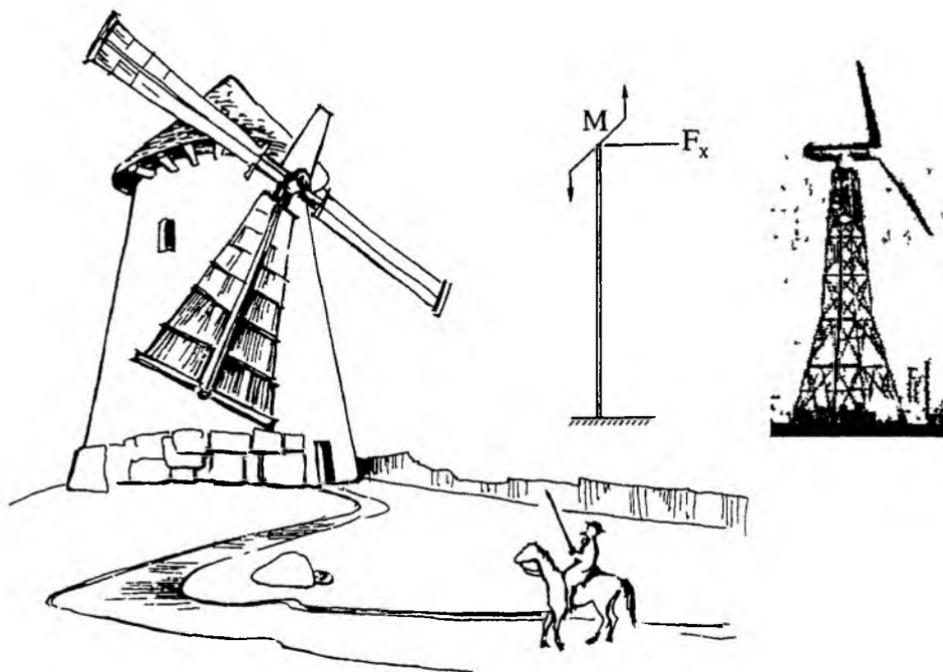


Рис. 16.37 Ветроколесо

ную поверхность тока Γ_0 , ограничивающую область с нулевым расходом жидкости выше диска по течению скорость набегающего воздуха (скорость ветра) $V_\infty \neq 0$, и нулевой расход обеспечивается равной нулю площадью поперечного сечения области, ниже по течению площадь поперечного сечения области конечна, но скорость воздуха здесь равна нулю (застойная область, след за телом).

Если вместо непроницаемого (сплошного) диска в потоке воздуха расположить ветроколесо (рис. 16.39), которое можно рассматривать как решетку, проницаемую для воздушного потока, но оказывающую ему сопротивление с силой F , то поверхность потока Γ , проходящая через концы лопастей колеса, будет ограничивать поток с ненулевым расходом и будет иметь форму, промежуточную между формой Γ_0 (соответствующей абсолютно непроницаемому диску) и цилиндрической (соответствующей абсолютно проницаемому, не оказывающему никакого воздействия на поток, колесу).

Примем следующие упрощающие допущения:

- а) расчетный контрольный объем ограничен поверхностью тока Γ и двумя поперечными сечениями $\omega_{вх}$ и $\omega_{вых}$, которые достаточно удалены от ветроколеса, так что давление в этих сечениях одинаково и равно атмосферному;
- б) давление на поверхности тока Γ равно атмосферному;
- в) касательные напряжения на поверхности тока Γ отсутствуют;
- г) сила тяжести вносит пренебрежимо малый вклад в уравнения количества движения и кинетической энергии;

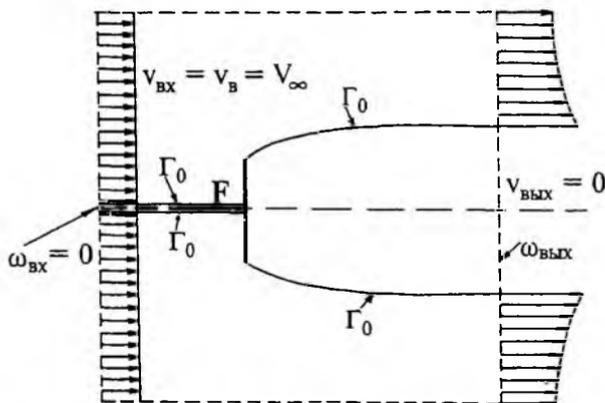


Рис. 16.38. Обтекание воздухом непроницаемого диска

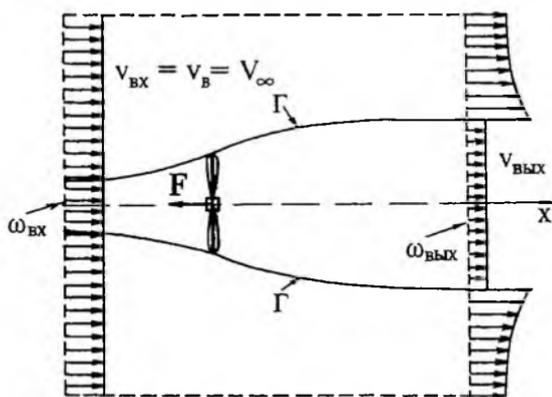


Рис. 16.39. Обтекание воздухом ветроколеса

- д) распределение скорости воздуха в поперечных сечениях достаточно равномерное, так что коррективы количества движения и кинетической энергии равны единице;
- е) воздух несжимаем;
- ж) вклад работы вязких напряжений в баланс механической энергии в контрольном объеме пренебрежимо мал.

Запишем для выделенного контрольного объема уравнение количества движения:

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \int_V \rho \mathbf{f} dV + \int_A \mathbf{p}_n dA - \mathbf{F}, \quad (16.32)$$

где F — сила, действующая на контрольный объем со стороны ветроколеса, она введена в уравнение со знаком минус, так как направлена против оси x .

Проектируя все слагаемые на горизонтальную ось x , получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u_x dV + \int_A \rho u_n u_x dA = \int_V \rho f_x dV + \int_A p_{nx} dA - F_x.$$

Первое слагаемое в левой части этого уравнения равно нулю, так как движение установившееся; первое слагаемое в правой части выражает проекцию силы тяжести контрольного объема на ось x , а поскольку ось x горизонтальна, то это слагаемое равно нулю; касательные напряжения на контрольной поверхности из рассмотрения исключим (допущение в), а нормальные напряжения постоянны на всей поверхности (допущение б), и следовательно, второе слагаемое в правой части также равно нулю. Заменяя в поперечных сечениях местную скорость u на среднюю скорость v (допущение д), получим

$$+ \rho v_{вх}^2 \omega_{вх} - \rho v_{вых}^2 \omega_{вых} = F_x. \quad (16.33)$$

Запишем для этого же объема V уравнение, выражающее закон изменения кинетической энергии:

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho \frac{u^2}{2} dV = \int_V (\mathbf{u} \cdot \mathbf{f}) \rho dV + \int_A (\mathbf{u} \cdot \mathbf{p})_n dA - \int_V \Phi dV - N_k, \quad (16.34)$$

где N_k — мощность, отдаваемая потоком ветроколесу; чтобы N_k была положительна, она введена в уравнение со знаком минус.

Примем мощность N_k равной мощности потока, которую он затрачивает на преодоление силы F_x со средней скоростью воздушного потока v_k в поперечном сечении ω_k , совпадающем с плоскостью вращения ветроколеса,

$$N_k = F_x v_k. \quad (16.35)$$

Упростив уравнение (16.34), учитывая, что:

движение установившееся;

вклад силы тяжести пренебрежимо мал (допущение г);

на контрольной поверхности A действуют только постоянные по величине нормальные напряжения (допущения б и в);

работа внутренних сил пренебрежимо мала (допущение ж),

получим

$$\frac{\rho v_{вх}^3 \omega_{вх}}{2} - \frac{\rho v_{вых}^3 \omega_{вых}}{2} = N_k. \quad (16.36)$$

В соответствии с уравнением неразрывности

$$v_{вх} \omega_{вх} = v_{вых} \omega_{вых} = v_k \omega_k = Q, \quad (16.37)$$

где Q — объемный расход воздуха, проходящего через ветроколесо.

Подставив F_x из (16.33) и N_k из (16.34) в (16.35) и используя (16.37), получим

$$\rho Q \frac{v_{вх}^2 - v_{вых}^2}{2} = \rho Q (v_{вх} - v_{вых}) v_k$$

или

$$v_k = \frac{v_{вх} + v_{вых}}{2}. \quad (16.38)$$

Подставив выражение (16.38) для v_k и F_x из (16.33) в (16.35), получим

$$N_k = \frac{1}{2} \rho \omega_k (v_{вх} + v_{вых}) (v_{вх}^2 - v_{вых}^2). \quad (16.39)$$

Мощность N_k , отбираемая ветроколесом от воздушного потока, согласно (16.35) равна нулю в двух крайних случаях:

1) колесо непроницаемо (диск), так что $v_k = 0$, при этом сила F_x приобретает максимально большое значение, а выходная скорость $v_{вых} = 0$;

2) колесо абсолютно проницаемо, при этом $F_x = 0$, а $v_{вх} = v_{вых} = v_k$.

Между двумя нулевыми значениями положительно определенная функция N_k должна иметь хотя бы один максимум. Найдем его, дифференцируя выражение (16.39) по скорости $v_{вых}$, которая может изменяться от 0 до $v_{вх}$ (скорость $v_{вх}$ — это заданная скорость ветра $V_\infty = V_\alpha$):

$$\frac{\partial N_k}{\partial v_{вых}} = \frac{1}{2} \rho \omega_k \left[(v_{вх}^2 - v_{вых}^2) + (v_{вх} + v_{вых}) (-2v_{вых}) \right] = 0,$$

отсюда

$$v_{вх} = 3 v_{вых}. \quad (16.40)$$

Следовательно, максимальная теоретическая мощность, которую ветроколесо может отобрать у потока воздуха, имеющего скорость $V_\infty = v_{вх}$, получим, подставив (16.40) в (16.39):

$$(N_k)_{\max} = \frac{8}{27} \rho \omega_k V_\infty^3, \quad (16.41)$$

что позволяет рассчитать теоретический коэффициент полезного действия ветроколеса. Поток кинетической энергии, который пронесится воздухом, имеющим скорость V_∞ , через площадь ω_k , рассчитывается по формуле

$$(N_k)_в = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \omega_k V_\infty = \frac{1}{2} \rho V_\infty^3, \quad (16.42)$$

индекс “в” означает, что величина относится к ветру.

Тогда максимальный коэффициент полезного действия (извлечения мощности) ветрового колеса

$$\eta_{\max} = \frac{(N_k)_{\max}}{(N_k)_в} = \frac{\frac{8}{27} \omega_k V_\infty^3}{\frac{1}{2} \rho \omega_k V_\infty^3} = \frac{16}{27} \approx 59\%. \quad (16.43)$$

В действительности коэффициент полезного действия ветрового колеса оказывается заметно меньшим вследствие механических и электрических потерь и несовершенства обтекания лопастей колеса, а также вследствие невозможности покрыть ветроколесами все поперечное сечение потока воздуха.

В зависимости от количества лопастей и их аэродинамических качеств коэффициент полезного действия самого ветроколеса η_k изменяется от нуля при малых скоростях ветра (1–3 м/с) до 0,60–0,70 при расчетных оптимальных скоростях (обычно 7–9 м/с). Потери на трение в ветроагрегате оцениваются механическим коэффициентом полезного действия $\eta_{\text{мех}} = 0,90 - 0,95$. Коэффициент полезного действия электрогенератора составляет, как правило, $\eta_{\text{эл}} = 0,80 - 0,85$.

Для уменьшения зависимости обеспечения электроэнергией потребителей от метеорологических условий необходимо каждый ветроагрегат оборудовать аккумулятором энергии, который в безветренную погоду компенсирует отсутствие энергии от ветроагрегата. Это может быть электрический аккумулятор для небольших ветрогенераторов и даже гидроаккумулирующая электростанция для группы мощных ветроагрегатов. С учетом этого вводят коэффициент полезного действия аккумулирующей системы $\eta_{ак}$, который принимают равным 0,75—0,85.

Количество лопастей ветроколеса определяется в зависимости от требуемой скорости его вращения; чем меньше лопастей, тем больше скорость вращения, но меньше η_k . Вопрос о количестве лопастей выходит за пределы данного курса.

По приведенным зависимостям произведем оценочные расчеты основных характеристик ветроагрегата, если заданы электрическая мощность, необходимая потребителю $N_{необх}$, и расчетная скорость ветра $V_{в}$.

1. Определим диаметр ветроколеса.

С учетом всех потерь мощность ветроколеса

$$N_k = \frac{N_{необх}}{\eta_k \eta_{мех} \eta_{эл} \eta_{ак}}$$

Эта мощность согласно (16.41) связана со скоростью ветра V_{∞} и площадью ветроколеса $\omega_k = \frac{\pi D_k^2}{4}$. В результате имеем

$$D_k = \sqrt{\frac{4\omega_k}{\pi}} = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{27}{8} \cdot \frac{N_k}{\rho V_{\infty}^3}} = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{27}{8} \cdot \frac{N_{необх}}{\eta_k \cdot \eta_{мех} \cdot \eta_{эл} \cdot \eta_{ак} \cdot \rho V_{\infty}^3}}$$

2. Определим силу, действующую на мачту, со стороны ветроагрегата.

Мощность, передаваемая ветроколесом электроагрегату, а следовательно, и сила, действующая на мачту, не включает потери на самом ветроколесе. Поэтому в зависимость (16.35) следует подставить мощность на оси ветроколеса

$$N_k = \frac{N_{необх}}{\eta_{мех} \eta_{эл} \eta_{ак}}$$

Согласно (16.38) и (16.40) скорость

$$v_k = \frac{2}{3} v_{вх} = \frac{2}{3} V_{\infty},$$

искомая сила

$$F_x = \frac{N_k}{v_k} = \frac{N_{необх}}{\eta_{мех} \eta_{эл} \eta_{ак} \frac{2}{3} V_{\infty}}$$

3. Определим момент сил M , действующий на мачту со стороны ветроагрегата. Для этого должна быть дополнительно задана угловая скорость вращения ветроколеса Ω . Определив мощность на оси ветроколеса, как в предыдущей задаче, найдем

$$M = \frac{N_k}{\Omega} = \frac{N_{необх}}{\eta_{мех} \eta_{эл} \eta_{ак} \Omega}$$

Значения коэффициентов полезного действия следует принимать для расчетных (оптимальных) условий работы ветроагрегата.

16.12. Основы расчета ветровой нагрузки на конструкции и сооружения

Приведенные в этом разделе сведения извлечены из СНиП II-A-6-74. Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования. Поскольку они являются лишь основой расчета ветровой нагрузки, из рассмотрения исключаются:

гибкие конструкции, для которых необходимо учитывать динамическое воздействие пульсаций скорости ветра;

порывистость ветра;

влияние рельефа местности.

Первый этап расчета ветровой нагрузки — установление (аппроксимация) формы обтекаемого объекта. Как правило, целесообразно привести задачу обтекания сооружения, конструкции или элемента конструкции к плоской задаче. Так, дымовые трубы, провода ЛЭП, кабели аппроксимируются цилиндрами большой длины; здания — призмами; стержни, составляющие фермы или опоры ЛЭП — удлинненными телами с соответствующим профилем поперечного сечения (швеллер, уголок, двутавр и т.п.). Значения расчетных коэффициентов c_x для наиболее часто встречающихся в строительной практике поперечных сечений представлены в табл. 16.2. На каждом профиле указаны направление ветра и характерный размер, вводимый в расчет.

Второй этап — установление расчетной скорости ветра и скоростного напора.

По новой карте районирования территории России по скоростным напорам ветра принято семь ветровых районов: район VII — Земля Франца Иосифа, о-в Новая Земля, побережье залива Шелехова (Охотское море) и Берингова моря, восточный берег и юг Камчатки, юг и север о-ва Сахалин, северо-западное побережье Японского моря; район VI — п-ов Таймыр, устье Лены, побережье Карского моря; район V — северное побережье Кольского п-ва, побережье вблизи городов Новороссийск, Махачкала, Дербент, Прикавказье (г. Ставрополь), п-ов Ямал, район

Таблица 16.2

Значения коэффициентов c_x различных профилей поперечных сечений

Профиль								
Значение c_x	2,00	2,00	2,18	1,20	1,83	2,00	2,00	2,40
Профиль								
Значение c_x	1,50	0,70	1,75	1,10	1,20	1,90	2,00	1,60
Профиль								
Значение c_x	1,85	2,20	1,90	0,50	2,05	0,87	2,00	2,00

г. Кокчетав, побережье Охотского моря, Приморский край; район IV — побережье Балтийского моря, Северный Урал, район Обской Губы, побережье нижнего течения Лены; район III — побережье Финского залива, юг европейской части России, район г. Норильска, Биробиджан; район I и II — центральная часть России, север и северо-восток европейской части, западная и центральная части Сибири.

Значения *нормативных* скоростных напоров ветра q_n и соответствующих скоростей ветра V_B для высоты над поверхностью земли 10 м представлены в табл. 16.3.

Таблица 16.3.

Нормативные характеристики ветра

Характеристика	Географический район						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
Скорость ветра V_B , м/с	21	24	27	30	34	37	40
Скоростной напор $q_n = \frac{\rho V_B^2}{2}$, Па	270	350	450	550	700	850	1000

Для определения скоростного напора ветра, действующего на здания и сооружения высотой более 10 м, вводятся поправочные коэффициенты, учитывающие *вид местности* (рис. 16.40).

К виду местности А относятся степи, лесостепи, пустыни, открытые побережья морей, озер, водохранилищ; к виду местности Б — местности, застроенные невысокими зданиями и занятые лесными массивами. Распределение препятствий, мешающих распространению ветра на высоте более 10 м, на этой местности равномерное. Вид местности В — города со зданиями высотой до 100—120 м.

Ветровая нагрузка на высокое сооружение определяется делением его на зоны не более 10 м по высоте; для каждой зоны принимается нормативный скоростной напор на высоте середины зоны.

Сила сопротивления *плоской фермы* в поперечном потоке, направ-

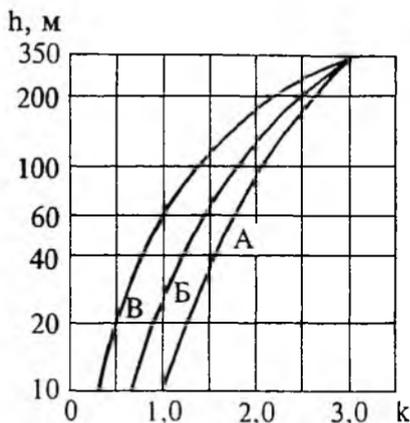


Рис. 16.40. Поправочные коэффициенты, учитывающие вид местности

ленном по нормали к плоскости фермы, рассчитывается следующим образом. Как правило, ферма содержит одну или несколько секций, состоящих из одной или нескольких повторяющихся вдоль фермы геометрических форм, которые называют отсеком фермы. Коэффициент силы сопротивления для каждого отсека вычисляют по формуле

$$c_{x0} = k \frac{\sum c_{xi} A_i}{A_{от}}, \quad (16.44)$$

где c_{xi} и A_i — коэффициент силы сопротивления и характерная площадь стержня или косынки, их значения берутся по участку, просматриваемому

между поясами; A_{0T} — “теньевая” площадь отсека, равная площади проекции на плоскости отсека всех его элементов, принимается за характерную площадь; k — коэффициент, учитывающий взаимное аэродинамическое влияние стержней, зависит от относительного заполнения A_{0T}/A , т.е. от отношения теньевой площади A_{0T} к габаритной площади $A = b\ell$, вычисляемой по средней ширине b и высоте ℓ отсека; при изменении A_{0T}/A от 0 до 0,3 значение k снижается от 1 до 0,74 и остается равным 0,74 до значения $A_{0T}/A = 0,9$; при увеличении значения A_{0T}/A от 0,9 до 1,0 значение k возрастает от 0,74 до 1,0.

Коэффициент силы сопротивления фермы, состоящей из нескольких отсеков со своими значениями C_{x0j} и A_{0Tj} , вычисляется по формуле

$$c_x = \frac{\sum_j c_{x0j} A_{0Tj}}{A_F},$$

где $A_F = \sum_j A_{0Tj}$.

В СНиП указаны приемы расчетов силы сопротивления и аэродинамического момента в поперечном и косом потоках.

Значение силы сопротивления во всех расчетах равно произведению коэффициента c_x на расчетную площадь тела и на расчетное значение скоростного напора ветра.

Пример расчета ветровой нагрузки

Рассчитаем нагрузку на цилиндрическую дымовую трубу диаметром $D = 3,0$ м и высотой 30 м, расположенную в городке строителей газопровода на полуострове Ямал (рис. 16.41).

Полуостров Ямал находится в V ветровом районе России. По табл. 16.3 находим нормативный скоростной напор $q_n = 700 \text{ Па} = 700 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Местность, застроенная невысокими зданиями, относится к виду местности Б. Разделим трубу по высоте на три секции по 10 м каждая. По графику рис. 16.40 для середины каждой секции найдем поправочный коэффициент к нормативному напору:

$$k_6^{(1)} = 0,65; k_6^{(2)} = 0,78; k_6^{(3)} = 0,97.$$

Распределенную нагрузку на один погонный метр высоты трубы по секциям вычислим по зависимостям:

$$q^{(1)} = k_6^{(1)} q_n D = 0,65 \cdot 700 \cdot 3 = 1365 \frac{\text{Н}}{\text{м}};$$

$$q^{(2)} = k_6^{(2)} q_n D = 0,78 \cdot 700 \cdot 3 = 1638 \frac{\text{Н}}{\text{м}};$$

$$q^{(3)} = k_6^{(3)} q_n D = 0,97 \cdot 700 \cdot 3 = 2037 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Результаты расчета представлены на рис. 16.41.

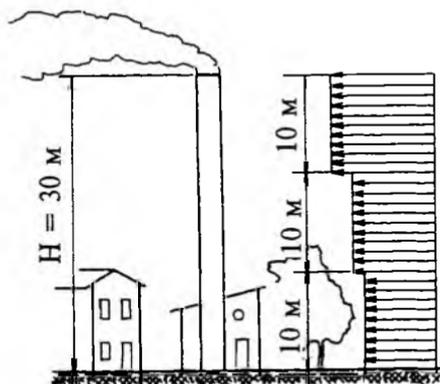


Рис. 16.41. Пример расчета ветровой нагрузки на вертикальную трубу