Физические величины и их единицы. Размерности физических величин. Системы физических величин. Теория размерностей.

Метод анализа размерностей основывается на понятии о размерности физической величины. Общеизвестный термин «физическая величина» выражает любое свойство тела: длину, вес, вязкость, массу, температуру, объем и т.д. Каждая из названных величин характеризуется качеством и количеством. Все эти величины можно измерить заданной физической величиной или комбинацией основных физических величин, например длины, массы и времени. Так формула размерности скорости имеет вид:

$$\frac{L}{T}$$

Если данная величина (например, гидравлический уклон, градиент давления) представляет собой отношение, в котором все размерные величины сокращаются, то ее называют ***безразмерной***. Численное значение безразмерной величины не зависит от системы применяемых величин измерения.

В систему единиц (***F***-***L***-***T***) входят сила, длина и время, а в систему (***M***-***L***-***T***) – масса, длина и время. Первая система называется ***технической***, вторая ***абсолютной*** или ***физической*** системой. Различие в них заключается лишь в определение массы и силы.

Масса и сила

- Термин **масса** выражает количество материи в теле и является единственным свойством тела, которое остается постоянным независимо от местонахождения тела. Поэтому система, в которую входит масса, называется ***абсолютной системой***. Массу обычно измеряют посредством производной величины – ***инерции***: равные массы обладают равной инерцией. ***Ускорение*** – быстрота изменения скорости тела. Понятие ***силы*** определяется как притяжение и отталкивание, испытываемое телом. Равные массы при действии равных сил получают равные ускорения.

Чтобы измерить массу, надо сравнить ее инерцию с эталоном массы. Второй закон Ньютона гласит:

F- пропорционально (***m·a***) или (***F=k·m·a***) если (***k***=1), то (***F=m·a***) (1)

Если тело может свободно падать, оно находится под действием земного притяжения, то (***a*** = ***g***) (ускорение свободного падения), и

$$\boldsymbol{F = G = m \cdot g}$$

Где (G) – вес тела. Иначе говоря, вес тела пропорционален его массе, ускорение силы тяжести (g) изменяется в зависимости от места. На широте (45º) над уровнем моря (g = 980,665 см/с^2), обычно принимается (g = 9,81м/с^2)

Система (*M*-*L*-*T*)

Анализ размерностей является по существу анализом уравнений, описывающих изучаемое явление в самом общем виде. Успех применения теории размерностей к моделированию зависит, прежде всего, от правильности выбора величин, характеризующих явление. Понятие о размерности этих величин лежит в основе теории размерностей.

Величины, численные значения которых зависят от системы единиц, называются ***размерными*** или ***именованными***. Если такой зависимости нет, то величины называются ***безразмерными*** или ***отвлеченными***.

Физические величины связаны между собой. Поэтому если принять некоторые из них в качестве «основных» и установить для них единицы, то единицы всех остальных величин будут определённым образом выражаться через единицы основных величин.

Единицы основных величин называют основными, или ***первичными***, а все остальные ***производными*** или ***вторичными***. Практически в механических задачах достаточно установить единицы для трех величин, чтобы выразить через них единицы всех остальных

Выражение производной единицы через основные единицы называются ***размерностью***. Зависимость единицы производной величины от единиц основных величин может быть представлена в виде формулы, называемой формулой размерности. В эту формулу основные единицы размерности входят в виде символов $[X]$. О размерности можно говорить только применительно к определенной системе единиц. При использовании системы СИ – это символы единиц длины $[\ell]$, времени $[t]$ и массы $[m]$. Формулы размерности физических величин имеют вид степенного одночлена.

При измерении единиц в системе СИ формулу размерности любой механической величины X можно представить как:

$$[X]=[\ell]^{m_1}\cdot[m]^{m_2}\cdot[t]^{m_3}$$

В системе единиц СИ единицы измерения делятся на единицы измерения первичные или вторичные.

В первичную систему единиц измерения входят: масса (кг), длина (м), время (с), сила тока (ампер, а), температура (Кельвин, Кº) и сила света (свеча, св).

Ко вторичным единицам измерения относятся единицы измерения, составленные при помощи формул, в которые входят первичные измерения, например формула для определения скорости:

$$\vartheta = \frac{d\ell}{dt}$$

Где ℓ – длина, t – время.

Тогда единица измерения скорости, выраженная через основные единицы измерения имеет вид:

$$[\vartheta] = [L] \cdot [T]^{-1}$$

Где ***L***, ***T***- единицы измерения соответственно длины и времени, или

$$[\vartheta] = [м/c]$$

Формула для определения силы (второй закон Ньютона):

$$\boldsymbol{F=m\cdot a}$$

Где: ***m*** – масса тела; ***a*** – ускорение

Тогда

$$[\boldsymbol{F}]=[\boldsymbol{M}]\cdot[\boldsymbol{L}]\cdot[\boldsymbol{T}]^{-2}$$

Формула для определения работы:

$$\boldsymbol{A=F\cdot S}$$

Здесь ***F*** – сила, ***S*** – пройденное расстояние:

$$[\boldsymbol{A}]=[\boldsymbol{M}]\cdot[\boldsymbol{L}]^{2}\cdot[\boldsymbol{T}]^{-2}$$

Из вышесказанного следует, что единицы измерения любого физического параметра состоит из возведения в степень произведения первичных единиц.

Например, параметр, состоящий из трех величин, выглядит следующим образом:

$$[\boldsymbol{Q}]=[\boldsymbol{M}]^{\mu}\cdot[\boldsymbol{L}]^{\lambda}\cdot[\boldsymbol{T}]^{\tau}$$

Т.о. в системе СИ любую физическую величину в области механики можно выразить через основные единицы измерения:

длина- ***L***; время – ***T***; масса – ***M***.

Переход от одной системы измерения к другой. Связанные и несвязанные единицы измерения.

Связь между единицами измерения можно определить следующим образом:

В качестве примера возьмем основные единицы измерения в механических системах: (длина- *L*; время – *T*; масса – *M*)

Теперь рассмотрим условие того, что величины U_1, U_2, U_3 не связаны между собой, то есть, если соблюдаются следующие условия:

1- условие: единицы измерения величин $[U_1],[U_2],[U_3]$ должны быть функцией [M]·[L]·[T] т.е.

$$[U_1] \neq [U_2]^{\alpha} \neq [U_3]^{\beta}$$

α, β– любые числа;

2 - условие: [M]·[L]·[T] можно выразить только через

$$[U_1],[U_2],[U_3]$$

Рассмотрим случай, удовлетворяющий этим условиям одновременно. Представим, что единицы измерения (U_1, U_2, U_3) следующие:

$$[U_1] = [M]^{\mu_1} \cdot [L]^{\lambda_1} \cdot [T]^{\tau_1}$$

$$[U_2] = [M]^{\mu_2} \cdot [L]^{\lambda_2} \cdot [T]^{\tau_2}$$

$$[U_3] = [M]^{\mu_3} \cdot [L]^{\lambda_3} \cdot [T]^{\tau_3}$$

Прологарифмировав выражение, придем к следующей системе уравнений:

$$\lg[U_1] = \mu_1 \lg[M] \cdot \lambda_1 \lg[L] \cdot \tau_1 \lg[T];$$

$$\lg[U_2] = \mu_2 \lg[M] \cdot \lambda_2 \lg[L] \cdot \tau_2 \lg[T];$$

$$\lg[U_3] = \mu_3 \lg[M] \cdot \lambda_3 \lg[L] \cdot \tau_3 \lg[T];$$

Из курса алгебры известно, что эта система уравнений имеет решение, если матрица, составленная из коэффициентов системы, будет отлична от 0, или

$$\Delta = \begin{vmatrix} \mu_1 & \lambda_1 & \tau_1 \\ \mu_2 & \lambda_2 & \tau_2 \\ \mu_3 & \lambda_3 & \tau_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

Значит, чтобы считать основными единицами измерения, необходимо выполнение 1-го условия.

Например, рассмотрим возможность того, что сила, время и длина являются первичными единицами измерения $U_1=F$, $U_2=T$, $U_3=L$ или на основе единиц измерения.

$$[U_1]=[M]\cdot[L]\cdot[T]^{-2};$$

$$[U_2]=[T]; \qquad [U_3]=[L];$$

Тогда на основании этой системы уравнений матрица примет вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

Значит сила, время, длина являются величинами первичными.

Точно также сила $\boldsymbol{F}$ плотность $\boldsymbol{\rho}$ время $\boldsymbol{T}$ также могут быть первичными единицами, так как Δ=4.

Однако, для силы, скорости и мощности Δ=0 значит, эти величины не могут быть первичными единицами. Это можно понять из следующей формулы, т.к. N=F·V или можем доказать как выше было доказано

$$[F]=[M]^{1}\cdot[L]^{1}\cdot[T]^{-2};$$

$$[V]=[M]^{0}\cdot[L]^{1}\cdot[T]^{-1};$$

$$[N]=[M]^{1}\cdot[L]^{2}\cdot[T]^{-3};$$

Определяем оператор матрицы, составленной по показателям степеней полученного выражения:

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & 2 & -3\end{vmatrix}=-3+2+2-1=0$$

Δ=0 значит это не несвязанные величины, т.е. если известны сила и скорость, можно определить мощность.

Размерности величин могут быть зависимыми и независимыми. Размерность ***К*** величин называют независимыми, если каждая из них не может быть представлена в виде комбинации остальных. Например, размерности энергии $[\boldsymbol{M}]\cdot[\boldsymbol{L}]^2\cdot[\boldsymbol{T}]^{-2}$, длины $[L]$ и скорости $[L]\cdot[T]^{-1}$ следует считать независимыми, т.к. ни одна из них не может быть получена комбинацией размерностей двух других величин/