



# ИДЕАЛ СУЮҚЛИК УЧУН Д.БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИ

«Гидравлика ва гидроинформатика»  
кафедраси мудири, т.ф.д., проф.

А.М. Арифжанов

## **Такрорлаш учун саволлар:**

1. Суюқликларнинг асосий физик хоссалари.
2. Суюқликлар мувозанатининг асосий дифференциал тенгламаси.
3. Гидростатиканинг асосий тенгламаси.
4. Оқимнинг асосий гидравлик элементлари.

## **РЕЖА:**

- 1. Суюқликнинг барқарор ҳаракати учун узилмаслик (узлуксизлик) тенгламаси;**
- 2. Ҳаракатдаги идеал суюқликнинг дифференциал тенгламаси;**
- 3. Идеал суюқликлар учун Д.Бернулли тенгламаси.**

## СҮЮҚЛИКНИНГ БАРҚАРОР ҲАРАКАТИ УЧУН УЗИЛМАСЛИК (УЗЛУКСИЗЛИК) ТЕНГЛАМАСИ

Элементар струйка хоссаларидан маълумки 1-1 ва 2-2 кесимлар орқали ўтувчи элементар сарфлар тенг бўлади

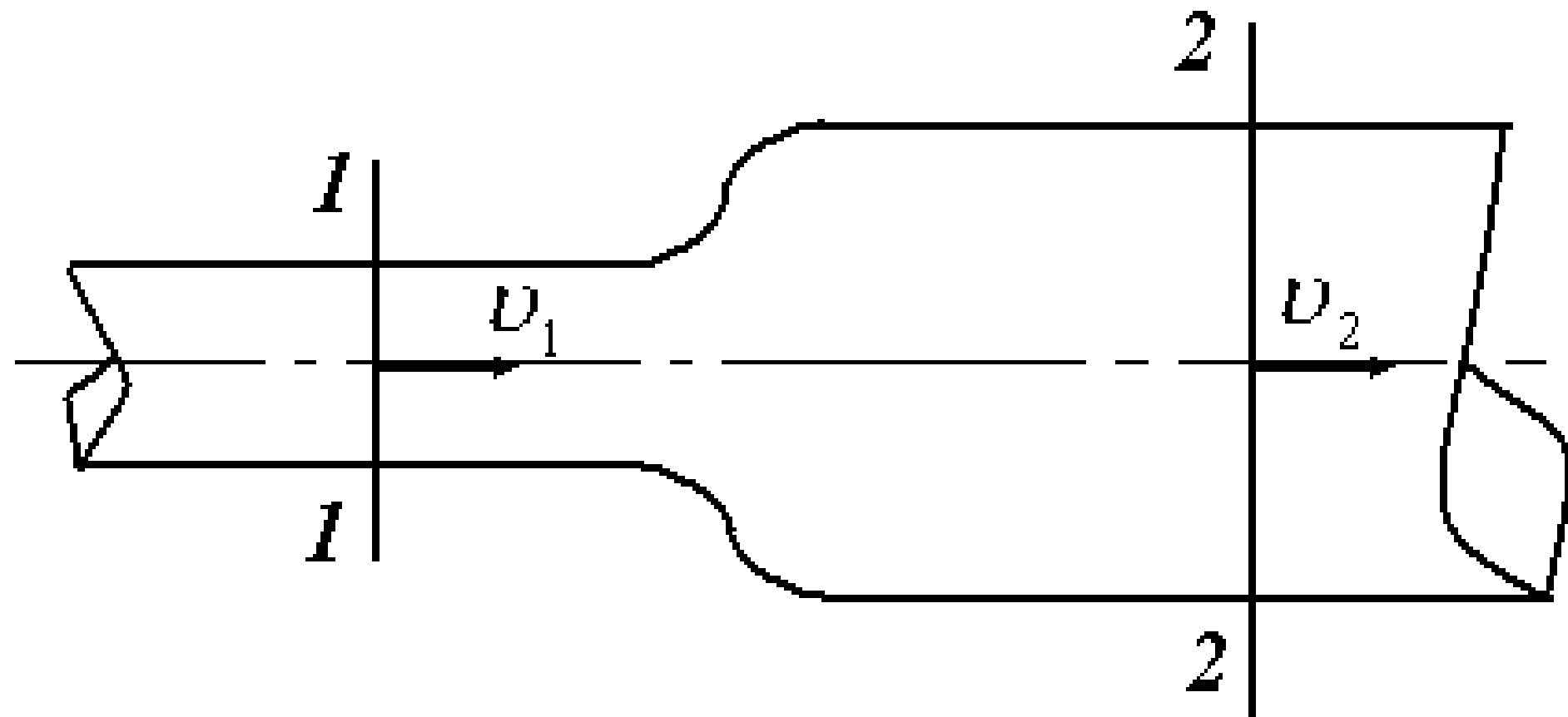
$$dQ_1 = dQ_2$$

у холда сарфни аниқлаш формуласидан

$$dQ_1 = u_1 d\omega_1$$

$$dQ_2 = u_2 d\omega_2$$

# Узлуксизлик тенгламасига доир чизма



Элементар струйканинг хохлаган кесими учун қуйидагича ёзишимиз мумкин

$$U_1 d\omega_1 = U_2 d\omega_2 = U_3 d\omega_3 = \dots\dots\dots = U_n d\omega_n = const$$

Оқим учун узилмаслик тенгламасини келтириб чиқаришимиз учун қуйидаги ифодани юзалар бўйича интеграллар билан алмаштирамиз

$$U_1 dW_1 = U_2 dW_2$$

$$V_1 W_1 = V_2 W_2$$

$$V_1 W_1 = V_2 W_2 = V_3 W_3 = \dots\dots\dots V_n W_n = const$$

Ҳаракатнинг барқарорлигидан келиб чиқиб,  
қуйидаги ифодани ёзиш мумкин:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Яъни, оқимнинг ўртача тезлиги ҳаракат кесимига  
тесқари пропорционалдир

# ҲАРАКАТДАГИ ИДЕАЛ СУЮҚЛИКНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИ

Ҳаракат тенгламасини келтириб чиқариш учун назарий механика фанидан маълум бўлган Даламбер принциpidан фойдаланамиз.



Мувозанатдаги суюқликнинг дифференциал тенгламасига инерция кучларини қўшиб қуйидаги ифодага келамиз:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_x}{dt} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dU_y}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{dU_z}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\}$$

Бу тенгламалар тизимига идеал суюқликлар ҳаракатининг дифференциал тенгламаси дейилади. У биринчи марта Эйлер (1755 й.) томонидан таклиф қилинган.

Тенгламада:

$$\frac{dU_x}{dt}, \frac{dU_y}{dt}, \frac{dU_z}{dt} - \dots\dots\dots$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} - \dots\dots\dots$$

$$X, Y, Z - \dots\dots$$

# ИДЕАЛ СУЮҚЛИК УЧУН Д.БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИ

Д.Бернулли тенгламаси энергиянинг сақланиш қонунига асосланган. Д.Бернулли тенгламасини келтириб чиқариш учун Эйлер тенгламасидан фойдаланилади.

Бунинг учун юқоридаги тенгламанинг икки томонини мос равишда  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  га кўпайтириб кўшамиз:

$$\frac{dU_x}{dt} dx + \frac{dU_y}{dt} dy + \frac{dU_z}{dt} dz = Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$

Маълумки:

$$U_x = \frac{dx}{dt}; U_y = \frac{dy}{dt}; U_z = \frac{dz}{dt}$$

у ҳолда хосил бўлган ифоданинг биринчи ҳадини куйидаги кўринишга келтирамиз:

$$\begin{aligned} \frac{dU_x}{dt} dx + \frac{dU_y}{dt} dy + \frac{dU_z}{dt} dz &= U_x dU_x + \\ + U_y dU_y + U_z dU_z &= \frac{1}{2} d(U_x^2 + U_y^2 + U_z^2) \end{aligned}$$

$$U_x^2 + U_y^2 + U_z^2 = U^2$$

бўлганлиги учун

тенгламанинг биринчи ҳадини қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{1}{2} d(U_x^2 + U_y^2 + U_z^2) = \frac{1}{2} d(U^2)$$

Агар масса кучлардан фақат оғирлик кучи таъсирини инобатга олсак, тенгламанинг иккинчи ҳади қуйидаги кўринишга келади:

$$X = 0; Y = 0; Z = -g$$

$$Xdx + Ydy + Zdz = -g dz$$

Тенгламанинг учинчи хади, математик анализ курсидан маълумки, босимнинг тўлиқ дифференциалини ифодалайди, яъни

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = dp$$

Аниқланган ифодаларни тенгламага қуйиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{1}{2} d(U^2) + \frac{1}{\rho} dp + g dz = 0$$

Хосил бўлган ифодани интеграллаб  
қуйидагини оламиз:

$$\frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{const}$$

ёки

$$\gamma = \rho g$$

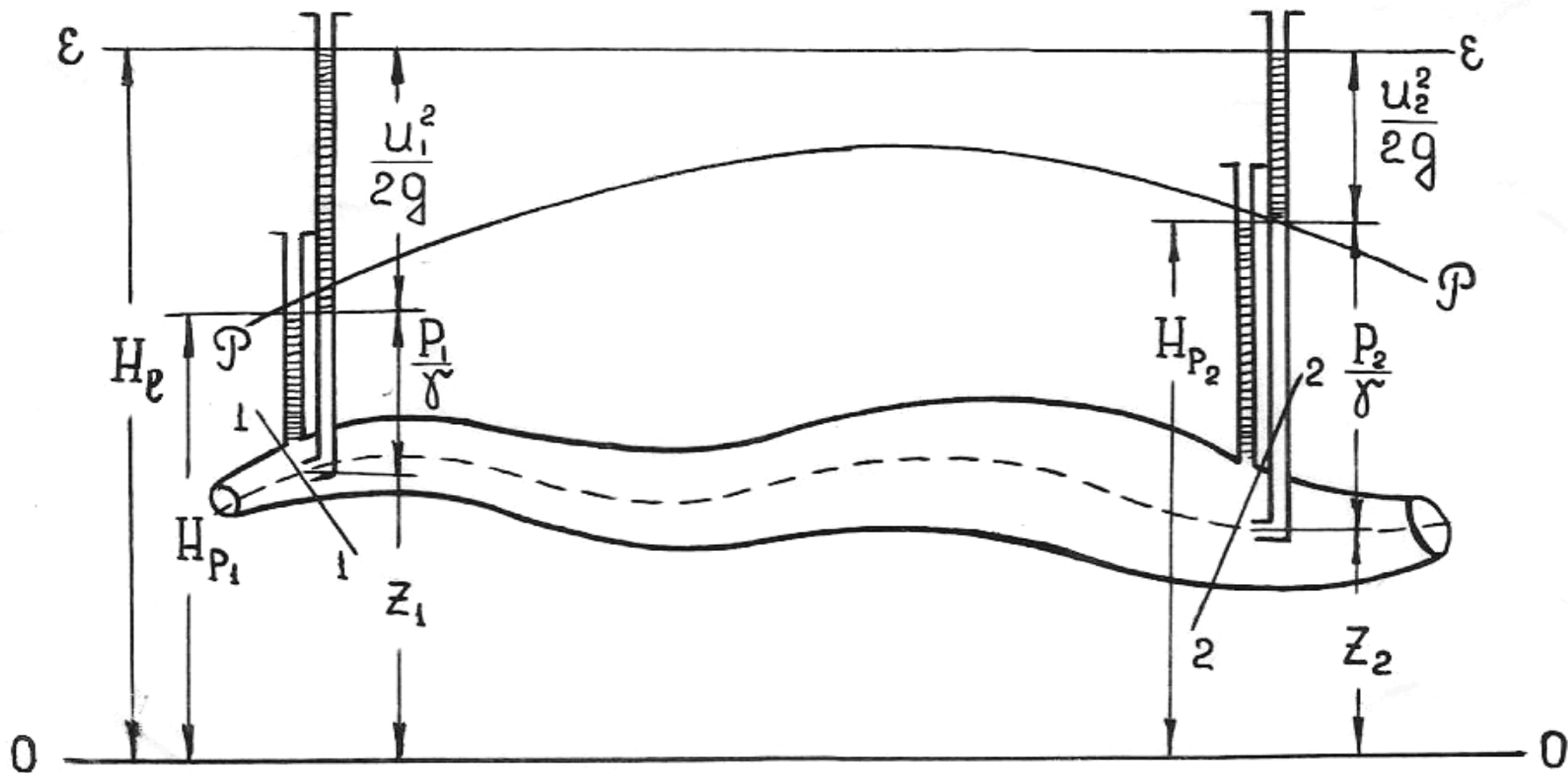
эканлигини ҳисобга олиб,

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}$$

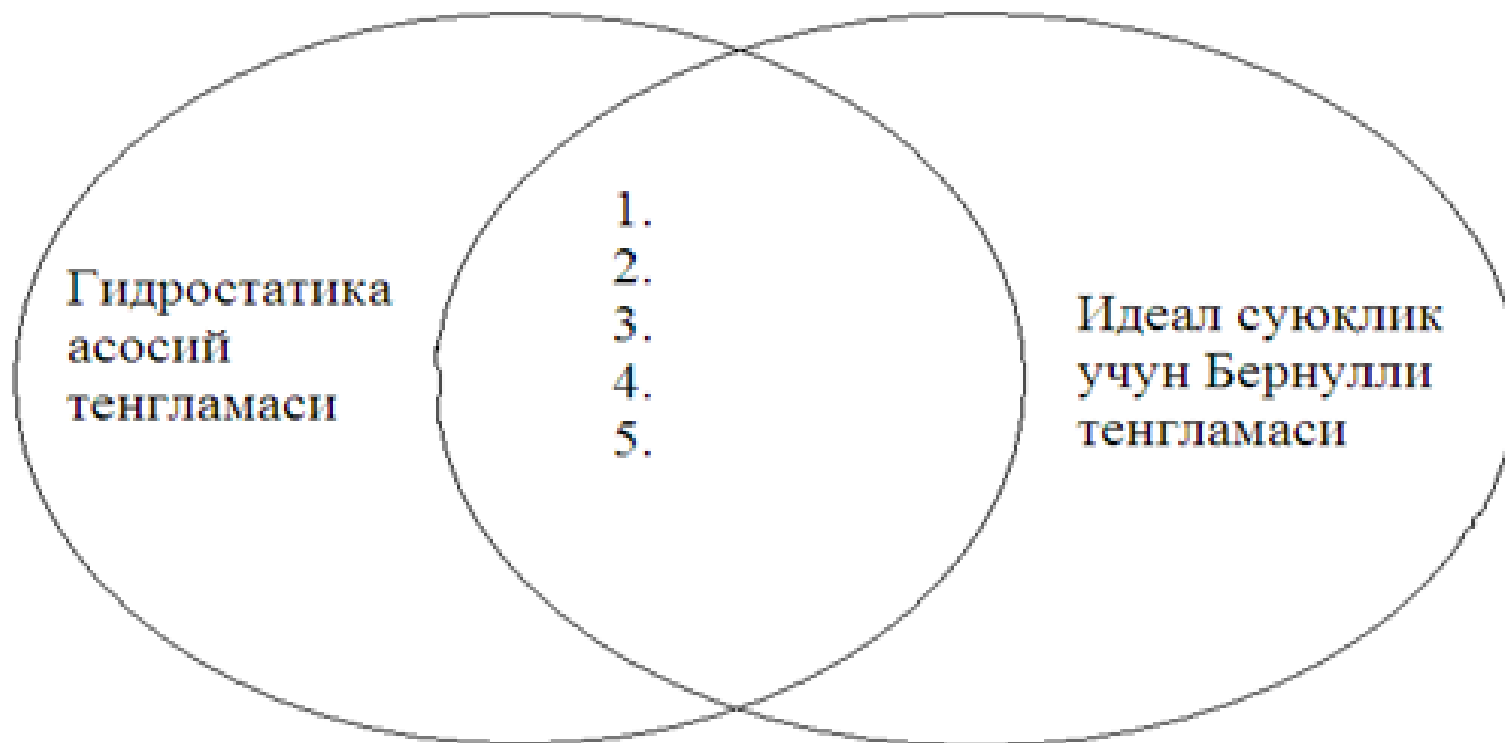
Бу тенглама 1738 й.  
Д.Бернулли томонидан  
таклиф этилган бўлиб,  
унинг номи билан аталади  
ва *гидродинамиканинг*  
*асосий* *тенгламаси*  
ҳисобланади.



# Идеал суюқлик учун Бернулли тенгламасига доир чизма



## Венна диаграммасини тузинг: Умумий жиҳатларини топинг





ЭЪТИБОРИНГИЗ УЧУН  
РАХМАТ!