

ЛОГИЧЕСКАЯ ИСТИННОСТЬ (в формальной логике) - истинность предложения (суждения, высказывания), обусловленная его формально-логич. структурой и принятыми при его рассмотрении законами логики (в отличие от т.н. фактической истинности, для установления к-рой необходим также анализ содержания предложения). Л. и. конкретного высказывания обосновывается указанием на то, что его форма совпадает с формой логич. закона или может быть сведена к форме логич. закона с помощью нек-рого допустимого приема. Напр., Л. и. любого из трех предложений "поскольку Петр и Андрей братья, а братья носят одну и ту же фамилию, то Петр и Андрей однофамильцы", "поскольку Петр и Андрей знакомые, а знакомые носят одну и ту же фамилию, то Петр и Андрей однофамильцы" и "поскольку произведение а-Ь нечетно, а числа, произведение к-рых нечетно, сами нечетны, то а и б нечетны" устанавливается (независимо от значения входящих в них терминов) ссылкой на одну и ту же формулу исчисления предикатов $[V x V y (P(x, y) \Rightarrow Q(x, y) \& P(a, b)) \Rightarrow Q(a, b)]$; но таким образом нельзя установить истинность предложения "Москва -столица СССР", к-рая обусловлена наличием определ. географич. и политич. факта, или истинность предложения " $2 \times 2 = 4$ ", к-рая вытекает из аксиом натурального ряда чисел или проверяется вычислением. Л. и. является проявлением общих логич. закономерностей и может тем самым служить критерием для выделения нек-рых определ. свойств и законов мышления в качестве предмета логики.

Проблема различения Л. и. и фактической истинности рассматривалась еще Лейбницем (характеризовавшим Л. и. как необходимую истинность, или "истинность во всех возможных мирах"), Юмом и Кантом (называвшим Л. и. аналитической - в отличие от синтетической, т.е. фактической, истинности). Более строгий логич. подход к проблеме Л. и. характерен для Фреге, к-рый предложил считать предложение аналитически истинным, если в процессе его доказательства используются только общие логич. определения и законы, и синтетически истинным, если доказательство его требует использования предложений к.-л. спец. науки. В соответствии с этим Витгенштейн считал, что логически истинные предложения сводятся к тавтологиям и ничего не говорят о мире. Слабая сторона этого подхода заключалась в том, что понятие логики не уточнялось, так что, напр, (истинные) предложения логики высших порядков (см. Типов теория, Метатеория), выражающие нек-рые общие свойства предметных областей (см. Область предметов) и являющиеся поэтому в известном смысле обобщенными фактич. (точнее онтологическими) предложениями, следовало бы отнести, в соответствии с точным смыслом их концепции, к логически истинным. [Кроме того, необходимо различать случаи, когда в качестве логики фиксируются разные логич. системы, напр., классич. логика, интуиционистская логика, конструктивная логика, минимальная логика и т.д.]

Создание строгих теорий Л. и. потребовало привлечения понятий и методов математической логики и логической семантики. Для полных логич.

исчислений (напр., для логики высказываний и узкого предикатов исчисления) Л. и. может быть определена чисто синтаксически, как доказуемость выражающей предложение формулы, поскольку в этих системах класс формальных теорем (доказуемых формул) совпадает с классом логически истинных формул. Для неполных логич. и логико-математич. систем (напр., для аксиоматич. арифметики), класс истинных (в к.-л. интерпретации) предложений к-рых шире класса доказуемых, теория истинности (из к-рой может быть извлечено и понятие Л. и.) была предложена Тарским. Его метод состоит в построении спец. "предиката истинности" в метаязыке рассматриваемой теории: предложение p наз. истинным в теории, если в ее метатеории доказуема формула $T(p)$, где T - металогич. (см. Металогика) предикат истинности. Следуя идее Тарского, можно различать случаи логич. и фактич. истинности, в зависимости от того, может ли быть предикат T в метатеории определен в терминах одних лишь логич. аксиом предметной теории, или же для этой цели требуется привлечение нелогич. средств предметной теории (если таковые имеются; классификация аксиом на логические и нелогические предполагается заранее). Метод Тарского нашел широкое применение в доказательствах относительной непротиворечивости аксиоматич. теорий (а именно теория, для к-рой удастся построить определение предиката истинности средствами др. теории, оказывается непротиворечивой по отношению к последней).

Другой подход к проблеме Л. и., характерный для логич. семантики (одним из центр. понятий к-рой является понятие Л. и.), содержится в теории Карнапа. Пусть $\{P_k i\}$ - совокупность постоянных (индивидуальных) предикатов нек-рого прикладного исчисления предикатов первого порядка, $\{a_j\}$ - совокупность предметных (индивидных) констант этого исчисления. Предложение, выражаемое формулой вида $P_k i(a_j 1, a_j 2, \dots, a_j k)$ (где $k = 1, 2, \dots, n$; $n = 1, 2, \dots$), наз., как обычно, атомарным (или элементарным) предложением данной теории (или формализующего ее исчисления). Конъюнкция атомарных предложений (здесь и всюду ниже можно также говорить и о выражающих предложения формулах, что далее специально не оговаривается), содержащая для каждого предиката $P_k i$ и каждого упорядоч. набора k предметных констант $a_j 1, a_j 2, \dots, a_j k$ для к-рого определен предикат $P_k i$? либо предложение (формулу) $P_k i(a_j 1, a_j 2, \dots, a_j k)$, либо его (ее) отрицание, т. е. $\neg P_k i(a_j 1, a_j 2, \dots, a_j k)$, наз. описанием состояния данной теории (исчисления). Если хотя бы одна из совокупностей $\{P_k i\}$ и $\{a_j\}$ бесконечна, то описанием состояния естественно называть не конъюнкцию (бесконечную!) указанного вида, а просто класс таких атомарных предложений; в этом случае бесконечное множество описаний состояния описывает бесконечное множество возможных "состояний" предметной области теории, т. е. возможных распределений рассматриваемых свойств и отношений ($\{P_k i\}$) среди элементов предметной области. Далее индукцией по построению формулы определяется понятие выполнимости формулы в описании состояния: атомарная формула по определению выполняется в

данном описании состояния, если и только если она входит в него; формула U выполняется в описании состояния, если и только если U не выполняется в нем; выполнимость формулы $U \vee V$ означает выполнимость хотя бы одной из формул U или V и т.д. Наконец, на класс описаний состояния могут быть наложены нек-рые спец. условия аксиоматич. характера, выражающие содержат, зависимость нек-рых исходных предикатов теории от других, - называемые постулатами значения. Тогда предложение p наз. логически истинным в данной теории, если и только если оно выполняется в каждом описании состояния этой теории, выполняющем все постулаты значения (соответственно в любом описании состояния, если множество постулатов значения пусто), и логически ложным, если оно не выполняется ни в одном из таких описаний состояния; предложение, не являющееся ни логически истинным, ни логически ложным (т.е. выполняющееся нек-рых - но не во всех - охарактеризованных выше описаниях состояния), наз. фактически истинным.

Критич. рассмотрение изложенного определения Л. и. предпринял амер. логик Р. Мартин, отметивший трудность отличия постулатов значения от фактически истинных предложений в случае, когда в рассматриваемой теории имеются аксиомы эмпирич. характера (индуктивные обобщения).

Определяемое Карнапом понятие Л. и. есть, очевидно, естественный аналог определяемого табличным (матричным) методом понятия тождественно-истинной логич. формулы (см. Тавтология). В то же время его можно считать - в применении к связанным с ним исчислениям - экспликацией (уточнением) понятия аналитич. истинности, употребление к-рого имеет давнюю фил. ос. традицию. В теориях других авторов (в частности, Куайна и Кемени) таким экспликатом (уточняющим понятием) служит именно определяемое в них понятие аналитич. истинности, в то время как термин "Л. и." используется для обозначения хотя и близкого, но не совпадающего с аналитич. истинностью (вспомогательного) понятия. Так, Куайн по определению наз. логически истинными предложениями "законы логики" (т. е. логич. тавтологии; такое расширение толкования термина "закон логики" не принципиально, т. к. все выводимые логич. формулы можно с таким же успехом постулировать), а аналитически истинными - результаты всевозможных (в т.ч. тождественных) подстановок в логически истинные предложения вместо нек-рых (произвольных) вхождений предметных и предикатных констант их синонимов [На самом деле это различие логич. и аналитич. истинности у Куайна не является сколько-нибудь четким, поскольку отношения синонимичности (для предметов и предикатов) носят содержательный (не формализованный) характер, при формализации же их можно рассматривать как (логич.) предикаты (типа эквивалентности, равенства), принадлежащие самой теории.]

Кемени, предложивший обобщение логич. семантики Карнапа на случай логич. языков, построенных на базе простой теории типов (см. Модель), определяет аналитически истинное предложение как предложение, выполняемое во всех возможных интерпретациях (понимаемых им как

аналог и обобщение совокупности выполняющих постулаты значения описаний состояния), а логически истинные - как получающиеся из аналитически истинных предложений, подстановкой нелогич. констант (не входящих до подстановки в эти предложения) вместо вхождений, свободных предметных переменных (с соблюдением обычного условия совпадения типов подставляемых друг вместо друга термов). Упомянутое выше включение класса логически истинных предложений в класс аналитически истинных в теории Кемени доказывается.

Понятие Л. и. (и логич. ложности) по Карнапу естественно укладывается в схему определений развиваемой им и израильским логиком И. Бар-Хиллелом теории семантической информации (так что, напр., семантич. информация логически истинных предложений, не сообщающих никаких "фактических" сведений о предметной области рассматриваемой теории, оказывается равной нулю).

Все упомянутые определения Л. и. носят неэффективный характер, поскольку они связаны (вообще говоря) с рассмотрением актуально-бесконечных областей (описаний состояния, "всех возможных интерпретаций" и т. п.; см. Математическая бесконечность). Эти экспликации интуитивного понятия Л. и. (или аналитич. истинности), имеющие ряд применений в логике и логич. семантике, играют важную методологич. роль в раскрытии логико-семантич. природы различных прикладных исчислений, формализующих языки конкретных наук; в частности, они позволяют разумным образом классифицировать предложения этих наук. В то же время ни одно из этих определений не дает оснований для буквальной (в соответствии с этимологией) трактовки понятия Л. и. как некоей абсолютной истинности в раз навсегда канонизированной логике. Такая трактовка Л. и. была бы неминуемо связана с метафизич. абсолютизацией как самих понятий "логика" и "истинность", так и их взаимосвязи.

О семантич. антиномиях (парадоксах), связанных с понятием (логической) истинности, см. Парадоксы семантические. См. также Синтетические и аналитические суждения, Семантика в логике, Реализуемость.

Лит.: Витгенштейн Л., Логико-филос. трактат, пер. с нем., М., 1958; Карнап Р., Значение и необходимость, пер. [с англ.], М., 1959; Carnap R., Introduction to semantics, Cambr. (Mass.), 1946; Frege G., The foundations of arithmetic, Oxf., 1950; Carnap R. and Bar-Hillel I, Semantic information, "Brit. J. Philos. Sci.", 1953, v. 4, No 14; Kemeny J., A new approach to semantics, "J. Symbolic Logic", 1956, v. 21, No 1, 2; Martin R. M., The notion of analytic truth, Phil, [1959], Quine W. V., Carnap and logical truth, "Synthese", 1960, v. 2.

Ю. Гастев, В. Финн. Москва.