

Д. В. Штеренлихт

ГИДРАВЛИКА

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебника для студентов, обучающихся по специальности «Гидромелиорация»



**Энергоатомиздат
Москва 1984**

ББК 30.123
Ш 90
УДК 532(075.8)

Рецензенты: Кафедра гидравлики Саратовского
политехнического института;
канд. техн. наук Н. А. Петров.

Штеренлихт Д. В.

Ш 90 Гидравлика: Учебник для вузов. — М.: Энерго-
атомиздат, 1984. — 640 с., ил.

В пер.: 1 р. 50 к. 28000 экз.

Изложены законы установившегося и неустановившегося, равномерного и неравномерного, ламинарного и турбулентного движения жидкости в трубах, каналах и струях, а также законы равновесия жидкости. Большое внимание уделено изложению методов расчета параметров указанных потоков применительно к разнообразным случаям, встречающимся в практике. Приведены необходимые для расчетов таблицы и графики.

Для студентов гидромелиоративных вузов, а также студентов гидроэнергетических и гидротехнических специальностей вузов.

Ш 2105000000-351 59-84
051(01)-84

ББК 30.123

6С7

© Энергоатомиздат, 1984

ПРЕДИСЛОВИЕ

В данном учебнике изложены законы движения и равновесия жидкости, описываются гидравлические явления и приводятся основные сведения о методах и способах различных гидравлических расчетов.

Учебник составлен в соответствии с программами дисциплины «Гидравлика» для специальностей, относящихся к гидромелиоративному циклу: 1511 «Гидромелиорация» (со специализациями), 1514 «Механизация гидромелиоративных работ», 1744 «Экономика и организация водного хозяйства», 1203 «Гидротехническое строительство речных сооружений, гидротехническое и гидромелиоративное строительство».

Широкое развитие мелиорации и водного хозяйства в нашей стране приводит к созданию новых технически совершенных мелиоративных систем. Для обеспечения надежной работы этих систем проводятся гидравлические расчеты, которые являются важной частью комплекса инженерных расчетов объектов и сооружений, входящих в состав систем. Поэтому в учебнике уделено большое внимание гидравлическим условиям работы мелиоративных каналов, гидротехнических сооружений и трубопроводов.

В учебник не включены примеры и задачи, поскольку они приводятся в ряде задачник по гидравлике, среди них профилю указанных выше специальностей наиболее соответствует «Задачник по гидравлике» А. В. Андреевской, Н. Н. Кременецкого и М. В. Пановой.

Поскольку объем учебника не позволяет подробно изложить современные гидравлические расчеты, в ряде случаев студентам рекомендуется обращаться к гидравлическим справочникам и нормативной литературе.

Предлагаемый учебник обладает определенной методической и научной преемственностью по отношению к учеб-

нику «Гидравлика» (авторов И. И. Агроскина, Г. Т. Дмитриева, И. Ф. Пикалова) под общей редакцией И. И. Агроскина. Обучение гидравлике в гидромелиоративных институтах и на факультетах более 30 лет велось по указанному учебнику, последнее издание которого вышло в 1964 г.

Значительную пользу книге принесли замечания, сделанные рецензентами рукописи: коллективом кафедры гидравлики Саратовского политехнического института (заведующий кафедрой доктор техн. наук, проф. Л. И. Высоцкий) и канд. техн. наук, доцентом Н. А. Петровым.

Большой объем работы по редактированию рукописи, способствовавшей ее значительному улучшению, выполнили кандидаты техн. наук, доценты З. А. Калмыкова и Н. А. Петров.

Весьма полезными были обсуждения отдельных разделов книги с коллегами по кафедре гидравлики МГМИ.

Всем указанным лицам, а также сотрудникам кафедры, принимавшим участие в оформлении рукописи, приношу самую искреннюю благодарность.

Автор заранее благодарен читателям за пожелания по улучшению учебника. Просьба все замечания и пожелания направлять в адрес Энергоатомиздата: 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

Гидравлика — наука, изучающая законы равновесия и механического движения жидкостей и разрабатывающая методы применения этих законов для решения различных прикладных задач. Название «гидравлика» произошло от греческих слов «хюдор» — вода и «аулос» — труба, желоб. Вначале в понятие «гидравлика» включалось только учение о движении воды по трубам. В настоящее время почти во всех областях техники применяются различные гидравлические устройства, основанные на использовании гидравлических законов. Главнейшие области применения гидравлики — гидротехника, мелиорация и водное хозяйство, гидроэнергетика, водоснабжение и канализация, водный транспорт, машиностроение, авиация и т. д.

Первым научным трудом в области гидравлики считается трактат Архимеда (287—212 гг. до н. э.) «О плавающих телах», хотя сведения о некоторых законах гидравлики были, видимо, известны и ранее, так как задолго до Архимеда строились оросительные каналы и водопроводы.

В древнем Египте, Индии, Китае были построены каналы и водохранилища грандиозных по тем временам размеров. Так, глубина некоторых водохранилищ в Индии достигала 15 м, в Китае около 2500 лет назад был построен Великий канал длиной около 1800 км, который соединял приустьевые участки крупных рек страны. В Риме 2300 лет назад был построен первый водопровод.

На территории нашей страны также были построены многочисленные каналы и сооружения для добычи и транспортирования воды. Земледелие в районах Кавказа и Средней Азии велось с применением орошения. Некоторые из каналов, построенных в низовьях Амударьи около 2000 лет назад, используются и по сей день (естественно, после многократных ремонтов и реконструкций).

Старинные летописи и другие источники содержат много сведений о строительстве в России различных сооружений на реках, о развитии водных путей, о попытках создания механизмов, использующих энергию водного потока, и о других конструкциях, осуществление которых было бы невозможно без знания основ гидравлики. Так, еще в X—XI вв. на Руси существовали водопроводы из гончарных и деревянных труб, в 1115 г. был построен наплавной мост через Днепр у Киева. В XIV—XV вв. применялась добыча воды из подземных источников, оборудованных довольно совершенными водопроводными устройствами.

В средние века в России возводились многочисленные плотины на реках. Так, в 1516 г. была построена плотина из камня на р. Неглинке в Москве.

Подъем в развитии гидравлики начался только через 17 веков после Архимеда. В XV—XVI вв. Леонардо да Винчи (1452—1519) написал работу «О движении и измерении воды», которая была опубликована лишь через 400 с лишним лет после ее создания. С. Стевин (1548—1620) написал книгу «Начала гидростатики», Галилео Галилей (1564—1642) в 1612 г. в трактате «Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в ней движутся» рассмотрел основные законы плавания и гидростатический парадокс, Е. Торричелли (1608—1647) получил формулу скорости истечения невязкой жидкости из резервуаров через отверстия, Б. Паскаль (1623—1662) открыл закон о передаче давления в жидкости, прямым следствием чего явилось появление в средние века большого количества простых гидравлических машин (гидравлические прессы, домкраты и т. п.), И. Ньютон (1643—1727) в 1686 г. сформулировал гипотезу о внутреннем трении в жидкости.

Однако перечисленные разработки и открытия касались только отдельных разделов гидравлики. Формирование гидравлики как науки на прочной теоретической основе стало возможным только после работ академиков Петербургской Академии наук М. В. Ломоносова (1711—1765), Д. Бернулли (1700—1782) и Э. Эйлера (1707—1783).

М. В. Ломоносов в 1760 г. в диссертации «Рассуждение о твердости и жидкости тел» сформулировал открытые им законы сохранения вещества и энергии.

Д. Бернулли в 1738 г. опубликовал выведенное им важнейшее уравнение, названное его именем. Это уравнение служит основой теоретических построений и практических расчетов в области гидравлики.

Л. Эйлер в 1755 г. вывел системы дифференциальных уравнений равновесия и движения жидкости.

Интересно, что наряду с гениальными теоретическими работами М. В. Ломоносова, Д. Бернулли и Л. Эйлера известны их исследования в области создания гидравлических приборов и устройств. М. В. Ломоносов изобрел универсальный барометр, вискозиметр (прибор для исследования вязкости жидкости), прибор для определения скорости течений в море. М. В. Ломоносов занимался также усовершенствованием гидравлических машин и устройств. Д. Бернулли изобрел водоподъемник, установленный в с. Архангельском под Москвой, и поднимавший воду на высоту 30 м. Л. Эйлер предложил конструкцию турбины, вывел так называемое «турбинное уравнение», создал основополагающие труды в теории корабля.

В 1791 г. в Петербурге А. Колмаков издал книгу «Карманная книжка для вычисления количества воды, протекающей через трубы, отверстия», которая явилась первым справочником по гидравлике.

Первое в России учебное пособие по гидравлике было выпущено в 1836 г. П. П. Мельниковым под названием «Основания практической гидравлики или о движении воды в различных случаях».

Перечисленные теоретические работы положили начало бурному развитию гидравлики. Велики заслуги ученых: Д. Полени (1685—1761), который работал в области истечения через отверстия и водосливы; А. Шези (1718—1798), изучавшего равномерное движение жидкости; П. Дюбуа (1734—1809), занимавшегося движением наносов в реках, сопротивлениями движению воды в руслах; Д. Вентури (1746—1822), исследовавшего истечение через отверстия и насадки; Ю. Вейсбаха (1806—1871), в основном известными работами в области сопротивлений движению жидкости; А. Базена (1829—1897), изучавшего равномерное движение и истечение жидкости через водосливы; О. Рейнольдса (1842—1912), внесшего большой вклад в изучение ламинарного и турбулентного режимов движения. Можно было бы указать и многих других исследователей.

Во второй половине XIX в. в России появляются работы, оказавшие большое влияние на последующее развитие гидравлики. И. С. Громека (1851—1889) создал основы теории винтовых потоков и потоков с поперечной циркуляцией. Д. И. Менделеев (1834—1907) в своей работе «О сопротивлении жидкости и воздухоплавании» в 1880 г. привел

важные выводы о наличии двух режимов движения жидкости (ламинарного и турбулентного). Далее Н. П. Петров (1836—1920) сформулировал закон внутреннего трения в жидкости. Н. Е. Жуковский (1847—1921) создал теорию гидравлического удара в водопроводных трубах, теорию движения наносов в реках и разработал основополагающие предложения в области фильтрации.

Труды академика Н. Н. Павловского (1884—1937) в области равномерного и неравномерного движения, фильтрации через земляные плотины и под гидротехническими сооружениями явились весьма большим вкладом в развитие гидравлики и послужили основой, наряду с другими работами учеников и последователей Н. Н. Павловского в СССР, для создания инженерной гидравлики, широко используемой при расчетах в гидротехнике.

Грандиозное развитие гидротехнического и гидромелиоративного строительства в СССР приводит к дальнейшему развитию советской гидравлической науки.

Глубокие исследования различных вопросов, выдвигаемых потребностями гидротехники, привели к появлению новых, оригинальных разработок в области теории гидравлики и рекомендаций для расчетной практики, предложенных Н. Н. Павловским, И. И. Агроскиным, А. И. Богомоловым, М. А. Великановым, Е. А. Замариным, И. И. Леви, К. А. Михайловым, Ф. И. Пикаловым, М. Д. Чертоусовым, Р. Р. Чугаевым, А. А. Угинчусом и многими другими видными советскими учеными, широко известными не только в СССР, но и за рубежом.

В настоящее время гидравлические исследования и расчеты вновь возводимых гидротехнических сооружений и объектов водохозяйственного и мелиоративного строительства проводятся во многих научно-исследовательских и учебных институтах. Укажем среди них ВНИИ гидротехники имени Б. Е. Веденеева (ВНИИГ), ВНИИ гидротехники и мелиорации имени А. Н. Костякова (ВНИИГиМ), Научно-исследовательский сектор (НИС) института Гидропроект имени С. Я. Жука, Среднеазиатский НИИ ирригации имени В. Д. Журина (САНИИРИ), Грузинский НИИ гидротехники и мелиорации (ГрузНИИГиМ), Грузинский НИИ энергетики и гидротехнических сооружений (ГрузНИИЭГС), Московский гидромелиоративный институт (МГМИ), Московский инженерно-строительный институт (МИСИ) имени В. В. Куйбышева, Ленинградский политехнический институт (ЛПИ) имени М. И. Калинина, Киргиз-

ский сельскохозяйственный институт (КиргСХИ), Новочеркасский инженерно-мелиоративный институт (НИМИ), Саратовский политехнический институт (СарПИ) и др.

При исследовании гидравлических явлений и расчетах в гидравлике применяются аналитический и экспериментальный методы. В аналитическом методе применяют уравнения механики и получают уравнения движения и равновесия жидкости, устанавливающие зависимости между кинематическими и динамическими характеристиками движущейся жидкости. Ввиду сложности строения жидкостей аналитические исследования проводятся для модельных жидкостей, облегчающих применение уравнений механики. Например, применяется модель невязкой жидкости, которая в отличие от всех имеющихся в природе и в технике жидкостей лишена свойства вязкости.

В гидравлике принята гипотеза сплошности жидкости. Согласно этой гипотезе, жидкость рассматривается как континуум, непрерывная сплошная среда. Все параметры, характеризующие движение жидкости, считаются непрерывными вместе с их производными во всех точках (кроме особых точек). Благодаря таким предпосылкам стало возможным получение дифференциальных уравнений равновесия и движения жидкости. Решения этих уравнений (в тех случаях, когда его удастся получить) позволяет иметь данные о механическом движении и равновесии жидкости в любой точке пространства, где движется жидкость.

Во многих случаях в гидравлике рассматриваются одномерные задачи, в которых достаточно знать только средние по сечениям значения. Применительно к средним значениям гидравлических параметров, определяющих изучаемое (или рассматриваемое) гидравлическое явление, получен ряд основных уравнений гидравлики.

Кроме гидравлики вопросы покоя и движения жидкостей изучает теоретическая гидромеханика, имеющая строго математический характер. Получаемые в теоретической гидромеханике решения не всегда еще могут быть применены для практических расчетов, но эти решения помогают раскрывать общие закономерности изучаемых явлений.

Применение моделей вносит погрешности в результаты аналитических исследований, которые оцениваются экспериментальным путем.

Экспериментальные исследования в гидравлике имеют важное значение. Здесь уместно привести слова Леонардо

да Винчи: «Всякий раз, когда имеешь дело с водой, прежде всего обратись к опыту, а потом уже рассуждай». Действительно, роль экспериментов в гидравлике крайне велика. Изучение гидравлических явлений на моделях, созданных на основе теории подобия с применением определенных методик моделирования, позволяет получить данные о параметрах, которыми будет характеризоваться явление в натуральных условиях. Экспериментальные исследования позволяют в необходимых случаях уточнить результаты, полученные в аналитических расчетах, при принятии тех или иных допущений.

В. И. Ленин в «Материализме и эмпириокритицизме» писал: «Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений»¹. На этом базируются различные способы аналогии (ЭГДА — электрогидродинамическая аналогия, ГАГА — газогидравлическая аналогия и т. п.). Способ ЭГДА, согласно которому можно, например, изучать движение грунтовых вод (фильтрацию) под плотиной на модели из электропроводного материала, был предложен Н. Н. Павловским в 1922 г. Этот способ стал мощным средством при изучении фильтрации и проведении расчетов движения грунтовых вод.

Наряду с экспериментами в лабораториях достаточно широко развиты натурные гидравлические исследования.

Методом гидравлических исследований можно считать рациональное сочетание аналитического и экспериментального методов.

В последнее время интенсивно развивается применение вычислительных методов в гидравлике. Используются как численные методы расчетов, так и численное моделирование гидравлических явлений. Гидравлику, использующую эти вычислительные методы, часто называют вычислительной гидравликой.

В гидравлических экспериментальных исследованиях, проводимых в лабораториях и в натуральных условиях, все шире используются достижения научного приборостроения.

Гидравлические параметры в процессе исследований определяются с помощью новейших измерительных средств.

¹ Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 18, с. 306.

ЖИДКОСТИ И ИХ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

1.1. ЖИДКОСТИ, ГИПОТЕЗА СПЛОШНОСТИ, ПЛОТНОСТЬ ЖИДКОСТИ

Жидкости. Все вещества в природе имеют молекулярное строение. По характеру молекулярных движений, а также по численным значениям межмолекулярных сил жидкости занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами. Свойства жидкостей при высоких температурах и низких давлениях ближе к свойствам газов, а при низких температурах и высоких давлениях — к свойствам твердых тел.

В газах расстояния между молекулами больше, а межмолекулярные силы меньше, чем в жидкостях и твердых телах, поэтому газы отличаются от жидкостей и твердых тел большей сжимаемостью. По сравнению с газами жидкости и твердые тела малосжимаемы.

Молекулы жидкости находятся в непрерывном хаотичном тепловом движении, отличающемся от хаотичного теплового движения газов и твердых тел: в жидкостях это движение осуществляется в виде колебаний (10^{13} колебаний в секунду) относительно мгновенных центров и скачкообразных переходов от одного центра к другому. Тепловое движение молекул твердых тел — колебания относительно стабильных центров. Тепловое движение молекул газа — непрерывные скачкообразные перемены мест.

Диффузия молекул жидкостей и газов обуславливает их общее свойство — **текучесть**. Поэтому термин «жидкость» применяют для обозначения и собственно жидкости (несжимаемая или весьма мало сжимаемая, капельная жидкость) и газа (сжимаемая жидкость).

В гидравлике рассматриваются равновесие и движение капельных жидкостей.

Гипотеза сплошности. Жидкость рассматривается как деформируемая система материальных частиц, непрерывно заполняющих пространство, в котором она движется.

Жидкая частица представляет собой бесконечно малый объем, в котором находится достаточно много молекул жидкости. Например, если рассмотреть кубик воды со сторонами размером 0,001 см, то в объеме будет находиться $3,3 \cdot 10^{13}$ молекул. Частица жидкости полагается достаточно малой по сравнению с размерами области, занятой движущейся жидкостью.

При таком предположении жидкость в целом рассматривается как континуум — сплошная среда, непрерывно заполняющая пространство, т. е. принимается, что в жидкости нет пустот или разрывов, все характеристики жидкости являются непрерывными функциями, имеющими непрерывные частные производные по всем своим аргументам. Сплошная среда представляет собой модель, которая успешно используется при исследовании закономерностей покоя и движения жидкости.

Правомерность применения модели жидкость — сплошная среда подтверждена всей практикой гидравлики.

Плотность жидкости. Плотность ρ характеризует распределение массы M жидкости по объему W . В произвольной точке A жидкости плотность

$$\rho_A = \lim_{\Delta W \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta W}, \quad (1.1)$$

где ΔM — масса, заключенная в объеме ΔW , стягиваемом в точку A .

Плотность однородной жидкости равна отношению массы M жидкости к ее объему W :

$$\rho = M/W. \quad (1.2)$$

Плотность ρ во всех точках однородной жидкости одинакова.

В общем случае плотность ρ может изменяться от точки к точке в объеме, занятом жидкостью, и в каждой точке объема с течением времени.

Единица плотности в системе СИ принята кг/м^3 .

Удельный вес γ однородной жидкости определяется как отношение веса G жидкости к ее объему W :

$$\gamma = G/W.$$

Учитывая, что $G=Mg$, получим зависимость, используемую в расчетах,

$$\gamma = \rho g.$$

В системе СИ единица удельного веса принята Н/м^3 .

Отметим, что значение g изменяется от $9,831 \text{ м/с}^2$ (на полюсе) до $9,781 \text{ м/с}^2$ (на экваторе).

Плотность жидкостей и газов зависит от температуры и давления. Все жидкости, кроме воды, характеризуются уменьшением плотности с ростом температуры. Плотность воды максимальна при $t=4^\circ\text{C}$ и уменьшается как с уменьшением, так и с увеличением температуры от этого значения. В этом проявляется одно из аномальных свойств воды. В табл. 1.1 приведены значения плотности воды при нормальном атмосферном давлении и различных температурах.

Плотность морской воды при $t=0^\circ\text{C}$ равна $1020\text{--}1030$; нефти и нефтепродуктов — $650\text{--}900$, чистой ртути — $13\,596 \text{ кг/м}^3$.

При изменении давления плотность жидкостей изменяется незначительно. Для условий работы гидротехнических сооружений плотность воды можно считать постоянной, $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$.

Температура, при которой плотность воды максимальная, с увеличением давления уменьшается. Так, при давлении 14 МПа вода имеет максимальную плотность при $0,6^\circ\text{C}$.

Таблица 1.1

$t, ^\circ\text{C}$	0	2	4	6	8
$\rho, \text{ кг/м}^3$	999,87	999,97	1000	999,97	999,88

Продолжение

$t, ^\circ\text{C}$	10	20	30	40	60
$\rho, \text{ кг/м}^3$	999,7	998,2	995,7	992,2	983,2

1.2. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ В ПОКОЯЩЕЙСЯ ИЛИ ДВИЖУЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Силы, действующие в жидкости, можно разделить на две группы.

1. Силы, действующие на каждую частицу жидкости с массой $\Delta M = \rho \Delta W$, т. е. силы, распределенные по массе. Эти силы называются массовыми (объемными). К ним относятся: сила тяжести, силы инерции (корнолисова сила инерции, переносная сила инерции), электромагнитные силы. В гидравлических задачах электромагнитные силы не рассматриваются, за исключением ряда специальных задач. К массовым силам относятся также гравитационные силы, подчиняющиеся закону всемирного тяготения Ньютона (например, силы притяжения Луны и Солнца при рассмотрении водных масс морей и океанов Земли).

Массовые силы характеризуются плотностью распределения F . Если ΔW — элементарный объем, содержащий точку A , и ΔF — массовая сила, действующая на массу $\Delta M = \rho \Delta W$ жидкости в этом объеме, то в данной точке A плотность распределения массовой силы

$$F_A = \lim_{\Delta W \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\rho \Delta W} \quad (1.3)$$

при стягивании объема ΔW к точке A .

Таким образом, плотность массовой силы представляет собой массовую силу, отнесенную к единице массы. Ее составляющие по осям координат будут соответственно F_x , F_y , F_z . Плотность массовых сил имеет размерность ускорения [LT^{-2}].

2. Силы, действующие на каждый элемент $\Delta \omega$ поверхностей, ограничивающих жидкость, и на каждый элемент поверхностей, проведенных произвольно внутри жидкости, называются поверхностными. К ним относятся нормальные к поверхности силы давления P и касательные к поверхности силы трения T .

Плотность распределения нормальных сил $p_A = \lim_{\Delta \omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta \omega}$ называется нормальным напряжением в точке A . Плотность распределения касательных сил $\tau_A = \lim_{\Delta \omega \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta \omega}$ называется касательным напряжением в точке A .

Массовые и поверхностные силы могут быть внешними и внутренними. Внешние силы действуют на рассматриваемую массу и поверхность жидкости извне и приложены соответственно к каждой частице жидкости, составляющей массу, и к каждому элементу поверхности, ограничивающей жидкость. Внутренние силы представляют собой силы взаимодействия частиц жидкости. Они являются парными, их сумма в данном объеме жидкости всегда равна нулю.

1.3. СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ

Сжимаемость — свойство жидкостей изменять объем при изменении давления — характеризуется коэффициентом объемного сжатия (сжимаемости) β_c , м²/Н, представляющим относительное изменение объема жидкости W , м³, при изменении давления p , Па, на единицу:

$$\beta_c = -\frac{1}{W} \frac{dW}{dp}. \quad (1.4)$$

Знак минус в формуле указывает, что при увеличении давления объем жидкости уменьшается.

Учитывая, что при неизменной массе [см. (1.2)]

$$-dW/W = d\rho/\rho, \quad (1.5)$$

имеем

$$\beta_c = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp}. \quad (1.6)$$

Коэффициент объемного сжатия β_c определяет также относительное изменение плотности жидкости при изменении давления на единицу.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия — модуль упругости жидкости

$$E_{ж} = 1/\beta_c,$$

или из (1.6)

$$E_{ж} = \rho dp/d\rho. \quad (1.7)$$

Отсюда

$$d\rho/\rho = dp/E_{ж}. \quad (1.8)$$

Соотношение (1.7) представляет собой закон Гука для жидкостей. Модуль упругости $E_{ж}$ зависит от температуры и давления, поэтому жидкости не точно следуют закону Гука. В табл. 1.2 даны значения $E_{ж}$ для воды при различной температуре.

$t, ^\circ\text{C}$	0	10	20	30
$E_{\text{ж}}, \text{МПа}$	1950	2030	2110	2150

Модуль упругости минеральных масел, используемых в механизмах с гидравлическим приводом, при $t=20^\circ\text{C}$ составляет $(1,35 \div 1,75) \cdot 10^3$ МПа (меньшее значение относится к более легкому маслу); бензина и керосина — приблизительно $1,3 \cdot 10^3$ МПа; глицерина $4,4 \cdot 10^3$ МПа; ртути — в среднем $3,2 \cdot 10^4$ МПа. Глинистые растворы, применяемые при бурении, имеют $E_{\text{ж}} = 2,5 \cdot 10^3$ МПа.

Сжимаемость воды весьма незначительна. При увеличении давления на 9,81 МПа объем воды уменьшается на $1/20000$ первоначального объема. В то же время сжимаемость воды примерно в 100 раз больше сжимаемости стали.

Условия работы гидротехнических сооружений позволяют считать воду несжимаемой средой. Но не следует забывать, что такое допущение правомерно лишь в тех случаях, когда изменения давления невелики. Так, сжимаемость воды существенно сказывается на положении уровня водной поверхности Мирового океана. Если бы вода была абсолютно несжимаема, то отметки уровня воды в океанах поднялись бы примерно на 30 м.

В практике эксплуатации гидравлических систем имеются случаи, когда вследствие действия того или иного возмущения (например, резкого закрытия или открытия запорного устройства в трубопроводе) в жидкости значительно изменяется давление. В таких случаях пренебрежение сжимаемостью приводит к существенным погрешностям.

Поскольку в безграничной однородной жидкости или в объеме, ограниченном абсолютно жесткими стенками, скорость распространения звука

$$c = \sqrt{E_{\text{ж}}/\rho}, \quad (1.9)$$

а по (1.7) $d\rho = \rho dp/E_{\text{ж}}$, то

$$d\rho = dp/c^2. \quad (1.10)$$

Если допустить, что жидкость несжимаема ($d\rho=0$), то $c=\infty$. При достаточно большом объеме жидкости или до-

статочно быстром изменении давления использование в расчетах $c = \infty$ приводит к ошибкам.

Температурное расширение — свойство жидкостей изменять объем при изменении температуры — характеризуется температурным коэффициентом объемного расширения, представляющим относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на единицу (на 1°C) и при постоянном давлении:

$$\beta_T = \frac{1}{W} \frac{dW}{dt} . \quad (1.11)$$

Для большинства жидкостей коэффициент β_T с увеличением давления уменьшается. Для воды с увеличением давления при температуре до 50°C β_T растет, а при температуре выше 50°C уменьшается.

В табл. 1.3 приведены значения β_T для воды при нормальном атмосферном давлении и различных температурах.

Таблица 1.3

$t, ^\circ\text{C}$	1—10	10—20	40—50	60—70	90—100
$\beta_T, 1/^\circ\text{C}$	0,000014	0,00015	0,000422	0,000556	0,000719

В табл. 1.4 приведены β_T для некоторых жидкостей при 20°C и нормальном атмосферном давлении.

Таблица 1.4

Жидкость	$\beta_T, 1/^\circ\text{C}$	Жидкость	$\beta_T, 1/^\circ\text{C}$
Вода	0,00015	Нефть	0,00060
Глицерин	0,00050	Ртуть	0,00018
Спирт	0,00110	Масло АМГ-10	0,00080

Коэффициент β_T с уменьшением плотности нефтепродуктов от 920 до 700 кг/м^3 увеличивается от $0,00060$ до $0,00082$; для рабочих жидкостей гидросистем β_T обычно принимают не зависящим от температуры. Для этих жидкостей рост давления от атмосферного до 60 МПа приводит к увеличе-

нию β_T примерно на 10—20 %, причем чем выше температура рабочей жидкости, тем выше увеличение β_T .

Вязкость — свойство жидкости оказывать сопротивление относительному сдвигу слоев. Вязкость проявляется в том, что при относительном перемещении слоев жидкости на поверхностях их соприкосновения возникают силы сопротивления сдвигу, называемые **с и л а м и в н у т р е н н е**

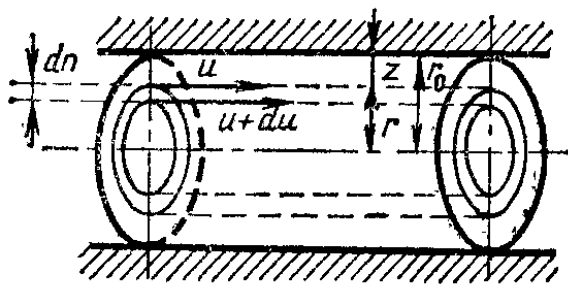


Рис. 1.1

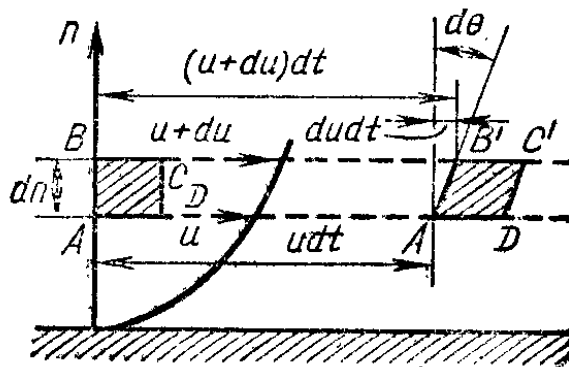


Рис. 1.2

го трения, или **с и л а м и в я з к о с т и**. Благодаря этим силам медленнее движущийся слой жидкости «тормозит» соседний слой, движущийся быстрее, и наоборот. Силы внутреннего трения появляются вследствие наличия межмолекулярных связей между движущимися слоями.

Силы внутреннего трения в жидкости впервые были обнаружены Ньютоном. Он установил пропорциональность между силой внутреннего трения, площадью соприкосновения слоев и относительной скоростью перемещения слоев.

Дальнейшие исследования показали, что численное значение касательного напряжения, возникающего вследствие действия силы внутреннего трения, равно

$$\tau = \mu \frac{d\theta}{dt},$$

где коэффициент пропорциональности μ учитывает особенности конкретных жидкостей и называется **д и н а м и ч е с к о й в я з к о с т ь ю ж и д к о с т и**; $d\theta/dt$ — скорость деформации сдвига.

Рассмотрим слоистое прямолинейное движение жидкости в цилиндрической трубе круглого поперечного сечения (рис. 1.1). Жидкость движется кольцевыми концентрическими цилиндрическими слоями толщиной dn , скорость слоев уменьшается от оси к стенкам трубы.

Разность скоростей в соседних слоях равна du . На поверхностях соприкосновения слоев возникают силы внутреннего трения.

Рассмотрим элементарный объем жидкости (рис. 1.2). При слоистом движении вследствие различия скоростей, с которыми перемещаются верхняя и нижняя поверхности выделенного объема, произойдет деформация сдвига, скорость которой

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\frac{du}{dn} dt}{dt},$$

так как

$$d\theta = \operatorname{tg}(d\theta) = \frac{du dt}{dn},$$

где du/dn — градиент скорости.

Таким образом, при слоистом движении скорость деформации сдвига равна градиенту скорости:

$$\frac{du}{dn} = \frac{d\theta}{dt}.$$

Тогда согласно закону внутреннего трения, открытому Ньютоном, численное значение касательного напряжения равно

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dn}. \quad (1.12)$$

В зависимости от выбора направления отсчета расстояний по нормали (от стенки рассматриваемой трубы или от ее оси) градиент скорости может быть положительным (расстояние отсчитывается от стенки) или отрицательным (расстояние отсчитывается от оси трубы). Знак в (1.12) принимается таким, чтобы касательное напряжение было положительным.

Закон внутреннего трения (1.12) экспериментально подтвержден и математически оформлен основоположником гидродинамической теории смазки Н. П. Петровым в 80-е годы XIX в.

Динамическая вязкость μ имеет размерность $ML^{-1}T^{-1}$; она зависит от температуры и давления. Для чистой воды зависимость динамической вязкости от температуры, предложенная Пуазейлем, имеет вид

$$\mu = \mu_0 (1 + 0,0337t + 0,000221t^2)^{-1}, \quad (1.13)$$

где t — температура, °С; μ_0 — динамическая вязкость при $t=0$ °С.

В табл. 1. 5 приведены значения μ для воды при различных температурах.

Таблица 1.5

$t, \text{°C}$	0	10	20	30
$\mu, 10^4 \text{ Па}\cdot\text{с}$	17,92	13,04	10,1	8,00

В честь Пуазейля единица вязкости была названа «пуаз», $1 \text{ Пз} = 1 \text{ г} / (\text{см}\cdot\text{с})$. В системе СИ единица динамической вязкости $\text{Па}\cdot\text{с}$, $1 \text{ Па}\cdot\text{с} = 10 \text{ Пз}$.

В гидравлических расчетах кроме динамической вязкости широко используется кинематическая вязкость, равная отношению динамической вязкости μ к плотности ρ жидкости:

$$\nu = \mu/\rho. \quad (1.14)$$

Название «кинематическая вязкость» отражает тот факт, что в размерность ν входят только кинематические (а не динамические) величины.

В системе СИ единица кинематической вязкости $\text{м}^2/\text{с}$; применяется также единица $\text{см}^2/\text{с}$, названная «стокс»; $1 \text{ м}^2/\text{с} = 10^4 \text{ Ст} = 10^6 \text{ сСт}$.

В табл. 1. 6 приведены значения кинематической вязкости пресной воды при различных температурах.

Таблица 1.6

$t, \text{°C}$	$\nu, 10^4 \text{ м}^2/\text{с}$	$t, \text{°C}$	$\nu, 10^4 \text{ м}^2/\text{с}$
0	0,0179	18	0,0106
2	0,0167	20	0,0101
4	0,0157	25	0,0090
6	0,0147	30	0,0080
8	0,0139	35	0,0072
10	0,0131	40	0,0065
12	0,0124	45	0,0060
14	0,0118	50	0,0055
16	0,0112	60	0,0048

Для минеральных масел изменение давления в пределах от атмосферного до 40 МПа приводит к росту кинематической вязкости в 2 раза (при 80 °С) и в 3 раза (при 40 °С).

Влияние давления на вязкость воды проявляется в меньшей степени. В табл. 1.7 приведены значения ν для некоторых жидкостей (для нефтепродуктов — осредненные данные).

Таблица 1.7

Жидкость	$t, ^\circ\text{C}$	$\nu, 10^4 \text{ м}^2/\text{с}$	Жидкость	$t, ^\circ\text{C}$	$\nu, 10^4 \text{ м}^2/\text{с}$
Молоко цельное	20	0,0174	Масло АМГ-10	50	0,1
Патока	18	600	Нефть:		
Керосин	15	0,027	легкая	18	0,25
Мазут	18	20,0	тяжелая	18	1,40
Глицерин безводный	20	11,89	Ртуть	15	0,0011

Кинематическая вязкость воды, содержащей достаточное количество мелких (менее 0,05 мм) взвешенных твердых частиц, может существенно увеличиться по сравнению с чистой (без взвеси) водой. В связи с этим при изучении движения воды, несущей большое количество мелких наносов (особенно в придонной области потока в реке или канале), часто учитывают изменение кинематической вязкости в зависимости от положения движущегося слоя относительно дна.

Вязкость жидкостей измеряют с помощью приборов — вискозиметров различных типов и конструкций.

Жидкости, для которых справедлив закон внутреннего трения Ньютона (1.12), называются ньютоновскими. Существуют жидкости (коллоидные суспензии, растворы полимеров, гидросмеси из глины, мела, цемента, сапропелей, илов, бетонные гидросмеси, строительные растворы, кормовые смеси в сельском хозяйстве и т. п.), для которых связь между касательным напряжением τ и скоростью сдвиговой деформации du/dn выражается другими соотношениями. Такие жидкости относятся к неньютоновским. Например, если соотношение между τ и du/dn имеет вид

$$\tau = \tau_0 \pm \mu du/dn, \quad (1.15)$$

то жидкости называются вязкопластичными, и их движение начинается лишь после того, как внешней силой будет преодолено напряжение сдвига τ_0 (рис. 1.3). Таким образом, вязкопластичные жид-

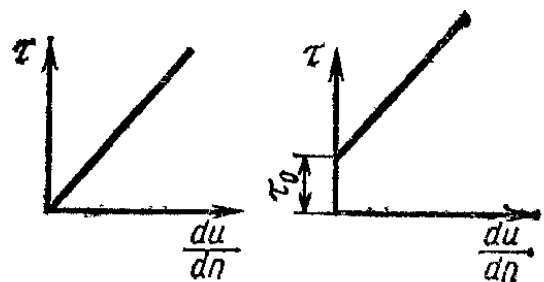


Рис. 1.3

кости отличаются от ньютоновских наличием касательного напряжения в состоянии покоя τ_0 . Для других неньютоновских жидкостей динамическая вязкость может зависеть от градиента скорости, времени и т. д.

Растворение газов. Все жидкости в той или иной мере поглощают и растворяют газы. Согласно закону Генри—Дальтона при давлениях до 30 МПа и постоянной температуре относительный объем $W_{\text{г}}/W_{\text{ж}}$ растворенного газа равен постоянной величине k_p , называемой коэффициентом растворимости. Коэффициент растворимости зависит от температуры.

Если процесс растворения происходит при давлении p_2 , то, пересчитав объем газа на некоторое эталонное давление p_1 (например, на атмосферное), получим соотношение

$$\frac{W_{\text{г}p_1}}{W_{\text{ж}p_2}} = k_p' \frac{p_2}{p_1}, \quad (1.16)$$

где $W_{\text{ж}}$ — объем жидкости при давлении p_2 и температуре t ; $W_{\text{г}}$ — объем растворенного газа, отнесенный к давлению p_1 и температуре t ; k_p' — коэффициент растворимости данного газа в данной жидкости при температуре t .

При температуре 20 °С и атмосферном давлении в воде содержится около 2 % (точнее, 1,6 %) растворенного воздуха по объему ($k_p = 0,016$). С увеличением температуры от 0 до 30 °С коэффициент растворимости воздуха в воде уменьшается. Коэффициент растворимости воздуха в маслах при температуре 20 °С равен примерно 0,08—0,10. Кислород отличается более высокой растворимостью, чем воздух. Поэтому содержание кислорода в растворенном в жидкости воздухе примерно на 50 % выше, чем в атмосферном воздухе. При уменьшении давления из жидкости выделится объем газа в соответствии с (1.16). Процесс выделения газа протекает интенсивнее, чем растворение.

Кипение — процесс перехода жидкости в газообразное состояние, происходящий внутри жидкости. Жидкость можно довести до кипения повышением температуры до значений, больших чем температура кипения при данном давлении, или понижением давления до значений, меньших чем давление насыщенных паров $p_{\text{н.п}}$ жидкости при данной температуре. Обычно при понижении давления до давления насыщенных паров жидкости (при данной температуре) в жидкости образуются пузырьки, заполненные парами жидкости или газами, выделившимися из жидкости, т. е. про-

исходит так называемое «холодное кипение». В жидкости, из которой удален растворенный и не растворенный в ней газ (или воздух), т. е. в дегазированной жидкости, кипение не возникает и при температуре, большей чем температура кипения при данном давлении.

В табл. 1.8 приведено давление насыщенных паров $p_{н.п}$ при атмосферном давлении.

Таблица 1.8

$t, ^\circ\text{C}$	5	10	20	30	40
$p_{н.п}, \text{кПа}$	0,87	1,23	2,33	4,3	7,4

Сопротивление растяжению жидкостей может возникать только в дегазированных жидкостях. В опытах удавалось при центрифугировании дегазированной дистиллированной воды получить на очень короткое время напряжения растяжения в воде, доходившие приблизительно до 25 МПа. Технические жидкости не сопротивляются растягивающим усилиям. Газы могут находиться в жидкости в растворенном и нерастворенном виде. Присутствие нерастворенного воздуха (газа) в виде пузырьков в жидкости существенно уменьшает модуль упругости жидкости, причем это уменьшение не зависит от размеров пузырьков воздуха. Динамическая вязкость жидкости с увеличением содержания воздуха растет. Содержание нерастворенного воздуха в рабочих жидкостях гидросистем машин и механизмов, так же как и в трубопроводах, подающих жидкость, может сильно повлиять на параметры работы трубопроводов и гидросистем.

Поверхностное натяжение. Известно, что молекулы жидкости, находящиеся на границе с газом, твердым телом или между двумя несмешивающимися жидкостями, испытывают со стороны остальных молекул жидкости неуравновешенное извне воздействие. Под влиянием этого воздействия поверхность жидкости стремится принять форму, соответствующую наименьшей площади. Малые массы жидкости в воздухе стремятся к шарообразной форме, образуя капли.

Чтобы увеличить поверхность жидкости, необходимо часть внутренних молекул вывести на поверхность, для че-

го придется совершить работу. Это можно представить как наличие сопротивления граничной поверхности жидкости растяжению и считать, что по поверхности распределены силы, препятствующие растяжению. Эти силы действуют по касательным к поверхности направлениям и называются силами поверхностного натяжения.

Поверхностное натяжение σ представляет собой дополнительную энергию, которой обладают молекулы поверхностного слоя, отнесенную к единице площади, или силу поверхностного натяжения, отнесенную к единице длины на свободной поверхности. Размерность поверхностного натяжения MT^{-2} .

Величина σ зависит от природы соприкасающихся сред и температуры. С увеличением температуры значение σ уменьшается; при 20°C и контакте с воздухом σ равно: для воды 0,0726; для ртути 0,486; для этилового спирта 0,022; для сырой нефти 0,0235—0,038, для смазочного масла 0,035—0,038 Н/м.

На границе с воздухом расплавленная сталь при $t = 1550^\circ\text{C}$ имеет $\sigma = 1,86$ Н/м, расплавленный чугун при $t \approx 1200^\circ\text{--}1450^\circ\text{C}$ имеет $\sigma = 0,9\text{--}1,0$ Н/м. Для контактной поверхности вода—ртуть при 20°C $\sigma = 0,378$ Н/м.

Добавка в жидкость поверхностно-активных веществ (ПАВ) может заметно уменьшить поверхностное натяжение.

Влияние поверхностного натяжения необходимо учитывать при изучении потоков с малой глубиной, при захвате окружающего воздуха движущейся жидкостью (аэрация жидкости), в капиллярах и т. д.

В трубках малого диаметра (капиллярах) наблюдается искривление свободной поверхности, граничащей с газом или с парами этой же жидкости. Если поверхность трубки смачивается, то свободная поверхность жидкости в капилляре вогнутая. В противном случае (если нет смачивания) свободная поверхность выпуклая. В этих случаях силы поверхностного натяжения обуславливают дополнительные напряжения в жидкости.

Под действием этих напряжений в трубках малого диаметра происходит капиллярное поднятие (при смачивании) или опускание (если нет смачивания) жидкости на высоту, определяемую по формуле

$$h_{\text{кап}} = \frac{4\sigma \cos \theta}{\rho g d}, \quad (1.17)$$

где θ — острый угол между касательной к свободной поверхности в точке пересечения со стенкой и самой стенкой капилляра; d — диаметр капилляра.

Для чистой воды и стекла угол $\theta \approx 0$, для ртути и стекла $\theta \approx 50^\circ$.

При $t = 20^\circ\text{C}$ для воды, спирта и ртути $h_{\text{кап}}$ равна соответственно $30/d$, $11,5/d$ и $10,15/d$ мм.

Одна и та же жидкость в капиллярах одного и того же диаметра может подниматься (при смачивании) или опускаться (если нет смачивания) в зависимости от материала, из которого изготовлена капиллярная трубка.

Поднятие воды в капиллярах в почве и в грунтах является важным фактором в распространении воды. Высота капиллярного поднятия в грунтах изменяется от нуля (галечники) почти до 5 м (глины). При этом с увеличением минерализации воды высота капиллярного поднятия увеличивается.

Поверхностное натяжение и капиллярные эффекты определяют закономерности движения жидкости в условиях невесомости.

1.4. ОСОБЫЕ СВОЙСТВА ВОДЫ

Известно, что в понятие «вода» следует включать вещества, состоящие не только из молекул H_2O^{16} . Различные комбинации изотопов водорода и кислорода обуславливают существование 36 разновидностей воды. В природной воде 99,7 % молекул H_2O^{16} , на долю остальных разновидностей молекул воды приходится лишь 0,3 %. Это не означает, что влияние других разновидностей молекул на свойства воды пропорционально их доле в общем объеме воды.

Вода — аномальное вещество. Прежде всего, при различных температурах и давлениях вода может находиться в одном из трех агрегатных состояний: твердом (лед), жидком и газообразном (пар).

При уменьшении температуры от 4 до 0°C объем воды не уменьшается (как у всех других веществ, кроме висмута), а увеличивается. Плотность воды, имеющая максимальное значение при 4°C , при этом уменьшается. При замерзании объем воды увеличивается примерно на 10 %. Температура замерзания воды с увеличением давления (до 19,6 МПа) понижается, а затем повышается.

Известно, что конвекция в водоемах (с пресной водой) прекращается при 4°C . При этой температуре в нижних

слоях находится вода с большей плотностью, чем в верхних слоях.

Морская вода замерзает при температуре $-1,9^{\circ}\text{C}$. Вода в капиллярах в почве иногда может замерзнуть и при температуре $+4,4^{\circ}\text{C}$.

Вода обладает чрезвычайно большой теплоемкостью, например в 10 раз большей, чем железо, в 33 раза большей, чем ртуть, в 3,3 раза большей, чем спирт и глицерин, и т. д. При этом обычно теплоемкость других жидкостей с увеличением температуры увеличивается. Вода характеризуется минимальным значением теплоемкости при 35°C , а с ростом температуры теплоемкость вновь растет. Появление этого минимума объясняется разрушением ассоциаций (групп) молекул воды примерно при этой температуре.

Вода обладает очень высокой теплотой испарения и скрытой теплотой плавления. Например, теплота испарения воды в 8 раз, а скрытая теплота плавления в 27 раз больше, чем спирта. При атмосферном давлении для перехода воды в пар из окружающей среды требуется в 6,75 раза больше теплоты, чем при плавлении льда при том же давлении.

При конденсации влаги (образовании тумана) выделяется значительное количество теплоты. Это используется в установках, создающих искусственный туман; такие установки помимо орошения могут использоваться для предохранения растений от заморозков.

Электропроводность сухого льда и снега гораздо меньше электропроводности воды, причем электропроводность воды сильно зависит от наличия примесей, а на электропроводность льда они влияют очень мало. Электропроводность воды, естественно, зависит от количества растворенных в ней солей. Поэтому электропроводность морской воды на 2—3 порядка больше, чем электропроводность пресной речной воды, а по сравнению с химически чистой водой при 18°C — примерно в 12 000 раз.

Вода является сильным растворителем. Эта способность воды характеризуется относительной диэлектрической проницаемостью, которая довольно высока и при 0°C равна около 87, а с ростом температуры уменьшается до 55,7 при 100°C . Таким образом, по сравнению с воздухом и водяным паром, диэлектрическая проницаемость которых равна 1, эта характеристика воды гораздо больше (для льда она равна 3,2).

В связи с наличием в воде растворенного воздуха, богатого кислородом, и ряда агрессивных компонентов вода воздействует на материалы, из которых возведены сооружения. При этом может происходить коррозия. Растворенные в воде соли и взвешенные в ней твердые частицы могут привести к «зарастанию» стенок, например трубопровода, вследствие чего пропускная способность таких труб может существенно уменьшиться.

Влияние магнитного поля на свойства воды. Магнитная обработка воды применяется для борьбы с накипеобразованием и для предотвращения коррозии в котлах и опреснительных установках, а также для ускорения осаждения взвесей при очистке воды. В результате проведенных опытов получены данные об увеличении скорости фильтрации воды, прошедшей обработку в магнитном поле, об ускорении сроков схватывания бетонов, в состав которых входит такая вода. Однако механизм влияния магнитного поля на свойства воды пока изучен недостаточно.

Глава 2

ГИДРОСТАТИКА

2.1. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ. ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ

Рассмотрим массу M жидкости, находящейся в состоянии покоя (рис. 2.1) (в общем случае относительного покоя), когда жидкость в резервуаре, который движется с ускорением относительно Земли, неподвижна по отношению к резервуару.

Рассечем объем, занимаемый жидкостью, произвольной плоскостью на две части, содержащие соответственно массы M_1 и M_2 , и отбросим одну из частей объема, например правую. Чтобы сохранить равновесие оставшейся в левой части массы жидкости M_2 , необходимо к ней приложить силу, эквивалентную действию отброшенной массы M_1 . Эта сила должна быть распределенной по площади сечения ω . Напряжение этой силы в произ-

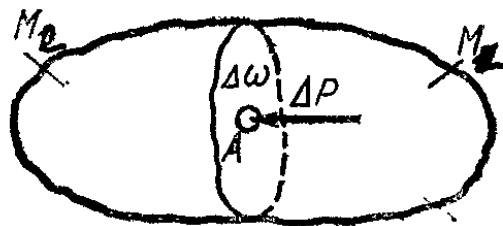


Рис. 2.1

вольной точке A площади ω определяется соотношением

$$p_A = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega}, \quad (2.1)$$

где $\Delta\omega$ — элементарная площадка на площади рассечения, содержащая произвольную точку A ; ΔP — сила, действующая на площадку $\Delta\omega$. При предельном переходе площадка $\Delta\omega$ стягивается в точку A .

Покажем, что сила ΔP и напряжение p направлены по внутренней нормали к площадке $\Delta\omega$. Действительно, если бы сила ΔP была направлена не по нормали к площадке $\Delta\omega$, то эту силу можно было бы разложить на составляющие: нормальную и касательную к площадке $\Delta\omega$. Из-за текучести жидкости касательная составляющая привела бы жидкость в движение, т. е. в этом случае равновесие жидкости было бы невозможно.

Так как жидкость не сопротивляется растягивающим усилиям (см. гл. 1), то сила ΔP может быть только сжимающей. Таким образом, по любой поверхности ω , проведенной внутри покоящейся жидкости, всегда действует только распределенная сжимающая сила.

Нормальное напряжение поверхностных сил в покоящейся жидкости направлено всегда по внутренней нормали к площадке действия.

Через произвольную точку A покоящейся жидкости можно провести бесчисленное множество секущих поверхностей, по-разному ориентированных в пространстве. На любой из них можно выбрать площадку $\Delta\omega$, содержащую точку A , и вычислить нормальное напряжение $p_A = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega}$.

При этом p_A всегда направлено по внутренней нормали к площадке $\Delta\omega$, т. е. направление p зависит от того, на какой из секущих поверхностей выбрана площадка $\Delta\omega^*$.

Докажем, что в покоящейся жидкости значение нормального напряжения не зависит от ориентации $\Delta\omega$. Для этого выделим в покоящейся жидкости элементарную частицу в форме тетраэдра с ребрами Δx , Δy , Δz , выбранными вдоль координатных осей, и объемом $\Delta W = \frac{1}{6} \Delta x \Delta y \Delta z$ (рис. 2.2).

* Напряжение p в точках покоящихся жидкостей представляет собой необычный вектор, так как направление этого вектора зависит не только от координат рассматриваемых точек, но и от ориентации в пространстве площадок, на которые действует. Такие величины называются тензорами.

Три грани тетраэдра $\Delta\omega_x$, $\Delta\omega_y$, $\Delta\omega_z$ лежат в координатных плоскостях, а четвертая грань $\Delta\omega_n$ наклонна и ориентирована нормально к направлению n .

Отбросим окружающую тетраэдр жидкость и для сохранения равновесия выделенной частицы приложим к каждой грани тетраэдра поверхностные силы ΔP_x , ΔP_y , ΔP_z и ΔP_n .

Кроме поверхностных сил на жидкость, заключенную в тетраэдре, действует массовая сила $\rho\Delta W F$ (см. § 1.2), плотность распределения которой F . Проекция F на оси координат обозначим F_x , F_y , F_z .

Записав в проекциях на координатные оси уравнения равновесия жидкости, заключенной в тетраэдре, получим

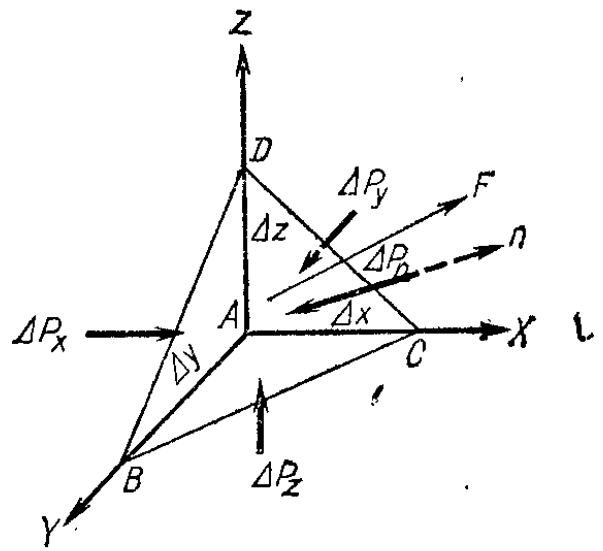


Рис. 2.2

$$\Delta P_x - \Delta P_n \cos(\widehat{n, x}) + F_x \rho \Delta W = 0$$

или

$$\Delta P_x = \Delta P_n \cos(\widehat{n, x}) - F_x \rho \Delta W.$$

Аналогично

$$\Delta P_y = \Delta P_n \cos(\widehat{n, y}) - F_y \rho \Delta W$$

и

$$\Delta P_z = \Delta P_n \cos(\widehat{n, z}) - F_z \rho \Delta W.$$

(2.2)

В уравнениях (2.2) обозначения $(\widehat{n, x})$; $(\widehat{n, y})$; $(\widehat{n, z})$ относятся к углам, образуемым нормалью к грани $\Delta\omega_n$ с осями координат.

Если разделить каждый из членов первого уравнения (2.2) на площадь $\Delta\omega_x$, то получим

$$\frac{\Delta P_x}{\Delta\omega_x} = \frac{\Delta P_n \cos(\widehat{n, x})}{\Delta\omega_x} - F_x \rho \frac{\Delta W}{\Delta\omega_x}.$$

Но $\Delta\omega_x = \Delta\omega_n \cos(n, x)$ — площадь грани, перпендикулярной оси Ox , т. е. грани ABD .

Так как объем тетраэдра $\Delta W = \frac{1}{6} \Delta x \Delta y \Delta z$, а площадь грани $\Delta\omega_x = \frac{1}{2} \Delta y \Delta z$, то можно записать

$$\frac{\Delta P_x}{\Delta\omega_x} = \frac{\Delta P_n}{\Delta\omega_n} = F_x \rho \frac{1}{3} \Delta x.$$

Стягивая тетраэдр в точку A , в пределе получаем

$$p_x = p_n.$$

Аналогично другие два уравнения в (2.2) дадут соответственно

$$p_y = p_n \text{ и } p_z = p_n,$$

откуда

$$p_x = p_y = p_z = p_n. \quad (2.3)$$

Таким образом, доказано, что нормальное напряжение в любой точке покоящейся жидкости не зависит от направления действия. Это позволяет характеризовать напряженное состояние покоящейся жидкости в каждой точке скалярной величиной, представляющей значение нормального напряжения в этой точке. Эта величина называется гидростатическим давлением. (В дальнейшем изложении «гидростатическое» опускается).

Давление может быть неодинаковым в различных точках покоящейся жидкости:

$$p = f(x, y, z).$$

2.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЖИДКОСТИ

Рассмотрим жидкость, находящуюся в покое относительно неинерциальной системы координат x, y, z . Выделим в этой жидкости элементарный параллелепипед с ребрами dx, dy, dz , параллельными соответствующим осям координат (рис. 2.3). Масса жидкости в параллелепипеде равна $\rho dx dy dz$. Отбросим жидкость, окружающую параллелепипед, и заменим действием отброшенной жидкости силами. Это будут сжимающие поверхностные силы давления.

Кроме поверхностных сил на жидкость действуют массовые силы $\rho F dW$. Плотность распределения массовых сил F , ее проекции на координатные оси F_x, F_y, F_z .

Пусть давление в центре выделенного объема равно p . Так как давление является непрерывной функцией координат, то, разложив эту функцию в ряд Тейлора по приращению dx и ограничиваясь в этом разложении двумя первыми членами, получим выражения для давления в центрах боковых граней $ABKE$ и $DCGH$ соответственно

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}; \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}.$$

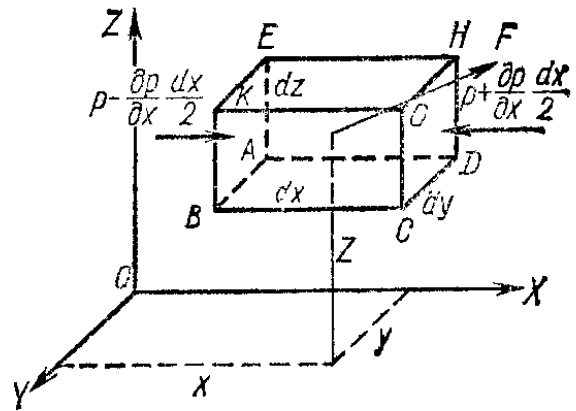


Рис. 2.3

Аналогично можно получить выражения для давления в центрах остальных граней.

Составим уравнения равновесия жидкости, заключенной в параллелепипеде. В направлении OX получим

$$F_x \rho dx dy dz + \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dy dz = 0,$$

откуда после сокращений

$$\rho F_x = \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Составив аналогичные уравнения в направлении OY и OZ , получим окончательно

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \rho F_x; \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho F_y; \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho F_z. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Уравнения (2.4) представляют собой систему уравнений равновесия; они были выведены Эйлером и называются уравнениями Эйлера.

Для любого направления можно получить уравнение равновесия в виде

$$\frac{\partial p}{\partial n} = - \rho F_n.$$

Умножив уравнения (2.4) соответственно на dx , dy , dz и сложив их, получим уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho (F_x dx + F_y dy + F_z dz).$$

Левая часть этого уравнения представляет собой полный дифференциал dp функции $p=f(x, y, z)$. Заменяв левую часть на dp , получим

$$dp = \rho (F_x dx + F_y dy + F_z dz). \quad (2.5)$$

Так как левая часть (2.5) представляет собой полный дифференциал и для однородной несжимаемой жидкости $\rho=\text{const}$, то в правой части (2.5) выражение в скобках — полный дифференциал некоторой функции $U(x, y, z)$, т. е.

$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad F_y = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = \frac{\partial U}{\partial z}. \quad (2.6)$$

Следовательно, поле массовых сил потенциальное. Тогда (2.5) принимает вид

$$dp = \rho dU$$

или

$$dp = -\rho d\Pi, \quad (2.7)$$

где $-d\Pi=dU$.

Функция $\Pi(x, y, z)$ выражает потенциальную энергию поля массовых сил.

Интегрируя (2.7) для несжимаемой жидкости ($\rho=\text{const}$), получаем

$$p = -\rho\Pi + C \quad \text{или} \quad p + \rho\Pi = C, \quad (2.8)$$

где C — произвольная постоянная интегрирования.

Для двух точек одного и того же объема данной однородной несжимаемой жидкости уравнение (2.8) записывается в виде

$$p_1 + \rho\Pi_1 = p_2 + \rho\Pi_2. \quad (2.9)$$

2.3. ПОВЕРХНОСТИ РАВНОГО ДАВЛЕНИЯ

Поверхность, во всех точках которой давление одинаково, называется поверхностью равного давления.

Обратившись к уравнению (2.5) и полагая в нем $dp=0$ при $\rho \neq 0$, получаем дифференциальное уравнение семейства поверхностей равного давления

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0 \quad (2.10)$$

или

$$\Pi(x, y, z) = \text{const.} \quad (2.11)$$

Различные значения постоянной в (2.11) соответствуют различным поверхностям равного давления.

Свободная поверхность жидкости, т. е. поверхность, граничащая с газовой средой, также является одной из поверхностей равного давления.

При равновесии жидкости массовая сила в любой точке жидкости ориентирована по нормали к поверхности равного давления, проходящей через эту точку.

2.4. РАВНОВЕСИЕ ОДНОРОДНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО ЗЕМЛИ

Основное уравнение гидростатики. Рассмотрим жидкость, покоящуюся в сосуде, неподвижном относительно Земли. Для рассматриваемого случая действующей на жидкость массовой силой является только сила тяжести $\mathbf{G} = Mg$. Тогда $\mathbf{F} = \mathbf{g}$.

Направив ось OZ вертикально вверх, получим

$$F_x = 0; \quad F_y = 0; \quad F_z = -g,$$

а подставив полученные величины в (2.5), будем иметь

$$dp = -\rho g dz. \quad (2.12)$$

Интегрируя (2.12) в предположении $\rho = \text{const}$ и принимая, что в пределах рассматриваемого объема жидкости можно пренебречь изменением ускорения свободного падения по высоте z ($g = \text{const}$), получаем

$$p = -\rho g z + C$$

или

$$p + \rho g z = C, \quad (2.13)$$

где C — произвольная постоянная.

Разделив (2.13) на ρg , получим

$$z + p/\rho g = \text{const.} \quad (2.13a)$$

При делении на ρ уравнение (2.13) примет вид

$$gz + p/\rho = \text{const.} \quad (2.14)$$

Отметим, что члены уравнения (2.13а) отнесены к единице веса, а (2.14) — к единице массы.

Для двух точек одного и того же объема покоящейся жидкости уравнения (2.13а) и (2.14) представляются в виде

$$z_1 + p_1/\rho g = z_2 + p_2/\rho g; \quad (2.15)$$

$$gz_1 + p_1/\rho = gz_2 + p_2/\rho. \quad (2.16)$$

Уравнения (2.15) и (2.16) выражают гидростатический закон распределения давления в однородной несжимаемой жидкости, покоящейся относительно Земли. Уравнение (2.15) обычно называют основным уравнением гидростатики.

Поверхности равного давления. Для рассматриваемого случая равновесия, когда единственной массовой силой, действующей на жидкость, является сила тяжести, поверхности равного давления $p = \text{const}$ представляют собой семейство горизонтальных плоскостей.

Действительно, из (2.12) при $dp = 0$ получаем $dz = 0$, т. е.

$$z = C. \quad (2.17)$$

Каждому значению C соответствует плоскость, в точках которой давление имеет определенное постоянное значение. Свободная поверхность жидкости в данном случае является одной из плоскостей равного давления. Здесь следует указать, что полученный вывод справедлив лишь в пределах сравнительно небольших поверхностей, для которых можно считать вектор ускорения свободного падения вертикальным.

Если рассматривать массу жидкости, имеющей большую поверхность, например поверхность моря, то становится очевидным, что необходимо учитывать действительное направление вектора ускорения свободного падения (по радиусу к центру Земли), а также то, что поверхности равного давления (и в том числе свободная поверхность) в

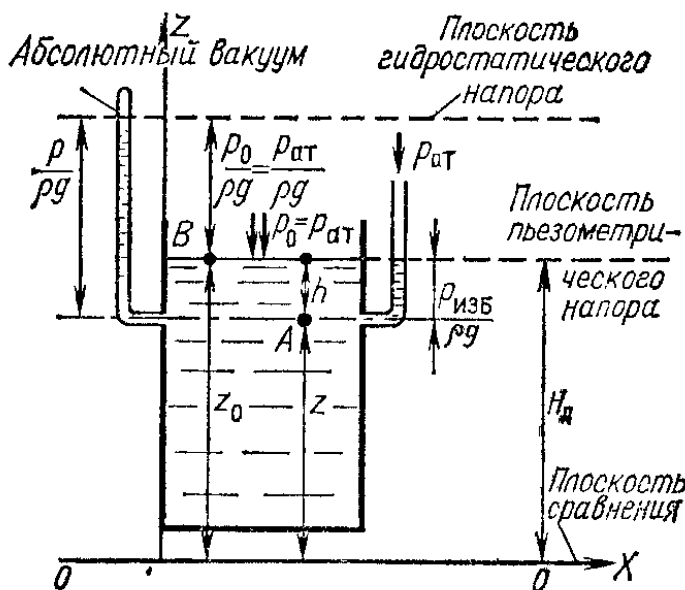


Рис. 2.4

этом случае не будут горизонтальными. Основное уравнение гидростатики можно записать иначе. Рассмотрим жидкость, покоящуюся в открытом резервуаре (рис. 2.4).

Пусть необходимо определить давление p в точке A на уровне z . Применим основное уравнение гидростатики (2.15) к точке A и к точке B , расположенной на свободной поверхности жидкости на уровне z_0 . Давление на свободной поверхности равно p_0 , его называют внешним давлением. Оно может быть равным атмосферному ($p_0 = p_{ат}$), бóльшим ($p_0 > p_{ат}$) или меньшим ($p_0 < p_{ат}$) атмосферного.

Из основного уравнения гидростатики (2.15) имеем

$$z + p/\rho g = z_0 + p_0/\rho g.$$

Отсюда

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z), \quad (2.18)$$

где $z_0 - z = h$; h — глубина погружения точки под свободной поверхностью.

Тогда

$$p = p_0 + \rho gh. \quad (2.19)$$

Величину ρgh называют весовым давлением, так как она равна весу столба жидкости при единичной площади и высоте h .

Таким образом, по (2.19) давление в точке покоящейся жидкости, находящейся на глубине h под свободной поверхностью, равно сумме внешнего давления p_0 и давления ρgh .

Иногда давление p называют абсолютным давлением и обозначают $p_{абс}$.

Избыточное и вакуумметрическое давление. Избыточным давлением называют разность

$$p_{изб} = p - p_{ат} = p_0 + \rho gh - p_{ат}. \quad (2.20)$$

В гидротехнических сооружениях, как правило, на свободной поверхности жидкости давление равно атмосферному $p_0 = p_{ат}$.

В этих случаях

$$p_{изб} = \rho gh, \quad (2.21)$$

где h — глубина погружения рассматриваемой точки под свободной поверхностью жидкости. Таким образом, при $p_0 = p_{ат}$ избыточное и весовое давления совпадают.

Если давление в жидкости меньше атмосферного, то напряженное состояние жидкости характеризуется значением разрежения (вакуума).

Вакуумметрическое давление

$$p_{\text{вак}} = p_{\text{ат}} - p. \quad (2.22)$$

Давление измеряется с помощью пьезометров, манометров и вакуумметров.

Эпюры давления. Закон распределения в жидкости гидростатического давления легко изобразить графически в виде эпюр давления. Для этого нужно представить

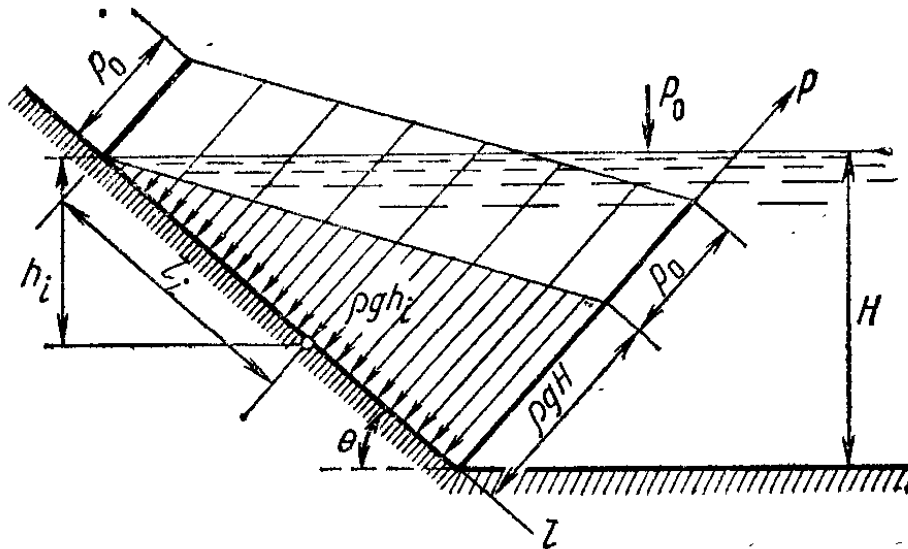


Рис. 2.5

давление вектором, направление которого совпадает с направлением давления, а значение пропорционально значению давления.

Эпюры всегда следует строить со стороны жидкости, помня о направлении действия нормальных напряжений в покоящейся жидкости (по внутренней нормали). Так, для плоской наклонной стенки, восстановив в каждой ее точке перпендикуляры, равные $p_i = p_0 + \rho gh_i$ для давления и $p_{\text{изб}} = \rho gh_i$ для избыточного давления (при $p_0 = p_{\text{ат}}$), и объединив концы этих отрезков, получим соответствующие эпюры давления (рис. 2.5); h_i — глубина погружения рассматриваемой i -й точки под свободной поверхностью.

Закон Паскаля. Применив основное уравнение гидростатики к двум точкам покоящейся жидкости $z_1 + p_1/\rho g = z_2 + p_2/\rho g$, изменим давление в первой точке на Δp_1 , не нарушая равновесие жидкости. Тогда во второй точке давление должно измениться на некоторую величину Δp_2 . Из основного уравнения гидростатики следует, что

$$z_1 + \frac{p_1 + \Delta p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2 + \Delta p_2}{\rho g}$$

или

$$\Delta p_1 = \Delta p_2,$$

т. е. изменение давления в любой точке покоящейся жидкости передается в остальные ее точки без изменений. Это положение называется законом Паскаля.

Сообщающиеся сосуды. Допустим, что имеются два сообщающихся сосуда, содержащих жидкости с различными плотностями ρ_1 и ρ_2 (рис. 2.6). Сосуды открыты, и внешнее давление на их свободных поверхностях одинаково: $p_{01} = p_{02} = p_{\text{ат}}$. Поверхность раздела жидкостей, являясь поверхностью равного давления, будет горизонтальной плоскостью. Следовательно, $\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$. Отсюда

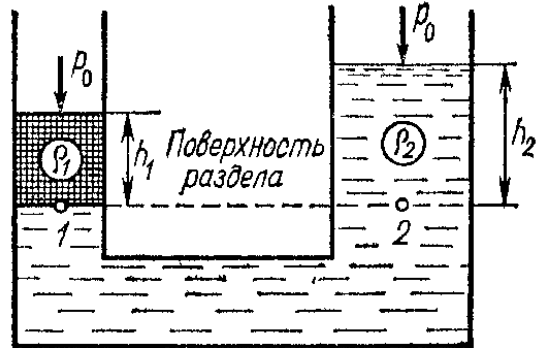


Рис. 2.6

$$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1.$$

При разнородных жидкостях в открытых сообщающихся сосудах высоты уровней над плоскостью раздела жидкостей будут обратно пропорциональны плотностям жидкостей.

2.5. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ГИДРОСТАТИКИ

Ордината z рассматриваемой точки жидкости отсчитывается от произвольной горизонтальной плоскости XOY , принятой в качестве координатной. В гидравлике эту плоскость называют плоскостью сравнения, а отсчитанную от нее ординату z точки—геометрической высотой точки, или высотой положения точки, или геометрическим напором в данной точке жидкости.

Величина $p/\rho g$ имеет линейную размерность $L^{-1}MT^{-2}/(L^{-3}M \cdot LT^{-2}) = L$ и представляет собой геометрическую высоту, на которую поднимется жидкость под действием давления p . Указанную высоту можно измерить, если подсоединить к сосуду трубку, из которой полностью удален воздух. Жидкость в трубке поднимется на высоту

$p/\rho g$. Если трубка открыта и давление на свободной поверхности равно атмосферному, то жидкость в трубке поднимется на высоту $p_{изб}/\rho g$, соответствующую избыточному давлению.

Высота $p/\rho g$ соответствует давлению p . Высота $p_{изб}/\rho g$ называется пьезометрической высотой. Высота, соответствующая давлению $p_{вак}$, называется вакуумметрической высотой. Эта высота может быть измерена с помощью простейшего вакуумметра (рис. 2.8).

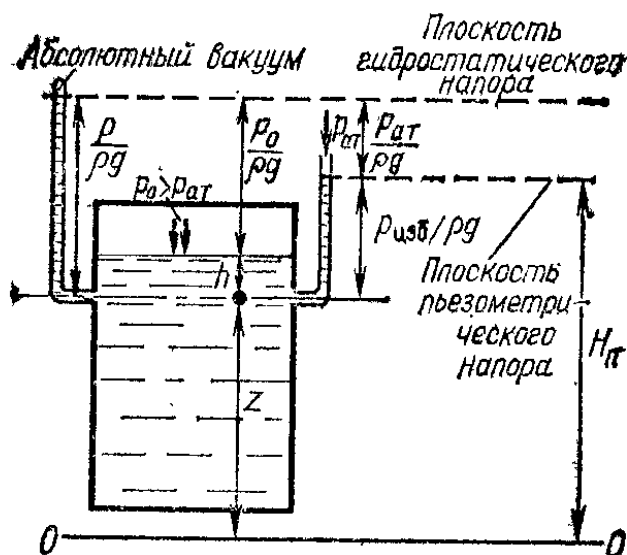


Рис. 2.7

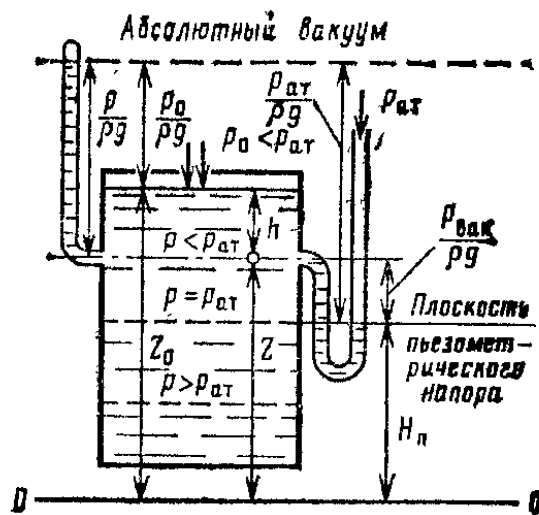


Рис. 2.8

Сумму высот $z + p/\rho g$ называют гидростатическим напором H . Пьезометрический напор H_π меньше гидростатического напора на высоту, соответствующую атмосферному давлению, т. е. $p_{ат}/\rho g$.

Отложив от плоскости сравнения по вертикали отрезки $z + p/\rho g$ для различных точек покоящейся жидкости, обнаружим, что геометрическое место концов таких отрезков будет представлять собой горизонтальную плоскость, расположенную на расстоянии $z + p/\rho g$ от плоскости сравнения. Такая плоскость называется плоскостью гидростатического напора, а если откладывать отрезки $z + p_{изб}/\rho g$, — то плоскостью пьезометрического напора.

Если давление на свободной поверхности равно атмосферному, то плоскость пьезометрического напора совпадает со свободной поверхностью. При $p_0 \neq p_{ат}$ положения плоскости пьезометрического напора могут быть различными в зависимости от соотношения $p_0 > p_{ат}$ или $p_0 < p_{ат}$ (рис. 2.7, 2.8).

2.6. РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТИ В СОСУДЕ, РАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ

При равновесии в движущемся сосуде жидкость движется вместе с сосудом как единое целое, т. е. находится в состоянии относительного покоя.

Рассмотрим цилиндрический сосуд радиусом R (рис. 2.9), заполненный до некоторого уровня жидкостью плотностью ρ и приведенный во вращение с постоянной угловой скоростью ω относительно вертикальной оси. Через некоторое время после начала вращения сосуда жидкость под действием сил трения будет вращаться с той же скоростью, что и сосуд. Установится равновесие жидкости относительно сосуда или, иначе говоря, относительно вращающейся вместе с сосудом неинерциальной системы координат x, y, z . При написании уравнений равновесия в неинерциальной системе необходимо в число действующих сил вводить переносную силу инерции. В рассматриваемом случае такой силой является центробежная сила, направленная вдоль радиуса и равная $\Delta M \omega^2 r$ для элементарной массы ΔM , вращающейся на расстоянии r от вертикальной оси. Кроме центробежной силы на любую частицу ΔM действует сила тяжести $\Delta M g$. Проекции вектора плотности распределения массовых сил при этом:

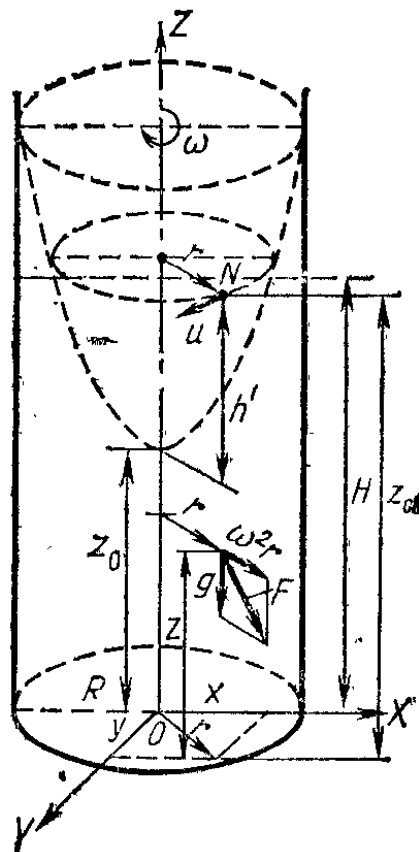


Рис. 2.9

от силы тяжести

$$F_{x_1} = 0; \quad F_{y_1} = 0; \quad F_{z_1} = -g;$$

от переносной силы инерции

$$F_{x_2} = \omega^2 x; \quad F_{y_2} = \omega^2 y; \quad F_{z_2} = 0,$$

где x и y — горизонтальные координаты произвольно выбранной точки A жидкости.

Рассмотрим здесь два вопроса.

Форма поверхностей равного давления. Используем уравнение поверхности равного давления (2.10)

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0$$

и, подставляя в него выражения для F_x , F_y и F_z , найдем

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz = 0.$$

После интегрирования получим

$$\frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) - gz = C$$

или, поскольку $x^2 + y^2 = r^2$,

$$\omega^2 r^2/2 - gz = C. \quad (2.23)$$

Из (2.23) ясно, что поверхности равного давления в рассматриваемом случае представляют собой семейство конгруэнтных¹ параболоидов вращения с вертикальной осью. Различным значениям постоянной C соответствуют разные параболоиды равного давления.

Свободная поверхность также является поверхностью равного давления, во всех точках которой давление равно внешнему давлению p_0 .

Найдем значение произвольной постоянной C для параболоида свободной поверхности. Координаты вершины параболоида $x=0$; $y=0$; $z_{св}=z_0$. Подставив эти координаты в уравнение (2.23), получим

$$C_0 = -gz_0.$$

Уравнение свободной поверхности

$$z_{св} - z_0 = \frac{\omega^2}{2g} (x^2 + y^2)$$

или

$$z_{св} - z_0 = \omega^2 r^2/2g. \quad (2.24)$$

Частица жидкости, находящейся в состоянии относительного покоя во вращающемся сосуде, расположенная на расстоянии радиуса r от оси вращения, имеет линейную скорость $u = \omega r$. Высота, на которую поднята над вершиной параболоида точка свободной поверхности (например, N), равна

$$h' = z_{св} - z_0 = \omega^2 r^2/2g = u^2/2g. \quad (2.25)$$

¹ Конгруэнтные — фигуры, совмещающиеся при наложении.

Ордината z_0 вершины параболоида свободной поверхности при заданной угловой скорости зависит от объема жидкости в сосуде. Если до вращения сосуда уровень жидкости был горизонтальным и устанавливался на высоте H , то объем жидкости равнялся $\pi R^2 H$. При вращении сосуда свободная поверхность становится параболической, форма объема жидкости изменяется, а его значение при $\rho = \text{const}$ остается неизменным:

$$\int_0^R (z_0 + \omega^2 r^2/2g) 2\pi r dr = \pi R^2 H.$$

После интегрирования имеем

$$H = z_0 + \omega^2 R^2/4g$$

или

$$z_0 = H - \omega^2 R^2/4g.$$

Полагая $z_0 = 0$, найдем угловую скорость ω , при которой свободная поверхность жидкости коснется дна сосуда:

$$\omega = 2\sqrt{gH}/R.$$

Закон распределения давлений. Используя дифференциальное уравнение равновесия жидкости (2.5) и подставляя в него проекции плотности распределения массовых сил, получаем

$$dp = \rho [\omega^2 (x dx + y dy) - g dz]. \quad (2.26)$$

После интегрирования уравнения (2.26) имеем

$$p = \rho (\omega^2 r^2/2 - gz) + C_1. \quad (2.27)$$

Подставив в уравнение (2.27) координаты вершины параболоида свободной поверхности $r=0$, $z=z_0$ и давление $p=p_0$, найдем C_1 :

$$C_1 = p_0 - \rho (-gz_0) = p_0 + \rho gz_0.$$

Подставив найденное значение C_1 в (2.27), получим

$$p = p_0 + \rho g (z_0 - z) + \rho \omega^2 r^2/2 = p_0 + \rho g (z_0 - z + \omega^2 r^2/2g). \quad (2.28)$$

Так как по (2.25) $\omega^2 r^2/2g = h'$ для любой точки, то можно переписать (2.28) в виде

$$p = p_0 + \rho g (z_0 - z + h')$$

или

$$p = p_0 + \rho gh, \quad (2.29)$$

где h — глубина погружения точки под свободной поверхностью, т. е. измеренное по вертикали расстояние от свободной параболической поверхности до рассматриваемой точки. Таким образом, в жидкости, покоящейся в равномерно вращающемся сосуде, давление по вертикали распределяется по гидростатическому закону.

2.7. СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ НА ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ И НАКЛОННЫЕ ПЛОСКИЕ ПЛОЩАДКИ (СТЕНКИ)

Рассмотрим жидкость, покоящуюся относительно Земли. Выберем в жидкости горизонтальную площадку ω . Все точки этой площадки находятся на одинаковой глубине и

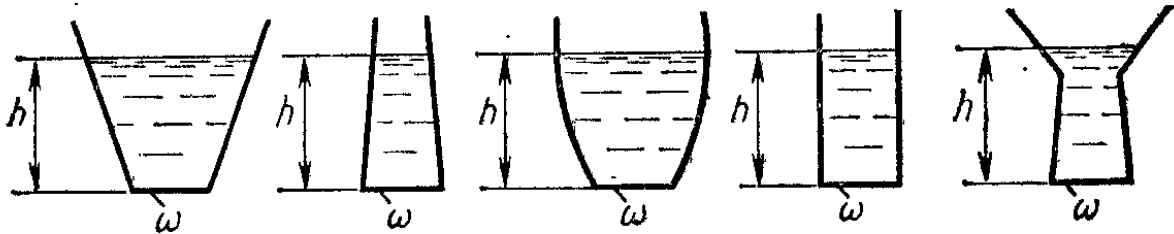


Рис. 2.10

испытывают одинаковое давление со стороны покоящейся жидкости. Если свободная поверхность жидкости открыта в атмосферу ($p_0 = p_{\text{ат}}$), то сила избыточного давления на площадку ω определяется по формуле

$$P_{\text{изб}} = \rho g h \omega. \quad (2.30)$$

т. е. численно равна весу жидкости, заключенной в вертикальной призме основанием ω и высотой h .

Сила $P_{\text{изб}}$ направлена со стороны жидкости перпендикулярно стенке. Линия действия силы пересекает площадку ω в центре тяжести, так как давление распределено по площадке равномерно.

Из (2.30) очевидно, что сила избыточного гидростатического давления на дно сосуда зависит от плотности жидкости, площади дна и высоты заполнения сосуда жидкостью.

При равенстве p_0 , плотностей ρ , площадей основания ω и глубин h независимо от формы сосуда сила давления на горизонтальное дно будет одной и той же (рис. 2.10) (гидростатический парадокс).

Рассмотрим плоскую стенку с площадью смоченной части ω , наклоненную к горизонту под углом θ (рис. 2.11). Гидростатическое давление жидкости не остается постоянным в пределах смоченной части стенки. Разбив площадь ω на элементарные площадки $d\omega$ и считая в пределах $d\omega$ давление p неизменным, выразим значение силы давления dP на элементарную площадку как $dP = p d\omega$. Вектор dP

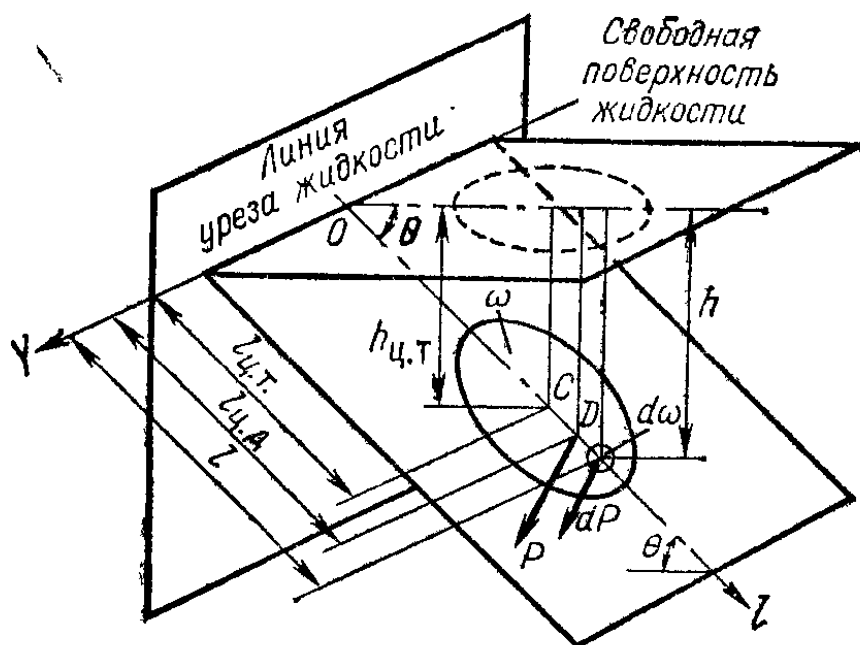


Рис. 2.11

направлен со стороны жидкости по нормали к площадке. Суммарное воздействие жидкости сведется к равнодействующей силе P , значение которой определяется с учетом (2.19) по соотношению

$$P_{\text{абс}} = \int_{\omega} (p_0 + \rho gh) d\omega = p_0 \omega + \int_{\omega} \rho gh d\omega. \quad (2.31)$$

Так как расстояние l , измеряемое по стенке от линии уреза воды (от оси OY) до элементарной площадки $d\omega$, равно $l = h/\sin \theta$, то при $\rho g = \text{const}$ получим

$$\int_{\omega} \rho gh d\omega = \rho g \sin \theta \int_{\omega} l d\omega.$$

Интеграл $\int_{\omega} l d\omega$ представляет собой статический момент площади ω относительно оси OY , т. е. в данном случае относительно линии уреза жидкости. Статический момент равен произведению площади ω на плечо $l_{\text{ц.т}}$ момента:

$$\int_{\omega} h d\omega = \sin \theta \int_{\omega} l d\omega = \sin \theta l_{\text{ц.т}} \omega = h_{\text{ц.т}} \omega. \quad (2.32)$$

Выражение (2.31) примет вид

$$P_{\text{абс}} = (p_0 + \rho g h_{\text{ц.т}}) \omega. \quad (2.33)$$

Сила давления покоящейся жидкости на плоскую наклонную стенку равна произведению площади ω на давление жидкости в центре тяжести смоченной части стенки. Сила направлена со стороны жидкости по нормали к стенке.

При $p_0 = p_{\text{ат}}$ сила избыточного давления равна

$$P_{\text{изб}} = \rho g h_{\text{ц.т}} \omega. \quad (2.34)$$

Далее силу избыточного давления (при $p_0 = p_{\text{ат}}$) будем обозначать P (без индекса).

Сравним (2.30) и (2.34). Очевидно, что структура этих расчетных формул одна и та же, но в (2.30) входит h — глубина погружения любой точки горизонтальной поверхности, а для наклонной плоской стенки в (2.34) входят $h_{\text{ц.т}}$ — глубина погружения центра тяжести смоченной площади. Следует всегда помнить об этом различии.

Линия действия силы P пересекает площадку в точке D (рис. 2.11), которая называется центром давления.

Центр давления не совпадает с центром тяжести площади ω , поэтому необходимо определять координаты центра давления.

Сила $P_0 = p_0 \omega$, связанная с действием в каждой точке смоченной площади ω одного и того же давления p_0 , приложена в центре тяжести смоченной площади (точке C). Сила P приложена в другой точке, не совпадающей с точкой C .

Если необходимо найти точку приложения суммарной силы $P_{\text{абс}}$, то ее определяют по правилу сложения сил.

Обычно для расчетов гидротехнических сооружений представляют интерес сила избыточного давления P (при $p_0 = p_{\text{ат}}$) и координаты точки ее приложения. В дальнейшем будем называть центром давления точку приложения силы P (рис. 2.12).

Пусть рассматриваемая площадь ω имеет вертикальную ось симметрии (ее след — линия Ol на рис. 2.11). Тогда центр давления D будет расположен на оси симметрии и

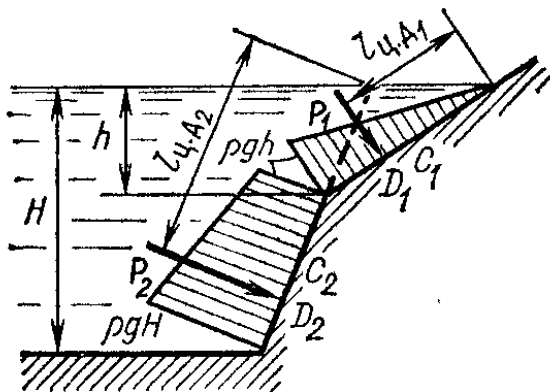


Рис. 2.12

для определения его положения достаточно найти расстояние от линии уреза жидкости до точки D , т. е. $l_{ц.д}$.

Воспользуемся теоремой моментов: момент равнодействующей относительно произвольной оси силы равен сумме моментов составляющих сил относительно той же оси. За ось моментов в данном случае примем линию уреза жидкости, т. е. ось OY . Тогда

$$Pl_{ц.д} = \int_{\omega} ldP. \quad (2.35)$$

Помня, что

$$P = \rho gh_{ц.т} \omega; \quad dP = \rho gh d\omega = \rho g \sin \theta l d\omega,$$

подставим эти значения в (2.35):

$$\rho gh_{ц.т} \omega l_{ц.д} = \rho g \sin \theta \int_{\omega} l^2 d\omega = \rho g \sin \theta J_y, \quad (2.36)$$

где J_y — момент инерции смоченной площади ω относительно оси, совпадающей с линией уреза жидкости (оси OY).

Из (2.36) имеем

$$l_{ц.д} = \sin \theta J_y / \omega h_{ц.т} = J_y / \omega l_{ц.т}. \quad (2.37)$$

Перенесем ось момента инерции в центр тяжести площади.

Моменты инерции относительно параллельных осей связаны между собой соотношением

$$J_y = J_0 + \omega l_{ц.т}^2,$$

где J_0 — момент инерции смоченной площади относительно оси, проходящей параллельно линии уреза жидкости через центр тяжести C этой площади.

Подставив значение J_y в (2.37), получим

$$l_{ц.д} = l_{ц.т} + J_0 / \omega l_{ц.т} \quad (2.38)$$

или

$$l_{ц.д} = l_{ц.т} + J_0 / S, \quad (2.39)$$

где $S = \omega l_{ц.т}$ — статический момент смоченной площади относительно линии уреза жидкости.

Центр давления силы избыточного давления на плоскую наклонную площадку расположен ниже центра тяжести смоченной площади, считая по оси симметрии (по наклону) стенки, на $J_0 / (\omega l_{ц.т})$.

Отметим, что при ломаной наклонной стенке $l_{ц.д}$ определяется для каждого из участков стенки относительно линии пересечения этого участка (или его продолжения) со свободной поверхностью (см. рис. 2.12).

2.8. СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СТЕНКИ

Рассмотрим некоторую ограниченную часть твердой цилиндрической поверхности, которую назовем цилиндрической стенкой. Пусть рассматриваемая стенка находится под односторонним воздействием покоящейся жидкости, которое сводится к тому, что в каждой точке на стенку

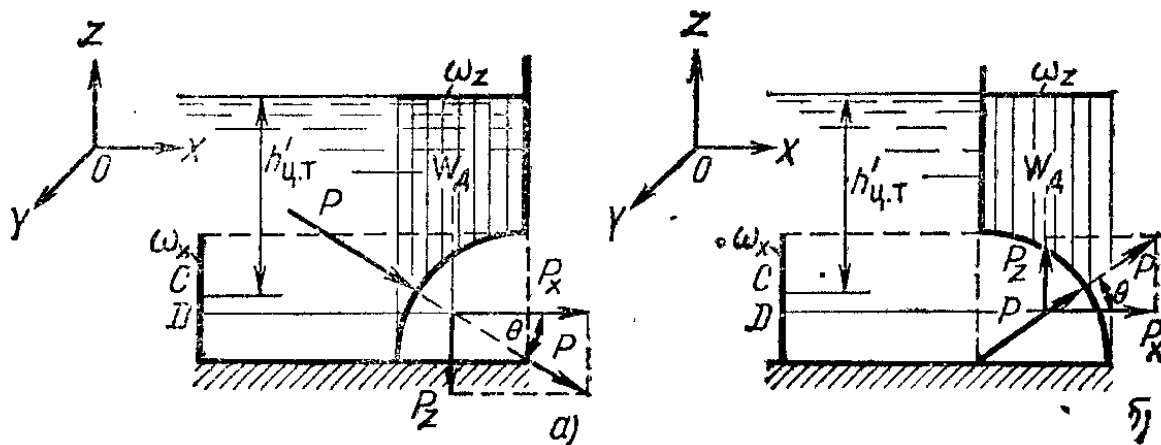


Рис. 2.13

действует давление жидкости. Разобьем стенку на элементарные площадки. В силу малости площадок будем считать их плоскими и выразим элементарную силу давления на них в общем виде $dP = p d\omega$. Силы dP уже не будут направлены параллельно друг другу, их линии действия могут не пересекаться в одной точке, и их сумма может не сводиться к одной равнодействующей.

Для шаровой или круговой цилиндрической стенки элементарные силы давления, будучи нормальными к элементарным площадкам на этих поверхностях, направлены по радиусам и, следовательно, пересекутся в центре сферы или в центре круга (поперечного сечения цилиндра).

Определение сил давления на цилиндрические и шаровые поверхности имеет важное значение, так как в гидротехнических сооружениях обычно применяются конструкции с такими поверхностями (секторные, сегментные, вальцовые и шаровые затворы, водонапорные баки и т. п.).

Рассмотрим цилиндрические стенки, находящиеся под односторонним воздействием покоящейся жидкости. Определим силу избыточного давления. При этом условимся одну из осей координат направлять вдоль образующей цилиндрической поверхности.

Цилиндрическая поверхность с горизонтальной образующей. Направим ось OY параллельно образующей (рис. 2.13), а ось OZ — вертикально вверх.

Значение силы давления на цилиндрическую поверхность в данном случае определяется следующим образом:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}, \quad (2.40)$$

где P_x и P_z — горизонтальная и вертикальная составляющие силы давления.

Выделим на цилиндрической поверхности элементарную площадку $d\omega$, на которую действует направленная по нормали элементарная сила $dP = \rho g h d\omega$. Найдем горизонтальную dP_x и вертикальную dP_z составляющие силы dP :

$$dP_x = dP \cos(\widehat{dP, OX}) = \rho g h d\omega \cos(\widehat{dP, OX});$$

$$dP_z = dP \cos(\widehat{dP, OZ}) = \rho g h d\omega \cos(\widehat{dP, OZ}).$$

Учитывая, что

$$d\omega \cos(\widehat{dP, OX}) = d\omega_x$$

и

$$d\omega \cos(\widehat{dP, OZ}) = d\omega_z,$$

имеем

$$dP_x = \rho g h d\omega_x;$$

$$dP_z = \rho g h d\omega_z,$$

где $d\omega_x$ — проекция элементарной площадки $d\omega$ на плоскость, перпендикулярную оси OX ; $d\omega_z$ — проекция элементарной площадки $d\omega$ на плоскость, перпендикулярную оси OZ .

Проинтегрировав, получим для горизонтальной составляющей силы P

$$P_x = \rho g h'_{ц.т} \omega_x, \quad (2.41)$$

где ω_x — проекция всей цилиндрической поверхности на плоскость, нормальную к оси OX ; $h'_{ц.т}$ — глубина центра тяжести проекции ω_x под пьезометрической плоскостью.

Для вертикальной составляющей получим

$$P_z = \rho g \int_{\omega_z} z d\omega_z.$$

Интеграл $\int_{\omega_z} zd\omega_z$ представляет собой объем призмы, ограниченной снизу цилиндрической поверхностью, а сверху — ее проекцией ω_z на пьезометрическую плоскость. Направляющие этой призмы — вертикальные прямые. Полученное таким образом тело называется телом давления.

Вертикальная составляющая P_z численно равна весу жидкости в объеме тела давления:

$$P_z = \rho g \int_{\omega_z} zd\omega_z = \rho g W_d, \quad (2.42)$$

где $W_d = \int_{\omega_z} zd\omega_z$ — объем тела давления. На рис. 2.13 тело давления заштриховано вертикальными линиями.

Горизонтальная составляющая P_x проходит через центр давления проекции ω_x , а вертикальная составляющая P_z проходит через центр тяжести тела давления.

Направление вертикальной составляющей P_z для схемы, изображенной на рис. 2.13, а, — вниз, а на рис. 2.13, б — вверх.

Из рис. 2.13, а видно, что при построении тела давления криволинейная (в данном случае цилиндрическая) поверхность проектируется на свободную поверхность (рис. 2.13, а) или на ее продолжение (рис. 2.13, б). В первом случае жидкость заполняет тело давления, вертикальная составляющая P_z направлена вниз; во втором случае жидкость не заполняет тело давления, и вертикальная составляющая силы давления направлена вверх.

Направление линии действия силы P определяется направляющими косинусами

$$\cos(\widehat{P, OX}) = P_x/P; \quad (2.43)$$

$$\cos(\widehat{P, OZ}) = P_z/P. \quad (2.44)$$

Цилиндрическая стенка с вертикальной образующей. Направим ось OZ параллельно образующей цилиндра, а оси OX и OY расположим в горизонтальной плоскости. На плоскость, нормальную оси OZ , цилиндрическая поверхность

проектируется в виде линии, т. е. $\omega_z = 0$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} P &= \sqrt{P_x^2 + P_y^2}; \\ P_x &= \rho g h'_{ц.т} \omega_x; \\ P_y &= \rho g h''_{ц.т} \omega_y. \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

Направление линии действия силы P определяется направляющими косинусами

$$\cos(\widehat{P, OX}) = P_x/P;$$

$$\cos(\widehat{P, OY}) = P_y/P.$$

Для цилиндрической поверхности в виде четверти боковой поверхности цилиндра радиусом r и высотой h с вертикальной образующей (рис. 2.14)

$$\omega_x = hr; \quad h'_{ц.т} = 0,5h;$$

$$\omega_y = hr; \quad h''_{ц.т} = 0,5h.$$

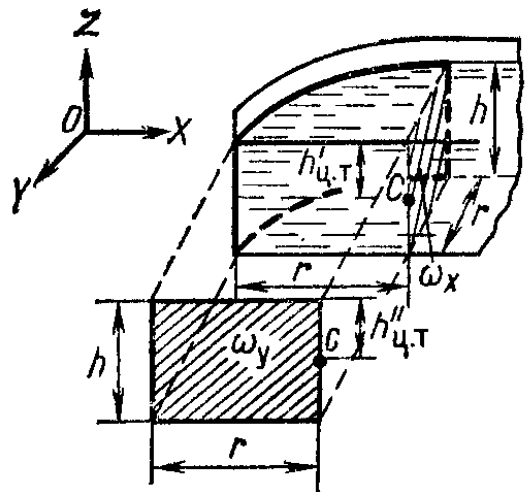


Рис. 2.14

Прямолинейная труба круглого поперечного сечения с вертикальной осью заполнена покоящейся жидкостью под постоянным давлением. Пусть ось трубы расположена вертикально. Найдем силу, действующую на стенки трубы (рис. 2.15). Горизонтальная сила P_x , стремящаяся разорвать трубу по вертикальному диаметральному сечению, при

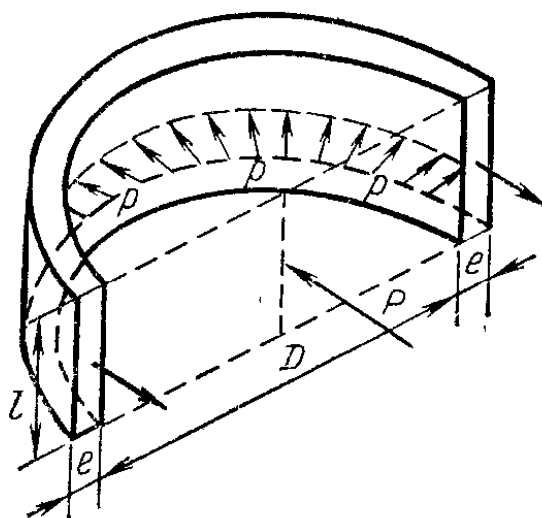


Рис. 2.15

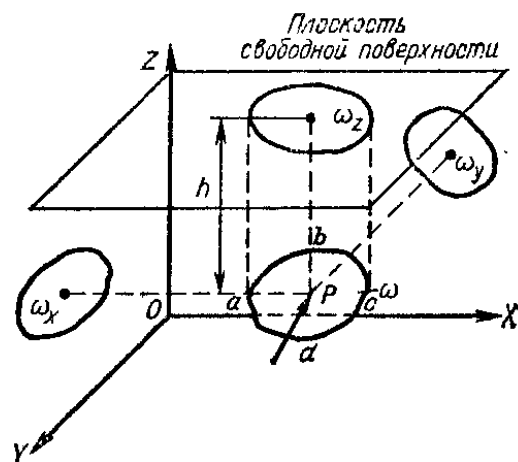


Рис. 2.16

давлении p будет равна

$$P_x = p\omega_x = plD,$$

где l — длина трубы.

Эта сила действует на трубу как растягивающая. Она уравнивается силами сопротивления, возникающими в материале, из которого изготовлена труба. Сила сопротивления распределена по площади осевого сечения трубы $2el$, где e — толщина стенки. Нормальное напряжение в материале стенок трубы определится при этом по формуле **Мариотта**

$$\sigma = pD/2e. \quad (2.46)$$

Произвольная криволинейная стенка $abcd$ (рис. 2.16). В этом случае составляющие силы P по направлениям горизонтальных осей OX и OY (P_x и P_y) и вертикальной оси OZ (P_z) не равны нулю:

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \rho g h'_{ц.т} \omega_x; \\ P_y &= \rho g h''_{ц.т} \omega_y; \\ P_z &= \rho g W_d; \\ P &= \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

Если линии действия составляющих пересекаются, то воздействие жидкости сводится к одной силе P . Линия действия силы P определяется углами, образованными направлением P и направлениями координатных осей. Косинусы этих углов вычисляются по соотношениям

$$\cos(\widehat{P, OX}) = P_x/P; \quad \cos(\widehat{P, OY}) = P_y/P;$$

$$\cos(\widehat{P, OZ}) = P_z/P.$$

2.9. ЗАКОН АРХИМЕДА. ПЛАВАНИЕ ТЕЛ

Рассмотрим полностью погруженное в жидкость твердое тело, объем которого W_t , а форма такова, что любая прямая пересекает поверхность этого тела только в двух точках (рис. 2.17). Для определения силы P давления жидкости на тело воспользуемся результатами предыдущего параграфа.

Горизонтальные составляющие силы P_x и P_y взаимно уравниваются. Вертикальная составляющая силы давления P_z равна весу жидкости в объеме тела.

Действительно, в данном случае имеем два тела давления: $ABMNAEF$, соответствующее давлению на верхнюю часть тела, и $AKMFE$, соответствующее давлению на нижнюю часть тела. Объем первого тела давления равен W_1 , объем второго тела давления W_2 , причем $W_2 = W_1 + W_T$.

Вертикальная составляющая P_{z_1} равна весу жидкости в объеме W_1 , т. е. $\rho g W_1$, и направлена по вертикали вниз. Вертикальная составляющая P_{z_2} равна весу жидкости в объеме W_2 , т. е. $\rho g W_2$, и направлена по вертикали вверх.

Равнодействующая сила давления равна разности указанных составляющих:

$$P_z = P_{z_2} - P_{z_1}$$

или

$$P_z = \rho g W_T. \quad (2.48)$$

Силу P_z называют архимедовой силой.

Так как $P_x = P_y = 0$, то $P = P_z$.

Сила давления покоящейся жидкости на погруженное в нее тело — архимедова сила — равна весу жидкости $\rho g W$ в объеме, вытесненном телом, направлена по вертикали вверх и приложена в центре тяжести этого объема. Это и есть закон Архимеда.

Объем W вытесненной телом жидкости называется объемным водоизмещением.

Центр тяжести объемного водоизмещения называется центром водоизмещения, или центром давления D (так как в этой точке приложена равнодействующая сил давления на тело).

При полном погружении тела объем W равен всему объ-

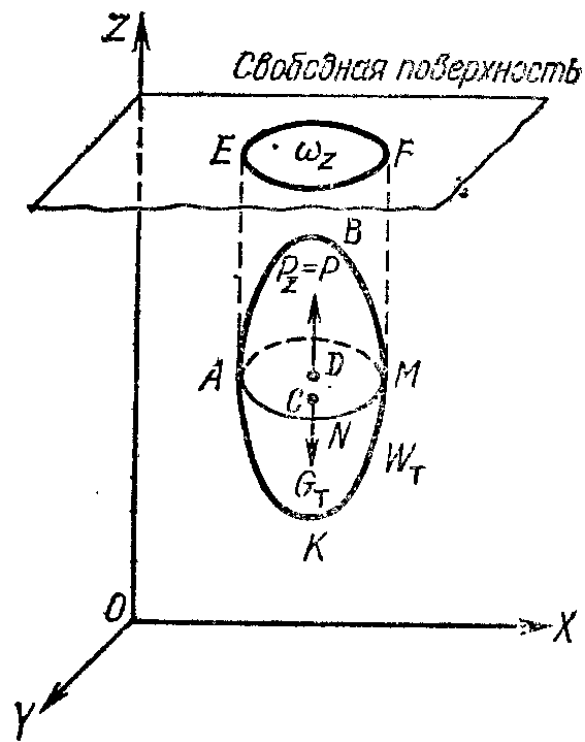


Рис. 2.17

ему тела W_T , при неполном погружении $W < W_T$. Во втором случае архимедова сила равна

$$P_z = \rho g W.$$

Тело плавает, если вес тела G_T равен архимедовой силе:

$$G_T = P = \rho g W. \quad (2.49)$$

Если вес тела больше архимедовой силы, то тело тонет (погружается), если меньше, то оно всплывает.

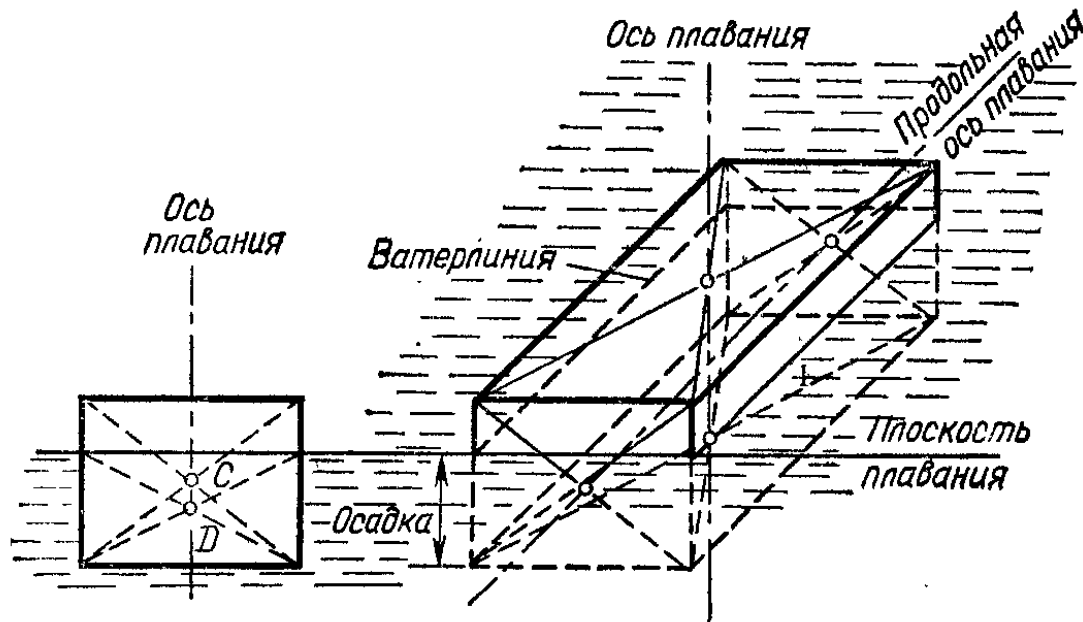


Рис. 2.18

Плавание может быть подводным (тело погружено полностью) или надводным (погружена в жидкость часть тела).

Из условия плавания $P = G_T$ для однородных тел следует

$$\rho g W = \rho_T g W_T$$

или

$$W/W_T = \rho_T/\rho, \quad (2.50)$$

где ρ_T — плотность тела; W_T — объем всего тела; ρ — плотность жидкости; W — объемное водоизмещение. При подводном плавании $W = W_T$, откуда $\rho_T = \rho$.

При надводном плавании осадкой плавающего тела называют глубину погружения наинизшей точки смоченной поверхности тела.

Осадку тела при надводном плавании можно найти из (2.49) и (2.50).

Линия пересечения свободной поверхности жидкости с поверхностью плавающего тела называется ватерлинией (рис. 2.18). Площадь, ограниченная ватерлинией, называется площадью ватерлинии.

Ось плавания проходит через центр тяжести тела C и центр водоизмещения D . При равновесии тела, плавающего в надводном или в подводном состоянии, ось плавания вертикальна. Если тело имеет плоскость симметрии, то ось плавания должна находиться в этой плоскости.

2.10. УСЛОВИЯ СТАТИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ ПЛАВАЮЩЕГО ТЕЛА

Рассмотрим симметричное тело, находящееся в состоянии плавания. Ось плавания вертикальна, расположена в плоскости симметрии тела и проходит через центр тяжести площади ватерлинии. Тело занимает при плавании определенное положение. Это положение можно изменить приложением внешних сил.

Остойчивостью называется способность тела плавать в одном и том же положении, т. е. восстанавливать положение после прекращения действия внешних сил, вызвавших нарушение исходного положения тела.

Плавающие тела должны обладать статической и динамической остойчивостью (различаются по характеру действия внешних сил).

Рассмотрим статическую остойчивость плавающих тел относительно продольной оси.

Если пара сил — вес тела G_T и архимедова сила P — во время крена стремится увеличить крен, то такое положение тела является нестойчивым. Если в результате действия указанной пары сил крен уменьшается, то тело в таком положении остойчиво.

Условия остойчивости различны при подводном и надводном плавании:

1) тело плавает полностью погруженным в жидкость (подводное плавание). На рис. 2.19, *a* показано положение, при котором пара сил G_T и P стремится увеличить крен. Происходит это потому, что центр тяжести тела C расположен выше, чем центр водоизмещения D .

Если центр тяжести тела C находится ниже центра водоизмещения D , то указанная пара сил стремится к умень-

шению крена (рис. 2.19, б) и восстановлению положения тела. При таких условиях плавающее тело устойчиво.

Таким образом, условие статической устойчивости при подводном плавании формулируется так: при подводном плавании тело будет статически устойчиво, если центр тяжести C расположен на оси плавания ниже центра водоизмещения D ;

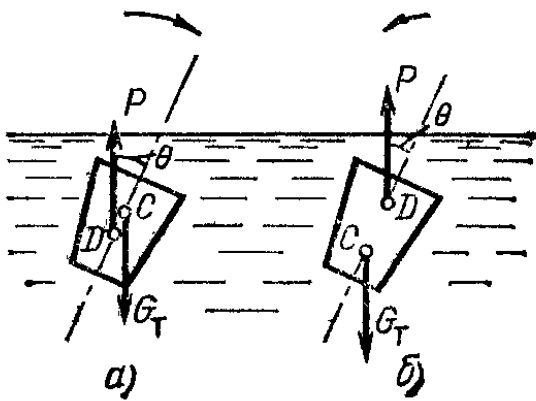


Рис. 2.19

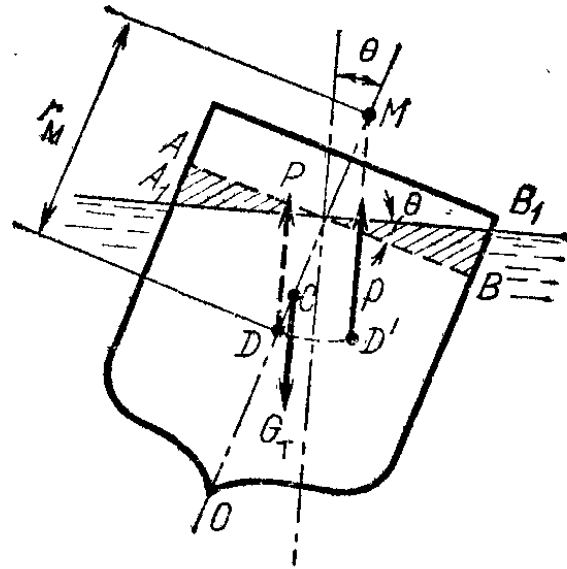


Рис. 2.20

2) тело плавает при частичном погружении (надводное плавание). Если тело (рис. 2.20) выведено из положения равновесия и повернулось около продольной оси на угол θ , то объем водоизмещения W , оставаясь постоянным, изменит свою первоначальную форму. Его поперечное сечение ABO станет равным сечению A_1B_1O . При крене центр водоизмещения (центр давления) D не остается на оси плавания (ось плавания связана с телом), а перемещается в точку D' , через которую при крене проходит архимедова сила P .

Точку пересечения линии действия архимедовой силы с осью плавания называют метacentром. При углах крена $\theta < 15^\circ$ положение точки пересечения линии действия архимедовой силы с осью плавания практически не изменяется. Можно считать, что центр водоизмещения при углах крена $\theta < 15^\circ$ перемещается по дуге окружности, описываемой из метacentра M радиусом r_M , который называется метacentрическим радиусом.

При поперечном крене тела (дифференте) метacentр и метacentрический радиус называют поперечными.

Метацентрический радиус r_m определяется следующим образом (если $\theta < 15^\circ$):

$$r_m = J_0/W, \quad (2.51)$$

т. е. метацентрический радиус равен частному от деления центрального момента инерции площади ватерлинии относительно продольной оси на объемное водоизмещение плавающего тела. И при надводном плавании более низкое (по сравнению с центром водоизмещения D) расположение на

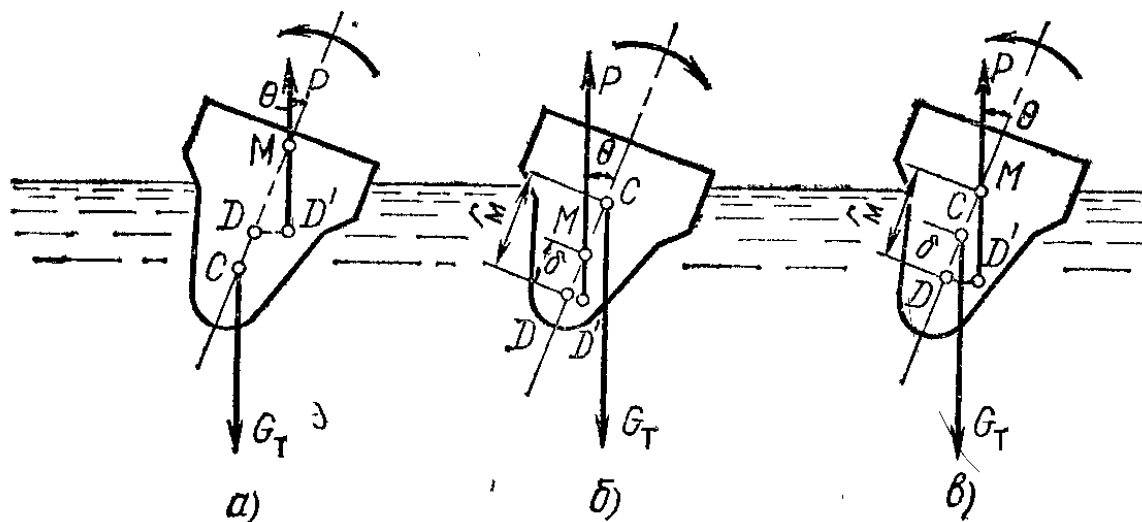


Рис. 2.21

оси плавания центра тяжести тела C обеспечивает статическую остойчивость тела (рис. 2.21, а).

Но, как будет видно, выполнение этого условия при надводном плавании не является обязательным.

При надводном плавании образование пары сил (P и G_T), стремящейся уменьшить крен, возможно и в том случае, если центр тяжести тела C расположен на оси плавания выше, чем центр водоизмещения D . Но только при этом центр тяжести тела C не должен быть расположен выше метацентра. Если центр тяжести тела C на оси плавания лежит выше метацентра, то пара сил P и G стремится увеличить крен (рис. 2.21, б).

При надводном плавании тело остойчиво при расположении центра тяжести тела C между центром водоизмещения (точка C выше D) и метацентром M (точка C ниже M) — рис. 2.21, в.

Следовательно, для обеспечения остойчивости тела при надводном плавании необходимо, чтобы расстояние δ между центром водоизмещения D и центром тяжести тела C было меньше метацентрического радиуса:

$$\delta < r_m \text{ или } \delta/r_m < 1. \quad (2.52)$$

Если $r_m > \delta$, то расстояние между метацентром M и центром тяжести тела C , называемое метацентрической высотой, — величина положительная.

Чем больше метацентрическая высота, тем больше момент пары сил P и G , стремящийся к уменьшению крена (т. е. к более надежному обеспечению остойчивости).

Обычно если тело обладает остойчивостью относительно продольной оси площади ватерлинии, то его остойчивость относительно поперечной оси будет заведомо обеспечена.

У плавающих полых тел, частично заполненных жидким грузом, положение центра тяжести C при крене изменяется, и условия остойчивости таких тел будут несколько иными. Наличие жидкого содержимого уменьшает остойчивость.

Глава 3

КИНЕМАТИКА ЖИДКОСТИ

3.1. СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Кинематика жидкости — раздел гидромеханики (механики жидкости), в котором изучаются виды и кинематические характеристики движений жидкости, но не рассматриваются силы, под действием которых происходит движение.

Жидкость представляет собой совокупность частиц, заполняющих объем без пустот и разрывов.

Жидкая частица — часть жидкости, малая по сравнению с объемом рассматриваемой жидкости, и в то же время объем частицы велик по сравнению с объемом молекулы жидкости. В частице содержится так много молекул, что жидкость в пределах частицы можно считать сплошной средой — континуумом.

Сплошная среда является моделью жидкости, используемой при рассмотрении ее покоя и движения: предположение о сплошности позволяет считать все параметры, характеризующие движущуюся жидкость, непрерывными и дифференцируемыми функциями координат и времени.

В процессе движения жидкости изменяются во времени взаимные положения жидких частиц и их форма. Положение жидкой частицы определяется координатами некоторой

точки, выбранной произвольно в пределах частицы. Эта точка называется полюсом. Различные точки частицы имеют различные скорости. Под скоростью частицы понимается скорость выбранного полюса. В общем случае движение жидкости можно считать определенным, если известны законы движения всех частиц, т. е. положение каждой частицы задано как функция времени.

Существуют два способа описания движений жидкости.

1. **Способ Лагранжа.** В этом способе предлагается рассматривать движение каждой частицы жидкости. В начальный момент времени положение частицы определено начальными координатами ее полюса x_0, y_0, z_0 . При движении частица перемещается и координаты ее полюса изменяются. Движение жидкости определено, если для каждой частицы можно указать координаты x, y, z как функции начального положения (x_0, y_0, z_0) и времени t :

$$\left. \begin{aligned} x &= x(x_0, y_0, z_0, t); \\ y &= y(x_0, y_0, z_0, t); \\ z &= z(x_0, y_0, z_0, t). \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Переменные x_0, y_0, z_0 и t называют переменными Лагранжа. Совокупность приведенных функций (3.1) описывает траектории движений частиц жидкости. Из уравнений (3.1) можно найти пресекции на координатные оси скоростей и ускорений всех жидких частиц. Если обозначить через u вектор скорости жидкой частицы, то проекции скоростей

$$u_x = \frac{\partial x}{\partial t}; \quad u_y = \frac{\partial y}{\partial t}; \quad u_z = \frac{\partial z}{\partial t} \quad (3.2)$$

и ускорений

$$a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}; \quad a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}; \quad a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}. \quad (3.3)$$

При описании движений жидкости методом Лагранжа можно пользоваться также криволинейными координатами.

Способ Лагранжа находит применение при решении ряда специальных задач, например волновых движений.

2. **Способ Эйлера.** В этом способе движение жидкости описывается функциями, выражающими изменения скоростей в точках некоторой неподвижной области, выбранной в пределах потока. В данный момент времени в каждой точке этой области, определяемой координатами x, y, z , находится частица жидкости, имеющая некоторую скорость u .

Эта скорость называется мгновенной местной скоростью. Совокупность мгновенных местных скоростей представляет векторное поле, называемое полем скоростей. В общем случае поле скоростей может изменяться во времени и по координатам:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u_x(x, y, z, t); \\ u_y &= u_y(x, y, z, t); \\ u_z &= u_z(x, y, z, t). \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

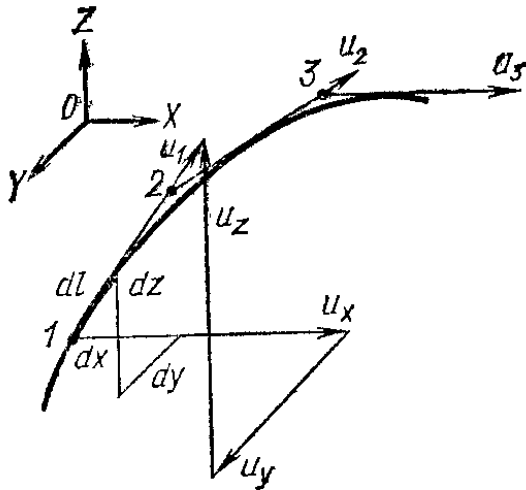


Рис. 3.1

Переменные x, y, z, t называют переменными Эйлера.

Векторными линиями поля скоростей являются линии тока. Линия тока — кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор местной скорости направлен по касательной (рис. 3.1) (или касательная к ней совпадает с направлением скорости в этой точке).

Как следует из определения, составляющие скорости, нормальные к линии тока, в любой точке этой линии равны нулю.

Уравнение линии тока можно получить из условия совпадения направления касательной к линии тока с направлением вектора местной скорости в каждой точке. Направляющие косинусы (косинусы углов касательной к линии тока с осями координат) равны $dx/dl; dy/dl; dz/dl$ (dx, dy, dz — проекции элемента линии тока dl на оси координат).

Косинусы углов вектора скорости с осями координат (направляющие косинусы для скорости u) равны $u_x/u; u_y/u; u_z/u$.

На линии тока

$$dx/dl = u_x/u; dy/dl = u_y/u; dz/dl = u_z/u$$

или

$$dx/u_x = dy/u_y = dz/u_z = dl/u.$$

Отсюда дифференциальные уравнения линий тока для данного момента времени

$$\frac{dx}{u_x(x, y, z, t)} = \frac{dy}{u_y(x, y, z, t)} = \frac{dz}{u_z(x, y, z, t)}. \quad (3.5)$$

Здесь t рассматривается как параметр, имеющий заданное значение. Задавая различные значения t , можно определить линии тока для различных моментов времени.

Линии тока можно построить следующим образом (рис. 3.1). Пусть в области, через которую движется жидкость, в выделенной нами в некоторый момент времени точке 1 скорость равна u_1 . В точке 2, расположенной бесконечно близко на отложенном из точки 1 векторе скорости u_1 , в тот же момент времени скорость равна u_2 . На векторе u_2 в бесконечно близкой точке 3 в тот же момент времени скорость равна u_3 и т. п. Векторы скоростей u_1, u_2, u_3 и т. д. образуют в общем случае ломаную линию. Если провести огибающую этой ломаной, то получим линию тока.

Через точку, где скорость не обращается в нуль или бесконечность, может проходить лишь одна линия тока, т. е. линии тока не пересекаются. В точках, где скорость равна нулю или бесконечности, линии тока могут пересекаться или разветвляться. Такие точки называются особыми или критическими.

По характеру изменения поля скоростей во времени движения жидкости делятся на неустановившиеся и установившиеся.

Неустановившееся (нестационарное) движение такое, когда в точках области, где движется жидкость, местные скорости изменяются с течением времени. Такое движение описывается уравнениями (3.4).

При неустановившемся движении в общем случае линии тока соответствуют только мгновенному состоянию поля скоростей. В последующие моменты времени поле скоростей и, следовательно, линии тока могут изменяться. В связи с этим в общем случае при неустановившемся движении линии тока и траектории могут не совпадать. Но может встретиться частный случай неустановившегося движения, когда направление и форма линий тока не изменяются во времени (направления скоростей остаются неизменными, изменяются только значения скоростей u в точках). В этом случае линии тока и траектории частиц жидкости совпадут.

Установившееся (стационарное) движение такое, когда в каждой точке области, где движется жидкость, местные скорости во времени не изменяются. Тогда уравнения (3.4) превращаются в следующие:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u_x(x, y, z); \\ u_y &= u_y(x, y, z); \\ u_z &= u_z(x, y, z). \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

При установившемся движении линия тока и траектории движения частиц совпадают.

При установившемся движении уравнения линии тока принимают вид

$$\frac{dx}{u_x(x, y, z)} = \frac{dy}{u_y(x, y, z)} = \frac{dz}{u_z(x, y, z)}. \quad (3.7)$$

Если в некоторый данный момент времени выделить в области, через которую движется жидкость, замкнутый, не пересекающий себя контур $abcd$ (рис. 3.2), ни одна из точек которого не является особой точкой потока, то через каждую точку такого контура в данный момент времени проходит единственная линия тока.

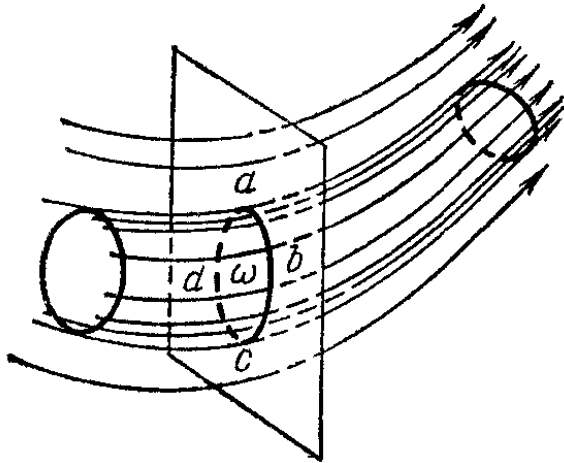


Рис. 3.2

Совокупность линий тока, проведенных через все точки этого контура, образует поверхность, которая называется трубкой тока. Жидкость, движущаяся внутри трубки тока, образует струйку. Внутри трубки тока в данный момент жидкость течет,

не пересекая боковых «стенок», так как скорости потока касательны к линиям тока. Если контур $abcd$ ограничивает бесконечно малую площадку, то струйка называется элементарной. Если контур $abcd$ ограничивает конечную площадку, то струйка называется конечной.

Живым сечением струйки называется сечение, нормальное в каждой своей точке к линиям тока. Обозначим площадь живого сечения элементарной струйки через $d\omega$, а конечной струйки — через ω .

В силу малости живого сечения элементарной струйки местные скорости жидкости в его пределах можно считать одинаковыми; для конечных струек равномерность распределения скоростей в пределах живого сечения в общем случае не выполняется.

В общем случае скорости и площади живых сечений по длине струйки могут изменяться.

При установившемся движении струйки жидкости существуют физически, так как непроницаемые для потока трубки тока неизменны во времени. При неустановившемся движении в связи с изменяемостью поля скоростей во вре-

мени струйки являются только мгновенными, так как трубки тока непрерывно изменяются.

Расходом Q струйки называют объемное количество жидкости, проходящей через данное живое сечение в единицу времени. Размерность величины расхода $[L^3T^{-1}]$. Для элементарной струйки с равномерным распределением скоростей u по живому сечению получим

$$dQ = u d\omega.$$

Для конечной струйки вводим понятие средней по живому сечению скорости в данном живом сечении площадью ω

$$v = Q/\omega,$$

и тогда расход можно выразить произведением средней скорости на площадь ω :

$$Q = v\omega.$$

От понятия об элементарной и конечной струйках жидкости в дальнейшем переходят к понятию о потоке жидкости как совокупности струек.

3.2. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОЙ ЧАСТИЦЫ.

ПОНЯТИЕ О ВИХРЕВОМ И ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

При движении жидкости происходят изменения положения частиц в пространстве и их деформации, т. е. изменения формы и объема.

Рассмотрим жидкую частицу, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда с бесконечно малыми ребрами dx , dy , dz , параллельными координатным осям (рис. 3.3). Пусть в вершине A параллелепипеда с координатами x , y , z в некоторый момент времени t составляющие местной скорости равны u_x , u_y , u_z .

Если точку A выбрать в качестве полюса, то поступательное перемещение параллелепипеда как целого за время dt представится проекциями $u_x dt$; $u_y dt$; $u_z dt$ (рис. 3.4, *a*).

Считая скорость непрерывной и дифференцируемой функцией координат, выразим скорости в остальных вершинах параллелепипеда через скорость в вершине A . Для вершин нижней грани параллелепипеда составляющие скорости показаны на рис. 3.3. При таких различных в разных точках составляющих скорости рассматриваемая грань будет не только перемещаться в пространстве, но и деформироваться. В силу малости ребер параллелепипеда можно

считать, что в течение малого промежутка времени dt ребра остаются прямыми.

Аналогичные рассуждения можно провести и в отношении других граней.

Деформацию параллелепипеда можно представить как сумму объемной и угловых деформаций.

Объемная деформация параллелепипеда может быть охарактеризована удлинениями ребер (рис. 3.4, б)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} dxdt; \quad \frac{\partial u_y}{\partial y} dydt; \quad \frac{\partial u_z}{\partial z} dzdt.$$

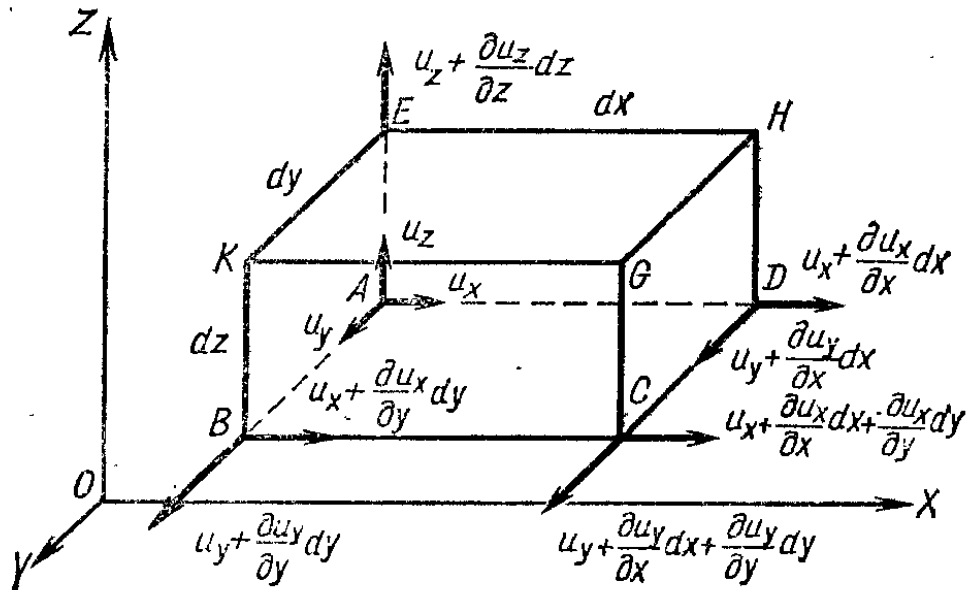


Рис. 3.3

Скорости удлинений отрезков единичной длины равны соответственно

$$\partial u_x / \partial x; \quad \partial u_y / \partial y; \quad \partial u_z / \partial z.$$

Угловая деформация характеризуется изменениями углов. Прямой угол, составленный ребрами паралле-

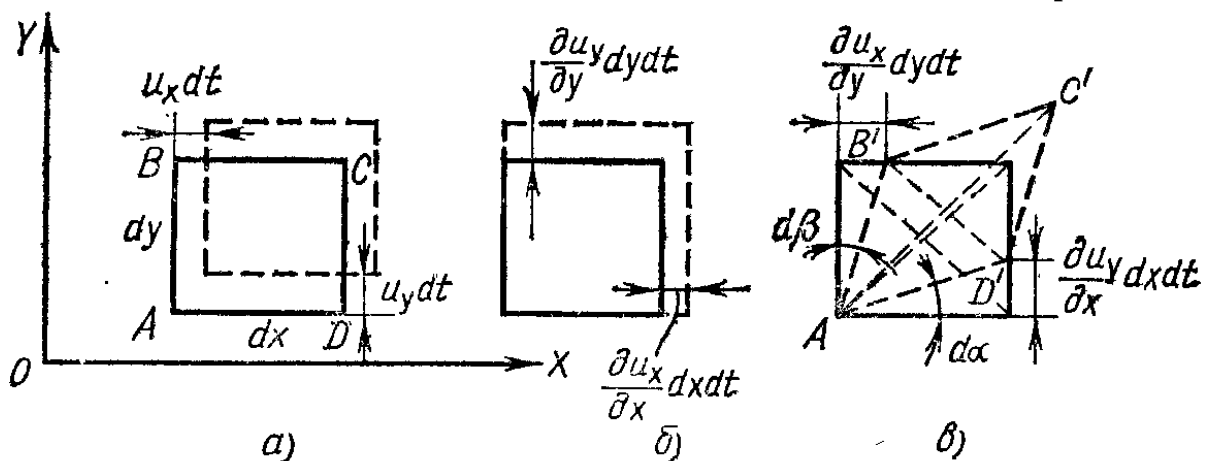


Рис. 3.4

пипеда AB и AD в плоскости XOY , при движении жидкости изменяется на сумму углов $d\alpha + d\beta$ (рис. 3.4, ϵ).

Угол сдвига между осью OX и ребром AD' найдется как

$$d\alpha \approx \operatorname{tg} d\alpha = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x} dx dt}{dx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} dt,$$

а угол сдвига между осью OY и стороной AB' равен

$$d\beta \approx \operatorname{tg} d\beta = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial y} dy dt}{dy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} dt.$$

Тогда угловая деформация (деформация сдвига)

$$d\alpha + d\beta = \frac{\partial u_y}{\partial x} dt + \frac{\partial u_x}{\partial y} dt.$$

Скорость угловой деформации в плоскости XOY равна

$$\frac{d\alpha + d\beta}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}.$$

Для скоростей угловых деформаций в плоскостях YOZ и XOZ получим соответственно

$$\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}; \quad \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}.$$

Обычно скорости угловых деформаций представляют в виде

$$\left. \begin{aligned} \theta_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right); \\ \theta_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right); \\ \theta_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Индекс при скорости угловой деформации указывает, что угловая деформация происходит в плоскости, нормальной к данной оси координат.

Если приняты скорости угловых деформаций по соотношениям (3.8), то для осуществления истинного перемещения ребер параллелепипеда следует деформированные грани повернуть на некоторые углы. При этом угловая скорость грани $ABCD$ относительно оси OZ найдется как

$$\omega_z = \frac{\frac{1}{2} (d\alpha - d\beta)}{dt} \quad \text{или} \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right).$$

Для угловых скоростей граней относительно осей OX , OY и OZ получим выражения

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right); \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right); \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Таким образом, движение рассматриваемой грани представляется в виде суммы поступательного перемещения вместе с полюсом, деформационного движения и вращения относительно некоторой мгновенной оси, проходящей через полюс.

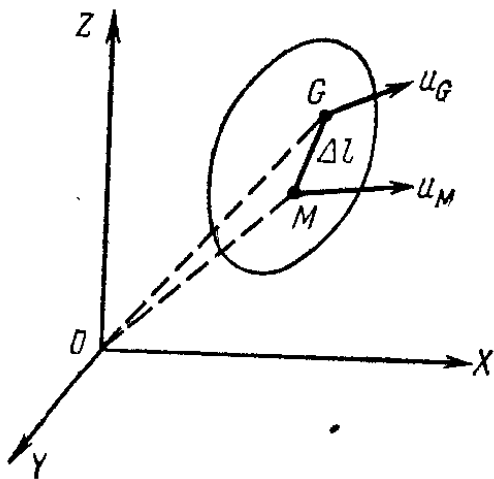


Рис. 3.5

Чтобы установить применимость такого подхода ко всей частице, рассмотрим проекции скорости в двух точках, принадлежащих данной частице.

Пусть одна из этих точек — точка M , которую примем в качестве полюса, а другая — точка G (рис. 3.5). Точки M и G расположены достаточно близко друг от друга, на расстоянии Δl . Разложим в ряд

Тейлора мгновенные значения проекций скорости u_x , u_y , u_z в точке G , ограничиваясь линейными членами. Для проекции u_x в точке G имеем

$$u_x = u_{x_M} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u_x}{\partial z} \Delta z,$$

где u_{x_M} — проекция скорости полюса M .

Частные производные $\frac{\partial u_x}{\partial y}$ и $\frac{\partial u_x}{\partial z}$ представим в виде

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)$$

и

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right).$$

Тогда

$$u_{xG} = u_{xM} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \Delta y + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \Delta z - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \Delta y + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \Delta z.$$

Учитывая ранее введенные обозначения, получим

$$u_{xG} = u_{xM} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \Delta x + (\theta_z \Delta y + \theta_y \Delta z) + (\omega_y \Delta z - \omega_z \Delta y).$$

Для других составляющих скорости найдем

$$u_{yG} = u_{yM} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \Delta y + (\theta_z \Delta x + \theta_x \Delta z) + (\omega_z \Delta x - \omega_x \Delta z);$$

$$u_{zG} = u_{zM} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \Delta z + (\theta_y \Delta x + \theta_x \Delta y) + (\omega_x \Delta y - \omega_y \Delta x),$$

где u_{xM} , u_{yM} , u_{zM} — проекции скорости полюса частицы.

Таким образом, убедились в том, что движение жидкой частицы можно представить в виде суммы поступательного движения, деформационного движения (линейные и угловые деформации) и вращательного движения вокруг мгновенной оси, проходящей через полюс.

Поступательное движение характеризуется составляющими скорости

$$u_x; u_y; u_z.$$

Деформационное движение характеризуется скоростями линейных деформаций

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}; \frac{\partial u_y}{\partial y}; \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

и скоростями угловых деформаций

$$\theta_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right);$$

$$\theta_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right);$$

$$\theta_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right).$$

Угловая скорость жидкой частицы относительно мгновенной оси, проходящей через полюс, характеризуется составляющими (компонентами) угловой скорости ω

$$\begin{aligned}\omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right); \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right); \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right).\end{aligned}$$

Вектор угловой скорости ω всегда нормален к плоскости, в которой происходит вращение. Индексы у компонентов угловой скорости показывают направление осей вращения.

Угловая скорость

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}. \quad (3.10)$$

Удвоенные компоненты угловой скорости $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ называются компонентами вектора вихря Ω

$$\begin{aligned}\Omega &= 2\omega; \\ \left. \begin{aligned}\Omega_x &= 2\omega_x; \\ \Omega_y &= 2\omega_y; \\ \Omega_z &= 2\omega_z.\end{aligned} \right\} \quad (3.11)\end{aligned}$$

Понятие вектора вихря введено для описания движения частиц. Совокупность этих векторов составляет векторное поле.

Вихревая линия — линия, в каждой точке которой вектор угловой скорости совпадает с касательной к этой линии (рис. 3.6). Дифференциальные уравнения вихревых линий

$$\frac{dx}{\omega_x(x, y, z, t)} = \frac{dy}{\omega_y(x, y, z, t)} = \frac{dz}{\omega_z(x, y, z, t)}; \quad (3.12)$$

где время t рассматривается как параметр.

Вихревые линии, так же как и линии тока, при установившемся движении не изменяются во времени. А при неустановившемся движении конфигурация вихревых линий может изменяться во времени.

По характеру движения частиц различают вихревое и потенциальное (безвихревое) движение жидкости.

Движение, при котором частицы жидкости вращаются вокруг мгновенных осей, проходящих через их полюсы, называется вихревым движением.

Движение, при котором такое вращение отсутствует, называется безвихревым (потенциальным) движением. При безвихревом движении

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0. \quad (3.13)$$

Тогда согласно (3.9) получим, что при безвихревом движении

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial x}; \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial x}; \\ \frac{\partial u_y}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (3.13a)$$

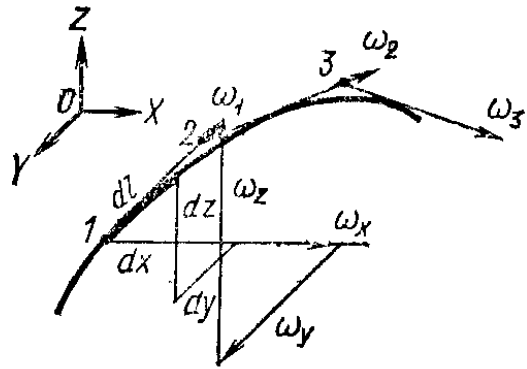


Рис. 3.6

Из (3.13a) следует, что должна существовать функция Φ , удовлетворяющая условиям

$$u_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad u_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad u_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (3.14)$$

Эта функция называется потенциалом скорости.

Действительно, учитывая, что потенциал скорости является непрерывной функцией от x, y, z, t и принимая во внимание независимость значений второй производной непрерывной функции от порядка дифференцирования, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial z} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x}; \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y}; \\ \frac{\partial u_z}{\partial y} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial z}. \end{aligned}$$

Знак минус в (3.14) принят для того, чтобы подчеркнуть, что движение происходит от точек с большим значением потенциала скорости к точкам с меньшим его значением. В общем случае потенциал скорости может зависеть не только от координат x, y, z , но и от времени t :

$$\Phi = \Phi(x, y, z, t).$$

Таким образом, потенциальное движение может быть установившимся и неустановившимся.

3.3 УСКОРЕНИЕ ЖИДКОЙ ЧАСТИЦЫ

Ускорение жидкой частицы можно представить в виде

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt}.$$

Так как $dx/dt = u_x$, $dy/dt = u_y$, $dz/dt = u_z$, то в проекциях на оси координат имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_x}{dt} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z; \\ \frac{du_y}{dt} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_y}{\partial z} u_z; \\ \frac{du_z}{dt} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_z}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_z}{\partial z} u_z. \end{aligned} \right\} (3.15)$$

Частные производные по времени $\partial u_x/\partial t$, $\partial u_y/\partial t$, $\partial u_z/\partial t$ от проекций скорости представляют собой проекции локального (местного) ускорения в точке. Они характеризуют закон изменения поля скоростей во времени. Локальное ускорение равно нулю при установившемся движении.

Суммы такого вида

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z$$

называют проекциями конвективного ускорения, поскольку оно определяет ускорение частицы при изменении ее положения в поле скоростей (конвекции). Конвективное ускорение характеризует неоднородность поля скоростей в данный момент времени.

Суммы проекций локального и конвективного ускорений называются проекциями субстанционального, или полного, ускорения du_x/dt ; du_y/dt ; du_z/dt .

3.4. УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ЖИДКОСТИ

Как уже отмечалось, будем рассматривать только такие движения, при которых внутри жидкости не возникают пустоты, не появляются разрывы.

Выделим в области, занятой движущейся жидкостью, неподвижный бесконечно малый параллелепипед, у которо-

го ребра dx , dy и dz параллельны соответственно осям координат (рис. 3.7). Через выделенный параллелепипед течет жидкость. Определим массу жидкости, проходящей через поверхность параллелепипеда за время dt .

Сначала проведем эти расчеты для направления, совпадающего с направлением оси OX . Масса, поступающая в выделенный параллелепипед через грань $ABKE$ за время dt , равна

$$\rho u_x dy dz dt.$$

Считаем плотность и скорость движения жидкости непрерывными и дифференцируемыми функциями координат и времени, тогда для массы, выходящей за время dt через грань $DCGH$ из параллелепипеда, получим выражение

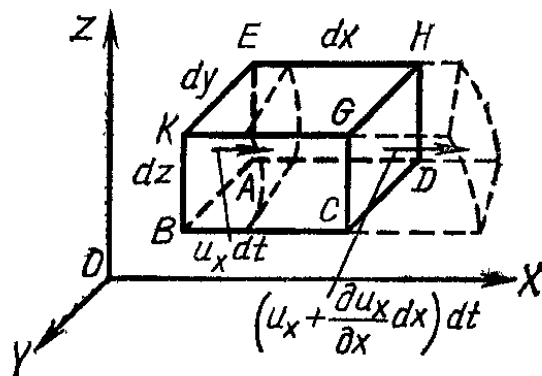


Рис. 3.7

$$\rho u_x dy dz dt + \frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} dx dy dz dt.$$

Приращение массы внутри параллелепипеда за счет движения жидкости вдоль оси OX равно разности

$$\begin{aligned} \rho u_x dy dz dt - \left[\rho u_x + \frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} dx \right] dy dz dt = \\ = - \frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} dx dy dz dt. \end{aligned}$$

Определяя аналогично приращения массы в параллелепипеде за счет движения жидкости вдоль осей OY и OZ , получим соответственно

$$\begin{aligned} - \frac{\partial (\rho u_y)}{\partial y} dy dx dz dt; \\ - \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} dz dy dx dt. \end{aligned}$$

Суммарное изменение массы внутри элементарного параллелепипеда за счет движения жидкости, т. е. за счет разности приносимой потоком в параллелепипед и уносимой из него массы, равно

$$- \left[\frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} \right] dx dy dz dt. \quad (3.16)$$

Изменение массы в неизменном объеме должно вызвать изменение плотности

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt.$$

Изменение массы за время dt , выраженное через изменение плотности, равно

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dt dx dy dz. \quad (3.17)$$

Приравнявая (3.16) к (3.17), после сокращений получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} = 0. \quad (3.18)$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} = \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x} u_x;$$

$$\frac{\partial (\rho u_y)}{\partial y} = \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial y} u_y;$$

$$\frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} = \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial z} u_z;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{d\rho}{dt},$$

т. е.

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x} u_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} u_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} u_z,$$

после преобразований получим

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0. \quad (3.19)$$

Полученное уравнение выражает условие неразрывности жидкости и называется уравнением неразрывности. Для несжимаемой жидкости $\rho = \text{const}$ и $d\rho/dt = 0$. Поэтому для несжимаемой жидкости уравнение неразрывности приобретает вид

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (3.20)$$

Каждый из членов этой суммы характеризует скорость изменения длины единичного отрезка по соответствующему направлению. Сумма этих членов представляет собой скорость относительного изменения элементарного объема

жидкости (объемное расширение) и называется дивергенцией, или расхождением вектора скорости:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \operatorname{div} \mathbf{u}.$$

Дивергенция — скалярная величина.

Уравнение неразрывности может быть записано в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \quad (3.19a)$$

Для несжимаемой жидкости ($\rho = \text{const}$) имеем

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \quad (3.20a)$$

Для установившегося движения сжимаемой жидкости, когда $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, из (3.18) получим

$$\frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} = 0. \quad (3.18a)$$

Приведем без вывода уравнение неразрывности для струйки сжимаемой жидкости

$$\frac{\partial (\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} = 0. \quad (3.21)$$

Если рассматривается несжимаемая жидкость ($\rho = \text{const}$), то (3.21) принимает вид

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \quad (3.22)$$

Для установившегося движения имеем $\frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$. Частная производная от площади живого сечения по времени может быть равна нулю и при неустановившемся движении несжимаемой жидкости, если площадь живого сечения ω , неизменна во времени. Тогда в этих двух случаях при $\frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$ уравнение (3.22) обращается в

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \quad (3.23)$$

т. е. расход по длине струйки не изменяется в данный момент времени и имеет одно и то же (*idem*) значение, $Q = \text{idem}$. В другие моменты времени при указанных условиях расход может быть иным, но неизменным по длине элементарной струйки.

При установившемся движении расход жидкости не изменяется как во времени, так и по длине струйки, т. е. $Q = \text{const}$.

3.5. ПОТОКИ ЖИДКОСТИ

Классификация потоков по характеру границ. Поток жидкости в гидравлике называют движущуюся массу жидкости, ограниченную направляющими твердыми поверхностями, поверхностями раздела жидкостей или свободными поверхностями. В зависимости от характера и сочетания ограничивающих поток поверхностей потоки делятся на безнапорные, напорные потоки и гидравлические струи.

Безнапорные потоки ограничены частично твердой, частично свободной поверхностью. Примером таких потоков может служить поток в реке или канале, а также в трубе, работающей неполным сечением.

Напорные потоки ограничены твердыми поверхностями, например поток в трубе, все сечение которой заполнено движущейся жидкостью и при этом стенки трубы испытывают давление со стороны потока, отличающееся от давления окружающей среды (в таких случаях говорят, что труба работает полным сечением под напором).

Гидравлические струи ограничены только жидкостью или газовой средой, например струя, вытекающая из сосуда через отверстие в атмосферу, или струя воды, выбрасываемая гидромонитором при подводной разработке грунта.

Живое сечение, гидравлический радиус. Сечение потока, во всех точках которого линии тока, пересекающие эту поверхность, нормальны к ней, называется живым сечением потока. Разбив поток на элементарные струйки, получим, что площадь живого сечения потока равна сумме площадей $d\omega$ живых сечений элементарных струек:

$$\omega = \int_{\omega} d\omega.$$

Смоченный периметр представляет собой длину линии, по которой жидкость в живом сечении соприкасается с твердыми поверхностями, ограничивающими поток. При напорных потоках длина смоченного периметра χ равна длине всего периметра живого сечения, а в безнапорных потоках смоченный периметр составляет некоторую часть полного периметра.

Гидравлическим радиусом называется отношение площади живого сечения к смоченному периметру в этом сечении:

$$R = \omega/\chi. \quad (3.24)$$

Как будет показано далее, гидравлический радиус — важная характеристика при определении расхода, проходящего через живое сечение.

В напорном потоке для круглого живого сечения (диаметр d , радиус r_0) имеем

$$R = \omega/\chi = \pi d^2/(4\pi d) = d/4 \text{ или } R = r_0/2.$$

Следовательно, в данном случае гидравлический радиус равен половине геометрического радиуса или 0,25 диаметра.

В безнапорном потоке для прямоугольного живого сечения (ширина по дну b , глубина жидкости h) гидравлический радиус равен

$$R = \omega/\chi = bh/(b + 2h) = h/(1 + 2h/b).$$

В достаточно широких потоках (малые значения отношения h/b) гидравлический радиус принимают равным глубине наполнения.

Расход. Средняя скорость. Объемное количество жидкости, проходящей через живое сечение потока в единицу времени, называется **расходом** потока в данном сечении или просто **расходом**. Расход потока равен сумме расходов элементарных струек, составляющих поток:

$$Q = \int_{\omega} dQ = \int_{\omega} u d\omega. \quad (3.25)$$

Важной характеристикой потока является **средняя скорость** потока в данном сечении, представляющая собой частное от деления расхода Q на площадь живого сечения ω потока:

$$v = Q/\omega. \quad (3.26)$$

В реальных потоках вязкой жидкости местные скорости в различных точках живого сечения будут различными. Как будет показано далее, только в отдельных точках живого сечения местная скорость u будет равна средней скорости v . Введение понятия о средней скорости потока в данном живом сечении позволяет проще решать практические задачи.

Рассматривается некий условный (фиктивный) поток, все точки живого сечения в котором характеризуются одними и теми же местными скоростями, равными средней скорости в данном живом сечении. Тогда, умножив площадь живого сечения ω на среднюю скорость в данном живом сечении v , получим действительный расход Q , проходящий через это живое сечение.

Средняя скорость в сечении представляет собой одинаковую для всех точек сечения воображаемую скорость, при которой через данное живое сечение проходит тот же расход, что и при действительных местных скоростях, разных в различных точках сечения.

По характеру изменения поля скоростей по координатам установившееся движение подразделяется на равномерное и неравномерное.

Равномерное движение характеризуется параллельностью и прямолинейностью линий тока. Размеры и форма живых сечений и средние скорости потока по его длине не изменяются. Местные скорости в соответственных точках всех живых сечений по длине потока также одинаковы. Ускорения при равномерном движении равны нулю. В безнапорном равномерном потоке как следствие вышесказанного и глубины будут неизменными по длине.

Неравномерное движение характеризуется тем, что семейство линий тока уже не представлено параллельными прямыми. Площади живых сечений и средние скорости могут быть переменными по длине потока. Неравномерное движение может быть ускоренным или замедленным.

Среди неравномерных движений выделяют плавно изменяющееся движение, которое характеризуется следующими признаками: линии тока примерно параллельны, кривизна их достаточна мала; живые сечения можно считать плоскими; изменения формы и площади живых сечений по длине потока происходят весьма плавно.

В связи с отмеченными особенностями при расчетах плавно изменяющихся потоков пренебрегают составляющими скоростей (и ускорений) в плоскости живого сечения. Если ось Ox совпадает с направлением линий тока, то при плавно изменяющемся движении

$$u_x \approx u; \quad u_y = 0; \quad u_z \approx 0.$$

Тогда уравнение неразрывности (3.20) примет вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

т. е. вдоль данной линии тока (вдоль потока) скорость не изменяется. В таком случае движение рассматривают как равномерное прямолинейное.

Неустановившееся (нестационарное) движение по характеру изменения скоростей во времени подразделяется на быстро изменяющееся и медленное

изменяющееся. Последний вид движения часто называется также квазистациональным (квази стационарным). Поясним, что «квази» в переводе с латинского означает «якобы», «почти», «как бы».

В движущейся жидкости различают продольную составляющую скорости (или продольную скорость) и поперечные составляющие скорости. Обычно направление оси OX совпадает с направлением продольной скорости. Соответственно направление поперечных составляющих скорости совпадает с направлениями осей OY и OZ .

Распределение продольных скоростей по живому сечению или в различных точках вертикали, принадлежащей данному живому сечению, характеризует эпюра скоростей. Для всех точек живого сечения эпюра скоростей — объемная фигура, а эпюра скоростей на данной вертикали — плоская фигура.

Движения также подразделяются на пространственные (трехмерные), плоские и одномерные. В пространственном движении кинематические характеристики зависят от трех координат: x , y , z , например движение на повороте безнапорного потока в канале или на повороте напорного потока в трубопроводе или движение в канале с изменяющимся по длине живым сечением.

Плоским (двухмерным) движением считается такое, при котором кинематические характеристики зависят только от двух координат и не зависят от третьей. Например, если $u_x \neq 0$, $u_z \neq 0$, а $u_y = 0$, то движение происходит в плоскостях, параллельных одной плоскости, в данном случае XOZ , и характеристики такого движения одинаковы во всех этих плоскостях. Такое движение происходит в достаточно широком канале: открытом — безнапорное движение или в закрытом, полностью заполненном жидкостью (напорное движение), а также при перемещении грунтовых вод в достаточно широкой подземной области, поперечное сечение которой близко к прямоугольнику.

Одномерным движением называется такое, в котором скорости зависят только от одной координаты. Такое движение характерно для большинства гидравлических задач, когда достаточно принять в рассмотрение только среднюю скорость [см. (3.26)] и определять ее в зависимости лишь от продольной координаты.

Уравнение неразрывности для потока. От уравнения неразрывности для элементарной струйки несжимаемой жидкости (3.22) можно перейти к уравнению неразрывно-

сти для потока. Для потока несжимаемой (капельной) жидкости оно имеет вид

$$Q = v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2 = \dots = v_i \omega_i = \text{idem.}$$

Глава 4

ДИНАМИКА НЕВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

4.1. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ДВИЖУЩЕЙСЯ НЕВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Динамика жидкости — раздел гидромеханики, который изучает законы движения жидкостей в зависимости от приложенных к ним сил.

При заданных внешних силах задача динамики жидкости сводится к определению напряжений и кинематических параметров движения в каждой точке жидкости в любой момент времени, а также к определению гидродинамических сил воздействия потока на тела.

При движении невязкой жидкости не возникают силы внутреннего трения, а значит, в потоке нет касательных напряжений.

Нормальные напряжения в движущейся невязкой жидкости обладают теми же свойствами, что и в покоящейся жидкости, т. е. в данной точке их значения не зависят от направления действия. Таким образом, напряженное состояние движущейся невязкой жидкости может быть охарактеризовано в каждой точке значением нормального напряжения. Поскольку это значение не зависит от направления действия, его, как и при равновесии жидкости, называют давлением.

Невязкая жидкость — это модель жидкости, т. е. идеализированная среда, не встречающаяся в природе и технике. Однако изучение законов динамики этой идеализированной среды имеет большое значение. При решении некоторых задач применение законов движения невязкой жидкости для расчета реальных явлений дает результаты, достаточно точно описывающие реальное явление (например, при обтекании тел вытянутой плавной формы — крыла, лопасти рабочего колеса турбины). Кроме того, уравнения динамики невязкой жидкости в некоторых случаях служат исходными для получения уравнений движения вязкой жидкости.

4.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НЕВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ (УРАВНЕНИЕ Эйлера)

Рассмотрим движущуюся невязкую жидкость, у которой плотность ρ . Выделим в ней элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz , параллельными координатным осям (рис. 4.1). На массу жидкости в объеме параллелепипеда, равную $\rho dx dy dz$, действуют массовые силы, пропорциональные массе, и поверхностные силы давления окружающей жидкости, распределенные по граням параллелепипеда, направленные по внутренним нормальям к граням и пропорциональные площадям соответствующих граней.

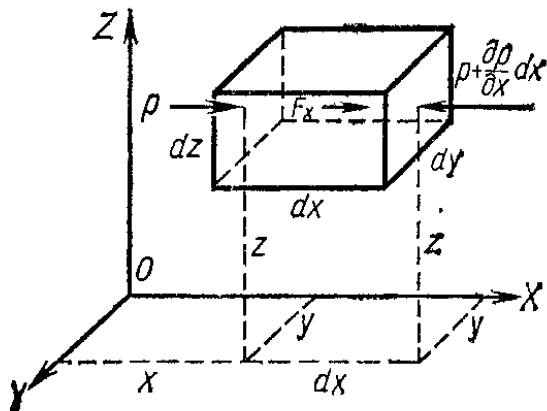


Рис. 4.1

Составим уравнения движения выделенной массы в проекциях на координатные оси.

Произведение массы жидкости в параллелепипеде на проекцию ускорения движения его центра масс (полюса) на направление OX равно

$$\rho dx dy dz du_x / dt,$$

где u_x — скорость центра масс в направлении X .

Проекция на направление OX массовых сил, действующих на выделенную массу жидкости, равна

$$F_x \rho dx dy dz,$$

где F_x — проекция на ось OX плотности распределения массовой силы.

Чтобы записать проекцию сил давления на ось OX , вспомним, что в сплошной жидкой среде давление есть непрерывная функция координат точек жидкости и времени $p = p(x, y, z, t)$.

Обозначим p давление в произвольной точке с координатами x, y, z на левой вертикальной грани. В силу сплошности жидкости и непрерывности функции давления $p = p(x, y, z, t)$ на правой грани в точке с координатами $(x + dx, y, z)$ давление равно $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$ с точностью до бесконечно малых второго порядка.

Разность давлений $-\frac{\partial p}{\partial x} dx$ будет одинаковой для лю-

бой пары выбранных на гранях точек с одинаковыми координатами y и z , при этом проекция на ось OX результирующей силы давления равна

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz.$$

Записав уравнение движения в направлении OX , получим

$$F_x \rho dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = \rho dx dy dz \frac{du_x}{dt}$$

или после деления на массу $\rho dx dy dz$

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt}.$$

Аналогично можно получить уравнения движения в проекциях на направления осей OY и OZ :

$$F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt} \quad \text{и} \quad F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt}.$$

Таким образом, система дифференциальных уравнений движения невязкой жидкости имеет вид

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt}; \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt}; \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Эти дифференциальные уравнения были впервые получены действительным членом Петербургской Академии наук Л. Эйлером в 1755 г.

Учитывая, что для неустановившегося движения компоненты (проекции) скорости u являются функциями времени, можно записать ускорения выделенной массы в развернутом виде:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \frac{dz}{dt}.$$

Так как

$$\frac{dx}{dt} = u_x; \quad \frac{dy}{dt} = u_y; \quad \frac{dz}{dt} = u_z,$$

уравнения Эйлера (4.1) можно переписать в виде

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z; \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_y}{\partial z} u_z; \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_z}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_z}{\partial z} u_z. \end{aligned} \right\} (4.2)$$

Для случая покоящейся жидкости $u_x = u_y = u_z = 0$ уравнения (4.1) совпадут с дифференциальными уравнениями равновесия жидкости (2.4).

Уравнение движения невязкой жидкости вдоль линии тока имеет вид

$$F_l - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} = \frac{du}{dt}, \quad (4.3)$$

где F_l — проекция плотности распределения массовых сил на направление касательной к линии тока; du/dt — ускорение частицы.

Уравнение (4.3) после преобразований имеет вид

$$\begin{aligned} F_l - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial l} \frac{dl}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial l} u = \\ &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial l} \end{aligned}$$

или

$$F_l - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} - \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (4.4)$$

В задачах динамики жидкости массовые силы обычно считаются заданными (известными). Неизвестными являются функции давления $p = p(x, y, z, t)$, проекции скорости $u_x(x, y, z, t)$, $u_y(x, y, z, t)$, $u_z(x, y, z, t)$ и плотность $\rho(x, y, z, t)$ — всего пять неизвестных функций.

Для определения неизвестных переменных используется система уравнений Эйлера. Поскольку число неизвестных превышает число уравнений, к системе Эйлера добавляют уравнение неразрывности и уравнение состояния среды.

Для несжимаемой жидкости уравнение состояния $\rho = \text{const}$ и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0.$$

4.3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НЕВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ФОРМЕ ГРОМЕКИ

Профессором Казанского университета И. С. Громекой в 1881 г. уравнения Эйлера были преобразованы и записаны в иной форме.

Рассмотрим уравнения (4.2). В первом из них вместо $\partial u_x / \partial y$ и $\partial u_x / \partial z$ подставим их выражения из (3.9):

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x} - 2\omega_z \quad \text{и} \quad \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + 2\omega_y.$$

Тогда

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_y}{\partial x} u_y + \frac{\partial u_z}{\partial x} u_z \right) + \\ + 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z) = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) + 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z),$$

где

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2.$$

Аналогично преобразовав два других уравнения системы (4.2), получим уравнения в форме, данной Громекой:

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) + 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z); \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) + 2(u_x \omega_z - u_z \omega_x); \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u^2}{2} \right) + 2(u_y \omega_x - u_x \omega_y). \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

4.4. УРАВНЕНИЯ ГРОМЕКИ ПРИ ДЕЙСТВИИ МАССОВЫХ СИЛ, ИМЕЮЩИХ ПОТЕНЦИАЛ

Если действующие на жидкость массовые силы обладают потенциалом, то проекции плотности распределения массовых сил F_x , F_y , F_z представляются частными производными от потенциальной функции Π :

$$F_x = - \frac{\partial \Pi}{\partial x}; \quad F_y = - \frac{\partial \Pi}{\partial y}; \quad F_z = - \frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

откуда

$$-d\Pi = F_x dx + F_y dy + F_z dz. \quad (4.5a)$$

Подставив значения F_x , F_y , F_z в систему (4.5), получим уравнения движения несжимаемой жидкости под действием сил, имеющих потенциал:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(-\Pi - \frac{\rho}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z); \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(-\Pi - \frac{\rho}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + 2(u_x \omega_z - u_z \omega_x); \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(-\Pi - \frac{\rho}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + 2(u_y \omega_x - u_x \omega_y). \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

4.5. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ НЕВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ДЕЙСТВИИ МАССОВЫХ СИЛ, ИМЕЮЩИХ ПОТЕНЦИАЛ

При установившемся движении частные производные составляющих скорости по времени равны нулю:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0.$$

Тогда для рассматриваемого установившегося движения невязкой жидкости уравнения (4.6) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(-\Pi - \frac{\rho}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z); \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(-\Pi - \frac{\rho}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_x \omega_z - u_z \omega_x); \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(-\Pi - \frac{\rho}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_y \omega_x - u_x \omega_y). \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

Выбрав на любой линии тока элементарное перемещение dl , получим для его проекций на координатные оси

$$dx = u_x dt; \quad dy = u_y dt; \quad dz = u_z dt.$$

Умножив каждое из уравнений (4.6) последовательно на проекции dx , dy , dz элементарного перемещения вдоль линии тока и просуммировав уравнения, получим

$$d \left(\Pi + \frac{\rho}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) = -2 [(u_z \omega_y - u_y \omega_z) dx + (u_x \omega_z - u_z \omega_x) dy + (u_y \omega_x - u_x \omega_y) dz].$$

Правую часть полученного выражения можно переписать в виде определителя. Тогда

$$d\left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) = -2 \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}. \quad (4.8)$$

Если определитель обращается в нуль, то

$$d\left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) = 0$$

и

$$\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const.} \quad (4.9)$$

Уравнение (4.9) называется уравнением Бернулли по имени действительного члена Петербургской Академии наук Даниила Бернулли. Впервые термин «гидродинака» появился в книге Д. Бернулли опубликованной в 1738 г.

Выясним, в каких случаях установившегося движения невязкой несжимаемой жидкости справедливо уравнение Бернулли или, иначе говоря, в каких случаях определитель в правой части уравнения (4.8) обращается в нуль.

Известно, что определитель равен нулю, если две строки (или два столбца) равны или пропорциональны друг другу или если одна из его строк или один из столбцов равны нулю.

Рассмотрим эти случаи последовательно.

1. Пропорциональны члены первой и третьей строк, т. е. уравнение Бернулли справедливо при выполнении условия

$$dx/u_x = dy/u_y = dz/u_z.$$

Это условие выполняется на линиях тока (3.7). Таким образом, уравнение Бернулли справедливо вдоль линий тока. Для различных линий тока значение постоянной уравнения (4.9) в общем случае будет различным.

2. Пропорциональны члены первой и второй строк, т. е. уравнение Бернулли справедливо при выполнении условия

$$dx/\omega_x = dy/\omega_y = dz/\omega_z.$$

Это условие выполняется на вихревых линиях (3.12). Поэтому уравнение Бернулли справедливо вдоль вихревых линий. На каждой вихревой линии константа уравнения (4.9) сохраняет свое значение и может изменяться при переходе с одной линии на другую.

3. Пропорциональны члены второй и третьей строк:

$$\omega_x/u_x = \omega_y/u_y = \omega_z/u_z = a = \text{const.} \quad (4.10)$$

Тогда

$$\omega_x = u_x a; \quad \omega_y = u_y a; \quad \omega_z = u_z a.$$

Подставив полученные выражения в уравнение вихревой линии

$$dx/\omega_x = dy/\omega_y = dz/\omega_z,$$

получим уравнение линий тока

$$dx/u_x = dy/u_y = dz/u_z.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае векторы скорости \mathbf{u} и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ параллельны (их направления совпадают). Такое движение называется винтовым. Частицы при винтовом движении перемещаются по линиям тока (так как движение установившееся, то линии тока и траектории частиц совпадают), а линии тока в то же время являются вихревыми линиями, т. е. частицы еще и вращаются вокруг линии тока.

Из условий (4.10) видно, что равенство определителя нулю в этом случае не зависит от координат. Соответственно постоянство удельной энергии при винтовом движении обеспечивается во всем пространстве, занятом находящейся в винтовом движении жидкостью.

Уравнение Бернулли (4.9)

$$P + p/\rho + u^2/2 = \text{const}$$

при винтовом движении применимо к любой точке жидкости.

4. Условие равенства нулю членов второй строки определителя

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$$

означает, что движение безвихревое (потенциальное).

Уравнение Бернулли (4.9) действительно для всех точек области потенциального движения.

5. Условие равенства нулю членов третьей строки определителя

$$u_x = u_y = u_z = 0$$

соответствует равновесию жидкости.

4.6. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ

Чтобы применить уравнение Бернулли (4.9) для практических расчетов, необходимо определить вид потенциальной функции Π в зависимости от действующих на жидкость массовых сил.

1. На жидкость действует только одна массовая сила тяжести. В этом случае проекции на оси координат плотности распределения массовых сил $F_x = F_y = 0$; $F_z = -g$ (ось OZ направлена вертикально вверх).

Из (4.5а) имеем для данного случая

$$-d\Pi = -gdz$$

или

$$\Pi = gz + C. \quad (4.11)$$

Подставив полученное значение Π в (4.9), получим уравнение Бернулли для установившегося движения несжимаемой невязкой жидкости при действии одной массовой силы — силы тяжести:

$$gz + p/\rho + u^2/2 = \text{const} \quad (4.12)$$

или

$$z + p/\rho g + u^2/2g = \text{const}. \quad (4.13)$$

Для частицы в двух ее положениях 1 и 2 уравнение Бернулли (4.12) и (4.13) можно записать в виде

$$gz_1 + p_1/\rho + u_1^2/2 = gz_2 + p_2/\rho + u_2^2/2 \quad (4.14)$$

или

$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g. \quad (4.15)$$

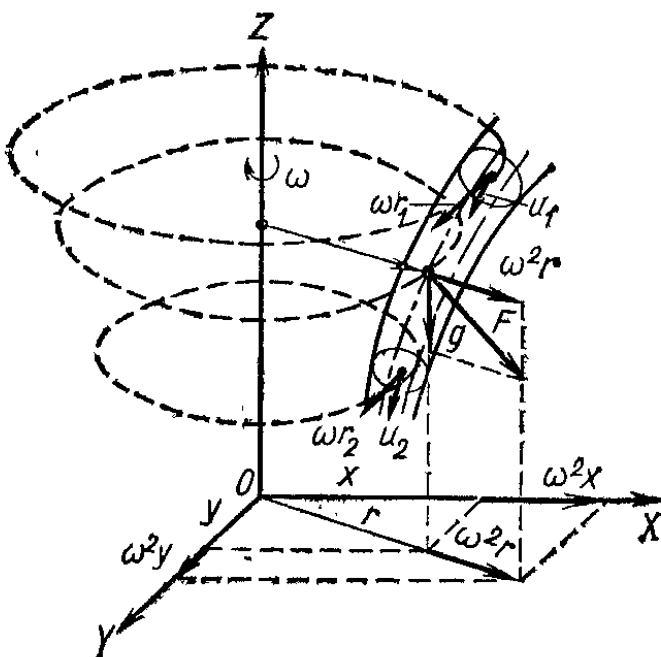


Рис. 4.2

2. На жидкость действуют массовые силы: сила тяжести, центробежная сила инерции переносного движения и кориолисова сила инерции (случай относительного движения). Такое движение будет наблюдаться, например, в криволинейном канале, вращающемся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω (рис. 4.2).

Выберем систему координат: направим ось

OZ вдоль оси вращения, а оси OX и OY пусть вращаются вместе с каналом.

Рассмотрим движение жидкости вдоль линии тока (или, что то же, элементарную струйку жидкости). Пусть u — местная скорость жидкости относительно выбранной вращающейся системы координат.

Отнесенная к единице массы сила тяжести имеет проекции

$$F_{x_1} = F_{y_1} = 0; \quad F_{z_1} = -g.$$

Отнесенная к единице массы центробежная сила инерции представляет собой $\omega^2 r$ (r — расстояние рассматриваемой точки от оси вращения).

Ее проекции

$$F_{x_2} = \omega^2 x; \quad F_{y_2} = \omega^2 y; \quad F_{z_2} = 0.$$

Учитывая, что массовые силы имеют потенциал, запишем

$$-d\Pi = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (4.16)$$

и получим

$$-d\Pi = \omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz.$$

После интегрирования найдем

$$\Pi = -\omega^2 (x^2 + y^2)/2 + gz + C.$$

Так как

$$r^2 = x^2 + y^2,$$

то

$$\Pi = gz - \omega^2 r^2/2 + C. \quad (4.17)$$

Вектор кориолисовой силы нормален к вектору относительной скорости движения жидкости, поэтому в выражении отсутствуют проекции плотности распределения кориолисовой силы.

Уравнение Бернулли для рассмотренного движения имеет вид

$$gz + p/\rho + u^2/2 - \omega^2 r^2/2 = \text{const} \quad (4.18)$$

или

$$z + p/\rho g + u^2/2g - \omega^2 r^2/2g = \text{const}. \quad (4.19)$$

Для двух сечений элементарной струйки имеем

$$gz_1 + p_1/\rho + u_1^2/2 - \omega^2 r_1^2/2 = gz_2 + p_2/\rho + u_2^2/2 - \omega^2 r_2^2/2 \quad (4.20)$$

или

$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g - \omega^2 r_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g - \omega^2 r_2^2/2g. \quad (4.21)$$

Величина ωr представляет собой переносную скорость.

4.7. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим уравнение Бернулли для установившегося движения невязкой несжимаемой жидкости при действии сил тяжести и сил давления (4.13)

$$z + p/\rho g + u^2/2g = \text{const.}$$

Здесь z представляет собой высоту расположения сечения элементарной струйки над некоторой горизонтальной плоскостью, называемой плоскостью сравнения. Этой высоте легко придать энергетический смысл. Действительно, если принять плоскость сравнения за плоскость нулевой потенциальной энергии, то можно утверждать, что, подняв массу жидкости M на высоту z , ей сообщили потенциальную энергию Mgz . Отсюда следует, что $z = Mgz/Mg$ выражает потенциальную энергию, отнесенную к единице веса. z называют удельной потенциальной энергией положения.

Величине $p/\rho g$ может быть также придан энергетический смысл. Рассмотрим элементарную струйку с площадью живого сечения $d\omega$, давлением p и скоростью u . Сила давления равна $p d\omega$. При перемещении частиц, расположенных в данном сечении, за время dt на расстояние $u dt$ сила давления произведет работу на этом пути, равную $p d\omega u dt$. Отнеся эту работу к весу объема вытесненной жидкости $d\omega u dt$, т. е. разделив $p d\omega u dt$ на $\rho g d\omega u dt$, получим, что работа силы давления, отнесенная к единице веса жидкости, равна $p/\rho g$.

Частица с массой M и весом $G = Mg$ при движении со скоростью u имеет кинетическую энергию $Mu^2/2$. Если эту кинетическую энергию разделить на вес частицы, то получим удельную (отнесенную к единице веса) кинетическую энергию $u^2/2g$.

Следовательно, каждый член уравнения Бернулли представляет собой удельную потенциальную или кинетическую энергию.

Сумма всех членов уравнения Бернулли представляет собой полную (потенциальную плюс кинетическую) удельную энергию жидкости в сечении потока.

Выше удельная энергия относилась к единице веса жидкости. Энергию можно также отнести к единице массы [см. уравнения (4.12), (4.14), (4.19)] или к единице объема.

Суммарная потенциальная и кинетическая энергия, отнесенная к единице массы, имеет вид

$$gz + p/\rho + u^2/2.$$

Суммарная энергия, отнесенная к единице объема, записывается как

$$\rho gz + p + \rho u^2/2.$$

Далее, говоря об удельной энергии, будем иметь в виду энергию, отнесенную к единице веса.

Удельная энергия определяется относительно произвольно выбранной горизонтальной плоскости сравнения.

Трактовка уравнения Бернулли для установившегося движения невязкой несжимаемой жидкости с энергетических позиций такова: при потенциальном и винтовом движении суммарная удельная энергия распределена по потоку равномерно, т. е. одинакова для любой пары точек области, занятой движущейся жидкостью.

При вихревом движении (кроме винтового) удельная энергия различна для различных точек потока и сохраняет постоянное значение только на каждой отдельной линии тока или на вихревой линии.

Для удельной (отнесенной к единице веса) энергии в гидравлике применяется термин *напор*:

$$z + p/\rho g + u^2/2g = H. \quad (4.22)$$

При этом $z + p/\rho g$ называется пьезометрическим [если в (4.22) $p = p_{\text{изб}}$], или гидростатическим, *напором*; $u^2/2g$ — *скоростным напором*; H — *гидродинамическим напором*.

Поскольку члены уравнения Бернулли имеют линейную размерность, их можно интерпретировать как высоты: z — геометрическая высота, или высота положения; $p/\rho g$ — высота, соответствующая давлению, и $u^2/2g$ — скоростная высота.

Откладывая от плоскости сравнения вертикальные отрезки z , $p/\rho g$ и $u^2/2g$, найдем геометрическое место концов сумм этих отрезков, которое расположится на горизонталь-

ной плоскости, поднятой над плоскостью сравнения на высоту H . Эта плоскость называется напорной, на рис. 4.3 ее след представлен верхней горизонтальной линией, которая называется напорной линией, или линией удельной энергии. Соединив концы отрезков $z + p/\rho g$, получим пьезометрическую линию.

Разница между высотой, соответствующей давлению, и высотой, соответствующей избыточному давлению $p_{\text{изб}}/\rho g$,

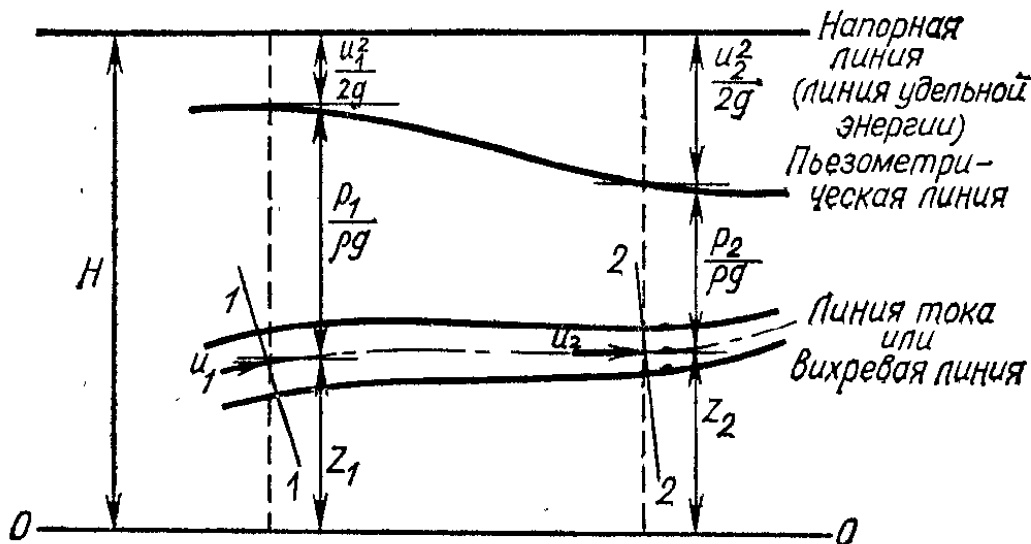


Рис. 4.3

составляет $p_{\text{ат}}/\rho g$. Тогда местоположение и напорной, и пьезометрической линии для двух указанных случаев (p или $p_{\text{изб}}$) будет отличаться на $p_{\text{ат}}/\rho g$.

Обычно под пьезометрической линией понимается линия, соединяющая концы отрезков, представляющих суммы $z + p_{\text{изб}}/\rho g$.

Пьезометрическим уклоном $J_{\text{п}}$ называется отнесенное к единице длины изменение пьезометрического напора $z + p/\rho g$ или изменение отметок пьезометрической линии, в общем случае

$$J_{\text{п}} = - \frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho g} \right). \quad (4.23)$$

При потенциальном и винтовом движении для данного потока напорная плоскость одна, а при вихревом движении каждая линия тока и вихревая линия имеют свои индивидуальные напорные плоскости (их следы на чертеже — напорные линии).

Отметки пьезометрической линии могут уменьшаться по длине $\frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho g} \right) < 0$ или увеличиваться $\frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho g} \right) > 0$.

Пьезометрический уклон считается положительным, если по течению струйки пьезометрическая линия понижается.

Глава 5

ДИНАМИКА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

5.1. НАПРЯЖЕНИЯ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

При движении вязкой жидкости в ней возникают не только нормальные, но и касательные напряжения, так как вязкая жидкость обладает способностью оказывать сопротивление относительному сдвигу своих слоев и частиц. На-

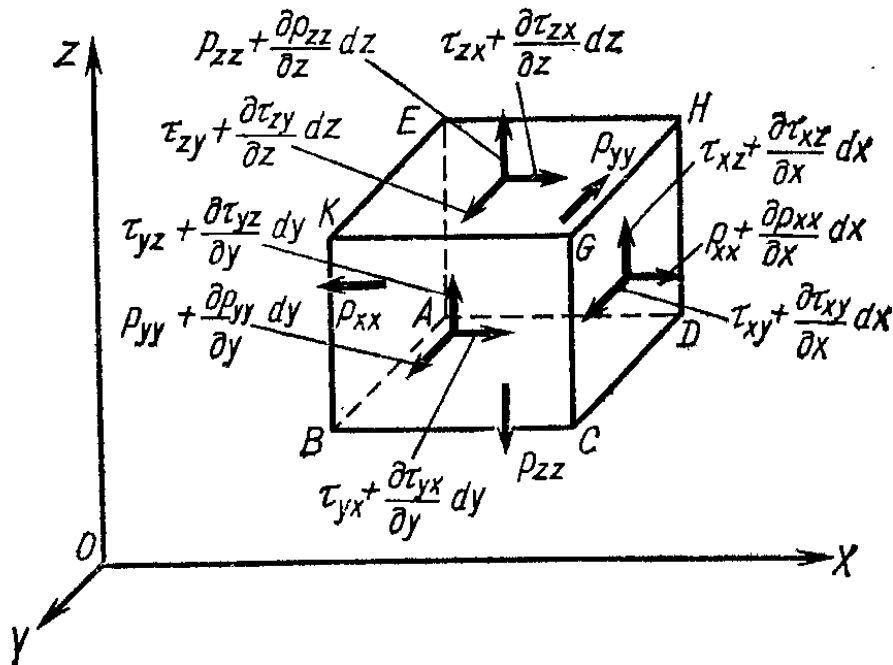


Рис. 5.1

помним, что при движении невязкой жидкости внутри нее могут возникать только нормальные напряжения. Нормальные и касательные напряжения в вязкой жидкости зависят не только от координат точек жидкости. В данной точке жидкости напряжения зависят от направления действия или, иначе, от ориентации в пространстве площадки, на которую они действуют.

Рассмотрим элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz , выделенный в движущейся жидкости (рис. 5.1). Обозначим напряжения на гранях, ближайших к началу

координат ($ABKE, AEHD, ABCD$), $\rho_{xx}, \rho_{yy}, \rho_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$.

Первый индекс указывает направление оси, которой перпендикулярна данная грань, т. е. направление нормали к граням, второй — направление действия напряжения, т. е. параллельно какой оси координат оно направлено.

Так, касательное напряжение τ_{yx} действует на грани, перпендикулярной оси OY , в направлении оси OX ; τ_{zx} действует на грани, перпендикулярной оси OZ , в направлении оси OX и т. д.

Считая напряжения непрерывно изменяющимися по объему жидкости, получим значения напряжений на всех гранях параллелепипеда, пользуясь разложением функций напряжения в ряд Тейлора (табл. 5.1).

Отметим (без доказательства), что в любой точке потока вязкой жидкости касательные напряжения на взаимно перпендикулярных площадках, направленные по нормали

Таблица 5.1

Грань	Напряжения	
	нормальные	касательные
$ABKE$	ρ_{xx}	τ_{xy}, τ_{xz}
$DCGH$	$\rho_{xx} + \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial x} dx$	$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \\ \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx \end{array} \right.$
$AEHD$	ρ_{yy}	τ_{yx}, τ_{yz}
$BKGC$	$\rho_{yy} + \frac{\partial \rho_{yy}}{\partial y} dy$	$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \\ \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy \end{array} \right.$
$ABCD$	ρ_{zz}	τ_{zx}, τ_{zy}
$EKGH$	$\rho_{zz} + \frac{\partial \rho_{zz}}{\partial z} dz$	$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \\ \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz \end{array} \right.$

к линии пересечения этих площадок, равны друг другу, т. е.

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}; \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}.$$

Таким образом, напряженное состояние вязкой движущейся жидкости характеризуется шестью независимыми компонентами напряжений

$$p_{xx}; \quad p_{yy}; \quad p_{zz}; \quad \tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}; \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}.$$

5.2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В НАПРЯЖЕНИЯХ

Составим уравнения движения массы жидкости, заключенной в элементарном параллелепипеде (рис. 5.1).

Сначала рассмотрим сумму проекций сил на направления оси OX . Эта сумма равна произведению массы параллелепипеда $\rho \, dx \, dy \, dz$ на проекцию ускорения движения его полюса (центра). При составлении проекций принято считать направления нормальных напряжений совпадающими с направлениями внешних нормалей к граням параллелепипеда.

В проекции на ось OX уравнение движения имеет вид

$$\begin{aligned} F_x \rho \, dx \, dy \, dz - p_{xx} \, dy \, dz + \left(p_{xx} + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} \, dx \right) dy \, dz - \\ - \tau_{yx} \, dx \, dz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \, dy \right) dx \, dz - \tau_{zx} \, dx \, dy + \\ + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \, dz \right) dx \, dy = \rho \, dx \, dy \, dz \frac{du_x}{dt}, \end{aligned}$$

где $\rho F_x \, dx \, dy \, dz$ — проекция суммарной массовой силы на ось OX .

После сокращений получим

$$\rho F_x + \left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) = \rho \frac{du_x}{dt}.$$

Выполним аналогичные преобразования для проекций сил на направления осей OY и OZ , получим систему дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости в напряжениях

$$\left. \begin{aligned} F_x + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) &= \frac{du_x}{dt}; \\ F_y + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) &= \frac{du_y}{dt}; \\ F_z + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} \right) &= \frac{du_z}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Если считать заданными проекции плотности распределения массовых сил, то в уравнения движения жидкости в напряжениях (5.1) входят десять неизвестных функций: $u_x; u_y; u_z; p_{xx}; p_{yy}; p_{zz}; \tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \rho$.

Так как уравнений движения всего три, то система уравнений движения вязкой жидкости оказывается незамкнутой. Замыкание этой системы уравнений может быть осуществлено с помощью уравнения неразрывности и других соотношений, устанавливающих связи между неизвестными. Обычно эти соотношения вводятся на основе гипотез и потому обязательно должны быть подтверждены экспериментально.

5.3. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И СКОРОСТЯМИ ДЕФОРМАЦИЙ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

В основу получения соотношений между касательными напряжениями τ и скоростями деформаций жидких частиц положен закон внутреннего трения Ньютона (1.12):

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dn},$$

где μ — динамическая вязкость; du/dn — градиент скорости по нормали к направлению движения.

Закон Ньютона применим только к слоистым потокам. Знак плюс или минус выбирается так, чтобы величина τ была положительной независимо от выбора положительного направления n .

Градиент скорости при слоистом движении жидкости выражает скорость угловой деформации частицы

$$\frac{du}{dn} = \frac{d\theta}{dt}, \text{ т. е. } \tau = \pm \mu \frac{d\theta}{dt}.$$

Распространяя закон вязкого трения на трехмерное (пространственное) движение, получим следующие выражения для касательных напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right); \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right); \\ \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

В каждой точке движущейся вязкой жидкости кроме касательных напряжений есть нормальные напряжения, значения которых зависят от направления действия. Нормальные напряжения обладают следующим свойством: сумма значений нормальных напряжений, действующих на три взаимно перпендикулярные площадки, является инвариантом и не зависит от выбора площадок. Основываясь на этом свойстве, в рассмотрение вводят скалярную величину — давление в движущейся жидкости, которая определяется как среднее арифметическое из нормальных напряжений в данной точке, действующих по трем взаимно перпендикулярным направлениям:

$$p = \frac{p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}}{3}.$$

Очевидно, зависимость нормального напряжения от направления действия, наблюдающаяся в вязкой жидкости, является следствием проявления вязкости.

Выразим нормальное напряжение через давление p и некоторые добавочные напряжения, зависящие от вязкости:

$$\left. \begin{aligned} p_{xx} &= -p + p'_{xx}; \\ p_{yy} &= -p + p'_{yy}; \\ p_{zz} &= -p + p'_{zz}, \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

где p'_{xx} , p'_{yy} , p'_{zz} — добавочные нормальные напряжения от действия сил вязкости. Эти добавочные напряжения не зависят от значения давления, но зависят от направления действия. Знак минус перед давлением p означает, что направление давления p всегда совпадает с внутренними нормальными (внутри объема) к соответствующим граням выделенного объема. Принято, как уже указывалось, считать значения p_{xx} , p_{yy} , p_{zz} положительными, если их направления совпадают с соответствующими внешними нормальными к граням.

В вязкой несжимаемой жидкости добавочные напряжения p'_{xx} , p'_{yy} , p'_{zz} прямо пропорциональны соответствующим скоростям деформаций (скоростям относительных удлинений), причем коэффициент пропорциональности равен 2μ , т. е.

$$p'_{xx} = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x};$$

$$p'_{yy} = 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y};$$

$$p'_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} p_{xx} &= -p + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}; \\ p_{yy} &= -p + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y}; \\ p_{zz} &= -p + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}. \end{aligned} \right\} (5.4)$$

При положительных значениях частных производных соответствующие добавочные напряжения от действия сил вязкости будут растягивающими, при отрицательных значениях — сжимающими.

Окончательно для нормальных и касательных напряжений в вязкой несжимаемой жидкости имеем

$$p_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x};$$

$$p_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y};$$

$$p_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z};$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right);$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right);$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right).$$

Отметим, что у твердого (упругого) тела, как следует из закона Гука, напряжения пропорциональны соответствующим относительным деформациям. Для вязких жидкостей напряжения пропорциональны скоростям деформаций.

Запишем уравнение движения (5.1), объединив в скобках все члены, зависящие от вязкости:

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) &= \frac{du_x}{dt}; \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p'_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) &= \frac{du_y}{dt}; \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial p'_{zz}}{\partial z} \right) &= \frac{du_z}{dt}. \end{aligned} \right\} (5.5)$$

5.4. УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ—СТОКСА

Подставив значения напряжений по (5.3) и (5.4) в (5.5) и произведя необходимые преобразования, получим уравнения движения вязкой несжимаемой ($\rho = \text{const}$) жидкости в виде

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) &= \frac{du_x}{dt}; \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) &= \frac{du_y}{dt}; \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) &= \frac{du_z}{dt}. \end{aligned} \right\} (5.6)$$

В (5.6) учтено, что получающаяся при преобразованиях сумма $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$ для несжимаемой жидкости по уравнению неразрывности равна нулю. Уравнения (5.6) можно переписать в сокращенной форме:

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u_x &= \frac{du_x}{dt}; \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 u_y &= \frac{du_y}{dt}; \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 u_z &= \frac{du_z}{dt}, \end{aligned} \right\} (5.7)$$

воспользовавшись знаком ∇^2 для оператора Лапласа

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Отнесенные к единице массы силы вязкости (внутреннего трения) выражаются в (5.7) проекциями на оси координат $\nu \nabla^2 u_x$, $\nu \nabla^2 u_y$, $\nu \nabla^2 u_z$.

Выразив субстанциональное ускорение через локальное и конвективное, получим еще один вид уравнений движения вязкой жидкости

$$\left. \begin{aligned}
 F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \\
 &+ \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z; \\
 F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) &= \\
 &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_y}{\partial z} u_z; \\
 F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) &= \\
 &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_z}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_z}{\partial z} u_z.
 \end{aligned} \right\} (5.8)$$

Эти уравнения записаны для неустановившегося движения несжимаемой вязкой жидкости.

Динамическая вязкость μ жидкостей в общем случае зависит от давления и температуры. В обычных условиях при соответствующем обосновании можно принять $\mu = \text{const}$.

Составляющие плотности распределения массовых сил F_x , F_y , F_z считаются заданными (известными), а плотность ρ и кинематическая вязкость ν — постоянными.

Полученные уравнения совместно с уравнением неразрывности образуют замкнутую систему: при четырех уравнениях имеем четыре неизвестные функции

$$\rho, u_x, u_y, u_z.$$

Эти уравнения называются уравнениями Навье — Стокса.

Общее решение нелинейных дифференциальных уравнений Навье — Стокса пока не найдено. Но в ряде случаев получены частные решения. Для получения решения должны быть заданы начальные и граничные условия. Начальными условиями обычно задается распределение скоростей в области движения в некоторый момент времени. Граничными условиями задаются значения скорости или давления на границах потока. Граничные условия зависят от характера границ. На твердой границе используется условие прилипания частиц жидкости к твердому телу. Поэтому

граничное условие на неподвижной твердой границе заключается в равенстве нулю скоростей потока. На подвижной твердой границе скорость жидкости совпадает со скоростью границы.

Границей потока может служить свободная поверхность. В качестве граничного условия на свободной поверхности принимается условие: давление во всех точках свободной поверхности одинаково и равно давлению во внешней среде.

Уравнения в форме Громеки (см. § 4.4) для вязкой жидкости при установившемся движении несжимаемой жидкости при действии массовых сил имеют вид

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} (\Pi + p/\rho + u^2/2) + \nu \nabla^2 u_x &= 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z); \\ -\frac{\partial}{\partial y} (\Pi + p/\rho + u^2/2) + \nu \nabla^2 u_y &= 2(u_x \omega_z - u_z \omega_x); \\ -\frac{\partial}{\partial z} (\Pi + p/\rho + u^2/2) + \nu \nabla^2 u_z &= 2(u_y \omega_x - u_x \omega_y). \end{aligned} \right\} (5.9)$$

5.5. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СТРУЙКИ (ДЛЯ ЛИНИИ ТОКА) ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ

Умножим уравнения (5.9) на проекции элементарного перемещения dx , dy , dz вдоль линии тока соответственно и просуммируем. Получим

$$\begin{aligned} d(\Pi + p/\rho + u^2/2) - \nu (\nabla^2 u_x dx + \nabla^2 u_y dy + \\ + \nabla^2 u_z dz) = -2 \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Обозначим

$$dA = -\nu (\nabla^2 u_x dx + \nabla^2 u_y dy + \nabla^2 u_z dz).$$

Тогда dA представляет собой работу сил вязкости на элементарном перемещении вдоль линии тока, отнесенную к единице массы жидкости. Получим

$$d(\Pi + p/\rho + u^2/2 + A) = 0,$$

так как определитель равен нулю из-за пропорциональности первой и третьей строк [см. уравнение линии тока при установившемся движении (3.7)].

После интегрирования (для линии тока) найдем

$$P + p/\rho + u^2/2 + A = \text{const.} \quad (5.11)$$

Если из массовых сил действует только сила тяжести, то (5.11) принимает вид

$$gz + p/\rho + u^2/2 + A = \text{const.} \quad (5.12)$$

Здесь все члены уравнения отнесены к единице массы.

Для двух точек одной и той же линии тока, относя члены уравнения к единице веса, имеем

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + \frac{A_1}{g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + \frac{A_2}{g}.$$

Всегда $A_2 > A_1$. Обозначим $(A_2 - A_1)/g = h_{\text{тр}}$.

Окончательно имеем уравнение Бернулли для установившегося движения вязкой несжимаемой жидкости (вдоль линии тока)

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{\text{тр}}. \quad (5.13)$$

Используя рассуждения, аналогичные приводящимся для невязкой жидкости, укажем, что полученное уравнение (5.13) можно рассматривать как уравнение для элементарной струйки вязкой несжимаемой жидкости при установившемся движении в поле тяжести Земли.

Здесь $h_{\text{тр}}$ — потери напора (потери удельной энергии) на участке между сечениями 1—1 и 2—2.

Напомним, что как и ранее, удельной называем энергию, отнесенную к единице веса.

Затраченная на работу сил вязкости часть энергии превращается из механической в тепловую, причем этот процесс необратим. Он называется диссипацией энергии.

Из (5.13) очевидно, что $h_{\text{тр}}$ представляет собой разность удельной энергии жидкости в положениях 1 и 2 на одной и той же линии тока.

5.6. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Полученное уравнение Бернулли для струйки вязкой несжимаемой жидкости при установившемся движении (5.13) является основой, от которой перейдем к уравнению Бернулли для потока.

Сначала необходимо решить вопрос о распространении уравнения Бернулли на поток в целом. Рассмотрим отдельно удельную потенциальную и кинетическую энергии.

Удельная потенциальная энергия потока. В плавно изменяющемся установившемся потоке

$$u_x \approx u; \quad u_y \approx 0; \quad u_z \approx 0; \quad \partial u / \partial t = 0.$$

Уравнения движения для плавно изменяющегося установившегося потока имеют вид

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}; \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

Два последних уравнения аналогичны уравнениям Эйлера для покоящейся жидкости (2.4). Отсюда можно сделать вывод, что при установившемся плавно изменяющемся движении вязкой жидкости давление по живому сечению определяется по гидростатическому закону, т. е.

$$z + p/\rho g = \text{const.}$$

Теперь можем определить в уравнении Бернулли для потока удельную потенциальную энергию применительно к любой выбранной в данном живом сечении точке. Сумма $z + p/\rho g$ для всех точек живого сечения при рассматриваемом движении будет одинаковой.

Если поле скоростей потока имеет искривленные линии тока, то частицы жидкости движутся по криволинейным траекториям, при этом нарушается гидростатический закон распределения давления в живом сечении. Если линии тока обращены выпуклостью вниз, то давление нарастает по вертикали более интенсивно, чем при гидростатическом законе. (На рис 5.2 показаны безнапорные потоки, пьезометры присоединены к дну.)

Удельная кинетическая энергия потока. Удельная кинетическая энергия массы жидкости, протекающей через живое сечение в единицу времени, вычисленная по местным скоростям потока и отнесенная к единице веса,

$$E_{ки} = \frac{\int_{\omega} \rho u \, d\omega \frac{u^2}{2}}{\rho g Q} = \frac{1}{2gQ} \int_{\omega} u^3 \, d\omega. \quad (5.15)$$

Числитель представляет собой кинетическую энергию массы жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение, найденную по элементарным массам, проходящим через площадки $d\omega$ со скоростью u .

Вычисление E_{ku} по местным скоростям u потока весьма затруднительно, так как функция $u = u(x, y, z)$ для живого сечения потока не всегда известна. Целесообразно вычис-

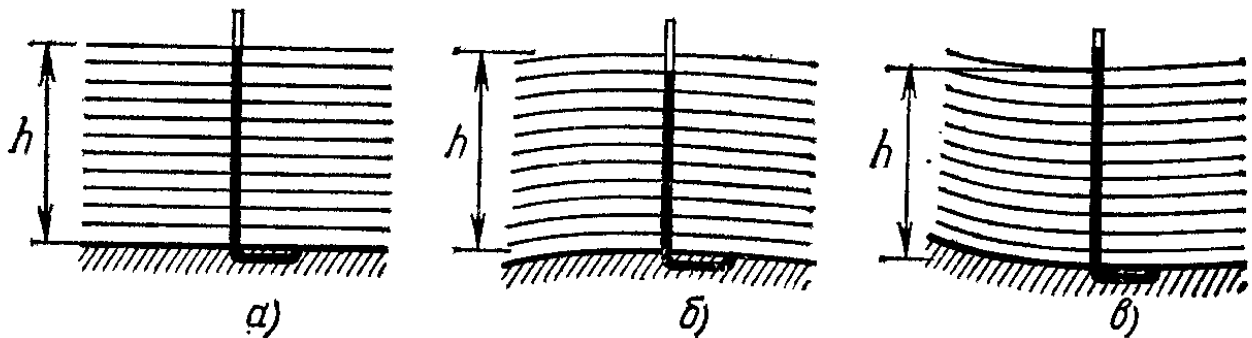


Рис. 5.2

лять E_k не по местным скоростям, а по средней скорости потока в живом сечении $v = Q/\omega$. При расходе Q и средней скорости v удельная кинетическая энергия, вычисленная по средней скорости, равна

$$E_{kv} = \frac{\rho Q v^2 / 2}{\rho g Q} = \frac{v^2}{2g}.$$

Обозначим отношение E_{ku} и E_{kv} через α :

$$\alpha = \frac{E_{ku}}{E_{kv}} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{u}{v} \right)^3 d\omega \quad (5.16)$$

или

$$E_{ku} = \alpha E_{kv}.$$

Коэффициент α называется коэффициентом кинетической энергии, или коэффициентом Кориолиса.

Запишем местную скорость u через среднюю скорость и некоторую знакопеременную добавку Δu :

$$u = v + \Delta u.$$

Получим по (5.16)

$$\alpha = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{v + \Delta u}{v} \right)^3 d\omega = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(1 + \frac{\Delta u}{v} \right)^3 d\omega.$$

Далее

$$\alpha = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left[1 + 3 \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^2 + 3 \frac{\Delta u}{v} + \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^3 \right] d\omega.$$

Из

$$Q = \int_{\omega} (v + \Delta u) d\omega = \int_{\omega} v d\omega + \int_{\omega} \Delta u d\omega = Q + \int_{\omega} \Delta u d\omega$$

следует, что $\int_{\omega} \Delta u d\omega = 0$.

Далее в силу знакопеременности Δu

$$\int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^3 d\omega \approx 0.$$

Таким образом,

$$\alpha = 1 + \frac{3}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^2 d\omega \quad (5.17)$$

или

$$\alpha = 1 + \frac{3}{\omega v^2} \int_{\omega} (\Delta u)^2 d\omega.$$

Из (5.17) ясно, что $\alpha > 1$.

Таким образом, удельная кинетическая энергия потока в данном сечении может быть определена по средней скорости в этом сечении, если известно значение коэффициента кинетической энергии

$$E_K = \alpha v^2 / 2g. \quad (5.18)$$

В таком виде удельная кинетическая энергия входит в уравнение Бернулли для потока.

Коэффициент кинетической энергии α равен отношению действительной кинетической энергии массы жидкости, протекающей через живое сечение (E_{Ku}), к кинетической энергии E_{Kv} , вычисленной в предположении, что во всех точках живого сечения местные скорости равны средней скорости.

Обычно при прямолинейном турбулентном движении в трубах $\alpha \approx 1,05 \div 1,10$, при таком же движении в земляных каналах $\alpha \approx 1,1 \div 1,25$, при прямолинейном ламинарном движении в трубах $\alpha = 2$. В ряде случаев турбулентного движения, происходящего в сложных условиях (например, в криволинейных потоках), коэффициент α может быть существенно бóльшим.

Значения коэффициента α определяют экспериментально. Для этого сечение разбивают на малые площадки $\Delta\omega_i$ и измеряют скорости в центрах этих площадок. Затем, считая скорость постоянной в пределах площадок, определяют коэффициент кинетической энергии по соотношению

$$\alpha = \frac{1}{\omega v^3} \sum u_i^3 \Delta\omega_i. \quad (5.19)$$

По полученным данным затем предлагаются рекомендации о значениях α для использования в расчетах.

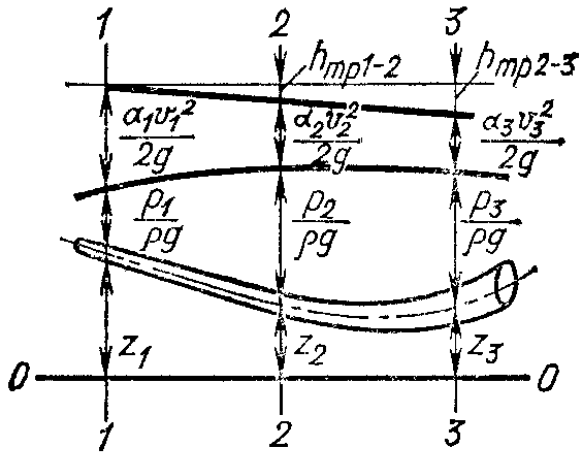


Рис. 5.3

Уравнение Бернулли для потока. Распространим на поток жидкости, ограниченный неподвижными границами (канал, река, трубопровод), уравнение Бернулли, выведенное для струйки. В сечениях, выделенных по длине потока (рис. 5.3), движение должно быть плавно изменяющимся. Тогда для любой точки данного живого сечения удельная потенциальная энергия $E_n = z + p/\rho g$ имеет одно и то же

значение. Удельная кинетическая энергия будет равна $E_k = \alpha v^2/2g$.

Тогда в сечении, например, 1—1 удельная энергия потока равна

$$E_1 = E_{п1} + E_{к1} = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}, \quad (5.20)$$

где z_1 — высота произвольно выбранной в рассматриваемом сечении точки относительно любой горизонтальной плоскости сравнения (на рис. 5.3 она обозначена 0—0).

Для потока вязкой жидкости сумма удельной потенциальной и удельной кинетической энергии

$$H = z + p/\rho g + \alpha v^2/2g$$

называется гидродинамическим напором (см. также § 4.7).

Потери удельной энергии на преодоление сопротивлений движению жидкости (на преодоление трения) на пути от сечения 1—1 до рассматриваемого сечения, например 2—2 или 3—3, оцениваются величиной $h_{тр}$, т. е. частью механической энергии, необратимо переходящей в тепловую.

Уравнение Бернулли для установившегося движения вязкой несжимаемой жидкости между двумя сечениями, в которых движение является плавно изменяющимся, имеет вид

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{\text{тр}}, \quad (5.21)$$

где z_1 и z_2 — высоты положения произвольных точек, выбранных в двух сечениях потока; p_1 и p_2 — давления в этих же точках; v_1 и v_2 — средние скорости в рассматриваемых сечениях 1—1 и 2—2; α_1 и α_2 — коэффициенты кинетической энергии (коэффициенты Кориолиса) в сечениях; $h_{\text{тр}}$ — потери удельной энергии (напора) на участке между рассматриваемыми сечениями.

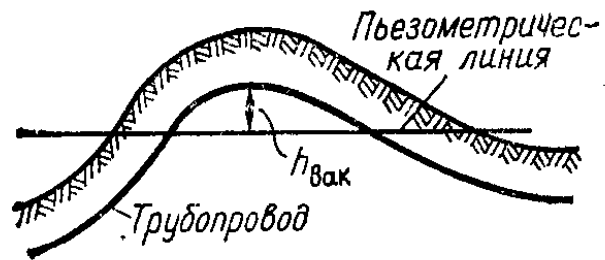


Рис. 5.4

Подчеркнем, что движение должно удовлетворять условиям плавной изменяемости только в сечениях, к которым применяется уравнение Бернулли. На участке между сечениями движение может и не быть плавно изменяющимся.

Все члены уравнения Бернулли (5.21) имеют линейную размерность и могут быть представлены графически.

При движении вязкой жидкости линия удельной энергии (напорная линия) не горизонтальна, как при движении невязкой жидкости, а представляет собой наклонную линию, так как удельная энергия потока (гидродинамический напор) $E = H = z + p/\rho g + \alpha v^2/2g$ при движении вязкой жидкости уменьшается в направлении движения. Пьезометрический напор (удельная потенциальная энергия) $z + p/\rho g$ в направлении движения может и уменьшаться, и увеличиваться в зависимости от конкретных условий. Если в напорном потоке в трубе при построении пьезометрической линии, соответствующей избыточному давлению, окажется, что на некотором участке она опустилась ниже точек оси трубы (рис. 5.4), то в потоке на этом участке давление ниже атмосферного (вакуум). Разность между ординатами рассматриваемой точки сечения и пьезометрической линии на данной вертикали соответствует

$$h_{\text{вак}} = p_{\text{вак}}/\rho g.$$

Гидравлическим уклоном называют отношение потерь напора $h_{\text{ТР}}$ к длине участка l , на котором эти потери происходят. При равномерном уменьшении отметок напорной линии

$$J = \frac{h_{\text{ТР}}}{l} = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right)}{l}. \quad (5.22)$$

В общем виде

$$J = - \frac{dH}{dl} = - \frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} \right). \quad (5.23)$$

Из (5.23) имеем

$$\frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + J = 0. \quad (5.24)$$

Пьезометрический уклон по (4.23) равен

$$J_{\text{п}} = - \frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho g} \right).$$

При равномерном движении средняя скорость по длине не изменяется. Следовательно, линия удельной энергии расположена выше пьезометрической линии на значение скоростного напора $\alpha v^2/2g$. В безнапорном потоке пьезометрическая линия совпадает со свободной поверхностью, а линия удельной энергии проходит параллельно ей и выше на $\alpha v^2/2g$. При равномерном движении в открытом русле уклон дна i , пьезометрический $J_{\text{п}}$ и гидравлический J уклоны равны между собой:

$$J = J_{\text{п}} = i = h_{\text{ТР}}/l.$$

5.7. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Рассмотрим уравнения Навье—Стокса в форме Громеки для неустановившегося движения несжимаемой вязкой жидкости при условии, что массовые силы имеют потен-

циал Π :

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u_x}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) + \nu \nabla^2 u_x &= \\ &= 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z); \\ -\frac{\partial u_y}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) + \nu \nabla^2 u_y &= \\ &= 2(u_x \omega_z - u_z \omega_x); \\ -\frac{\partial u_z}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) + \nu \nabla^2 u_z &= \\ &= 2(u_y \omega_x - u_x \omega_y). \end{aligned} \right\} (5.25)$$

Умножив уравнения соответственно на dx , dy , dz , взятые на линии тока, и сложив уравнения, получим

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} dx + \frac{\partial u_y}{\partial t} dy + \frac{\partial u_z}{\partial t} dz \right) - d \left(\Pi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + A \right) &= \\ &= 2 \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Рассмотрим движение вдоль линии тока. В этом случае определитель равен нулю. Далее, так как $dx = u_x dt$; $dy = u_y dt$; $dz = u_z dt$, то

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} dx + \frac{\partial u_y}{\partial t} dy + \frac{\partial u_z}{\partial t} dz &= \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} u_x + \frac{\partial u_y}{\partial t} u_y + \right. \\ &\left. + \frac{\partial u_z}{\partial t} u_z \right) dt = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u^2}{2} \right) dt = \frac{\partial u}{\partial t} dl, \end{aligned}$$

где dl — элементарный отрезок на линии тока. Здесь учтено, что $u dt = dl$.

Проинтегрировав в данный момент времени вдоль линии тока в пределах от l_1 до l_2 , получим

$$\left(\Pi_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + A_2 \right) - \left(\Pi_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + A_1 \right) = - \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial u}{\partial t} dl. \quad (5.26)$$

В (5.26) учтена и работа сил вязкости A , затраченная при элементарном перемещении единицы массы жидкости по линии тока.

Если из массовых сил действует только сила тяжести ($\Pi = gz + \text{const}$), то, относя все члены (5.26) к единице

веса жидкости, найдем

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{\text{тр.п}} + h_{\text{ин}}, \quad (5.27)$$

причем

$$h'_{\text{ин}} = \frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial u}{\partial t} dl.$$

Здесь $h'_{\text{ин}}$ — инерционный напор. Штрих при $h'_{\text{ин}}$ означает, что рассматривается элементарная струйка. Инерционный напор определяет изменения во времени удельной кинетической энергии жидкости на участке линии тока от l_1 до l_2 . Это изменение кинетической энергии обусловлено локальными ускорениями. Инерционный напор имеет линейную размерность.

Потери удельной энергии (напора) при неустановившемся движении обозначены $h_{\text{тр.п}}$.

При неустановившемся движении сила инерции, отнесенная к единице веса жидкости, равна

$$\frac{\rho d\omega dl \frac{du}{dt}}{\rho g d\omega dl} = \frac{1}{g} \frac{du}{dt}.$$

Учитывая, что

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial l} \frac{dl}{dt},$$

имеем для силы инерции, отнесенной к единице веса жидкости,

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{u^2}{2} \right).$$

Первый член представляет собой локальную силу инерции, а второй — конвективную.

Полученное уравнение (5.27) называется уравнением Бернулли для элементарной струйки вязкой несжимаемой жидкости при неустановившемся движении.

При переходе к уравнению Бернулли для потока при неустановившемся движении вязкой несжимаемой жидкости условимся рассматривать только такие случаи неустановившегося движения, при которых форма линий тока во времени не изменяется (а значения скоростей переменны

во времени). По сути дела, это потоки, ограниченные недеформируемыми стенками.

Для перехода к уравнению Бернулли для потока необходимо осреднить по живому сечению все члены полученного уравнения Бернулли для элементарной струйки (для линии тока) при неустановившемся движении. При этом инерционный напор для элементарной струйки $h'_{ин}$ и инерционный напор для потока $h_{ин}$ отнесем к единице веса жидкости:

$$h_{ин} = \frac{1}{\rho g Q} \int_{\omega} h'_{ин} \rho g u d\omega = \frac{1}{Q} \int_{\omega} u d\omega \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial u}{\partial t} dl.$$

В данный момент времени в связи с принятой выше неизменностью линий тока и несжимаемостью жидкости расход $dQ = u d\omega$ по длине струйки не изменяется, т. е. не зависит от длины.

Количество движения для потока, подсчитанное по местным скоростям, равно

$$(KD)_u = \int_{\omega} \rho u d\omega u = \rho \int_{\omega} u^2 d\omega.$$

По аналогии с изложенным выше (для кинетической энергии) имеем выражение количества движения для потока, полученное при допущении, что во всех точках живого сечения скорости одинаковы и равны средней скорости:

$$(KD)_v = \rho v^2 \omega.$$

Тогда коэффициент количества движения (коэффициент Буссинеска) равен

$$\alpha' = \frac{(KD)_u}{(KD)_v} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{u}{v}\right)^2 d\omega \quad (5.28)$$

или $(KD)_u = \alpha' (KD)_v$, т. е.

$$\int_{\omega} u^2 d\omega = \alpha' v^2 \omega. \quad (5.28a)$$

Найдем α' , вновь приняв $u = v + \Delta u$ (Δu — знакопеременная величина):

$$\alpha' = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{v + \Delta u}{v}\right)^2 d\omega = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(1 + \frac{\Delta u}{v}\right)^2 d\omega$$

или

$$\alpha' = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left[1 + 2 \frac{\Delta u}{v} + \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^2 \right] d\omega.$$

Так как по вышеизложенному $\int_{\omega} \Delta u d\omega = 0$, то

$$\alpha' = 1 + \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^2 d\omega. \quad (5.29)$$

Очевидно, что коэффициент количества движения α' меньше, чем коэффициент кинетической энергии α , на $\frac{2}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{\Delta u}{v} \right)^2 d\omega$. [ср. (5.17) и (5.29)].

Запишем

$$\begin{aligned} h_{ин} &= \frac{1}{gQ} \int_{l_1}^{l_2} dl \int_{\omega} u \frac{\partial u}{\partial t} d\omega = \frac{1}{gQ} \int_{l_1}^{l_2} dl \frac{\partial}{\partial t} \int_{\omega} \frac{u^2}{2} d\omega = \\ &= \frac{1}{2gQ} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha' v^2 \omega) dl = \frac{1}{2gQ} \int_{l_1}^{l_2} 2\alpha' \omega v \frac{\partial v}{\partial t} dl, \end{aligned}$$

где α' — коэффициент количества движения (коэффициент Буссинеска); v — средняя скорость в живом сечении.

Так как средняя скорость и расход зависят только от времени и не зависят от продольной координаты, то $\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt}$ и $\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dt}$. Тогда

$$h_{ин} = \frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \alpha' \frac{\partial v}{\partial t} dl.$$

Считая, что коэффициент α' не зависит от времени, получаем

$$h_{ин} = \alpha' \frac{l}{g} \frac{\partial v}{\partial t},$$

где l — расстояние между выбранными сечениями.

Поскольку распределение скоростей по живому сечению при неустановившемся движении, строго говоря, не соответствует распределению скоростей при установившемся движении со средней скоростью v , выражение для инер-

ционного напора $h_{ин}$ с учетом того, что при неустановившемся движении и коэффициент количества движения изменяется во времени, примет вид

$$h_{ин} = \alpha' \frac{l}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{l}{g} \frac{\partial \alpha'}{\partial t} = \frac{l}{g} \left(\alpha' \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \alpha'}{\partial t} \right).$$

Без учета изменения α' во времени получим, что для движения в прямолинейной цилиндрической трубе ($\omega = \text{const}$, а средняя скорость v является функцией только времени и не изменяется по длине)

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt} \text{ и } \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dt}.$$

Тогда средний по живому сечению инерционный напор

$$h_{ин} = \alpha' \frac{l}{g} \frac{dv}{dt}$$

или

$$h_{ин} = \frac{\alpha'}{g} \frac{l}{\omega} \frac{dQ}{dt}.$$

Уравнение Бернулли для потока несжимаемой жидкости при неустановившемся движении в прямолинейной цилиндрической трубе имеет вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{тр.н} + h_{ин}, \quad (5.30)$$

где

$$h_{ин} = \frac{\alpha' l}{g} \frac{dv}{dt}.$$

Важно отметить, что инерционный напор $h_{ин}$ может быть и положительным, и отрицательным. Если движение ускоренное ($dv/dt > 0$), то $h_{ин} > 0$. Если движение замедленное ($dv/dt < 0$), то и $h_{ин} < 0$. Инерционный напор не является мерой дополнительных потерь энергии, он выражает обратимые преобразования энергии. Полученное уравнение Бернулли для неустановившегося движения можно представить графически. При этом надо помнить, что уравнение выражает соотношение между параметрами потока только для данного момента времени.

При ускоренном движении линия удельной энергии понижается в направлении движения. Но при замедляющемся движении ($h_{ин} < 0$) на пути от первого до второго сечения будет происходить восстановление кинетической энер-

гии и переход ее в потенциальную. Если при этом $h_{тр.н}$ меньше, чем $h_{инь}$, то полная удельная энергия по длине возрастает, т. е. отметки линии удельной энергии будут по длине увеличиваться. Такое положение линии удельной энергии невозможно при установившемся движении.

В практических расчетах обычно принимают потери удельной энергии при установившемся ($h_{тр}$) и неустановившемся ($h_{тр.н}$) движении равными. Такое допущение связано с недостаточным объемом исследований, посвященных гидравлическому сопротивлению неустановившегося движения жидкости, и несогласованностью (а иногда и противоречивостью) имеющихся данных о влиянии ускорений на потери удельной энергии.

Глава 6

РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ. УРАВНЕНИЯ РЕЙНОЛЬДСА

6.1. ЛАМИНАРНЫЙ И ТУРБУЛЕНТНЫЙ РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ. ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДСА И ЕГО КРИТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что потери энергии при движении жидкости существенно зависят от характера движения частиц жидкости в потоке, от режима движения жидкости.

Еще в 1880 г. Д. И. Менделеев в работе «О сопротивлении жидкостей и воздухоплавании» указал на наличие различных видов движения жидкости, которые отличаются друг от друга характером зависимостей сил трения от скорости движения. Более подробно эти виды движения жидкостей были изучены английским физиком О. Рейнольдсом в 1883 г.

Наглядно особенности режимов движения можно наблюдать на специальной опытной установке, схема которой показана на рис. 6.1. К баку B достаточно больших размеров, наполненному жидкостью, присоединена стеклянная труба T ; вход в трубу сделан плавным; в конце трубы установлен кран K для регулирования расхода потока. Измерение расхода выполняется с помощью мерного бака M и секундомера.

Над баком B расположен сосуд C , наполненный раствором краски, плотность которого близка к плотности жидкости в потоке. По трубке T_1 краска вводится в поток. Расход краски регулируется краном P .

При открытом кране K в трубе T установится некоторая скорость потока (высота уровня жидкости в баке поддерживается постоянной). Если открыть кран P , то в тру-

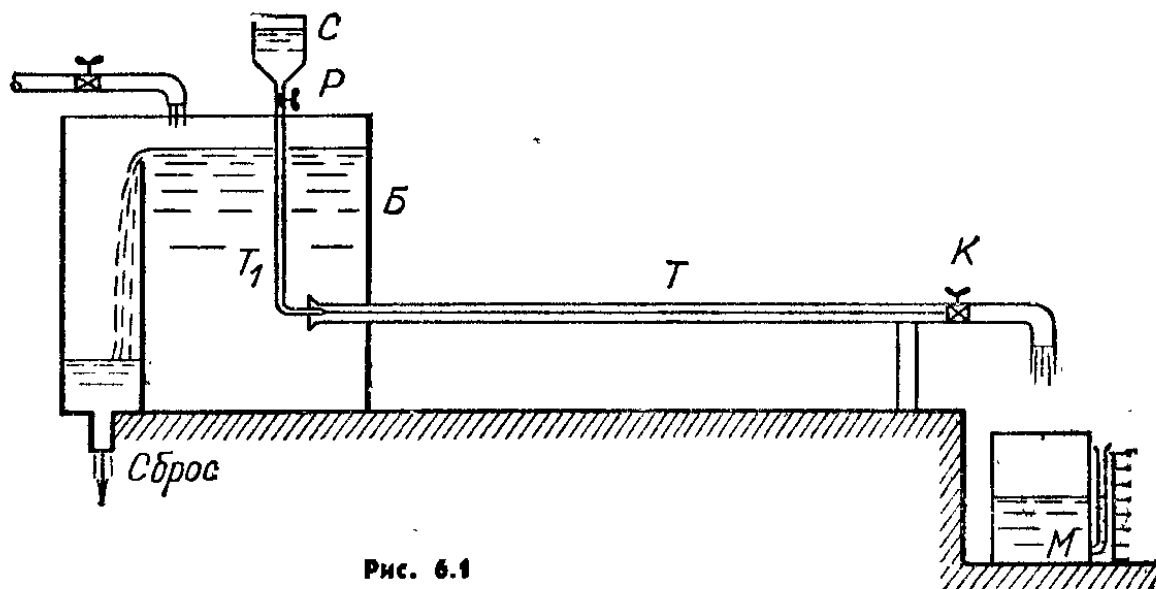


Рис. 6.1

бу T начнет поступать краска. При малой скорости v потока в трубе T краска образует прямолинейную и резко выделяющуюся не смешивающуюся с окружающей жидкостью струйку. Заметного обмена частицами между окрашенной струйкой и окружающей ее жидкостью не происходит. Если ввести в жидкость краску несколькими струйками, то все они будут двигаться, не смешиваясь с остальной массой жидкости. Это свидетельствует о том, что в прямой стеклянной трубе T при данном открытии крана жидкость движется отдельными не перемешивающимися между собой слоями. Линии тока при этом прямолинейны и устойчивы (рис. 6.2, а).

При некотором большем открытии крана окрашенная струйка начинает искривляться и становится волнообразной. Это может происходить только в результате изменений во времени (пульсации) векторов местных скоростей в потоке.

При дальнейшем увеличении скорости потока в трубе T струйка распадается на отдельные хорошо видимые вихри, происходит перемешивание окрашенной струйки со всей массой текущей жидкости (рис. 6.2, б).

Движение жидкости, при котором отсутствуют изменения (пульсации) местных скоростей, приводящие к перемешиванию жидкости, называют ламинарным (от латинского слова *lamina* — слой).

Движение жидкости, при котором происходят изменения (пульсации) местных скоростей, приводящие к перемешиванию жидкости, называют турбулентным (от латинского слова *turbulentus* — беспорядочный).

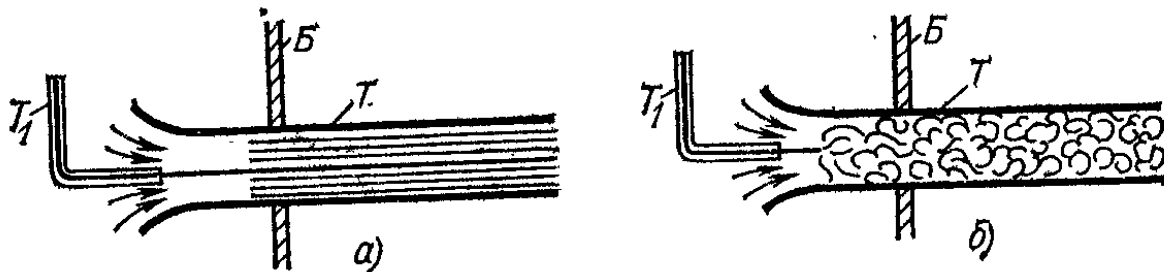


Рис. 6.2

При постепенном закрывании крана явление повторяется в обратном порядке. Однако переход от турбулентного режима к ламинарному происходит при скорости, меньшей той, при которой наблюдается переход от ламинарного движения к турбулентному. Скорость потока, при которой происходит смена режима движения жидкости, называется критической. Рейнольдсом было обнаружено существование двух критических скоростей: одной — при переходе ламинарного режима движения в турбулентный режим, она называется верхней критической скоростью $v_{в.кр}$, другой — при переходе турбулентного режима движения в ламинарный режим, она называется нижней критической скоростью $v_{н.кр}$. Опытным путем доказано, что значение верхней критической скорости зависит от внешних условий опыта: постоянства температуры, уровня вибрации установки и т. д. Нижняя критическая скорость в широком диапазоне изменения внешних условий остается практически неизменной. В опытах было показано, что нижняя критическая скорость для потока в цилиндрической трубе круглого сечения пропорциональна кинематической вязкости ν и обратно пропорциональна диаметру трубы d :

$$v_{н.кр} = kv/d.$$

Коэффициент пропорциональности k оказался одинаковым для различных v и d :

$$k = v_{н.кр} d/\nu = 2320.$$

В честь Рейнольдса этот коэффициент был назван критическим числом Рейнольдса и обозначен $Re_{кр}$.

Для любого потока по известным v , d , ν можно составить и вычислить число Рейнольдса $Re = vd/\nu$ и сравнить его с критическим значением $Re_{кр}$. Если $Re < Re_{кр}$, то $v < v_{н.кр}$ и режим движения жидкости ламинарный; если $Re > Re_{кр}$, то $v > v_{н.кр}$ и режим движения, как правило, турбулентный. Однако создание специальных условий движения жидкости (плавный вход в трубу, изоляция от динамических воздействий и т. п.) позволяло в лабораторных условиях получать и наблюдать ламинарное движение в трубах при числах Re , доходивших до $(40 \div 50) \cdot 10^3$ и более. Но такое ламинарное движение очень неустойчиво, и достаточно воздействия малого возмущения, чтобы произошел переход в турбулентное движение.

Таким образом, в общем случае режим движения жидкости определяется безразмерным комплексом

$$\frac{vl}{\mu/\rho} = \frac{vl}{\nu}, \quad (6.1)$$

составленным из четырех величин: динамической вязкости μ , плотности жидкости ρ , характерного геометрического размера живого сечения l и средней скорости потока v .

Этот комплекс называется числом Рейнольдса и обозначается символом Re .

Число Рейнольдса характеризует отношение сил инерции к силам трения (вязкости).

Отнесенные к единице объема силы инерции, действующие в установившемся потоке, имеют порядок $\rho v^2/l$; силы трения, также отнесенные к единице объема, — $\rho \nu v/l^2$. Очевидно, что отношение указанных сил и дает число $Re = vl/\nu$, где l — характерный поперечный размер живого сечения.

Поскольку характерный размер живого сечения выбирается произвольно, число Рейнольдса имеет нижний индекс, указывающий выбранную характерную линейную величину. Чаще всего в качестве характерных линейных величин принимают диаметр трубы d , гидравлический радиус R или глубину жидкости в открытом русле (канале) h .

Тогда

$$Re_d = vd/\nu; \quad Re_R = vR/\nu; \quad Re_h = vh/\nu.$$

Число Re_d в дальнейшем будем обозначать Re без индекса.

В расчетах обычно принимают для цилиндрических круглых труб $Re_{кр} = 2320$.

На конфузорных (сужающихся) участках труб значение $Re_{кр} > 2320$, а на расширяющихся участках (диффузор) $Re_{кр} < 2320$.

Для открытых русл

$$Re_{кр} = vR/\nu = 580.$$

В опытах Рейнольдса было обнаружено, что переход ламинарного движения в турбулентное происходит не мгновенно и не одновременно по всей длине трубы. При числах Re , близких к $Re_{кр}$ (но меньше $Re_{кр}$), на отдельных участках трубы периодически возникают турбулентные области («пробки»), которые сносятся вниз по направлению движения. На месте возникновения «пробки» вновь восстанавливается ламинарное движение. Происходит перемежающаяся смена ламинарного и турбулентного движений в данном сечении. При дальнейшем увеличении числа Re участки турбулентного движения полностью заполняют трубу.

Коэффициент перемежаемости β равен отношению времени, в течение которого в данном сечении наблюдалось турбулентное движение, ко всему времени наблюдений; если $\beta = 0$, движение ламинарное, если $\beta = 1$, движение полностью турбулентное.

При $Re = Re_{кр} = 2320$ движение становится полностью турбулентным ($\beta = 1$) на длине более тысячи диаметров от входа в трубу.

В природе и технике турбулентное движение жидкости наблюдается чаще, чем ламинарное. Области ламинарного движения — движение вязких жидкостей типа масел по трубам и в механизмах, движение грунтовых вод (но оно может также быть и турбулентным), движение в капиллярах (в том числе и движение крови в живых организмах).

6.2. ТУРБУЛЕНТНЫЕ ПОТОКИ. ОСРЕДНЕННЫЕ СКОРОСТИ И НАПРЯЖЕНИЯ. ПУЛЬСАЦИОННЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Измерения местных скоростей турбулентного потока показали, что поле скоростей такого потока изменяется беспорядочно, хаотично; однако изменение местных скоростей носит ярко выраженный пульсационный характер — значе-

ния составляющих скорости «пульсируют» около некоторых осредненных значений.

Рейнольдс предложил рассматривать мгновенные значения параметров турбулентного движения в виде суммы осредненных (во времени) значений и пульсационных составляющих (добавок).

При этом мгновенные значения проекций скорости и напряжений записывают в виде

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \bar{u}_x + u'_x; & u_y &= \bar{u}_y + u'_y; & u_z &= \bar{u}_z + u'_z; \\ \rho &= \bar{\rho} + \rho'; & \tau &= \bar{\tau} + \tau'. \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

Все величины с чертой наверху представляют собой осредненные по времени значения параметров

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_0^T u_i dt; \quad \bar{\rho} = \frac{1}{T} \int_0^T \rho dt; \quad \bar{\tau} = \frac{1}{T} \int_0^T \tau dt,$$

где T — интервал времени осреднения.

Пульсационные составляющие проекций скорости и напряжений (их называют также пульсационными добавками, пульсационными скоростями и напряжениями) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} u'_x &= u_x - \bar{u}_x; & u'_y &= u_y - \bar{u}_y; & u'_z &= u_z - \bar{u}_z; \\ \rho' &= \rho - \bar{\rho}; & \tau' &= \tau - \bar{\tau}. \end{aligned}$$

При турбулентном движении пульсирующими величинами являются не только составляющие (проекции) скорости, но и нормальные напряжения ρ , и касательные напряжения τ .

Значения осредненных во времени пульсационных добавок скорости и напряжений равны нулю:

$$\begin{aligned} \bar{u}'_x &= \frac{1}{T} \int_0^T u'_x dt = 0; \\ \bar{u}'_y &= \frac{1}{T} \int_0^T u'_y dt = 0; & \bar{u}'_z &= \frac{1}{T} \int_0^T u'_z dt = 0; \\ \bar{\rho}' &= \frac{1}{T} \int_0^T \rho' dt = 0; & \bar{\tau}' &= \frac{1}{T} \int_0^T \tau' dt = 0. \end{aligned}$$

Понятно, что записанные (для краткости) без индексов значения нормальных и касательных напряжений и их пульсационные составляющие (добавки) в каждом конкретном случае имеют необходимые индексы, характеризующие направления действия и площадки, к которым эти напряжения приложены.

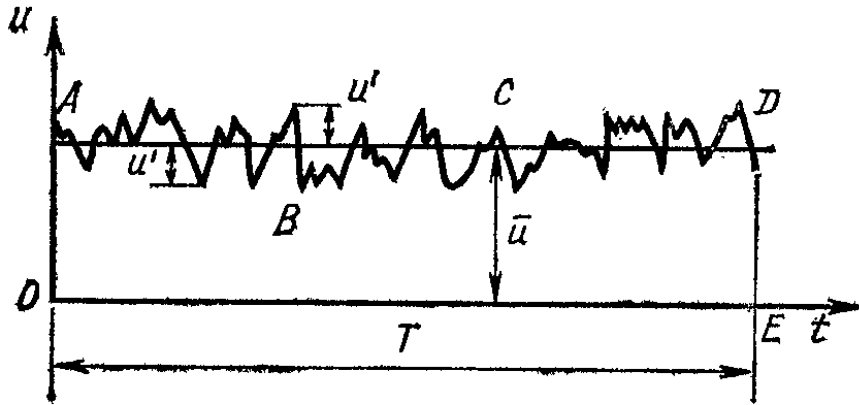


Рис. 6.3.

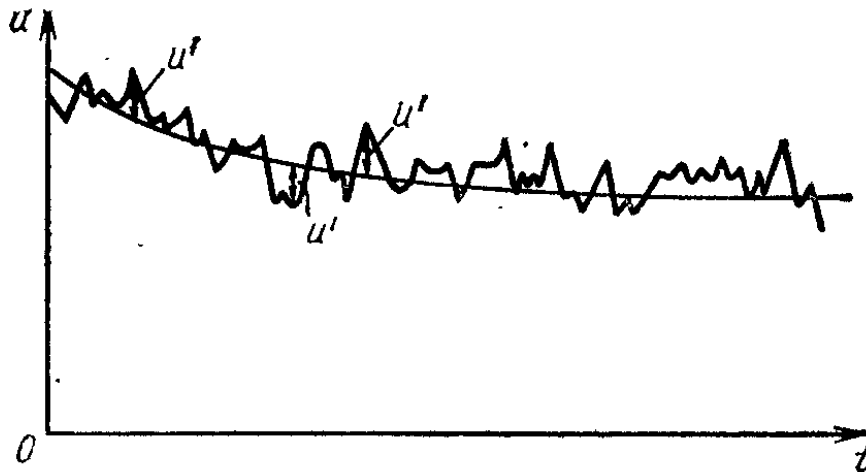


Рис. 6.4

При рассмотрении турбулентного движения принимается, что интервал времени осреднения T достаточно велик, вследствие чего осредненное значение пульсирующей составляющей не изменяется, если выполнить повторное осреднение.

Пульсации мгновенных значений кинематических и динамических параметров обуславливают то обстоятельство, что в строгом понимании турбулентное движение является неустановившимся (даже если осредненные характеристики его не изменяются во времени).

При турбулентном движении местные осредненные скорости могут не зависеть от времени [установившееся осредненное турбулентное движение (рис. 6.3)] или зависеть

от времени [неустановившееся осредненное турбулентное движение (рис. 6.4)], но в обоих случаях мгновенные значения местных скоростей в точках отличаются от осредненных, т. е. пульсируют.

Если изменение во времени какого-либо параметра, например горизонтальной составляющей скорости u_x в данной точке при установившемся осредненном турбулентном движении, изобразить графически (рис. 6.3), то интеграл $\int_0^T u_x dt$ будет равен площади фигуры $OABCDE$, заключенной между кривой $u_x = f(t)$, т. е. $ABCD$, осью абсцисс OE и ординатами OA и ED , отвечающими началу и концу назначенного интервала времени T .

Осредненное (по времени) значение \bar{u}_x отсюда будет равно указанному ранее:

$$\bar{u}_x = \frac{1}{T} \int_0^T u_x dt.$$

Необходимо четко различать осредненную (по времени, в данной точке) и среднюю в данном живом сечении скорость $v = Q/\omega$ (Q — расход, ω — площадь живого сечения).

Для оценки пульсационных составляющих (добавок) скорости вводится стандарт, равный среднеквадратичному отклонению пульсационных добавок:

$$\begin{aligned} \sigma_{u_y} &= \sqrt{\overline{(u'_y)^2}}; \quad \sigma_{u_z} = \sqrt{\overline{(u'_z)^2}}; \\ \sigma_{u_x} &= \sqrt{\overline{(u'_x)^2}}; \quad \sigma_p = \sqrt{\overline{(p')^2}}; \quad \sigma_\tau = \sqrt{\overline{(\tau')^2}}. \end{aligned}$$

Степенью (интенсивностью) турбулентности ε называют отношение среднеквадратичного отклонения пульсационной составляющей (добавки) скорости к характерной скорости потока (к осредненной местной скорости в данной точке, к средней по вертикали, к средней по живому сечению, к максимальной скорости). Обычно за характерную скорость принимают среднюю скорость потока, осредненную местную скорость в данной точке или динамическую скорость

$$u_* = \sqrt{gRJ}$$

(обозначения известны: R — гидравлический радиус, J — гидравлический уклон).

Отнеся среднеквадратичное отклонение к средней скорости потока, имеем соответственно σ_{u_x}/v ; σ_{u_y}/v ; σ_{u_z}/v .

Исследования показывают, что наиболее общие результаты для описания пульсирующих скоростей при турбулентном движении получаются, если в качестве масштаба скоростей принять динамическую скорость u_* , т.е. находить отношения $\epsilon_x = \sigma_{u_x}/u_*$; $\epsilon_y = \sigma_{u_y}/u_*$; $\epsilon_z = \sigma_{u_z}/u_*$, при этом получаются универсальные кривые распределения ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z по радиусу трубы или по глубине открытого потока.

Турбулентность характеризуется также частотой пульсаций скорости. Опыты показывают, что при турбулентном движении наблюдаются довольно широкие спектры частот.

В большинстве процессов, происходящих при турбулентном напорном (в трубопроводах) и безнапорном (в каналах и реках) движении, определяющими являются низкочастотные пульсации.

6.3. ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

Основной особенностью турбулентного режима движения является интенсивное перемешивание частиц жидкости (молей). Подчеркнем, что имеется в виду перемешивание

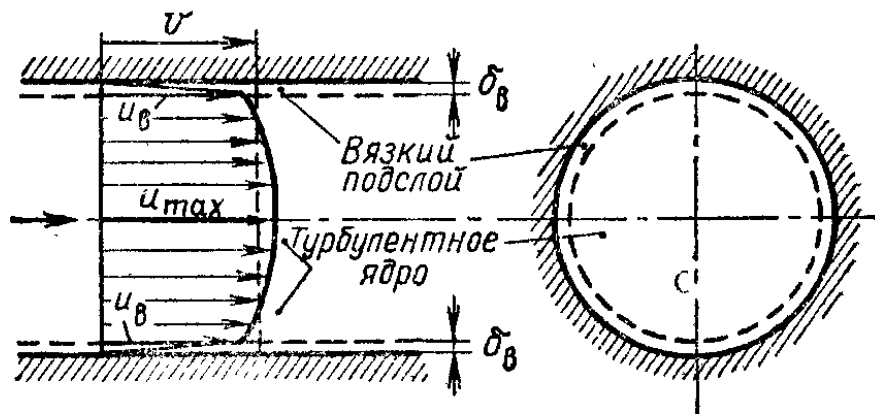


Рис. 6.3

именно молей, а не молекул жидкости. Интенсивность процесса перемешивания растет с увеличением числа Рейнольдса.

Рассмотрим поток жидкости в прямолинейной цилиндрической трубе круглого сечения (осесимметричный поток).

Исследованиями установлено, что процессы турбулентного перемешивания происходят по-разному в различных

частях поперечного сечения трубы. Современные представления о структуре потока в трубе при турбулентном режиме движения представим в виде приближенной двухслойной схемы (модели) (рис. 6.5).

На твердой стенке (внутренняя поверхность трубы) скорости, в том числе и пульсационные, равны нулю. Вблизи твердой стенки находится весьма тонкий слой, толщину его обозначим δ_v (на рис. 6.5 размер δ_v непропорционально увеличен). В этом слое преимущественное влияние имеют касательные напряжения, рассчитываемые по закону вязкого трения Ньютона (1.12). Поэтому рассматриваемый слой назван вязким подслоем потока.

В пределах вязкого подслоя скорость линейно увеличивается от нуля на стенке до некоторого значения u_v на границе слоя.

Раньше считали, что в пределах этого тонкого слоя движение полностью ламинарное, пульсации в нем отсутствуют, и поэтому рассматриваемый слой называли ламинарной пленкой. Однако теперь установлено, что пульсации скорости, давления и касательного напряжения передаются и в вязкий подслой, так что говорить о полностью ламинарном характере движения в вязком подслое не следует.

Интенсивность пульсаций продольной скорости в нем может достигать 0,3 (это весьма большое значение для данного случая). Остальная часть поперечного сечения трубы занята турбулентным ядром потока, где и происходят интенсивные пульсации скорости и перемешивание частиц. Подчеркнем, что описанная двухслойная модель турбулентного потока — приближенная.

Определение толщины вязкого подслоя будет рассмотрено в гл. 7.

6.4. УРАВНЕНИЯ РЕЙНОЛЬДСА

Как уже указывалось, турбулентное движение жидкости характеризуется хаотичным беспорядочным случайным изменением скоростей и других гидродинамических параметров. Эти изменения носят характер нерегулярных пульсаций и потому допускают осреднение и представление поля любого гидродинамического параметра в виде суммы двух полей: поля осредненного параметра и поля пульсаций параметра.

Пользуясь таким представлением, запишем по (6.2) проекции действительных местных скоростей u_x, u_y, u_z через их осредненные значения \bar{u}_x, \bar{u}_y и \bar{u}_z и пульсационные добавки u'_x, u'_y, u'_z : $u_x = \bar{u}_x + u'_x$;

$u_y = \bar{u}_y + u'_y$; $u_z = \bar{u}_z + u'_z$, так же поступим и с давлением $p = \bar{p} + p'$. При этом учтем, что осредненные во времени пульсационные составляющие местных скоростей и давление равны нулю: $\overline{u'_x} = 0$; $\overline{u'_y} = 0$; $\overline{u'_z} = 0$; $\overline{p'} = 0$, так как пульсационные составляющие — знакопеременные величины с равной вероятностью как положительных, так и отрицательных их значений.

Рейнольдс предложил, выполняя осреднение, придерживаться определенных правил. Если f и p — осредняемые зависимые переменные, а s — одна из четырех независимых переменных x, y, z, t , то $\overline{\bar{f}} = \bar{f}$; $\overline{\bar{p}} = \bar{p}$; $\overline{\bar{f}p} = \bar{f}\bar{p}$; $\frac{\partial \bar{f}}{\partial s} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial s}$; $\overline{\int f ds} = \int \bar{f} ds$, где повторное осредне-

ние обозначено двумя чертами над осредняемой величиной.

Рассмотрим уравнения Навье — Стокса (5.8), сначала только первое из этих уравнений

$$\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) = \\ = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z. \end{aligned}$$

Рассмотрим три последних члена в правой части, выражающих конвективное ускорение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z = \frac{\partial}{\partial x} (u_x u_x) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} (u_x u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (u_x u_z) - \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) u_x. \end{aligned}$$

Так как для несжимаемой жидкости уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0,$$

то

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z = \\ = \frac{\partial}{\partial x} (u_x u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (u_x u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (u_x u_z). \end{aligned}$$

Выполнив аналогичные преобразования для конвективных членов в двух других уравнениях Навье — Стокса (5.8), получим уравнения Навье — Стокса в виде

$$\begin{aligned}
& F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) = \\
& = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_x u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (u_x u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (u_x u_z); \\
& F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) = \\
& = \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_y u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (u_y u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (u_y u_z); \\
& F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) = \\
& = \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_z u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (u_z u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (u_z u_z).
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Выполнив операции осреднения членов уравнений, получим

$$\begin{aligned}
F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u}_x &= \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u_x u_x}) + \\
& + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u_x u_y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u_x u_z}); \\
F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{u}_y &= \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u_y u_x}) + \\
& + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u_y u_y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u_y u_z}); \\
F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{u}_z &= \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u_z u_x}) + \\
& + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u_z u_y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u_z u_z}).
\end{aligned}$$

При дальнейших преобразованиях учтем, что

$$\begin{aligned}
\overline{u_x u_x} &= \overline{(u_x + u'_x)(\bar{u}_x + u'_x)} = \bar{u}_x^2 + 2\bar{u}_x \bar{u}'_x + \overline{u'^2_x}; \\
\overline{u_x u_y} &= \overline{(\bar{u}_x + u'_x)(\bar{u}_y + u'_y)} = \bar{u}_x \bar{u}_y + \bar{u}_x \bar{u}'_y + \bar{u}_y \bar{u}'_x + \overline{u'_x u'_y}; \\
\overline{u_x u_z} &= \overline{(\bar{u}_x + u'_x)(\bar{u}_z + u'_z)} = \bar{u}_x \bar{u}_z + \bar{u}_x \bar{u}'_z + \bar{u}_z \bar{u}'_x + \overline{u'_x u'_z}
\end{aligned}$$

и т. д.

Так как $\bar{u}'_x = \bar{u}'_y = \bar{u}'_z = 0$, то получим

$$\begin{aligned}
\overline{u_x u_x} &= \bar{u}_x^2 + \overline{u'^2_x}; \quad \overline{u_x u_z} = \bar{u}_x \bar{u}_z + \overline{u'_x u'_z}; \\
\overline{u_x u_y} &= \bar{u}_x \bar{u}_y + \overline{u'_x u'_y} \quad \text{и т. д.}
\end{aligned}$$

Для осредненного установившегося $\left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial t} = \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial t} = \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} = 0 \right)$ турбулентного движения получаем три уравнения Рейнольдса

$$\begin{aligned}
 F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u}_x &= \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \bar{u}_y + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} \bar{u}_z + \\
 &+ \frac{\partial (\overline{u'_x u'_x})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{u'_x u'_y})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{u'_x u'_z})}{\partial z}; \\
 F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{u}_y &= \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial y} \bar{u}_y + \\
 &+ \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial z} \bar{u}_z + \frac{\partial (\overline{u'_y u'_x})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{u'_y u'_y})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{u'_y u'_z})}{\partial z}; \\
 F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{u}_z &= \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial y} \bar{u}_y + \\
 &+ \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} \bar{u}_z + \frac{\partial (\overline{u'_z u'_x})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{u'_z u'_y})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{u'_z u'_z})}{\partial z}.
 \end{aligned}$$

Уравнение неразрывности является четвертым уравнением, входящим в систему уравнений осредненного установившегося турбулентного движения вместе с уравнениями Рейнольдса.

После осреднения уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} = 0.$$

Каждый из членов, содержащих пульсационные составляющие скорости, можно записать в ином виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial (\overline{u'_x u'_x})}{\partial x} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'_x u'_x}); \\
 \frac{\partial (\overline{u'_x u'_z})}{\partial x} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'_x u'_z}); \quad \frac{\partial (\overline{u'_x u'_y})}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'_x u'_y}).
 \end{aligned}$$

Перепишем уравнения Рейнольдса, изменив форму записи членов с пульсационными скоростями:

$$\begin{aligned}
 F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u}_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'_x u'_x}) - \\
 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho u'_x u'_y}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho u'_x u'_z}) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \bar{u}_y + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} \bar{u}_z; \\
F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{u}_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'_y u'_x}) - \\
&- \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho u'_y u'_y}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho u'_y u'_z}) = \\
&= \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial y} \bar{u}_y + \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial z} \bar{u}_z; \\
F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{u}_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'_z u'_x}) - \\
&- \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho u'_z u'_y}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho u'_z u'_z}) = \\
&= \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial x} \bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial y} \bar{u}_y + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} \bar{u}_z.
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Члены вида $\overline{\rho u'_x u'_x}$, $\overline{\rho u'_x u'_y}$, $\overline{\rho u'_x u'_z}$ имеют размерность напряжений. Таким образом, в левой части уравнений имеются члены как отражающие действие чисто вязкостных напряжений

$$\nu \nabla^2 \bar{u}_x = \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \bar{u}_x; \quad \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \bar{u}_y; \quad \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \bar{u}_z,$$

так и содержащие напряжения, связанные с пульсациями скоростей, т. е. появляющиеся только при турбулентном режиме движения, например

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'_x u'_x}); \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho u'_x u'_y}); \\
&\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho u'_x u'_z}).
\end{aligned}$$

Члены $\overline{\rho u'_x u'_x}$, $\overline{\rho u'_y u'_y}$, $\overline{\rho u'_z u'_z}$ представляют собой нормальные турбулентные напряжения на площадках, перпендикулярных соответствующим осям, а $\overline{\rho u'_x u'_y}$, $\overline{\rho u'_x u'_z}$, $\overline{\rho u'_y u'_z}$ — касательные турбулентные напряжения на тех же площадках.

Следует обратить внимание на знаки минус перед турбулентными напряжениями в уравнениях Рейнольдса. Касательные напряжения — положительные величины, а пульсации скорости, в них входящие, разноименны. При положительном значении, например, u'_x добавка u'_z , действующая на рассматриваемый элементарный объем (на частицу

жидкости), будет отрицательной вследствие неизменности массы в этом объеме. Произведения $u'_x u'_z$ (и других разноименных пульсационных составляющих скорости) — всегда отрицательные величины.

Таким образом, при турбулентном движении касательные напряжения могут быть представлены суммой вязкостных напряжений $\tau_{\text{лам}}$ и касательных напряжений, появляющихся вследствие турбулентных пульсаций $\tau_{\text{турб}}$:

$$\tau = \tau_{\text{лам}} + \tau_{\text{турб}}. \quad (6.5)$$

Турбулентные касательные напряжения выражаются формулой

$$\tau_{\text{турб}ik} = -\overline{\rho u'_i u'_k}, \quad (6.6)$$

при этом они подчиняются свойству взаимности: $\tau_{ik} = \tau_{ki}$.

Полученная система является незамкнутой. Для того чтобы с помощью уравнений Рейнольдса можно было получить определенные результаты, необходимо замкнуть систему введением в нее дополнительных соотношений, устанавливающих связи между переменными, не использованные при составлении системы уравнений движения. Проблема замыканий уравнений Рейнольдса в общем виде не решена.

Обычно в качестве дополнительных соотношений используют зависимости между турбулентными касательными напряжениями и осредненными скоростями турбулентных потоков.

6.5. РАЗЛИЧНЫЕ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В настоящее время существует несколько гипотез, позволяющих получить зависимости между турбулентными касательными напряжениями и осредненными скоростями турбулентных потоков. Эти гипотезы получили название теорий турбулентности.

Одной из наиболее распространенных теорий турбулентности является полуэмпирическая теория Л. Прандтля, предложенная им в 1925 г. Она основана на представлении о том, что при турбулентном перемешивании количество движения массы, переносимой в потоке за счет поперечной пульсационной составляющей скорости, остается неизменным на некотором пути, а затем изменяется скачком. Длина этого пути — так называемая длина пути перемешивания l . Предполагается, что это расстояние проходит молекула жидкости, не взаимодействуя с другими молекулами и сохраняя постоянным свое осредненное количество движения.

После прохождения этого пути моль жидкости смешивается с жидкостью другого слоя, отдавая ей разницу количества движения. Длина пути перемешивания имеет аналог в виде длины свободного пробега молекулы в молекулярно-кинетической теории. Но при этом средняя длина пробега молекул мала по сравнению с размерами поперечного сечения, а размеры турбулентных вихрей (образований) могут быть сопоставимы с размерами сечения.

Длина перемешивания — геометрическая величина, которая характеризует внутреннюю структуру потока при турбулентном движении, ее рассматривают как один из масштабов турбулентности.

Рассмотрим турбулентный установившийся поток (рис. 6.6). Ось OX совпадает с направлением осредненного движения.

Через площадку $\Delta\omega$, выбранную в потоке нормально к оси OZ , переносится жидкость со скоростью u'_z . Масса перенесенной за время Δt жидкости

$$\Delta m = \rho u'_z \Delta\omega \Delta t.$$

Если продольная скорость этой массы до пересечения границы u_x , а количество движения $\rho u'_z \Delta\omega \Delta t u_x$, то согласно гипотезе Прандтля значения этих величин остаются неизменными на пути l , а затем изменяются. В теории Прандтля l предполагается малой. На расстоянии l от площадки $\Delta\omega$ осредненная скорость потока равна $\bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} l$, а количество движения массы равно $\rho u'_z \Delta\omega \Delta t \left(\bar{u}_x + \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} l \right)$.

Применив теорему о количестве движения, придем к выводу, что на пути l на перемещающуюся массу действовала продольная сила $\Delta T_{\text{турб}}$

$$\Delta T_{\text{турб}} \Delta t = \rho u'_z \Delta\omega \Delta t \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} l \quad \text{или} \quad \Delta T_{\text{турб}} = \rho u'_z \Delta\omega \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} l.$$

Эту силу называют силой турбулентного трения.

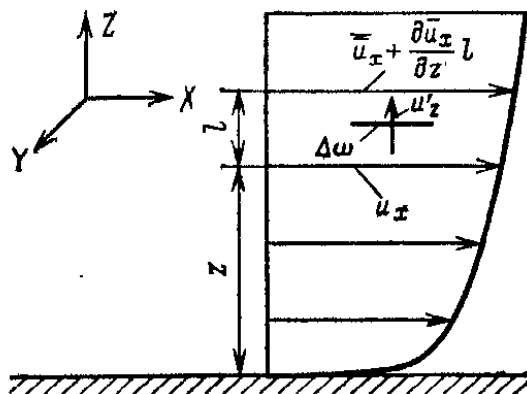


Рис. 6.6

Модуль касательного напряжения

$$\tau_{\text{турб}} = \frac{\Delta T_{\text{турб}}}{\Delta \omega} = \rho u'_z \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} l.$$

Для двумерных равномерных потоков (рис. 6.6) $\bar{u}_x = \bar{u}_x(z)$, $\bar{u}_y = 0$; $\bar{u}_z = 0$. В этом случае $\frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{d\bar{u}_x}{dz}$. Допуская, что $\frac{d\bar{u}_x}{dz} l \approx u'_x$, и подставляя u'_x в предыдущее выражение для $\tau_{\text{турб}}$ с учетом разноименности u'_x и u'_z (см. § 6.4), имеем:

$$\tau_{\text{турб}} = -\rho u'_x u'_z.$$

Таким образом, теория Прандтля объясняет происхождение турбулентных касательных напряжений в уравнениях Рейнольдса обменом количества движения при перемешивании масс.

Осредненное значение $\tau_{\text{турб}}$ имеет вид

$$\bar{\tau}_{\text{турб}} = -\overline{\rho u'_x u'_z}, \quad (6.7)$$

т. е. мы вновь получили такое же выражение для $\tau_{\text{турб}}$, что и (6.6) из уравнений Рейнольдса.

Далее Прандтль предположил, что величины u'_x и u'_z одного порядка.

Так как $u'_x \approx l \frac{d\bar{u}_x}{dz}$, то

$$\tau_{\text{турб}} = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2. \quad (6.8)$$

Общее касательное напряжение при турбулентном режиме движения равно сумме чисто вязкостного напряжения $\tau_{\text{лам}}$ и $\tau_{\text{турб}}$, при этом $\tau_{\text{лам}}$ определяется по (1.12). Тогда

$$\tau = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dz} + \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2. \quad (6.9)$$

Знак плюс в первом члене соответствует увеличению скоростей при возрастании расстояния z , отсчитываемого от стенки.

При ламинарном движении нет перемешивания в жидкости и

$$\tau_{\text{лам}} = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dz}. \quad (6.10)$$

При развитом турбулентном движении, когда происходит интенсивное перемешивание в жидкости, второй член в (6.9) существенно больше, чем первый, и $\mu \bar{d}u_x/dz$ можно пренебречь. Тогда по (6.8)

$$\tau = \tau_{\text{турб}} = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2.$$

Так как каждая из пульсационных составляющих скорости приближенно пропорциональна средней скорости, то для развитого турбулентного движения касательные напряжения растут пропорционально квадрату средней скорости (квадратичная область сопротивления) и обозначаются $\tau_{\text{кв}}$:

$$\tau_{\text{кв}} = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2. \quad (6.11)$$

Когда значения $\tau_{\text{лам}}$ сопоставимы со значениями $\tau_{\text{турб}}$, то общее касательное напряжение определяется по (6.9) и зависит от средней скорости и степени, меньшей чем вторая.

Предлагались и другие гипотезы для определения касательного напряжения $\tau_{\text{турб}}$. Буссинеск в 1877 г. предложил записывать турбулентное касательное напряжение по аналогии с вязкостным касательным напряжением $\tau_{\text{лам}} = \mu \bar{d}u_x/dz$ в виде

$$\tau_{\text{турб}} = \mu_{\text{турб}} \frac{d\bar{u}_x}{dz}, \quad (6.8a)$$

где $\mu_{\text{турб}} = \rho \nu_{\text{турб}}$ — коэффициент турбулентного обмена, называемый также виртуальной (кажущейся) вязкостью по аналогии с динамической вязкостью μ ; $\nu_{\text{турб}}$ — кинематическая турбулентная вязкость [в отличие от кинематической (молекулярной) вязкости ν].

Очевидно, что исходя из (6.8a) $\nu_{\text{турб}}$ должна иметь вид

$$\nu_{\text{турб}} = l^2 \frac{d\bar{u}_x}{dz}.$$

Как кинематическая вязкость $\nu_{\text{турб}}$, так и динамическая турбулентная вязкость $\mu_{\text{турб}} = \rho \nu_{\text{турб}}$ характеризуют статистические свойства турбулентности и зависят от механизма турбулентного перемешивания. Величины $\mu_{\text{турб}}$ и $\nu_{\text{турб}}$ существенно изменяются в пределах живого сечения как в трубах, так и в открытых потоках; $\nu_{\text{турб}} \gg \nu$.

Сведения о кинематической турбулентной вязкости важны при рассмотрении распределения взвешенных частиц (наносов) в потоке, а также при изучении других вопросов.

Академик М. Д. Миллионщиков предложил рассматривать турбулентную кинематическую вязкость состоящей из трех слагаемых:

$$\nu_{\text{турб}} = \nu + \nu_{\text{турб1}} + \nu_{\text{турб2}},$$

при этом

$$\frac{\tau_{\text{турб}}}{\rho} = \nu_{\text{турб}} \frac{d\bar{u}_x}{dz}.$$

Составляющая $\nu_{\text{турб1}}$ равна

$$\nu_{\text{турб1}} = \kappa (z - \delta_B) u_*,$$

где δ_B — толщина вязкого подслоя.

Составляющая $\nu_{\text{турб2}}$ равна

$$\nu_{\text{турб2}} = \kappa_1 (K_{\text{ш}} - \delta_B) u_*^3,$$

где κ и κ_1 — коэффициенты; $K_{\text{ш}}$ — параметр, определяющий характерную высоту шероховатости.

Исходя из этой гипотезы, М. Д. Миллионщиковым получены формулы для распределения скоростей и для коэффициента Дарси λ , хорошо согласующиеся с опытом.

По А. Н. Колмогорову в связи с проявлениями неустойчивости осредненного движения возникают турбулентные возмущения (вихри) первого порядка, т. е. самые крупные в данных условиях. Распад вследствие неустойчивости этих вихрей приводит к появлению более мелких вихрей, от которых появляются еще более мелкие вихри. И так вплоть до вихрей самого малого размера, в которых и происходит гашение энергии путем перехода ее во внутреннюю тепловую энергию (в теплоту). Меньше последних вихри не могут образоваться вследствие влияния вязкости. Такая картина структуры существует, если турбулентные вихри первого порядка (самые крупные) получают энергию из осредненного движения, а вихри последующих порядков получают энергию по каскаду друг от друга, от более крупных к более мелким соседним и так далее. Частота пульсации скорости для самых крупных вихрей — наименьшая, в более мелких вихрях частота пульсаций увеличивается по мере уменьшения их размеров.

А. Н. Колмогоровым получено выражение для внутреннего масштаба турбулентности, характеризующего размеры тех вихрей, где энергия потока переходит непосредственно в тепловую вследствие действия сил вязкости.

Внутренний масштаб равен

$$\eta = \nu^{3/4} / e^{1/4},$$

где ν — кинематическая вязкость; e — рассеиваемая (переходящая в теплоту в единицу времени) удельная энергия, отнесенная к единице массы.

В безнапорных и напорных потоках вихри первого порядка сопоставимы с глубиной потока или с диаметром (радиусом) трубы, которые принимают в этих случаях за внешний масштаб турбулентности.

Так как турбулентное движение является случайным процессом, то его можно описать рядом статистических характеристик. Обычно используют корреляционные моменты, коэффициенты корреляции, спектральные функции, коэффициенты вариации (интенсивности турбулентности), коэффициенты эксцесса и т. д. Упрощенный анализ ограничивается сведениями о стандартах пульсаций, их интенсивности, частотах, законах распределения вероятностей пульсаций и о масштабах турбулентности.

Укажем, что теоретические работы (А. Н. Колмогоров и другие авторы) пока еще не приводят к рекомендациям для технических расчетов, хотя успешно объясняют закономерности механизма турбулентного движения. Поэтому здесь в технических приложениях используем решения, основанные на гипотезе Прандтля.

Глава 7

ПОТЕРИ НАПОРА (УДЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ)

7.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОТЕРЬ НАПОРА

Потери удельной энергии (напора), затрачиваемой на преодоление сопротивлений движению вязкой жидкости (гидравлических сопротивлений), слагаются из потерь двух видов:

1) потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений по длине, пропорциональных длине участков русла или трубы, по которым движется жидкость, — потерь по длине $h_{дл}$;

2) потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений в пределах коротких участков в непосредственной близости к тем или иным местным конструктивным устройствам труб, каналов (вход, выход, расширение, сужение, поворот, трубопроводная арматура, фасонные части и т. п.) — местных потерь напора h_m .

Принимается, что общие потери напора в системе труб или русл равны сумме потерь напора по длине отдельных участков и всех местных потерь напора:

$$h_{тр} = \Sigma h_{дл} + \Sigma h_m. \quad (7.1)$$

Эти потери энергии (в данном случае удельной) обусловлены переходом механической энергии потока в тепловую. Процесс этот необратим.

Наличие гидравлических сопротивлений при движении вязкой жидкости связано с работой сил трения внутри жидкости. Только благодаря силам трения механическая энергия может перейти в теплоту.

Механизм действия сил сопротивления очень сложен. Аналитически пока не удалось получить универсальные соотношения для их вычисления. Потери напора по длине различны для разных видов движения. Поэтому при расчетах потерь напора используют, как правило, эмпирические зависимости.

Приведем классификацию движений по характеру поля скоростей (ограничимся здесь только установившимся движением):

1) равномерное движение с постоянными по длине средней скоростью и эпюрой скоростей: ламинарное и турбулентное;

2) неравномерное движение с постоянной по длине средней скоростью и изменяющейся по длине эпюрой скоростей (участки стабилизации эпюры скоростей): ламинарное и турбулентное;

3) неравномерное плавно изменяющееся движение (см. гл. 3): ламинарное и турбулентное;

4) неравномерное движение с изменением средней скорости и эпюры скоростей в пределах коротких участков, обычно называемых местными сопротивлениями: ламинарное и турбулентное.

Различие кинематической структуры для каждого из перечисленных видов движения определяет различие в расчетных зависимостях для потерь напора по длине. Для турбулентного движения в указанных выше случаях рассматриваются обычно эпюры осредненных скоростей.

1. Равномерное движение. Различие в характере поля скоростей при ламинарном и турбулентном движении сказывается и на зависимости потерь напора по длине при этих режимах движения. Исследования потерь напора по длине при равномерном движении в прямолинейных трубопроводах показывают, что зависимость $h_{дл}$ от средней скорости v в логарифмических координатах на графике предстает в виде отрезков прямых линий (рис. 7.1), уравнения которых имеют вид

$$\lg h_{дл} = \lg b + m \lg v.$$

При этом общий вид зависимости можно выразить так:

$$h_{дл} = bv^m,$$

где b учитывает влияние размеров трубы и шероховатости ее стенок и вида жидкости; m — показатель степени.

На рис. 7.1 отрезок AK , соответствующий ламинарному движению, образует с осью абсцисс угол $\theta_1 = 45^\circ$, $m_1 = \operatorname{tg} \theta_1 = 1$. Точка K на графике соответствует скорости $v_{н.кр.}$. При ламинарном режиме движения потери удельной энергии по длине пропорциональны первой степени скорости.

При турбулентном режиме движения отрезок NB на графике составляет с осью абсцисс угол θ_2 , $\operatorname{tg} \theta_2 = 1,75 \div 2,0$. Точка N соответствует скорости $v_{в.кр.}$. Следовательно, при турбулентном режиме движения потери удельной энергии пропорциональны средней скорости в степени от 1,75 до 2,0.

При значении средней скорости v , заключенном в пределах $v_{н.кр.} < v < v_{в.кр.}$, зависимость $h_{дл} = f(v)$ определяется конкретными условиями, в которых происходит движение.

2. Неравномерное движение с постоянной по длине средней скоростью (но с изменяющимся по длине распределением продольных составляющих местных скоростей по живому сечению, т. е. с изменяющейся по длине эпюрой скоростей) наблюдается в напорных трубопроводах на начальных участках.

При турбулентном режиме движения рассматривается распределение по живому сечению (эпюра) продольных осредненных скоростей и пульсационных добавок. На начальном участке, расположенном непосредственно за входом в трубу или в канал, происходит изменение местных скоростей потока от начального (на входе) их распределения по живому сечению до распределения, соответствующего равномерному движению.

При плавном криволинейном входе из достаточно большого резервуара в трубу эпюра местных осредненных ско-

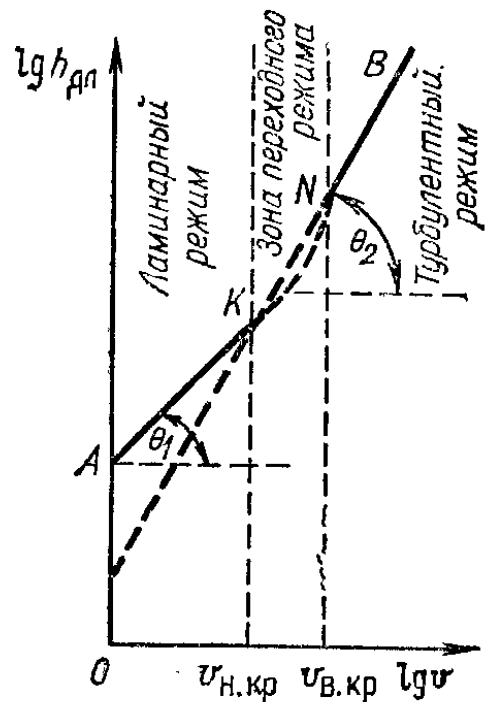


Рис. 7.1

ростей в поперечных сечениях в створе 1—1 будет весьма близкой к равномерной (коэффициент Кориолиса $\alpha \approx 1$). Скорость непосредственно на стенке равна нулю. Тормозящее влияние сил вязкости приводит к трансформации эпюры скоростей (рис. 7.2). В начале трубы вблизи стенок образуется пограничный, симметричный относительно оси слой, в котором скорости при удалении от стенки увеличиваются. На длине начального участка в средней части по-

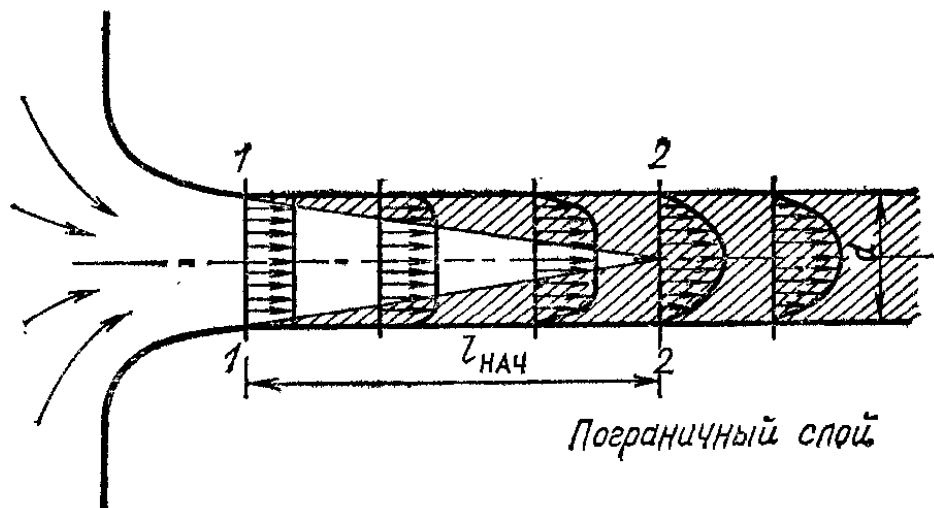


Рис. 7.2

перечного сечения сохраняются практически постоянные скорости. Постепенно (вниз по течению) область постоянных скоростей уменьшается, а толщина пограничного слоя растет. Наконец, пограничный слой смыкается на оси трубы. Длину участка от сечения 1—1 до сечения 2—2, где это происходит, называют длиной начального участка $l_{\text{нач}}$. Далее по длине потока распределение скоростей остается почти неизменным.

Толщина пограничного слоя в месте смыкания при симметричном движении равна $d/2$ (d — диаметр трубы). Строго говоря, распределение скоростей приближается к распределению, соответствующему равномерному движению, асимптотически.

В условиях, когда в трубе режим движения ламинарный, на всем протяжении начального участка поток будет ламинарным.

Если интенсивность турбулентности на входе в трубу мала, то сначала образуется ламинарный пограничный слой, затем сравнительно небольшой участок с перемежающимся движением и, наконец, турбулентный пограничный слой. При сильно турбулизованном потоке на входе (на-

пример, за центробежным насосом, на входе с острой кромкой или за установленной на входе решеткой или сеткой) длина начального участка меньше, чем при ламинарном потоке.

Распределение каждого из параметров потока (осредненные скорости, турбулентные пульсации скорости, касательные напряжения) принимает вид, соответствующий равномерному потоку, на участках разной длины. Кроме того, различные параметры по-разному зависят от числа Рейнольдса, формы входа и поперечного сечения, шероховатости стенок, начальной интенсивности турбулентности потока на входе и т. д.

Иногда движение, при котором распределение осредненных скоростей не изменяется по длине трубы (рис. 7.3, а), называют так же стабилизированным, или полностью развитым (ламинарным или турбулентным) движением. Длина стабилизации осредненных скоростей на начальном участке при напорном турбулентном движении в трубе составляет $(30—35)d$, если стабилизацию считать законченной в сечении, где отношение u_{max}/v на 3 % превышает значение такого же отношения при равномерном движении.

Стабилизация распределения по живому сечению пульсационных составляющих скорости при турбулентном напорном движении в трубе заканчивается на расстоянии приблизительно $80d$.

Таким образом, при расчетах и исследованиях длина начального участка принимается в зависимости от того, какие параметры и с какой степенью приближения к параметрам равномерного движения нас интересуют.

3. Неравномерное плавно изменяющееся движение характеризуется признаками, приведенными в гл. 3. При этом виде движения потери удельной энергии (напора) по длине часто рассчитывают по тем же форму-

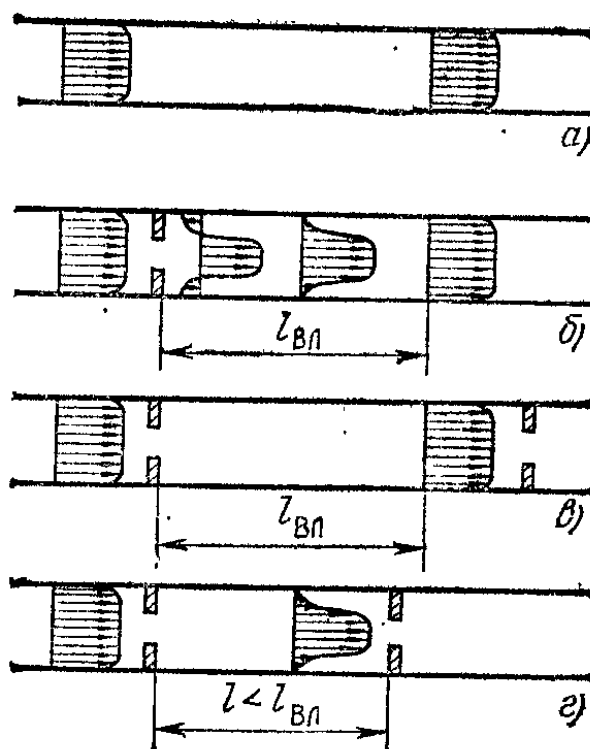


Рис. 7.3

лам, что и потери по длине при равномерном движении (см. далее, гл. 7 и 8).

4. Неравномерное движение с неплавным изменением средней скорости на коротких участках возникает обычно при протекании жидкости через конструктивные элементы.

При движении жидкости через конструктивные элементы труб и каналов (местные сопротивления) изменяются кинематические характеристики (как осредненные, так и пульсационные, если рассматривается турбулентное движение) по сравнению с движением, не возмущенным наличием местных конструктивных элементов в трубе (канале) (рис. 7.3, б—г).

Если режим движения турбулентный, то за местным возмущающим поток элементом отмечается повышенная пульсация скоростей и более интенсивное перемешивание частиц жидкости; могут произойти отрывы потока от ограничивающих поверхностей (стенок) и образоваться водоворотные зоны с циркуляционным движением жидкости. Особенности такого движения будут рассмотрены в гл. 9.

По мере удаления вниз по направлению движения от возмущающих поток конструктивных элементов кинематическая структура потока постепенно стабилизируется и приходит к виду, характерному для невозмущенного равномерного движения (рис. 7.3, б).

Длиной зоны влияния данного конструктивного элемента (препятствия) называют длину участка, за пределами которого кинематические характеристики потока (в том числе и пульсационные) принимают вид, характерный для невозмущенного потока. Длина зоны влияния на рис. 7.3, б—г обозначена $l_{вл}$. Ее также называют длиной участка стабилизации эпюры скоростей.

При развитом турбулентном напорном движении в трубах приближенно принимают в зависимости от конкретных условий длину зоны влияния конструктивного элемента $(30—60)d$ (d — диаметр трубы).

Равномерное (стабилизированное или полностью развитое) движение имеет место за пределами начального участка ниже по направлению движения или за пределами зоны влияния конструктивных элементов или устройств. При этом движении не изменяются по длине не только скорости, но и распределение местных осредненных и пульсационных скоростей по живому сечению.

В дополнение к сказанному выше отметим, что при равномерном движении также неизменны по длине гидравлический уклон и касательные напряжения на стенке.

Следует иметь в виду, что суммирование потерь напора по (7.1) может давать приемлемые по точности результаты лишь тогда, когда рассматриваемые конструктивные элементы отстоят друг от друга на расстоянии, не меньшем чем длина зоны влияния, т. е. между местными сопротивлениями, возмущающими поток, должны иметься участки со стабилизированным движением (рис. 7.3, в). В противном случае (рис. 7.3, г) распределение скоростей на подходе к местному препятствию не соответствует равномерному движению и расчеты по (7.1) могут привести к ошибкам.

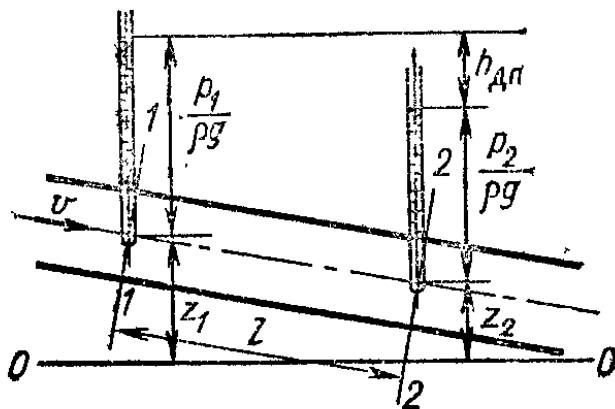


Рис. 7.4

Потери напора по длине экспериментально определяются следующим образом.

В сечениях, где движение равномерное (т. е. за пределами начального участка или зоны влияния), к отверстиям в стенках русла (трубопровода) присоединяются (рис. 7.4) пьезометры. Из уравнения Бернулли, составленного для этих сечений, следует, что

$$h_{\text{тр}} = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} \right). \quad (7.2)$$

При равномерном движении ($v_1 = v_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$) имеем

$$h_{\text{тр}} = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right)$$

или

$$h_{\text{тр}} = \Delta H_{\text{п}},$$

где $\Delta H_{\text{п}}$ — разность пьезометрических напоров.

В горизонтальной прямолинейной трубе ($z_1 = z_2$) при равномерном движении потери напора определяются так:

$$h_{\text{тр}} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \Delta p / \rho g. \quad (7.3)$$

В этом случае $h_{\text{тр}} = h_{\text{дл}}$.

Обычно потери напора выражают через скоростной напор

$$h_{\text{тр}} = \zeta v^2/2g, \quad (7.4)$$

где ζ — коэффициент сопротивления (коэффициент потерь), показывающий, какому количеству скоростных напоров (или долей скоростного напора) соответствует потеря напора, затрачиваемого на преодоление данного сопротивления.

В форме (7.4) выражаются как потери по длине

$$h_{\text{дл}} = \zeta_{\text{дл}} v^2/2g, \quad (7.5)$$

так и местные потери напора

$$h_{\text{м}} = \zeta_{\text{м}} v^2/2g \quad (7.6)$$

— формула Вейсбаха, где $\zeta_{\text{дл}}$ — коэффициент сопротивления по длине; $\zeta_{\text{м}}$ — коэффициент местного сопротивления.

Большинство коэффициентов сопротивления, приводимых в справочниках, найдены экспериментально. Экспериментальное определение местных потерь напора будет описано в гл. 9.

7.2. ЗАВИСИМОСТЬ ПОТЕРЬ НАПОРА ОТ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА

В инженерных задачах о движении вязкой жидкости необходимо рассчитать динамические (перепад давления Δp или сила сопротивления тела, на которое набегают поток) или кинематические (обычно средняя скорость потока v) параметры потока.

Для определения вида зависимости потерь напора на трение (по длине) от различных влияющих на потери факторов применим метод размерностей.

Важно отметить, что составление полного и правильного перечня величин, характеризующих изучаемый процесс, — крайне ответственный этап для получения расчетных формул с помощью метода размерностей. Здесь необходимы представления о физике процесса, которые основаны на накопленном опыте гидравлических исследований.

При установившемся движении в поле сил тяжести перепад давления (или сила сопротивления тела, обтекаемого жидкостью) и средняя скорость зависят от следующих параметров:

1) геометрических параметров русла или трубопровода. К ним относятся форма и характерные размеры живого сечения l_1 и l_2 ; длина по направлению движения l ; углы,

ограничивающие живое сечение; форма, взаимное расположение и размеры выступов шероховатости стенок: Δ — высота выступа и l_{Δ} — характерный продольный размер выступа шероховатости;

2) физических свойств жидкости: ρ — плотности, μ — динамической вязкости, σ — поверхностного натяжения и $E_{ж}$ — модуля упругости;

3) степени турбулизации потока, которая характеризуется в первую очередь среднеквадратичными значениями пульсационных составляющих σ_u .

При неустановившемся движении, кроме того, к перечисленным величинам добавляется время t .

Согласно π -теореме уравнение, выражающее некоторую физическую закономерность и содержащее k размерных величин (из которых n величин имеют независимые размерности), может быть преобразовано в уравнение, связывающее $(k-n)$ независимых безразмерных комплексов. Эти безразмерные комплексы составлены из указанных k величин.

Независимыми называются комплексы, которые не могут быть получены в виде степенной функции остальных комплексов.

В гидравлике в качестве параметров с независимыми размерностями принимают базовые величины: характерный линейный размер, скорость и плотность. Размерность любой другой величины в приведенном выше перечне может быть выражена через размерности базовых величин. В качестве линейного размера, характеризующего живое сечение, примем l_1 — характерный размер живого сечения. В различных задачах это будет или R — гидравлический радиус, или h — глубина жидкости, или d — диаметр трубы и т. д.

Если произвольную из указанных размерных величин, не входящую в состав параметров с независимыми размерностями, обозначить через N_i , то безразмерный комплекс, характеризующий влияние данной размерной величины N_i на движение жидкости (π -член), выражается как

$$\pi_i = \frac{l_1^x v^y \rho^z}{N_i} = L^0 M^0 T^0. \quad (7.7)$$

Могут быть применены и π -члены в виде $\pi_i^z = \pi_i^{-1}$.

Напомним, что размерности базовых величин таковы:

$$[l_1] = L; \quad [v] = LT^{-1}; \quad [\rho] = ML^{-3}.$$

В общем виде взаимосвязь между указанными величинами, включая и ускорение свободного падения g , имеет вид

$$f(l, l_1, l_2, \Delta, l_\Delta, \Delta\rho, v, \rho, \mu, g, \sigma, E_{ж}, \sigma_u, t) = 0, \quad (7.8)$$

всего имеем $k=14$ размерных величин. Так как величины с независимыми размерностями $n=3$, то в результате должны получить $k-n=11$ безразмерных комплексов (π -членов).

Рассмотрим применение метода размерностей для размерных величин $\Delta\rho$, μ , g и Δ .

Применим (7.7) к перепаду давления $\Delta\rho$.

Имеем

$$\frac{[l_1]^x [v]^y [\rho]^z}{[\Delta\rho]} = L^0 M^0 T^0$$

или

$$L^x \left(\frac{L}{T}\right)^y \left(\frac{M}{L^3}\right)^z \left(\frac{M}{T^2 L}\right)^{-1} = L^0 M^0 T^0.$$

Тогда

$$x + y - 3z + 1 = 0;$$

$$z - 1 = 0;$$

$$-y + 2 = 0;$$

$$x = 0; \quad y = 2; \quad z = 1.$$

Следовательно, $\pi_{\Delta\rho} = \rho v^2 / \Delta\rho$ или $\pi'_{\Delta\rho} = \Delta\rho / \rho v^2$. (7.9)

Безразмерный комплекс $\Delta\rho / \rho v^2$ называется числом Эйлера Eu .

Запишем (7.7) для динамической вязкости μ , размерность которой $[\mu]$:

$$\frac{[l_1]^x [v]^y [\rho]^z}{[\mu]} = L^0 M^0 T^0,$$

отсюда

$$L^x \left(\frac{L}{T}\right)^y \left(\frac{M}{L^3}\right)^z \left(\frac{M}{LT}\right)^{-1} = L^0 M^0 T^0.$$

Сравнивая показатели степени при одноименных размерностях в правой и левой частях, получим

$$x + y - 3z + 1 = 0;$$

$$-y + 1 = 0;$$

$$z - 1 = 0;$$

тогда $x=1, y=1, z=1$.

Получим

$$\pi_{\mu} = l_1 v \rho / \mu.$$

Учитывая, что $\mu/\rho = \nu$ — кинематическая вязкость, находим, что влияние вязкости отражается безразмерным комплексом π_{μ} , т. е. известным числом Рейнольдса

$$\pi_{\mu} = Re = v l_1 / \nu. \quad (7.10)$$

Для размерного члена Δ получим, применяя аналогичный прием,

$$\frac{[l_1]^x [v]^y [\rho]^z}{[\Delta]} = L^0 M^0 T^0$$

или

$$L^x \left(\frac{L}{T}\right)^y \left(\frac{M}{L^3}\right)^z (L)^{-1} = L^0 M^0 T^0,$$

откуда

$$\begin{aligned} x + y - 3z - 1 &= 0; & z &= 0; & -y &= 0 \text{ и } x = 1; \\ y &= 0; & z &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, π -член, отражающий влияние высоты выступов шероховатости, представится в виде

$$\pi_{\Delta} = l_1 / \Delta \text{ или } \pi'_{\Delta} = \Delta / l_1. \quad (7.11)$$

Следовательно, на движение жидкости оказывает влияние не абсолютное значение высоты выступа шероховатости, а безразмерная величина — относительная шероховатость Δ/l_1 . Как уже указывалось, l_1 — линейная величина характеризующая живое сечение русла или трубы. Это может быть диаметр d или радиус трубы r_0 , гидравлический радиус R , глубина безнапорного потока h .

Величина, обратная относительной шероховатости, т. е. l_1/Δ , называется относительной гладкостью.

Определим π -член, отражающий влияние силы тяжести, представленной в (7.8) ускорением g . Снова применим (7.7):

$$\begin{aligned} \frac{[l_1]^x [v]^y [\rho]^z}{[g]} &= L^0 M^0 T^0; \\ L^x \left(\frac{L}{T}\right)^y \left(\frac{M}{L^3}\right)^z \left(\frac{L}{T}\right)^{-1} &= L^0 M^0 T^0. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}x + y - 3z - 1 &= 0; & z &= 0; & -y + 2 &= 0; \\x &= -1; & y &= 2; & z &= 0.\end{aligned}$$

Отсюда π -член, отражающий влияние силы тяжести на движение жидкости, равен

$$\pi_g = Fr = v^2/gl_1. \quad (7.12)$$

Этот безразмерный комплекс называется числом Фруда. В литературе (особенно в зарубежной) применяют число Фруда в форме

$$Fr = \sqrt{\pi_g} = v/\sqrt{gl_1}.$$

Выполнив анализ размерностей и для других членов уравнения (7.8), найдем соответствующие π -члены

$$\begin{aligned}\pi_{l_2} &= l_2/l_1; & \pi_{l_\Delta} &= l_1/l_\Delta; \\ \pi_\sigma &= v^2 l_1 \rho/\sigma; & \pi_{E_{ж}} &= v^2 \rho/E_{ж}; & \pi_{\sigma_u} &= \sigma_u/v; \\ \pi_t &= l_1/vt.\end{aligned}$$

Укажем названия и обозначения ряда безразмерных комплексов, отражающих:

поверхностное натяжение — число Вебера

$$We = v^2 l_1 \rho/\sigma;$$

упругость жидкости — число Коши

$$Ca = v^2 \rho/E_{ж};$$

время (при неустановившемся движении) — число Струхала

$$Sh = l_1/vt;$$

турбулентность — число Кармана

$$Ka = \sigma_u/v.$$

Геометрическое соотношение, характеризующее живое сечение, представлено π -членом $\pi_{l_2} = l_2/l_1$.

Относительная длина элементов (выступов) шероховатости (в направлении движения) представлена π -членом $\pi'_{l_\Delta} = l_\Delta/l_1$.

Из приведенного перечня факторов, влияющих на потери напора при движении жидкости, конечно, не во всех случаях, могут присутствовать все факторы. В большинстве случаев гидротехнической практики можно не учитывать

влияние поверхностного натяжения и сжимаемости. Укажем, что число Коши представляет собой отношение скорости потока к скорости звука в данной жидкости и играет роль в случаях движения, когда скорость v сопоставима со скоростью звука.

Найдя π -члены, перепишем (7.8) в виде

$$f_1(l/l_1; l_2/l_1; \Delta/l_1; l_\Delta/l_1; Eu, Re, Fr, We, Ca, Ka, Sh) = 0 \quad (7.13)$$

и получим уравнение, связывающее $k-n=11$ безразмерных комплексов.

Учитывая, что $h_{тр} = \Delta p / \rho g$ и имея в виду расчет потерь напора, выразим число Эйлера $Eu = \Delta p / \rho v^2$ как функцию от остальных безразмерных комплексов.

Если движение установившееся, то число Струхала, отражающее влияние неустановившегося характера движения, исчезает (выпадает) из (7.13).

С учетом указанных ограничений имеем

$$\Delta p / \rho v^2 = f_2(l/l_1; l_2/l_1; \Delta/l_1; l_\Delta/l_1; Re, Fr, Ka). \quad (7.14)$$

Определение функции f_2 является одной из основных задач гидравлики.

Отметим, что безразмерные комплексы — числа Рейнольдса, Фруда, Эйлера и Струхала — можно получить из уравнений Навье — Стокса (см. гл. 5), приведя их к безразмерному виду.

Иногда в гидравлических исследованиях и расчетах применяют не только выведенные здесь π -члены, но и их комбинации, например l_Δ/Δ , $Ga = Fr/Re^2 = v^2/gl^3$ — число Галилея и др. Кроме рассмотренных применяются также и другие параметры. При необходимости в последующих главах будем привлекать безразмерные комплексы, не вошедшие в (7.13).

Отметим, что число Рейнольдса характеризует отношение силы инерции к силе вязкости, число Фруда пропорционально отношению силы инерции к силе тяжести, число Эйлера есть отношение силы давления к силе инерции.

7.3. ОБЩАЯ ФОРМУЛА КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЙ (ПОТЕРЬ НАПОРА) ПО ДЛИНЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ

Как известно, при равномерном движении форма и площадь живого сечения, средняя скорость и эпюра скоростей по длине не изменяются. Составив уравнение Бернулли для

двух сечений, из (7.2) при $v_1 = v_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$, $z_1 = z_2$, а также учитывая отсутствие h_m , получим по (7.3), что $h_{дл} = \Delta p / \rho g$.

Опыты показывают, что потери напора по длине $h_{дл}$ прямо пропорциональны длине участка трубы или русла, на которой эти потери определяются. Тогда для напорного движения в круглой трубе живое сечение может быть охарактеризовано одной линейной величиной l_1 , например диаметром d . Учитывая, что $d = 4R$ (см. § 3.5), получим для характерного линейного элемента $l_1 = d = 4R$.

Подставляя в (7.14), получаем с учетом пропорциональности Δp длине участка l .

$$\Delta p / \rho v^2 = f_3(\Delta/4R; l_\Delta/4R; Re; Fr; Ka) l / 4R.$$

Длина участка, на котором определяются потери напора, обозначена, как и выше в тексте, l (без индекса).

Так как $h_{тр} = \Delta p / \rho g$, а здесь рассчитываются только потери напора по длине (местные потери напора отсутствуют), то имеем

$$h_{дл} = 2 \frac{\Delta p}{\rho} \frac{l}{2g}$$

или

$$h_{дл} = 2f_3(\Delta/4R; l_\Delta/4R; Re; Fr; Ka) \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g}. \quad (7.15)$$

Обозначим безразмерную величину

$$2f_3(\Delta/4R; l_\Delta/4R; Re; Fr; Ka) = \lambda. \quad (7.16)$$

Безразмерный коэффициент λ называется коэффициентом гидравлического трения, или коэффициентом Дарси.

При напорном движении в трубах влияние силы тяжести (число Фруда) исключается из рассмотрения. Тогда для напорного движения в круглых трубах

$$\lambda = f_4(\Delta/d; l_\Delta/d; Re; Ka). \quad (7.17)$$

Отметим, что вопрос о влиянии числа Fr на λ в открытых руслах является дискуссионным.

Общая формула для потерь напора по длине имеет вид

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g}. \quad (7.18)$$

Для круглых труб

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}. \quad (7.18a)$$

Эта формула была установлена экспериментально и называется формулой Дарси — Вейсбаха.

Сравнивая формулы (7.18) и (7.5), видим, что коэффициент сопротивлений (потерь) по длине $\zeta_{дл}$ равен

$$\zeta_{дл} = \lambda \frac{l}{d} = \lambda \frac{l}{4R}.$$

Конкретный вид зависимостей коэффициента Дарси λ от определяющих его безразмерных параметров будет подробно рассматриваться в последующих главах.

7.4. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ И РАСХОД ПОТОКА ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

При равномерном движении жидкости средняя скорость потока, не изменяющаяся по длине, будет равна согласно (7.18)

$$v = \sqrt{\frac{8gR}{\lambda} \frac{h_{дл}}{l}}. \quad (7.19)$$

Обозначим

$$\sqrt{8g/\lambda} = C.$$

Коэффициент C называется коэффициентом Шези.

Введя в (7.19) коэффициент Шези и гидравлический уклон, получим формулу Шези для средней скорости потока при равномерном движении

$$v = C \sqrt{RJ}. \quad (7.20)$$

Вместо (7.18) потери по длине при равномерном движении можно выразить следующей формулой:

$$h_{дл} = \frac{v^2 l}{C^2 R}.$$

Коэффициент Шези C в отличие от безразмерного коэффициента Дарси λ имеет размерность

$$[C] = L^{0,5} T^{-1}.$$

Зная формулу для средней скорости потока, получим формулу Шези для расхода при равномерном движении

$$Q = \omega v = \omega C \sqrt{RJ}. \quad (7.21)$$

Запишем формулу Шези (7.20) в таком виде:

$$v = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \sqrt{gRJ}. \quad (7.22)$$

Величина \sqrt{gRJ} называется динамической скоростью u_* (см. § 6.2):

$$u_* = \sqrt{gRJ}. \quad (7.23)$$

Из (7.22) имеем

$$\frac{v}{\sqrt{gRJ}} = v/u_* = \sqrt{8/\lambda}, \quad (7.24)$$

а для коэффициента Дарси

$$\lambda = 8(u_*/v)^2. \quad (7.25)$$

Динамическая скорость u_* — важная характеристика движения и в каждом конкретном случае равномерного движения величина постоянная.

7.5. КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ

Рассмотрим равномерное напорное движение жидкости в прямолинейной наклонной трубе радиусом r_0 с площадью живого сечения ω и смоченным периметром χ . Вы-

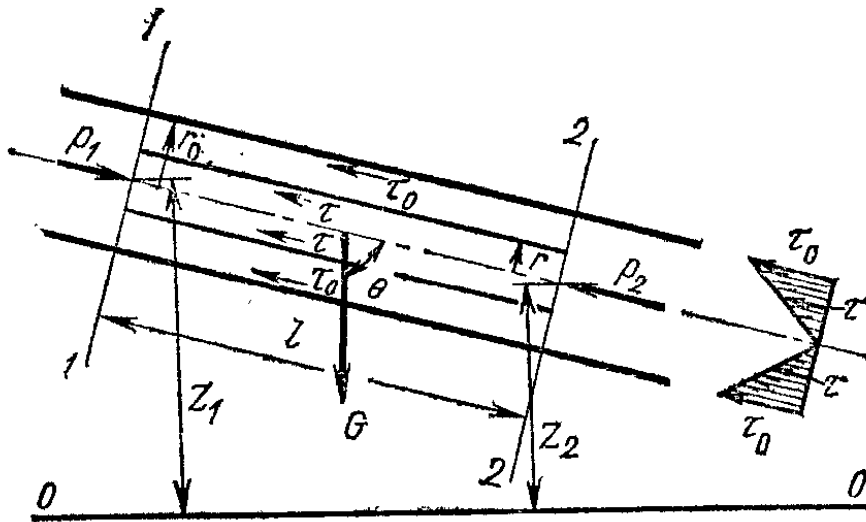


Рис. 7.5

делим отсек длиной l и составим уравнение равномерного движения (рис. 7.5) массы жидкости, заключенной в отсеке.

При равномерном движении сумма проекций на направление движения (на ось трубы) внешних сил, действующих на жидкость в выделенном отсеке, должна быть

равна нулю, $P - T + G \cos \theta = 0$. Здесь P — равнодействующая сила давления в сечениях 1—1 и 2—2; T — направленная против течения равнодействующая сил трения, действующих на боковой поверхности отсека χl ; G — вес жидкости в выделенном отсеке. Тогда

$$(p_1 - p_2) \omega - \tau_0 \chi l + \rho g \omega l \cos \theta = 0,$$

где τ_0 — касательное напряжение на стенке трубы; p_1 и p_2 — давления, действующие в центрах тяжести торцевых сечений отсека $\omega_1 = \omega_2 = \omega$; z_1 и z_2 — координаты центров тяжести этих сечений.

Учитывая, что $l \cos \theta = z_1 - z_2$, имеем

$$(p_1 - p_2) \omega - \tau_0 \chi l + \rho g \omega (z_1 - z_2) = 0. \quad (7.26)$$

Разделив все члены уравнения на $\rho g \omega$, получим

$$z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\tau_0 \chi l}{\rho g \omega}. \quad (7.27)$$

При равномерном движении

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = h_{\text{дл}}.$$

Тогда касательные напряжения на стенке трубы

$$\tau_0 = \rho g \frac{\omega}{\chi} \frac{h_{\text{дл}}}{l}.$$

Так как $\omega/\chi = R$ — гидравлический радиус, а $h_{\text{дл}}/l = J$ — гидравлический уклон, то

$$\tau_0 = \rho g R J \quad (7.28)$$

или

$$\tau_0 = \rho g \frac{r_0}{2} J; \quad (7.29)$$

$$\tau_0/\rho = g R J = u_*^2. \quad (7.30)$$

Распределение касательных напряжений по сечению трубы может быть выяснено следующим образом. Выделим в потоке цилиндрический отсек жидкости, боковая поверхность которого отстоит от оси трубы на размер r , меньший чем радиус трубы r_0 . Тогда для трубы получим

$$\tau = \rho g \frac{r}{2} J, \quad (7.31)$$

где τ — касательное напряжение, действующее на боковой поверхности выделенного в жидкости цилиндра с радиусом поперечного сечения r .

Сравнивая (7.29) и (7.31), видим, что

$$\tau/\tau_0 = r/r_0 \text{ и } \tau = \tau_0 r/r_0. \quad (7.32)$$

Так как $r = r_0 - z$, где z — расстояние по нормали от стенки трубы до рассматриваемой боковой поверхности отсека, то имеем

$$\text{или } \left. \begin{aligned} \tau &= \tau_0 (r_0 - z)/r_0 \\ \tau &= \tau_0 (1 - z/r_0). \end{aligned} \right\} \quad (7.33)$$

Следовательно, при равномерном движении касательное напряжение по радиусу трубы распределено по линейному закону. Согласно (7.33) касательное напряжение на стенке (при $z=0$) имеет максимальное значение, равное τ_0 . На оси трубы касательное напряжение равно нулю.

Приведем другую формулу для $h_{\text{дл}}$. По (7.25) $\lambda = 8(u_* / v)^2$, а по (7.30) $u_* = \tau_0 / \rho$. Тогда можно записать

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{8} \rho v^2 \text{ или } \lambda = 8 \frac{\tau_0}{\rho v^2}.$$

Подставив в (7.18) найденное значение λ , можно получить следующее выражение для потерь напора по длине:

$$h_{\text{дл}} = \frac{\tau_0 l}{\rho g R}. \quad (7.34)$$

Таким образом, видно, что при равномерном движении потери напора по длине в данных условиях (l , ρ , g , R) можно определять через касательное напряжение на стенке.

Глава 8

ПОТЕРИ НАПОРА ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

А. Ламинарный режим движения

8.1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТНЫХ СКОРОСТЕЙ. РАСХОД. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

Цилиндрические трубы круглого сечения. Распределение местных скоростей. Рассмотрим равномерное ламинарное напорное движение в цилиндрической трубе круглого поперечного сечения радиусом r_0 (рис. 8.1).

Движение — осесимметричное. Такое движение целесообразно рассматривать в системе координат (x, r) , где ось Ox направлена вдоль оси трубы, а r — радиус точки в нормальном к оси сечении.

При равномерном ламинарном движении жидкости в трубе

$$u_x = u; \quad u_r = 0. \quad (8.1)$$

Движение можно представить как совокупность бесконечно тонких кольцевых концентрических слоев, перемещающихся относительно друг друга.

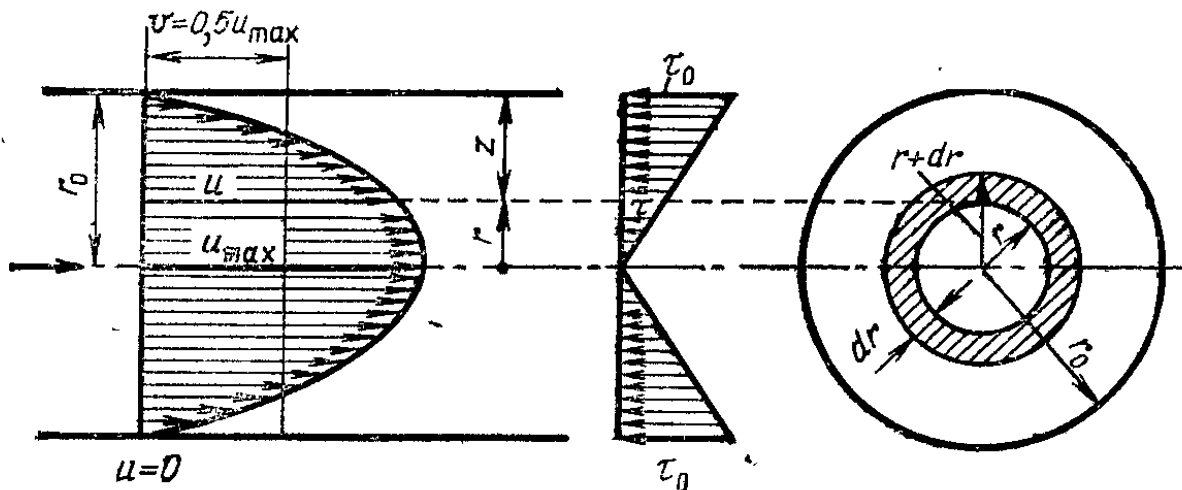


Рис. 8.1

Возникающие между слоями жидкости касательные напряжения по Ньютону [см. (1.12)]

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}. \quad (8.2)$$

С ростом r (от оси к стенке трубы) скорость u уменьшается, поэтому градиент скорости $du/dr < 0$. Поскольку касательное напряжение τ — величина положительная, в (8.2) вводится знак минус.

Для касательного напряжения ранее было получено соотношение (7.31)

$$\tau = \rho g \frac{r}{2} J,$$

где J — гидравлический уклон.

Приравняв (7.31) и (8.2), получим

$$\rho g \frac{r}{2} J = -\mu \frac{du}{dr}, \quad (8.3)$$

откуда

$$du = -\frac{\rho g J}{2\mu} r dr = -\frac{gJ}{2\nu} r dr.$$

Полагая, что ν не изменяется в пределах живого сечения [$\nu \neq f(r)$], и учитывая, что J не зависит от r , получаем

$$\int du = -\frac{gJ}{2\nu} \int r dr.$$

После интегрирования

$$u = -\frac{gJ}{4\nu} r^2 + C.$$

Находим постоянную интегрирования C из условия «прилипания» жидкости к стенке. При $r=r_0$ скорость $u=0$, поэтому

$$C = \frac{gJ}{4\nu} r_0^2.$$

Тогда для местной скорости в точке живого сечения, расположенной на расстоянии r от оси трубы, имеем

$$u = \frac{gJ}{4\nu} (r_0^2 - r^2). \quad (8.4)$$

Таким образом, при ламинарном движении жидкости в цилиндрической трубе круглого сечения (напорный поток) распределение местных скоростей по радиусу имеет параболический характер (рис. 8.1). Плоская эпюра скорости — парабола.

Из (8.4) следует, что максимальная скорость имеет место на оси трубы, т. е. при $r=0$

$$u_{max} = \frac{gJ}{4\nu} r_0^2.$$

Выразим местную скорость u через u_{max} :

$$u = u_{max} [1 - (r/r_0)^2]. \quad (8.5)$$

Безразмерная местная скорость

$$u/u_{max} = 1 - (r/r_0)^2. \quad (8.6)$$

Следовательно, эпюры безразмерных местных скоростей при ламинарном движении жидкости в трубах одинаковы и их можно представить параболой (8.6).

Расход. Для определения расхода в одном из поперечных сечений трубы выделим на расстоянии r от оси трубы элементарную площадку в виде кольца толщиной dr (рис. 8.1). Площадь кольца $d\omega = 2\pi r dr$. Расход через

площадку определится по соотношению $dQ = u 2\pi r dr$. Расход через сечение

$$Q = \int_0^{r_0} u d\omega = 2\pi \int_0^{r_0} ur dr.$$

Подставив значение u из (8.5) и помня замечание о независимости v от r , получим

$$Q = \frac{2\pi u_{max}}{r_0^2} \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) r dr = \frac{\pi r_0^2}{2} u_{max} \quad (8.7)$$

или

$$Q = \frac{\pi g J}{128\nu} d^4. \quad (8.8)$$

Важно отметить, что при заданном J расход в трубе в условиях напорного ламинарного движения пропорционален четвертой степени диаметра.

Средняя скорость. Учитывая, что $v = Q/\omega$, найдем выражение для средней скорости

$$v = \frac{gJ}{32\nu} d^2 = \frac{gJ}{8\nu} r_0^2. \quad (8.9)$$

Сравнивая формулы для u_{max} и v , видим, что

$$v = 0,5u_{max}, \quad (8.10)$$

т. е. средняя скорость в сечении напорного ламинарного потока в цилиндрической трубе круглого сечения равна половине максимальной скорости.

Коэффициент кинетической энергии равен

$$\alpha = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{u}{v}\right)^3 d\omega = \frac{\int_0^{r_0} \left[\frac{gJ}{4\nu} (r_0^2 - r^2)\right]^3 2\pi r dr}{\pi r_0^2 \left(\frac{gJ r_0^2}{8\nu}\right)^3} = 2.$$

Градиент местной скорости $\frac{du}{dr} = -\frac{gJ}{2\nu} r$, т. е. изменяется прямо пропорционально расстоянию r данной точки (данного слоя) от оси трубы. Градиент $\frac{du}{dr} < 0$.

Касательные напряжения линейно увеличиваются от нуля на оси трубы до $\tau_0 = \rho g \frac{r_0}{2} J$ на стенке (рис. 8.1).

Действительно, $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$, а $\frac{du}{dr} = -\frac{gJ}{2\nu} r$, откуда $\tau = \rho g \frac{r}{2} J$, что совпадает с (7.31).

Открытые безнапорные ламинарные потоки. Такие потоки возникают, например, при стекании дождевых вод по склону.

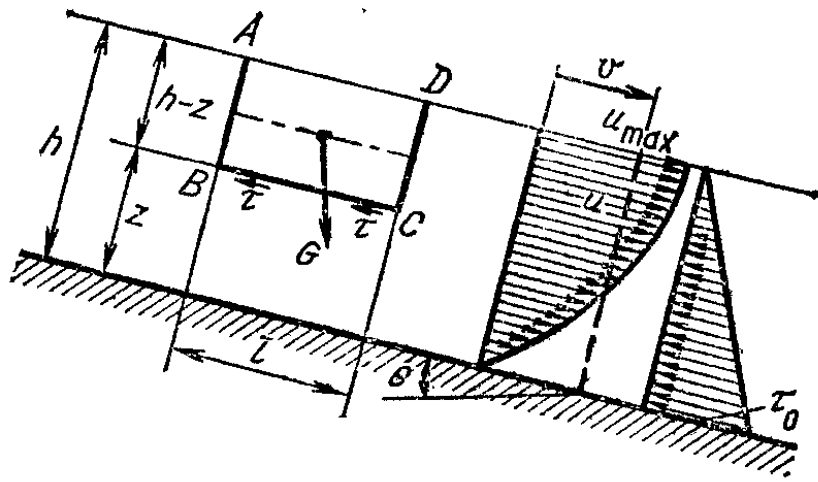


Рис. 8.2

Распределение местных скоростей. Рассмотрим плоский (см. § 3.5) ламинарный безнапорный поток с углом наклона дна θ . Выделим в потоке отсек $ABCD$ длиной l , высотой $h-z$, шириной, равной единице (рис. 8.2).

Направим ось Ox вдоль потока параллельно поверхности потока и дну (при равномерном движении в открытом потоке они параллельны), ось Oz направлена по внешней нормали к дну.

Спроектировав на Ox все действующие на массу жидкости в отсеке $ABCD$ силы и приравняв нулю их сумму, получим уравнение равномерного движения выделенной массы.

Проекция силы тяжести $ABCD$ равна $\rho g(h-z)l \cdot 1 \cdot \sin \theta$. Проекция силы трения по нижней поверхности BC равна $\tau l \cdot 1$. Уравнение равномерного движения массы жидкости в выделенном отсеке

$$\tau = \rho g (h - z) \sin \theta.$$

Но

$$\tau = \mu \frac{du}{dz}.$$

Подставив в предыдущее соотношение, получим

$$\mu \frac{du}{dz} = \rho g (h - z) \sin \theta$$

или

$$du = \frac{\rho g (h - z) \sin \theta dz}{\mu} = \frac{g \sin \theta (h - z) dz}{\nu}$$

При малых углах $\sin \theta = \operatorname{tg} \theta = i$, где i — уклон дна. Тогда

$$du = \frac{gi}{\nu} (h - z) dz.$$

Проинтегрировав в пределах от 0 до h , получим

$$u = \frac{gi}{2\nu} z (2h - z) + C.$$

При $z=0$ скорость $u=0$, следовательно, постоянная интегрирования $C=0$, тогда для распределения скоростей в открытом потоке

$$u = \frac{gi}{2\nu} z (2h - z). \quad (8.11)$$

Таким образом, скорости распределяются по глубине рассматриваемого потока по параболе. Максимальная скорость в данном случае будет иметь место на поверхности:

$$u_{\max} = \frac{gi}{2\nu} h^2. \quad (8.12)$$

Расход

$$Q = \int_0^h u dz \cdot 1 = \int_0^h \frac{gi}{2\nu} z (2h - z) dz = \frac{di}{3\nu} h^3.$$

Средняя скорость

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{gih^3}{3\nu h} = \frac{gi}{3\nu} h^2 = \frac{2}{3} u_{\max}. \quad (8.13)$$

Касательные напряжения изменяются по линейному закону от 0 у поверхности до $\tau_0 = \rho g h i$ у дна.

8.2. КОЭФФИЦИЕНТ ДАРСИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ НАПОРНОМ ДВИЖЕНИИ В ТРУБЕ

Из (8.9) можно записать выражение для гидравлического уклона

$$J = \frac{h_{дл}}{l} = \frac{32\nu v}{gd^3}. \quad (8.9a)$$

Тогда имеем

$$h_{\text{дл}} = \frac{32\nu l v}{gd^2} \quad (8.96)$$

Учитывая, что общее выражение для потерь напора по длине труб (7.19)

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

приравняв его к (8.96), получим

$$\frac{\lambda v^2}{d \cdot 2g} = \frac{32\nu v}{gd^2}$$

Отсюда коэффициент Дарси

$$\lambda = \frac{64\nu}{vd}$$

или

$$\lambda = 64/Re \quad (8.14)$$

Здесь число Рейнольдса $Re = vd/\nu$.

Если выразить число Re через гидравлический радиус R , то

$$\lambda = 16/Re_R \quad (8.15)$$

Потери напора по длине трубы круглого сечения при равномерном ламинарном движении пропорциональны средней скорости потока в первой степени. Это следует из (7.19), если подставить в эту формулу $\lambda = 64\nu/(vd)$, и из (8.96). Опытные данные подтверждают установленную зависимость $h_{\text{дл}}$ от v в первой степени.

Таблица 8.1

Форма сечения	d_r	A
Круг диаметром d	d	64
Квадрат со стороной a	a	57
Равносторонний треугольник со стороной a	$0,58a$	53
Кольцевой зазор размером a между соосными цилиндрами	$2a$	96
Прямоугольник со сторонами a и b :		
$a/b=0,1$	$1,81a$	85
$a/b=0,2$	$1,67a$	76
$a/b=0,25$	$1,6a$	73
$a/b=0,33$	$1,5a$	69
$a/b=0,5$	$1,33a$	62

При ламинарном режиме движения жидкости в трубах некруглого сечения коэффициент Дарси также зависит от числа Re^{-1} , но по сравнению с трубами круглого сечения изменяется численное значение коэффициента A в формуле

$$\lambda = A/Re_{d_r},$$

где, как указывалось выше, $d_r = 4R$. Значения A для труб с разными формами поперечного сечения приводятся в табл. 8.1.

8.3. ЛИНИИ ТОКА И ВИХРЕВЫЕ ЛИНИИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ДВИЖЕНИИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

При установившемся ламинарном движении линии тока и траектории частиц совпадают, это — прямые, параллельные направлению движения.

Если направить ось Ox вдоль оси трубы, то

$$u_x = \frac{gJ}{4\nu} [r_0^2 - r^2], \text{ а } r^2 = y^2 + z^2;$$

$$u_y = 0; u_z = 0.$$

Таким образом, единственная отличная от нуля проекция скорости не зависит от координаты x .

Найдем по (3.9) компоненты угловой скорости

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = 0; \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = -\frac{gJ}{4\nu} z; \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = \frac{gJ}{4\nu} y. \end{aligned} \right\} \quad (8.16)$$

Дифференциальное уравнение вихревой линии (3.12)

$$\frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}$$

после подстановок в соответствии с (8.16) ω_y и ω_z примет вид

$$y dy + z dz = 0,$$

а после интегрирования

$$y^2 + z^2 = C.$$

Таким образом, вихревые линии в этом случае представляют собой концентрические окружности с центрами на оси трубы.

Угловая скорость частиц жидкости

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = \frac{gJ}{4\nu} \sqrt{z^2 + y^2} = \frac{gJ}{4\nu} r, \quad (8.17)$$

или, учитывая, что по (8.9)

$$gJ/4\nu = 2v/r_0^2,$$

получим

$$\omega = 2vr/r_0^2. \quad (8.18)$$

Угловая скорость частиц при ламинарном движении в трубе тем больше, чем больше средняя скорость и чем дальше расположена точка от оси трубы.

На оси ($r=0$) $\omega=0$, а у стенок

$$\omega_{max} = 2v/r_0. \quad (8.19)$$

Сопоставив (8.18) и (8.19), получим

$$\omega = \omega_{max} r/r_0, \quad (8.20)$$

т.е. эпюра угловых скоростей частиц аналогична эпюре касательных напряжений.

Б. Турбулентный режим движения

8.4. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСРЕДНЕННЫХ СКОРОСТЕЙ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Рассмотрим плоское равномерное турбулентное движение вдоль твердой границы, в системе координат x, y, z . Направление оси Ox совпадает с направлением линий тока осредненного движения, которые представляют собой параллельные прямые. Тогда $\bar{u}_x = \bar{u}_x(z)$; $\bar{u}_y = 0$; $\bar{u}_z = 0$ (см. § 6.5), где z — расстояние данной точки от стенки по нормали.

Согласно (6.9) касательное напряжение в турбулентном потоке

$$\tau = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dz} + \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2.$$

Если поток сильно турбулирован, то первый член пренебрежимо мал и тогда

$$\tau = \tau_{турб} = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2.$$

Для вывода закона распределения скоростей при турбулентном движении сначала введем предположения относительно длины пути перемешивания l . Для определения длины пути перемешивания существует несколько формул, наиболее простой из них является формула Прандтля, согласно которой в безграничном потоке, движущемся вдоль плоской твердой стенки, $l = \kappa z$, где κ — коэффициент (см. ниже).

Измерения показывают, что вблизи стенки трубы при $\delta_v < z < \sim 0,1 r_0$ можно принять $l = 0,4 z$, где δ_v — толщина вязкого подслоя. Однако при удалении от стенки эта зависимость становится не соответствующей данным измерений и должна быть уточнена.

Примем по А. А. Саткевичу для трубы

$$l = \kappa z \sqrt{1 - z/r_0}. \quad (8.21)$$

Согласно (8.21) l приобретает наибольшее значение при $z = \frac{2}{3} r_0$, а на стенке и на оси трубы длина пути перемешивания $l = 0$.

Численные значения коэффициента κ зависят от числа Re , коэффициент κ изменяется при переходе от одних точек к другим в пределах живого сечения. Если поток взвешенный или аэрированный, то κ зависит от концентрации твердых частиц или воздуха в жидкости: с увеличением концентрации наносов и воздуха κ уменьшается.

Для турбулентных потоков в трубах κ приближенно можно принять равным 0,4. Это значение получено Никурадзе по данным опытов при турбулентном режиме движения в круглых цилиндрических трубах с искусственно созданной равнотерной шероховатостью. Для зоны живого сечения, в которой можно вследствие интенсивного перемешивания пренебречь чисто вязкостными напряжениями, т. е. в турбулентном ядре, можно принимать по (6.8)

$$\tau_{\text{турб}} = \rho l^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2.$$

Здесь и далее обозначаем $\bar{u}_x = u$.

Подставив в эту формулу значение l из (8.21), получим

$$\tau_{\text{турб}} = \rho \kappa^2 z^2 \left(1 - \frac{z}{r_0} \right) \left(\frac{du}{dz} \right)^2.$$

Так как по (7.33) $\tau = \tau_0 (1 - z/r_0)$, то

$$\tau_{0\text{турб}} \rho \kappa^2 z^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2.$$

Но по (7.30) $\tau_0/\rho = u_*^2$, и тогда

$$du = \frac{u_*}{\kappa} \frac{dz}{z}. \quad (8.22)$$

Здесь можно принять κ не зависящим от местоположения рассматриваемой точки по отношению к стенке трубы, т. е. от z . Тогда, вынеся u_*/κ за знак интеграла, получим

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln z + \text{const}, \quad (8.23)$$

т. е. логарифмический закон распределения скоростей в турбулентном потоке.

Отметим, что хотя измерение длины пути перемешивания l нельзя осуществить, можно сопоставить измеренные в опыте значения скоростей (это легко сделать) с вычисленными по формуле распределения скоростей. Их полное или удовлетворительное совпадение будет свидетельствовать о правильности принятой формулы для l как функции z (т. е. в зависимости от удаления от стенки).

Логарифмический закон распределения скоростей вполне удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными для труб и открытых потоков, за исключением области вблизи стенок. Это и понятно, так как формула (6.8), на основе которой получена формула (8.23), соответствует условиям, имеющимся при развитой турбулентности, т. е. в ядре турбулентного потока. В пристенной области нельзя пренебречь вязкостными напряжениями, ибо здесь касательные напряжения должны определяться по (6.9).

При турбулентном движении перемешивание частиц жидкости и происходящий при этом обмен количеством

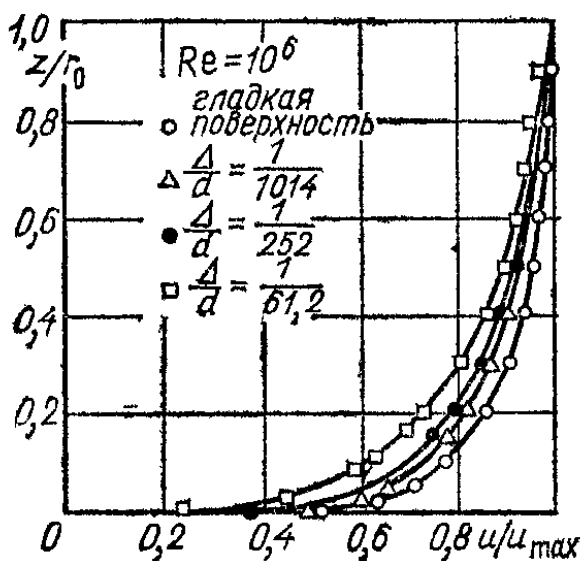


Рис. 8.3

движения приводят к выравниванию осредненных скоростей в различных точках живого сечения. Особенно это заметно при сравнении распределения осредненных скоростей в трубе при ламинарном (рис. 8.1) и турбулентном (рис. 8.3) движении. При ламинарном движении $v/u_{max} = 0,5$, а при турбулентном движении это отношение — переменное и увеличивается с увеличением числа Рейнольдса.

Для распределения местных осредненных скоростей по сечению турбулентного потока применяется формула

$$u/u_{max} = \eta^{1/m},$$

где $\eta = z/h$ или $\eta = z/r_0$ — относительное расстояние от дна открытого потока или от стенки трубы.

Хотя эта формула менее точна, чем логарифмическая (8.23), ее иногда применяют для описания осредненных скоростей на достаточном удалении от стенки трубы или дна. Показатель $1/m$ зависит от κ и коэффициента Дарси λ . В экспериментах было найдено, что показатель степени $1/m$ в трубах зависит от числа Re и уменьшается от $1/6$ при $Re = 4 \cdot 10^3$ до $1/10$ при $Re = 3,2 \cdot 10^6$.

8.5. СВЯЗЬ МЕЖДУ МЕСТНОЙ, СРЕДНЕЙ И МАКСИМАЛЬНОЙ СКОРОСТЯМИ В ТРУБАХ

Установим связи между местной, средней и максимальной осредненными скоростями при турбулентном режиме движения жидкости в трубе в виде безразмерных отношений $(u_{max} - u)/u_*$, $(u_{max} - v)/u_*$, $(v - u)/u_*$. Такие выражения называются относительными дефицитами скорости.

Относительный дефицит местной скорости от максимальной $(u_{max} - u)/u_*$ определим, найдя сначала u_{max} из (8.23) при $z = r_0$.

Тогда

$$\frac{u_{max} - u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{r_0}{z}. \quad (8.24)$$

Перейдя к десятичным логарифмам, получим

$$\frac{u_{max} - u}{u_*} = \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{r_0}{z}$$

или

$$\frac{u_{max} - u}{u_*} = A' \lg \frac{r_0}{z},$$

где $A' = 2,3/\kappa$.

При $\kappa = 0,4$ $A' = 5,75$, тогда

$$\frac{u_{max} - u}{u_*} = 5,75 \lg \frac{r_0}{z}.$$

Относительный дефицит средней скорости от максимальной. Найдем расход в круглой трубе, записав его сначала в виде расхода через кольцо

толщиной dr , отстоящее от оси на расстоянии r , $dQ = u d\omega$, а затем проинтегрировав по площади живого сечения:

$$Q = \int u d\omega = \int_0^{r_0} u \cdot 2\pi r dr.$$

Заменяя $r = r_0 - z$ и интегрируя от 0 до r_0 , т. е. по всему сечению, подставив из (8.24)

$$u = u_{max} - \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{r_0}{z},$$

получим

$$\begin{aligned} Q &= 2\pi \int_0^{r_0} \left(u_{max} - \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z_0}{z} \right) (r_0 - z) dz = \\ &= \pi r_0^2 \left(u_{max} - \frac{3}{2\kappa} u_* \right). \end{aligned}$$

Тогда

$$v = \frac{Q}{\omega} = u_{max} - \frac{3}{2\kappa} u_*$$

При постоянном значении κ величина $3/2\kappa$ также является постоянной и обозначается $D = 3/2\kappa$.

Относительный дефицит средней скорости от максимальной — постоянная величина, равная

$$\frac{u_{max} - v}{u_*} = \frac{3}{2\kappa} = D. \quad (8.25)$$

Относительная максимальная скорость определяется как

$$\frac{u_{max}}{u_*} = \frac{v}{u_*} + D$$

или с учетом (7.24), где $v/u_* = \sqrt{8/\lambda}$,

$$\frac{u_{max}}{u_*} = \sqrt{8/\lambda} + D.$$

Относительный дефицит местной скорости от средней найдем, используя полученное по (8.25) $u_{max} = v + Du_*$ и подставив это выражение в (8.24):

$$\frac{v - u}{u_*} = \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{r_0}{z} - D.$$

При $\kappa=0,4$ имеем $D=3,75$ и

$$\frac{v-u}{u_*} = 5,75 \lg \frac{r_0}{z} - 3,75.$$

Для того чтобы найти относительную местную скорость u/v , преобразуем

$$\frac{v-u}{u_*} = \frac{v}{u_*} \left(1 - \frac{u}{v}\right) = \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{r_0}{z} - D$$

и получим

$$1 - \frac{u}{v} = \frac{u_*}{v} \left(\frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{r_0}{z} - D \right).$$

Подставляя по (7.24) $u_*/v = \sqrt{\lambda/8}$, получаем

$$\frac{u}{v} = 1 + \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \left(D - A' \lg \frac{r_0}{z} \right).$$

Приняв, как и ранее, $\kappa=0,4$, получим

$$\frac{u}{v} = 1 + \sqrt{\lambda} \left(1,33 - 2,03 \lg \frac{r_0}{z} \right). \quad (8.26)$$

На оси трубы

$$\frac{u_{max}}{v} = 1 + 1,33 \sqrt{\lambda}.$$

При $u/v=1$ (8.26) принимает вид

$$\sqrt{\lambda} \left(1,33 - 2,03 \lg \frac{r_0}{z_v} \right) = 0,$$

где z_v — расстояние от стенки трубы до точки, в которой $u=v$. Поскольку $\sqrt{\lambda} \neq 0$, то $z_v = 0,223 r_0$.

Опыты Ф. А. Шевелева показали, что в трубопроводах промышленного изготовления расстояние до точки, где местная скорость равна средней скорости, $z_v \approx 0,24 r_0$, в трубах из гидрофобного материала расстояние до точки, где $u=v$, меньше.

Коэффициенты кинетической энергии (коэффициент Кориолиса) α и количества движения (коэффициент Буссинеска) α' для турбулентного движения. Из выражений соответственно (5.16) и (5.28).

$$\alpha = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{u}{v} \right)^2 d\omega;$$

$$\alpha' = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{u}{v} \right)^2 d\omega$$

с учетом (8.26) при $\kappa=0,4$ и $D=3,75$ нами были получены уравнения

$$\alpha = 1 + 2,97\lambda - 1,48\lambda^{1,5};$$

$$\alpha' = 1 + 0,976\lambda \approx 1 + \lambda.$$

Для λ , найденного из $C = \sqrt{8g/\lambda}$ ($g=9,81$ м/с²), эти уравнения имеют вид

$$\alpha = 1 + \left(\frac{15,26}{C}\right)^2 - \left(\frac{10,1}{C}\right)^3;$$

$$\alpha' = 1 + \left(\frac{8,86}{C}\right)^2.$$

8.6. ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИЕ И ШЕРОХОВАТЫЕ ТРУБЫ (РУСЛА). ТОЛЩИНА ВЯЗКОГО ПОДСЛОЯ

Шероховатость поверхности водотоков (труб, каналов и т. д.) может быть весьма различной. Если поверхность труб и открытых лотков покрывается специально

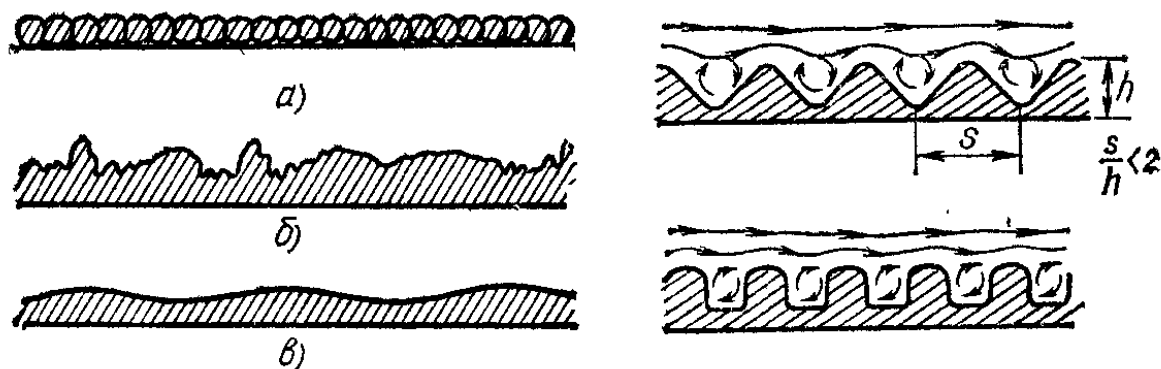


Рис. 8.4

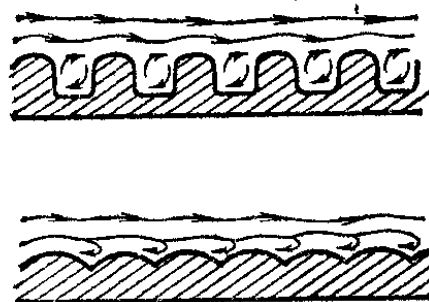


Рис. 8.5

отсортированными зернами песка одной фракции, то получается равнозернистая шероховатость (рис. 8.4, а). Она используется только в лабораторных исследованиях.

Поверхность труб и открытых водотоков обычно неравнозернистая, она может быть волнистой с различными высотами и длинами волн (или микроволн) (рис. 8.4, б, в).

В трубах помимо выступов с неодинаковыми размерами и формой может быть и регулярная шероховатость, обусловленная технологией изготовления и назначением труб (например, гофрированные трубы, рис. 8.5).

Синтетические гофрированные дренажные трубы различаются по очертаниям гофров и относительному расстоянию s/h между вершинами гофров (рис. 8.5). В синтети-

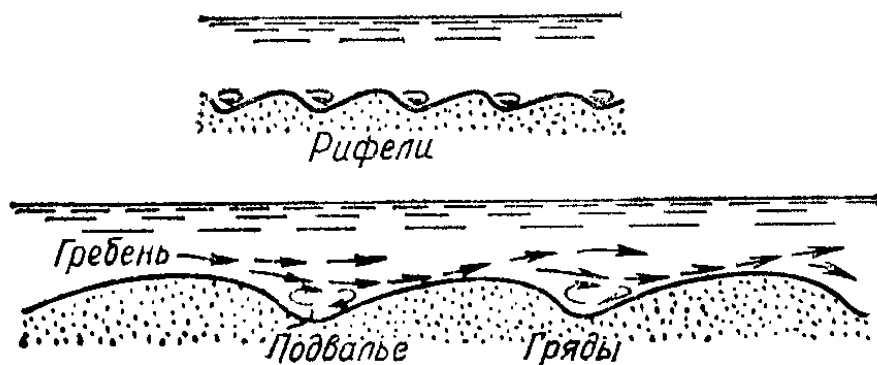


Рис. 8.6

ческих негофрированных трубах отношение длины микро-волн к их высоте составляет от 15 до 35.

В водотоках, проходящих в песчаных несвязных грунтах, на дне (иногда и на откосах) образуются различные формы рельефа (гряды— более крупные образования, рифели — более мелкие, рис. 8.6). Поверхность этих форм покрыта зернами песка.

Могут быть и другие виды шероховатости с выступами различных размеров по всем трем координатам. Взаимное расположение элементов шероховатости также может быть весьма различным.

Учет конкретных особенностей шероховатости необходим в гидравлических исследованиях и расчетах.

Наиболее полные сведения о шероховатости, о размерах выступов и их взаимном расположении дает статистическое описание.

Понятие о гидравлически гладких и гидравлически шероховатых трубах (руслах). В качестве характеристики шероховатости выбирают некоторую среднюю высоту выступов шероховатости Δ .

Соотношение между высотой выступов идеализированной шероховатости Δ и толщиной вязкого подслоя δ_v определяет структуру потока.

Если высота выступов шероховатости Δ меньше, чем толщина вязкого подслоя δ_v , то все неровности полностью

погружены в этот подслой и жидкость в пределах этого подслоя плавно обтекает выступы шероховатости. В этом случае шероховатость стенок не влияет на характер движения и соответственно потери напора не зависят от шероховатости. Такие стенки и трубы (или русла) условно называются гидравлически гладкими (рис. 8.7, а).

Если высота выступов шероховатости Δ превышает толщину вязкого подслоя δ_v , то неровности стенок выхо-

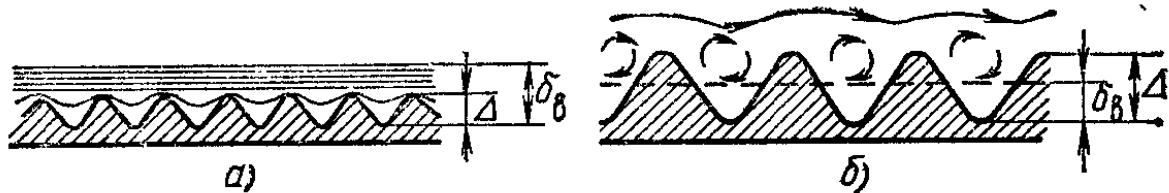


Рис. 8.7

дят в пределы турбулентного ядра, поток обтекает выступы с отрывом, сопровождающимся интенсивным перемешиванием частиц. В этом случае потери напора зависят от шероховатости, и такие трубы (или русла) называются гидравлически шероховатыми (рис. 8.7, б). В третьем случае, являющемся промежуточным между двумя вышеуказанными, абсолютная высота выступов шероховатости примерно равна толщине вязкого подслоя.

Толщина вязкого подслоя. Так как толщина вязкого подслоя δ_v мала, то градиент скорости в этом подслое можно принять равным u_v/δ_v (u_v — осредненная продольная составляющая скорости на внешней границе вязкого подслоя). Тогда касательное напряжение на стенке трубы равно

$$\tau_0 = \mu \frac{du_x}{dy} = \mu \frac{u_v}{\delta_v} = \rho \nu \frac{u_v}{\delta_v}$$

или

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\nu u_v}{\delta_v}. \quad (8.27)$$

Так как по (7.30) $\tau_0/\rho = u_*^2$, то из (8.27) найдем

$$u_*^2 = \nu u_v / \delta_v.$$

Отсюда

$$\frac{u_* \delta_v}{\nu} = \frac{u_v}{u_*}. \quad (8.28)$$

В (8.28) обе части — безразмерные. В левой части — безразмерный комплекс $u_* \delta_B / \nu$, аналогичный по структуре числу Рейнольдса и обычно обозначаемый символом N . Приближенно можно считать, что N — величина постоянная. Тогда из (8.28) имеем

$$\frac{u_B}{u_*} = \frac{u_* \delta_B}{\nu} = N = \text{const.} \quad (8.29)$$

Из (8.29) получим значение скорости на внешней границе вязкого подслоя

$$u_B = Nu_* \quad (8.30)$$

и толщину вязкого подслоя

$$\delta_B = N\nu/u_*. \quad (8.31)$$

Экспериментально найдено, что $N \approx 11,6$.

Найдем расчетную формулу для толщины вязкого подслоя δ_B . Для этого обе части (8.31) разделим на диаметр трубы d и преобразуем:

$$\frac{\delta_B}{d} = N \frac{\nu}{dv} \frac{v}{u_*} = \frac{N}{\text{Re}} \frac{v}{u_*}. \quad (8.32)$$

Подставив в (8.32) выражение относительной средней скорости (7.24) $v/u_* = \sqrt{8/\lambda}$, получим

$$\frac{\delta_B}{d} = \frac{N\sqrt{8}}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}.$$

Окончательно толщину вязкого подслоя найдем в виде

$$\delta_B \approx \frac{30d}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}. \quad (8.33)$$

Таким образом, с ростом числа Re , а также коэффициента Дарси λ толщина вязкого подслоя δ_B уменьшается.

Исследования структуры потока вблизи стенки трубы, выполнявшиеся с помощью совершенной аппаратуры, показали, что толщина вязкого подслоя δ_B является пульсирующей величиной: значение $N = u_* \delta_B / \nu$ изменяется во времени от 2,3 до 18 (среднее значение $N \approx 11,6$). Таким образом, δ_B изменяется во времени от $\frac{6,5 d}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}$ до $\frac{51 d}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}$.

В практических расчетах это обстоятельство можно не учитывать и принимать δ_B по (8.33).

Разделение стенок (трубы, русла) на гидравлически гладкие и шероховатые является условным, поскольку, как

следует из формулы (8.33), толщина δ_v обратно пропорциональна числу Re . Таким образом, при движении жидкости вдоль одной и той же поверхности с неизменной высотой выступа шероховатости в зависимости от числа Рейнольдса толщина вязкого подслоя может изменяться. При увеличении числа Re толщина δ_v уменьшается и стенка, бывшая гидравлически гладкой, может стать шероховатой, так как высота выступов шероховатости окажется больше толщины вязкого подслоя и шероховатость станет влиять на характер движения, и следовательно, на потери напора.

8.7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДАРСИ

Важные экспериментальные исследования, посвященные изучению зависимости коэффициента Дарси λ от числа Re и относительной шероховатости, были проведены Никурадзе для шероховатых труб и Зегжда для прямоугольных шероховатых лотков (открытые потоки). Стенки труб и лотков имели специально созданную равнозернистую шероховатость. Для создания этой шероховатости сначала через калиброванные отверстия отсеивался песок определенных размеров, который затем равномерно наносился на стенки, предварительно покрытые слоем лака, благодаря чему песок приклеивался к стенкам. Размеры зерен песка принимались за размер выступа шероховатости Δ . В результате были получены трубы и лотки с различными значениями относительной шероховатости стенок: Δ/r_0 или Δ/d для труб и Δ/R для лотков (или относительной гладкости: r_0/Δ и R/Δ , как показано на рис. 8.8 и 8.9). В опытах были измерены потери напора и расход, вычислены средние скорости потоков и коэффициенты λ . Результаты Никурадзе показаны на рис. 8.8, опытов Зегжда — на рис. 8.9. По оси абсцисс отложены значения $\lg Re$ и по оси ординат $\lg(100\lambda)$. Представление опытных данных в таких координатах позволяет по углу наклона прямых (в частности, I и II) получить показатель степени в степенной зависимости λ от Re .

Все опытные точки, полученные Никурадзе, до $\lg Re = 3,35$ ($Re < 2300$, ламинарный режим движения) независимо от шероховатости стенок труб располагаются на прямой. Это значит, что при ламинарном движении λ не зависит от шероховатости трубы. При $Re = 2300 \div 3000$ ($\lg Re = 3,35 \div 3,5$) происходит переход от ламинарного режима

движения к турбулентному. В опытах Никурадзе в пределах $2300 < Re < 4000$ коэффициент λ по-прежнему не зависит от шероховатости. При турбулентном движении $Re > 4000$ характер экспериментальных кривых различен в зависимости от значения d/Δ . При больших относительных

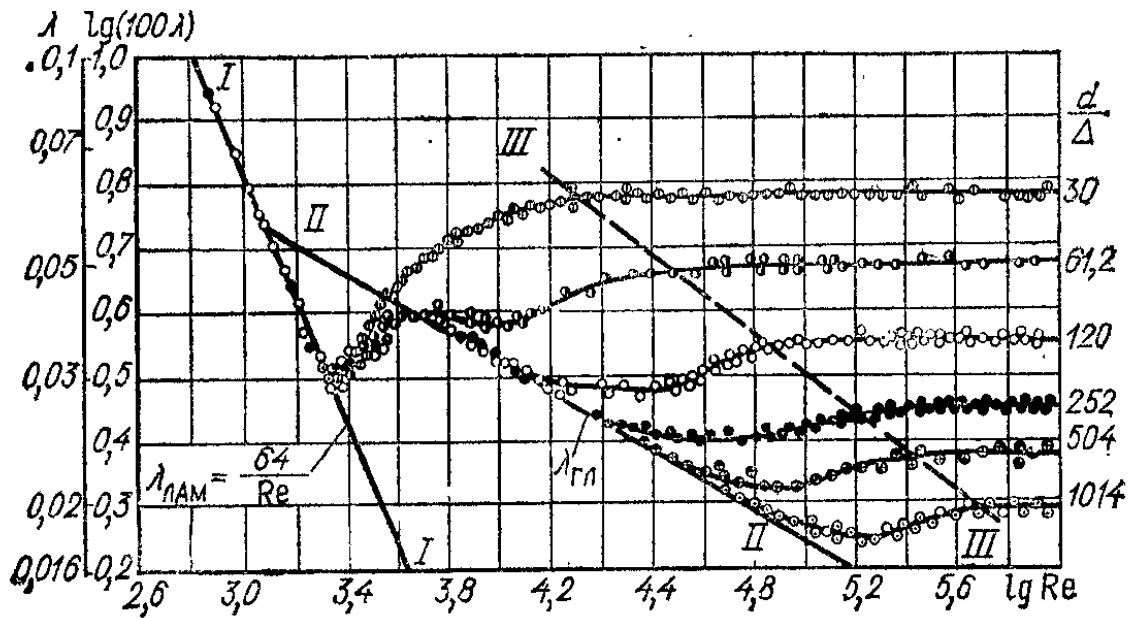


Рис. 8.8

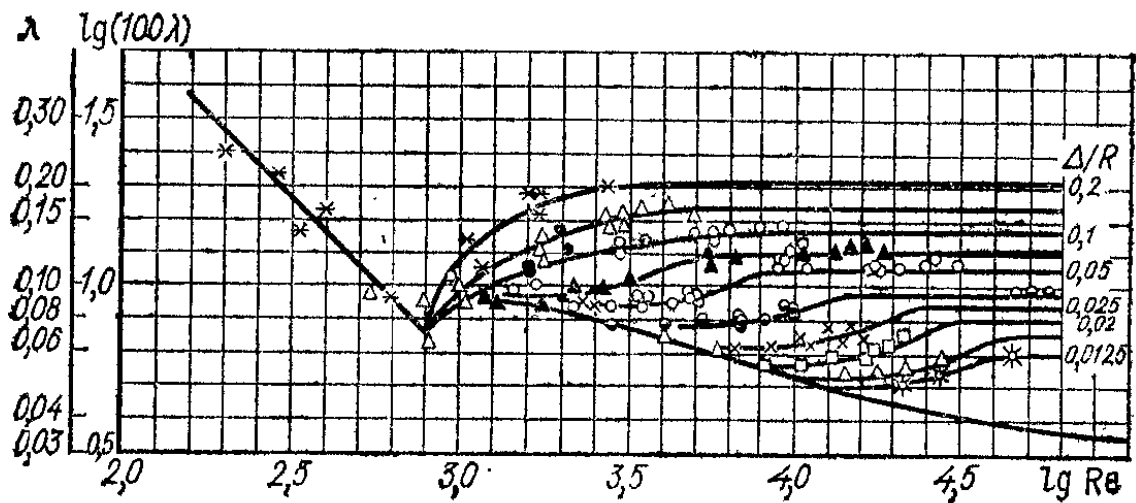


Рис. 8.9

шероховатостях ($d/\Delta = 30$) экспериментальная кривая сначала продолжает подниматься, а затем при $Re \approx 3 \cdot 10^4$ становится горизонтальной. При меньших относительных шероховатостях кривые ведут себя иначе: сначала независимо от относительной шероховатости экспериментальные точки ложатся на прямую II. Затем по достижении $Re \approx 20 d/\Delta$ эти точки на графике рис. 8.8 отходят от прямой II, образуют впадину, и при $Re \approx 500 d/\Delta$ превращаются в горизонтальные прямые.

При некотором значении Re тем меньше, чем больше относительная шероховатость, коэффициент λ перестает зависеть от числа Re .

Отметим, что при турбулентном режиме движения коэффициент λ тем больше, чем больше относительная шероховатость, при одних и тех же значениях Re .

Таким образом, исследования, выполненные Никурадзе, наглядно свидетельствуют о наличии различных областей сопротивления при напорном движении в трубах:

1-я область — ламинарный режим движения $\lambda_{\text{лам}} = f(Re)$, прямая *I* на рис. 8.8, т. е. $\lambda_{\text{лам}} = f(Re^{-1})$;

2-я область — переход от ламинарного к турбулентному режиму, небольшой диапазон чисел Рейнольдса от 2300 до 3000—4000;

3-я область — турбулентный режим, гидравлически гладкие трубы, $\lambda_{\text{гд}} = f(Re^{-0,25})$, прямая *II* на рис. 8.8;

4-я — турбулентный режим (переходная область между областью гидравлически гладких труб и квадратичной областью), $\lambda_{\text{пер}} = f(Re, \Delta/r_0)$ — между линиями *II* и *III* на рис. 8.8;

5-я область — турбулентный режим, квадратичная область сопротивления, $\lambda_{\text{кв}} = f(\Delta/r_0)$, $\lambda_{\text{кв}} \neq f(Re)$, правее линии *III* на рис. 8.8 (т. е. при числах Re больших, чем $Re_{\text{кв}}$).

Название «квадратичная область сопротивления» указывает, что так как в этой области коэффициент λ не зависит от числа Re , то потери напора по длине по (7.18) зависят от квадрата средней скорости. В таком случае говорят также, что имеет место авто модельность по числу Рейнольдса, т. е. независимость λ от Re (правее линии *III* на рис. 8.8).

Опыты в лотках, выполненные Зегждой (рис. 8.9), показали, что и в открытых потоках имеются те же области сопротивления, что и в трубах; сохраняются те же закономерности, что и установленные опытами Никурадзе.

8.8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ СКОРОСТЕЙ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ДАРСИ В ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИХ ТРУБАХ

Распределение осредненных скоростей. Найдем выражение для распределения скоростей в гидравлически гладких трубах, используя (8.23):

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln z + C.$$

Для определения постоянной C применим (8.23) к точке на внешней границе вязкого подслоя, где $z = \delta_B$; $u_B = Nu_*$. Тогда

$$u_B = \frac{u_*}{\kappa} \ln \delta_B + C. \quad (8.34)$$

Учитывая, что $\delta_B = N\nu/u_*$, можно записать

$$C = Nu_* - \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{N\nu}{u_*} = u_* \left(N - \frac{1}{\kappa} \ln N \right) - \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{\nu}{u_*}.$$

Подставив это выражение в (8.34), получим для относительной местной скорости в гидравлически гладких трубах (при $\kappa = 0,4$ и $N = 11,6$)

$$\frac{u}{u_*} = 5,75 \lg \frac{u_* z}{\nu} + 5,5. \quad (8.35)$$

В гидравлически гладких трубах с увеличением числа Re эпюра скоростей становится все более «наполненной» (рис. 8.4, табл. 8.2).

Таблица 8.2

Re	v/u_{max}	u_{max}/v
10^4	0,8	1,25
10^5	0,845	1,183
10^6	0,87	1,149
10^7	0,89	1,124
$4 \cdot 10^8$	0,90	1,111

Коэффициенты Дарси λ в гидравлически гладких трубах. Для определения коэффициента λ можно применить либо формулу логарифмического распределения скоростей в гидравлически гладких трубах (8.23) к точке на оси трубы ($u = u_{max}$, $z = r_0$), либо формулу дефицита местной скорости от максимальной (8.24) к границе вязкого подслоя ($z = \delta_B = N\nu/u_*$; $u = u_B = Nu_*$). Результат (формула для u_{max}/u_*) будет одним и тем же.

Определим коэффициент Дарси по первому способу, используя выражения (8.25) и (8.35). Из (8.35) при $z = r_0$ получим

$$\frac{u_{max}}{u_*} = 5,75 \lg \frac{u_* r_0}{\nu} + 5,5.$$

Подставляя u_{max} в выражение для дефицита D и учитывая, что $D=3,75$, получаем

$$\frac{v}{u_*} = \frac{u_{max}}{u_*} - D = 5,75 \lg \frac{u_* r_0}{v} + 1,75.$$

Вспомнив, что по (7.24) $v/u_* = \sqrt{8/\lambda}$, и заменив u_* под знаком логарифма через $v\sqrt{\lambda/8}$, а r_0 — через $d/2$, получим

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = 5,75 \lg \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \frac{vd}{v} + 1,75. \quad (8.36)$$

После вычислений

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,03 \lg \text{Re} \sqrt{\lambda} - 0,91.$$

Для гидравлически гладких труб $\lambda_{гг}$ следует принимать по (8.36) с изменениями в соответствии с опытными данными

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{гг}}} = 2 \lg \text{Re} \sqrt{\lambda_{гг}} - 0,8 \quad (8.37)$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{гг}}} = 2 \lg \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda_{гг}}}{2,51}. \quad (8.37a)$$

В формуле (8.37) связь $\lambda_{гг}$ и Re дана в неявном виде; удобнее формулы, в которых представлена явная зависимость $\lambda_{гг}$ от Re .

Предложенная в 1913 г. Блазиусом формула для $\lambda_{гг}$ имеет вид

$$\lambda_{гг} = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}, \quad (8.38)$$

где $\text{Re} = vd/\nu$.

Эта формула при $4000 < \text{Re} < 10^5$ дает результаты, хорошо совпадающие с опытными данными. Подставив (8.38) в (7.19), получим, что для гидравлически гладких труб потери напора по длине пропорциональны средней скорости в степени 1,75.

Формула Кольбрука имеет вид

$$\lambda_{гг} = \frac{1}{\left(1,8 \lg \frac{\text{Re}}{7}\right)^2}.$$

8.9. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ СКОРОСТЕЙ И КОЭФФИЦИЕНТ ДАРСИ В ГИДРАВЛИЧЕСКИ ШЕРОХОВАТЫХ ТРУБАХ. ПЕРЕХОДНАЯ ОБЛАСТЬ

Распределение осредненных скоростей. Применим вновь формулу (8.23) к точке на уровне высоты выступов шероховатости Δ :

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln z + u_\Delta - \frac{u_*}{\kappa} \ln \Delta = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{\Delta} + u_\Delta.$$

Так как касательное напряжение на стенке определяется отнесенным к единице площади суммарным сопротивлением выступов шероховатости, т. е. пропорционально ему¹, то $\tau_0 \approx \rho u_\Delta^2$. Тогда $\tau_0/\rho = u_*^2 \sim u_\Delta^2$ или $u_\Delta \sim u_*$, т. е. $u_\Delta = \beta u_*$, где β — коэффициент пропорциональности.

Теперь имеем

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{\Delta} + \beta u_*.$$

Выражение для относительной местной скорости в гидравлически шероховатых трубах имеет вид

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{\Delta} + \beta. \quad (8.39)$$

И вновь, переходя к десятичным логарифмам, при $\kappa = 0,4$ имеем $A' = 2,3/\kappa = 5,75$:

$$\frac{u}{u_*} = 5,75 \lg \frac{z}{\Delta} + \beta. \quad (8.40)$$

Теоретические и экспериментальные результаты² показывают, что β не зависит от числа Рейнольдса потока $Re = vd/\nu$, но может быть функцией числа Рейнольдса в виде $u_*\Delta/\nu$.

Для относительной максимальной скорости в гидравлически шероховатых трубах имеем

$$\frac{u_{max}}{u_*} = 5,75 \lg \frac{r_0}{\Delta} + \beta. \quad (8.41)$$

Для гидравлически гладких и шероховатых труб относительный дефицит местной скорости от максимальной

¹ Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М. Наука, 1970. 735 с.

² Емцев Б. Т. Техническая гидромеханика. — М.: Машиностроение, 1978. 463 с.

(8.24) зависит только от относительного расстояния от стенки трубы.

Характер изменения β в зависимости от $u_*\Delta/\nu$ становится ясным, если рассмотреть полученные в опытах Никурадзе данные (рис. 8.10).

При $u_*\Delta/\nu \leq 3,5$, т. е. при $\lg(u_*\Delta/\nu) \leq 0,55$, движение происходит при режиме без проявления шероховатости,

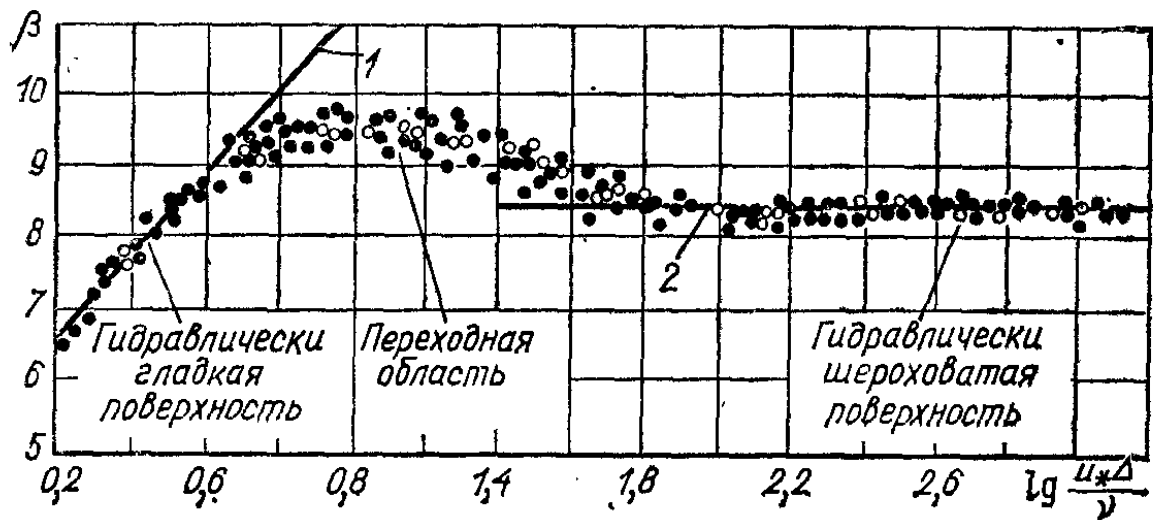


Рис. 8.10

т. е. трубы являются гидравлически гладкими. Коэффициент Дарси λ зависит только от числа Рейнольдса Re .

При $u_*\Delta/\nu > 7$, т. е. при $\lg(u_*\Delta/\nu) > 1,85$, происходит движение при полном проявлении шероховатости, т. е. в гидравлически шероховатых трубах. Коэффициент Дарси λ зависит только от относительной шероховатости.

При равнозернистой шероховатости, как это видно из рис. 8.10 при $u_*\Delta/\nu > 70$, коэффициент β остается неизменным, $\beta = 8,5$. При полном проявлении шероховатости (гидравлически шероховатые трубы и русла)

$$\frac{u}{u_*} = 5,75 \lg \frac{z}{\Delta} + 8,5 \quad (8.40a)$$

и максимальная скорость на оси трубы

$$\frac{u_{max}}{u_*} = 5,75 \lg \frac{r_0}{\Delta} + 8,5. \quad (8.41a)$$

В гидравлически шероховатых трубах при одном и том же значении числа Рейнольдса с увеличением относительной шероховатости эпюра осредненных продольных состав-

ляющих скорости становится менее заполненной (рис. 8.11).

Характеристики пульсаций скорости в турбулентном потоке в трубах. Измерения в гидравлически гладких и шероховатых трубах показали, что относительный стандарт пульсационной продольной составляющей скорости турбулентного потока σ_{u_x}/u_* при удалении от стенки трубы независимо от относительной

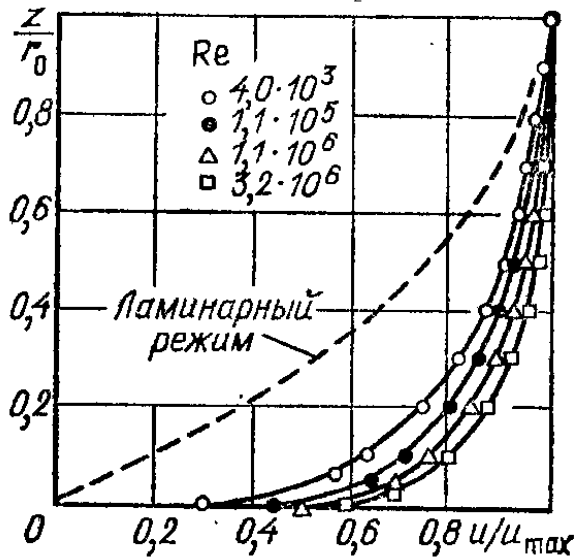


Рис. 8.11

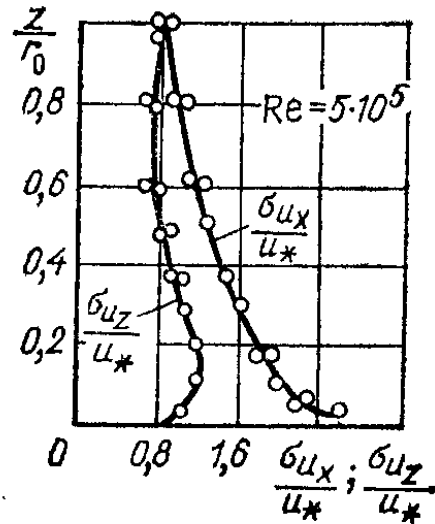


Рис. 8.12

шероховатости (при $\Delta/d < 0,06$) изменяется приблизительно одинаково; σ_{u_x}/u_* зависит от относительного расстояния данной точки от стенки трубы. Максимальное значение $\sigma_{u_x} \approx 2,6 u_*$ наблюдается на расстоянии от стенки $z = (0,01 \div 0,015) r_0$ (рис. 8.12). Далее по направлению к оси трубы σ_{u_x} уменьшается примерно до $0,8 u_*$ на оси трубы.

Относительный стандарт пульсационной радиальной составляющей скорости σ_{u_z} также не зависит от шероховатости. При $z = 0,1 r_0$ наблюдается максимальное значение $\sigma_{u_z} = 1,1 u_*$, к оси трубы σ_{u_z} также уменьшается. На оси трубы $\sigma_{u_z} \approx 0,8 u_*$.

Коэффициент Дарси λ в гидравлически шероховатых трубах. Вновь, как и для гладких труб, найдем относительную среднюю скорость v/u_* из (8.25) с учетом (8.41) и (8.41a):

$$\frac{v}{u_*} = \frac{u_{max} - D}{u_*} = 5,75 \lg \frac{r_0}{\Delta} + \beta - D.$$

Для гидравлически шероховатых труб, так как $\beta = 8,5$, а $D = 3,75$,

$$\frac{v}{u_*} = 5,75 \lg \frac{r_0}{\Delta} + 4,75. \quad (8.42)$$

Заменяв $v/u_* = \sqrt{8/\lambda}$ и проведя вычисления, получим для гидравлически шероховатых труб (индекс «кв» обозначает «квадратичная область сопротивления»)

$$\lambda_{\text{кв}} = \frac{1}{\left(a \lg \frac{AR}{\Delta}\right)^2}, \quad (8.43)$$

где $a = 2,3/\kappa\sqrt{8}$; A — параметр, отражающий особенности данного вида шероховатости: для труб с равнозернистой шероховатостью стенок по Никурадзе $a = 2$; $A = 14,8$.

Как видно, коэффициент Дарси для гидравлически шероховатых труб и русл зависит лишь от относительной шероховатости. Следовательно, подтверждается зависимость потерь удельной энергии (напора) по длине от квадрата средней скорости (квадратичная область сопротивления).

Для равнозернистой шероховатости формула (8.43) принимает вид

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{кв}}}} = -2 \lg \frac{3,7d}{\Delta} = -2 \lg 0,27 \frac{\Delta}{d}. \quad (8.43a)$$

Это формула Прандтля — Никурадзе для гидравлически шероховатых труб.

Коэффициент Дарси λ в переходной области (равнозернистая шероховатость). Переходная область сопротивления при турбулентном движении соответствует случаям, когда высота выступов шероховатости стенок Δ имеет тот же порядок, что и толщина вязкого подслоя δ_v . В этой области коэффициент Дарси λ зависит и от числа Рейнольдса, и от относительной шероховатости, т. е.

$$\lambda_{\text{пер}} = f(\text{Re}, \Delta/d).$$

Для труб с равнозернистой шероховатостью при турбулентном движении в переходной области (от гидравлически гладких к гидравлически шероховатым трубам) коэффициент $\lambda_{\text{пер}}$ меньше, чем $\lambda_{\text{кв}}$ в квадратичной области для труб с одной и той же относительной шероховатостью.

Кольбрук и Уайт (1939 г.) предложили формулу для

$\lambda_{\text{пер}}$ в переходной области, объединив формулы для λ гидравлически гладких и шероховатых труб:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{пер}}}} = -2 \lg \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda_{\text{пер}}}} + 0,27 \frac{\Delta}{d} \right). \quad (8.44)$$

При больших значениях числа Re влияние первого члена становится весьма малым и формула превращается в формулу для гидравлически шероховатых труб (8.43а) для $\lambda_{\text{кв}}$ (в квадратичной области сопротивления).

Для гидравлически гладких труб второй член выпадает, и формула принимает вид (8.37).

Границы областей сопротивления при турбулентном движении (равнозернистая шероховатость). Как уже указывалось, при турбулентном режиме движения в трубах с равнозернистой шероховатостью стенок существуют три области сопротивления.

1. При $u_* \Delta / \nu < 3,5$ — область гидравлически гладких труб.

Умножая $u_* \Delta / \nu$ на d/d и учитывая, что $u_* = v \sqrt{\lambda/8}$, получаем

$$\frac{v \sqrt{\lambda} \Delta d}{\sqrt{8} \nu d} < 3,5 \quad \text{или} \quad \text{Re} \sqrt{\lambda} \frac{\Delta}{d} < 10.$$

Приняв по формуле Блазиуса

$$\lambda_{\text{гл}} = 0,3164 / \text{Re}^{0,25},$$

получим для числа Рейнольдса, определяющего конец области гидравлически гладких труб,

$$\text{Re}_{\text{к.гл}} = 27 (d/\Delta)^{8,7}. \quad (8.45)$$

2. Квадратичная область наступает при $\lg \frac{u_* \Delta}{\nu} > 1,85$ или $u_* \Delta / \nu > 70$. Начало квадратичной области характеризуется числом Рейнольдса

$$\text{Re}_{\text{кв}} = 22,3 C d / \Delta, \quad (8.46)$$

где коэффициент Шези

$$C = \sqrt{8g/\lambda}.$$

3. Трубы работают в переходной области при

$$27 (d/\Delta)^{8,7} < \text{Re} < 22,3 C d / \Delta.$$

Указанные границы областей сопротивления получены по опытным данным для труб с равнозернистой шерохова-

тостью и соответствуют только этим условиям. Для других видов шероховатости значения критериев, соответствующих границам областей сопротивления, будут иными.

8.10. КОЭФФИЦИЕНТЫ ДАРСИ ДЛЯ ТРУБ С ЕСТЕСТВЕННОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ

Материал, из которого изготовлена труба, и технология ее изготовления существенно влияют на состояние ее внутренней поверхности, а следовательно, на значения эквивалентной шероховатости и вид зависимости $\lambda = f(\text{Re})$.

Естественная техническая шероховатость (см. рис. 8.4, б), образуемая при изготовлении труб и в результате различных изменений в процессе эксплуатации, не является равнозернистой песочной шероховатостью, влияние которой на вид эюр скорости и сопротивление труб исследовал Никурадзе. Выступы технической шероховатости имеют неодинаковую высоту, форму и плотность распределения по поверхности трубы. В настоящее время техническая шероховатость оценивается некоторой средней высотой Δ_0 выступов, называемой эквивалентной шероховатостью.

Под эквивалентной шероховатостью понимают высоту выступов равнозернистой шероховатости из однородного песка, при которой в квадратичной области сопротивления получается такое же значение λ , что и в рассматриваемой трубе. Определяют эквивалентную равнозернистую шероховатость трубы следующим образом. Опытным путем определяют λ при различных Re и строят график $\lambda = f(\text{Re})$, который сравнивают с графиками Никурадзе. Исследуемой трубе приписывают относительную шероховатость, равную относительной шероховатости той трубы в опытах Никурадзе, для которой в квадратичной области график совпадает с графиком исследуемой.

Для вычисления Δ_0 можно воспользоваться формулой (8.43а), откуда имеем

$$\lg \Delta_0 = \lg d + 0,57 - 1/2 \sqrt{\lambda_{\text{KB}}}.$$

В связи с отмеченными особенностями технической шероховатости характер графика $\lambda = f(\text{Re})$ для промышленных труб (рис. 8.13) оказался отличным от аналогичного графика для труб с равнозернистой шероховатостью.

Это отличие было зафиксировано в различных опытах. В трубах с технической шероховатостью с увеличением чис-

ла Re и, следовательно, с уменьшением толщины вязкого подслоя δ_v выступы шероховатости не все одновременно выступают в турбулентное ядро потока:— сначала бóльшие, а по мере возрастания числа Re — постепенно остальные. В переходной области для труб с технической шерохо-

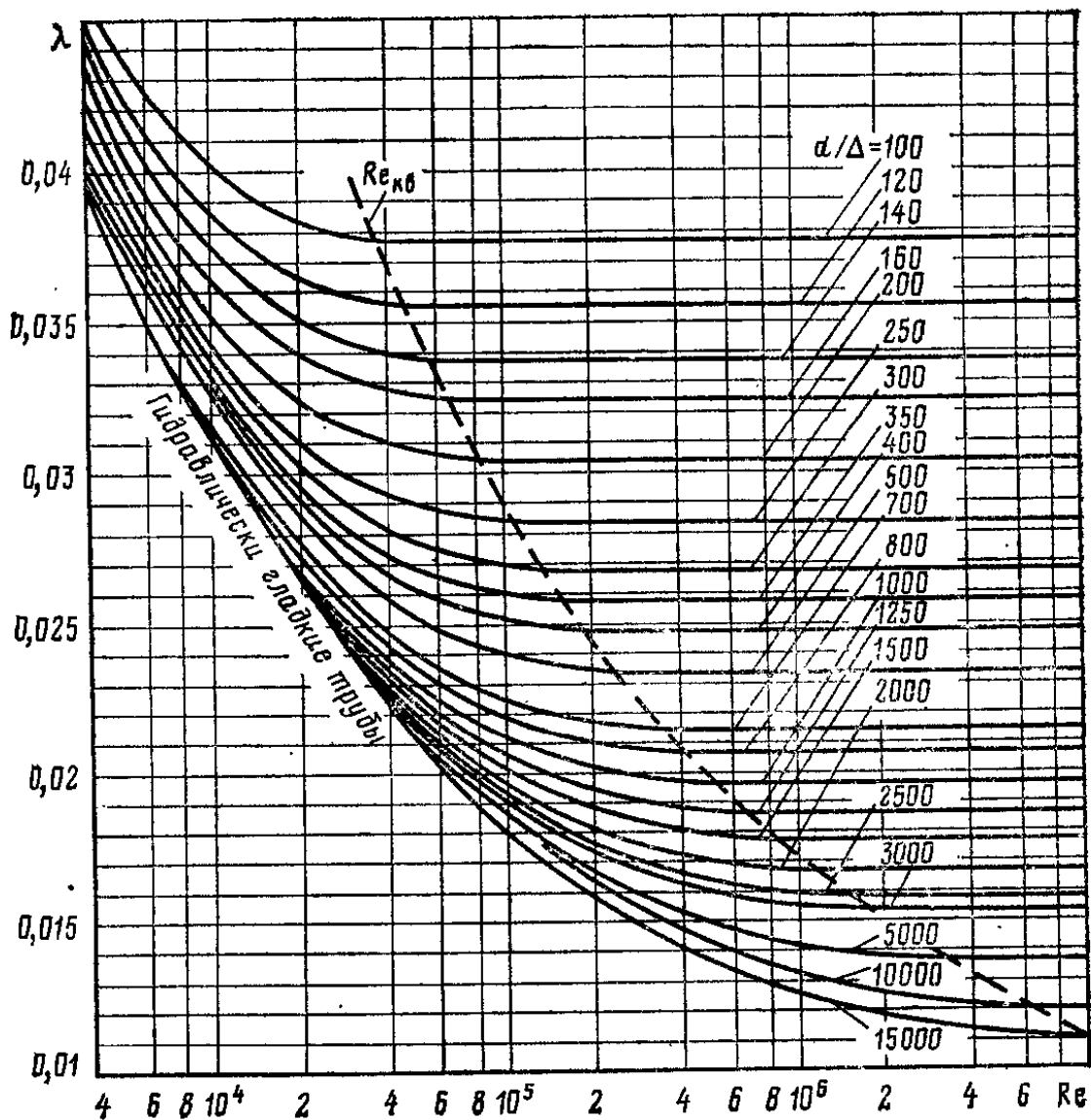


Рис. 8.13

ватостью в отличие от труб с равнозернистой шероховатостью коэффициенты $\lambda_{пер}$ больше, чем $\lambda_{кв}$ для квадратичной области сопротивления.

Для труб промышленного изготовления с естественной шероховатостью для любой области сопротивления при турбулентном режиме движения А. Д. Альтшуль предложил формулу

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_0}{d} + 68/Re \right)^{0,25}, \quad (8.47)$$

При $\Delta_3/d \ll 68/Re$ формула (8.47) практически совпадает с формулой Блазиуса (8.38).

Граница между областью гидравлически гладких труб и переходной областью сопротивления может быть определена приближенно по соотношению $Re \approx 20 d/\Delta_3$. При турбулентном движении и $4000 \leq Re < 20 d/\Delta_3$ для определения $\lambda_{г.л.}$ можно принять формулу Блазиуса (8.38). Область гидравлически шероховатых труб соответствует числам $Re > 500 d/\Delta_3$. Коэффициент $\lambda_{кв}$ можно определять по формуле Б. Л. Шифринсона

$$\lambda_{кв} = 0,11 (\Delta_3/d)^{0,25}.$$

Значения Δ_3 для труб из различных материалов приведены в приложении (табл. П.11).

8.11. КОЭФФИЦИЕНТЫ ДАРСИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ТРУБ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В ГИДРОМЕЛИОРАЦИИ

Пластмассовые трубы. К пластмассовым относятся трубы из различных материалов: полиэтилена (стабилизированного и нестабилизированного), поливинилхлорида, винипласта (стабилизированного и нестабилизированного), фторопласта, полиметилметакрилата (органического стекла), фаолита, текстолита, асбовинила, стеклопласта и т. д. При этом даже изделия из одного материала, но изготовленные на разных заводах по разной технологии, имеют несколько отличающиеся зависимости для λ .

Для полиэтиленовых труб широкое распространение имеет формула Ф. А. Шевелева, по которой составлены и изданы специальные таблицы,

$$\lambda = 0,25/Re^{0,226}.$$

Значения λ по этой формуле достаточно близки к значениям $\lambda_{г.л.}$, найденным по формуле Блазиуса (8.38).

Для промышленных полиэтиленовых труб с учетом влияния стыков и условий укладки, отличающихся от лабораторных, коэффициент λ может быть определен по формуле

$$\lambda = 0,288/Re^{0,226}.$$

Стекланные трубы находят все большее применение тогда, когда необходимо обеспечить достаточную гигиеничность и стойкость к коррозии; предусматривается и подземная прокладка стекланных труб. Стекланные трубы используются и в лабораторных условиях.

Исследованиями ВНИИ ВОДГЕО установлено, что стекланные трубы, изготовленные способом вертикального вытягивания в диапазоне

чисел $Re=4,10^4 \div 8 \cdot 10^5$, относятся к гидравлически гладким, и для них коэффициент Дарси может быть определен с учетом влияния стыков по формуле

$$\lambda = 0,312/Re^{0,226}.$$

Трубы для сточных вод. В трубах, предназначенных для сточных вод, коэффициенты λ определяют по формуле, предложенной Н. Ф. Федоровым,

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -21g \left(\frac{\Delta_э}{3,42 d_r} + \frac{a_2}{Re} \right),$$

где $d_r=4R$ — гидравлический диаметр; $\Delta_э$ и a_2 — соответственно эквивалентная шероховатость, мм, и безразмерный коэффициент (табл. 8.3).

Т а б л и ц а 8.3

Трубы	$\Delta_э$, мм	a_2
Керамические	1,35	90
Асбестоцементные	0,6	73
Бетонные и железобетонные	2	100
Стальные	0,8	79
Чугунные	11,0	83

При вычислении числа $Re=vd_r/\nu$ в зависимости от концентрации в воде взвешенных частиц ν увеличивают на 3—5 % по сравнению с ν для чистой воды.

Трубы для внутрпочвенного и капельного орошения. В стенках труб, используемых для такого вида орошения, устраиваются отверстия, через которые вода подается на полив непосредственно к растениям. Такая конструкция осуществляется и в гибких трубопроводах из синтетической ткани. Условия движения, когда расход воды по длине трубопровода уменьшается, отличаются от условий, когда расход постоянный, появляются дополнительные потери энергии из-за раздачи воды во многих точках по длине. Поэтому для некоторых условий коэффициенты λ могут увеличиваться по сравнению с λ при $Q=\text{const}$.

Обычно в поливных трубопроводах для капельного орошения ($d=0,016 \div 0,05$ м) на расстоянии от 0,06 до 4 м выполняются отверстия диаметром 1—3 мм, в которых устанавливаются через «переходник» капельницы. При изменении расхода по длине в трубопроводах (обычно из полиэтилена) систем капельного орошения создается турбулентное движение с максимальным значением $Re < 10^5$. Коэффициенты λ для этих труб могут быть определены по формулам для гидравлически гладких труб.

Для рассматриваемых трубопроводов при $Re > 2 \cdot 10^4$ различие между λ для условий постоянного или переменного расхода по длине практически отсутствует.

Укажем попутно, что при капельном орошении могут быть случаи, когда движение — ламинарное (по всей длине трубопровода или в его концевой части).

Дренажные трубы из различных материалов. В условиях притока воды в собирающие (дренажные) трубопроводы, когда расход по длине трубопровода увеличивается, коэффициенты Дарси λ при переменном расходе могут увеличиваться по сравнению со случаем, когда $Q = \text{const}$. Дренажные трубы изготавливают различных конструкций и из разных материалов (пластмассовые, гладкостенные или гофрированные — с дренажными отверстиями; гончарные, керамические, из стеклопластика и др.).

Дренажные трубы из стеклопластика при различных условиях, встречающихся в практике, работают в конце переходной и в квадратичной областях сопротивления.

Тщательно уложенные керамические дренажные трубы при турбулентном движении и $Re \leq 10^5$ работают как гидравлически гладкие.

В переходной области коэффициент λ гофрированных дренажных труб по данным А. И. Мурашко рекомендуется определять по формуле Кольбука — Уайта (8.44), причем для этих труб $\Delta_s = 1,3 \div 1,9$ мм. Квадратичная область для гофрированных труб наступает при $Re_{\text{кв}} \approx \approx 10^5$. Увеличение коэффициента λ , связанное с наличием дренажных отверстий и стыков в гофрированных трубах, оценивается приблизительно в 5 %.

8.12. ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ СЕЧЕНИЯ ТРУБОПРОВОДА НА КОЭФФИЦИЕНТЫ ДАРСИ

При вычислении значений числа Re для потоков в трубах некруглого сечения в качестве характерной линейной величины используется гидравлический радиус R . Этот параметр не является полной характеристикой геометрии потока, ибо недостаточно характеризует форму живого сечения. В то же время форма сечения влияет на кинематическую структуру потока и тем самым оказывается существенной при расчете гидравлических сопротивлений.

В трубах с полигональными очертаниями касательные напряжения на стенке распределены неравномерно по периметру сечения: по мере приближения к углам труб уменьшаются значения интенсивности пульсаций скорости и касательного напряжения. В результате неравномерности распределения касательных напряжений более интенсивно проявляются вторичные течения в плоскости живого сечения. Происходит поперечная циркуляция (рис. 8.14), на поддержание которой затрачи-

вается дополнительная энергия. При прочих равных условиях коэффициенты Дарси λ увеличиваются. По лабораторным данным в напорных трубах полигонального очертания коэффициенты λ могут увеличиваться на 15 % по сравнению со значениями λ для круглых труб.

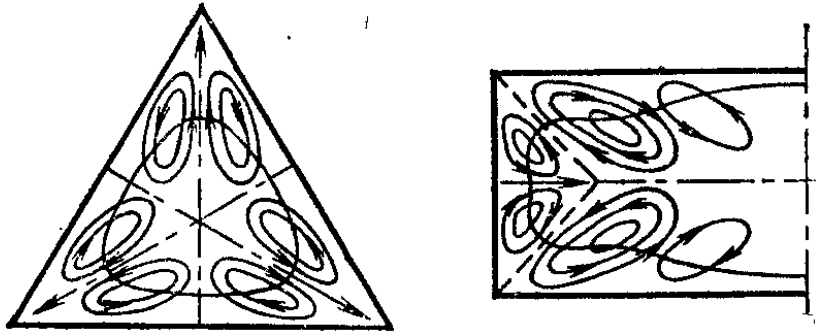


Рис. 8.14

8.13. ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ТРУБОПРОВОДА НА ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Влияние вибрации трубопровода. При работе трубопровода в условиях вибрации значение $Re_{кр}$ уменьшается. Влияние вибрации на увеличение λ (до 20%) отмечается в области перехода от ламинарного к турбулентному движению. Увеличение λ в трубопроводах мелиоративных, строительных и других машин, работающих в условиях вибрации, должно учитываться при конструировании.

Влияние «обрастания» трубопроводов происходит в процессе эксплуатации в результате коррозии материалов труб, а также плотного слоя отложений. Состав этих отложений (инкрустации) может быть различным в зависимости от состава воды, транспортируемой по трубам. «Обрастание» приводит к уменьшению площади живого сечения и увеличению размеров выступов шероховатости, образовавшихся на стенках трубы. Наблюдения показывают, что после нескольких лет эксплуатации уменьшение расхода воды вследствие этого может достигать 50 %.

Расчет увеличения высоты выступов шероховатости в зависимости от срока эксплуатации и состава воды можно выполнять по приближенной зависимости

$$\Delta_t = \Delta + \alpha t,$$

где Δ — высота выступов шероховатости в начале эксплуатации; Δ_t — то же через t лет; α — коэффициент, характеризующий скорость увеличения высоты выступов Δ и изменяющийся от 0,025 до 3 мм/год в зависимости от степени минерализации воды.

Отметим, что для восстановления расчетной пропускной способности труб применяют специальные устройства механического или гидравлического действия для очистки внутренней поверхности труб.

8.14. СПОСОБЫ СНИЖЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

1. Введение в жидкость малых добавок полимеров или поверхностно-активных веществ (ПАВ) при определенных условиях приводит к снижению гидравлических сопротивлений, т. е. к уменьшению коэффициента Дарси λ .

Приведем одну из гипотез, объясняющих этот эффект.

Молекулы применяемых полимеров или ПАВ представляют собой весьма длинные образования (длина некоторых из них может превышать их поперечный размер в 100 000 раз). При наличии добавок увеличивается толщина вязкого подслоя и промежуточной зоны между подслоем и турбулентным ядром, так как в реальных условиях переход от вязкого подслоя к турбулентному ядру происходит, конечно, не по одной линии, а в некотором слое, толщина которого, так же как и δ_v , невелика. По мере увеличения концентрации добавок толщина промежуточного слоя растет. Вблизи стенок очень длинные молекулярные образования (мицеллы) ориентируются преимущественно по направлению движения и образуют «гибкую» поверхность, которая может изменяться волнообразно. После прохождения через насос или местные сопротивления молекулярные образования у полимеров разрываются и в применяемых сейчас полимерных добавках практически не восстанавливаются. Эффект снижения λ при этом, естественно, сильно уменьшается. У поверхностно-активных веществ мицеллы восстанавливаются и эффект снижения λ довольно стабилен по длине трубопровода.

Добавки влияют на градиент скорости вблизи стенок — он уменьшается. Вместе с тем поверхность, создающаяся из молекул добавок вблизи стенок трубы, способствует сильному (до 4—5 раз) уменьшению интенсивности пульсаций поперечной составляющей (u'_2), скорости, соответственно уменьшаются касательные напряжения, а значит, и λ .

Полимерные и другие добавки сейчас довольно широко применяются в трубопроводах промышленного водоснабжения, теплоснабжения, шахт, химической и нефтеперерабатывающей промышленности. Начинается применение добавок и в мелиоративных трубопроводах. Применение некоторых добавок способствует очистке воды, приводит к замедлению коррозии. Имеются сведения о положительных результатах применения полимерных добавок в экспериментальной медицине (добавки в кровеносные сосуды).

Концентрация растворов добавок изменяется от 0,001 до 1 %. Применение добавок позволяет до 60—80 % снизить коэффициент λ по сравнению с λ в жидкости без добавок. Однако не всегда увеличение концентрации до максимально возможной дает максимальный эффект. В каждом из случаев имеется некоторое оптимальное значение концентрации добавок.

У жидкостей с добавками переход от ламинарного к турбулентному движению происходит при числах Рейнольдса гораздо больших (примерно в 10 раз), чем $Re_{кр}$ чистой жидкости.

Снижение λ при турбулентном движении начинается при достижении так называемого «порогового» числа $Re_{пор}$ (или «пороговой» средней скорости в данной трубе). С увеличением концентрации добавок числа $Re_{пор}$ уменьшаются.

2. В гидравлически гладких трубопроводах как при ламинарном, так и при турбулентном движении с увеличением числа Re коэффициент λ уменьшается. При неизменных v и d увеличение числа Re в капельной жидкости может быть достигнуто уменьшением кинематической вязкости ν подогревом жидкости или стенок трубы.

В воздухопроводах для уменьшения λ стенки надо охлаждать, так как ν воздуха уменьшается с уменьшением температуры.

3. Установлено, что подвижность («податливость») границ потока при подобранных определенным образом условиях может повлиять на значения λ , уменьшая или увеличивая их. К таким условиям относятся случаи, когда стенки, ограничивающие поток, колеблются с необходимыми частотами и амплитудами.

Кроме того, наблюдается снижение λ в потоках с границами, колеблющимися в соответствии с характеристиками пульсаций, возникающих в жидкости. Экспериментально найдено, что амплитуда таких колебаний не должна превышать толщины вязкого подслоя δ_v . Лучшие результаты получались, когда амплитуды равнялись $(0,2—0,3)\delta_v$.

Подбор соответствующих (для снижения λ) характеристик гибких (податливых) границ представляет интерес при проектировании мягких трубопроводов из капроновой ткани или из других аналогичных материалов.

8.15. ФОРМУЛЫ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ШЕЗИ В КВАДРАТИЧНОЙ ОБЛАСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Эмпирические формулы. Формула Шези для равномерного движения была предложена более двух столетий тому назад.

В дальнейшем различными исследователями предлагались в основном эмпирические формулы для коэффициента Шези C . Рассмотрим некоторые из них, применяемые в расчетной практике:

формула Маннинга (1890 г.)

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}; \quad (8.48)$$

формула Павловского

$$C = \frac{1}{n} R^y. \quad (8.49)$$

В степенных формулах (8.48) и (8.49) n — коэффициент шероховатости (табл. П. III в приложении); R — гидравлический радиус.

В 1925 г. акад. Н. Н. Павловский на основе анализа многочисленных опытных данных в диапазоне $0,1 \text{ м} \leq R \leq \leq 3 \text{ м}$ установил, что показатель степени в степенной формуле для коэффициента Шези является не постоянной, а переменной величиной

$$y = 2,5 \sqrt{n} - 0,13 - 0,75 \sqrt{R} (\sqrt{n} - 0,1).$$

Н. Н. Павловским предложены упрощенные формулы для определения y :

$$\text{при } R < 1 \text{ м } y \approx 1,5 \sqrt{n},$$

$$\text{при } R > 1 \text{ м } y \approx 1,3 \sqrt{n}.$$

Полуэмпирические формулы. И. И. Агроскин (1949 г.) предложил полуэмпирическую формулу, так как она выведена из теоретически обоснованной формулы для коэффициента Дарси в квадратичной области сопротивления (8.43), с учетом того, что $C = \sqrt{8g/\lambda}$:

$$C = 2a \sqrt{2g} \lg \frac{A}{\Delta} R.$$

Специфика шероховатости стенок водотока (русла) отражена в отношении A/Δ , где учтены как абсолютные размеры шероховатости Δ , так и форма, и другие особенности шероховатости A . Поэтому величина $\lg \frac{A}{\Delta} = k$ была названа параметром гладкости русла.

Приняв на основе опытных данных Никурадзе $a=2$, при $g=9,81 \text{ м/с}^2$ И. И. Агроскин получил

$$C = 17,72 (k + \lg R). \quad (8.50)$$

Формула (8.50) предусматривает использование обширного экспериментального материала, на основе которого получены значения коэффициента шероховатости n , и тогда

$$C = 1/n + 17,72 \lg R, \quad (8.51)$$

где

$$k = 1/17,72n = 0,056/n.$$

В 1965 г. была предложена (И. И. Агроскин, Д. В. Штернлихт) формула для коэффициента C с переменным коэффициентом при $\lg R$

$$C = C_1 + B \lg R, \quad (8.52)$$

где

$$C_1 = 1/n; \quad B = 27,5 - 300n.$$

Расчет коэффициентов λ Дарси и Шези C в открытых руслах будет дополнительно рассмотрен в гл. 16.

Глава 9

ПОТЕРИ НАПОРА ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

9.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

При протекании вязкой жидкости через короткие участки, непосредственно примыкающие к конструктивным элементам (см. § 7.1) труб или русл, происходит изменение вектора средней скорости. Обычно причиной изменения средней скорости служит изменение геометрии границ потока (т. е. изменение площади сечения) или изменение направления движения жидкости. Во многих случаях может происходить изменение и значения средней скорости, и на-

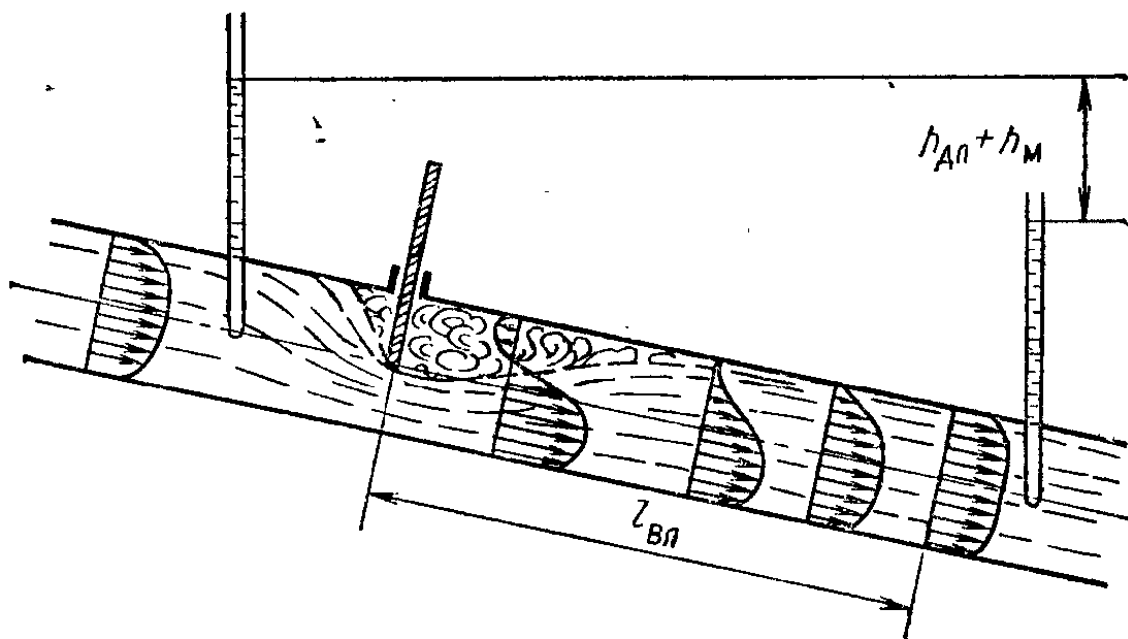


Рис. 9.1

правления движения (например, при прохождении жидкости через некоторые фасонные части трубопроводов).

В рассматриваемых случаях на коротких участках потока происходят изменения кинематических параметров. В пределах таких участков движение жидкости неравномерное.

Как указывалось в гл. 7, во многих случаях при прохождении жидкости через конструктивные элементы (рис. 9.1) происходит отрыв потока от стенок, образуются циркуляционные зоны (если жидкость— вода, то эти зоны называются водоворотными) и интенсивное вихреобразование с последующим гашением вихрей в толще потока, в турбулентном потоке усиливаются пульсации скоростей. В результате этих явлений часть удельной энергии (напора) затрачивается на преодоление сопротивлений движению жидкости, возникающих в связи с работой сил трения внутри вязкой жидкости, часть механической энергии переходит в теплоту. При этом местная потеря напора определяется по (7.6):

$$h_m = \zeta_m v^2 / 2g,$$

где ζ_m —безразмерный коэффициент местного сопротивления.

Как уже указывалось в гл. 7, для большинства местных сопротивлений приведенные в справочной литературе коэффициенты потерь найдены экспериментально. При проведении опытов необходимо соблюдать следующие требования. Исследуемый конструктивный элемент трубы устанавливается на участке трубопровода, достаточно удаленном от входа и от предшествующего (по течению) другого конструктивного элемента. В местах установки пьезометров не должно ощущаться влияние входа в трубу, изучаемого объекта и других конструктивных элементов на распределение скоростей и давлений по сечению. Пьезометры должны устанавливаться в сечениях, где движение равномерное или плавно изменяющееся. Установка пьезометров непосредственно перед изучаемым конструктивным элементом и за ним не приведет к правильным результатам.

С помощью пьезометров определяется перепад пьезометрических напоров, равный при $\alpha_1 = \alpha_2$ и $v_1 = v_2$

$$\Delta H_{\Pi} = h_{\text{тр}} = (z_1 + p_1/\rho g) - (z_2 + p_2/\rho g).$$

В данном случае $h_{\text{тр}} = h_{m_1} + h_{\text{дл}}$.

Затем на таком же участке трубопровода, но без рассматриваемого конструктивного элемента измеряется поте-

ря напора $h_{дл}$. Одновременно в обоих случаях определяется средняя скорость потока. Отсюда получаем местные потери напора $h_m = h_{тр} - h_{дл}$, а затем $\zeta_m = 2gh_m/v^2$.

Когда $v_1 \neq v_2$, т. е. площади сечения до конструктивного элемента и за ним различны, а $\alpha_1 \neq \alpha_2$, $h_{тр}$ определяют из (5.21). Экспериментальное определение ζ_m в этом случае гораздо труднее, чем при постоянных размерах сечения до конструктивного устройства и за ним.

Коэффициенты местных сопротивлений ζ_m , так же как и коэффициенты Дарси λ , могут являться функцией ряда факторов (см. § 7.2, 7.3). Среди них главным является геометрическая форма. При напорном установившемся движении в общем случае для данной геометрической формы

$$\zeta_m = f(Re, \Delta/d, Ka).$$

Если движение неустановившееся, то в число влияющих факторов добавляется число Струхала Sh (см. § 7.2).

Во многих случаях относительная шероховатость не влияет на ζ_m . Влияние числа Кармана Ka на ζ_m изучено пока недостаточно.

Большинство коэффициентов местных сопротивлений ζ_m при напорном движении в трубопроводах не зависит от числа Re при $Re > 5(10^3 \div 10^4)$. При меньших значениях чисел Re коэффициенты ζ_m обычно увеличиваются с уменьшением Re .

Коэффициенты местного сопротивления могут быть представлены в виде

$$\zeta_m = \zeta_{m.кв} + A/Re,$$

где $\zeta_{m.кв}$ — коэффициент местного сопротивления в квадратичной области сопротивления, в которой потери удельной энергии (напора) пропорциональны квадрату средней скорости; A — коэффициент. Значения $\zeta_{m.кв}$ и A для различных конструктивных элементов приведены в табл. П.1 приложения.

При достаточно больших числах Re второй член в этой формуле значительно меньше, чем $\zeta_{m.кв}$. Этот факт найдет отражение в приводимых ниже замечаниях о значениях числа Re , при которых коэффициенты ζ_m не зависят от него.

Влияние многообразия геометрических параметров различных конструктивных схем и особенностей условий движения на значения коэффициентов ζ_m отражено в специальных гидравлических справочниках. Отметим, что мест-

ные потери напора при напорном движении в трубах изучены гораздо полнее, чем при безнапорном движении.

9.2. ПОТЕРИ НАПОРА НА НАЧАЛЬНЫХ УЧАСТКАХ

На начальных участках труб или каналов (см. § 7.1) происходит изменение распределения кинематических параметров потока от начального их распределения (на входе) до распределения, соответствующего стабилизированному (или равномерному) движению. Распределение скоростей по живому сечению на входе близко к равномерному. На длине начального участка происходит изменение эпюры скоростей, которая асимптотически приближается к виду, характерному для полностью развитого (стабилизированного) данного режима движения. Как известно, плоская эпюра скоростей при стабилизированном ламинарном движении — парабола, а при стабилизированном турбулентном движении — логарифмическая кривая. Потери напора на начальных участках больше, чем на участках такой же длины данного трубопровода или русла, но при равномерном (стабилизированном) движении: при ламинарном движении — приблизительно на $(0,2 \div 0,4) v^2/2g$, а при турбулентном — приблизительно на $(0,1 \div 1,5) v^2/2g$ в зависимости от интенсивности турбулентности на входе.

Длина начального участка при ламинарном напорном движении жидкости в трубе по С. М. Таргу равна $0,04 \text{ Re}d$.

При турбулентном напорном движении длина начального участка зависит от того, будет ли данная труба гидравлически гладкой или гидравлически шероховатой.

Для турбулентного движения длину $l_{\text{нач}}$ для всех областей сопротивления можно определить по формуле, предложенной В. С. Боровковым и Ф. Г. Майрановским,

$$l_{\text{нач}}/d = 0,52/\lambda,$$

где λ — коэффициент Дарси при стабилизированном (равномерном) движении. Для ламинарного движения с учетом того, что $\lambda = 64/\text{Re}$, эта формула имеет вид

$$l_{\text{нач}}/d = 2,56/\lambda.$$

Сравнение этих формул показывает, что при одинаковых значениях λ и d длина $l_{\text{нач}}$ при ламинарном режиме движения в 5 раз больше, чем при турбулентном.

9.3. МЕСТНЫЕ ПОТЕРИ НАПОРА

Рассмотрим некоторые типичные случаи местных гидравлических сопротивлений при турбулентном режиме и напорном движении, обусловленные изменением площади поперечного сечения потока (см. ниже, пп. 1—6) или изменением направления потока. Обычно коэффициенты местных сопротивлений можно определить экспериментальным путем.

1. Внезапное расширение трубы. Напорное движение жидкости происходит в трубе, сечение которой внезапно расширяется от площади ω_1 до площади ω_2 (рис. 9.2). При достаточно высокой скорости в узкой трубе поток в месте расширения отрывается от ограничивающих твердых стенок, образуя транзитную

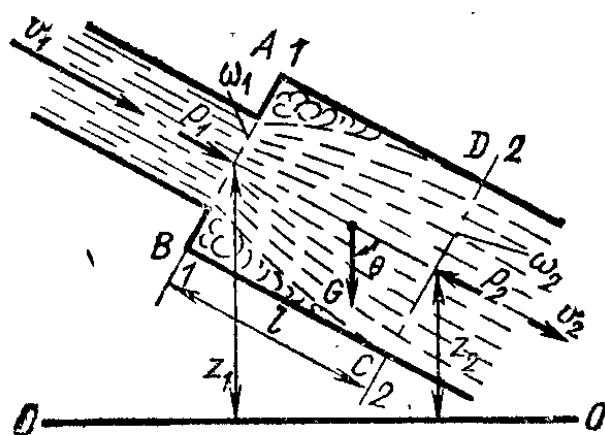


Рис. 9.2

струю, которая постепенно расширяется. На некотором расстоянии от кромки расширения транзитная струя заполнит сечение ω_2 . Между стенкой трубы и поверхностью транзитной струи жидкость медленно вращается, образуя водоворотную область. Граница между транзитной струей и водоворотной областью представляет собой поверхность раздела, которая неустойчива, ее положение меняется. На этой границе происходит интенсивное вихреобразование.

Пульсации скоростей на границе раздела транзитной струи и водоворотной области наряду с интенсивными перемещениями вихрей приводят к появлению повышенных по сравнению с равномерным движением турбулентных касательных напряжений.

Через поверхность раздела происходит обмен жидкости из транзитной струи в водоворотную область и обратно. В результате завихренные массы жидкости с границы транзитной струи проникают внутрь потока, где вращение постепенно гасится трением.

В связи с интенсивным вихреобразованием на границе транзитной струи и последующим гашением вихрей, происходят потери напора при внезапном расширении $h_{в.р.}$

Коэффициенты местных сопротивлений приближенно можно найти аналитически.

Составим уравнение Бернулли для сечений AB и CD , ограничивающих выделенный отсек $ABCD$:

$$h_{в.р} = z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}.$$

Чтобы выразить $z_1 - z_2 + (p_1 - p_2)/\rho g$ через средние скорости v_1 и v_2 , к массе жидкости, заключенной между сечениями AB и CD , применим теорему о количестве движения, согласно которой изменение количества движения этой массы в единицу времени равно сумме проекций на направление движения (на ось потока) внешних сил, действующих на данную систему.

Рассмотрим проекции внешних сил на ось потока. В сечении AB , взятом по большому диаметру сразу за расширением, действуют в направлении потока сила давления $P_1 = p_1 \omega_1$ и сила воздействия кольцевой стенки площадью $\omega_2 - \omega_1$ на поток $R = p_1 (\omega_2 - \omega_1)$. Сумма этих сил $P_1 + R = p_1 \omega_2$. Сила давления в сечении CD , направленная против движения, $P_2 = p_2 \omega_2$. Проекциями сил трения на боковой стенке отсека пренебрегаем из-за небольшой длины выделенного отсека.

Проекция силы тяжести на направление движения $G \cos \theta = \rho g \omega_2 l \cos \theta = \rho g \omega_2 (z_1 - z_2)$. Итак, сумма проекций внешних сил на направление движения равна

$$(p_1 - p_2) \omega_2 + \rho g \omega_2 (z_1 - z_2).$$

Приращение количества движения выделенной массы жидкости с учетом (5.28а) равно

$$\rho Q (\alpha_2' v_2 - \alpha_1' v_1) = \rho \omega_2 v_2 (\alpha_2' v_2 - \alpha_1' v_1).$$

Приравняв сумму проекций внешних сил на направление движения и приращение количества движения, получим

$$(p_1 - p_2) \omega_2 + \rho g \omega_2 (z_1 - z_2) = \rho \omega_2 v_2 (\alpha_2' v_2 - \alpha_1' v_1).$$

Сократив на ω_2 и приняв $\alpha_1' = \alpha_2' = \alpha'$, запишем

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) = \frac{\alpha' v_2}{g} (v_2 - v_1).$$

Тогда

$$h_{в.р} = \frac{\alpha' v_2 (v_2 - v_1)}{g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}.$$

Если принять $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha' = \alpha$, то

$$h_{в.р} = \frac{\alpha (v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (9.1)$$

или при $\alpha = 1$

$$h_{в.р} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (9.2)$$

Назовем $(v_1 - v_2)$ потерянной скоростью, тогда потери напора при внезапном расширении равны скоростному напору, соответствующему потерянной скорости. Это есть формула Борд́а, которая была введена им при рассмотрении потери энергии при ударе неупругих тел, поэтому иногда потери $h_{в.р}$ называют потерями на удар.

Потери напора $h_{в.р}$ можно выразить следующим образом:

$$h_{в.р} = \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g} \quad (9.3)$$

или

$$h_{в.р} = \left(\frac{v_1}{v_2} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} \quad (9.4)$$

Так как по уравнению неразрывности $v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2$, то можно представить

$$h_{в.р} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g}$$

или

$$h_{в.р} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} \quad (9.5)$$

Отсюда коэффициенты сопротивления при внезапном расширении потока

$$\zeta_{в.р1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2; \quad (9.5)$$

$$\zeta_{в.р2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2. \quad (9.6)$$

При этом

$$h_{в.р} = \zeta_{в.р1} \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_{в.р2} \frac{v_2^2}{2g};$$

$$\frac{\zeta_{в.р1}}{\zeta_{в.р2}} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}. \quad (9.7)$$

Опыты показывают, что при $Re_1 = v_1 d_1 / \nu > 5 \cdot 10^3$ коэффициенты сопротивления при внезапном расширении зависят только от отношения площадей ω_1 и ω_2 . При меньших Re_1 указанные коэффициенты можно считать зависящими от Re_1 , причем с уменьшением Re_1 коэффициент $\zeta_{в.р1}$ увеличивается.

2. Выход из трубы в неподвижную жидкость (бак, бассейн, водохранилище) является частным

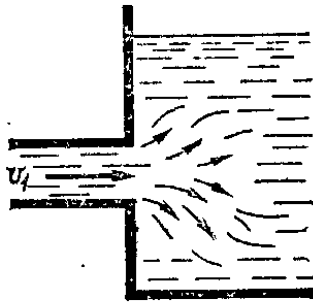


Рис. 9.3

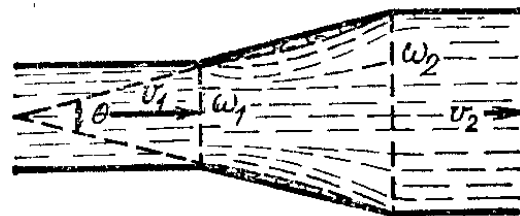


Рис. 9.4

случаем внезапного расширения при $\omega_2 \gg \omega_1$. В этом случае (рис. 9.3) можно использовать выражение для коэффициента сопротивлений при внезапном расширении (9.5)

$$\zeta_{в.р1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2,$$

а так как ω_2 в этом случае гораздо больше, чем ω_1 , то принимаем

$$\zeta_{вых} = 1.$$

3. Постепенное расширение (рис. 9.4) (расширяющиеся переходные конусные или призматические участки или диффузоры). В расчетах потери напора в диффузорах часто разделяют на потери, связанные с расширением сечения h_p и потери по длине диффузора $h_{дл}$. Соответственно коэффициент сопротивлений $\zeta_{диф}$ условно делится на коэффициенты сопротивления расширения ζ_p и $\zeta_{дл}$:

$$\zeta_{диф} = \zeta_p + \zeta_{дл} = k_{диф} \zeta_{в.р} + \zeta_{дл}.$$

Коэффициенты сопротивления при этом обычно относят к скоростному напору в первом сечении. Тогда для конического диффузора круглого сечения

$$\zeta_{диф} = k_{диф} \zeta_{в.р1} + \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\theta}{2}} \left(\frac{n-1}{n}\right)^2,$$

где

$$\zeta_{в.р1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2;$$

ω_1 и ω_2 — площади поперечного сечения трубы до расширения и за ним: $n = \omega_2/\omega_1$ — степень расширения потока ($n > 1$); λ — коэффициент Дарси в подводящей к диффузору трубе. Коэффициент $k_{диф}$ находится по данным табл. 9.1

Таблица 9.1

θ , град	$k_{диф}$	θ , град	$k_{диф}$	θ , град	$k_{диф}$	θ , град	$k_{диф}$
2,5	0,18	25	0,5	60	1,18	100	1,06
7,5	0,13	30	0,7	70	1,15	120	1,05
10	0,17	40	1,0	80	1,12	160	1,02
15	0,27	50	1,1	90	1,1	180	1,0
20	0,42						

в зависимости от центрального угла (угла конусности) θ . Выражение для $\zeta_{дл}$ найдено аналитически.

При движении жидкости в диффузоре скорости по длине уменьшаются. Соответственно по уравнению Бернулли давление увеличивается (градиент $dp/dl > 0$ — положительный градиент давления). При этом вблизи стенок жидкость обладает такими значениями кинетической энергии (или количества движения), что не может противостоять тормозящему влиянию давления. В пристенном (пограничном) слое может начаться движение жидкости в обратном направлении, произойдет отрыв потока от стенок.

В зависимости от угла θ движение жидкости в диффузоре может быть безотрывным (при $\theta < 8^\circ \div 10^\circ$) либо может происходить отрыв потока от стенок на части длины диффузора (при $\sim 10^\circ < \theta < 50^\circ \div 60^\circ$) или полный отрыв потока от стенок на всей длине диффузора ($\theta > 50^\circ \div 60^\circ$). Отрыв бывает несимметричным и даже односторонним.

4. Внезапное сужение. При внезапном сужении (рис. 9.5), так же как и при внезапном расширении, за кромкой сужения происходит отрыв потока от твердой стенки и образование транзитной струи, которая сначала испытывает сжатие, а затем — расширение. Между твердой стенкой и поверхностью транзитной струи образуется водоворотная зона. Образуются вихри, которые в результате обмена жидкостью между водоворотной зоной и транзитной

струей проникают в поток, где гасятся трением. В результате работы сил трения часть механической энергии потока переходит в теплоту.

При числах $Re > 10^4$ коэффициент $\zeta_{в.с}$ зависит только от отношения ω_2/ω_1 . Значения коэффициента $\zeta_{в.с}$, отнесенного к скоростному напору за сужением, приведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

ω_2/ω_1	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\zeta_{в.с}$	0,50	0,46	0,42	0,34	0,25	0,15	0

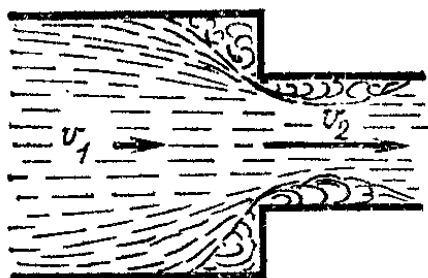


Рис. 9.5

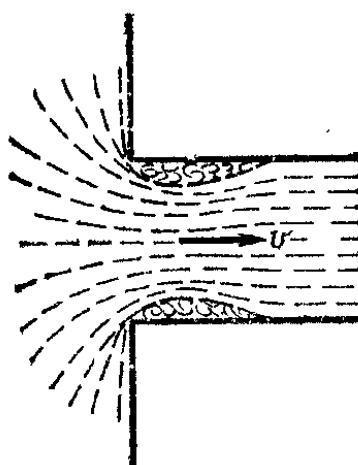


Рис. 9.6

5. Вход в трубу является частным случаем внезапного сужения. Если труба присоединена перпендикулярно стенке бассейна и кромка входного отверстия острая (рис. 9.6), то $\zeta_{вх} = 0,5$; при слегка скругленной кромке $\zeta_{вх} = 0,2 \div 0,25$, а при весьма плавном очертании входной кромки $\zeta_{вх} = 0,05 \div 0,1$. Если труба присоединена под углом θ к горизонту (кромка острая), (рис. 9.7), то

$$\zeta_{вх} = 0,5 + 0,303 \sin \theta + 0,226 \sin^2 \theta. \quad (9.8)$$

6. Постепенное сужение (конфузоры). Коэффициент сопротивлений при постепенном сужении (рис. 9.8), отнесенный к $v_2^2/2g$, определяется по формуле

$$\zeta_{конф} = \frac{\lambda_{ср}}{8 \sin \frac{\theta}{2}} \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2},$$

где n_1 — степень сужения потока, т. е. отношение площадей ω_1/ω_2 ($n_1 > 1$); λ — среднее значение коэффициента Дарси для подводящей и отводящей труб; θ — угол конусности.

Опыты показывают, что при одном и том же угле конусности θ потери напора на участках расширения больше, чем на участках сужения.

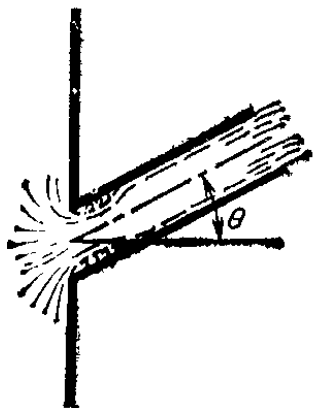


Рис. 9.7

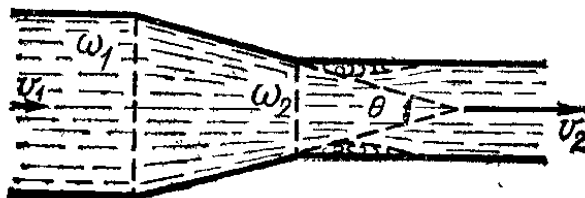


Рис. 9.8

При движении жидкости в конфузоре вдоль потока скорость растет, а давление уменьшается (градиент давления $dp/dl < 0$). Причин к появлению вихреобразования и отрыва потока в конфузоре нет. Лишь на выходе из конфузора при прямолинейных образующих труб имеется сжатие потока и отрыв потока от стенки, но эта зона меньше, чем при внезапном сужении.

7. Поворот. При изменении направления потока появляются центробежные силы, направленные от центра кривизны к внешней стенке трубы. Давление в пределах поворота у внешней стенки больше, чем у внутренней. Соответственно скорости у внешней стенки меньше, чем у внутренней. Вследствие этого вдоль боковых стенок трубы, вблизи поверхности которых скорость невелика, будет происходить движение жидкости от внешней стенки к внутренней, т. е. возникает поперечная циркуляция в потоке. В результате образуется так называемый парный (двойной) вихрь, который накладывается на поступательное движение; линии тока становятся винтообразными (рис. 9.9). Происходит отрыв потока от обеих стенок, образуются водоворотные области с обратными направлениями линий тока в них у стенок трубы. Эпюра скоростей в связи с этим перестраивается.

Повышенная пульсация скоростей и интенсивное перемешивание частиц наряду с затратами энергии потока на

поддержание водоворотных областей на поворотах приводят к увеличенным потерям напора на повороте по сравнению с потерями на прямолинейных участках.

7а. Поворот без скругления (рис. 9.9). Для гладких стенок труб с круглым и квадратным поперечным сечением при $Re \geq 2 \cdot 10^5$ коэффициент сопротивления $\zeta_{пов}$ находят в зависимости от угла поворота θ (табл. 9.3).

Таблица 9.3

θ , град	20	30	45	60	75	90	110	130	150	180
$\zeta_{пов}$	0,125	0,16	0,32	0,56	0,81	1,19	1,56	2,16	2,67	3,00

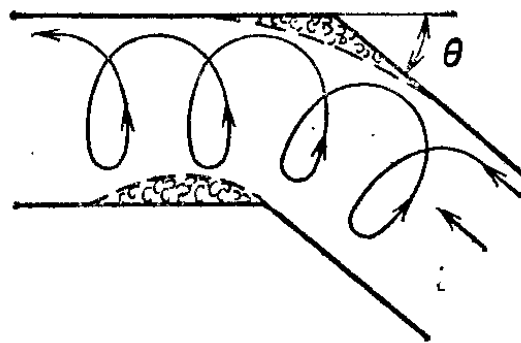
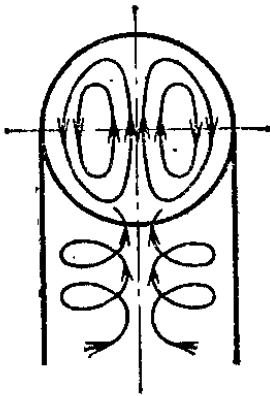


Рис. 9.9

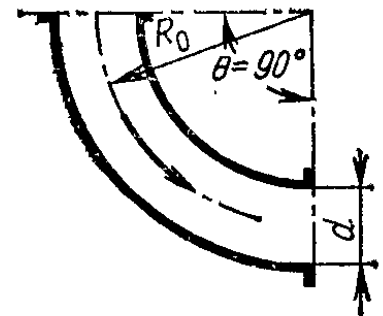


Рис. 9.10

7б. Плавный поворот трубы круглого поперечного сечения (закругленный отвод, колено — рис. 9.10). Коэффициент $\zeta_{пов}$ при плавном повороте трубы с круглым поперечным сечением (стенки гладкие, $Re \geq 2 \cdot 10^5$) находят по формуле

$$\zeta_{пов} = AB.$$

Параметр A зависит от угла поворота θ ; по Б. Б. Некрасову при $\theta \leq 70^\circ$ $A = 0,9 \sin \theta$; при $\theta = 90^\circ$ $A = 1,0$; при $\theta > 100^\circ$ $A = 0,7 + 0,35 \frac{\theta}{90}$. Найденные по этим формулам значения A приведены в табл. 9.4.

Параметр B учитывает влияние относительного радиуса закругления R_0/d (d — диаметр трубы). Значения B определяются по графикам на рис. 9.11 и 9.12.

θ , град	0	20	30	45	60	75	90	110	130	150	180
A	0	0,31	0,45	0,6	0,78	0,90	1,0	1,13	1,2	1,28	1,4

При $Re < 10^4$ шероховатость стенок практически не влияет на $\zeta_{пов}$. При $Re > 10^4$ следует вводить поправки, учитывающие влияние Re и относительной шероховатости

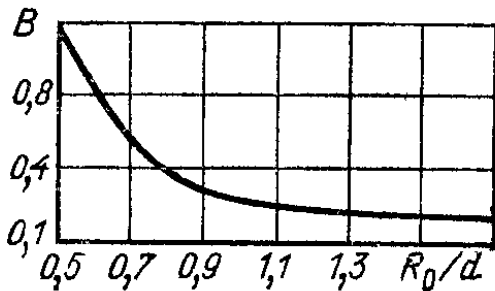


Рис. 9.11

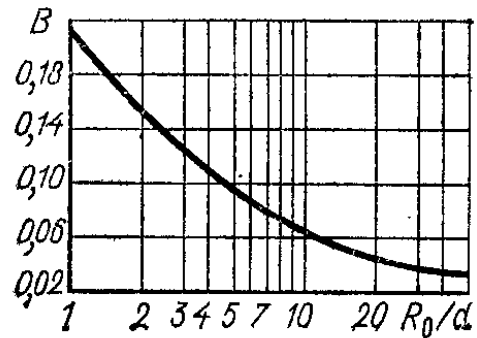


Рис. 9.12

Δ/d . На сопротивление движению потока в отводах влияет в основном шероховатость внутренней стенки.

В формулах, приведенных в п. 7, учитываются только местные потери, связанные с поворотом потока. Потери напора по длине в пределах отводов определяются по обычным формулам (7.18) или (7.19), при этом за l принимают длину осевой линии поворота.

8. Д и а ф р а г м а. Диафрагма представляет собой установленный перпендикулярно направлению течения диск с отверстием (рис. 9.13). Диафрагмы применяются для измерения расхода жидкости в трубах. Коэффициент сопротивления диафрагмы ζ_d , установленной в трубе круглого постоянного сечения ω_1 при круглом концентрическом отверстии площадью ω_0 , зависит от отношения площади отверстия ω_0 и площади сечения ω_1 .

При протекании через отверстие диафрагмы поток суживается до площади отверстия ω_0 , за отверстием образуется транзитная струя, которая сначала испытывает сжатие, а затем расширяется до размеров сечения трубы. Происходит отрыв потока от стенок, между струей и стенками образуется водоворотная зона. Граница раздела между водоворотной областью и транзитной струей неустойчива, пуль-

сирует. На поверхности струи происходят интенсивное вихреобразование и обмен частицами между транзитной струей и водоворотной областью. Порождение и гашение вихрей приводят к повышенной интенсивности пульсаций скорости и к переходу части механической энергии потока в тепло.

Значения отнесенных к скоростному напору в трубе коэффициентов сопротивления диафрагмы с толщиной $l/d_1 \leq \leq 0,015$ с острой кромкой при $Re = v_0 d_0 / \nu > 10^5$ приведены в табл. 9.5.

Таблица 9.5

ω_0/ω_1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ_d	245	51,5	18,2	8,25	4,0	2,0	0,97	0,42	0,13	0

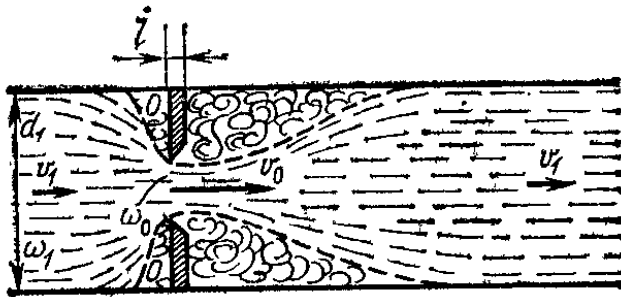


Рис. 9.13

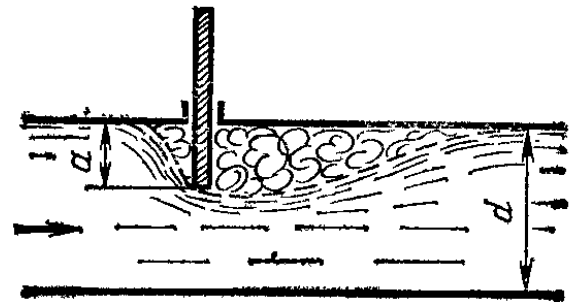


Рис. 9.14

9. Задвижка. Для простой плоской односторонней задвижки, установленной на трубе круглого поперечного сечения, коэффициент потерь ζ_3 зависит от степени перекрытия сечения трубы, которая характеризуется отношением a/d (рис. 9.14). При обтекании такой задвижки также происходят сужение, а затем расширение потока, отрыв потока от стенок и образование водоворотной области. На границе транзитной струи происходят интенсивное вихреобразование и пульсации скорости. Отношение площади $\omega_{п}$, перекрытой такой задвижкой, к площади сечения трубы определяется по формуле

$$\omega_{п}/\omega = 1,25a/d - 0,25(a/d)^4.$$

В табл. 9.6 приведены значения ζ_3 в зависимости от a/d .

Если простая задвижка перекрывает трубу прямоугольного поперечного сечения, то коэффициент ζ_3 принимается

Таблица 9.6

a/d	0,875	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
$\zeta_{в}$	97,8	35	10	4,6	2,06	0,98	0,44	0,17	0,06	0,05

по табл. 9.7 в зависимости от отношения a/d (d — высота прямоугольного поперечного сечения),

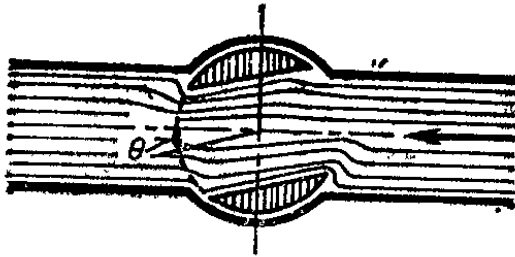


Рис. 9.15

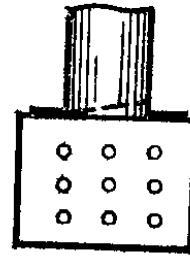


Рис. 9.16

Таблица 9.7

a/d	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\zeta_{в}$	0,09	0,39	0,95	2,08	4,02	8,12	17,8	44,5	193

10. Кран. Для крана, изображенного на рис. 9.15, коэффициент $\zeta_{кр}$ зависит от степени закрытия крана (от угла θ). Значения $\zeta_{кр}$ приведены в табл. 9.8.

Таблица 9.8

θ , град	5	10	20	30	40	50	60	65	82,5
$\zeta_{кр}$	0,05	0,29	1,56	5,47	17,3	52,6	206	486	~

11. Обратный клапан с сеткой (всасывающая коробка с обратным клапаном, рис. 9.16). Коэффициент $\zeta_{к.с.}$ зависит от диаметра d всасывающих труб насосов (табл. 9.9),

Т а б л и ц а 9.9

$d, \text{ мм}$	40	50	75	100	125	150	200	250	300	400	500	750
$\zeta_{\text{к.с}}$	12	10	8	7,0	6,5	6	5,2	4,5	3,7	3	2,5	1,6

Эквивалентная длина. Для упрощения расчета трубопроводов часто используют понятие о так называемой эквивалентной длине местного сопротивления, т. е. об участке данного трубопровода такой длины, на котором потери напора по длине равны местной потере напора:

$$h_{\text{м}} = \zeta_{\text{м}} \frac{v^2}{2g} = h_{\text{дл.экр}} = \lambda \frac{l_{\text{экр}}}{d} \frac{v^2}{2g},$$

или

$$l_{\text{экр}}/d = \zeta_{\text{м}}/\lambda.$$

Взаимное влияние местных сопротивлений. Расположение конструктивных элементов на расстоянии, меньшем длины зоны влияния (см. § 7.1), приводит к их интерференции (взаимному влиянию), что обусловлено изменением распределения кинематических характеристик за данным элементом и на подходе к элементу, расположенному ниже по течению.

Интерференция в зависимости от расстояния между взаимно влияющими местными элементами приводит к тому, что суммарный коэффициент $\zeta_{\text{м}}$ может быть и меньше, и больше арифметической суммы коэффициентов $\zeta_{\text{м}}$ каждого из сопротивлений.

Влияние вибрации трубопровода на коэффициенты местных сопротивлений. Этот вопрос сейчас становится все более актуальным в связи с увеличением числа гидравлических систем, работающих в условиях вибраций (колебаний).

В зависимости от гидравлических условий (в основном характеризующихся значениями числа Рейнольдса) и от амплитудно-частотных характеристик вибраций значения коэффициентов $\zeta_{\text{м}}$ могут увеличиваться или уменьшаться.

Вопросы влияния вибраций и интерференции местных сопротивлений на значения $\zeta_{\text{м}}$ изучены пока недостаточно.

9.4. КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ СИСТЕМЫ

Если трубопровод длиной l имеет на всем протяжении одинаковый диаметр, а движущаяся по этому трубопроводу жидкость встречает n местных источников гидравличе-

ских сопротивлений, то суммарные потери напора определяются по формуле

$$h_{\text{тр}} = h_{\text{дл}} + \sum_{i=1}^{i=n} h_{\text{м}} = \left(\zeta_{\text{дл}} + \sum_{i=1}^{i=n} \zeta_{\text{м}i} \right) \frac{v^2}{2g}.$$

Выражение, заключенное в скобки, называют коэффициентом сопротивления системы $\zeta_{\text{сист}}$. Тогда можно записать

$$h_{\text{тр}} = \zeta_{\text{сист}} \frac{v^2}{2g}. \quad (9.9)$$

Если трубопровод состоит из нескольких k участков с различными диаметрами и на каждом из участков имеются местные сопротивления, то

$$\sum h_{\text{тр}} = \sum_{j=1}^{j=k} h_{\text{дл}j} + \sum_{i=1}^{i=n} h_{\text{м}i},$$

где n — общее число местных сопротивлений.

Для удобства расчетов рекомендуется выразить все скорости через одну скорость на любом участке трубопровода, например на последнем, k -м (v_k).

Тогда, следуя уравнению неразрывности $v_i \omega_i = v_k \omega_k$ и учитывая (9.7), получаем

$$\zeta_{\text{сист}} = \left[\sum \zeta_{\text{м}1} \left(\frac{\omega_k}{\omega_1} \right)^2 + \zeta_{\text{дл}1} \left(\frac{\omega_k}{\omega_1} \right)^2 + \sum \zeta_{\text{м}2} \left(\frac{\omega_k}{\omega_2} \right)^2 + \zeta_{\text{дл}2} \left(\frac{\omega_k}{\omega_2} \right)^2 + \dots + \sum \zeta_{\text{м}k} + \zeta_{\text{дл}k} \right]. \quad (9.10)$$

При этом

$$\sum h_{\text{тр}} = \zeta_{\text{сист}} \frac{v_k^2}{2g}. \quad (9.11)$$

Глава 10

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ

10.1. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ МАЛОЕ НЕЗАТОПЛЕННОЕ ОТВЕРСТИЕ С ОСТРОЙ КРОМКОЙ

Рассмотрим истечение жидкости плотностью ρ из резервуара через малое незатопленное отверстие (рис. 10.1, а). Глубина погружения центра тяжести отверстия под свободной поверхностью равна H (напор).

Истечение происходит при постоянном напоре, т. е. уровень жидкости в резервуаре является неизменным. Это возможно, если свободная поверхность жидкости занимает большую площадь (рис. 10.1, б) или если в резервуар подается такой же расход, что и вытекает через отверстие (рис. 10.1, а).

При постоянном напоре скорости истечения будут неизменными во времени, т. е. движение будет установившимся.

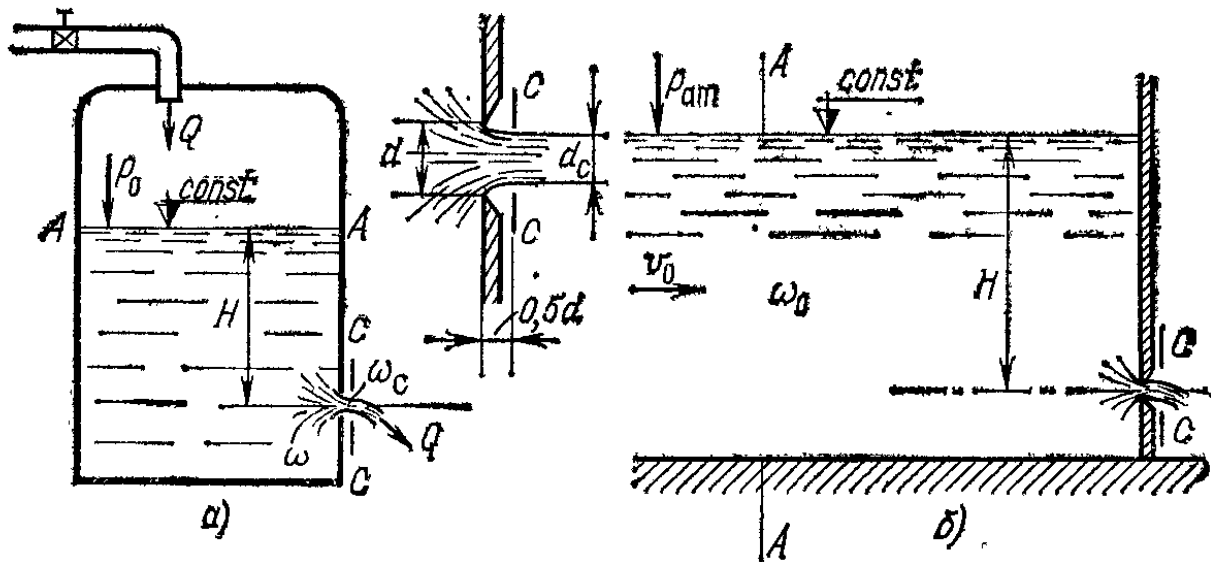


Рис. 10.1

При этом линии тока и траектории движения частиц жидкости совпадают.

Малым отверстием называется такое, у которого наибольший вертикальный размер d не превышает $0,1 H$. При выполнении этого условия скорости на верхней и нижней границах вытекающей из отверстия струи можно считать одинаковыми.

Пусть свободная поверхность жидкости в резервуаре находится под давлением p_0 . Истечение происходит в газовую среду с давлением p_c через незатопленное отверстие с острой кромкой.

Траектории частиц при приближении к отверстию искривляются. Действующая центробежная сила направлена внутрь формирующейся струи. Сечения струи постепенно уменьшаются. Сжатие продолжается и на некотором расстоянии от плоской стенки после выхода струи из резервуара. Движение жидкости на этом участке вблизи стенки неравномерное. Живые сечения потока на этом участке криволинейные, постепенно уменьшающиеся. По мере удаления от отверстия кривизна линий тока умень-

шается, и на некотором расстоянии от стенки движение приближается к плавно изменяющемуся.

В связи с криволинейностью линий тока давление и местные скорости в сечениях струи на участке сужения изменяются весьма сложно.

Опыты, проведенные Базеном, показали, что при истечении через незатопленное отверстие с острой кромкой в горизонтальном дне открытого сосуда в плоскости отверстия избыточное давление изменяется от нуля у краев отверстия (т.е. $p = p_{ат}$) до $0,59 \rho g H$ в центре отверстия (H — напор).

Местная скорость, равная в центре отверстия $u \approx 0,64 \sqrt{2gH}$, постепенно увеличивается до $u \approx \sqrt{2gH}$ на кромке отверстия. При этом сумма удельной потенциальной и удельной кинетической энергий для всех точек плоскости сечения отверстия практически остается постоянной:

$$p/\rho g + u^2/2g = \text{const.}$$

Ближайшее к отверстию сечение струи, в котором движение может быть принято плавно изменяющимся, находится на расстоянии примерно $0,5d$ от внутренней поверхности стенки резервуара. Это сечение называется сжатым сечением струи.

Скорости во всех точках сжатого живого сечения можно считать параллельными и в силу малости отверстия одинаковыми.

Коэффициент сжатия есть отношение площади сжатого живого сечения ω_c к площади отверстия ω :

$$\varepsilon = \omega_c/\omega. \quad (10.1)$$

Ниже сжатого сечения площади живых сечений струи изменяются слабо и жидкость движется в виде компактной струи. На достаточно большом расстоянии от отверстия в связи с насыщением струи воздухом (аэрация) струя начинает дробиться и теряет компактность.

Чтобы получить формулы для определения скорости и расхода, применим уравнение Бернулли (5.21). Составим его для сечений, движение в которых можно считать плавно изменяющимся. Выберем сечения $A—A$ в резервуаре (см. рис. 10.1, а, б) и сжатое сечение струи $C—C$. В сжатом сечении давления не распределяются по гидростатическому закону, так как здесь $p = \text{const}$. Но для малого отверстия этим можно пренебречь и принять в пределах сечения справедливым соотношение $z + p/\rho g = \text{const}$. Горизонтальную плоскость сравнения удобно провести через центр сжатого

сечения. Тогда

$$H + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = 0 + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{\text{тр}}, \quad (10.2)$$

где H — глубина погружения центра тяжести выходного отверстия в стенке резервуара; p_0 и p_c — давление в выбранных точках в сечениях $A-A$ и $C-C$; v_0 и v_c — средняя скорость движения жидкости соответственно в сечениях $A-A$ и $C-C$; α_0 и α_c — коэффициенты Кориолиса в сечениях $A-A$ и $C-C$; $h_{\text{тр}}$ — потери напора на участке между сечениями $A-A$ и $C-C$.

Потери удельной энергии (в данном случае местные потери) здесь выразим как

$$h_{\text{тр}} = \zeta_{0.к} \frac{v_c^2}{2g},$$

где $\zeta_{0.к}$ — коэффициент потерь при истечении из отверстия с острой кромкой.

Перенеся известные величины в левую часть уравнения (10.2), получим

$$H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} = (\alpha_c + \zeta_{0.к}) \frac{v_c^2}{2g} - \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}.$$

Учитывая, что по уравнению неразрывности $v_c \omega_c = v_0 \omega_0$ или $v_c \varepsilon \omega = v_0 \omega_0$ (ω_0 — площадь сечения резервуара $A-A$), имеем

$$H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} = \left[\alpha_c + \zeta_{0.к} - \alpha_0 \left(\frac{\varepsilon \omega}{\omega_0} \right)^2 \right] \frac{v_c^2}{2g}.$$

Отсюда в общем случае ($p_0 \neq p_c$),

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_{0.к} - \alpha_0 (\varepsilon \omega / \omega_0)^2}} \sqrt{2g \left(H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}. \quad (10.2a)$$

В большинстве случаев в гидротехнической практике происходит истечение в атмосферу ($p_c = p_{\text{ат}}$) из сосудов или резервуаров, на свободной поверхности которых $p_0 = p_{\text{ат}}$ (10.1, б), т. е. $p_0 = p_c = p_{\text{ат}}$.

Тогда для средней скорости в сжатом сечении получим

$$v_c = \varphi_0 \sqrt{2gH}, \quad (10.3)$$

где

$$\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_{0.к} - \alpha_0 (\varepsilon \omega / \omega_0)^2}}. \quad (10.3a)$$

Этот множитель называется коэффициентом скорости.

Определим расход с учетом (10.1)

$$Q = \omega_c v_c = \varepsilon \omega v_c.$$

Используя (10.3), получаем

$$Q = \varepsilon \varphi_0 \omega \sqrt{2gH}$$

или

$$Q = \mu_0 \omega \sqrt{2gH}, \quad (10.4)$$

где μ_0 — произведение коэффициента сжатия ε и коэффициента скорости φ_0 — называется коэффициентом расхода.

Зная коэффициенты ε и φ_0 , а также ω , ω_0 и H , можно вычислить расход Q по (10.4).

Коэффициент скорости φ_0 отражает влияние распределения скоростей в сжатом сечении (коэффициент Кориолиса α_c), потерь напора (коэффициент $\zeta_{0.к}$) и соотношения площадей $\varepsilon \omega = \omega_c$ (в сжатом сечении) и ω_0 (в сечении $A-A$ в резервуаре).

Часто при $p_0 = p_c$ формулу для средней скорости в сжатом сечении из (10.2) получают в виде

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH_0}, \quad (10.5)$$

где выражение $H_0 = H + \frac{\alpha_0^2 v_0^2}{2g}$ называется напором с учетом скорости подхода v_0 ;

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_{0.к}}}. \quad (10.5a)$$

Множитель φ , так же как и φ_0 , называется коэффициентом скорости. Коэффициент скорости φ отражает влияние распределения скоростей в сжатом сечении (α_c) и потерь напора ($\zeta_{0.к}$).

Для расхода запишем

$$Q = \omega_c v_c,$$

или с учетом (10.1) и (10.5)

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH_0};$$

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH_0}. \quad (10.6)$$

В невязкой (идеальной) жидкости сопротивления отсутствуют: $h_{тр} = 0$; $\zeta_{0.к} = 0$; $\alpha_c = 1$; $\varphi = 1$. При движении вязкой жидкости имеются потери напора: $\zeta_{0.к} > 0$, $\alpha_c > 1$, $\varphi < 1$.

Обычно условно принимается $\alpha_c = 1$, хотя распределение скоростей в пределах сжатого сечения, строго говоря, неравномерное.

В тех случаях, когда можно пренебречь влиянием соотношения площадей $\varepsilon\omega$ к ω_0 или влиянием скоростного напора $\alpha_0 v_0^2/2g$, в расчетах используются только коэффициент скорости $\varphi = 1/\sqrt{\alpha_c + \xi_{0,k}}$ и коэффициент расхода $\mu = \varepsilon\varphi$.

Тогда основные расчетные формулы принимают вид

$$v_0 = \varphi \sqrt{2gH}; \quad (10.7)$$

$$Q = \mu\omega \sqrt{2gH}. \quad (10.8)$$

В § 10.3 будет показано, что такие условия для малых отверстий с острой кромкой соответствуют $\omega_0/\omega \geq 4$ и наблюдаются, как правило, во всех случаях. При этом разность между φ_0 и φ , а следовательно, и между μ_0 и μ не превышает 1,2 %.

При расчете истечения через отверстие может быть три типа задач:

- 1) определение расхода при известном напоре H и известных размерах отверстия ω ;
- 2) определение напора, необходимого для пропуска заданного расхода Q через отверстие с известными размерами (ω);
- 3) определение размеров отверстия ω при известных Q и H .

Во всех этих задачах принимают $\rho_0 = \rho_c$ и площадь резервуара в сечении А—А известной (ω_0).

Рассмотрим первую задачу. Если использовать для вычисления расхода формулу (10.6), то при неизвестной сначала скорости v_0 придется определять расход в результате ряда приближений. Принимаем $H_0 = H$, находим значение расхода. Затем вычисляем $v_0 = Q/\omega_0$ и $H_0 = H \pm \alpha_0 v_0^2/2g$. Подставив полученное значение H_0 в (10.6), определим новое значение Q и затем уточним v_0 , H_0 и Q .

Расчет заканчивается, когда полученное значение Q отличается от значения Q , найденного в предыдущем приближении, не более чем на принятое заранее значение (например, на 1 %). Неудобства такого расчета очевидны.

В дальнейшем будем при решении указанных задач при истечении в основном использовать формулы (10.7) и (10.8).

Если форма отверстия отличается от круглой, то при удалении от отверстия происходит изменение сечения струи, называемое инверсией струи. Наиболее ярко это явление проявляется при истечении через отверстия полигональной формы. На рис. 10.2 показаны несколько примеров, характеризующих инверсию струи. При истечении через квадратное отверстие струя постепенно превращается в крест с тонкими прозрачными ребрами, ориентированными нормально к сторонам квадрата. Вытекающая через треугольное отверстие струя постепенно принимает форму звезды с ребрами, перпендикулярными сторонам треугольника. Объясняется это интересное и зрелищно красивое явление совместным действием поверхностного натяжения (благодаря которому углы сначала притупляются, а затем образуются «звезды») и инерции.

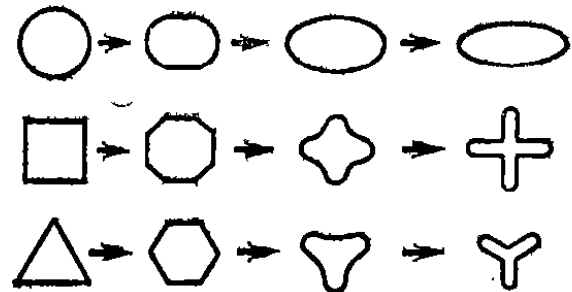


Рис. 10.2

10.2. КОЭФФИЦИЕНТЫ СЖАТИЯ, СКОРОСТИ И РАСХОДА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕЗАТОПЛЕННОЕ МАЛОЕ ОТВЕРСТИЕ

Для вычисления площади, скорости и расхода струи необходимо знать коэффициенты истечения ϵ , φ и μ . Значения этих коэффициентов могут зависеть от нескольких факторов: формы и кромки отверстия, режима движения жидкости, поверхностного натяжения, а также от положения отверстия относительно стенок резервуара. Значение коэффициента сжатия $\epsilon = \omega_c / \omega$ для данного отверстия зависит от степени сжатия струи.

Полное сжатие характеризуется тем, что струя вытекающей жидкости испытывает сжатие по всему периметру отверстия.

Неполное сжатие происходит в тех случаях, когда струя подвергается сжатию только на некоторой части периметра. Это может наблюдаться, например, когда отверстие в вертикальной или наклонной стенке резервуара примыкает непосредственно к дну (отсутствует сжатие по одной из сторон) или отверстие примыкает к дну и расположено в углу резервуара (отсутствует сжатие по двум сторонам).

При расположении отверстия в дне сосуда также может наблюдаться неполное сжатие. И в этом случае вдоль стенки (или стенок) резервуара, вплотную к которым прижимается отверстие, траектории частиц жидкости будут прямолинейными.

В связи с этим при одинаковой площади отверстия и прочих равных условиях площадь сечения, сжатого на некоторой части периметра, $\omega_{с.неп}$ больше,

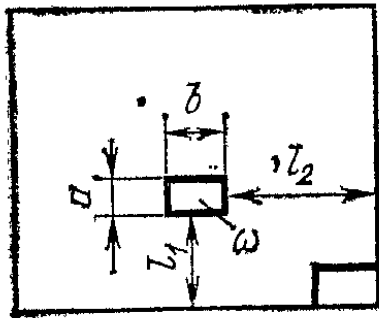


Рис. 10.3

чем площадь сечения, сжатого по всему периметру, $\omega_{с.полн}$. Отсюда получается, что при неполном сжатии коэффициент сжатия $\epsilon_{неп} = \omega_{с.неп}/\omega$ больше, чем $\epsilon_{полн} = \omega_{с.полн}/\omega$ при полном сжатии (для одинаковых прочих условий истечения).

При полном сжатии различают совершенное и несовершенное сжатие.

Совершенное сжатие характеризуется наибольшей кривизной траекторий крайних струек вытекающей струи и соответственно максимальным сжатием струи. Для получения совершенного сжатия струи отверстие должно быть достаточно удалено от боковых стенок и дна сосуда, а также от свободной поверхности.

Сжатие будет совершенным, если расстояния от любой грани отверстия (рис. 10.3) до стенок и дна резервуара (сосуда) будут больше, чем утроенный соответствующий поперечный размер отверстия, т. е. при $l_1 > 3a$ и $l_2 > 3b$.

Несовершенное сжатие наблюдается при более близком, чем указано, расположении отверстия к направляющим поток стенкам резервуара.

При несовершенном сжатии кривизна траекторий частиц вблизи отверстия меньше, чем при совершенном сжатии. В связи с этим сжатие по соответствующей стороне (близко расположенной к направляющей поток стенке или дну) уменьшается. Следовательно, площадь сжатого сечения при несовершенном сжатии $\omega_{с.нес}$ и прочих равных условиях (в том числе и равной площади отверстия ω) больше, чем при совершенном сжатии $\omega_{с.сов}$. Естественно, коэффициент ϵ при несовершенном сжатии больше, чем ϵ при совершенном сжатии.

Итак, неполнота или несовершенство сжатия приводит к увеличению коэффициентов сжатия.

В условиях совершенного сжатия процесс истечения происходит под действием сил тяжести, вязкости и поверхно-

стного натяжения, которые отражены (см. § 7.2) соответственно (для круглого отверстия диаметром d):

числом Фруда $Fr = v^2/gd$;

числом Рейнольдса $Re = vd/\nu$;

числом Вебера $We = v^2\rho d/\sigma$.

Влияние поверхностного натяжения наглядно демонстрируют опыты, в которых вблизи вытекающей в атмосферу струи воды устанавливали открытый сосуд с эфиром. Эфир испарялся, поверхностное натяжение на поверхности струи уменьшалось, коэффициент сжатия струи заметно увеличивался, соответственно расход Q также увеличивался.

А. Д. Альтшулем предложены следующие выражения для чисел Fr , Re и We :

$$Fr_H = v^2/gd = 2gH/gd = 2H/d;$$

$$Re_H = \sqrt{2gH} d/\nu;$$

$$We_H = 2gH\rho d/\sigma,$$

т. е. в (10.7) принято $\varphi = 1$ и, следовательно, $v = \sqrt{2gH}$.

Такой вид выражений для Fr_H , Re_H и We_H удобнее, так как в них входят только известные величины и не входит расход Q , неизвестный до выполнения расчетов (в Fr , Re и We входит $v = Q/\omega$). Коэффициенты расхода, скорости и сжатия в общем случае для отверстия с острой кромкой являются функциями чисел Рейнольдса, Фруда и Вебера.

Многочисленные экспериментальные исследования истечения через отверстия различных жидкостей позволили А. Д. Альтшулю установить, что коэффициенты расхода μ при истечении через незатопленные круглые малые отверстия практически не зависят от влияния сил тяжести и поверхностного натяжения (т. е. наступает область, практически автомодельная относительно чисел Fr и We) при соблюдении условий

$$Fr_H = 2H/d > 10,$$

т. е. при $H/d > 5$, и

$$We_H = 2gH\rho d/\sigma > 2500.$$

Полученные зависимости ε , φ и μ при совершенном сжатии от Re_H представлены на рис. 10.4. Как видно, с увеличением Re_H до 10^5 коэффициент скорости φ растет, при дальнейшем увеличении Re_H значения φ могут считаться постоянными и равными $\varphi = 0,97$.

Коэффициент сжатия ϵ с ростом Re_H уменьшается, а при $Re_H > 10^5$ коэффициент ϵ также может считаться постоянным и приниматься равным для совершенного сжатия 0,61—0,64.

Зависимость μ от Re_H достаточно сложная. Вначале при небольших значениях Re_H коэффициент μ растет, достигает

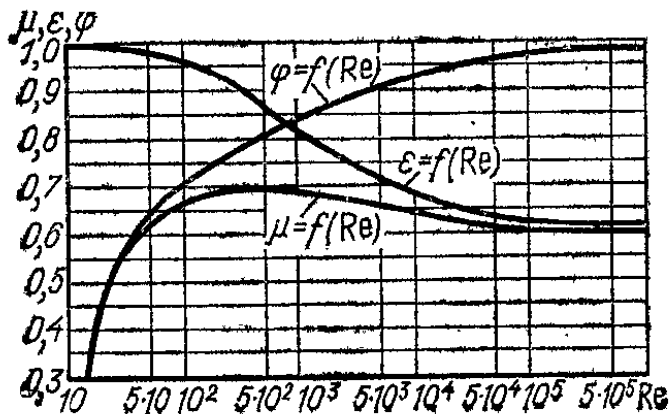


Рис. 10.4

максимума, а затем уменьшается, приближаясь при больших Re_H к постоянному значению, приблизительно равному 0,6.

При $Re_H > 10^5$ можно считать, что для круглого отверстия μ не зависит от Re_H (наступает автомодельная область относительно Re_H). Точнее, μ перестает зависеть от Re_H

при $Re_H > 3 \cdot 10^5$. В этих условиях $\mu = 0,6 \div 0,62$.

Коэффициенты расхода для малых квадратных и прямоугольных отверстий несколько отличаются от μ для круглых отверстий.

Коэффициенты расхода квадратных отверстий при $Re_{квR} > 2,5 \cdot 10^3$ могут быть найдены по формуле Ю. А. Скобельцына, полученной в результате обработки опытных данных,

$$\mu_{квR} = \frac{1}{1,666 - \frac{450}{Re_{квR}}}$$

При $Re_{квR} \geq 4 \cdot 10^4$ коэффициент $\mu_{квR}$ практически не зависит от $Re_{квR}$ и равен 0,6.

Коэффициенты расхода прямоугольных отверстий при $Re_{прR} > 5 \cdot 10^3$ определяются также по эмпирической формуле Ю. А. Скобельцына

$$\mu_{прR} = \frac{1}{1,62 - \frac{630}{Re_{прR}}}$$

При $Re_{прR} > 2 \cdot 10^5$ наступает автомодельность и $\mu_{пр}$ перестает зависеть от $Re_{прR}$, в этих условиях $\mu_{пр} = 0,62$.

Следует обратить внимание на то, что в некоторых приведенных формулах число Рейнольдса определено по гидравлическому радиусу отверстия $Re_R = \sqrt{2gHR}/\nu$.

Неполное и несовершенное сжатие. При неполном сжатии коэффициент расхода $\mu_{\text{неп}}$ больше, чем μ при полном сжатии. Это увеличение отражено в эмпирической формуле, по которой определяется $\mu_{\text{неп}}$ при больших значениях Re :

$$\mu_{\text{неп}} = \mu \left(1 + k \frac{p'}{p} \right),$$

где μ — коэффициент расхода при полном сжатии; p — периметр всего отверстия; p' — длина той части периметра, на которой сжатие отсутствует; k — коэффициент, равный 0,13 для круглых и 0,15 для прямоугольных отверстий.

При полном, но несовершенном сжатии коэффициент расхода $\mu_{\text{нес}}$ также больше, чем коэффициент расхода при совершенном сжатии μ , и определяется по эмпирической формуле

$$\mu_{\text{нес}} = \mu [1 + 0,64 (\omega/\Omega)^2],$$

где ω и Ω — площади соответственно отверстия и стенки, в которой выполнено отверстие.

10.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАСХОДА, СКОРОСТИ И СЖАТИЯ ДЛЯ КРУГЛОГО МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ С ОСТРОЙ КРОМКОЙ

Коэффициент расхода μ наиболее легко определяется по опытным данным. Зная напор H и площадь отверстия ω , после определения объемным способом расхода Q находят коэффициент расхода μ из (10.8):

$$\mu = \frac{Q}{\omega \sqrt{2gH}}.$$

Коэффициент сжатия ϵ определяется в результате измерений струи в сжатом сечении. Затем находят площадь в сжатом сечении ω_c и коэффициент $\epsilon = \omega_c/\omega$.

Коэффициент скорости φ может быть найден опытным путем двумя способами. По первому способу при известном напоре H опытным путем определяются расход Q и площадь сжатого сечения ω_c . Тогда

$$\varphi = \frac{Q}{\omega_c \sqrt{2gH}} = \frac{\mu}{\epsilon}. \quad (10.9)$$

Второй способ связан с измерениями координат струи с помощью прибора, принцип использования которого становится ясен из рассмотрения рис. 10.5.

Располагая начало координат ($x=z=0$) в центре тяжести сжатого сечения, имеем для свободного падения струи

$$x = v_c t, \quad z = gt^2/2,$$

где t — время движения частицы жидкости от сечения $C-C$ до сечения $B-B$.

Найдя

$$v_c = x \sqrt{g/2z},$$

вычисляем искомый коэффициент

$$\varphi = \frac{v_c}{\sqrt{2gH}} = \frac{x}{2\sqrt{zH}}.$$

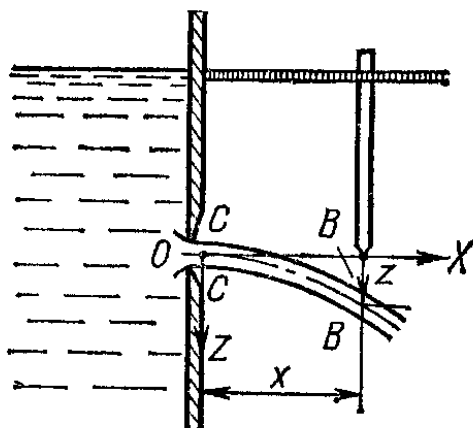


Рис. 10.5

Коэффициент сопротивления при истечении через малые отверстия в тонкой стенке находится из (10.5а). Если в сжатом сечении принять $\alpha_c=1$, то $\zeta_{o.k} = \frac{1}{\varphi^2} - 1$. При этом в зависимости от Re_H коэффициент $\zeta_{o.k}$ может принимать различные значения соответственно конкретным значениям φ :

при $Re_H = 5 \cdot 10^2$ коэффициенты $\varphi = 0,8$ и $\zeta_{o.k} = 0,56$;

при $Re_H = 4 \cdot 10^3$ коэффициенты $\varphi = 0,9$ и $\zeta_{o.k} = 0,23$; при $Re_H > 10^5$ коэффициенты $\varphi = 0,97$, $\zeta_{o.k} = 0,06$.

Приведем осредненные значения при $Re_H > 10^5$: $\mu = 0,60 \div 0,62$; $\varphi = 0,97$; $\varepsilon = 0,61 \div 0,64$; $\zeta_{o.k} = 0,06$.

Приняв $\varepsilon \approx 0,62$, найдем, что значения φ и φ_0 в формулах (10.5) и (10.7) отличаются не более чем на 0,8 % при $\omega_0/\omega > 5$ или на 1,2 % при $\omega_0/\omega > 4$.

10.4. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ БОЛЬШОЕ ОТВЕРСТИЕ

Большим отверстием называется такое, у которого вертикальный размер более $0,1H$, т. е. $H/d < 10$. В таких случаях пренебрегать различием в значениях скоростей в разных точках сечения вытекающей струи нельзя, как это делается при рассмотрении истечения через малые отверстия.

Для строгого определения расхода и скорости в сжатом сечении необходимо иметь достаточно точные данные о

сжатии струи, о коэффициентах скорости φ и сжатия ϵ .
Таких данных пока недостаточно.

Расход при истечении через большое отверстие определяют интегрированием элементарных расходов, проходящих через горизонтальные полосы бесконечной малой высоты dz (рис. 10.6 и рис. 10.7). При переменной ширине по-

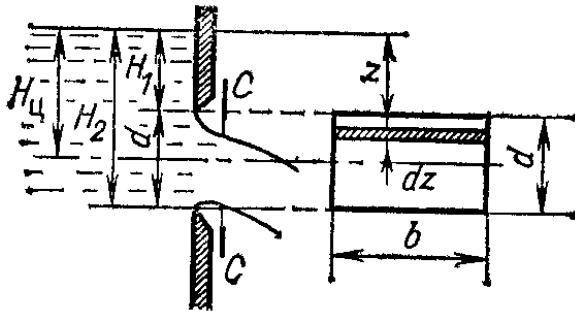


Рис. 10.6

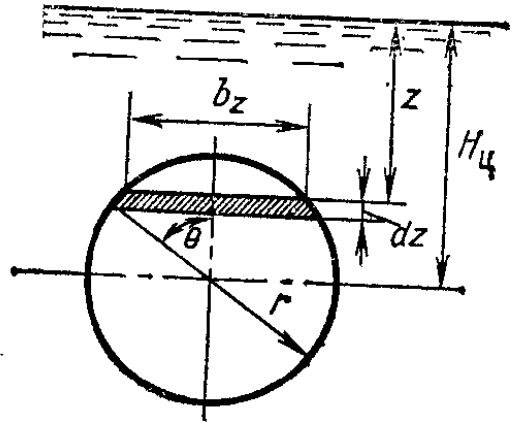


Рис. 10.7

лосы b_z для элементарного расхода имеем выражение

$$dQ = \mu b_z \sqrt{2gz} dz,$$

где z — переменный по высоте отверстия напор (глубина погружения верха полосы).

Принимая $\mu = \text{const}$ и зная вид зависимости $b_z = f(z)$, можно определить расход.

Расход через большое отверстие найдется как

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} b_z \sqrt{z} dz; \quad (10.10)$$

здесь μ — коэффициент расхода отверстия.

Рассмотрим истечение жидкости через большие прямоугольные и круглые отверстия (рис. 10.6, 10.7). После интегрирования (10.10) для прямоугольного отверстия ($b_z = b = \text{const}$) получим

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} (H_2^{3/2} - H_1^{3/2}), \quad (10.11)$$

где H_1 и H_2 — напоры над верхней и нижней кромками большого отверстия.

Обозначим H_c напор над центром отверстия, d — высоту прямоугольника,

Учтем, что

$$H_1 = H_{\text{ц}} - \frac{d}{2} = H_{\text{ц}} \left(1 - \frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right);$$

$$H_2 = H_{\text{ц}} + \frac{d}{2} = H_{\text{ц}} \left(1 + \frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right).$$

Тогда (10.11) запишется в виде

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} H_{\text{ц}}^{3/2} \left[\left(1 + \frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right)^{3/2} - \left(1 - \frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right)^{3/2} \right].$$

Применим бином Ньютона и ограничимся четырьмя членами

$$\left(1 \pm \frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right)^{3/2} = \left[1 \pm \frac{3}{2} \frac{d}{2H_{\text{ц}}} + \frac{3}{8} \left(\frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right)^2 \pm \frac{1}{16} \left(\frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right)^3 \right].$$

Произведя необходимые преобразования, получим

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} H_{\text{ц}}^{3/2} \left[\frac{3}{2} \frac{d}{H_{\text{ц}}} - \frac{1}{64} \left(\frac{d}{2H_{\text{ц}}} \right)^3 \right],$$

т. е.

$$Q = \mu b d \sqrt{2g H_{\text{ц}}} \left[1 - \frac{1}{96} \left(\frac{d}{H_{\text{ц}}} \right)^2 \right]. \quad (10.12)$$

Пренебрегая вычитаемой в скобках величиной по сравнению с единицей и учитывая, что $bd = \omega$, получим

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g H_{\text{ц}}}.$$

При истечении через большое круглое отверстие (рис. 10.7) пределы интегрирования $H_1 = H_{\text{ц}} - r$; $H_2 = H_{\text{ц}} + r$. Для круглого отверстия

$$z = H_{\text{ц}} - r \cos \varphi; \quad dz = r \sin \varphi d\varphi; \quad b_z = 2r \sin \varphi.$$

Тогда, подставив в (10.10), получим

$$Q = 2\mu \sqrt{2g H_{\text{ц}}} r^2 \int_0^{\pi} \sin^2 \varphi \sqrt{1 - \frac{r}{H_{\text{ц}}} \cos \varphi} d\varphi.$$

Применив бином Ньютона и ограничиваясь четырьмя членами разложения, получим

$$Q = \mu \sqrt{2g H_{\text{ц}}} \pi r^2 \left[1 - \frac{1}{32} \left(\frac{r}{H_{\text{ц}}} \right)^2 \right] \quad (10.13)$$

или, пренебрегая вычитаемым в скобках,

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g H_{\text{ц}}}.$$

Тип отверстия	μ
Большое отверстие с несовершенным, но всесторонним сжатием	0,7
Донные отверстия без сжатия по дну:	
со значительным влиянием бокового сжатия	0,65—0,7
с умеренным влиянием бокового сжатия	0,7—0,75
с весьма плавными боковыми подходами	0,8—0,85
с весьма плавными подходами к отверстию со всех сторон (необходима лабораторная проверка)	0,9

Таким образом, формулы для определения расхода через большое и малое отверстия имеют один и тот же вид и отличаются значениями коэффициентов расхода, которые для больших отверстий принимают по рекомендации Н. Н. Павловского (табл. 10.1).

10.5. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ МАЛОЕ ЗАТОПЛЕННОЕ ОТВЕРСТИЕ С ОСТРОЙ КРОМКОЙ

При истечении через отверстие под уровень жидкости отверстие называется затопленным. Рассмотрим истечение через затопленное отверстие (рис. 10.8) при условии, что положения свободных поверхностей жидкости по обе стороны от отверстия не изменяются во времени, давление на свободной поверхности до отверстия и за ним атмосферное.

Запишем уравнение Бернулли для сечений $A-A$ и $B-B$, совпадающих со свободной поверхностью до отверстия и за ним. Плоскость сравнения $0-0$ проведем через центр отверстия. Пренебрегая скоростными напорами в сечениях $A-A$ и $B-B$, получим

$$z_1 = z_2 + \Sigma h_{\text{тр}}$$

или

$$z = \Sigma h_{\text{тр}},$$

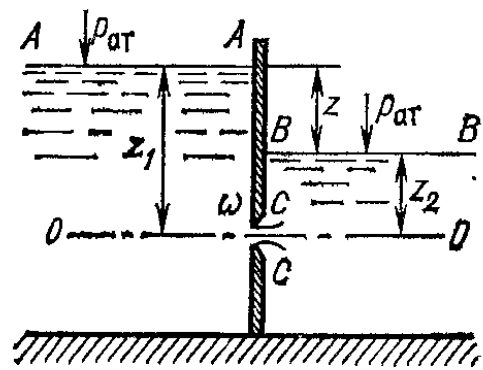


Рис. 10.8

где

$$z = z_1 - z_2; \quad \Sigma h_{\text{тр}} = \Sigma \zeta v_c^2 / 2g.$$

Здесь z — разность (перепад) уровней жидкости до отверстия и за ним; v_c — средняя скорость в сжатом сечении $C—C$ затопленной струи.

Между сечениями $A—A$ и $B—B$ должны быть учтены потери напора:

а) потери между сечениями $A—A$ и $C—C$, аналогичные потерям при истечении в атмосферу через малое отверстие с острой кромкой,

$$h_{\text{тр}} = \zeta_{\text{о.к}} v_c^2 / 2g;$$

б) потери между сечениями $C—C$ и $B—B$, связанные с внезапным расширением струи от сжатого сечения до сечения во втором резервуаре, равные по (9.1)

$$h_{\text{в.р}} = \alpha_c v_c^2 / 2g.$$

Соответственно скорость в сжатом сечении

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta_{\text{о.к}}}} \sqrt{2gz}$$

или

$$v_c = \varphi \sqrt{2gz}. \quad (10.14)$$

Так как площадь струи в сжатом сечении, как и ранее, равна $\omega_c = \varepsilon \omega$, то расход, проходящий через затопленное отверстие, при указанных выше условиях равен

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gz}$$

или

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gz}. \quad (10.15)$$

Подчеркнем, что при истечении через малое затопленное отверстие в формулы для скорости и расхода входит z — разность отметок уровней жидкости до отверстия и за ним.

Опыты показывают, что коэффициент расхода μ при истечении через затопленное отверстие может приниматься равным коэффициенту μ для незатопленного отверстия.

10.6. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ НЕЗАТОПЛЕННЫЕ КОРОТКИЕ ТРУБКИ (НАСАДКИ)

Насадками называются присоединенные к отверстию короткие трубки определенной длины. При истечении в газовую среду насадок будет называться незатопленным.

Внешним цилиндрическим насадком (насадком Вентури) называется прямая цилиндрическая труб-

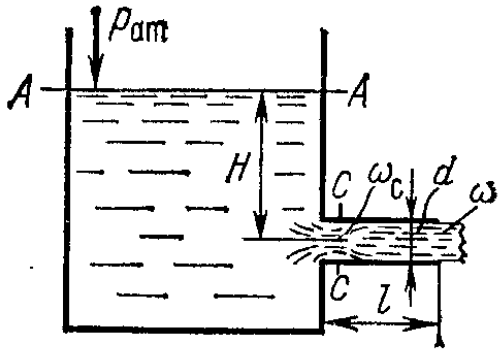


Рис. 10.9

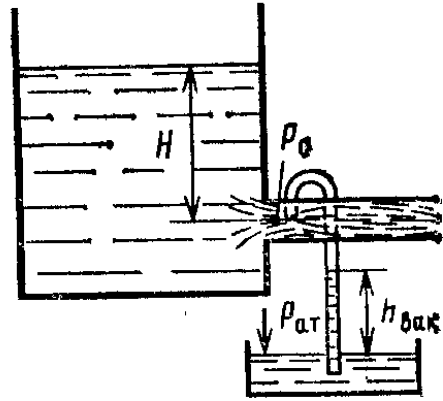


Рис. 10.10

ка длиной $l = (3 \div 4)d$, присоединенная под прямым углом с внешней стороны резервуара к отверстию того же диаметра (рис. 10.9).

При входе в такую короткую трубку кривизна линий тока (траекторий) значительна, благодаря чему во входной части трубки происходит сжатие потока. Площадь сжатого сечения равна ω_c . За сжатым сечением следует расширение потока до заполнения всего поперечного сечения насадка. Между транзитной струей и стенкой насадка образуется кольцевая вихревая водоворотная зона.

Содержащийся в воде воздух и выделившиеся из жидкости пары, зажатые в водоворотной зоне, довольно быстро уносятся транзитным (поступательно движущимся) потоком. В этой зоне понижается давление, создается вакуум. Значение вакуума, как будет показано ниже, зависит от скорости движения жидкости или, в конечном счете, от напора.

Значение вакуума по длине водоворотной зоны изменяется: увеличиваясь от входа, достигает максимума в сжатом сечении, а затем уменьшается до нуля примерно в конце водоворотной зоны.

Если в створе сжатого сечения к насадку присоединить жидкостный вакуумметр (рис. 10.10), то вакуумметриче-

ская высота, определяемая по высоте поднятия жидкости в трубке прибора, будет равна $h_{\text{вак}} = p_{\text{ат}} - p_c / \rho g$.

В связи с наличием вакуума действующий напор увеличивается на значения вакуума в сжатом сечении. Скорость в сжатом сечении увеличивается по сравнению с истечением через отверстие с острой кромкой. Насадок как бы «подсасывает» жидкость.

В то же время в насадке происходят и дополнительные по сравнению с отверстием с острой кромкой потери напора, связанные с внезапным расширением струи за сжатым сечением. Соотношение влияния «подсасывания» и указанных дополнительных потерь напора на пропускную способность и определяет степень изменения расхода через насадок по сравнению с отверстием.

Запишем уравнение Бернулли, выбрав два сечения: на поверхности жидкости в резервуаре $A-A$ и в струе на выходе из насадка.

Считая на выходе из насадка $\alpha = 1$ и пренебрегая скоростным напором в сечении $A-A$ $\alpha_0 v_0^2 / 2g$, получим

$$H = (1 + \Sigma \zeta) v^2 / 2g,$$

где v — скорость в выходном сечении насадка.

В рассматриваемом случае сопротивления движению жидкости состоят из сопротивлений при сужении, аналогичных сопротивлениям в отверстии с острой кромкой в стенке резервуара и сопротивлений при внезапном расширении струи от площади сжатого сечения ω_c до площади на выходе из насадка ω .

Обозначим коэффициент сопротивлений при истечении через отверстие с острой кромкой через $\zeta_{\text{о.к}}$, тогда

$$\Sigma \zeta = \zeta_{\text{о.к}} + \zeta_{\text{в.р}};$$

при этом целесообразно все коэффициенты сопротивлений отнести к скорости v в выходном сечении насадка.

Подсчитаем численные значения коэффициентов сопротивлений при достаточно больших значениях числа Re , когда коэффициент сжатия ϵ не зависит от числа Re . Коэффициент $\zeta_{\text{о.к}}$, отнесенный к скорости в сжатом сечении v_c , равен 0,06. С учетом $v/v_c = \omega_c/\omega = 0,61 \div 0,64$, если отнести, как указывалось, $\zeta_{\text{о.к}}$ к v , получим

$$\zeta_{\text{о.к}} = 0,06 (\omega/\omega_c)^2 = 0,16 \div 0,146.$$

При внезапном расширении струи в насадке от ω_c до ω , приняв $\omega_c/\omega = \epsilon = 0,61 \div 0,64$, получим

$$\zeta_{\text{в.р2}} = (\omega/\omega_c - 1)^2 = 0,40 \div 0,32.$$

Коэффициентом сопротивлений при входе в трубку является сумма коэффициентов сопротивлений на сужение и на расширение струи внутри насадка, равная при средних значениях $\zeta_{o.k}$ и $\zeta_{в.р}$

$$\zeta_{вх} = \zeta_{o.k} + \zeta_{в.р2} \approx 0,5.$$

Тогда

$$v_{ц.н} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{вх}}} \sqrt{2gH} = \varphi_{ц.н} \sqrt{2gH}. \quad (10.16)$$

Здесь для цилиндрического насадка

$$\varphi_{ц.н} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{ц.н}}},$$

где

$$\zeta_{ц.н} = \zeta_{вх} = 0,5 \text{ или } \varphi_{ц.н} = 0,82.$$

Для внешнего цилиндрического насадка

$$\mu_{ц.н} = \varepsilon \varphi_{ц.н} = \varphi_{ц.н}, \quad (10.17)$$

так как сжатия потока на выходе из насадка нет, т. е. $\varepsilon = 1$.

Опыты показали, что максимальные значения коэффициента расхода соответствуют длине насадка $l = (3 \div 4)d$, когда потерями по длине можно пренебречь.

При увеличении длины короткой трубки по сравнению с $l = (3 \div 4)d$ следует учитывать наряду с другими рассмотренными видами потерь и потери по длине, т. е.

$$\Sigma \zeta = \zeta_{o.k} + \zeta_{в.р2} + \zeta_{дл} = \zeta_{вх} + \lambda l/d,$$

где λ — коэффициент Дарси.

$$\text{Естественно, коэффициент расхода } \mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{вх} + \lambda \frac{l}{d}}}$$

уменьшается.

При некоторой относительной длине трубки l/d коэффициент расхода при истечении через нее равен коэффициенту расхода при истечении через малое отверстие с острой кромкой $\mu_{o.k}$. Эта длина составляет

$$\frac{l}{d} = \frac{\frac{1}{\mu_{o.k}^2} - 1 - \zeta_{вх}}{\lambda}.$$

При $\mu_{o.k} = 0,6$ и $\lambda = 0,02$ получим $l/d \approx 60$, при том же значении $\mu_{o.k}$ и $\lambda = 0,05$ $l/d \approx 25$.

Коэффициенты расхода внешнего цилиндрического насадка $\mu_{ц.н}$ в общем случае зависят от числа Рейнольдса, Фруда, Вебера, относительной длины, конструктивных особенностей и относительной шероховатости проточной части насадка. Влиянием сил поверхностного натяжения и сил тяжести на коэффициенты расхода рассматриваемых насадков можно пренебречь при $We_H > 200$ и $Fr_H > 10$.

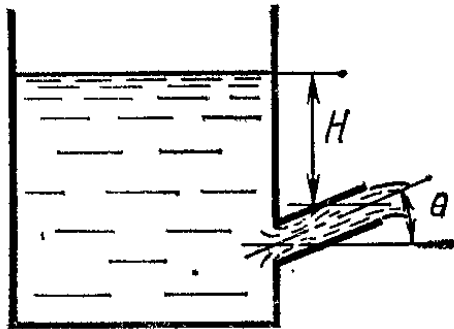


Рис. 10.11

Для насадка с острыми входными кромками и $l = (3 \div 4) d$ получены следующие опытные данные: при $Re_H = 10^3$; $5 \cdot 10^3$; $\geq 10^4$ соответственно $\mu_{ц.н} = 0,73$; $0,8$; $0,82$.

Итак, при истечении через внешний цилиндрический насадок коэффициент расхода $\mu_{ц.н}$ на 32 % больше, чем $\mu_{о.к}$ (отверстие с острой кромкой), при достаточ-

но больших Re и прочих равных условиях.

При необходимости увеличить расход через отверстие достаточно присоединить к внешней стенке резервуара цилиндрический насадок.

Если внешний цилиндрический насадок присоединен к стенке резервуара не под прямым углом (рис. 10.11), то коэффициент сопротивлений на входе для такого насадка определяется по (9.8).

Все приведенные выше данные относятся к совершенному сжатию на входе в насадок. Для внешних цилиндрических насадков коэффициент расхода при несовершенном сжатии, так же как и для отверстий, больше, чем при совершенном сжатии.

В ряде случаев вход в цилиндрический насадок выполняют или в виде скругленных кромок, или в форме усеченного конуса (конусный вход). При этом тот и другой вид входа занимает лишь часть длины насадка. Создание таких комбинированных насадков приводит к увеличению коэффициентов расхода в связи с лучшими условиями движения на входе и с соответственным уменьшением $\zeta_{вх}$.

10.7. ВАКУУМ ВО ВНЕШНЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ НАСАДКЕ

Найдем выражение для вакуума в сжатом сечении при истечении через внешний цилиндрический насадок в атмосферу. Составив уравнение Бернулли для сечений $A-A$ и

$C-C$ (рис. 10.9), получим, пренебрегая $\alpha_0 v_0^2/2g$,

$$H + \frac{p_{ат}}{\rho g} = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{тр.}$$

Заменяем

$$v_c^2 = \frac{v^2}{\varepsilon^2}; \quad h_{тр.} = \zeta_{0.к} \frac{v_c^2}{2g} = \frac{\zeta_{0.к}}{\varepsilon^2} \frac{v^2}{2g},$$

где $v = v_{ц.н}$ — скорость в выходном сечении внешнего цилиндрического насадка. Тогда

$$\frac{p_{ат} - p_c}{\rho g} = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\alpha_c}{\varepsilon^2} + \frac{\zeta_{0.к}}{\varepsilon^2} \right) - H.$$

Учитывая, что из (10.16) $v^2/2g = \varphi_{ц.н}^2 H$, запишем

$$\frac{p_{ат} - p_c}{\rho g} = h_{вак} = \left[\frac{\varphi_{ц.н}^2 (\alpha_c + \zeta_{0.к})}{\varepsilon^2} - 1 \right] H. \quad (10.18)$$

Приняв $\alpha_c = 1$ и подставив известные уже значения $\varphi_{ц.н} = 0,82$, $\zeta_{0.к} = 0,06$ и $\varepsilon = 0,64$ (для сжатого сечения), получим значение вакуума во внешнем цилиндрическом насадке при истечении жидкости в атмосферу

$$h_{вак} = \frac{p_{ат} - p_c}{\rho g} \approx 0,75H. \quad (10.19)$$

Предельное (из физических соотношений) значение вакуума ограничено возможным наименьшим давлением в сжатом сечении, которое из условия отсутствия разрыва сплошности жидкости не должно быть меньше давления насыщенных паров жидкости $p_{н.п}$ (или упругости паров жидкости) при температуре в условиях истечения (табл. 1.8). Поэтому для воды при $t = 20^\circ\text{C}$ можно получить предельное значение вакуумметрической высоты, соответствующей максимально возможному вакуумметрическому давлению,

$$h_{вак} = \frac{p_{ат} - p_{н.п}}{\rho g} = 9,7 \text{ м},$$

а с учетом (10.19) — предельное значение напора для внешнего цилиндрического насадка

$$H_{пр} \approx 1,3 \frac{p_{ат} - p_{н.п}}{\rho g} \approx 13 \text{ м}.$$

При напорах, близких к $H_{пр}$, возможно появление кавитации и нарушение сплошности потока.

Практически при истечении воды в атмосферу и $h_{\text{вак}} \approx \approx 8,0$ м начинается поступление воздуха через выходное сечение, жидкость частично или полностью отрывается от стенок, т. е. происходит срыв вакуума и переход к истечению из отверстия. Соответственно коэффициент расхода уменьшается и насадок теряет свои преимущества в пропускной способности по сравнению с отверстием в тонкой стенке.

Исходя из описанного явления, считают, что допустимое значение вакуума в рассматриваемом насадке соответствует вакуумметрической высоте $h_{\text{вак.доп}} = 8$ м.

Практически принимаемое значение предельного напора, при котором $h_{\text{вак}}$ не превысит $h_{\text{вак.доп}} = 8$ м, т. е. насадок будет устойчиво работать с полностью заполненным сечением, равно

$$H_{\text{пр.доп}} = \frac{h_{\text{вак.доп}}}{0,75} \approx 10,7 \text{ м.}$$

Таким образом, при проектировании гидротехнических сооружений и устройств, работающих по типу внешних цилиндрических насадков, следует предусматривать максимальные напоры не более 10,7 м. На практике иногда в водоворотную область по специальным воздухопроводам подают воздух, находящийся под атмосферным давлением, для обеспечения устойчивой работы, для уменьшения возможной вибрации конструкций. Естественно, коэффициент расхода при этом уменьшается, но надежность работы сооружения повышается.

10.8. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ ВНЕШНИЙ ЗАТОПЛЕННЫЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ НАСАДОК

Для случая истечения через внешний затопленный цилиндрический насадок (рис. 10.12) применим уравнение Бернулли к сечениям $A-A$ и $B-B$. Последнее сечение нормально к направлению вытекающего потока, горизонтальная плоскость сравнения проходит по оси насадка. Пренебрегая скоростными напорами в сечениях, получим

$$z_1 = z_2 + \Sigma \zeta v^2 / 2g.$$

Отсюда

$$v = \varphi \sqrt{2gz}, \quad (10.20)$$

где $z = z_1 - z_2$.

Расход определяется по (10.15). Значения коэффициентов расхода при истечении через затопленный и незатопленный насадки принимаются равными.

Найдем выражение для значения вакуума в сжатом сечении затопленного внешнего цилиндрического насадка, используя уравнение Бернулли.

Выберем сечения $A-A$ и $C-C$, горизонтальная плоскость сравнения проходит по оси насадка. Имеем

$$z_2 + z + \frac{p_{ат}}{\rho g} = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{тр.}$$

Заменим

$$v_c^2 = \frac{v^2}{\varepsilon^2}; h_{тр.} = \zeta_{0.к} \frac{v_c^2}{2g} = \frac{\zeta_{0.к}}{\varepsilon^2} \frac{v^2}{2g},$$

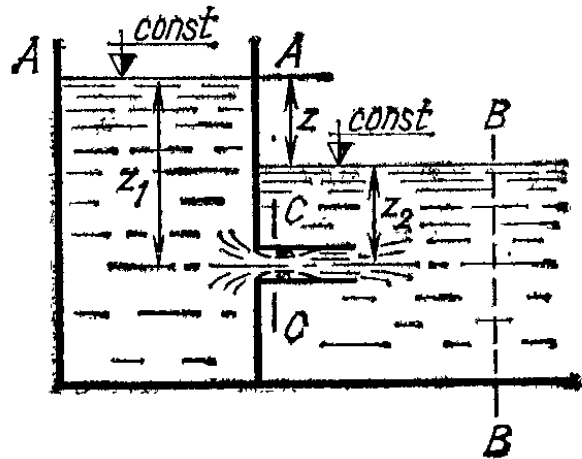


Рис. 10.12

тогда

$$\frac{p_{ат} - p_c}{\rho g} = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\alpha_c}{\varepsilon^2} + \frac{\zeta_{0.к}}{\varepsilon^2} \right) - z - z_2.$$

Учитывая, что из (10.20) $v^2/2g = \varphi^2 z$, получаем

$$\frac{p_{ат} - p_c}{\rho g} = \left[\frac{\varphi^2 (\alpha_c + \zeta_{0.к})}{\varepsilon^2} - 1 \right] z - z_2.$$

Подставив $\alpha_c = 1$; $\varphi_{ц.н} = 0,82$; $\zeta_{0.к} = 0,06$ и $\varepsilon = 0,64$, получим значение вакуума в затопленном внешнем цилиндрическом насадке

$$h_{вак} \approx 0,75z - z_2. \quad (10.21)$$

10.9. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ ВНУТРЕННИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ НАСАДОК

Цилиндрический насадок, установленный внутри резервуара, называется внутренним цилиндрическим насадком, или насадком Борда. При $l < 3d$ (обозначения прежние) струя вытекает через насадок, не касаясь его стенок (рис. 10.13, а). При этом коэффициенты расхода, скорости, сжатия и сопротивлений имеют следующие значения (для $Re > 10^4$): $\mu = 0,51$; $\varphi = 0,97$; $\varepsilon = 0,53$; $\zeta = 0,06$.

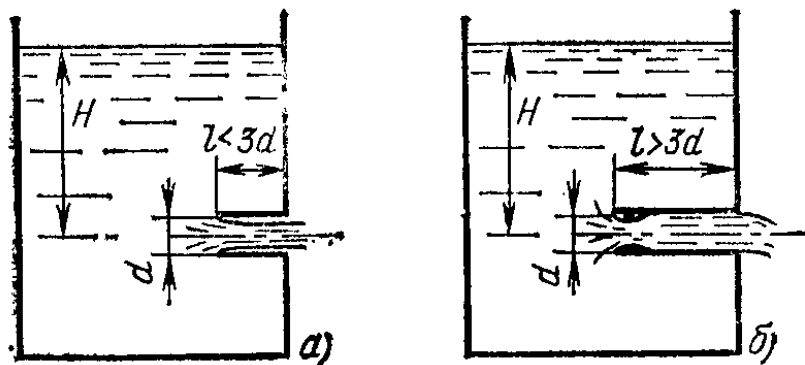


Рис. 10.13

По сравнению с истечением через отверстие в тонкой стенке здесь происходит более заметное сжатие и коэффициент расхода получается меньшим.

Работающий полным сечением (заполненный) внутренний насадок [$l > 3d$ (рис. 10.13, б)] характеризуется при $Re > 10^4$ следующими коэффициентами: $\mu = \varphi = 0,71$; $\zeta = 1$; на выходе из насадка $\epsilon = 1$.

Для обоих случаев приведенные данные соответствуют совершенному сжатию при входе в насадок. Кроме того, значения μ несколько зависят от относительной толщины стенки насадки δ/d .

10.10. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ НЕЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ НАСАДКИ

Сходящиеся насадки. Насадок, имеющий форму усеченного конуса, сходящегося по направлению к выходному отверстию, называется коническим (круглого сечения) сходящимся насадком (рис. 10.14, а). В водомерных устройствах на каналах мелиоративных систем применяются также сходящиеся насадки с квадратным и прямоугольным поперечными сечениями.

Опытные данные показывают, что при изменении угла конусности θ изменяются и коэффициенты μ , φ и ϵ (рис. 10.15).

Но если коэффициент μ достигает максимального значения, равного 0,946 при $\theta = 13,4^\circ$, а затем уменьшается, то коэффициент скорости φ непрерывно растет и при $\theta = 49^\circ$ равен 0,984. Сжатие струи, происходящее при выхо-

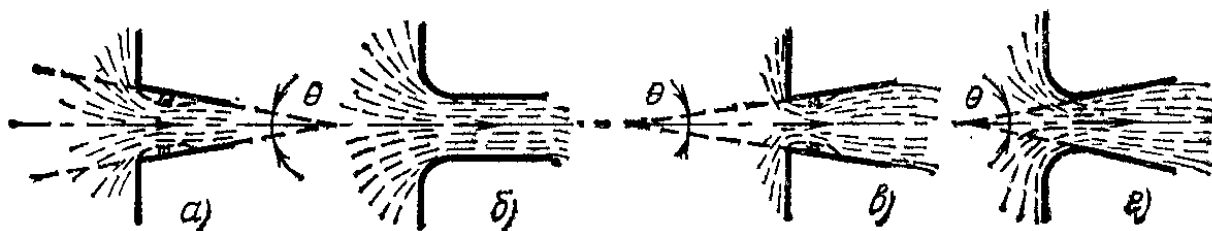


Рис. 10.14

де из насадка, оценивается коэффициентом $\epsilon = 0,98$ при $\theta = 13,4^\circ$.

Увеличение угла конусности приводит к уменьшению потерь на расширение струи после сжатия в пределах насадка. При углах $\theta = 13 \div 14^\circ$ эти потери практически ничтожны, так как в этом случае ω_c примерно равна площади ω на выходе из насадка.

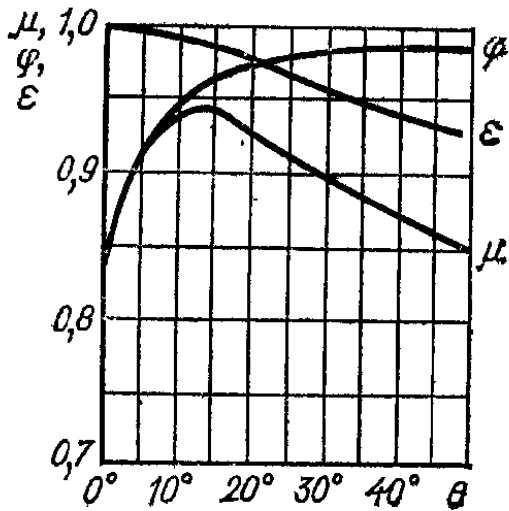


Рис. 10.15

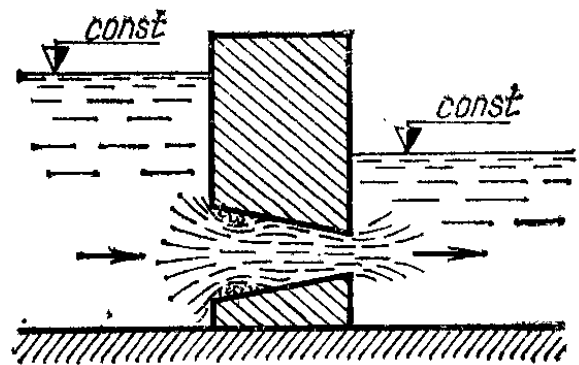


Рис. 10.16

Соответственно коэффициент μ достигает максимума при $\theta = 13,4^\circ$. При дальнейшем увеличении θ сжатие на выходе из насадка увеличивается, коэффициент ϵ уменьшается. В таких условиях μ уменьшается.

Выходящая из конического насадка струя характеризуется большой кинетической энергией, в связи с чем эти насадки применяются в соплах турбин, в гидромониторах и пожарных брандспойтах.

Сходящиеся водомерные насадки устанавливаются на мелиоративных каналах (рис. 10.16). Поперечное сечение насадков может быть круглым, квадратным или прямоугольным. Истечение происходит через затопленный насадок. Длина круглого и квадратного насадков $2d$ или $2a$, прямоугольного насадка $3a$, где d и a — диаметр и сторона (для прямоугольника — его высота) выходного сечения.

Для насадка с круглым поперечным сечением $\mu = 0,95$; для квадратного и прямоугольного насадков $\mu = 0,925$ при $\theta = 26^\circ$.

Конoidalные насадки (рис. 10.14, б) имеют сложную форму. Вход выполняется по форме вытекающей через отверстия струи, а выходной участок цилиндрический. За счет этого сжатие струи на выходе из насадка от-

сутствует, $\varepsilon=1$. Коэффициенты $\mu=\varphi=0,97\div 0,98$ при достаточно больших числах Re .

Расходящиеся насадки (рис. 10.14, в, г). Расходящаяся форма насадка способствует отрыву потока от стенок насадка. Вакуум в сжатом сечении расходящегося насадка больше, чем в сжатом сечении внешнего цилиндрического насадка. С увеличением угла конусности θ растет и вакуум. По этим соображениям принимают $\theta=5\div 7^\circ$, а предельный напор меньшим, чем у внешнего цилиндрического насадка, чтобы обеспечить работу расходящегося насадка без срыва вакуума, т. е. полным сечением.

Сжатия струи в выходном сечении нет, $\varepsilon=1$, поэтому $\mu=\varphi$.

При $\theta=5\div 7^\circ$ и острой кромке входного отверстия применительно к формуле $Q=\mu\omega_{\text{вых}}\sqrt{2gH}$ рекомендуется $\mu=\varphi\approx 0,45$.

Если к отверстию в тонкой стенке присоединить внешний цилиндрический или расходящийся насадки, то во втором случае при прочих одинаковых условиях расход будет значительно больше. При этом за расходящимся насадком скорость и кинетическая энергия струи будут меньше.

Такие насадки применяют при необходимости пропустить относительно большой расход при малых скоростях на выходе или в устройствах, когда необходимо достичь значительного вакуума (водоструйные насосы, гидроэлеваторы и т. п.). Как правило, отсасывающие трубы гидравлических турбин также представляют собой расходящиеся насадки.

При соединении входной части, выполненной по форме струи с расходящимся коническим насадком, можно получить наибольшее возможное увеличение расхода.

10.11. СРАВНЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

При проектировании конструкций, в которых происходит истечение через отверстия и насадки, необходимо сравнивать различные водопропускные устройства по проходящему через них расходу и кинетической энергии, соответствующей этому расходу.

Известно, что при незатопленных отверстиях и насадке

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH} \text{ и } v = \varphi\sqrt{2gH}.$$

Кинетическая энергия проходящего в единицу времени количества жидкости

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{\rho Qv^2}{2} = \rho g \mu \varphi^2 \omega H \sqrt{2gH}.$$

Тогда при равенстве площадей ω и напоров H расход зависит от μ , а кинетическая энергия — от $\mu\varphi^2$, что и учитывают при сравнении водопропускных элементов. Осредненные данные этих параметров для больших чисел Re сведены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Отверстие и насадок	φ	μ	$\mu\varphi^2$	$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1$
Отверстие в тонкой стенке	0,97	0,62	0,583	0,06
Внешний цилиндрический насадок	0,82	0,82	0,551	0,49
Конический сходящийся насадок ($\theta = 13^\circ$)	0,97	0,95	0,894	0,06
Конoidalный насадок	0,97	0,97	0,913	0,06
Конический расходящийся насадок (данные отнесены к выходному сечению)	0,45	0,45	0,091	3,94

Проведем сравнение, как указывалось, при равенстве ω и H во всех случаях. Наибольшая скорость истечения, как видно из табл. 10.2, обеспечивается при истечении через отверстие в тонкой стенке, через сходящийся и конoidalный насадки. Максимальная пропускная способность наблюдается при истечении через расходящийся и конoidalный насадки.

Расход при истечении через внешний цилиндрический насадок больше, чем через отверстие в тонкой стенке, но вытекающая через отверстие струя обладает большей кинетической энергией, чем при истечении через внешний цилиндрический насадок.

Из всех сравниваемых устройств конoidalный насадок характеризуется максимальной кинетической энергией струи.

Расходящиеся насадки обеспечивают минимальные значения скорости и кинетической энергии струи.

Наибольшее значение ζ у конического расходящегося насадка.

10.12. ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ПОТОКА В ТРУБЕ ИЛИ КАНАЛЕ НА КОЭФФИЦИЕНТЫ РАСХОДА ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ В СТЕНКАХ

Во многих гидротехнических и гидромелиоративных сооружениях происходит истечение через отверстия, выполненные в стенках каналов, лотков или труб, в которых движется жидкость, или через насадки, присоединенные к этим отверстиям. Ось отверстия или насадка располага-

ется под углом β к направлению движения жидкости в указанных конструкциях. При этом не всегда $\beta = 90^\circ$.

Исследования показывают, что коэффициенты расхода отверстий и насадков, истечение через которые происходит в рассматриваемых условиях, существенно зависят от скоростного режима в водотоке, в стенке которого выполнены отверстия.

Будем характеризовать кинетичность потока в канале или в трубе, из которых вытекает жидкость, числом Фруда $F_{ГК} = v_K^2 / gh$ (в канале) или $F_{ГТ} = v_T^2 / gH$ (в трубе), где v_K и v_T — средние скорости в канале или трубе; h — глубина воды в канале; H — напор перед отверстием. Влияние скорости в канале (при $F_{ГК} \leq 17$ и $\beta = 90^\circ$) на коэффициент расхода отверстия с острой кромкой (рис. 10.17) определится по Г. А. Паршиной в виде

$$\mu_{vK} = \frac{\mu}{1 + 0,34F_{ГК}},$$

где μ — коэффициент расхода отверстия при $v_K = 0$. Коэффициенты расхода при этом соответствуют формуле

$$Q = \mu_{vK} \omega \sqrt{2g(h + v_K^2/2g)}.$$

Для поливных отверстий, выполненных в стенках трубопроводов, напоры назначаются в пределах 0,3—4 м. Диаметры отверстий зависят от технологических потребностей орошения, например для садов и виноградников они составляют от 0,008 до 0,045 м. При $H = 3 \div 4$ м скорости истечения составляют 6—8 м/с. Расстояния между отверстиями соответствуют расстояниям между поливными бороздами (рядами поливаемых культур).

Для поливных отверстий, выполненных в стенке асбестоцементных труб ($\beta = 90^\circ$), коэффициент μ_{vT} при наличии скорости движения воды в трубе и $F_{ГТ} \leq 0,68$ находится по формуле В. А. Сурина

$$\mu_{vT} = \frac{0,95}{1 + 0,476F_{ГТ}},$$

т. е. $\mu_{vT} \approx 0,7 \div 0,9$.

На коэффициент расхода отверстий, выполненных в стенке трубы с напорным движением, большое влияние оказывает кривизна стенок трубы и, возможно, некоторая конусность отверстия в стенке, имеющей определенную толщину.

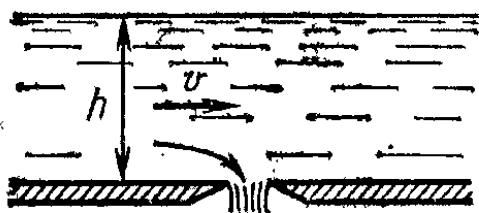


Рис. 10.17

Равномерность раздачи расходов через поливные отверстия при уменьшении напора по длине обеспечивается увеличением диаметра отверстий по длине трубопровода.

10.13. КОЭФФИЦИЕНТ РАСХОДА СИСТЕМЫ

Истечение при постоянном напоре из резервуаров, соединенных системой труб (рис. 10.18), характеризуется отсутствием сжатия в выходном сечении трубы, т. е. на выходе $\epsilon = 1$. Следовательно, коэффициент расхода μ численно равен коэффициенту скорости φ .

Если рассматривается система труб, состоящая из нескольких участков с различными площадями поперечных

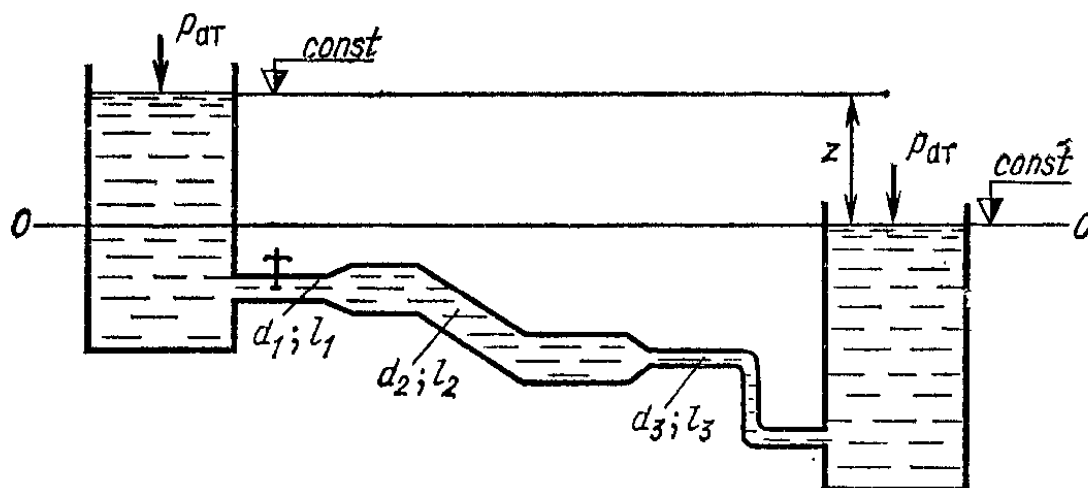


Рис. 10.18

сечений, то коэффициент сопротивления системы определяется по (9.10).

При истечении в атмосферу через незатопленное выходное отверстие следует в формулу расхода (10.8) подставить коэффициент расхода системы

$$\mu_{\text{сист}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta_{\text{сист}}}}.$$

Здесь коэффициент кинетической энергии α относится к выходному сечению и в данном случае можно принять $\alpha \approx 1$.

При истечении через затопленное отверстие расход определяется по (10.15) с использованием коэффициента $\mu_{\text{сист}}$. В формулу расхода подставляется площадь выходного сечения трубы. Если скорость в резервуаре или водотоке, в который вытекает жидкость, равна нулю или существенно меньше, чем скорость истечения из трубы, то используется формула

$$\mu_{\text{сист}} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{\text{сист}}}}. \quad (10.22)$$

При этом имеется в виду, что коэффициент $\zeta_{\text{сист}}$ включает в себя и $\zeta_{\text{вых}}=1$, если отверстие затопленное.

Глава 11

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ

11.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЯВЛЕНИЯ

Изменение напора при истечении может быть вызвано:

- 1) изменением положения уровня в резервуаре (сосуде, водохранилище и т. п.), из которого вытекает жидкость (в питателе);
- 2) изменением положения уровня в резервуаре, в который втекает жидкость (в приемнике);
- 3) одновременным изменением положений уровней в обоих резервуарах (в питателе и приемнике);
- 4) другими причинами, например изменением давления над свободными поверхностями жидкости.

При изменении напора во времени изменяются параметры потока (расход, скорости, давление). Поэтому истечение жидкости из резервуара при переменном напоре представляет один из случаев неустановившегося движения.

Для определения параметров неустановившегося движения уравнение Бернулли, полученное для установившегося движения, в общем случае не пригодно. Однако при истечении из резервуара большой площади Ω (питателя) через отверстие, насадок или трубу площадью $\omega \ll \Omega$ в другой резервуар (приемник) также большой площади или в газовую среду уровни в резервуарах изменяются медленно; ускорения струи малы, скорость изменяется заметно, только если процесс продолжителен. Имеет место квазиустановившееся (см. § 3.5) движение

При расчете параметров квазиустановившихся потоков принято время процессов разбивать на бесконечно большое число бесконечно малых интервалов dt и в пределах каждого интервала считать движение установившимся и пользоваться уравнением Бернулли.

Основная задача при рассмотрении истечения с переменным напором — определение времени, за которое напор изменится от начального значения H_1 до некоторого назначенного значения H_2 .

Истечение при переменном напоре может происходить через незатопленные или затопленные отверстия, насадки различных форм, трубы. В процессе истечения убыль жидкости в резервуаре-питателе может частично восполняться притоком от внешнего источника, а может и не восполняться. Площади поперечных сечений резервуаров могут быть постоянными или переменными по высоте, так как имеются многообразные схемы истечения.

11.2. ИСТЕЧЕНИЕ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ И ПОСТОЯННОМ ПРИТОКЕ

Рассмотрим истечение из резервуара через отверстие в атмосферу. Площадь резервуара Ω не постоянна по высоте, площадь отверстия ω ($\omega \leq \Omega$; $v \gg v_0$), начальный напор над центром отверстия H_1 . В резервуар от внешнего источника поступает жидкость, расход притока $Q_{\text{пр}} = \text{const}$. Пренебрегая $\alpha_0 v_0^2 / 2g$, получим, что при неизменности напора, т. е. при установившемся движении, для вытекания расхода $Q_{\text{пр}}$ через отверстие площадью ω потребуется напор $H_{\text{пр}}$, определяемый из формулы

$$Q_{\text{пр}} = \mu \omega \sqrt{2gH_{\text{пр}}}, \quad (11.1)$$

откуда

$$H_{\text{пр}} = \frac{Q_{\text{пр}}^2}{2g\mu^2\omega^2}.$$

Если напор над центром отверстия равен $H_{\text{пр}}$, то движение будет установившимся, напор не будет изменяться и из отверстия будет вытекать точно такой же расход, что и поступает в резервуар, т. е. $Q_{\text{пр}}$.

Если напор H_1 над центром отверстия в начальный момент времени не равен $H_{\text{пр}}$, то возможны два случая:

1) при $H_1 < H_{\text{пр}}$ через отверстие будет вытекать расход $Q < Q_{\text{пр}}$. Объем жидкости в резервуаре будет увеличиваться, напор повышаться, а расход постепенно увеличиваться. Когда напор станет равным $H_{\text{пр}}$, расход достигнет значения $Q_{\text{пр}}$, т. е. отток станет равным притоку, движение станет установившимся;

2) при $H_1 > H_{\text{пр}}$ через отверстие будет вытекать расход $Q > Q_{\text{пр}}$. В связи с этим уровень жидкости в резервуаре будет постепенно понижаться, напор и расход будут уменьшаться до тех пор, пока напор не станет равным $H_{\text{пр}}$ и соответственно вытекающий расход не сравняется с расходом

притока $Q_{\text{пр}}$. После этого будет происходить истечение при постоянном напоре $H_{\text{пр}}$ и расходе $Q = Q_{\text{пр}}$.

Определим время изменения напора в резервуаре от H_1 до H_2 . Используя изложенное выше допущение о возможности применения формулы расхода при постоянном напоре (т. е. при установившемся движении), рассмотрим истечение за бесконечно малый интервал времени dt при некотором промежуточном значении напора H (рис. 11.1).

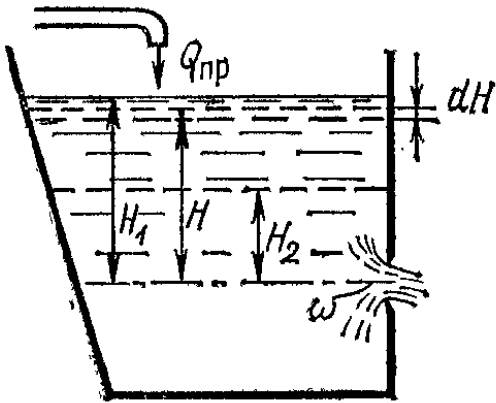


Рис. 11.1

За время dt через отверстие вытечет объем жидкости

$$dW = Qdt = \mu\omega\sqrt{2gH} dt,$$

а втечет в резервуар объем жидкости, равный $Q_{\text{пр}}dt$.

Изменение объема жидкости в резервуаре за время dt составит

$$(Q_{\text{пр}} - \mu\omega\sqrt{2gH}) dt.$$

Заключенное в скобки выражение может быть положительным или отрицательным в зависимости от соотношения Q и $Q_{\text{пр}}$.

В результате изменения объема за время dt уровень жидкости в резервуаре изменится (поднимется или опустится) на бесконечно малую величину dH . При этом изменение объема жидкости равно ΩdH , где Ω — площадь поперечного сечения резервуара на уровне H .

Очевидно, что

$$\Omega dH = (Q_{\text{пр}} - \mu\omega\sqrt{2gH}) dt.$$

Подставив $Q_{\text{пр}}$ по (11.1), получим

$$\Omega dH = \mu\omega\sqrt{2g} (\sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H}) dt.$$

Отсюда

$$dt = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \frac{dH}{\sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H}}. \quad (11.2)$$

Введем новую переменную $y = \sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H}$, тогда $dy = -\frac{dH}{2\sqrt{H}}$ и $dH = -2\sqrt{H} dy$. Но $-\sqrt{H} = y - \sqrt{H_{\text{пр}}}$,

поэтому $dH = 2(y - \sqrt{H_{\text{пр}}}) dy$. Подставив $dH = 2(y - \sqrt{H_{\text{пр}}}) dy$ и $\sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H} = y$ в (11.2), получим

$$dt = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \frac{2(y - \sqrt{H_{\text{пр}}}) dy}{y} = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left(dy - \frac{\sqrt{H_{\text{пр}}}}{y} dy \right).$$

Отсюда находим выражение для времени t , за которое напор над центром отверстия изменится от H_1 до H_2 :

$$t = \frac{2}{\omega\sqrt{2g}} \int_{y_1 = \sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H_1}}^{y_2 = \sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H_2}} \frac{\Omega}{\mu} \left(1 - \frac{\sqrt{H_{\text{пр}}}}{y} \right) dy. \quad (11.3)$$

В (11.3) под знаком интеграла кроме переменной y имеются еще переменные Ω и μ . В общем случае Ω может зависеть от H , а коэффициент расхода μ также может изменяться с изменением напора, так как при этом изменяются числа Рейнольдса, Вебера, Фруда, которые могут влиять на μ (см. § 10.2). Рассмотрим только те случаи, когда допустимо принимать изменение коэффициента расхода в процессе истечения настолько незначительным, что можно принять μ постоянным.

Далее могут представиться два случая.

1. Площадь поперечного сечения резервуара с глубиной не изменяется ($\Omega = \text{const}$), тогда в (11.3) можно вынести Ω за знак интеграла:

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{y_1 = \sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H_1}}^{y_2 = \sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H_2}} \left(1 - \frac{\sqrt{H_{\text{пр}}}}{y} \right) dy$$

или

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2} + \sqrt{H_{\text{пр}}} \ln \frac{\sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H_1}}{\sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H_2}} \right). \quad (11.4)$$

2. Площадь поперечного сечения резервуара изменяется в зависимости от глубины и тем самым от напора H .

Здесь также возможны два случая:

а) зависимость площади Ω от H можно выразить аналитически: $\Omega = f(H)$. Примером является горизонтальный ци-

цилиндрический резервуар диаметром $D=2r_0$, длиной L (рис. 11.2).

При истечении жидкости из такого резервуара при отсутствии притока ($Q_{пр}=0$; $H_{пр}=0$)

$$dt = - \frac{\Omega}{\mu\omega \sqrt{2g}} \frac{dH}{\sqrt{H}}. \quad (11.5)$$

Выразив площадь Ω через H

$$\Omega = 2L \sqrt{H(2r_0 - H)},$$

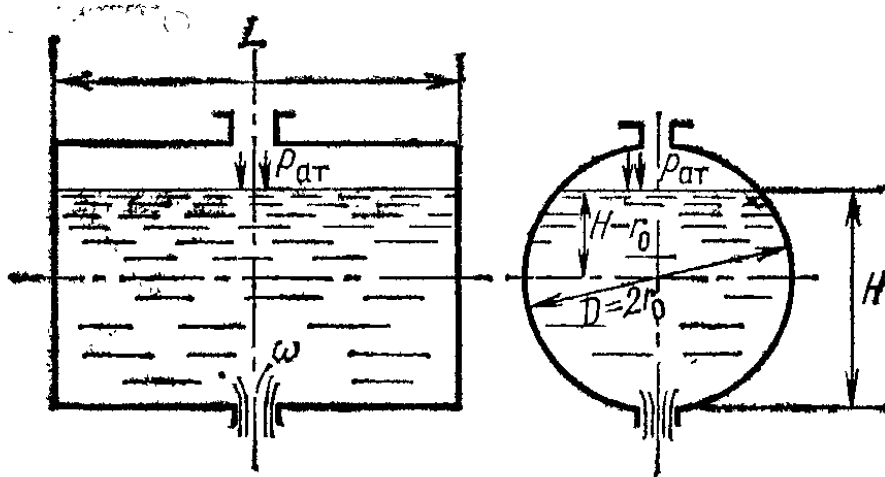


Рис. 11.2

проинтегрируем (11.5), заменив dH через $d(2r_0 - H)$. Получим

$$t = \frac{2L}{\mu\omega \sqrt{2g}} \int_{2r_0}^0 \sqrt{2r_0 - H} d(2r_0 - H).$$

Время, за которое из резервуара выльется вся жидкость (время полного опорожнения резервуара), равно

$$T = \frac{4LD \sqrt{D}}{3\mu\omega \sqrt{2g}}; \quad (11.6)$$

б) зависимость площади Ω от H не выражается аналитически. Примерами таких резервуаров служат водохранилища и пруды. Если зависимость $\Omega=f(H)$ не выражается аналитически, то взять интеграл (11.5) невозможно.

Рассмотрим приближенное решение задачи об опорожнении водохранилища (рис. 11.3) через донный водовыпуск площадью выходного сечения ω при условии, что задан

приток $Q_{\text{пр}}$, коэффициент расхода водовыпуска μ и кривая $\Omega = f(H)$.

Объем жидкости, которая должна вытечь из водохранилища, разобьем горизонтальными плоскостями на m слоев

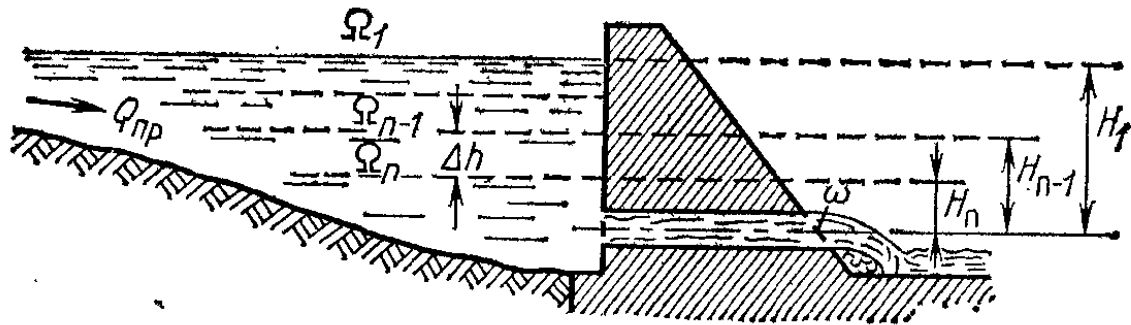


Рис. 11.3

равной высоты Δh (значения Δh принимаются исходя из необходимой точности расчета). Объем n -го слоя

$$\Delta W = \Omega \Delta h = \frac{\Omega_{n-1} + \Omega_n}{2} \Delta h;$$

$$\begin{aligned}
 t_{H_1}^{H_m} &= \frac{\Delta h}{2\mu\omega\sqrt{2g}} \left[\left(\frac{\Omega_1}{\sqrt{H_1} - \frac{Q_{\text{пр}}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \right. \right. \\
 &+ \left. \frac{\Omega_2}{\sqrt{H_2} - \frac{Q_{\text{пр}}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) + \left(\frac{\Omega_2}{\sqrt{H_2} - \frac{Q_{\text{пр}}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \right. \\
 &\left. \left. + \frac{\Omega_3}{\sqrt{H_3} - \frac{Q_{\text{пр}}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right) + \dots \right] = \\
 &= \frac{\Delta h}{2\mu\omega\sqrt{2g}} \left[\frac{\Omega_1}{\sqrt{H_1} - \frac{Q_{\text{пр}}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \right. \\
 &\left. + \frac{\Omega_2}{\sqrt{H_2} - \frac{Q_{\text{пр}}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} + \dots + \frac{\Omega_n}{\sqrt{H_m} - \frac{Q_{\text{пр}}}{\mu\omega\sqrt{2g}}} \right]. \quad (11.7)
 \end{aligned}$$

Величины $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_m$ находятся по кривой $\Omega = f(H)$. В формуле (11.7) время уменьшения напора от H_1 до H_m получается суммированием промежутков времени, необходимого для вытекания каждого из слоев, на которые раз-

делен по высоте объем той части водохранилища, которая заключена между отметками H_1 и H_m .

Тот же расчет можно выполнить несколько иначе. После определения объема каждого слоя ΔW следует вычислить средний напор для каждого слоя

$$H_{\text{ср}} = \frac{H_{n-1} + H_n}{2},$$

затем найти средний расход при вытекании из водохранилища данного слоя

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH_{\text{ср}}}$$

и вычислить необходимое для этого время

$$\Delta t = \frac{\Delta W}{Q - Q_n}.$$

Затем следует просуммировать полученные интервалы времени Δt .

11.3. ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО РЕЗЕРВУАРА ЧЕРЕЗ НЕЗАТОПЛЕННОЕ И ЗАТОПЛЕННОЕ ОТВЕРСТИЯ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПРИТОКА

При истечении жидкости в атмосферу без притока в резервуар (рис. 11.4, а) уровень в резервуаре понижается, напор над центром выходного отверстия со временем непрерывно уменьшается, а следовательно, скорость струи и расход уменьшаются.

При истечении через затопленное отверстие жидкости из резервуара А с постоянным уровнем в резервуар Б (рис. 11.4, б) из-за подъема уровня во втором резервуаре напор уменьшается.

Оба случая можно рассматривать как частный случай истечения [см. (11.4)], но в условиях, когда нет притока ($Q_{\text{пр}}=0$, $H_{\text{пр}}=0$). Тогда изменение напора от H_1 до H_2 произойдет за время

$$t = \frac{2\Omega}{\mu \omega \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (11.8)$$

Приняв $H_2=0$, получим время полного опорожнения резервуара для случая рис. 11.4, а. Время выравнивания уровней в резервуарах для случая рис. 11.4, б составит

$$T = \frac{2\Omega \sqrt{H_1}}{\mu \omega \sqrt{2g}}, \quad (11.9)$$

где Ω — площадь поперечного сечения резервуара B .

Выражения для времени опорожнения T можно представить в следующем виде:

$$T = \frac{2\Omega H_1}{\mu\omega \sqrt{2gH_1}} = \frac{2W}{\mu\omega \sqrt{2gH_1}}.$$

В первом случае (рис. 11.4, а) $W = \Omega H_1$ — объем жидкости, вытекающей из резервуара за время T ; $\mu\omega \sqrt{2gH_1}$ — расход жидкости, соответствующий напору H_1 .

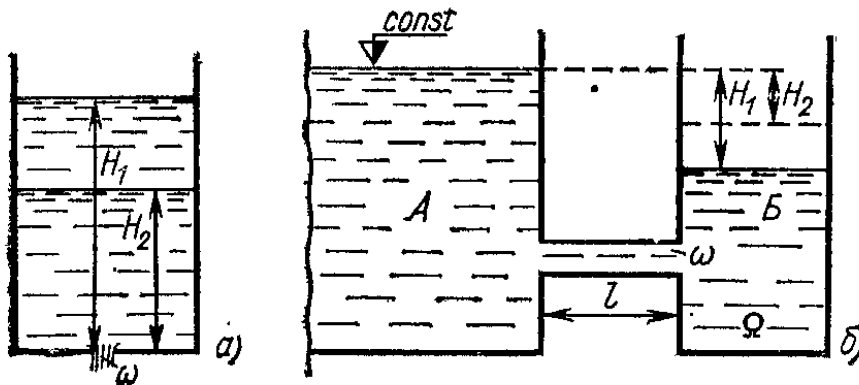


Рис. 11.4

Учитывая, что объем W вытекает из резервуара при постоянном напоре H_1 за время

$$t = \frac{W}{\mu\omega \sqrt{2gH_1}}, \quad (11.10)$$

получаем $T = 2t$, т. е. время опорожнения призматического резервуара при переменном напоре и отсутствии притока вдвое больше, чем время, за которое этот же объем жидкости вытечет при постоянном напоре, равном начальному напору.

При использовании формул, в которые входят напоры H_1 и H_2 , следует помнить, что при истечении под уровень (затопленное выходное отверстие) действующим напором является разность уровней в резервуарах z (в соответствующие моменты времени t_1 и t_2), а при истечении в атмосферу (незатопленное отверстие) напор определяется над центром выходного отверстия.

Значение коэффициента расхода μ принимается в соответствии с рекомендациями, изложенными в гл. 10. При $l = 0$ (рис. 11.4, б, 11.5, а, б) происходит истечение через отверстие, при $l = (3 \div 4)d$ жидкость вытекает через насадок, а при большей относительной длине l/d — через трубу или

систему труб. В последнем случае, как указывалось в § 10.13, μ вычисляется как коэффициент расхода системы, т. е. с учетом всех коэффициентов сопротивлений. Сохраним здесь за коэффициентом расхода обозначение μ , но при этом следует помнить, что в зависимости от конструкции

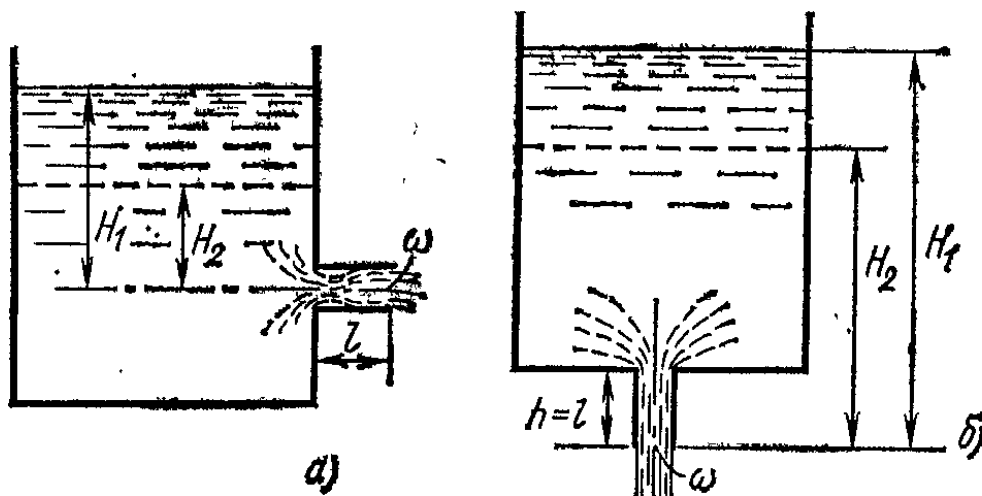


Рис. 11.5

выпускного устройства (отверстие, насадок или система труб) численные значения μ различны.

Применительно к случаям истечения жидкости через вертикальные или наклонные насадки и короткие трубы

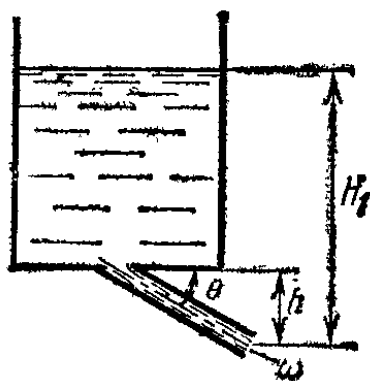


Рис. 11.6

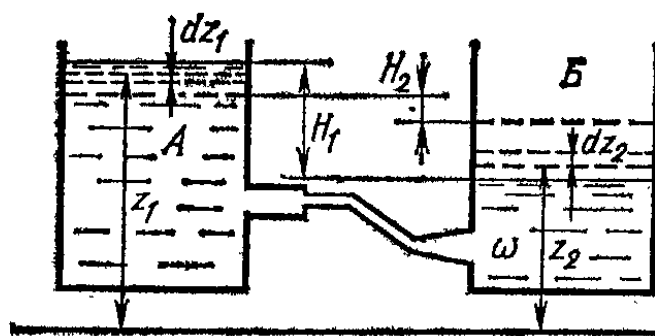


Рис. 11.7

конечный напор в момент полного опорожнения резервуара (но не отводящей трубы, в которой еще имеется жидкость) будет равен, естественно, не нулю, а h (рис. 11.5, б, 11.6). Для таких схем истечения время вытекания всей жидкости из резервуара

$$T = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{h}). \quad (11.11)$$

11.4. ИСТЕЧЕНИЕ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УРОВНЕЙ В ОБОИХ РЕЗЕРВУАРАХ

Рассмотрим два резервуара A и B (рис. 11.7), заполненных жидкостью и соединенных системой труб, через которые жидкость перетекает из одного резервуара в другой. Площадь выходного сечения трубы ω , площади поперечных сечений резервуаров неизменны по высоте и равны Ω_1 и Ω_2 . Начальный перепад напоров в резервуарах равен H_1 . Уровень жидкости в резервуаре A понижается, а в резервуаре B повышается. Это приводит к уменьшению действующего напора (здесь — разность уровней жидкости в резервуарах). Процесс истечения закончится, когда уровни в резервуарах сравняются и напор станет равным нулю.

Определим время изменения напора от H_1 до некоторого значения H_2 . В некоторый промежуточный момент времени напор $H = z_1 - z_2$. За время dt под действием напора из резервуара A в резервуар B через выходное отверстие соединительной трубы площадью ω перетечет объем жидкости

$$dW = \mu_{\text{сист}} \omega \sqrt{2gH} dt, \quad (11.12)$$

где $\mu_{\text{сист}}$ — коэффициент расхода, в данном случае системы труб.

Уровень в резервуаре A понизится на dz_1 , а в резервуаре B повысится на dz_2 , что приведет к изменению действующего напора $H = z_1 - z_2$ на величину

$$dH = dz_1 - dz_2. \quad (11.13)$$

Объем, перетекший за время dt из резервуара A в резервуар B ,

$$dW = -\Omega_1 dz_1 = \Omega_2 dz_2. \quad (11.14)$$

Подставив dW из (11.12) в (11.14), получим

$$\mu \omega \sqrt{2gH} dt = -\Omega_1 dz_1,$$

откуда

$$dt = -\frac{1}{\mu \omega \sqrt{2g}} \frac{\Omega_1 dz_1}{\sqrt{H}}. \quad (11.15)$$

Для интегрирования нужно выразить Ω_1 и dz_1 через H и dH .

Для резервуаров, в которых площади поперечных сечений не зависят от H , выразим только dz_1 через H .

Из (11.14) $dz_2 = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2} dz_1$. Подставив это выражение в (11.13), получим

$$dH = dz_1 + \frac{\Omega_1}{\Omega_2} dz_1 = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\Omega_2} dz_1.$$

Тогда

$$dz_1 = \frac{\Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} dH. \quad (11.16)$$

Подставив dz_1 из (11.16) в (11.15), получим

$$\begin{aligned} t &= -\frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} \frac{dH}{\sqrt{H}} = \\ &= \frac{\Omega_1\Omega_2}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{dH}{\sqrt{H}} \end{aligned}$$

или

$$t = \frac{2\Omega_1\Omega_2}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (11.17)$$

Найдем время выравнивания уровней в резервуарах, т. е. время, за которое напор изменится от H_1 до $H_2=0$:

$$T = \frac{2\Omega_1\Omega_2\sqrt{H_1}}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}} = \frac{2\Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} \frac{\Omega_1 H_1}{\mu\omega\sqrt{2gH_1}}.$$

Если площадь поперечного сечения одного из резервуаров (например, Ω_1) значительно больше, чем площадь поперечного сечения второго резервуара Ω_2 , то, преобразуя (11.7), получим с учетом $\Omega_2/\Omega_1 \ll 1$

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1\left(1 + \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)\mu\omega\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) = \\ &= \frac{2\Omega_2}{\mu\omega\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \end{aligned}$$

Здесь Ω_2 — площадь поперечного сечения меньшего резервуара.

Если $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$, то

$$t = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (11.18)$$

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СТРУИ**12.1. КЛАССИФИКАЦИЯ СТРУЙ**

Потоки жидкости или газа, не имеющие твердых границ, называются соответственно жидкими или газовыми струями.

Струи классифицируются по ряду признаков. Прежде всего различают затопленные и незатопленные струи.

К затопленным относятся струи, которые движутся в жидкости, свойства которой однородны со струей, или в пространстве, занятом другой жидкостью. Струя может распространяться в движущейся жидкости или газе (в спутном или во встречном потоке).

Незатопленная жидкая струя движется в газовом пространстве, например в воздухе. Таковы струи дождеваль-ных и пожарных установок, фонтанов, гидромониторов.

Различают также струи, движущиеся в неограниченном пространстве (свободные струи), и ограниченные струи, движение которых происходит в присутствии стенки (пристенная струя) или в тупиковой конструкции.

По форме поперечного сечения струи делят на осесимметричные (круглое сечение) или плоские.

Температура (а следовательно, и плотность, и вязкость) струи может отличаться от температуры пространства, где она движется, например при сбросе воды из тепловых или атомных электростанций в охладители-водохранилища (пруды).

Режим движения струй может быть ламинарным или турбулентным. Здесь будем рассматривать турбулентные струи как наиболее часто встречающиеся.

12.2. ЗАТОПЛЕННЫЕ СТРУИ

При истечении в неподвижную однородную жидкость (рис. 12.1) струя постепенно расширяется. Считается, что в начальном сечении струи плоская эпюра скоростей прямоугольная. На границе струи с окружающей неподвижной жидкостью образуются вихри, поверхность струи по границам «взрыхленная». Осредненные очертания границ струи прямолинейные. На границе и вблизи нее формируется струйный пограничный турбулентный слой.

Интенсивные пульсации скорости и перемешивание приводят к тому, что между струей и окружающей жидкостью происходит обмен количеством движения, струя подтормаживается, расширяется и одновременно увлекает с собой часть «внешней» жидкости.

Давление по длине струи сохраняется постоянным и равным давлению в окружающем пространстве. Количество движения струи по длине также не изменяется.

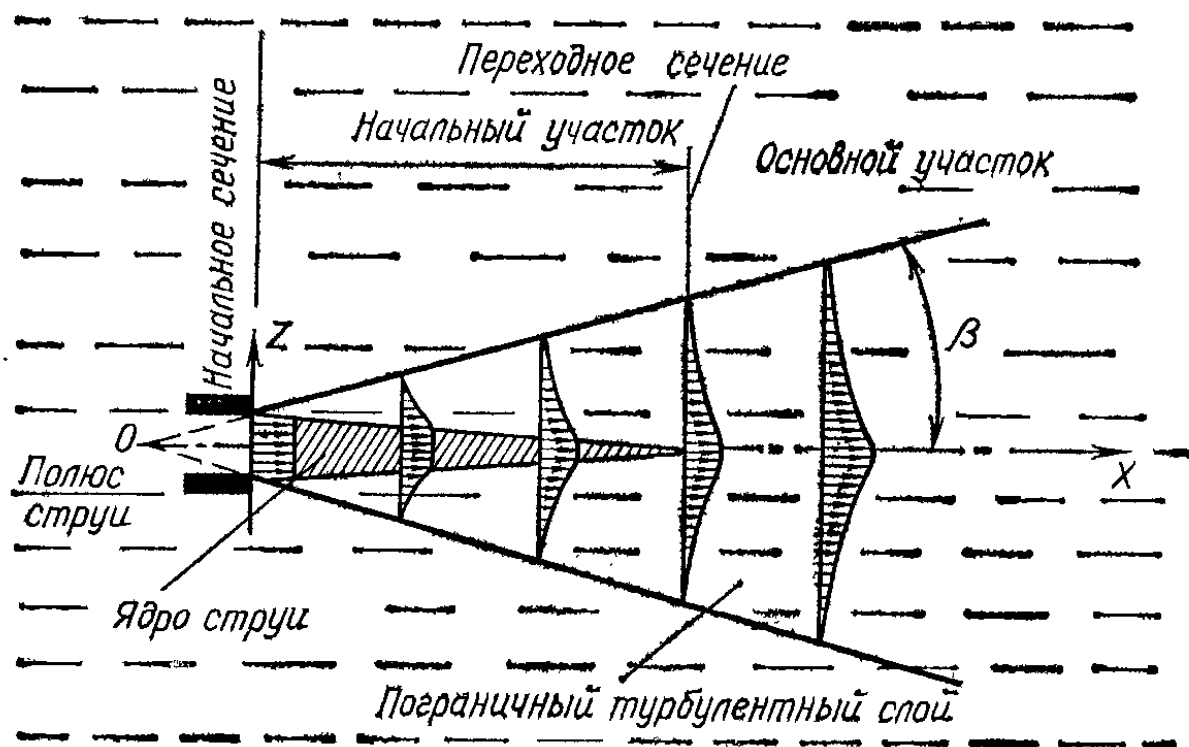


Рис. 12.4

При выходе из насадка и на некотором расстоянии от него в центральной части струи существует ядро струи с постоянными осредненными скоростями. С увеличением поперечного размера пограничного слоя толщина ядра уменьшается. Затем ядро с равномерным распределением скоростей исчезает. Сечение, где это происходит, называют переходным, оно разделяет начальный и основной участки струи. На основном участке осевая скорость уменьшается. Если принять угол расширения границ струи β одинаковым на основном и начальном участках (на самом деле они несколько отличаются) и продлить внешние границы основного участка, то найдем точку их пересечения — так называемый полюс струи (точка 0). Поперечные составляющие скорости в струях всегда заметно меньше, чем продольно направленные.

Расширение струи зависит от структуры и интенсивности турбулентности ϵ_0 на выходе из насадки (сопла) и от формы поперечного сечения струи.

Угол расширения характеризуется значениями $\operatorname{tg} \beta$, которые для осесимметричных струй (рис. 12.2, а) составляют

$$\operatorname{tg} \beta_{ос} = 3,4a, \quad (12.1)$$

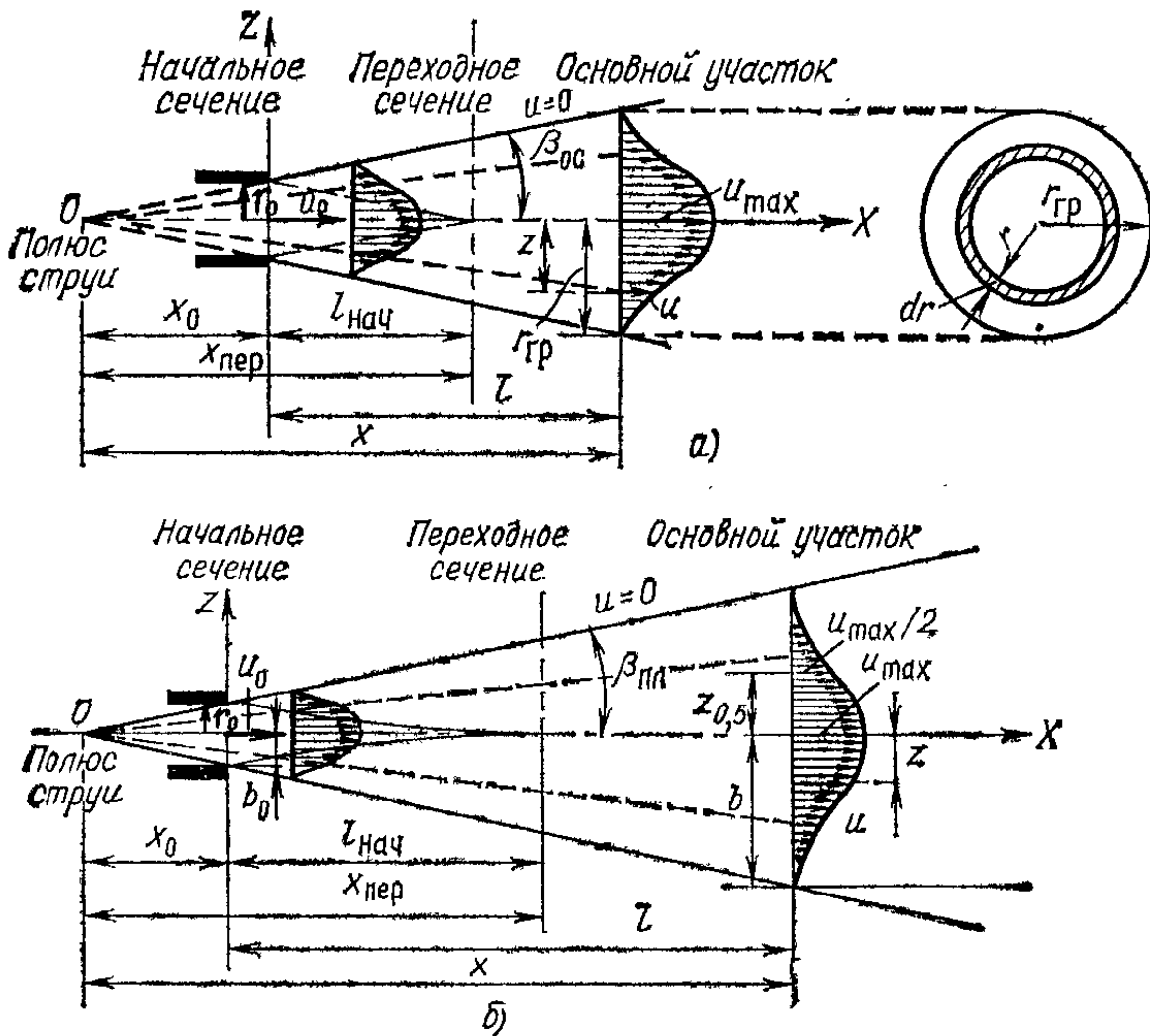


Рис. 12.2

для плоских струй (рис. 12.2, б)

$$\operatorname{tg} \beta_{пл} = 2,4a, \quad (12.2)$$

где a — коэффициент, характеризующий влияние турбулентности струй на ее расширение. При малой интенсивности турбулентности $a = 0,066 \div 0,08$, за решетками, специально турбулизирующими поток на выходе, $a \approx 0,27$. В среднем для осесимметричных струй при малых ϵ_0 принимают $a \approx 0,07 \div 0,08$; а для плоских струй $a \approx 0,09 \div 0,12$.

Рассмотрим (рис. 12.2), как изменяются продольные скорости по длине струи (по координате x). Примем обоз-

начения: u_0 — скорость в ядре, u_{max} — максимальная скорость в сечении струи (на ее оси) за пределами начального участка; r_0 и b_0 — радиус и полувысота начального (выходного) сечения струи; $r_{гр}$ — изменяющийся по длине радиус границы струи; b — высота (по оси OZ) плоской струи; ρ_0 — плотность жидкости в выходном сечении.

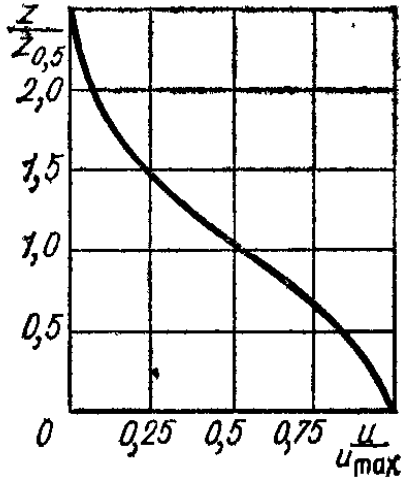


Рис. 12.3

Установлено, что эпюры безразмерных скоростей u/u_{max} в основном участке струи подобны, т. е. в принадлежащих разным сечениям по длине точках, характеризующихся одним и тем же значением относительной координаты z/x , относительные скорости u/u_{max} одни и те же.

Прямолинейность границ струй приводит к связи $r_{гр} = x \operatorname{tg} \beta_{ос}$ и $b = x \operatorname{tg} \beta_{пл}$ (x отсчитывается от полюса струи). Поэтому часто профили (эпюры) безразмерных скоростей

представляют в виде

$$u/u_{max} = f(z/r_{гр}) \text{ и } u/u_{max} = f_1(z/b).$$

Так как точное определение границ струи, т. е. геометрического места точек, где $u=0$, затруднительно, то в качестве опорной точки, по отношению к которой ведется отсчет координаты z , принимают точку, в которой $u=0,5 u_{max}$. Тогда

$$u/u_{max} = (z/z_{0,5}), \quad (12.3)$$

где $z_{0,5}$ — расстояние от оси струи до точки, где $u=0,5 u_{max}$.

На рис. 12.3 иллюстрируется универсальность эпюр безразмерных скоростей.

Перейдем к определению закономерностей изменения максимальной скорости на оси струи по длине основного участка. Теоретически найдено, что на основном участке максимальная скорость на оси струи круглого сечения изменяется по гиперболической зависимости

$$u_{max} = \operatorname{const}/r_{гр} \approx \operatorname{const}/x. \quad (12.4)$$

Формула вида (12.4) была впервые получена А. Я. Миловичем в 1918 г. Также получено, что относительная величина

$$r_{гр}/r_0 = 3,28u_0/u_{max}. \quad (12.5)$$

В начале основного участка, т. е. в переходном сечении, где исчезает ядро струи и $u_0 = u_{max}$, радиус границы

$$r_{гр.пер} = 3,28r_0. \quad (12.6)$$

Для осесимметричной струи с учетом (12.1)

$$r_{гр} = 3,4ax. \quad (12.7)$$

Из (12.5) с учетом (12.7) имеем

$$u_{max}/u_0 = 3,28r_0/3,4ax = 0,96r_0/ax. \quad (12.8)$$

Тогда расстояние от полюса струи до переходного сечения

$$x_{пер} = 0,96r_0/a, \quad (12.9)$$

а от полюса до начального сечения

$$x_0 = 0,29r_0/a. \quad (12.10)$$

Длина начального участка струи (от начального сечения до переходного)

$$l_{нач} = x_{пер} - x_0 = 0,67r_0/a. \quad (12.11)$$

Если отсчитывать расстояния от начального сечения l (рис. 12.2), то из (12.9) и (12.8) получим

$$x = l + x_0 = l + 0,29r_0/a;$$

$$\frac{u_{max}}{u_0} = \frac{0,96r_0}{a(l + 0,29r_0/a)}$$

или

$$\frac{u_{max}}{u_0} = \frac{0,96}{al/r_0 + 0,29}. \quad (12.12)$$

Таким образом, подтверждается уменьшение u_{max}/u_0 по гиперболической зависимости с увеличением расстояния вдоль оси OX на основном участке. Формула (12.12) получена Г. Н. Абрамовичем. Эту формулу применяют также в виде

$$\frac{u_{max}}{u_0} = \frac{0,48}{a + 0,145d_0/l} \frac{d_0}{l}, \quad (12.13)$$

где d_0 — диаметр выходного сечения струи ($d_0 = 2r_0$).

Длина начального участка по Г. Н. Абрамовичу при $a = 0,07 \div 0,08$ равна $l_{нач} = (4,8 \div 4,2)d_0$. Геометрические параметры струи сильно зависят от интенсивности турбулентности ε_0 в начальном сечении. Изменяя ε_0 , можно изменять и эти параметры.

Диаметр осесимметричной струи в соответствии с (12.13) в любом сечении на расстоянии l от насадка при $a=0,07$ равен

$$d = d_0 + 0,475l. \quad (12.14)$$

Уравнение изменения кинетической энергии струи $E_{кин}$ на основном участке по сравнению с $E_{кин0}$ (в начальном сечении) при $a=0,07$ и $l > 4,8 d_0$, данное Г. Н. Абрамовичем, имеет вид

$$\frac{E_{кин}}{\rho Q_0 v_0^2/2} = \frac{0,295}{0,07l/d_0 + 0,145}. \quad (12.15)$$

Для плоских струй получено

$$u_{max}/u_0 = \text{const}/\sqrt{b} \approx \text{const}/\sqrt{x}. \quad (12.16)$$

Максимальная скорость на оси плоской струи уменьшается вдоль струи менее интенсивно:

$$\frac{u_{max}}{u_0} = \frac{1,2}{\sqrt{ax/b_0 + 0,41}}. \quad (12.17)$$

Другие характерные величины для плоских струй:

$$x_0 = 0,41b_0/a; \quad l_{нач} = 1,03b_0/a \approx 10b_0 \text{ (при } a = 0,1\text{)}.$$

В практических расчетах часто применяют формулы, аппроксимирующие распределение скоростей в струях. Для основного участка струи используется формула, полученная Шлихтингом для избыточной относительной скорости,

$$\frac{u - u_{п}}{u_{max} - u_{п}} = (1 - \eta^{1,5})^2, \quad (12.18)$$

где u — скорость в точке на расстоянии z от оси струи; $u_{п}$ — скорость спутного или встречного потока (в котором распространяется струя);

$$\eta = z/b \text{ или } z/r_0.$$

При $u_{п}=0$ имеем

$$u/u_{max} = (1 - \eta^{1,5})^2. \quad (12.19)$$

Применяют и другие формулы, например выражают профиль продольных составляющих скоростей в виде полинома 3-й или 4-й степени.

Затопленные струи могут распространяться не только в неподвижной жидкости, но и в спутном или встречном потоке (например, струя, вытекающая в реку). Такие случаи

изучены меньше, чем свободные струи. Приближенно считают, что в спутном водном потоке вытекающая из насадка диаметром d_0 струя рассеивается на расстоянии $l = 300d_0$.

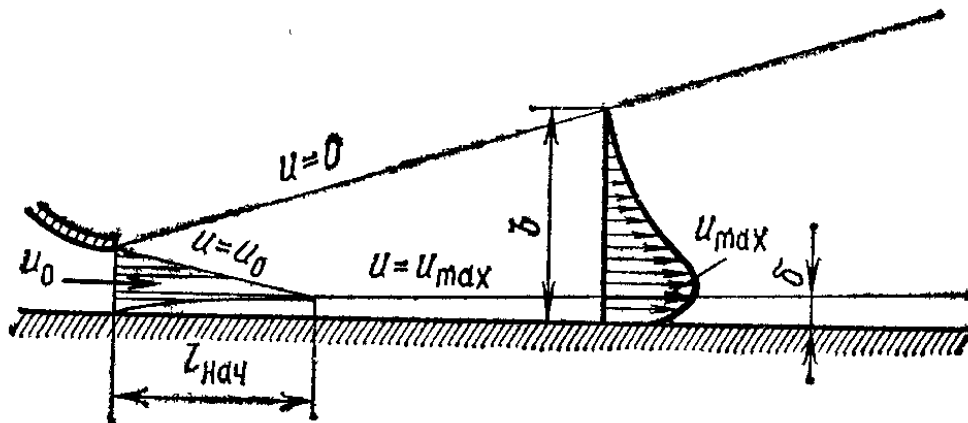


Рис. 12.4

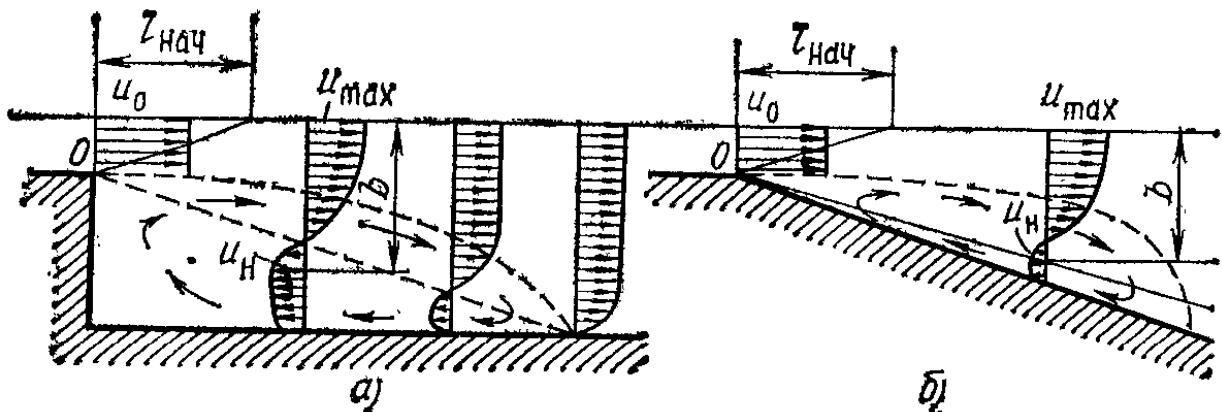


Рис. 12.5

Для определения радиуса струи на расстоянии l от начального сечения Н. Н. Кременецкий предложил формулу

$$r = 0,208A(l + nr_0), \quad (12.20)$$

где

$$A = (1 + 2,55 \sqrt{v/v_0})^{-1};$$

$$n = 17,3 - 13,3u_{max\text{ ос}}/v_0.$$

Здесь v — средняя скорость потока; v_0 — средняя скорость истечения из насадка; $u_{max\text{ ос}}$ — скорость на оси в начальном сечении; r_0 — радиус струи в начальном сечении.

В гидротехнике часто встречаются случаи движения струй в более сложных условиях, чем разобранные выше, например пристенные струи (рис. 12.4). Струи, вытекающие через насадок или трубу, с одной стороны ограничены твердой поверхностью, например дном, струйный поток при этом характеризуется появлением придонного пограничного слоя, где

скорость распределяется по логарифмическому закону. Толщина этого слоя обозначена на рис. 12.4 как δ . Остальные обозначения известны.

При увеличении глубины безнапорного потока, например, за счет уступа (рис. 12.5, а) или сопрягающего откоса (рис. 12.5, б) происходит движение струйного типа. Но здесь явление осложняется еще и образованием циркуляционной (водоворотной) зоны, в связи с чем появляются скорости, направленные противоположно основному потоку. Существуют и другие схемы, где движение имеет струйный характер.

12. 3. НЕЗАТОПЛЕННЫЕ СТРУИ

Рассмотрим струю воды, вытекающую через круглое отверстие в атмосферу. Техническое применение таких струй весьма разнообразно.

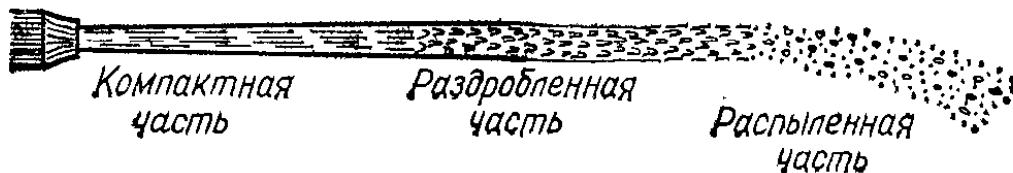


Рис. 12.6

В незатопленных струях различаются три части: компактную, раздробленную и распыленную (рис. 12.6).

Компактная часть струи имеет цилиндрическую или близкую к ней форму, сплошность потока здесь сохраняется. В раздробленной части происходит расширение струи и ее разрушение на отдельные крупные части. В распыленной части струя состоит из отдельных капель.

При полете струи на нее действуют сила тяжести, сопротивление воздуха и силы внутри струи, связанные с турбулентностью и колебательно-волновым движением жидкости в струе. Совместное действие всех этих сил приводит струю к распаду. Капли, образовавшиеся после распада, находятся под действием еще и сил поверхностного натяжения.

Рассмотрим некоторые виды струй.

Гидромониторные струи, используемые для разработки грунтов, должны иметь компактную часть максимально возможной длины, так как эта часть струи обладает необходимой мощностью. Для этого конструкция выходной части гидромонитора имеет такую поверхность, которая уменьшает начальную интенсивность турбулентности на выходе и создает возможность большего подавления

внутренних колебаний струи, которые могут уменьшить устойчивость движущейся струи.

По экспериментальным данным Н. П. Гавырина установлено, что участок компактной струи гидромонитора с мощностью, необходимой для разработки грунтов, заканчи-

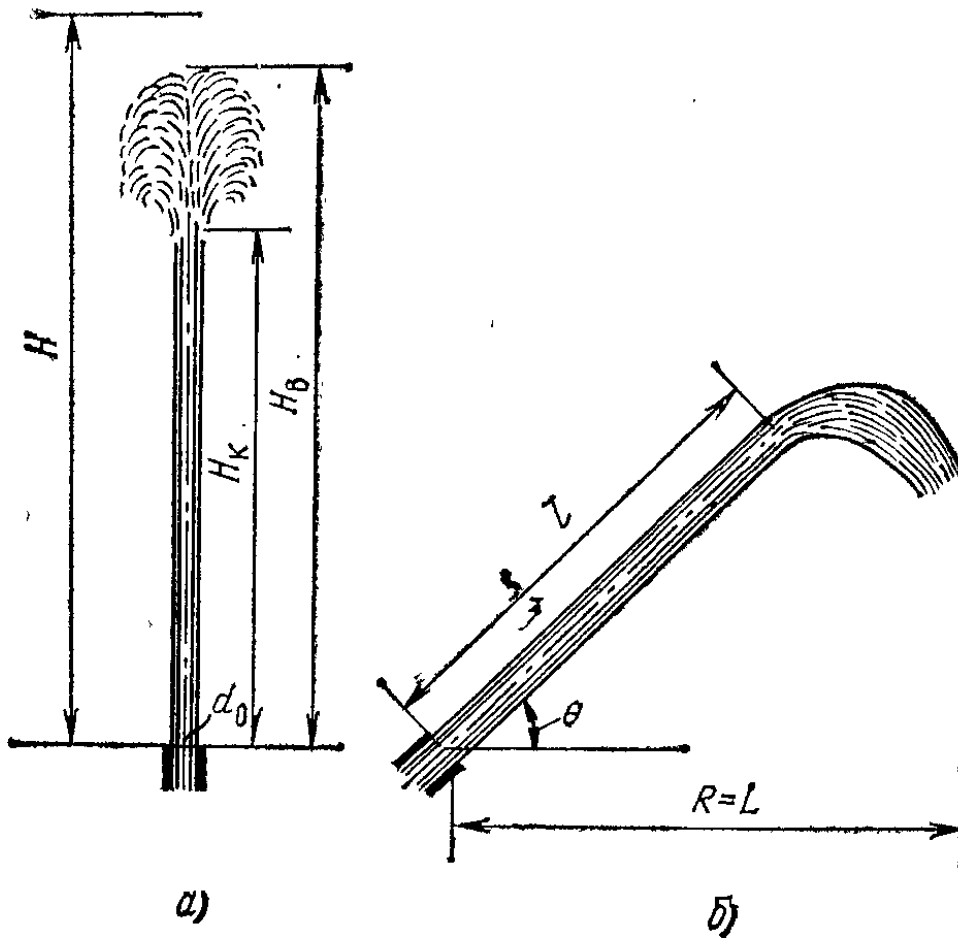


Рис. 12.7

вается от выходного сечения гидромонитора на расстоянии

$$l \approx 0,415 \sqrt[3]{\theta H^2 d_0}, \quad (12.21)$$

где d_0 — диаметр выходного отверстия, мм; H — напор перед выходным отверстием, м; θ — угол наклона оси ствола к горизонту, град.

Формула (12.21) справедлива для $d_0 \leq 0,05$ м, $H \leq 80$ м, $\theta = 5 \div 32^\circ$.

Высота вертикальных струй H_b (рис. 12.7, а) меньше, чем напор H на выходе из насадки. Это связано с сопротивлением окружающего воздуха движению струи. Высота компактной части струи $H_k < H_b$,

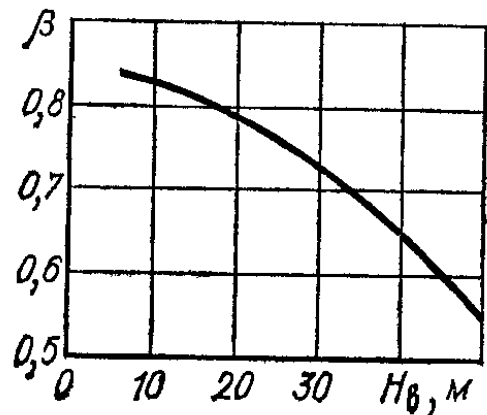


Рис. 12.8

$$H_k = \beta H_B. \quad (12.22)$$

Согласно экспериментальным данным отношение $H_k/H_B = \beta$ уменьшается с увеличением H_B (рис. 12.8).

Запишем потери напора удельной энергии, затрачиваемой на преодоление сопротивлений при движении струи в воздухе, условно в виде

$$\left. \begin{aligned} h_{\text{тр}} &= H - H_B; \\ h_{\text{тр}} &= k \frac{H_B}{d_0} \frac{v_0^2}{2g}, \end{aligned} \right\} \quad (12.23)$$

где d_0 — диаметр выходного отверстия насадка; v_0 — скорость в выходном сечении насадка; k — коэффициент.

Так как для насадка (см. гл. 10) $v_0 = \varphi \sqrt{2gH}$ (φ — коэффициент скорости), то

$$\begin{aligned} h_{\text{тр}} &= H - H_B = k \frac{H_B}{d_0} \varphi^2 H; \\ H_B &= \frac{H}{1 + \frac{k\varphi^2}{d_0} H} = \frac{H}{1 + \psi H}, \end{aligned} \quad (12.24)$$

где $k\varphi^2/d_0$ обозначено через ψ .

Коэффициент ψ (при $\varphi \approx 1$) определяется по эмпирической формуле

$$\psi = \frac{0,00025}{d_0 + (10d_0)^3},$$

где d_0 — в метрах.

График зависимости ψ от d_0 представлен на рис. 12.9.

Наклонные струи (см. рис. 12.7, б) при уменьшении угла наклона струи на выходе из насадка к горизонту θ_0 описывают кривую $a'b'c'$, дальше которой от выходного сечения ($l=0$) не попадают даже отдельные капли (рис. 12.10). При отсутствии специальных устройств для дробления струи или распылителей область, поливаемая компактной струей A , ограничена кривой abc . Между линиями abc и $a'b'c'$ — область B , поливаемая раздробленной и распыленной частями струи.

По экспериментальным данным в ориентировочных расчетах принимается, что расстояние R_k от насадка до геометрического места конца компактной части струи (до линии abc на рис. 12.10) равно высоте компактной части вертикальной струи:

$$R_k = H_k. \quad (12.25)$$

Расстояние от насадка до внешней границы распыленной части наклонной струи (до линии $a'b'c'$ на рис. 12.10)

$$R_p = kH_B, \quad (12.26)$$

где $k = k_0(\theta)$ (рис. 12.11), а θ — угол наклона к горизонту линии, соединяющей насадок и данную точку на граничной кривой $a'c'$.

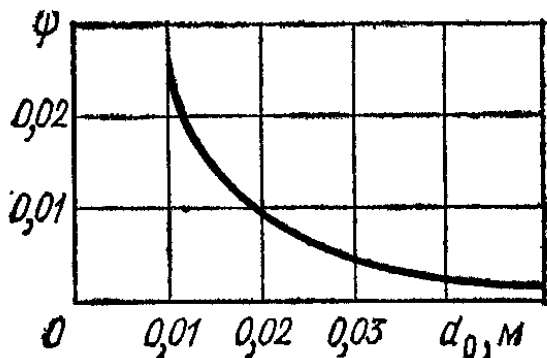


Рис. 12.9

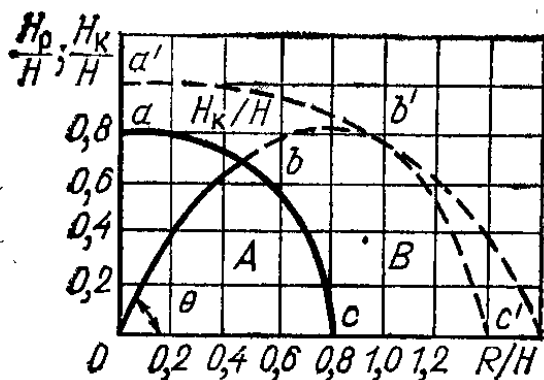


Рис. 12.10

Дождевальные струи. Можно выделить дождевальные струи, получающиеся при применении среднеструйных и дальнеструйных аппаратов, и пленки (плоские струи малой толщины), образующиеся при использовании короткоструйных насадков. Пленка при выходе через насадки различных конструкций вблизи аппарата распадается на капли, причем чем мельче капли, тем ближе к насадку они выпадают. На участке движения воды в виде пленки особенно значительна роль поверхностного натяжения.

Короткоструйные насадки (дефлекторные, щелевые, центробежные) обычно имеют давление на входе от 0,05 до 0,2 МПа (что соответствует напору 5—20 м). Дождевальные аппараты, из ствола которых вылетает струя, вначале имеющая компактную часть, а затем раздробленную и распыленную части, работают при давлениях от 0,1 до 0,8 МПа.

При отсутствии сопротивления воздуха координаты траектории струи (рис. 12.12)

$$x = v_0 \cos \theta_0 t; \quad z = v_0 \sin \theta_0 t - gt^2/2.$$

В этих соотношениях $v_0 = \sqrt{2gH}$ — скорость струи на выходе из насадка; t — время; θ_0 — угол вылета.

Уравнение траектории струи

$$z = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{x^2}{4H \cos^2 \theta_0}. \quad (12.27)$$

При движении струи в воздухе происходят потери на преодоление сопротивления воздуха движению струи $h_{\text{тр}}$. Если принять длину траектории $l \approx x/\cos \theta_0$, а $h_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d_0} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d_0} H$, то подстановка в (12.27) вместо H разности $(H - h_{\text{тр}})$ и последующие преобразования приве-

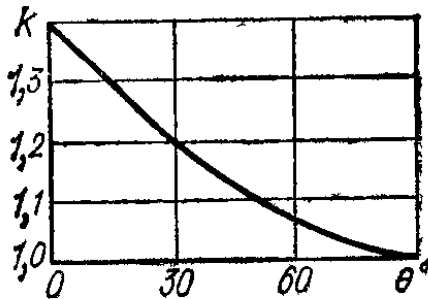


Рис. 12.11

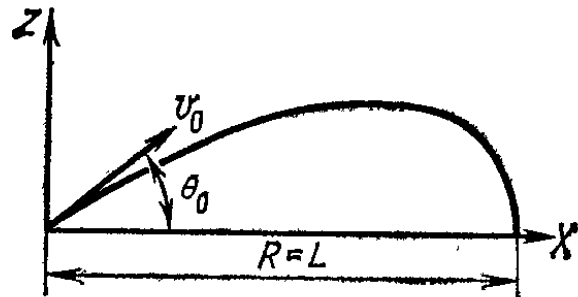


Рис. 12.12

дут к уравнению траектории струи с учетом сопротивления воздуха

$$z = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{x^2}{4H \left(1 - \frac{\lambda x}{d_0 \cos \theta_0}\right) \cos^2 \theta_0}, \quad (12.28)$$

где λ — коэффициент сопротивления при движении струи в воздухе, может быть найден только по эмпирическим зависимостям. Одна из них имеет вид (В. М. Марквартде)

$$\lambda = 0,25 \left(1 - e^{-\frac{H}{1600d_0}}\right),$$

где H — напор, м; d_0 — диаметр выходного сечения насадка, м.

Дальность полета L или радиус действия струи R (горизонтальная проекция траектории)

$$L = R = \frac{2H \sin 2\theta_0}{1 + 4\lambda \frac{H}{d_0} \sin \theta_0}. \quad (12.29)$$

При $\lambda = 0$ получим $R_1 = 2H \sin 2\theta_0$.

Из (12.29) после дифференцирования по θ_0 и приравнивания первой производной нулю получим уравнение для вычисления углов θ_0 , обеспечивающих максимальную дальность полета струи:

$$4\lambda \frac{H}{d_0} \sin^3 \theta_0 + 2 \sin^2 \theta_0 - 1 = 0.$$

Если задаваться различными значениями $4\lambda H/d_0$, то различные значения угла вылета θ_0 будут обращать уравнения в тождество. Это и будут углы θ_0 , при которых для данного отношения H/d_0 дальность полета струи будет максимальной. Для отношения $H/d_0 = 2500 \div 3000$, характерного для большинства дождевальных аппаратов, $\theta_0 = 32^\circ$.

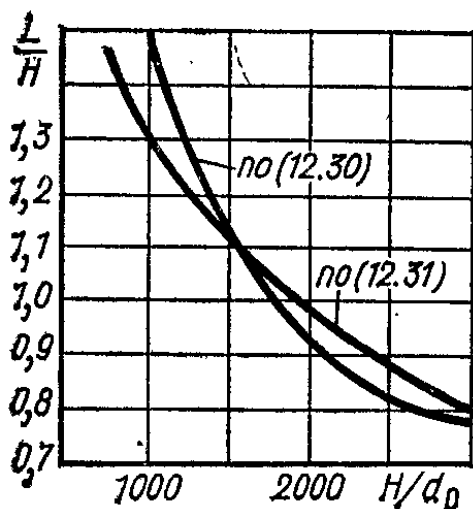


Рис. 12.13

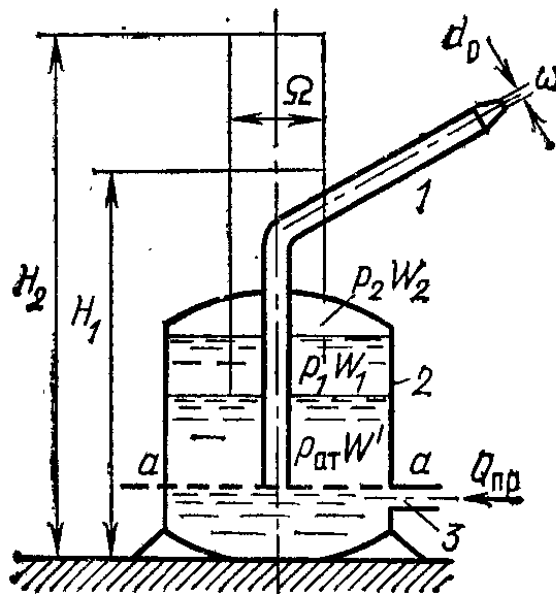


Рис. 12.14

Дальность полета струи отсчитывается по горизонтали и при $H/d_0 \geq 1000$ определяется по формуле Ф. И. Пикалова

$$L = 0,42H + 1000d_0; \quad (12.30)$$

при $H/d_0 > 800$ — по формуле Б. М. Лебедева

$$L = \frac{H}{0,5 + 0,00025H/d_0}, \quad (12.31)$$

где H и d_0 — в метрах.

Зависимости относительных длин, найденные по (12.30) и (12.31), от отношения H/d_0 показаны на рис. 12.13. Эти формулы дают близкие результаты.

Необходимая для орошения частота вращения ствола дождевального аппарата 0,1—1 об/мин приводит к уменьшению дальности полета струи на 5—15 %.

На радиус действия (дальность полета) струи оказывает влияние также ветер. Если в безветренную погоду орошаемая площадь представляет круг, то при ветре, если не изменять угол наклона ствола, она превращается в вытянутый по направлению ветра эллипс. Поэтому рекомендуется при поливе навстречу ветру уменьшать угол наклона ствола

до некоторого значения θ_{min} , а при направлении струи, совпадающем с направлением ветра, увеличивать угол наклона до θ_{max} . Например, при скорости ветра 8 м/с $\theta_{max} = 37^\circ$, $\theta_{min} = 15^\circ$.

В зависимости от H/d_0 при дождевании получают различными размер капель и интенсивность дождя (слой, выпавший в единицу времени). Средний диаметр капель рекомендуется не более 1—2 мм.

Импульсные дождевальные струи. Для некоторых видов растений целесообразно подавать воду с помощью дождевальных аппаратов импульсного действия или «дождевальных пушек». При этом дождевальная струя «выстреливается» через определенные промежутки времени. Гидравлические расчеты импульсных дождевальных аппаратов в основном разработаны И. И. Агроскиным.

Упрощенная схема дождевального аппарата показана на рис. 12.14. Дождевальный аппарат со стволом 1 установлен на водовоздушном резервуаре (баке) 2. Объем воздуха в баке W_1 , давление воздуха p_1 . Принцип действия этого аппарата состоит в следующем. При закрытом стволе (имеется специальный механизм для перекрытия выходного отверстия — затвор игольчатого типа) в резервуар по трубе 3 поступает вода с расходом $Q_{пр}$. Воздух в резервуаре сжимается, его давление постепенно повышается до значения p_2 (объем воздуха в этот момент равен W_2), при котором затвор, перекрывающий выходное отверстие, автоматически открывается, при этом некоторый объем воды W_B выбрасывается в атмосферу. Воздух в аппарате расширяется. Его давление падает до значения p_1 , затвор аппарата закрывается. Затем цикл повторяется.

Если процесс сжатия воздуха условно принять изотермическим, то $pW = \text{const}$. Тогда

$$p_{ат} W' = p_1 W_1 = p_2 W_2,$$

где $p_{ат}$ — атмосферное давление; W' — объем полезно используемой части в резервуаре (объем выше $a-a$). Для объема выбрасываемой воды W_B получаем

$$W_B = W' p_{ат} \frac{p_2 - p_1}{p_1 p_2}.$$

Время, за которое происходит подача (выброс) объема воды W_B при переменном напоре, изменяющемся от $H_2 = p_2/\rho g$ до $H_1 = p_1/\rho g$, определяется по формуле

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega \sqrt{2g}} \left(\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1} + \sqrt{H_{\text{пр}}} \ln \frac{\sqrt{H_{\text{пр}}} - \sqrt{H_2}}{\sqrt{H} - \sqrt{H_1}} \right), \quad (12.32)$$

где $H_{\text{пр}} = Q_{\text{пр}}^2 / \mu^2 \omega^2 2g$ (см. § 11.2), $\Omega = (W_1 - W_2) / (H_2 - H_1)$; μ — коэффициент расхода; ω — площадь выходного отверстия.

Используя в импульсных установках стволы с бóльшим диаметром на выходе, чем в обычных аппаратах, при тех же напорах можно получить бóльшую дальность полета струи (так как L обратно пропорциональна H/d_0).

Не останавливаясь на конструктивных особенностях, отметим, что давления p_1 и p_2 , диаметр d_0 назначают исходя из необходимых значений H/d_0 , от которых зависят дальность полета струи и качество дождевания (размер капель, интенсивность).

Применение полимерных и других добавок (см. § 8.14) в водяных струях в настоящее время получило широкое распространение. Добавки повышают компактность, дальнобойность и силу удара пожарных струй, что особенно важно. Применение полимерных добавок малой концентрации для среднеструйных дождевальных аппаратов (Б. А. Васильев, В. К. Груколенко) показало, что при подаче добавки в подводный к аппарату трубопровод потери напора в нем заметно уменьшаются, вследствие чего напор перед аппаратом возрастает. Дальность полета струи при определенных условиях возрастает приблизительно на 20 %.

12.4. ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СТРУИ

Струя оказывает динамическое воздействие на преграду, находящуюся на ее пути. Особенно это воздействие велико, если преграда расположена на участке компактной струи.

Рассмотрим воздействие компактной части струи на неподвижную твердую преграду. Пусть на криволинейную преграду набегают плоская струя (рис. 12.15) шириной b , имеющая скорость v_0 . На преграде струя делится на две струи, которые покидают преграду со скоростями v_1 и v_2 , образующими углы α_1 и α_2 с направлением скорости струи v_0 (ось NN).

Применим теорему об изменении количества движения для массы жидкости в отсеке 0—0, 1—1 и 2—2, при этом

считаем коэффициент количества движения $\alpha' = 1$, а также пренебрегаем влиянием трения и пульсационных скоростей:

$$R \cos \beta = m_1 v_1 \cos \alpha_1 + m_2 v_2 \cos \alpha_2 - m_0 v_0, \quad (12.33)$$

где R — сила воздействия преграды на струю, направленная под углом β к оси струи.

В самом простом случае при ударе о плоскую поверхность $\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2 = 0$; $\cos \beta = -1$, рис. 12.16

$$R = m_0 v_0 = \rho \omega_0 v_0^2, \quad (12.34)$$

где ω_0 — живое сечение струи в сечении 0—0.

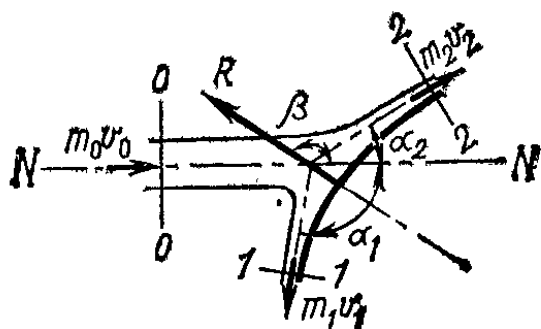


Рис. 12.15

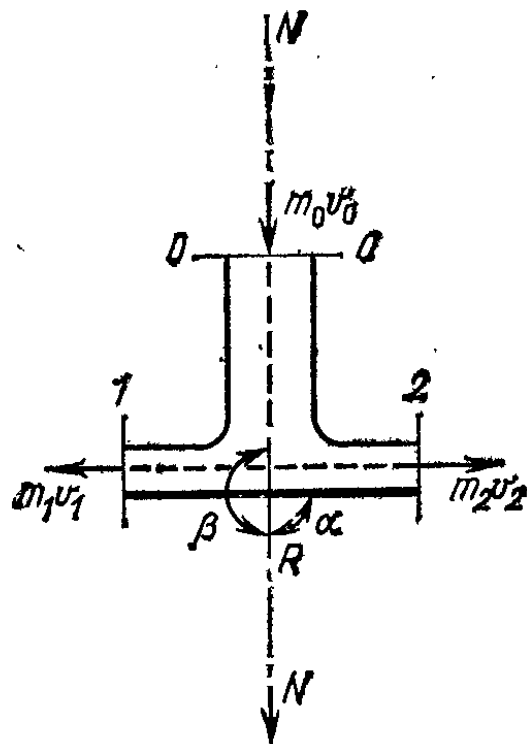


Рис. 12.16

Сила воздействия струи на преграду P равна R по значению и противоположна по направлению.

В связи с искривлением линий тока при растекании фактическое значение

$$P = (0,92 \div 0,95) \rho \omega_0 v_0^2. \quad (12.35)$$

Если плоская преграда (стенка) перемещается со скоростью u , совпадающей с направлением скорости струи, то сила P определится как

$$P = \rho \omega_0 v_0 (v_0 - u). \quad (12.36)$$

Если преграда движется навстречу струе со скоростью u , то

$$P = \rho \omega_0 v_0 (v_0 + u). \quad (12.37)$$

При этом надо иметь в виду уменьшение фактических значений P согласно (12.35).

Изменение углов α_1 и α_2 может привести к изменению силы P .

Для криволинейных поверхностей, показанных на рис. 12.17, углы $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha > \pi/2$.

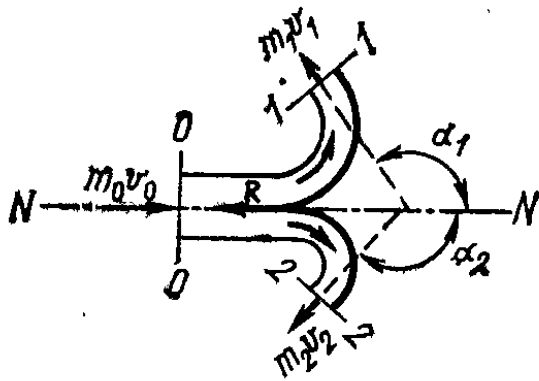


Рис. 12.17

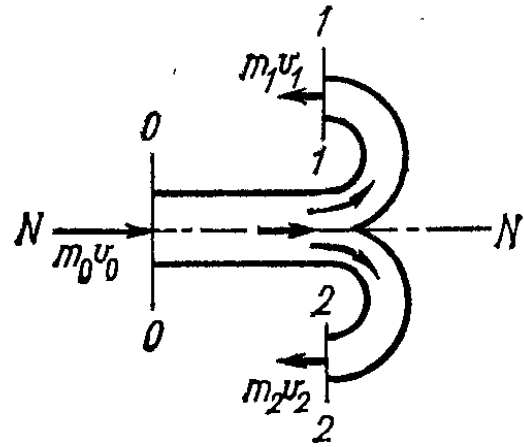


Рис. 12.18

При $m_1 v_1 = m_2 v_2 = 0,5 m_0 v_0$ для этих поверхностей

$$P = m_0 v_0 - 2m_1 v_1 \cos \alpha = m_0 v_0 (1 - \cos \alpha). \quad (12.38)$$

Если угол $\alpha = \pi$ (рис. 12.18), то $\cos \alpha = -1$. Тогда

$$P = m_0 v_0 + 2m_1 v_1 = 2m_0 v_0 = 2\rho\omega_0 v_0^2, \quad (12.39)$$

т. е. сила воздействия струи на криволинейную поверхность возрастет в 2 раза по сравнению с силой P в случае плоской стенки. Это используется при создании рабочих колес ковшовых турбин. На ободе колеса такой турбины расположены лопасти, выполненные в виде ковшей. Бьющая струя воды развивает на ковшах усилия, создающие момент, вращающий колесо турбины вместе с валом, на котором оно закреплено.

В реальных турбинах угол α немного меньше, чем π . В результате на выходе кромки составляют некоторый малый угол γ , равный $(\pi - \alpha)$, с направлением, параллельным оси NN (рис. 12.19). Соответственно для турбин с углами $\alpha = \pi - \gamma$ сила будет несколько меньше, чем по (12.39):

$$P = m_0 v_0 [1 - \cos(\pi - \gamma)].$$

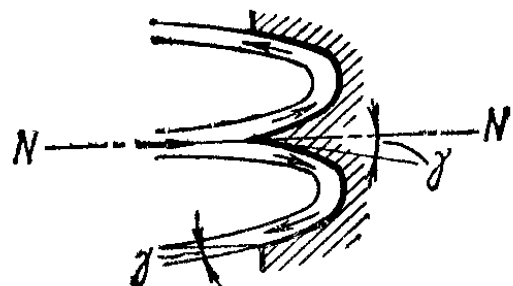


Рис. 12.19

Значение в скобках близко к 2.

Таким образом, сила воздействия струи на изогнутые лопатки рабочего колеса турбины (если рассматривать все колесо в целом, т. е. систему лопаток, которые последовательно попадают под удары струи) приблизительно вдвое больше, чем на плоские.

Глава 13

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ТРУБОПРОВОДОВ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ НАПОРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

13.1. РАСЧЕТ ПРОСТЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Простой трубопровод — трубопровод, не имеющий ответвлений, состоящий из труб одинакового диаметра, выполненных из одного материала. Движение жидкости

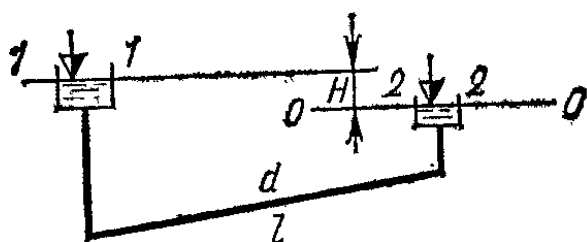


Рис. 13.1

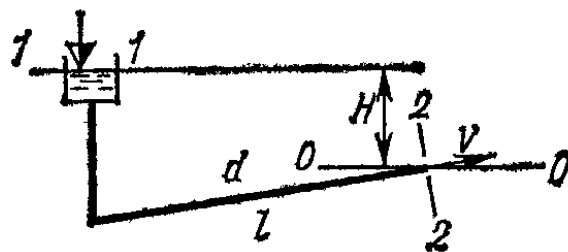


Рис. 13.2

в трубопроводе обусловлено напором, равным разности H напоров в резервуарах — питателе и приемнике (рис. 13.1) или разности напоров в резервуаре-питателе и в струе на выходе из трубы (рис. 13.2), если резервуар-приемник отсутствует. Если указанная разность напоров не будет изменяться во времени, то движение установившееся.

На различных участках трубопровода движение жидкости может быть равномерным и неравномерным (участки вблизи конструктивных элементов, обуславливающих появление местных сопротивлений, и участки стабилизации). На каждом из участков происходит потеря части напора.

По соотношению напоров, потерянных (затраченных на преодоление сопротивлений движению жидкости) на участках равномерного и неравномерного движения, простые трубопроводы делятся на длинные и короткие,

В гидравлически длинном (или просто длинном) трубопроводе потери напора по длине настолько превышают местные потери и скоростной напор, что сумму $\Sigma h_m + \alpha v^2/2g$ не вычисляют, а принимают как некоторую часть потерь по длине $h_{дл}$.

При расчетах длинных трубопроводов находят потери напора по длине $h_{дл}$, а затем суммарные местные потери напора учитывают, увеличивая найденные значения $h_{дл}$ на 5—10 %.

В коротком трубопроводе потери напора по длине и местные потери сопоставимы по значению. При гидравлическом расчете коротких трубопроводов учитываются как местные потери напора, так и потери напора по длине, а в балансе напоров учитываются скоростные напоры в сечениях потока.

По определяемым величинам и методике расчета простых трубопроводов задачи делятся на три группы:

1) определение расхода Q при заданном напоре H , известной длине трубы l и шероховатости стенок трубы, а также плотности ρ и вязкости жидкости ν ;

2) определение напора H при заданном расходе Q и при известных длине, диаметре и шероховатости трубы, а также плотности и вязкости жидкости;

3) определение необходимого диаметра d трубы при заданных расходе Q и напоре H и известных длине и шероховатости трубы, а также плотности и вязкости жидкости.

Каждая задача решается с помощью уравнения Бернулли и уравнения неразрывности.

13.2. РАСЧЕТ ДЛИННОГО ТРУБОПРОВОДА ПОСТОЯННОГО ДИАМЕТРА

Для решения любой из поставленных выше задач составляется уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2 (рис. 13.1 и 13.2). Пренебрегая местными потерями и скоростными напорами, получаем

$$H = h_{дл}.$$

Выразим потери напора через гидравлический уклон $h_{дл} = J l$, откуда

$$J = H/l. \quad (13.1)$$

Подставив (13.1) в формулу Шези $v = C \sqrt{RJ}$, получим

$$v = C \sqrt{RH/l}. \quad (13.2)$$

Решая уравнение относительно H , имеем

$$H = v^2 l / (C^2 R). \quad (13.3)$$

Расход жидкости при равномерном движении равен

$$Q = \omega C \sqrt{RJ}. \quad (13.4)$$

Объединив величины, зависящие от размеров (диаметра) трубы, представим их в виде так называемой расходной характеристики (модуля расхода)

$$K = \omega C \sqrt{R}. \quad (13.5)$$

Расходная характеристика K представляет собой расход в данной трубе при гидравлическом уклоне, равном единице. Получим

$$Q = K \sqrt{J}; \quad (13.6)$$

$$H = Q^2 / K^2. \quad (13.7)$$

Напомним, что при равномерном движении гидравлический и пьезометрический уклоны равны.

Пренебрегая скоростным напором, получим, что линия удельной энергии (напорная линия) и пьезометрическая линия совпадают.

Ясно, что расход Q и расходная характеристика K должны быть выражены в одних и тех же единицах.

Для вычисления напора запишем следующую формулу:

$$H = A l Q^2, \quad (13.8)$$

где

$$A = 1/K^2 = 1/\omega^2 C^2 R \quad (13.9)$$

— удельное сопротивление трубопровода.

Удельное сопротивление трубопровода численно равно напору, затрачиваемому на единице длины трубопровода при расходе, равном единице. Раскрывая значение A в (13.9), с учетом того, что $C = \sqrt{8g/\lambda}$, получим

$$A = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} = 0,0827\lambda/d^5$$

при $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

По выведенным формулам решаются основные задачи при расчетах простого трубопровода.

Неновые стальные и чугунные трубы, т. е. бывшие в эксплуатации при нормальных условиях («нормальные» трубы), имеют повышенную шероховатость стенок, оцениваемую

мую в среднем высотой выступа условной равнозернистой («эквивалентной») шероховатости $\Delta \approx 1,0 \div 1,5$ мм.

Новые чугунные трубы характеризуются средним значением $\Delta \approx 0,5$ мм; новые стальные трубы имеют средние значения $\Delta \approx 0,45$ мм. При защитных покрытиях внутренней поверхности новых труб (битумизация, покрытие лаками и т. п.) шероховатость оценивается другими значениями.

Таблица 13.1

Вид труб	Скорость $v_{\text{кв}}$, м/с, при диаметре труб, мм								
	50	100	200	300	400	500	600	1000	1400
Новые стальные	2,8	3,2	3,5	3,7	3,8	3,9	4,0	4,2	4,4
Новые чугунные	2,5	2,8	3,1	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0
«Нормальные» (бывшие в эксплуатации)	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3

С использованием значения $Re_{\text{кв}}$ для начала квадратичной области по (8.46) и указанных значений Δ найдены значения $v_{\text{кв}}$, при превышении которых наступает квадратичная область (табл. 13.1); для «нормальных» труб здесь принято $\Delta = 1,35$ мм.

При турбулентном режиме движения отношение коэффициента Шези $C_{\text{кв}}$ в квадратичной области к коэффициенту Шези C в переходной области, обозначенное $\theta_1 = C/C_{\text{кв}}$, согласно исследованиям Ф. А. Шевелева для каждого вида труб зависит только от средней скорости (при условии, если принять кинематическую вязкость жидкости $\nu = \text{const}$).

Исходя из того что

$$C/C_{\text{кв}} = \sqrt{\lambda_{\text{кв}}/\lambda},$$

имеем

$$\lambda/\lambda_{\text{кв}} = 1/\theta_1^2.$$

Коэффициент $\theta_2 = 1/\theta_1^2$.

Значения коэффициентов θ_1 и θ_2 для новых стальных и чугунных труб, а также для «нормальных» труб приведены в табл. П. IV приложения.

Так как $K = \omega C \sqrt{R}$, а $K_{\text{кв}} = \omega C_{\text{кв}} \sqrt{R}$, то

$$K = \theta_1 K_{\text{кв}},$$

где $K_{\text{кв}}$ — расходная характеристика в квадратичной области сопротивления; K — расходная характеристика в любой, в том числе и в переходной области.

Отсюда расход жидкости определится по формуле

$$Q = \theta_1 K_{\text{кв}} \sqrt{J}. \quad (13.10)$$

Из (13.7) с учетом (13.10) получим

$$H = \theta_2 Q^2 l / K_{\text{кв}}^2. \quad (13.11)$$

При расчете трубопроводов достаточно большой протяженности часто формулу (13.11) применяют в виде

$$H = \theta_2 Q^2 L \cdot 1000 / K_{\text{кв}}^2, \quad (13.12)$$

где L — длина трубопровода, км. Следует помнить, что при расчетах для Q и $K_{\text{кв}}$ необходимо применять одинаковые единицы величин.

Величины $K_{\text{кв}}$, $1000/K_{\text{кв}}^2$ и $K_{\text{кв}}^2/1000$, необходимые для расчета, приведены в табл. П. V приложения.

Расходные характеристики $K_{\text{кв}}$ подсчитаны И. И. Агроскиным с учетом предложенной им формулы (8.50) для коэффициента Шези.

В квадратичной области сопротивления $\theta_1 = \theta_2 = 1$. В переходной области сопротивления $\theta_1 < 1$, а $\theta_2 > 1$.

В соответствии с (13.10) получаем, что при движении жидкости в переходной области сопротивления при неизменных $K_{\text{кв}}$ и J расход Q будет меньше, чем в квадратичной области сопротивления.

Рассмотрим зависимость потерь напора в квадратичной области от диаметра трубопровода. Так как расходная характеристика

$$K_{\text{кв}} = \omega C_{\text{кв}} \sqrt{R} = \frac{\pi}{4} d^2 C_{\text{кв}} \frac{d^{0,5}}{2} = 0,392 C_{\text{кв}} d^{2,5},$$

то, приняв $C_{\text{кв}} = \frac{1}{n} R^y$, получим из (13.11) при $\theta_2 = 1$ $H =$

$$f = (d^{-(5+2y)}). \text{ При } y = \frac{1}{6} = 0,167 \text{ [см. (8.48)] потери напора}$$

обратно пропорциональны $d^{5,33}$.

Это обязательно следует учитывать при проектировании трубопроводов. При неизменных остальных величинах в квадратичной области уменьшение диаметра в 1,5 раза приведет к увеличению потерь примерно в 8,7 раза, а уменьшение диаметра труб в 2 раза вызовет увеличение потерь напора уже примерно в 40 раз.

13.3. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДА ИЗ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ ТРУБ

Рассмотрим систему из последовательно соединенных длинных труб различных диаметров и длин. В общем случае материал труб может быть различным. Система соединяет два резервуара (рис. 13.3).

Заданы расход Q , диаметры труб и длины участков. Расходные характеристики труб берутся из табл. П.V приложения.

По трубопроводу, составленному из последовательно соединенных труб, проходит не изменяющийся по длине

транзитный расход Q . На каждом (i -м) участке рассматриваемого трубопровода для пропуска расхода Q затрачивается часть суммарного напора H , равная

$$H_i = Q^2 l_i / K_i^2 = h_{дл.i},$$

где $i=1, 2, 3, \dots, n$ — номер участка трубопровода.

Поскольку местными потерями пренебрегаем, напор H затрачивается на преодоление потерь напора по длине и равен сумме потерь напора на отдельных участках:

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_n = \sum_{i=1}^{i=n} H_i.$$

Учитывая (13.11), получаем при постоянном расходе Q

$$H = Q^2 \sum_{i=1}^{i=n} \theta_{2i} l_i / K_{квi}^2 \quad (13.13)$$

или

$$H = Q^2 \sum_{i=1}^{i=n} A_i l_i,$$

где A_i — удельное сопротивление i -го участка с учетом области сопротивления.

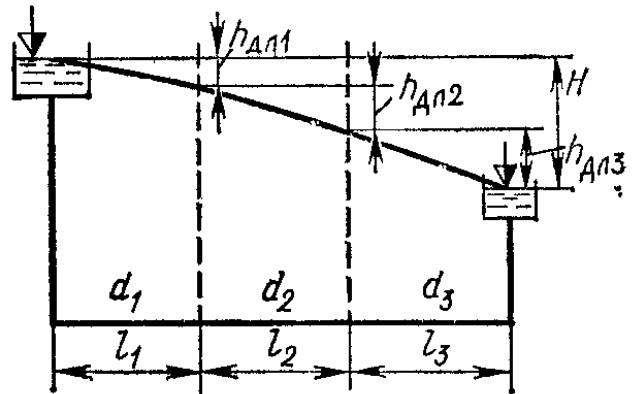


Рис. 13.3

13.4. РАСЧЕТ ПАРАЛЛЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ ТРУБ

При параллельном соединении длинных трубопроводов между точками M и N проходит несколько труб (рис. 13.4).

Заданы расход Q , длины, диаметры, материал трубы и расходные характеристики труб.

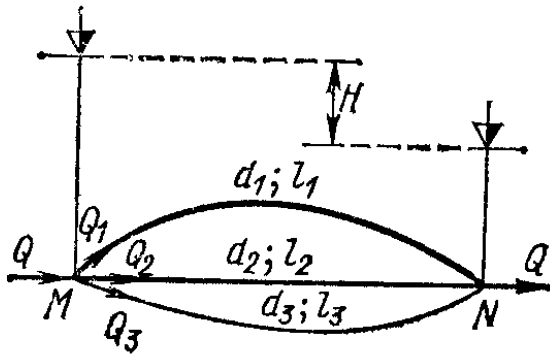


Рис. 13.4

Разность пьезометрических напоров в начале и в конце труб составляет напор H , полностью затрачиваемый на преодоление сопротивлений. На каждом участке трубы движение происходит под действием одного и того же напора. Но в связи с различными длинами участков гидравлические уклоны на каждом участке

будут разными

$$J_i = H/l_i,$$

где i — номер участка трубы.

Расход, проходящий по любому участку, равен

$$Q_i = K_i \sqrt{H/l_i} \quad (13.14)$$

или

$$Q_i = \frac{1}{\sqrt{A_i}} \sqrt{H/l_i}. \quad (13.15)$$

Для всех n участков имеем n уравнений для Q в форме (13.14) или (13.15).

Сумма расходов на отдельных участках должна быть равна общему расходу, поступающему в систему параллельно соединенных трубопроводов в точке M , и выходящему из системы в точке N :

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum_{i=1}^{i=n} Q_i. \quad (13.16)$$

Таким образом, имеем $n+1$ уравнение: n уравнений вида (13.14) и уравнение (13.16).

В результате можем определить необходимый напор H и расход в каждой из параллельно соединенных линий.

Из (13.14) и (13.16) найдем

$$Q = \sqrt{H} \sum_{i=1}^{i=n} K_i \sqrt{l_i} \quad (13.17)$$

или

$$H = Q^2 \left| \left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{K_i}{V l_i} \right)^2 \right. \quad (13.18)$$

Распределение расходов между отдельными участками заранее не известно. Поэтому все расходы на участках (пока неизвестные) выражают через какой-либо один, например через Q_1 . Тогда, применяя (13.14), получаем

$$\frac{Q_i}{Q_1} = \frac{K_i}{K_1} \sqrt{\frac{l_1}{l_i}} \quad (13.19)$$

или

$$Q_i = Q_1 \frac{K_i}{K_1} \sqrt{\frac{l_1}{l_i}} \quad (13.20)$$

Подставив (13.20) в (13.16), найдем расход Q_1 , а затем и остальные расходы.

При расчетах сначала предполагают, что область сопротивления на всех участках квадратичная, т. е. $\theta_1 = \theta_2 = 1$, а $K = K_{\text{кв}}$. С учетом этого предположения находят H и все Q_i , затем находят средние скорости v_i на каждом участке и уточняют область сопротивления, сравнивая v_i с $v_{i\text{кв}}$. Если необходимо, следует ввести поправки и вновь определить напор H и расход Q в линиях.

13.5. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДА С НЕПРЕРЫВНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ РАСХОДА ПО ДЛИНЕ

Часто встречаются случаи, когда по длине трубопровода происходит раздача некоторой части расхода или всего расхода, причем отбор жидкости (воды) потребителями происходит в нескольких сечениях по длине трубопровода.

К таким трубопроводам относятся городские и сельские водопроводы, поливные трубопроводы, подающие воду в каждую борозду через отверстие, трубопроводы для систем внутрипочвенного и капельного орошения. Собирающие трубопроводы (дренажные коллекторы) работают в условиях увеличения расхода по длине.

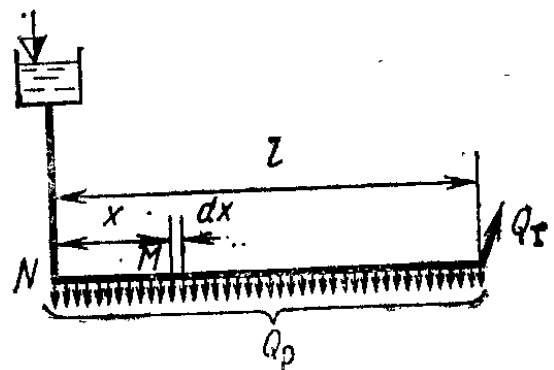


Рис. 13.5

Наиболее простая схема, применяемая при расчете таких трубопроводов, — непрерывное изменение раздаваемого или поступающего расхода Q_p по длине. При такой схеме на каждой единице длины расход в трубопроводе изменяется (уменьшается или растет) в среднем на Q_p/l .

Рассмотрим трубопровод с непрерывным уменьшением расхода по пути, т. е. трубопровод с непрерывной раздачей расхода Q_p . Помимо расхода Q_p , линейно изменяющегося от Q_p в начале трубопровода до нуля в конце трубопровода, в общем случае по такому трубопроводу может проходить без изменения еще транзитный расход Q_t . Тогда в начале трубопровода (рис. 13.5) расход равен $Q_t + Q_p$, а в конце Q_t .

Для точного определения потерь напора в трубопроводе необходимо решить дифференциальные уравнения движения жидкости с переменной массой.

Отметим, что в связи с переменностью расхода по длине изменяется и средняя скорость (вплоть до $v=0$ в конце трубопровода при $Q_t=0$), а следовательно, и коэффициент Дарси λ , и расходная характеристика

$$K = \omega C \sqrt{R} = \omega \sqrt{8gR/\lambda}.$$

Но эти вопросы здесь не рассматриваются.

Определим потери напора в трубопроводе с непрерывной раздачей расхода при некоторых упрощающих допущениях.

Выделим на произвольном расстоянии x от начала участка сечение M , расход в котором Q_M меньше расхода в начальном сечении на расход, уже распределенный по длине x , т. е. на участке NM

$$Q_M = Q_t + Q_p - \frac{Q_p}{l} x.$$

Условно считаем, что в данном случае в любом (i -м) сечении можно применить вытекающее из формулы Шези выражение для гидравлического уклона при равномерном движении

$$J = Q_i^2 / K_i^2.$$

В действительности при непрерывной раздаче скорость по длине не постоянна, а уменьшается, т. е. условия равномерного движения нарушены. В пределах выделенного элемента dx , примыкающего к сечению M , гидравлический уклон

$$J_M = Q_M^2 / K^2 = \left(Q_t + Q_p - \frac{Q_p}{l} x \right)^2 / K^2.$$

На длине элемента dx уменьшение напора определится в следующем виде:

$$dH = Jdx = \left[\frac{(Q_T + Q_D)^2}{K^2} - \frac{2Q_D}{lK^2} (Q_T + Q_D) x + \frac{Q_D^2}{l^2 K^2} x^2 \right] dx.$$

В результате интегрирования в пределах от 0 до l при допущении о постоянстве расходной характеристики $K = \text{const}$ получим расчетные формулы для необходимого напора

$$H = \frac{1}{K^2} \left[(Q_T + Q_D)^2 x - \frac{Q_D (Q_T + Q_D)}{l} x^2 + \frac{1}{3} \frac{Q_D^2}{l^2} x^3 \right]_0^l.$$

Произведя упрощения, получим

$$H = \frac{l}{K^2} \left(Q_T^2 + Q_T Q_D + \frac{1}{3} Q_D^2 \right). \quad (13.21)$$

Ориентировочно можно принять

$$(Q_T^2 + Q_T Q_D + Q_D^2/3) \approx (Q_T + 0,55Q_D)^2.$$

Введем понятие «расчетный расход» $Q_{\text{расч}}$

$$Q_{\text{расч}} = Q_T + 0,55Q_D.$$

Тогда вместо (13.21) запишем

$$H = Q_{\text{расч}}^2 l / K^2 = \theta_2 Q_{\text{расч}}^2 l / K_{\text{кв}}^2. \quad (13.22)$$

Если $Q_D = 0$, то $Q_{\text{расч}} = Q_T$; если $Q_T = 0$, то $Q_{\text{расч}} = 0,55 Q_D$; если $Q_T > 0$ и $Q_D > 0$, то $Q_{\text{расч}} = Q_T + 0,55Q_D$.

Если транзитный расход отсутствует, то

$$H = \frac{1}{3} \frac{Q_D^2 l}{K^2}. \quad (13.23)$$

Интересно отметить, что положение пьезометрической линии при непрерывной раздаче расхода зависит, как показывают исследования, от значения λ/d .

Если трубопровод короткий, то пьезометрическая линия непрерывно повышается ($\lambda/d \leq 2$), может наблюдаться минимум напора примерно на $l/2$ (при $4 < \lambda/d < 6$) и последующее увеличение напора к концу трубы вплоть до равенства напора в начале и в конце трубы.

Наконец, пьезометрическая линия может непрерывно понижаться ($\lambda/d > 8$).

13.6. РАСЧЕТ ПОДВОДЯЩЕГО (ВСАСЫВАЮЩЕГО) ТРУБОПРОВОДА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА

Всасывающий трубопровод обычно — гидравлически короткий трубопровод (рис. 13.6), в котором должны быть учтены при расчете как потери по длине, так и детально местные потери напора. В таком трубопроводе вследствие

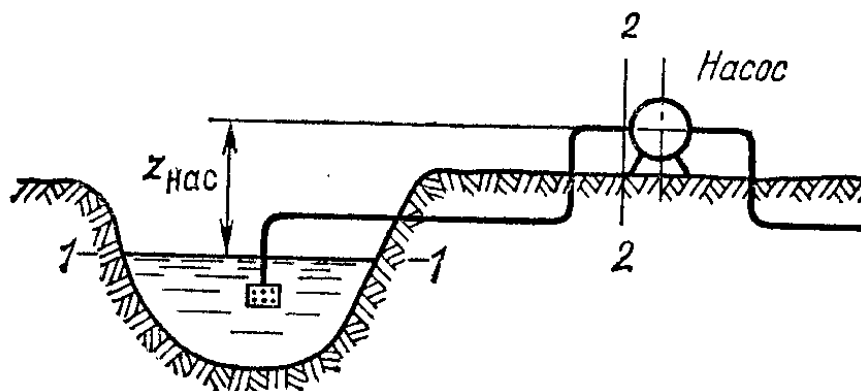


Рис. 13.6

работы центробежного насоса на входе в него (в сечении 2 — 2) возникает разрежение (вакуум), благодаря чему жидкость течет по трубопроводу к насосу.

Цель расчета рассматриваемого трубопровода состоит в определении высоты установки насоса $z_{нас}$ или вакуумметрической высоты во всасывающей патрубке центробежного насоса.

Запишем уравнение Бернулли для сечений 1 — 1 и 2 — 2, причем первое сечение выбрано на поверхности воды в водоеме (питателе), а второе — непосредственно перед входом в насос во всасывающей трубке. Плоскость сравнения совмещена с сечением 1 — 1. Расход Q , подаваемый насосом, известен. Диаметр всасывающего трубопровода определяется при заданном расходе с учетом рекомендуемой СНиП средней скорости движения воды в трубопроводах насосных станций (табл. 13.2).

Таблица 13.2

Диаметр трубы, м	Скорость движения воды в трубопроводе, м/с	
	всасывающем	напорном (нагнетательном)
До 0,25 м	0,7—1	1—1,5
0,3—0,8 м	1—1,5	1,2—2
Более 0,8 м	1,5—2	1,8—3

Зная Q и выбрав значение v , найдем

$$d = \sqrt{4Q/\pi v} = 1,13 \sqrt{Q/v}.$$

Далее, приняв ближайший стандартный диаметр трубопровода, вновь находим среднюю скорость в трубопроводе и ее вводим в расчет.

Рассмотрим горизонтальный центробежный насос. Уравнение Бернулли имеет в данном случае вид

$$\frac{p_{ат}}{\rho g} = z_{нас} + \frac{p_{нас}}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \Sigma h_{тр.}$$

Отсюда высота установки насоса (геометрическая высота всасывания) при $\alpha=1$

$$z_{нас} = \frac{p_{ат} - p_{нас}}{\rho g} - \frac{v_2^2}{2g} (\alpha + \Sigma \zeta).$$

Геометрическая высота всасывания для горизонтального центробежного насоса определяется от уровня в водоеме (от минимального уровня при изменениях этого уровня) до оси насоса.

Вакуумметрическая высота всасывания

$$\frac{p_{ат} - p_{нас}}{\rho g} = h_{вак.}$$

Тогда

$$z_{нас} = h_{вак} - \frac{v_2^2}{2g} (\alpha + \Sigma \zeta).$$

Допустимое значение $h_{вак.доп}$ приводится заводом-изготовителем, обычно $h_{вак.доп} \leq 6 \div 7$ м.

Следовательно, допустимая высота установки насоса должна быть меньше $h_{вак}$ на $(v_2^2/2g)(\alpha + \Sigma \zeta)$, где $\Sigma \zeta = \Sigma \zeta_m + \lambda l/d$.

С помощью уравнения Бернулли, естественно, можно решить и другую задачу: определить $h_{вак}$ во всасывающем патрубке центробежного насоса при известной высоте установки насоса $z_{нас}$.

Допустимое значение $h_{вак}$ зависит от конструкции насоса, рода и температуры перекачиваемой жидкости. Для нормальных условий работы насоса необходимо, чтобы $h_{вак} \leq h_{вак.доп}$ при данной температуре. Иначе может начаться интенсивное выделение паров жидкости и газов, нормальный режим работы насоса нарушится и подача уменьшится.

13.7. РАСЧЕТ ЭКОНОМИЧЕСКИ НАИВЫГОДНЕЙШЕГО ДИАМЕТРА НАГНЕТАТЕЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДА

Центробежный насос создает напор, благодаря которому жидкость подается на более высокие отметки (рис. 13.7), например в водонапорную башню, откуда вода поступает самотеком в распределительную сеть и раздается потребителям. Могут быть и другие схемы.

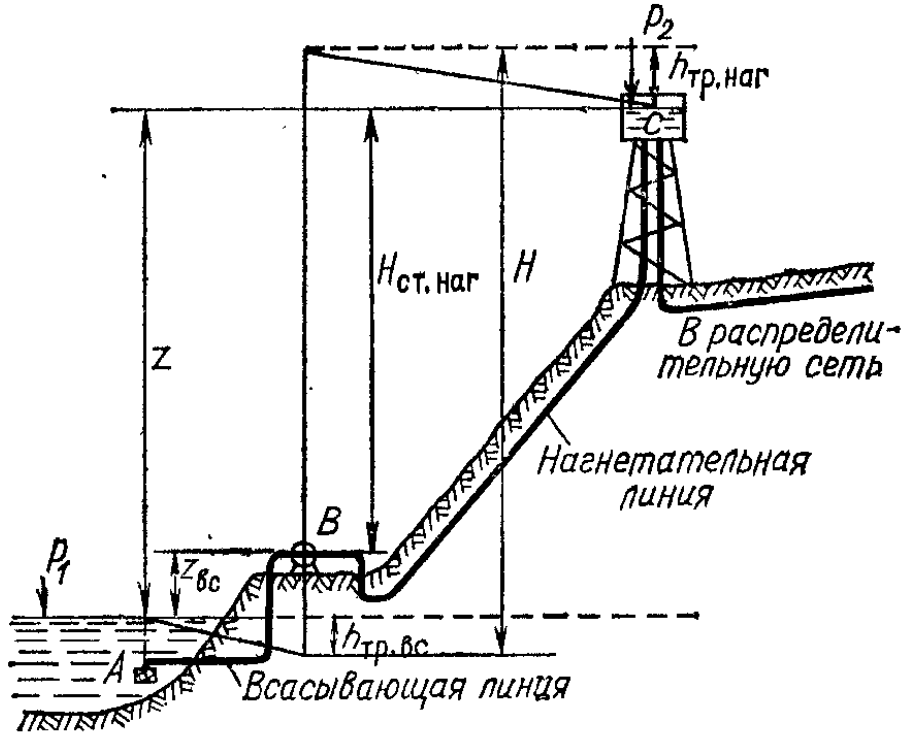


Рис. 13.7

Благодаря работе насоса каждая единица веса жидкости, пройдя через насос, получает дополнительно к той удельной энергии, которой эта единица веса обладала на входе в насос, определенную удельную энергию H . Эта дополнительная удельная энергия называется напором насоса и обычно выражается в метрах столба перекачиваемой жидкости.

При подаче жидкости на высоту z из питателя с давлением p_1 на поверхности в резервуар-приемник с давлением p_2 на поверхности напор равен (если $v_1 = 0$)

$$H = z + h_{\text{тр}} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g},$$

где v_2 — скорость в резервуаре-приемнике.

Если $p_1 = p_2$, а скоростным напором $v_2^2 / 2g$ можно пре-

небрежь, то для подъема жидкости должен быть создан напор

$$H = z + h_{\text{тр}},$$

где $z = z_{\text{вс}} + z_{\text{наг}}$ — сумма геометрических высот всасывания и нагнетания; а $h_{\text{тр}} = h_{\text{тр.вс}} + h_{\text{тр.наг}}$ — сумма потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений во всасывающем и нагнетательном трубопроводах.

Величину z называют геодезической (нивелирной, статической) высотой подъема.

Таким образом, каждой единице веса жидкости насосом должна быть сообщена дополнительная удельная энергия, равная

$$H = z_{\text{вс}} + z_{\text{наг}} + h_{\text{тр.вс}} + h_{\text{тр.наг}}.$$

Заданный расход жидкости Q может быть подан на требуемый уровень нагнетания (т. е. при заданной геодезической высоте подъема z) по трубам различного диаметра.

При рассмотрении задачи выбора диаметра нагнетательного трубопровода неизвестны и диаметр d , и напор H . В выражении для напора можно отделить величины, не зависящие от диаметра нагнетательного трубопровода ($z_{\text{вс}}$, $z_{\text{наг}}$, $h_{\text{тр.вс}}$), от потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений в нагнетательном трубопроводе $h_{\text{тр.наг}}$.

При расходе жидкости (подаче насоса) Q и напоре H подводимая к двигателю насоса мощность

$$N = \frac{\rho g Q H}{\eta_{\text{нас}} \eta_{\text{дв}}}, \quad (13.24)$$

где Q — расход (подача), м³/с; H — напор, м; $\eta_{\text{нас}}$, $\eta_{\text{дв}}$ — коэффициенты полезного действия насоса и двигателя.

Обозначив $\eta = \eta_{\text{нас}} \eta_{\text{дв}}$, получим для воды N , кВт,

$$N = \frac{\rho g Q H}{1000 \eta} = \frac{9,81 Q H}{\eta}. \quad (13.25)$$

Часть этой мощности $9,81 Q (z + h_{\text{тр.вс}})$ расходуется на подъем жидкости на геометрическую (геодезическую) высоту $z = z_{\text{вс}} + z_{\text{наг}}$ и на преодоление гидравлических сопротивлений во всасывающем трубопроводе $h_{\text{тр.вс}}$. Все эти величины от диаметра нагнетательной линии не зависят.

Часть мощности, равная $N_1 = 9,81 h_{\text{тр.наг}}/ \eta$, предназначена для преодоления сопротивлений в нагнетательном трубопроводе и, понятно, существенно зависит от диамет-

ра этого трубопровода. Рассчитываемые нагнетательные трубопроводы систем водоснабжения обычно относятся к гидравлически длинным и $h_{\text{тр}} = h_{\text{дл}}$.

Оптимальный (экономически наиболее выгодный) диаметр нагнетательного трубопровода $d_{\text{эк}}$ определяют на основе технико-экономических расчетов.

Потери напора по длине трубопровода, как уже было показано в § 13.2, обратно пропорциональны диаметру трубы в степени, близкой к пятой. Увеличивая диаметр трубы, можно заметно уменьшить потери напора, следовательно, уменьшить мощность N_1 и затраты на электроэнергию, предназначенную для создания этой части мощности.

Но увеличение диаметра труб приводит к увеличению строительной стоимости трубопровода (капиталовложений в строительство трубопровода) и ежегодных амортизационных (и других) отчислений.

И наоборот, с уменьшением диаметра трубы резко возрастает стоимость электроэнергии, затрачиваемой на преодоление гидравлических сопротивлений, но уменьшаются строительная стоимость и ежегодные отчисления.

Отсюда ясно, что экономически наиболее выгодным диаметром следует считать такой, при котором приведенные годовые затраты будут минимальными.

Приведенные годовые затраты на 1 м трубопровода определяются следующим образом:

$$S' = S'_1 + \left(\frac{1}{T_{\text{он}}} + \frac{R}{100} \right) S'_2. \quad (13.26)$$

Здесь S' — приведенные годовые затраты; S'_1 — затраты на оплату электроэнергии, затрачиваемой на преодоление гидравлических сопротивлений (в нагнетательном трубопроводе) на длине 1 м:

$$S'_1 = \frac{9,81 Q h'_{\text{дл.наг}}}{\eta} t \sigma = \frac{9,81 Q J_{\text{наг}} l}{\eta} t \sigma,$$

где индекс штрих соответствует 1 м; η — коэффициент полезного действия насосного агрегата (насосной установки); t — число часов работы насосной станции (установки) в год, определяется с учетом изменения режима водопотребления и режима работы с изменением водоподдачи; σ — тариф на электроэнергию для данного района (нормативная величина), руб/(кВт·ч).

Выражение для строительной стоимости единицы длины трубопровода, найденное из анализа сметной стоимости строительства, имеет вид

$$S'_2 = (b_0 + bd^\alpha),$$

где b_0 — постоянная (не зависящая от диаметра) часть строительной стоимости (табл. 13.3); b — нормированный коэффициент, зависящий от вида труб и от условий строительства; α — показатель степени, зависящий от вида труб и не зависящий от условий строительства.

Доля строительной стоимости 1 м трубопровода, отнесенная к одному году, равна

$$\frac{1}{T_{\text{ок}}} S'_2,$$

где $T_{\text{ок}}$ — нормативный срок окупаемости капиталовложений в строительство; для водоснабжения принимается равным 7—10 годам.

Сумма амортизационных отчислений (в том числе отчислений на капитальный ремонт) и отчислений на текущий ремонт, отнесенная к одному году, равна

$$\frac{R}{100} S'_2,$$

где R — сумма нормированных отчислений в процентах (табл. 13.3).

Обозначим

$$\frac{1}{T_{\text{ок}}} + \frac{R}{100} = p,$$

Значения b_0 , R , p (при различных $T_{\text{ок}}$) по нормативным данным для труб из различных материалов приводятся в табл. 13.3.

Т а б л и ц а 13.3

Трубы	R	b_0	p при	
			$T_{\text{ок}} = 7$	$T_{\text{ок}} = 10$
Стальные	4,6	6,9	0,189	0,146
Чугунные	3,3	8,4	0,176	0,133
Асбестоцементные	7,3	11,0	0,216	0,173
Полиэтиленовые	4,6	9,0	0,189	0,146

Приведенные годовые затраты на строительство 1 м трубопровода составляют

$$S' = S'_1 + pS'_2 = BQ^{n+1}d^{-m} + p(b_0 + bd^\alpha).$$

Найдя первую производную от S' по d и приравняв ее нулю, получим общее выражение для $d_{\text{эк}}$, удовлетворяющего минимуму приведенных годовых затрат,

$$-BmQ^{n+1}d^{-(m+1)} + \alpha bd^{\alpha-1} = 0.$$

Отсюда

$$d_{\text{эк}} = \sqrt[\alpha+m]{\frac{BmQ^{n+1}}{\alpha b}}. \quad (13.27)$$

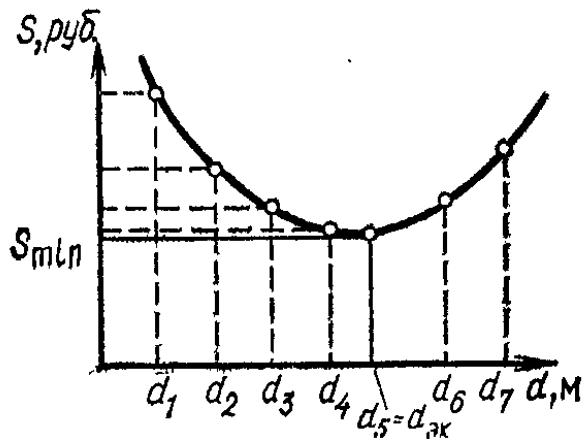


Рис. 13.8

Здесь был показан принципиальный гидравлический подход к определению экономически наиболее выгодного диаметра одиночного нагнетательного трубопровода.

Задача об определении $d_{\text{эк}}$ может быть решена либо аналитически, либо подбором. Задаваясь различными значениями диаметра нагнетательной линии, находят соответствующие значения $S' = S'_1 + pS'_2$ и строят график (рис. 13.8). Экономически наиболее выгодный диаметр соответствует минимуму приведенных годовых затрат.

13.8. РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ВОДОПРОВОДНЫХ ЛИНИЙ

Водопроводные сети, по которым вода из водонапорной башни (или резервуара) поступает к потребителям, делятся на разветвленные (тупиковые) (рис. 13.9) и кольцевые (рис. 13.10).

Расчет разветвленных сетей. Разветвленные сети состоят из основной магистральной линии и отходящих от узлов сети ответвлений, которые могут состоять из одной линии (простые ответвления) или нескольких участков трубопроводов (сложные ответвления).

При расчете разветвленной сети возможны две основные схемы: 1) отметка пьезометрической линии в начале сети

не задана; 2) отметка пьезометрической линии в начале сети известна.

Расчет разветвленной сети по первой схеме. Отметка пьезометрической линии (отметка уровня воды в резервуаре водонапорной башни) не известна.

В начале расчета следует выбрать магистральную линию. Она должна соединять водонапорную башню с одним

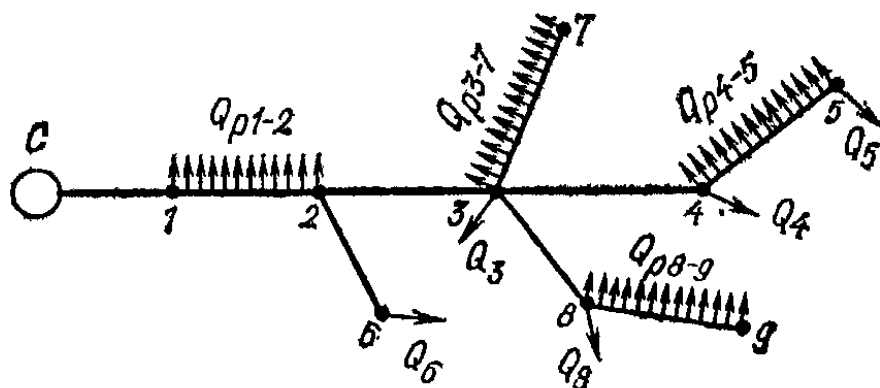


Рис. 13.9

из конечных узлов. Кроме того, магистральная линия обычно имеет наибольшую длину, по ней проходит больший расход, чем по другим намечаемым основным линиям. За конечный узел часто принимается узел с наибольшей геодезической отметкой поверхности земли. Иногда для выбора магистральной линии приходится сравнивать различные варианты, исходя из обязательного обеспечения подачи необходимых расходов и требуемых свободных напоров.

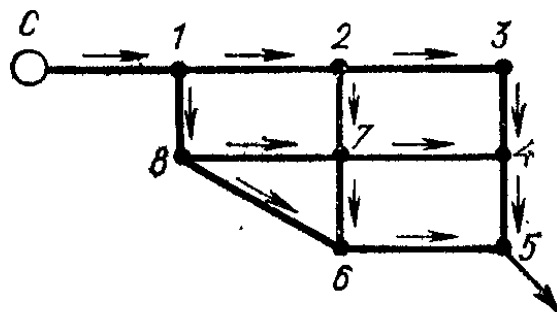


Рис. 13.10

После выбора магистрали определяются расчетные расходы по всем участкам сети.

При этом по известным уже правилам учитывается наличие сосредоточенных и равномерно распределенных расходов.

По известным расчетным расходам определяются диаметры участков трубопроводов. При этом используются таблицы найденных по экономическим соображениям рекомендуемых Ф. А. Шевелевым предельных расходов и средних скоростей в водопроводных стальных, чугунных, асбестоцементных и полиэтиленовых трубах.

Предельные расходы и средние скорости для стальных труб, прокладываемых в центральных и западных районах

Таблица 13.4

Диаметр трубопровода, мм	Рекомендуемая предельная скорость, м/с	Рекомендуемый предельный расход, л/с	Диаметр трубопровода, мм	Рекомендуемая предельная скорость, м/с	Рекомендуемый предельный расход, л/с
50	0,96	3,1	400	1,36	184
75	1,07	5,8	500	1,50	315
100	1,15	11,7	600	1,49	443
125	1,19	16,6	700	1,52	561
150	1,12	21,8	800	1,53	776
200	1,34	46,0	900	1,57	987
250	1,34	71,0	1000	1,68	1335
300	1,35	103,0	1200	1,69	1919
350	1,35	140,0			

европейской части СССР, приведены в табл. 13.4. Для районов Сибири и Урала (где более дешевая электроэнергия, но большие капиталовложения в строительство трубопроводов в связи с большой глубиной прокладки труб) приводимые в таблице значения предельных расходов должны быть увеличены на 10—15%. Для южных районов СССР (где более дорогая электроэнергия, но меньшие затраты на строительство) указанные значения предельных расходов уменьшаются на 12—9%.

Сравнивая расчетные расходы каждого участка с предельными расходами, назначают соответствующие диаметры труб на каждом участке и находят средние скорости на участках. Затем определяют потери напора по длине каждого (i -го) участка магистрали

$$h_{длi} = \theta_{2i} \frac{Q_{расчi} l_i}{K_{квi}^2} .$$

Поправочные коэффициенты θ_2 , как и выше, отражают увеличение потерь напора в переходной области сопротивления и зависят от средней скорости.

Из предварительных проработок при расчете известны геодезические отметки поверхности земли в узлах сети, материал труб, длины всех участков сети, сосредоточенные расходы в узлах сети (узловые расходы) и расходы, непрерывно раздаваемые на соответствующих участках. Также известны необходимые минимальные свободные напоры в конечных и других узлах сети. Требуемый свободный напор $h_{св}$ при расчетах принимается из нормативных документов. Минимальный свободный напор в сети водопровода при

хозяйственно-питьевом водопотреблении на вводе в здание над поверхностью земли должен приниматься при одноэтажной застройке не менее 10 м, при большей этажности на каждый этаж следует добавить 4 м.

Магистральная линия представляет собой ряд последовательно соединенных участков. Поэтому напор, затрачиваемый при движении воды по магистрали, равен

$$H = \sum \theta_{2i} \frac{Q_{расчi}^2 l_i}{K_{квi}^2}.$$

Отметка пьезометрической линии в конечном узле магистрали равна

$$\nabla_K = z_K + h_{св.к min},$$

где z_K — геодезическая отметка поверхности земли в конечном узле; $h_{св.к min}$ — минимальный свободный напор в этом же узле.

Отметка пьезометрической линии в начале магистрали [отметка уровня воды в водонапорной башне (точка С на рис. 13.7)]

$$\nabla_C = \nabla_K + \sum \theta_{2i} \frac{Q_{расчi}^2 l_i}{K_{квi}^2}.$$

Свободный напор в начале сети (высота уровня воды в водонапорной башне над поверхностью земли в точке С) равен

$$h_{свС} = \nabla_C - z_C,$$

где z_C — геодезическая отметка поверхности земли в точке С.

При расчете необходимо проверить, чтобы свободные напоры в узлах были больше $h_{св min}$, рекомендуемых нормами.

Расчет ответвлений производится при известных отметке пьезометрической линии (полученной при расчете магистрали) в начале ответвления ∇_H , геодезических отметках поверхности земли в начале z_H и в конце z_K ответвления и в промежуточных узлах (если они имеются, т. е. если ответвление сложное) на ответвлении. Известны также расчетные расходы, материал и длины труб, требуемый минимальный свободный напор в конечном узле $h_{св.к}$.

Тогда отметка пьезометрической линии в конце ответвления

$$\nabla_K = z_K + h_{св.к}.$$

Следовательно, максимально возможный напор для преодоления сопротивлений в ответвлении равен

$$H_{\text{отв}} = \nabla_{\text{н}} - \nabla_{\text{к}}.$$

При прсстом ответвлении максимально возможный уклон

$$J = H_{\text{отв}}/l$$

и, следовательно, расходная характеристика

$$K = Q_{\text{расч}}/\sqrt{J}.$$

Найдя по значению K ближайший больший диаметр в табл. II.V приложения, получим потери напора по длине в ответвлении

$$h_{\text{дл}} = \theta_2 Q_{\text{расч}}^2 l/K_{\text{кв}}^2.$$

Далее определяем отметку пьезометрической линии $\nabla_{\text{к}} = \nabla_{\text{н}} + h_{\text{дл}}$ и свободный напор в конце ответвления $h_{\text{св.к}}$, который не может быть принят меньше рекомендуемого нормами $h_{\text{св.к}}$ без особого обоснования. Выбранный по значениям K ближайший больший диаметр обеспечивает гидравлический уклон, меньший, чем $J = H_{\text{отв}}/l$, т. е. $h_{\text{св.к}} \geq h_{\text{св.к min}}$.

При сложном ответвлении, состоящем из n участков, средний гидравлический уклон

$$J_{\text{ср}} = H_{\text{отв}} / \left(\sum_{n=1}^{l=n} l_i \right).$$

Расходная характеристика на каждом участке

$$K_i = Q_{\text{расч}i} / \sqrt{J_{\text{ср}}}.$$

В общем случае расходная характеристика на каждом участке не будет точно равна K (по табл. II.V приложения), т. е. необходимо выбирать между ближайшими меньшим $d_1 (K_1 < K_i)$ и большим $d_2 (K_2 > K_i)$ диаметром на каждом участке, рассматривая различные комбинации этих диаметров. Число таких комбинаций равно 2^n .

Если на всех участках принять только бóльшие диаметры, то потери напора будут меньше, чем найденные по условиям задачи $H_{\text{отв}}$, но стоимость труб будет наибольшей.

Если на всех участках ответвления принять только меньшие диаметры, то стоимость труб будет наименьшей, но потери напора превзойдут $H_{\text{отв}}$. При этом $h_{\text{св.к}}$ может быть меньше $h_{\text{св min}}$ или даже $h_{\text{св min}} \leq 0$. Такие варианты недо-

пустимы. Поэтому последовательно перебирают 2^n вариантов, выбирая попеременно меньшие диаметры на одних участках (одном участке), а большие — на других.

За расчетный принимается вариант с максимально возможным использованием напора $H_{отв}$ при наименьшей массе труб, а следовательно, и их минимальной стоимости.

При необходимости в расчеты вводятся поправки на неквадратичность сопротивления.

Расчет разветвленной сети по второй схеме ведется аналогично расчетам сложных ответвлений. Назначается магистральная линия. Определяется максимально возможный для использования напор

$$H = \nabla_n - \nabla_k,$$

где ∇_n — заданная отметка пьезометрической линии в начале магистрали; $\nabla_k = z_k + h_{св.к min}$.

Далее определяется средний гидравлический уклон по магистрали

$$J_{ср} = H / (\sum l_i).$$

Затем по вычисленным расчетным расходам находятся расходные характеристики на каждом участке

$$K_i = Q_{расч i} / \sqrt{J_{ср}}$$

и вновь рассматриваются 2^n вариантов сочетаний диаметров на участках.

Расчеты кольцевых водопроводных сетей. Кольцевые водопроводные сети представляют собой замкнутые смежные контуры или кольца. Такие сети обладают большей надежностью, чем разветвленные. В кольцевых сетях выключение одного или нескольких участков может быть компенсировано подачей воды по параллельным и обходным линиям. При этом снабжение водой временно выключается только на выключенном участке. Когда в сети возникают резкие и быстро сменяющие друг друга повышения и понижения давлений (гидравлический удар, см. гл 14), в кольцевой сети это явление не так опасно, как в разветвленной.

Расчеты кольцевых водопроводных сетей представляют собой сложную задачу, при решении которой учитываются не только трубопроводы, но и все сооружения (насосные станции, станции подкачки, резервуары, водонапорные башни и другие сооружения). Учитывается необходимость обеспечения подачи воды без перебоев и остановок сети.

Основное значение при расчетах имеют технико-эконо-

мические требования. Расчеты кольцевых водопроводных сетей представляют собой важную комплексную технико-экономическую задачу, которую детально изучают в курсе водоснабжения.

Здесь остановимся только на основных положениях расчета.

Исходными известными сведениями о кольцевой сети являются общая конфигурация сети, топография местности, длины участков, раздаваемые в узлах расходы; материал труб неизвестен.

Если на каждом участке раздача расходов воды происходит равномерно, то расход условно относят поровну к узлам в начале и в конце участка.

Расчет ведется следующим образом.

Намечается направление движения воды (начальное потокораспределение). При этом должен обеспечиваться первый закон Кирхгофа, т. е. равенство нулю суммы расходов, поступающих в узел (положительные) и уходящих из узла (отрицательные):

$$\sum Q_i = 0, \quad (13.28)$$

где i — номер узла.

По приближенным формулам или по рекомендуемым предельным расходам определяются в первом приближении диаметры, соответствующие технико-экономическим требованиям.

Вычисляются потери напора на каждом участке. При этом условно считается, что в каждом кольце потери напора на участках, где намеченное движение воды происходит по часовой стрелке, — положительные, а направление воды против часовой стрелки соответствует отрицательным потерям напора.

Потери напора в кольцах должны удовлетворять второму закону Кирхгофа, т. е. алгебраическая сумма потерь напора в каждом кольце должна быть равна нулю:

$$\sum h_{i-k} = 0, \quad (13.29)$$

где h_{i-k} — потери напора на участке между i -м и k -м узлами.

Очевидно, поскольку начальное потокораспределение производилось произвольно и диаметры округлялись до стандартных значений, условие (13.29) в начале расчета (первое приближение) не удовлетворяется.

В связи с этим производят так называемую «увязку» кольцевой сети. При этом вводят поправки к ранее назна-

ченным расходам, затем вновь определяют Σh_{l-k} . Расчет ведется до тех пор, пока невязка потерь напора в кольце не станет меньше заданного заранее значения невязки потерь или равной ему.

При расчете кольцевой водопроводной сети, имеющей m узлов и n колец, имеем m уравнений (13.28) баланса расходов в узлах и n уравнений (13.29) баланса потерь напора в кольцах.

Кроме того, при расчете сети с несколькими водопитающими устройствами в уравнения, описывающие их совместную с сетью работу, вводятся данные о насосах и резервуарах.

Для расчета систем подачи и распределения воды сейчас широко используют аналоговые устройства и ЭВМ.

Глава 14

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДАХ

14.1. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР КАК НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ В УПРУГИХ ТРУБОПРОВОДАХ

Неустановившееся движение характеризуется тем, что значения местных скоростей и давления в пространстве, занятом движущейся жидкостью, изменяются с течением времени, т. е.

$$u_x = u_x(x, y, z, t);$$

$$u_y = u_y(x, y, z, t);$$

$$u_z = u_z(x, y, z, t);$$

$$p = p(x, y, z, t).$$

Неустановившееся движение, так же как и установившееся, может быть безнапорным и напорным, одномерным, плоским и трехмерным, ламинарным и турбулентным. Примером неустановившегося напорного движения может служить гидравлический удар.

Гидравлический удар — явление, возникающее в текущей жидкости при быстром изменении скорости в одном из сечений. Это явление характеризуется возникновением волны повышенного или пониженного давления, кото-

рая распространяется от места изменения скорости и вызывает в каждом сечении колебания давления и деформации стенок трубопровода. При резком уменьшении скорости движения воды в стальных трубопроводах на каждое уменьшение скорости 1 м/с давление в трубопроводе возрастает приблизительно на 1,0—1,2 МПа, т. е. на 10—12 ат. Вследствие этого могут возникать осложнения в нормальной работе трубопровода вплоть до разрыва стенок и аварий оборудования насосных станций.

При гидравлическом ударе возможно также и резкое падение давления вплоть до давления насыщенных паров жидкости при данной температуре.

Как следствие появления столь низкого давления при гидравлическом ударе возможен даже разрыв жидкости. При этом может быть нарушена нормальная работа трубопровода. Вместе с тем в некоторых случаях гидравлический удар может иметь и положительное значение.

Первые исследования гидравлического удара были выполнены Н. Е. Жуковским в 1898 г. Им была детально проанализирована физика процесса, выведены дифференциальные уравнения удара, дано их общее решение, найдены основные расчетные зависимости для вычисления изменения давлений при гидравлическом ударе. Н. Е. Жуковский провел также экспериментальные исследования гидравлического удара на водопроводе г. Москвы. В дальнейшее развитие исследований и расчетов гидравлического удара большой вклад внесли советские ученые.

К возникновению гидравлического удара могут приводить различные причины: 1) быстрое закрытие или открытие запорных и регулирующих устройств; 2) внезапная остановка насоса; 3) выпуск воздуха через гидранты на оросительной сети при заполнении трубопроводов водой (обычно гидравлический удар может начаться в заключительной стадии выпуска воздуха); 4) пуск насоса при открытом затворе на нагнетательной линии.

Характер процесса гидравлического удара зависит от вызвавших его причин. Так, при резком закрытии затвора в конце трубопровода гидравлический удар начнется с повышения давления, которое от затвора будет распространяться вверх по трубопроводу, а затем сменится понижением давления. Если закрытый затвор в конце трубопровода резко откроется, то гидравлический удар начнется с понижения давления, которое затем сменится повышением давления.

Кроме того, процесс гидравлического удара зависит от того, как быстро закрывается или открывается устройство (затвор, задвижка), регулирующее скорость движения жидкости, и от многих других факторов.

14.2. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР ПРИ МГНОВЕННОМ ЗАКРЫТИИ ЗАТВОРА

Рассмотрим случай гидравлического удара при закрытии затвора, расположенного в конце горизонтальной прямолинейной цилиндрической трубы круглого поперечного сечения, подсоединенной к открытому резервуару (рис. 14.1).

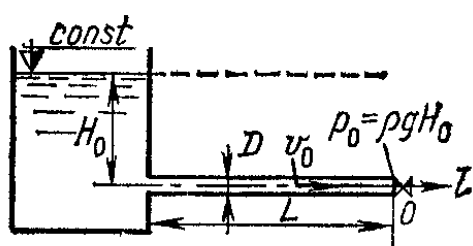


Рис. 14.1

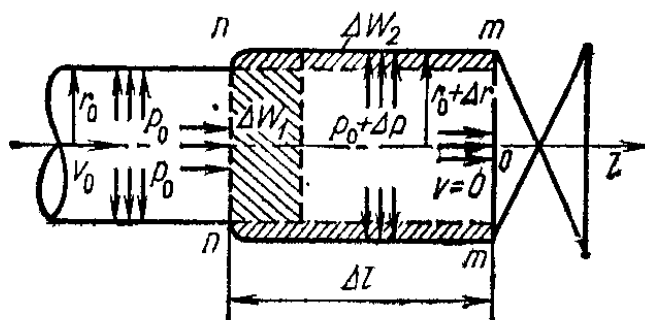


Рис. 14.2

Исходные данные для расчета: длина трубы L , диаметр D , площадь ω , толщина стенок трубы e , средняя скорость потока в трубе при установившемся движении (до гидравлического удара) v_0 , модуль упругости материала стенок трубы E , модуль упругости жидкости $E_{ж}$, плотность жидкости ρ ; избыточный гидродинамический напор в трубопроводе до гидравлического удара $H_0 = p_0 / \rho g$.

Кроме того, примем следующие допущения:

1) размеры резервуара столь велики, что уровень в нем остается постоянным независимо от явлений, происходящих в трубопроводе;

2) потери напора и скоростной напор до закрытия затвора малы, поэтому пьезометрическая линия практически совпадает с горизонтальной линией;

3) движение жидкости в трубе принимается одномерным, т. е. все местные скорости считаются равными средней скорости, давление также считается одинаковым во всех точках живого сечения. Характеристики такого движения зависят только от продольной координаты.

В момент времени t_0 затвор мгновенно закрылся. Если бы жидкость была абсолютно несжимаема ($E_{ж} = \infty$), а стен-

ки трубопровода абсолютно неупругие ($E = \infty$), то вся масса жидкости мгновенно остановилась бы и при этом произошло бы очень большое повышение давления.

В реальных условиях упругость стенок трубопровода и сжимаемость жидкости изменяют характер протекания процесса и значения возникающих повышений давления.

Поверхность $n-n$ на рис. 14.2, отделяющая часть жидкости, находящейся под действием волны гидравлического удара, от невозмущенной гидравлическим ударом жидкости, есть фронт ударной волны.

За бесконечно малый отрезок времени Δt после мгновенного закрытия остановится слой mn , непосредственно примыкающий к затвору. Толщина этого слоя Δl зависит от упругих свойств жидкости и материала стенок трубопровода. В момент времени $t = t_0 + \Delta t$ слои жидкости, расположенные выше по течению от сечения $n-n$, продолжают двигаться со скоростью v_0 в сторону затвора. Под влиянием этих слоев остановившаяся масса жидкости в отсеке $m-n$ сжимается, стенки трубопровода растягиваются, давление повышается на Δp и становится равным $p = p_0 + \Delta p$. В освободившийся в результате этого объем в отсек $m-n$ через сечение $n-n$ за время Δt поступает часть жидкости еще не остановившихся слоев.

Повышение давления при гидравлическом ударе можно определить, применив теорему об изменении количества движения (импульсов) к массе остановившейся жидкости.

В проекциях на направление движения имеем:

импульс внешних сил, действующих на выбранную массу,

$$- \Delta p \omega \Delta t,$$

изменение количества движения выбранной массы

$$- (\rho \omega_0 \Delta l v_0 + \rho \omega v_0 \Delta t v_0),$$

где $\rho \omega v_0 \Delta t$ — масса жидкости, втекшей в отсек mn за время Δt .

Приняв $\omega = \omega_0$, имеем

$$\Delta p \Delta t = \rho \Delta l v_0 + \rho v_0^2 \Delta t.$$

Обозначив $c = \frac{\Delta l}{\Delta t}$, получим формулу Н. Е. Жуковского

ского

$$\Delta p = \rho c v_0 + \rho v_0^2 \quad (14.1)$$

или

$$\Delta p / \rho g = \Delta H = cv_0 / g + v_0^2 / g, \quad (14.2)$$

где c — скорость распространения волны гидравлического удара вдоль трубопровода, т. е. скорость ударной волны. В общем случае c — скорость распространения любого малого возмущения в жидкости.

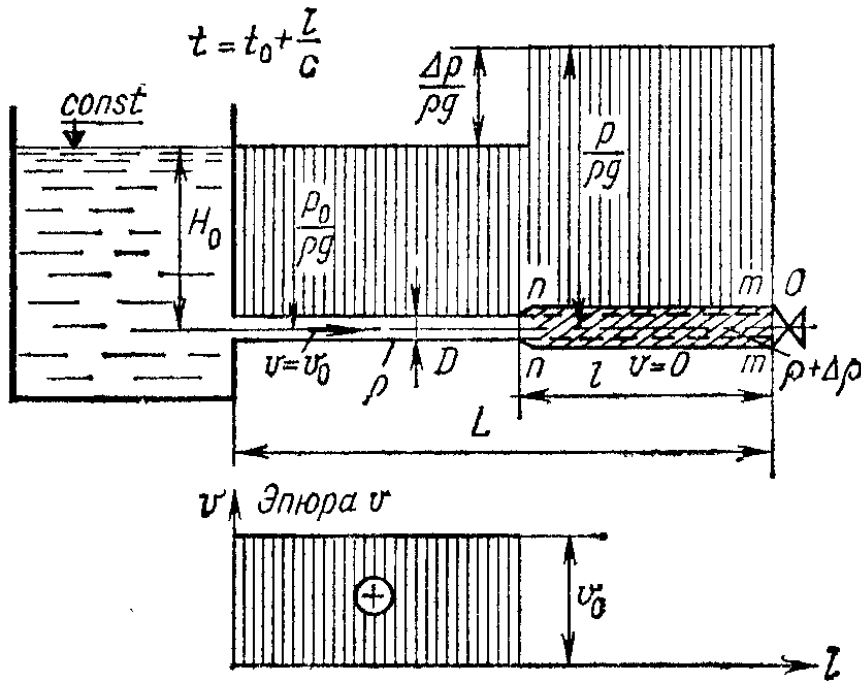


Рис. 14.3

Так как $v_0 \ll c$, обычно считают

$$\Delta p = \rho cv_0. \quad (14.1a)$$

После мгновенного закрытия затвора фронт $n-n$ ударной волны распространяется вдоль трубопровода со скоростью c . Слои жидкости последовательно, начиная от ближайшего к затвору, останавливаются, их скорость гасится до нуля.

На рис. 14.3 показан «мгновенный снимок» состояния трубопровода, эпюры распределения давления и скорости по длине трубопровода в момент времени $t = t_0 + l/c$. Фронт $n-n$ ударной волны прошел путь l за промежуток времени l/c после закрытия задвижки. На этом участке трубопровода давление увеличилось на Δp и стало равным $p = p_0 + \Delta p$, а скорость движения жидкости погасилась до нуля, т. е. $v = 0$, стенки трубопровода растянуты, жидкость находится в сжатом состоянии, плотность равна $\rho + \Delta \rho$.

В момент времени $t = t_0 + L/c$ фронт $n-n$ ударной волны достиг резервуара и занял положение $n'n'$ (рис. 14.4).

В этот момент времени жидкость в трубопроводе находится в мгновенном состоянии покоя ($v=0$) по всей длине трубопровода L . Давление увеличилось на Δp и стало равным $p=p_0+\Delta p$, стенки трубопровода растянуты, жидкость сжата, плотность равна $\rho+\Delta\rho$. Такое состояние системы не является устойчивым, так как по исходному предполо-

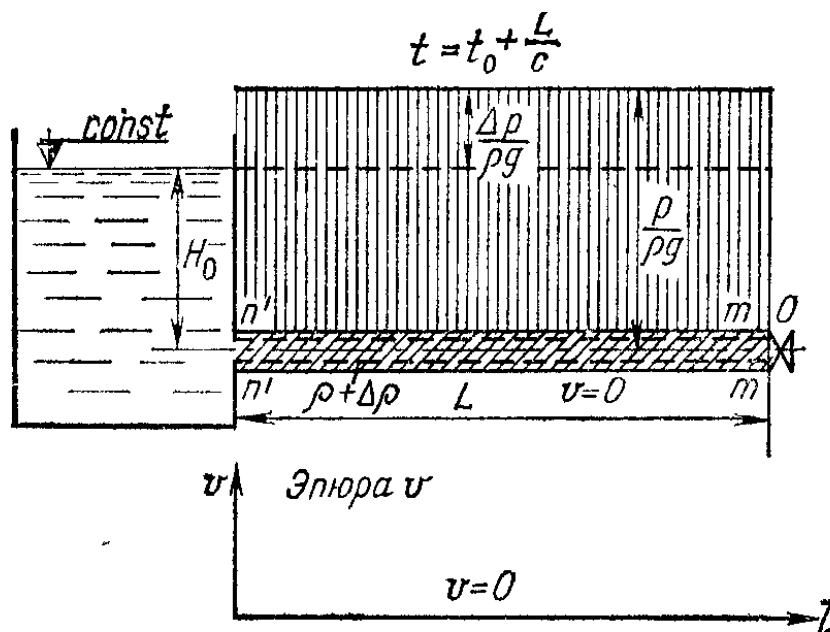


Рис. 14.4

жению уровень, а следовательно, и давление в резервуаре не зависит от явлений, происходящих в трубопроводе. Таким образом, давление в резервуаре на уровне оси трубопровода (рис. 14.4) сохранит свое первоначальное значение, равное p_0 .

В связи с этим в момент времени $t=t_0+L/c$ возникает движение жидкости из трубы в резервуар со скоростью $v_0=|\Delta p/\rho c|$, равной первоначальной, но направленной в противоположную сторону, т. е. слой жидкости в трубопроводе, примыкающий к резервуару, начнет вытекать в сторону резервуара. При этом давление в трубопроводе падает до давления p_0 и стенки трубопровода восстанавливают первоначальную форму. Явление распространяется по трубопроводу к затвору. Следовательно, в момент времени $t=t_0+L/c$ возникает обратная отраженная от резервуара волна, которая со скоростью c распространяется от резервуара к затвору. В трубопроводе восстанавливается первоначальное давление p_0 и создается скорость $-v_0$. Рис. 14.5 соответствует моменту времени $t=t_0+L/c+(L-l)/c=t_0+(2L-l)/c$. К этому моменту времени отраженная

волна прошла путь $L-l$, равный расстоянию от резервуара до сечения $n-n$. На этом участке трубопровода давление равно p_0 , скорость движения жидкости $v = -v_0$, стенки трубопровода и жидкость находятся в начальном состоянии, соответствующем давлению p_0 . На участке трубопровода длиной l давление равно $p = p_0 + \Delta p$, скорость движения

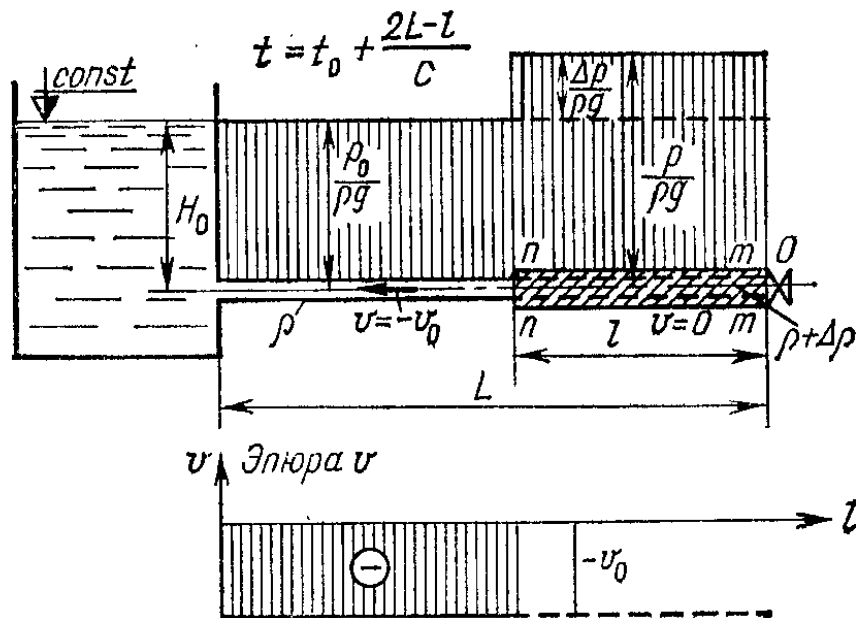


Рис. 14.5

жидкости $v=0$, стенки трубопровода растянуты, а жидкость находится в сжатом состоянии, плотность $p_0 + \Delta p$.

В момент $t = t_0 + 2L/c$ отраженная волна достигнет задвижки и заключенная в трубопроводе масса жидкости приобретет всюду начальный объем и давление p_0 , находясь, однако, в состоянии движения в сторону резервуара. Инерция движущейся массы приведет к тому, что в момент времени $t = t_0 + 2L/c$ давление в сечении $m-m$ у задвижки понизится на $\Delta p = \rho c v_0$.

Считаем, что давление при установившемся движении p_0 таково, что в процессе гидравлического удара давление в трубе остается выше давления насыщенных паров жидкости $p > p_{н.п}$ при данной температуре. Вследствие этого жидкость не может оторваться от затвора и внутри нее не образуются пустоты (каверны).

Понижение давления будет сопровождаться остановкой жидкости и деформацией стенок трубы. Явление будет распространяться от затвора к резервуару со скоростью c . Таким образом, в момент времени $t = t_0 + 2L/c$ у задвижки

возникнет волна пониженного давления $p = p_0 - \Delta p$. Эта волна начнет распространяться со скоростью c от затвора к резервуару, создавая в трубопроводе новое состояние, характеризующееся падением скорости движения жидкости до $v = 0$ и сжатием стенок трубы.

К моменту времени $t = t_0 + 2L/c + l/c$ эта волна пройдет путь l , т. е. достигнет сечения $n-n$.

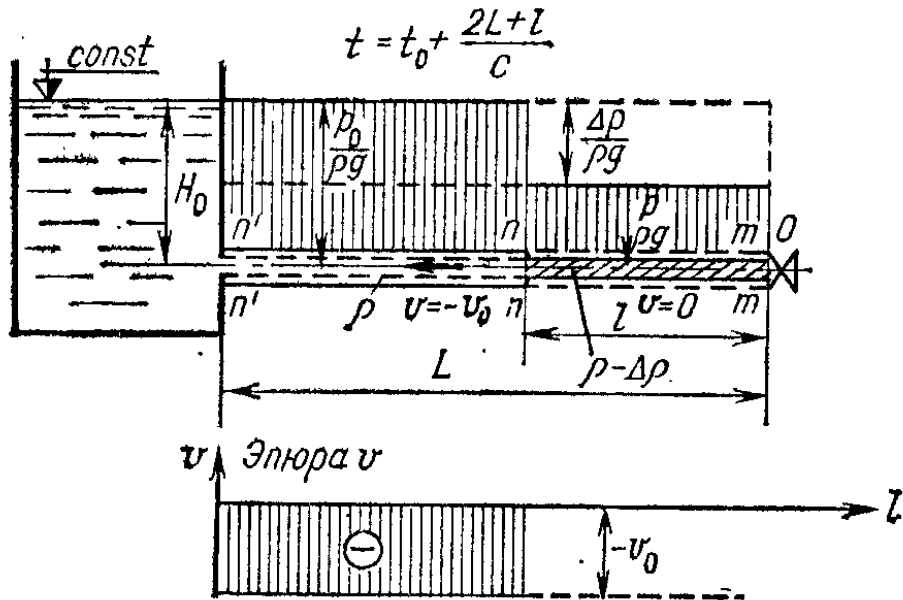


Рис. 14.6

На рис. 14.6 показаны «мгновенный снимок» состояния трубопровода, эпюры распределения по длине трубопровода давления $p/\rho g$ и скорости v в момент времени $t = t_0 + (2L+l)/c$. На участке трубопровода длиной l в этот момент времени давление равно $p = p_0 - \Delta p$, скорость движения жидкости $v = 0$, жидкость находится в состоянии, соответствующем давлению $p = p_0 - \Delta p$, плотности $\rho - \Delta \rho$, стенки трубопровода сжаты; на участке трубопровода длиной $L-l$ в этот момент времени давление равно p_0 , скорость движения жидкости $v = -v_0$, стенки трубопровода и жидкость находятся в начальном состоянии, соответствующем давлению p_0 , плотность равна ρ .

В момент времени $t = t_0 + 3L/c$ волна пониженного давления достигнет резервуара.

Так как наступивший покой всей жидкости в этом разреженном (при $p < p_0$) состоянии не может сохраняться вследствие того, что в резервуаре давление постоянно $p = p_0$, то в сечении $n'-n'$ снова появляется скорость движения жидкости v_0 в направлении от резервуара к затвору, т. е. в момент времени $t = t_0 + 3L/c$ возникает отраженная

от резервуара волна, которая со скоростью c распространяется к задвижке, создавая в трубопроводе новое состояние с первоначальным давлением p_0 и скоростью v_0 .

В момент времени $t = t_0 + 3L/c + (L-l)/c$ эта волна достигнет сечения на расстоянии l от затвора.

На рис. 14.7 показаны «мгновенный снимок» состояния трубопровода, эпюры распределения скорости v и давления

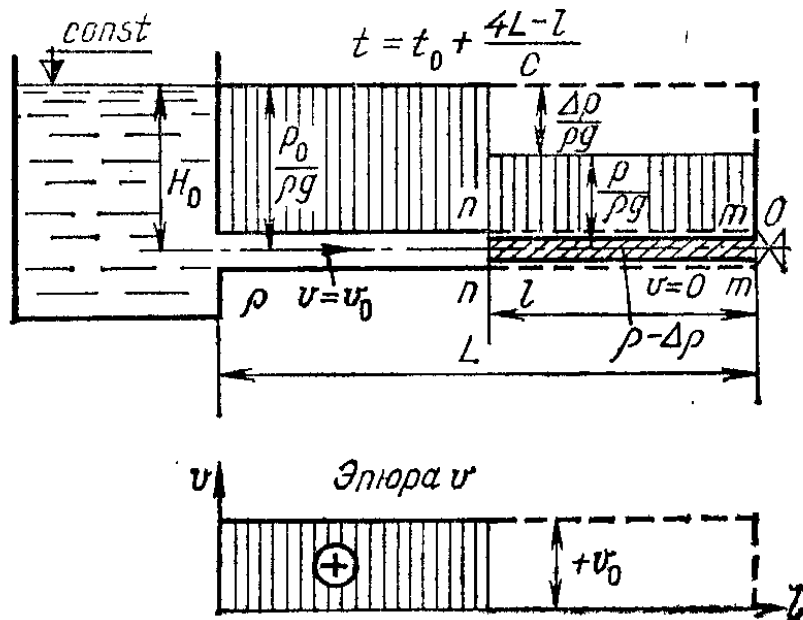


Рис. 14.7

$p/\rho g$ по длине трубопровода в момент времени $t = t_0 + 3L/c + (L-l)/c$. На участке трубопровода длиной l в этот момент времени давление равно $p = p_0 - \Delta p$, скорость движения жидкости $v = 0$, жидкость находится в разреженном состоянии, соответствующем указанному давлению, плотность $\rho - \Delta \rho$, стенки трубопровода сжаты. На участке трубопровода длиной $L-l$ в этот момент времени давление равно p_0 , скорость движения жидкости $v = v_0$, стенки трубопровода и жидкость находятся в начальном состоянии, соответствующем давлению p_0 , плотность равна ρ .

В момент времени $t = t_0 + 4L/c$ отраженная волна достигнет затвора. В этот момент времени вся жидкость в трубопроводе будет находиться в первоначальном состоянии с давлением p_0 и скоростью v_0 , направленной в сторону закрытой задвижки. В связи с этим произойдет новый гидравлический удар, давление у затвора опять мгновенно повысится до $p = p_0 + \Delta p$ и явление повторится в вышеописанной последовательности.

На рис. 14.8 показано изменение давления в сечении $m-m$ у затвора. Давление представлено отрезками, отли-

чающимися от p_0 попеременно на $+\Delta p$ и $-\Delta p$, причем чередование происходит через промежуток времени $2L/c$, который называется фазой удара τ_0 . Период колебаний масс жидкости при гидравлическом ударе равен $T_0=2\tau_0$.

Диаграмма давления в точке, находящейся на расстоянии l от затвора, показана на рис. 14.9. Промежутки времени, в течение которых давление в точке l отличается от

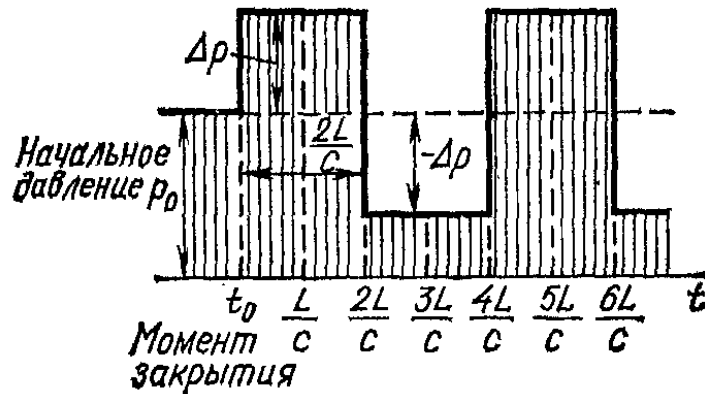


Рис. 14.8

p_0 , будут меньше, чем в сечении у затвора. Длительность этих промежутков равна $\tau_l=2(L-l)/c$ как для повышенного давления, так и для пониженного. Период же колебаний остается прежним: $T_0=2\tau_0$.

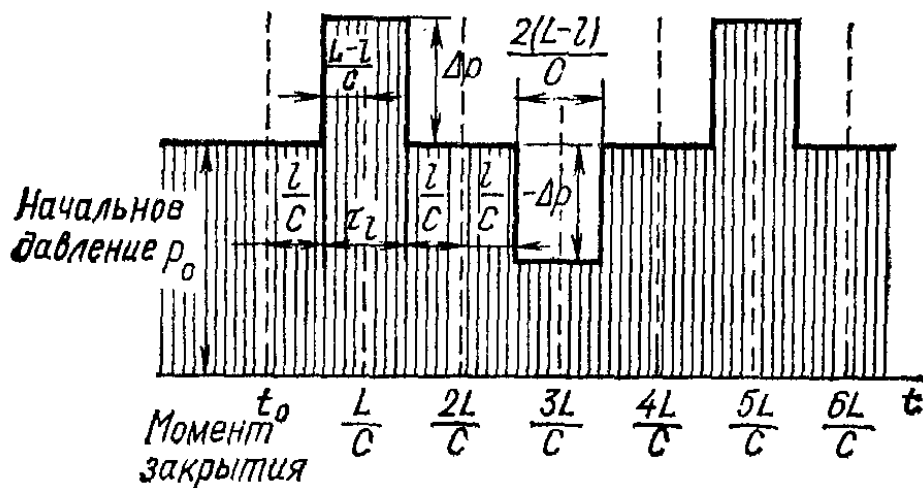


Рис. 14.9

Изменение скорости в точке, находящейся на расстоянии l от затвора, показано на рис. 14.10. Здесь в соответствии с проведенным выше анализом, чередуются фазы скорости $v=+v_0$ с фазами скорости $v=0$ и $v=-v_0$. У входа в трубопровод скорость скачкообразно меняется от $+v_0$ на $-v_0$ в моменты времени $L/c, 5L/c, 9L/c$ и т. д. и от $-v_0$ на $+v_0$ в моменты $3L/c, 7L/c$ и т. д.

Рассмотренный выше процесс гидравлического удара соответствует случаям, когда потерями на трение можно пренебречь.

Гидравлический удар, начинающийся с волны повышения давления, называют положительным, а начинающийся с волны понижения давления, — отрицательным.

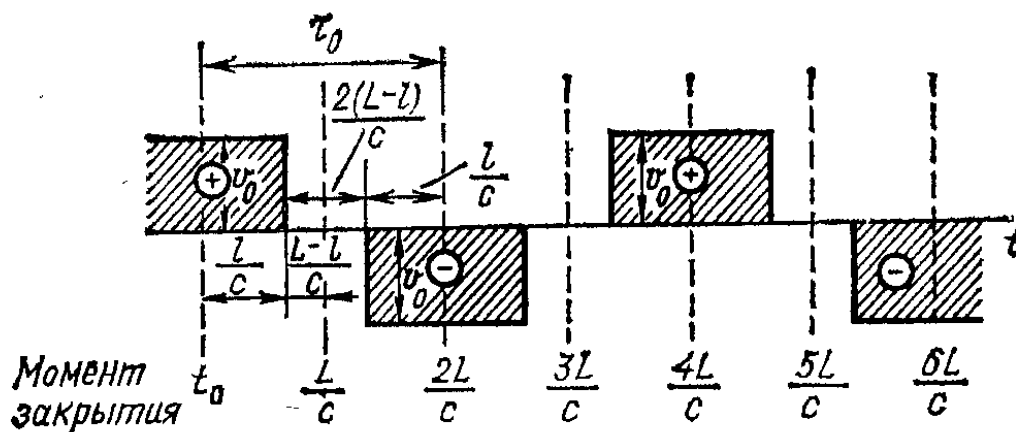


Рис. 14.10

Если внезапно откроется прежде закрытое регулирующее устройство в конце трубопровода, то давление у затвора вначале резко уменьшится на Δp , затем через интервал времени, равный фазе, сменится повышением давления и т. д. Процесс можно проанализировать так же, как для гидравлического удара, начинающегося с повышения давления.

С резкого понижения давления начинается и гидравлический удар при внезапной остановке насоса. Вода из нагнетательной линии после отражения с большой скоростью возвращается по направлению к насосу. Если на напорной линии за насосом установлен обратный клапан, при ударе воды об обратный клапан пониженное давление сменится резким повышением давления.

14.3. СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА

Определим скорость распространения ударной волны в упругом трубопроводе круглого поперечного сечения. Рассмотрим отсек длиной Δl (рис. 14.2).

В течение времени Δt движение жидкости выше рассматриваемого участка Δl происходит, как и до закрытия затвора, со скоростью v_0 . За счет этого в рассматриваемый отсек за время Δt войдет объем жидкости

$$\Delta W = Q\Delta t = \omega_0 v_0 \Delta t. \quad (14.3)$$

Этот объем займет часть объема отсека Δl , который образовался за счет растяжения стенок трубопровода (ΔW_1) из-за повышения давления на Δp и за счет сжатия жидкости в отсеке (ΔW_2).

При растяжении стенок радиус трубы станет равным $r = r_0 + \Delta r$, площадь сечения трубы ω увеличится по сравнению с первоначальным значением ω_0 и

$$\Delta W_1 = (\omega - \omega_0) \Delta l = \Delta \omega \Delta l. \quad (14.4)$$

Первоначальный объем жидкости в отсеке $\omega_0 \Delta l$ при увеличении давления на Δp уменьшится на величину

$$\Delta W_2 = \beta_c \omega_0 \Delta l \Delta p \quad (14.5)$$

или в учетом того, что $\beta_c = 1/E_{ж}$ (см. § 1.5), на величину

$$\Delta W_2 = \omega_0 \Delta l \Delta p / E_{ж}. \quad (14.6)$$

Понятно, что

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2.$$

Подставляя значения ΔW , ΔW_1 и ΔW_2 по (14.3), (14.4) и (14.6), получаем

$$\omega_0 v_0 \Delta t = \omega_0 \Delta l \frac{\Delta p}{E_{ж}} + \Delta \omega \Delta l \quad (14.7)$$

или

$$v_0 \frac{\Delta t}{\Delta l} = \frac{\Delta \omega}{\omega_0} + \frac{\Delta p}{E_{ж}}. \quad (14.8)$$

Подставляя из (14.1) v_0 и переходя к пределу $\Delta t \rightarrow 0$, получаем

$$\frac{dp}{\rho c^2} = \frac{d\omega}{\omega_0} + \frac{dp}{E_{ж}}.$$

Отсюда скорость распространения ударной волны

$$c = \sqrt{\frac{dp/\rho}{dp/E_{ж} + d\omega/\omega_0}}. \quad (14.9)$$

Приведем формулу (14.9) к виду, удобному для использования в расчетах. Примем, что напряжение в стенках трубы подчиняется формуле Мариотта (2.46)

$$\sigma = pD/2e.$$

Далее принимаем, что деформации подчиняются закону Гука, E и $E_{ж}$ не зависят от давления. С учетом сказанного

$$\frac{d\omega}{\omega_0} = \frac{d(\pi r^2)}{\pi r_0^2} = 2 \frac{\pi r dr}{\pi r_0^2} = 2 \frac{dr}{r_0}.$$

Заменяя относительное удлинение $dr/r_0 = d\sigma/E$, получаем

$$\frac{d\omega}{\omega_0} = 2 \frac{d\sigma}{E}.$$

Подставив согласно формуле (2.46)

$$d\sigma = \frac{D}{2e} dp,$$

получим

$$\frac{d\omega}{\omega_0} = \frac{dp}{E} \frac{D}{e}. \quad (14.10)$$

Подставив (14.10) в (14.9), найдем

$$c = \sqrt{\frac{E_{ж}/\rho}{1 + \frac{D}{e} \frac{E_{ж}}{E}}}. \quad (14.11)$$

Если труба абсолютно жесткая ($E = \infty$), то

$$c_0 = \sqrt{E_{ж}/\rho}. \quad (14.12)$$

Последнее выражение представляет собой скорость распространения возмущений (в данном случае— ударной волны) при неупругих стенках трубопровода. Она равна скорости звука c_0 в жидкости, занимающей неограниченно большой объем.

Если стенки трубы упругие, то $(D/e)(K/E) > 0$ и $c < c_0$. При температуре воды 10°C принимают $c_0 = 1425 \div 1435$ м/с. Для расчетов примем $E_{ж} = 20,3 \cdot 10^8$ Па, тогда

$$c_0 = \sqrt{\frac{20,3 \cdot 10^8}{1000}} = 1425 \text{ м/с,}$$

для воды

$$c = \frac{1425}{\sqrt{1 + \frac{D}{e} \frac{E_{ж}}{E}}}. \quad (14.13)$$

Величина

$$E_{ж0} = \frac{E_{ж}}{1 + \frac{D}{e} \frac{E_{ж}}{E}} \quad (14.14)$$

называется приведенным модулем упругости жидкости. Тогда можно записать

$$c = \sqrt{E_{ж0}/\rho}. \quad (14.11a)$$

График зависимости скорости распространения ударной волны c от $\frac{D}{e} \frac{E_{ж}}{E}$ приведен на рис. 14.11. Как видно, скорость распространения волны в трубопроводах очень велика и заметно уменьшается с ростом величины $(D/e) \times (E_{ж}/E)$.

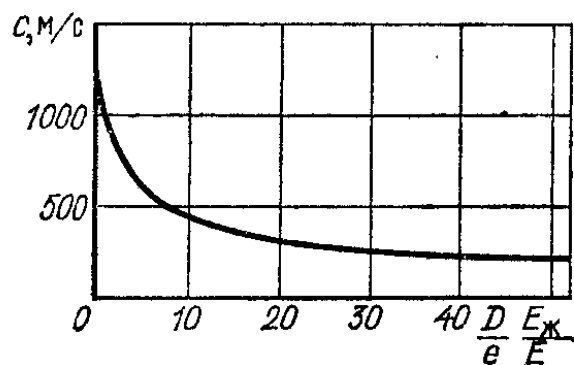


Рис. 14.11

В табл. 14.1 приведены отношения $E_{ж}/E$ для воды и некоторых материалов труб.

Чем больше отношение D/e , т. е. чем меньше относительная толщина стенки трубы, тем меньше при других одинаковых условиях скорость ударной волны. На

значения скорости c также влияет эллипсовидность круглого поперечного сечения.

Таблица 14.1

Материал труб	$E_{ж}/E$	Материал труб	$E_{ж}/E$
Сталь	0,01	Асбестоцемент	0,11
Чугун	0,02	Оргстекло	0,5—0,8
Железобетон ¹	0,065—0,09	Полиэтилен	1—1,5
Бетон	~0,1	Резина	120—350

¹ Отношение $E_{ж}/E$ уменьшается с увеличением содержания арматуры.

В формулах по расчету c также учитывают условия закрепления (опирания) трубопроводов, совместную работу трубопроводов с грунтом или бетонными одеждами и другие факторы.

Наблюдаемые скорости ударной волны могут быть значительно меньше, чем найденные по формуле (14.13) (могут составлять 50 % и ниже). Уменьшение скорости ударной волны в первую очередь можно объяснить наличием в жидкости нерастворенного газа (воздуха), а также твердых частиц. Воздух и твердые частицы в воде изменяют модуль упругости $E_{ж}$, увеличивая знаменатель в формуле для

определения c (14.13). Скорость ударной волны при этом уменьшается. Влияние воздуха и твердых частиц на c в трехфазном потоке зависит от давления, объемного содержания воздуха и твердой фазы, относительной плотности твердой фазы (по сравнению с водой), модулей упругости. Существенное влияние на скорость ударной волны оказывает закон, согласно которому происходят изменения (сжатие и расширение) пузырьков воздуха (изотермический или адиабатический закон). Важно также, понижается ли давление ниже давления p_2 [см. (1.16)], при котором воздух начинает выделяться из воды.

Для определения скорости звука c в трехфазной смеси, включающей газ (воздух) и твердую фазу, В. М. Алышевым предложена формула

$$c = \frac{\sqrt{E_{\text{ж}}/\rho}}{\sqrt{(1 - \epsilon_{\text{н.г}} - \epsilon_{\text{в.г}} - \epsilon_{\text{тв}}) + \frac{D}{e} \frac{E_{\text{ж}}}{E} + \epsilon_{\text{н.г}} \frac{E_{\text{ж}}}{\chi \rho} + a \frac{p_{\text{ат}} p_2}{p^2} E_{\text{ж}} + \epsilon_{\text{тв}} \frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{тв}}} + \epsilon_{\text{тв}} \frac{D}{e} \frac{E_{\text{ж}}}{E} \left(\frac{\rho_{\text{тв}}}{\rho} - 1 \right)}}$$

где $\epsilon_{\text{н.г}}$ — объемное содержание нерастворенного газа (при давлении p); $\epsilon_{\text{в.г}}$ — объемное содержание газа, выделившегося из жидкой фазы; $\epsilon_{\text{тв}}$ — объемное содержание твердой фазы; χ — показатель степени политропы; $p_{\text{ат}}$ — атмосферное давление; p_2 — давление, при котором происходит растворение газа в жидкости; a — коэффициент, зависящий от объема растворенного воздуха; $E_{\text{тв}}$ — модуль упругости твердой фазы; $\rho_{\text{тв}}$ — плотность твердой фазы; ρ — плотность жидкости.

Формула справедлива при $\epsilon_{\text{н.г}} \leq 0,02 \div 0,03$. Величины $\epsilon_{\text{в.г}}$ и $a \frac{p_{\text{ат}} p_2}{p^2} E_{\text{ж}}$ в этой формуле учитывают процесс выделения растворенного газа, который происходит при $p \leq p_2$. При $p > p_2$ эти величины не учитываются.

14.4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР ПРИ ПОСТЕПЕННОМ ЗАКРЫТИИ ЗАТВОРА

В реальных условиях время закрытия затвора или другого регулирующего устройства T_3 всегда больше нуля, т. е. при самом быстродайствующем устройстве мгновенного за-

крытия достигнуть нельзя. В зависимости от соотношения T_3 и фазы удары τ_0 повышение и понижение давления достигают различных значений.

Различают прямой гидравлический удар (при $T_3 < \tau_0$) и непрямой гидравлический удар, когда $T_3 > \tau_0$. Напомним, что $\tau_0 = 2L/c$.

Прямой гидравлический удар $T_3 < \tau_0$. В процессе закрытия затвора изменяется площадь выходного сечения и, следовательно, изменяется средняя скорость потока в трубопроводе по некоторому закону $v_t = v(t)$, который определяется конструкцией затвора и зависимостью проходного сечения затвора от времени. При $t = 0$ средняя скорость $v_t = v_0$, в промежуточный момент времени t средняя скорость равна текущему значению v_t , а при $t = T_3$ имеем $v = v_{T_3} = 0$.

При немгновенном закрытии затвора изменение средней скорости потока можно представить в виде ряда ступенчатых понижений скорости Δv_t , которые вызывают в соответствии с описанным выше механизмом явления ряд повышений давления $\Delta p_t = \rho c \Delta v_t$. Суммируя эти повышения давления (они, очевидно, нарастают вплоть до момента закрытия), можно в любой момент времени t найти $\Delta p_t = p_t - p_0$.

При прямом гидравлическом ударе ($T_3 < 2L/c$) максимальное повышение давления происходит при $t = T_3$ ($v_t = 0$):

$$\Delta p = \rho c v_0.$$

При $t < T_3$ повышение давления будет меньше, чем по (14.1), так как разность средних скоростей, входящая в проекцию изменения количества движения (см. § 14.1), в этом случае равна $\Delta v_t = v_0 - v_t$ и

$$\Delta p_t = \rho c (v_0 - v_t). \quad (14.15)$$

На диаграмме изменения во времени давления у затвора при $T_3 < 2L/c$ (рис. 14.12) видно, что при $t < T_3$ повышение давления равно $\Delta p_t = \rho c (v_0 - v_t)$. Характер диаграммы и ординаты определяются взаимодействием волн повышения и понижения давления в трубопроводе.

Первая волна повышения давления, возникшая в момент t_0 , дойдет до резервуара за время L/c , отразится от входного сечения и в момент $t = \tau_0 = 2L/c$ вернется к сечению у затвора. При $t = T_3$ имеем $p_{T_3} = p_0 + \Delta p$.

В момент $2L/c$ начнется уменьшение давления — сначала до p_0 , а затем давление будет уменьшаться, пока в мо-

мент времени $(T_3 + 2L/c)$ не достигнет значения $(p_0 - \Delta p)$.

В момент $4L/c$ волна понижения давления начнет гаситься следующей волной повышения давления и т. д. Поскольку здесь не учитывались потери на трение, процесс — незатухающий.

На рис. 14.12 волны повышения и понижения давления обозначены соответственно знаками «+» и «-».

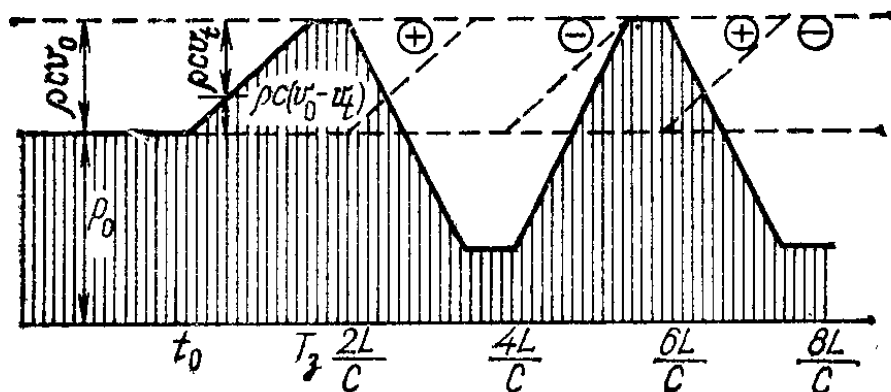


Рис. 14.12

Непрямой гидравлический удар $T_3 > 2L/c$. В этом случае явление осложняется тем, что при $T_3 > 2L/c$ первая волна повышения давления, пройдя за время $2L/c$ до резервуара и обратно, вернется к затвору, когда он еще не полностью закрыт.

При этом понижение давления начнется при не полностью погашенном повышении давления, при частично открытой задвижке и наличии скорости поступательного движения. Если $T_3 > 4L/c$, то, вернувшись в момент $4L/c$ к затвору, волна понижения давления сменится следующей волной повышения давления, опять-таки не полностью погашенной, при открытой еще задвижке и наличии поступательной скорости.

На диаграмме изменения давления у затвора при $T_3 > 6L/c$ (рис. 14.13) видно, что вторая волна повышения давления вернется к затвору в момент $6L/c$, когда затвор все еще не полностью закрыт, и не будет полностью погашена.

Диаграмма на рис. 14.13 построена способом, при котором в каждый данный момент времени алгебраически суммируются отрезки соседних полос, обозначенных знаками «+» и «-». Это учитывает одновременное суммарное действие нескольких волн (и повышения, и понижения давления).

Непрямой гидравлический удар при линейном изменении скорости. В этом случае, как и ранее, по (14.15)

$$\Delta p_t = \rho c (v_0 - v_t).$$

Так как $T_3 > 2L/c$, то максимальное в данном случае повышение давления будет наблюдаться при $t = \tau_0 = 2L/c$, когда волна повышения давления еще не начала гаситься последующими волнами.

При линейном изменении скорости

$$v_t = v_0 (1 - t/T_3).$$

При $t = 2L/c$

$$v_{\tau_0} = v_0 (1 - \tau_0/T_3).$$

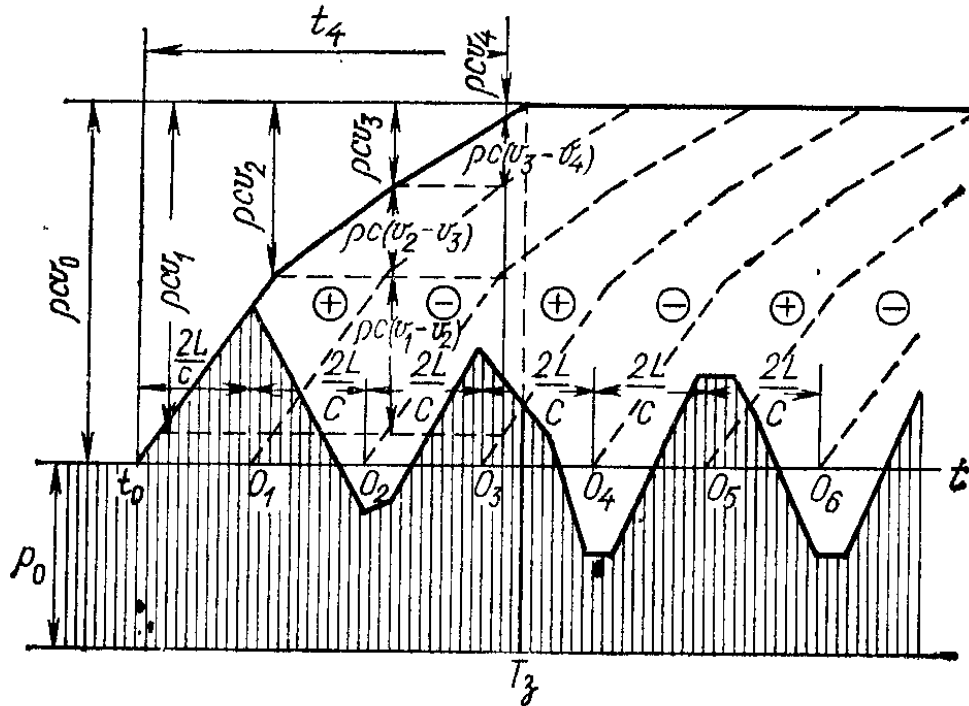


Рис. 14.13

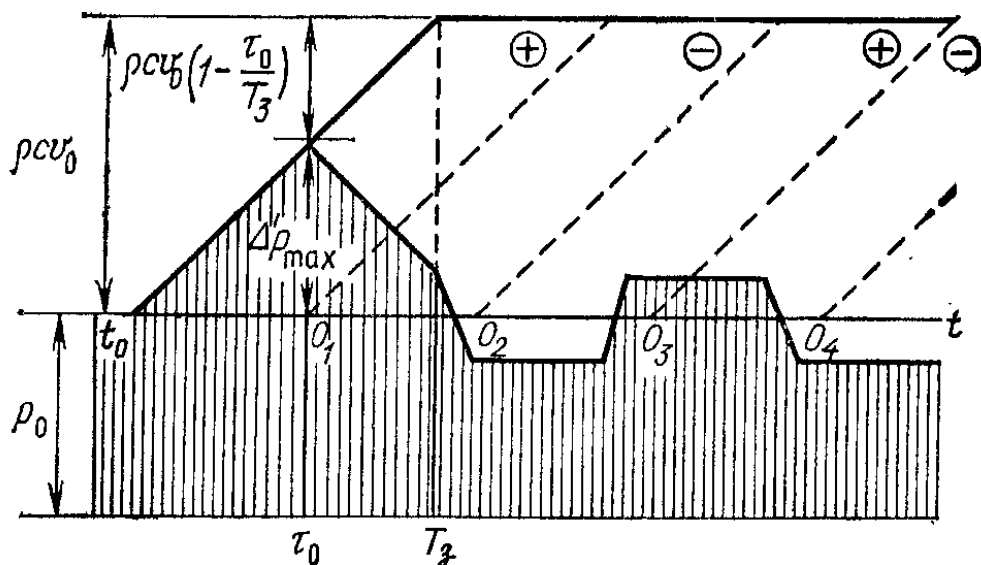


Рис. 14.14'

Тогда в момент $t = \tau_0$

$$\Delta p = 2\rho L v_0 / T_3. \quad (14.16)$$

или

$$\Delta H = 2L v_0 / (g T_3).$$

Пример диаграммы давления у затвора при $T_3 = 4L/c$ приведен на рис. 14.14.

Вопросы гидравлического удара при постепенном закрытии регулирующих устройств весьма сложны. Они детально рассматриваются при изучении ряда специальных дисциплин.

Укажем, что расчеты гидравлического удара успешно выполняются на ЭВМ.

14.5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В НАПОРНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

Рассмотрим неустановившееся напорное движение в прямолинейном трубопроводе круглого сечения (рис. 14.15).

Направим ось l вдоль потока и выделим бесконечно малый элемент длиной dl . Составим уравнение движения этого элемента

$$\Delta M \frac{dv}{dt} = \Delta P + \Delta G + \Delta T.$$

Найдем сумму проекций на направление движения всех сил (массовых и поверхностных), действующих на жидкость в пределах выделенного элемента на направление движения.

Сумма проекций поверхностных сил (сил гидродинамического давления ΔP и касательных сил ΔT , приложенных по боковой поверхности стенок, при постоянстве τ_0 по всему периметру χ) равна

$$-\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial l} dl - \tau_0 dl \chi,$$

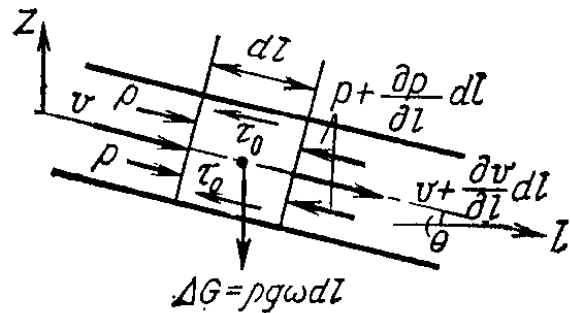


Рис. 14.15

или с учетом того, что $\chi = \omega/R$,

$$-\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial l} dl - \frac{\tau_0}{R} \omega dl.$$

Далее, приняв, как и при установившемся движении, $\tau_0/R = \rho g J$ (гипотеза квазистационарности сопротивления), найдем проекцию поверхностных сил в виде

$$-\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial l} dl - \rho g \omega J dl.$$

Проекция силы тяжести элемента равна

$$\rho g \omega dl \sin \theta = -\rho g \omega dl \frac{\partial z}{\partial l}.$$

Проекция сил инерции равна

$$-\rho \omega dl \frac{dv}{dt} = -\rho \omega dl \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial l} \right).$$

Суммируя и приравнявая нулю сумму проекций сил, имеем

$$\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial l} + \frac{\partial z}{\partial l} + J + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = 0. \quad (14.17)$$

Считая, что изменения p в связи с изменением давления p по длине малы, представим (14.17) в виде

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \right) = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} - J \quad (14.18)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \right) + J = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (14.19)$$

Применим уравнение неразрывности (3.21) для элементарной струйки:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho Q)}{\partial l} + \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} &= 0; \\ \rho \frac{\partial Q}{\partial l} + Q \frac{\partial \rho}{\partial l} + \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \omega \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \quad (14.20)$$

Аналогично предыдущему, приняв, что изменением p по длине можно пренебречь, найдем

$$\rho \frac{\partial Q}{\partial l} + \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \omega \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (14.21)$$

Найдем выражения для каждого члена. Имеем

$$\rho \frac{\partial Q}{\partial t} = \rho \frac{\partial (\omega v)}{\partial t} = \rho \omega \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial t} \cong \rho \omega \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (14.22)$$

так как анализ показывает, что $\omega \frac{\partial v}{\partial t} \gg v \frac{\partial \omega}{\partial t}$.

Далее

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} = \rho \frac{\partial (\pi r^2)}{\partial t} = 2\pi r \rho \frac{\partial r}{\partial t}.$$

Учитывая, что по закону Гука

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{r}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t},$$

а по формуле Мариотта

$$\sigma = \rho D / 2e,$$

имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial t} &= \frac{\partial \rho}{\partial t} \frac{D}{2e}; \\ \frac{\partial r}{\partial t} &= \frac{r}{E} \frac{D}{2e} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\rho \omega D}{Ee} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (14.23)$$

Для жидкости изменение плотности связано с изменением давления:

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{\partial p}{E_{ж}}.$$

Тогда

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho}{E_{ж}} \frac{\partial p}{\partial t}$$

и

$$\omega \frac{\partial \rho}{\partial t} = \omega \frac{\rho}{E_{ж}} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (14.24)$$

Подставив (14.22) — (14.24) в (14.21)

$$\rho \omega \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\rho \omega D}{Ee} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \omega \frac{\rho}{E_{ж}} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (14.25)$$

и сократив на ω , получим

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\rho}{E_{ж}} \frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{D}{e} \frac{E_{ж}}{E} + 1 \right) = 0.$$

Отсюда

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} \frac{1 + \frac{D}{e} \frac{E_{жк}}{E}}{E_{жк}/\rho} = 0. \quad (14.26)$$

Поскольку

$$\frac{E_{жк}/\rho}{1 + \frac{D}{e} \frac{E_{жк}}{E}} = c^2,$$

то

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0,$$

или

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (14.27)$$

Из выражения пьезометрического напора

$$H = z + p/\rho g$$

имеем

$$p = \rho g (H - z);$$
$$\frac{\partial p}{\partial t} = g (H - z) \frac{\partial p}{\partial t} + \rho g \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (14.28)$$

Подставив $\partial p/\partial t$ по (14.28) в (14.24), получим

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t} \left[1 - \frac{g (H - z)}{c_0^2} \right]^{-1}, \quad (14.29)$$

где для воды $c_0 = 1425$ м/с.

Второй член в скобках в (14.29) пренебрежительно мал. Тогда, подставив значение $\partial p/\partial t$ по (14.29) в (14.27), получим

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{c^2}{g} \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (14.30)$$

Уравнения (14.19) и (14.30) являются общими дифференциальными уравнениями неустановившегося напорного движения реальной сжимаемой жидкости в упругих трубопроводах.

Если при рассмотрении гидравлического удара пренебречь потерями на трение ($J=0$) и членом $v^2/2g$, изменение которого несопоставимо мало [$v^2/2g = 0,05 \div 1$ м при

$v = 1 \div 4,5$ м/с] по сравнению с изменениями пьезометрического напора, то получим вместо (14.19)

$$\frac{\partial H}{\partial l} = - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (14.31)$$

Уравнения (14.30) и (14.31) являются дифференциальными уравнениями изучаемого неустановившегося движения невязкой жидкости.

Определение H (или p) и v при заданных условиях представляет собой основную задачу при изучении гидравлического удара. Мы уже определили изменения давления Δp , через которые можно выразить и изменения пьезометрического напора H , из рассмотрения изменения количества движения при гидравлическом ударе. Формулу Жуковского для Δp при мгновенном закрытии затвора можно получить и из дифференциальных уравнений. Продифференцировав (14.31) по l , а (14.30) — по t и приравняв смешанные производные, исключим переменную:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial l^2} &= - \frac{1}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial l}; \\ \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= - \frac{c^2}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial l}; \\ \frac{\partial^2 H}{\partial l^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (14.32)$$

Чтобы исключить переменную H , продифференцируем (14.31) по t , а (14.30) — по l :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial l^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \quad (14.33)$$

Уравнения (14.32) и (14.33) называются волновыми уравнениями. Их решения имеют вид

$$H - H_0 = F\left(t - \frac{l}{c}\right) + f\left(t + \frac{l}{c}\right); \quad (14.34)$$

$$v - v_0 = \frac{g}{c} \left[F\left(t - \frac{l}{c}\right) - f\left(t + \frac{l}{c}\right) \right]. \quad (14.35)$$

Функция F характеризует изменения напора (давления) и скорости, распространяющиеся по направлению оси l со скоростью c . Функция f характеризует изменения напора (давления) и скорости, распространяющиеся в направлении, противоположном направлению оси l , со скоростью c . Рассмотрим случай закрытия затвора в конце трубопро-

вода, присоединенного к большому резервуару с жидкостью. Воспользуемся (14.34) и (14.35) для определения повышения давления при мгновенном ударе в первой полуфазе удара, т. е. при $t < L/c$, когда волна повышения давления еще не дошла до резервуара и волны отражения нет: $f(t+l/c) = 0$.

В сечении у затвора $l=0$, после закрытия $v=0$. Тогда

$$-v_0 = \frac{g}{c} F(t).$$

Подставляя $F(t) = H - H_0 = \Delta H$, получаем формулу Жуковского в виде (14.2)

$$\Delta H = cv_0/g$$

или в виде (14.1)

$$\Delta p = \rho cv_0.$$

14.6. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР ПРИ РЕЗКОМ Понижении Давления (с разрывом сплошности потока)

Если $p \leq p_2$ [см. (1.16)], то при дальнейшем повышении давления часть воздуха вновь поглощается водой. Так как при ударе чередуются волны повышения давления (волны сжатия) и волны понижения давления (волны разрежения), то процесс выделения и последующего поглощения воздуха происходит довольно сложно.

При давлении $p \leq p_2$ выделившийся воздух, содержащийся в жидкости в объеме 2 %, займет до 8 % объема и более. Эти полости воздуха обязательно окажут заметное влияние на работу трубопровода. При очень большом содержании воздуха могут образоваться воздушные «пробки» довольно большой протяженности, сплошь перекрывающие трубу.

Если давление в трубопроводе понизится до давления (упругости) насыщенных паров жидкости при данной температуре, то начнется «холодное кипение», образуются пары жидкости. При резком уменьшении давления могут образоваться полости, заполненные смесью пара и воздуха (при достаточно низком давлении), т. е. произойдет разрыв сплошности потока, разрыв «колонны», жидкости. Так как движение жидкости в трубопроводе не остановилось, то при возникновении отраженных волн с изменением направления массы жидкости устремляются к

месту разрыва сплошности. При быстром сжатии полости с пониженным давлением происходит соударение масс (колонн) жидкости. Повышение давления при этом превышает Δp , найденное по формуле Жуковского.

По исследованиям различных авторов повышение давления при разрыве сплошности $\Delta p_{p.cп}$ может быть найдено по следующему соотношению:

$$\Delta p_{p.cп} = \rho c v_0 + (1 \div 2) p_0,$$

где p_0 — давление при установившемся движении.

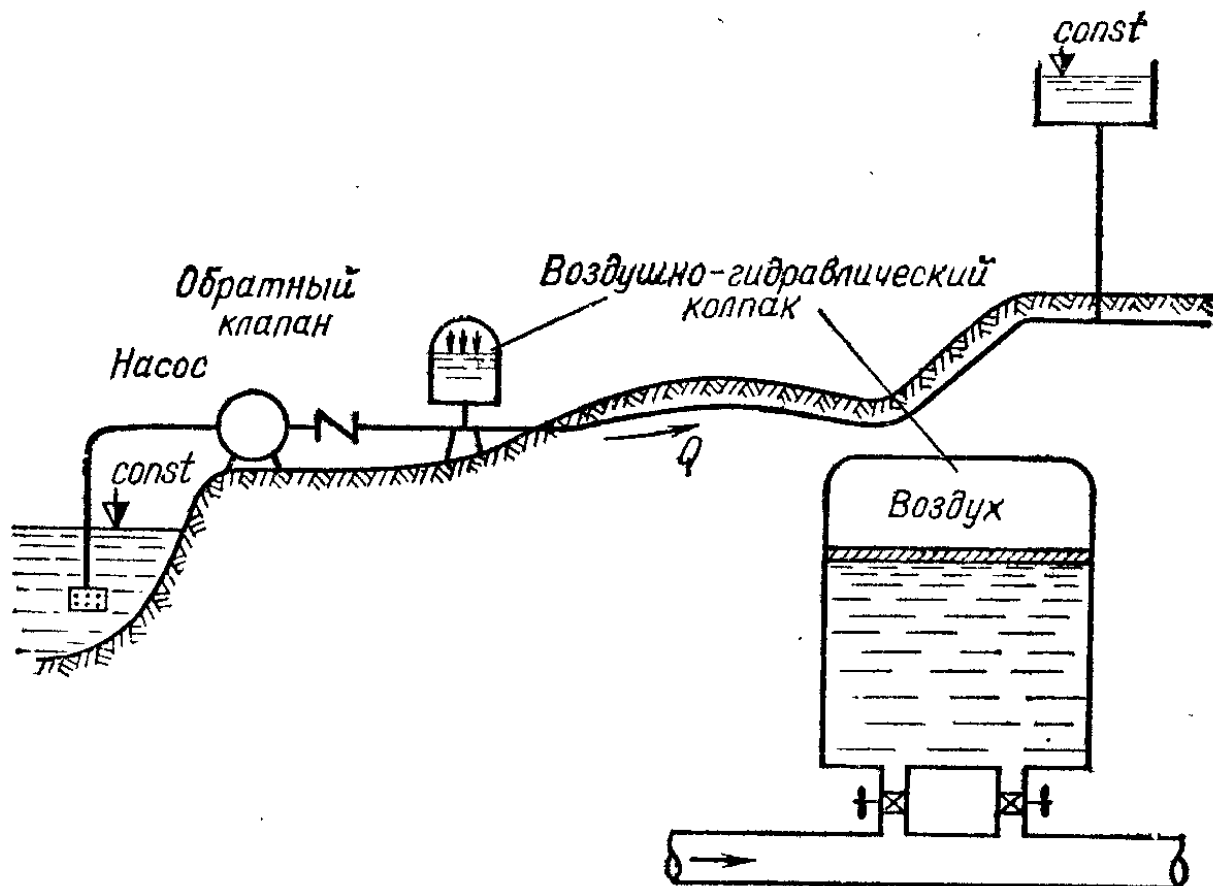


Рис. 14.16

Для уточнения коэффициента перед p требуется дальнейшее накопление экспериментальных данных.

Гидравлический удар с разрывом сплошности потока может произойти при внезапной остановке насоса (рис. 14.16). Подача воды насосом прекращается, а движение воды по инерции по трубопроводу еще происходит. При этом в потоке могут возникнуть разрывы сплошности. При перемене направления движения, которая произойдет вследствие отражения и преломления волн гидравлического удара, разорвавшиеся части колонны жидкости встречаются и

давление очень сильно возрастает по сравнению с гидравлическим ударом без разрыва сплошности.

На характер и количественные характеристики гидравлического удара с разрывом сплошности помимо указанных факторов (модуля упругости жидкости и материала стенок трубопровода, отношения диаметра к толщине стенки, относительного времени закрытия регулирующего устройства, воздухоудержания, объемного содержания твердых частиц и т. д.) влияют и такие важные факторы, как режимы работы насосной станции, очертание трассы трубопровода (наличие переломов в вертикальном профиле и конфигурация сети в плане, наличие обратных клапанов, тупиковых участков, отводов, мест разделения и соединения потоков, резких поворотов трубопроводов и т. д.).

Влияние этих факторов на место образования разрывов сплошности, объемы полостей, образующихся при разрыве, длины и скорости движения соударяющихся колонн приводятся в нормативных документах.

Разрыв сплошности потока возможен, если повышение давления при гидравлическом ударе, найденное по формуле Жуковского, будет больше, чем сумма давления $\rho g H_0$ и практически максимально возможного вакуумметрического давления, т. е.

$$\rho c v_0 > \rho g (H_0 + h_{\text{вакmax}}).$$

Как известно, максимальное значение $h_{\text{вакmax}} \approx 7 \div 8$ м. Наиболее опасными с точки зрения возникновения разрыва сплошности являются места непосредственно у насосной станции (у насосов) и места переломов трассы с выпуклостью на продольном профиле, обращенной вверх.

14.7. ЗАЩИТА ОТ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ УДАРОВ

При проектировании гидросистем должны предусматриваться как мероприятия по недопущению опасных повышений и понижений давления в трубопроводе, так и меры по защите, если опасные колебания давления возникнут. Эти меры отражены в нормативах.

Ниже приводятся основные меры по гашению гидравлических ударов.

1. Сброс части жидкости из трубопровода при повышении давления, если такой сброс возможен по соображениям охраны окружающей среды.

Воду сбрасывают в какие-либо понижения местности, в водоемы или обратно в источник водоснабжения. В последнем случае вода может

быть пропущена через насос и всасывающую линию, если на напорном (нагнетательном) трубопроводе нет обратного клапана; через обводные линии (байпасы) в обход обратного клапана и насоса; через медленно закрывающиеся обратные клапаны. В этих случаях необходимо учитывать, что насос при обратном направлении движения воды и отсутствии тормозов может работать как турбина с недопустимой частотой вращения. При большой скорости движения воды в обводных линиях могут появиться кавитационные явления, что уменьшает расход, проходящий по этим линиям.

К этим мерам защиты относится и сброс воды через специальные предохранительные клапаны или другие устройства (например, разрывные мембраны). При превышении давления клапаны, протарированные на определенное давление, открываются и давление понижается. Разрывные мембраны, изготовленные из тонкого листа металла, устанавливаются на отводе от основного трубопровода. Мембрана полностью перекрывает поперечное сечение отвода. При превышении определенного давления мембрана разрушается и часть жидкости выливается.

После сброса жидкости клапаны должны автоматически закрываться.

2. Впуск и заземление воздуха. Если возможно образование разрыва сплошности потока, то эффективным средством борьбы с чрезмерным повышением давления здесь может служить впуск воздуха в места образования разрыва сплошности и последующее заземление воздуха. Для впуска и заземления воздуха служат специальные устройства—клапаны. Заземленный в местах разрыва сплошности потока воздух не позволяет разошедшимся колоннам воды при обратном движении соударяться, ибо такое соударение вызвало бы, как ранее указывалось, очень сильное повышение давления.

Воздух после гашения гидравлического удара должен быть удален из трубопровода, причем это удаление должно выполняться так, чтобы не возникли в трубопроводе нежелательные колебания давления.

3. Впуск воды в трубопровод осуществляется из бассейнов, которые отделены от защищаемых трубопроводов обратными клапанами. При понижении давления в трубопроводе вследствие остановки насосов на соединительной (бассейн — трубопровод) линии открывается обратный клапан и вода из бассейна в необходимом количестве поступает в трубопровод. Когда давление начнет подниматься (но не до того большого значения, как это было без впуска воды), то обратный клапан закроется и впуск воды в трубопровод прекратится.

Впуск и заземление воздуха и впуск воды целесообразно осуществлять во всех сечениях, где возможен разрыв сплошности потока, или по крайней мере в нескольких, наиболее опасных местах (см. § 14.6).

Воздушно-гидравлические колпаки применяются для гашения гидравлических ударов, возникающих в напорных трубопрово-

дах. Размеры колпаков при установке их на напорных трубопроводах насосных станций определяются из условий пуска и остановки насосного агрегата.

14.8. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ТАРАН

В настоящее время особый интерес представляют неэнергоемкие механизмы, в частности для водоснабжения. Одним из таких механизмов является гидравлический таран, в котором процессы, происходящие при гидравлическом ударе, используются для подъема воды.

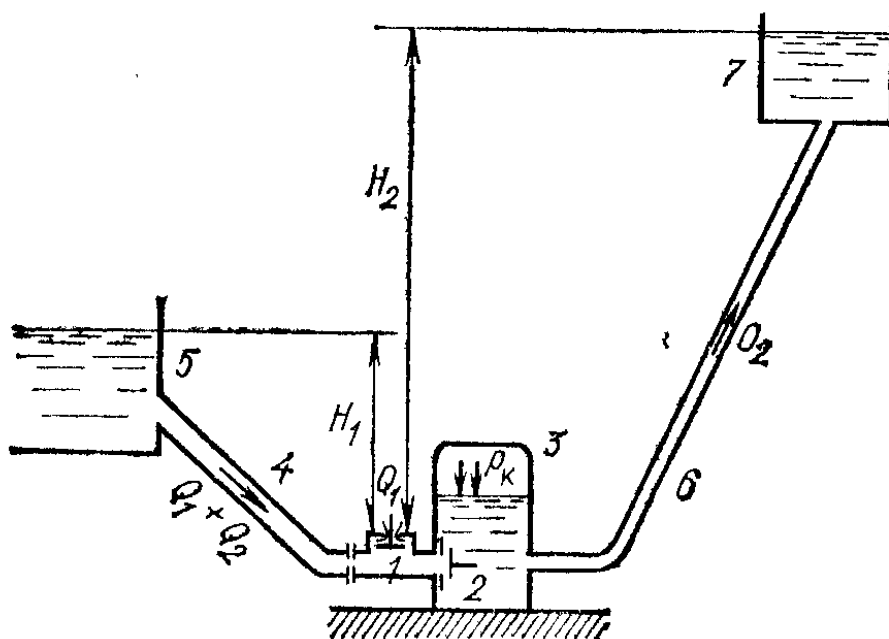


Рис. 14.17

Гидравлический таран состоит (рис. 14.17) из ударного клапана 1, нагнетательного клапана 2, воздушного колпака 3. Через питающую трубу 4 таран соединяется с бассейном 5, через нагнетательный трубопровод 6 — с приемным резервуаром 7.

Представим, что в начальный момент времени нагнетательный и ударный клапаны закрыты, избыточное давление в воздушном колпаке $p_k = \rho gh$, а вода в питающей трубе 4 неподвижна. Для того чтобы таран начал автоматически работать, необходимо резко открыть ударный клапан 1. Через клапан начнется истечение воды, скорость которой вследствие инерции воды, находящейся в питающей трубе 4, будет постепенно увеличиваться от нуля в первоначальный момент времени до какой-то конечной величины v , стремясь в пределе к скорости установившегося движения v_0 , соответствующей напору H и гидравлическим сопротивлениям системы питательный трубопровод — ударный клапан.

С увеличением скорости истечения гидродинамическое давление, действующее снизу вверх на ударный клапан, будет увеличиваться. Ког-

да сила гидродинамического давления превысит вес клапана, он резко закроется. Произойдет гидравлический удар, давление в трубе 4 перед нагнетательным клапаном повысится до некоторого значения $p > p_k$, нагнетательный клапан 2 откроется и вода под повышенным давлением начнет поступать в воздушный колпак 3, сжимая в нем воздух. Из воздушного колпака вода по нагнетательному трубопроводу 6 поступит в приемный резервуар 7. В момент закрытия ударного клапана 1 в питающей трубе 4 начнется волновой процесс, который приведет к уменьшению скорости и изменению давления в питающем трубопроводе 6. В связи с этим спустя некоторое время после закрытия ударного клапана давление в питательном трубопроводе падает, нагнетательный клапан 2 закрывается, а ударный клапан 1 автоматически открывается; начинается новый цикл, протекающий так же, как и первый. Таран начинает работать автоматически, подавая воду определенными порциями в воздушный колпак, который сглаживает изменение скорости нагнетаемой воды, обеспечивая сравнительно равномерное движение (во времени) в нагнетательном трубопроводе. Таран непосредственно использует энергию падающей воды для подъема части этой воды на необходимую высоту.

Если через Q_1 обозначить расход воды, сбрасываемой через ударный клапан 1, а через Q_2 — расход, поступающий в приемный резервуар, то коэффициент полезного действия таранной установки выразится отношением

$$\eta = \frac{Q_2 H_2}{(Q_1 + Q_2) H_1}$$

Такие простые установки, какими являются гидравлические тараны, могут обеспечивать подъем воды на высоту $H_2 = (2 \div 10) H_1$. При этом расход $Q_2 = (0,4 \div 0,07) Q_1$, а коэффициент полезного действия $\eta \approx (0,85 \div 0,2)$. Надо отметить, что при работе гидравлического тарана весьма велики непроизводительные потери воды.

Глава 15

УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

15.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

В предыдущих главах рассматривалось в основном напорное движение жидкости, при котором форма и размеры живого сечения потока полностью определялись формой и размерами сечения самого русла. Наличие местных сопротивлений в напорных потоках приводит к локальным изменениям живого сечения.

При движении жидкости в открытом русле (в том числе в частично заполненном закрытом русле) любое местное изменение условий движения (расширение, преграда, перелом уклона дна русла и т. п.) неизбежно приведет к деформации живого сечения потока на некоторой (иногда довольно значительной) его длине. При этом все точки свободной поверхности будут по-прежнему находиться под влиянием внешнего давления газовой среды, так что деформация живого сечения потока будет обязательно связана с изменением координат его свободной поверхности.

В настоящей главе рассматривается установившееся плавно изменяющееся движение жидкости в открытых руслах, при котором изменение основных параметров потока по его длине происходит достаточно плавно (см. § 3.5). В связи с этим при выводе уравнений движения можно пренебречь составляющими местных скоростей в плоскости живого сечения потока и принять распределение давлений в этой плоскости соответствующим гидростатическому закону. Предположим также, что работа сил сопротивления при неравномерном и равномерном движениях практически одинакова.

В дальнейшем изложении будем иметь в виду, что встречающиеся в инженерной практике открытые русла можно разделить на две категории: призматические и непризматические.

К призматическим руслам относятся русла, в которых основные геометрические параметры потока остаются постоянными по всей его длине.

Площадь живого сечения потока призматического русла зависит от глубины наполнения русла:

$$\omega = f(h). \quad (15.1)$$

В общем случае непризматического русла площадь живого сечения потока является функцией двух переменных:

$$\omega = f(h, s), \quad (15.2)$$

где h — глубина наполнения русла; s — характерный поперечный размер для данной формы русла (например, для прямоугольного русла — его ширина).

Рассмотрим общий случай установившегося плавно изменяющегося движения жидкости в открытом непризматическом русле (рис. 15.1).

Введем следующие обозначения:

$i = \sin \theta$ — продольный уклон дна русла;

p_0 — внешнее давление, обычно равное $p_{ат}$;

Q — расход потока;

ω — площадь живого сечения потока;

h — наибольшая глубина потока в данном живом сечении, различная для разных сечений;

α — коэффициент кинетической энергии (Кориолиса);

$v = Q/\omega$ — средняя скорость в данном живом сечении;

J — гидравлический уклон, обычно принимаемый для открытых русел равным продольному уклону свободной поверхности потока;

$a = il$ — расстояние по вертикали от дна до плоскости сравнения в данном живом сечении.

Принято называть русло с положительным (прямым) уклоном дна такое русло, у которого абсолютные отметки дна уменьшаются по направлению движения жидкости (т. е. вдоль оси l).

Выделим в потоке два сечения 1—1 и 2—2 на бесконечно малом расстоянии dl друг от друга (рис. 15.1).

Составим для выделенных сечений уравнение Бернулли относительно плоскости 0—0, проведенной через нижнюю точку живого сечения 2—2:

$$h + ial + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + dh + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha (v + dv)^2}{2g} + dh_{тр}. \quad (15.3)$$

Раскрывая $(v + dv)^2$ как $v^2 + 2v dv + (dv)^2$, пренебрегаем $(dv)^2$ в силу малости и, заменяя в силу ранее сказанного $dh_{тр}$ через $v^2 dl / C^2 R$, получаем после сокращений

$$idl = dh + \frac{\alpha v dv}{g} + \frac{v^2}{C^2 R} dl$$

или

$$i = \frac{dh}{dl} + \frac{\alpha v}{g} \frac{dv}{dl} + \frac{v^2}{C^2 R}. \quad (15.4)$$

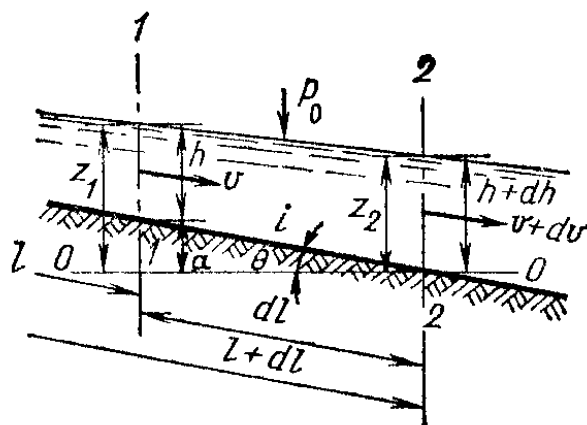


Рис. 15.1

Заменив среднюю скорость ее выражением через расход и площадь живого сечения $v = Q/\omega$, запишем

$$\frac{dv}{dl} = \frac{d(Q\omega^{-1})}{dl} = -Q\omega^{-2} \frac{d\omega}{dl};$$

$$i = \frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{d\omega}{dl} + \frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R}. \quad (15.5)$$

Запишем производную $d\omega/dl$ с учетом (15.2), как

$$\frac{d\omega}{dl} = \frac{\partial\omega}{\partial h} \frac{dh}{dl} + \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl}.$$

Тогда вместо (15.5) получим

$$i = \frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial h} \frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl} + \frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R}$$

или

$$i - \frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R} + \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl} = \frac{dh}{dl} \left(1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial h} \right). \quad (15.6)$$

Обращаясь к рис. 15.2, видим, что частная производная $\partial\omega/\partial h$ равна ширине живого сечения по верху, которую в дальнейшем будем обозначать через B , т. е. $\partial\omega = B\partial h$.

Окончательно получаем

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R} + \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} \frac{ds}{dl}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}. \quad (15.7)$$

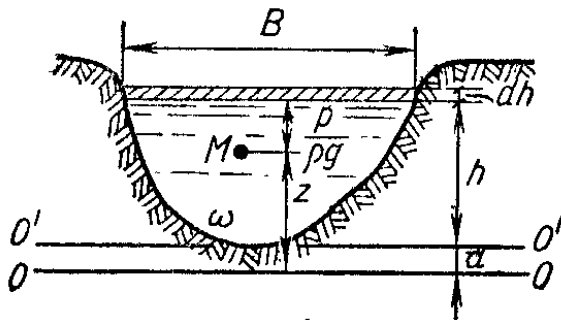


Рис. 15.2

Уравнение (15.7) является общим дифференциальным уравнением установившегося плавно изменяющегося движения жидкости в открытом русле.

В частном случае призматического русла уравнение (15.7) несколько упрощается, так как в силу ранее сказанного

производная ds/dl равна в этом случае нулю:

$$\frac{dh}{dl} = i - \frac{Q}{\omega^2 c^2 R} \left(1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} C \right). \quad (15.8)$$

После преобразований вычитаемого в знаменателе правой части уравнений (15.7) или (15.8) получим

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = \frac{\alpha v^3 / g}{\omega / B} = \frac{2\alpha v^2 / 2g}{h_{\text{ср}}},$$

где $h_{\text{ср}} = \omega/B$ — средняя глубина живого сечения.

Таким образом, рассматриваемая дробь представляет собой удвоенное отношение удельной кинетической энергии к удельной потенциальной энергии при средней глубине потока в данном живом сечении. Учитывая это, в дальнейшем будем называть безразмерный комплекс $\alpha Q^2 B / (g\omega^3)$ параметром кинетичности потока, обозначая его символом Π_K :

$$\Pi_K = \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}. \quad (15.9)$$

Для прямоугольного русла $h_{\text{ср}} = h$ и при $\alpha = 1$ параметр кинетичности представляет собой число Фруда [см. (7.12)] $Fr = v^2 / gh$, где за характерный линейный размер живого сечения l принята глубина h .

15.2. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПРИЗМАТИЧЕСКОМ ОТКРЫТОМ РУСЛЕ

Уравнение (15.8) отражает характер изменения глубин потока по его длине в открытом призматическом русле. Предполагается, что само изменение глубин происходит достаточно плавно. Однако при $\Pi_K \rightarrow 1$ знаменатель стремится к нулю и производная $dh/dl \rightarrow \infty$. При этом имеют место особые случаи неплавно изменяющегося движения жидкости, которые не описываются уравнением (15.8).

Уравнение (15.8) при $\Pi_K \neq 1$ может иметь три случая; $dh/dl > 0$ — движение с нарастанием глубин по длине потока, или, как принято говорить, с образованием кривой подпора;

$dh/dl < 0$ — движение с уменьшением глубин по длине потока, или с образованием кривой спада;

$dh/dl = 0$ — движение с постоянной глубиной по длине потока.

Очевидно, что в первых двух случаях имеет место неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости, тогда как третий случай соответствует равномерному движению жидкости.

Уравнение равномерного движения жидкости в открытом русле получается как частный случай уравнения (15.8), а именно:

$$i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} = 0$$

или

$$Q = \omega C \sqrt{Ri}. \quad (15.10)$$

Заметим, что уравнение (15.10) также вытекает непосредственно из уравнения Шези (7.21), так как при равномерном движении жидкости в открытом русле очевидно, что $J=i$.

В дальнейшем глубину потока, соответствующую равномерному движению, будем называть нормальной глубиной и обозначать ее символом h_0 . Тогда уравнение (15.10) перепишем в виде

$$Q = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0} \sqrt{i}, \quad (15.11)$$

где C_0 , R_0 , ω_0 соответствуют нормальной глубине h_0 .

Пользуясь понятием расходной характеристики $K = \omega C \sqrt{R}$ (см. гл. 13), вместо уравнения (15.11) имеем

$$Q = K_0 \sqrt{i}, \quad (15.12)$$

где

$$K_0 = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0}.$$

15.3. УДЕЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ПОТОКА И УДЕЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ СЕЧЕНИЯ

Остановимся на анализе движения открытого потока с энергетической точки зрения.

Механическая энергия массы жидкости, протекающей в единицу времени через выбранное живое сечение потока, отнесенная к единице веса и определяемая относительно произвольной горизонтальной плоскости, называется удельной энергией потока и обозначается E .

При анализе изменения E вдоль потока последняя должна вычисляться для всех живых сечений относительно единой горизонтальной плоскости.

При плавно изменяющемся движении с учетом ранее сказанного для любой точки живого сечения потока можно записать (рис. 15.2)

$$E = z + p/\rho g + \alpha v^2/2g = a + h + \alpha v^2/2g, \quad (15.13)$$

где под p подразумевается избыточное давление.

Вниз по течению удельная энергия потока E для установившегося движения должна всегда уменьшаться ($dE/dl < 0$), так как само движение и происходит за счет расходования этой энергии.

Проведем теперь плоскость сравнения $0-0$ не произвольно, а через низшую точку данного сечения ($0'-0'$ на рис. 15.2).

Удельную энергию в данном живом сечении, определенную относительно горизонтальной плоскости, проходящей через низшую точку этого сечения, будем называть удельной энергией сечения и обозначать символом \mathcal{E} . Таким образом, имеем

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha \omega^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}. \quad (15.14)$$

Понятие об удельной энергии сечения удобно при анализе установившегося движения жидкости в открытом русле. Заметим также, что величина \mathcal{E} вычисляется в каждом живом сечении потока относительно своей горизонтальной плоскости сравнения.

Из (15.13) и (15.14) следует, что

$$\mathcal{E} = E - a = E + il.$$

Тогда, принимая во внимание, что $\frac{dE}{dl} = -J = -\frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}$, получаем

$$\frac{d\mathcal{E}}{dl} = \frac{dE}{dl} + i = -\frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} + i, \quad (15.15)$$

или при $i > 0$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dl} = i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} = i \left(1 - \frac{\omega_0^2 C_0^2 R_0}{\omega^2 C^2 R} \right) = i \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2} \right). \quad (15.16)$$

Из уравнения (15.16) видно, что при равномерном движении $d\mathcal{E}/dl = 0$, так как $K = K_0$, а при неравномерном движении $d\mathcal{E}/dl \geq 0$ в зависимости от величины отношения K_0/K .

Смысл последнего положения заключается в том, что при равномерном движении работа силы тяжести полностью расходуется на преодоление сил сопротивления и изменения удельной энергии сечения не наблюдается. Если же $K > K_0$, то средняя скорость потока будет меньше, чем при равномерном движении, гидравлические сопротивления уменьшатся и часть работы силы тяжести даст постепенное накопление удельной энергии сечения вниз по течению. При $K < K_0$ картина будет обратная, т. е. на преодоление сопротивлений будет затрачиваться больше энергии, чем может дать работа силы тяжести, и дополнительно требующаяся энергия будет заимствоваться из удельной энергии нижележащих сечений, т. е. $d\mathcal{E}/dl < 0$.

В заключение отметим, что при $i = 0$ или $i < 0$ из равенства (15.15) следует только отрицательное значение производной $d\mathcal{E}/dl$.

15.4. СПОКОЙНЫЕ И БУРНЫЕ ПОТОКИ. КРИТИЧЕСКАЯ ГЛУБИНА

Рассмотрим зависимость удельной энергии сечения \mathcal{E} от глубины наполнения h при заданной форме поперечного сечения русла и при $Q = \text{const}$.

В соответствии с ранее изложенным удельную энергию сечения \mathcal{E} можно рассматривать состоящей из двух частей: $\mathcal{E}_{\text{пот}} = h$ и $\mathcal{E}_{\text{кин}} = \alpha v^2 / 2g = \alpha Q^2 / 2g\omega^2$. Нетрудно заметить, что тенденция их изменения с изменением h диаметрально противоположна, а именно:

$$\begin{aligned} \text{при } h \rightarrow 0 \quad \mathcal{E}_{\text{пот}} &\rightarrow 0; \quad \mathcal{E}_{\text{кин}} \rightarrow \infty; \\ \text{при } h \rightarrow \infty \quad \mathcal{E}_{\text{пот}} &\rightarrow \infty; \quad \mathcal{E}_{\text{кин}} \rightarrow 0. \end{aligned}$$

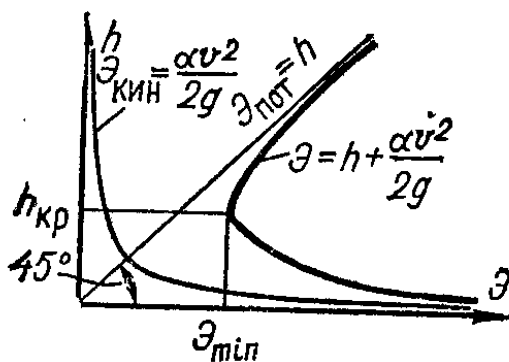


Рис. 15.3

Следовательно, функция $\mathcal{E} = f(h)$ на графике удельной энергии сечения (рис. 15.3) должна иметь вид кривой с двумя ветвями, уходящими в бесконечность при $h \rightarrow 0$ и при $h \rightarrow \infty$. При этом $\mathcal{E}_{\text{пот}}$ отобразится прямой — биссектрисой координатного угла, а $\mathcal{E}_{\text{кин}}$ — некоторой кривой второго порядка.

Линия, характеризующая изменение удельной энергии сечения в зависимости от h , асимптотически приближается к биссектрисе координатного угла и к оси абсцисс и имеет экстремальную точку при некотором значении глубины наполнения.

Глубина потока, при которой удельная энергия сечения для заданного расхода в данном русле достигает минимального значения, называется критической глубиной и обозначается $h_{\text{кр}}$.

Экстремальная точка на графике, соответствующая $h = h_{\text{кр}}$, делит кривую удельной энергии на две части: верхнюю, где $h > h_{\text{кр}}$, и нижнюю, где $h < h_{\text{кр}}$. Соответственно принято различать три состояния потока:

1) спокойное состояние, при котором $h > h_{\text{кр}}$, а удельная энергия сечения увеличивается с увеличением h ;

2) бурное состояние, когда $h < h_{\text{кр}}$, а удельная энергия сечения с увеличением h уменьшается;

3) критическое состояние при $h = h_{\text{кр}}$ и $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{min}}$.

Выявление состояния потока, таким образом, производится путем сопоставления фактического значения h с $h_{\text{кр}}$.

Знание критической глубины необходимо не только для определения состояния потока, но и для выполнения ряда гидравлических расчетов, и для анализа в безразмерных координатах результатов исследований.

Для вывода уравнения критического состояния используем то, что при $h=h_{кр}$ $\mathcal{E}=\mathcal{E}_{min}$, т. е. $(d\mathcal{E}/dh)_{кр}=0$.

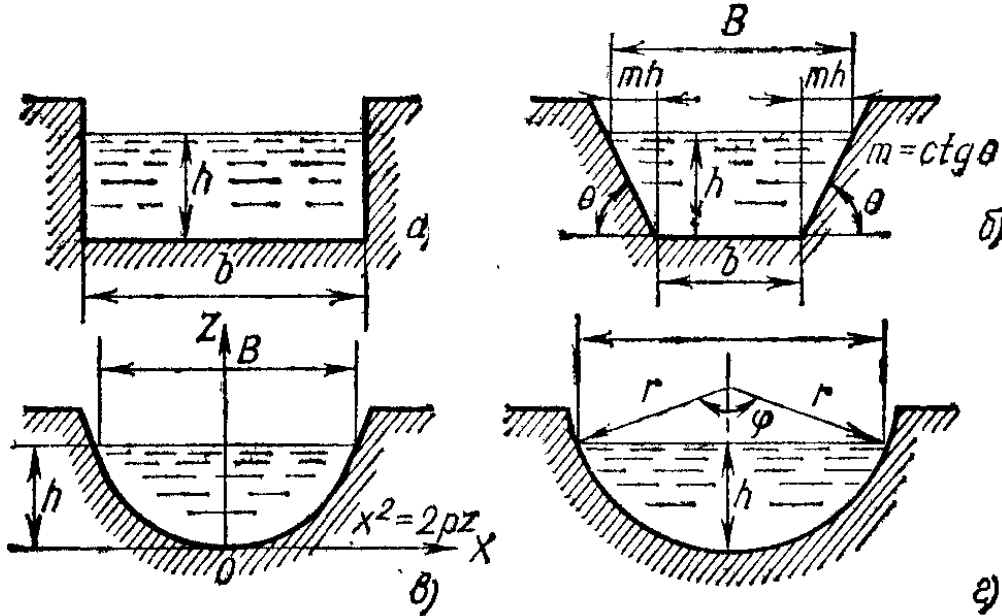


Рис. 15.4

Имеем

$$\frac{d\mathcal{E}}{dh} = \frac{d}{dh} \left(h + \frac{\alpha Q^2}{2g} \omega^{-2} \right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{d\omega}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3},$$

так как ранее было показано, что $\partial\omega/\partial h=B$; тогда для призматического русла $d\omega/dh=B$.

Отсюда

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dh} \right)_{кр} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B_{кр}}{g\omega_{кр}^3} = 0$$

или

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{\omega_{кр}^3}{B_{кр}}. \quad (15.17)$$

Уравнение (15.17) называется уравнением критического состояния. Для русла произвольной формы в общем виде оно решается подбором или графоаналитически, для русла правильного поперечного сечения возможны более простые решения.

Для прямоугольного русла (рис. 15.4, а) из (15.17) имеем

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}, \quad (15.18)$$

где $q=Q/b$ — удельный расход, т. е. расход на единицу ширины прямоугольного русла.

Для трапецеидального русла критическая глубина рассчитывается аналитическим способом, предложенным И. И. Агроскиным. На рис. 15.4, б даны следующие обозначения: b — ширина сечения по дну; h — глубина наполнения; $m = \text{ctg } \theta$ — коэффициент откоса. Тогда

$$\omega = bh + mh^2 = (b + mh)h; \quad B = b + 2mh;$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2};$$

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1+m^2}}; \quad \beta = b/h.$$

Перепишем уравнение (15.17) в виде

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{(bh_{кр.т} + mh_{кр.т}^2)^3}{b + 2mh_{кр.т}} = \frac{b^2 h_{кр.т}^3 (1 + mh_{кр.т}/b)^3}{1 + 2mh_{кр.т}/b}. \quad (15.19)$$

Обозначим безразмерное отношение $mh_{кр.т}/b$ через $z_{т}$. Из (15.19) получим

$$h_{кр}^3 = h_{кр.т}^3 \frac{(1 + z_{т})^3}{1 + 2z_{т}}$$

или

$$h_{кр.т} = h_{кр} \frac{\sqrt[3]{1 + 2z_{т}}}{1 + z_{т}}, \quad (15.20)$$

где $h_{кр} = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}$ — критическая глубина в прямоугольном русле с тем же расходом Q и той же шириной по дну, что и у рассматриваемой трапеции.

По аналогии с $z_{т}$ введем обозначение $z_{п} = mh_{кр}/b$ для прямоугольного русла (m — коэффициент откоса трапеции). Также из (15.19) получим

$$z_{п} = \frac{z_{т}(1 + z_{т})}{\sqrt[3]{1 + 2z_{т}}}. \quad (15.21)$$

Очевидно, что $h_{кр.т}/h_{кр} = z_{т}/z_{п}$.

Задаваясь различными значениями $z_{т}$, можно получить из (15.21) соответствующие $z_{п}$ и затем значения отношения

$h_{кр.т}/h_{кр}$. Эти значения сведены в табл. П.VIII приложения.

По найденным $h_{кр}$ и $z_{п} = mh_{кр}/b$ определяем $h_{кр.т}/h_{кр}$ и затем находим $h_{кр.т}$.

Для треугольного русла из (15.17) имеем

$$h_{кр.тр} = \sqrt[5]{\frac{2\alpha}{g} \left(\frac{Q}{m}\right)^2}. \quad (15.22)$$

Для параболического русла (рис. 15.4, в), описываемого уравнением $y^2 = 2pz$ (p — параметр параболы, имеющий линейную размерность), имеем

$$B = 2\sqrt{2p}; \quad \omega = \frac{2}{3} Bh;$$

$$\chi = p \left[\sqrt{2\tau(1+2\tau)} + \ln \sqrt{2\tau} + \sqrt{1+2\tau} \right] = pf(\tau),$$

где $\tau = h/p$; $m = 1/\sqrt{2\tau} = \text{ctg } \theta$ — на урезе воды. Тогда

$$h_{кр.пар} = \sqrt[4]{\frac{27\alpha Q^2}{64gp}}. \quad (15.23)$$

В заключение заметим, что совместное рассмотрение уравнений (15.9) и (15.17) приводит к выводу о равенстве параметра кинетичности единице при критическом состоянии потока, т. е. $\Pi_{к.кр} = 1$. Таким образом, оценка состояния потока может быть сделана по значению параметра кинетичности, а именно:

$\Pi_{к} < 1$ — спокойное состояние потока;

$\Pi_{к} > 1$ — бурное состояние потока.

15.5. КРИТИЧЕСКИЙ УКЛОН

Как видно из изложенного выше, критическая глубина зависит только от геометрической формы поперечного сечения русла и расхода, но не зависит от продольного уклона дна i . Кроме того, в призматическом русле критическая глубина постоянна по всей его длине.

При равномерном движении жидкости нормальная глубина, как это следует из (15.11), зависит именно от уклона. Тогда, очевидно, для любого призматического русла (при заданном расходе Q) можно подобрать такое значение i , при котором нормальная глубина h_0 станет равной $h_{кр}$.

Критическим уклоном называется уклон, при котором нормальная глубина равна критической.

Для определения $i_{кр}$ нужно решить совместно уравнения (15.11) и (15.17), принимая $h_0 = h_{кр}$:

$$\frac{\alpha \omega_{кр}^2 C_{кр}^2 R_{кр} i_{кр}}{g} = \frac{\omega_{кр}^3}{B_{кр}},$$

откуда

$$i_{кр} = \frac{\omega_{кр} g}{\alpha C_{кр}^2 R_{кр} B_{кр}} \text{ или } i_{кр} = \frac{g \chi_{кр}}{\alpha C_{кр}^2 B_{кр}},$$

так как $\omega_{кр} = R_{кр} \chi_{кр}$.

Из уравнения (15.11) следует, что нормальная глубина уменьшается с увеличением i . Поэтому если фактический уклон дна русла $i < i_{кр}$, то $h_0 > h_{кр}$ и поток при равномерном движении будет находиться в спокойном состоянии. Наоборот, при $i > i_{кр}$ поток при равномерном движении будет находиться в бурном состоянии, т. е. $h_0 < h_{кр}$.

Глава 16

РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ (КАНАЛАХ)

16.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.

ГИДРАВЛИЧЕСКИ НАИВЫГОДНЕЙШИЙ ПРОФИЛЬ

Основные особенности равномерного движения были изложены в гл. 3 и 8. При равномерном движении в открытом русле давление на свободной поверхности по длине не изменяется. Так же постоянно по длине значение скоростного напора $\alpha v^2/2g$. Следовательно, пьезометрический уклон свободной поверхности J_p при равномерном движении равен гидравлическому уклону J , который в свою очередь равен уклону дна i , т. е. $J = J_p = i$.

Равномерное движение характеризуется такими признаками:

- 1) расход постоянен;
- 2) русло призматическое;
- 3) глубина h , а следовательно (с учетом п. 2), форма и площадь живого сечения ω и χ , R постоянны;
- 4) шероховатость смоченной поверхности по длине не изменяется;
- 5) отсутствие местных сопротивлений;

б) неизменность положительного (прямого) уклона дна $i > 0$ по длине.

Условно можно считать, что в призматических каналах указанные условия выполняются. Условность связана с неизбежностью тех или иных местных нарушений равномерности движения (например, вблизи мостов, перегораживающих и других сооружений). Для дальнейшего рассмотрения принимаем, что движение равномерное. Расход при равномерном движении по (15.11)

$$Q = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0 i} \quad (16.1)$$

или по (15.12)

$$Q = K_0 \sqrt{i},$$

где $K_0 = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0}$ — расходная характеристика при равномерном движении.

Форма поперечного сечения каналов, проложенных в грунтах, может быть различной: трапецеидальной, параболической и полигональной. Сборные железобетонные лотки применяются в основном параболической или сегментной формы. Могут быть и другие формы поперечного сечения каналов.

Площадь всех форм живых сечений, кроме полукруга, для которого $\omega = 0,5 \pi r^2$, зависит от двух или более величин: для трапеции $\omega = f(b, h, m)$; для параболы $\omega = f(p, h)$; для сегмента с центральным углом φ площадь $\omega = f(\varphi, r)$ и т. д. Поэтому заданную площадь живого сечения данной формы можно получить, используя сколь угодно много различных сочетаний этих величин. При этом каждый из вариантов будет иметь свои значения гидравлического радиуса R и длины смоченного периметра χ .

Если найти такой вариант, при котором для неизменяемой $\omega = \text{const}$ смоченный периметр χ будет наименьшим χ_{min} , то гидравлический радиус $R = \omega / \chi = \text{const} / \chi_{min}$ будет максимально возможным в данных условиях. Следовательно, такой профиль живого сечения с $\omega = \text{const}$ и $R = \text{max}$ пропустит наибольший расход. Гидравлически наиболее выгодным сечением (профилем) канала называется такое, в котором при заданной площади живого сечения пропускная способность канала будет наибольшей, при этом имеется в виду, что коэффициент шероховатости n и уклон дна i заданы и неизменны.

Но чаще гидравлически наиболее выгодный профиль канала определяют как профиль, в котором при данных n и

i заданный расход проходит при минимальной площади живого сечения ω .

В земляных каналах минимизация ω приводит к уменьшениям выемки грунта, т. е. к экономии затрат. При наименьшей длине смоченного периметра возможно уменьшение объемов работ и материалов на укрепление откосов и дна. Кроме того, при χ_{min} снижаются и возможные потери на фильтрацию через борта и дно канала.

Обязательно надо учитывать, что проектировать гидравлически наивыгоднейший профиль можно только при условии, если величины, от которых зависит площадь живого сечения ω , заранее не заданы. Если задана глубина h или другой геометрический размер, то выбор вариантов невозможен и остальные параметры определяются однозначно из формулы Шези.

Для трапецеидального гидравлически наивыгоднейшего профиля значения относительной ширины по дну, подсчитанные по формулам

$$\beta_{г.н} = 2(\sqrt{1+m^2} - m); \quad (16.2)$$

$$h/R_{г.н} = 2,$$

приведены в табл. 16.1.

Таблица 16.1

m	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5	3	4
$\beta_{г.н}$	2	1,56	1,236	1	0,828	0,606	0,472	0,385	0,325	0,246

Таким образом, каналы гидравлически наивыгоднейшего профиля представлены относительно узкими и глубокими. Для прямоугольного гидравлически наивыгоднейшего профиля, т. е. $m=0$, $(h/b)_{г.н}=0,5$, а для трапецеидального профиля относительная глубина по табл. 16.1 изменяется в пределах $(h/b)_{г.н}=0,64 \div 4,06$ при увеличении m от 0,25 до 4,0. Для параболического русла гидравлически наивыгоднейшего профиля относительная глубина $\tau_{г.н} = (h/p)_{г.н} = 1,8856$.

В связи с этим крупные каналы не проектируют с гидравлически наивыгоднейшим профилем. Малые каналы, особенно мелиоративные, целесообразно проектировать с гидравлически наивыгоднейшим профилем (сечением) или с профилем, близким к гидравлически наивыгоднейшему. Этот вопрос будет рассмотрен в § 16.8.

16.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ И ПУЛЬСАЦИОННЫХ СКОРОСТЕЙ В БЕЗНАПОРНЫХ (ОТКРЫТЫХ) ПОТОКАХ

Распределение осредненных скоростей. Для открытых достаточно широких потоков распределение осредненных скоростей (рис. 16.1, а), начиная с некоторого расстояния от стенки, хорошо описывается формулами логарифмического закона.

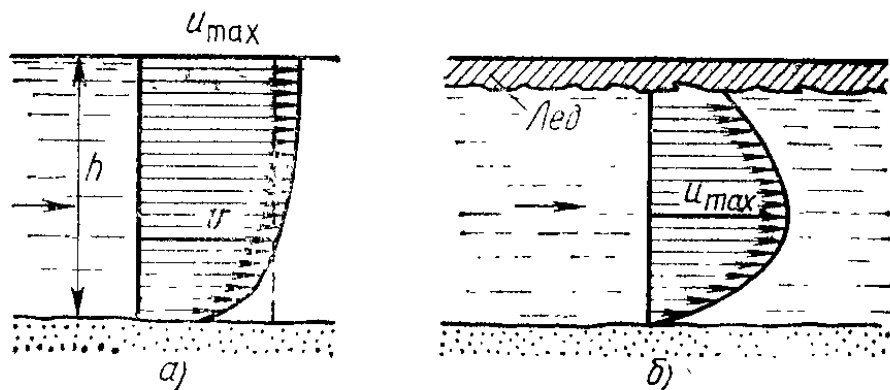


Рис. 16.1

Относительный дефицит местной скорости от максимальной в открытых руслах с учетом (8.24)

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = \frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{h}{z}. \quad (16.3)$$

Относительный дефицит средней скорости от максимальной, как и в трубах, величина постоянная для данных условий:

$$\frac{u_{\max} - v}{u_*} = \frac{1}{\kappa}.$$

Для открытого плоского потока можно также аналитически (см. § 8.5) получить $z_v \approx 0,4 h$, где h — глубина.

Для лабораторных лотков и каналов с жесткими стенками коэффициент $\kappa = 0,34 \div 0,4$ (см. § 8.4). Для рек коэффициент κ изменяется в более широких пределах $\kappa \approx 0,1 \div 1,3$; для земляных размываемых каналов $\kappa \approx 0,2 \div 0,6$.

Схематизация, принятая при определении z_v и интегрировании, конечно, не может соответствовать всему многообразию условий в естественных (реки) и искусственных (каналы) водотоках. Поэтому исследования, особенно проводимые в натуральных условиях, позволяют получить некоторые уточнения.

На распределение осредненных скоростей в натуральных условиях влияют многочисленные факторы. В ряде случаев максимальная скорость наблюдается в местах, заглубленных на некоторую величину под поверхность. Так, максимум скорости под ледяным покровом находится в

толще потока (рис. 16.1, б). При этом местоположение на вертикали точки, где наблюдается u_{max} , зависит от соотношения шероховатости дна и нижней поверхности льда.

При грядовой форме дна эпюры скоростей, измеренных в различных створах гряд (рис. 8.6) (на гребне, в подвалье и т. п.), могут отличаться.

На распределение осредненных скоростей оказывает влияние ветер (при встречном ветре, например, поверхностные слои затормаживаются и скорость в них может значительно уменьшиться), что приводит к перестроению эпюр.

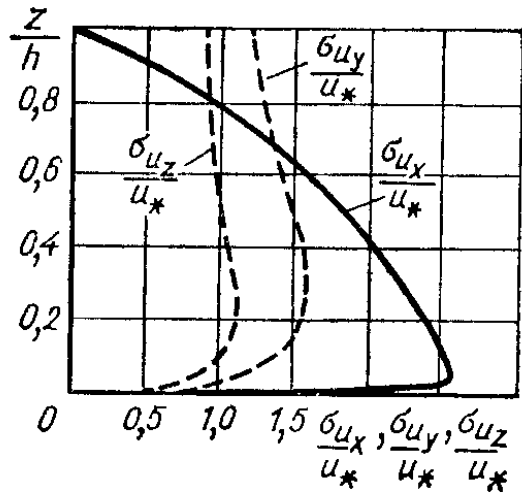


Рис. 16.2

Распределение скоростей по вертикали также зависит от относительной ширины русла и от размещения створа, где измеряются скорости, по отношению к стенкам русла.

В широких руслах, т. е. при $b/h \geq 5$ (b — ширина), распределение скоростей на осевой вертикали можно считать не зависящим от влияния стенок.

В узких руслах максимум скорости обычно наблюдается не на поверхности открытого потока.

При наличии в потоке взвешенных наносов форма эпюры скоростей также изменяется: чем выше содержание наносов, тем эпюра скоростей получается менее «полной».

Коэффициент кинетической энергии. Изменение коэффициентов α с изменением λ или C для каналов подчиняется другим зависимостям, чем для напорных труб. Натурные исследования, проведенные на больших каналах Средней Азии, проложенных в песчаных грунтах, показали, что при $\lambda = 0,02 \div 0,087$ коэффициент $\alpha \approx 1,2 + 0,7 \lambda$.

Распределение пульсационных составляющих скоростей. В открытых потоках распределение по вертикали пульсационных составляющих скорости неодинаково (рис. 16.2). Все три пульсационных составляющих скорости, характеризуемые среднеквадратичными отклонениями, отнесенными к динамической скорости (см. гл. 6), имеют в придонной области максимум, а затем по мере приближения к дну уменьшаются. Вблизи дна и берегов интенсивность продольных пульсаций больше, чем на оси потока.

Касательные напряжения. В открытых потоках максимальные значения касательного напряжения τ наблюдаются на уровне вершин выступов шероховатости. Затем τ убывает и по направлению к дну, и по нормали к нему.

16.3. КОЭФФИЦИЕНТЫ ШЕЗИ

Область сопротивления. В каналах, как проходящих в земляном русле, так и в бетонных, может наблюдаться не только квадратичная область сопротивления, но и переходная область. Однако в этих случаях применение формул для коэффициента Шези, предложенных для квадратичной области, не приводит к особым погрешностям.

В то же время во многих натуральных исследованиях экспериментально подтверждается, что при достаточно больших Re коэффициент λ не зависит от Re , т. е. наблюдается автомодельность по числу Re (движение происходит в квадратичной области сопротивления).

Неоднородная шероховатость по периметру русла (канала) встречается довольно часто. Так, откосы канала могут быть укреплены бетонной одеждой или каменной наброской, а дно может быть грунтовым. Русло может иметь неоднородную шероховатость по периметру при наличии ледяного покрова, шероховатость нижней поверхности которого отличается от шероховатости откосов и дна канала. Могут быть и другие случаи, в которых шероховатость по периметру неодинакова.

При наличии неоднородной шероховатости по периметру канала расчет коэффициента Шези обычно проводится по известным формулам (8.49), (8.51) с введением в них так называемого приведенного коэффициента шероховатости $n_{пр}$. Для его определения существует несколько формул, дающих приблизительно одинаковые численные результаты. Если известны части смоченного периметра с различной шероховатостью (сюда в общем случае включается и ледяной покров), например χ_1 , χ_2 и χ_3 , и соответственно коэффициенты шероховатости для этих частей периметра n_1 , n_2 и n_3 , то приведенный коэффициент шероховатости можно вычислить по формуле Павловского

$$n_{пр} = \sqrt{\frac{\chi_1 n_1^2 + \chi_2 n_2^2 + \chi_3 n_3^2}{\chi_1 + \chi_2 + \chi_3}}$$

Деформируемые русла. В земляных руслах, подверженных деформациям, кроме шероховатости частиц, слагающих русло и оцениваемых высотой выступа Δ (зернистая шероховатость), в гидравлических сопротивлениях учитываются и русловые образования различного характера. К ним относятся излуины, плесы и перекаты и другие крупные образования, характеризующие русловой процесс в реках и каналах.

Конечно, не все виды указанных крупных образований могут образоваться в данном водотоке. Условия их возникновения и существования рассматриваются в речной гидравлике и в теории руслового процесса.

Другие элементы рельефа деформируемых водотоков рифели (более мелкие формы донного рельефа), гряды (более крупные) (рис. 8.6)

и др. Коэффициент Дарси представляют в виде суммы коэффициента λ_{Δ} , отражающего зернистую шероховатость, и λ_{ϕ} , зависящего от донных форм рельефа:

$$\lambda = \lambda_{\Delta} + \lambda_{\phi}.$$

При необходимости добавляются члены, отражающие влияние растительности, а также ледяного покрова, и другие параметры.

Очевидно, что

$$1/C^2 = 1/C_{\Delta}^2 + 1/C_{\phi}^2.$$

Коэффициент λ_{Δ} помимо уже известных из (7.16) величин зависит от относительной гладкости в виде относительной глубины h/Δ , неоднородности грунтового материала, которая оценивается отношением диаметров частиц в выбранных характерных фракциях, и от других факторов. Коэффициент λ_{ϕ} (или C_{ϕ}) чаще всего представляют в виде функции относительных величин h/h_r , l_r/h_r или других параметров (h — глубина потока, h_r и l_r — высота и длина гряд). При этом коэффициент Шези увеличивается с увеличением относительной гладкости и относительной длины гряды.

Как уже указывалось в § 8.6, статистические параметры полнее всего оценивают шероховатость.

Ниже приводится формула (Д. В. Штеренлихт, А. П. Поладзаде) для коэффициента Шези, полученная по данным натурных исследований крупных каналов, проходящих в песчаных грунтах,

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = 6,18 \left(\frac{R}{h_{г.сп}} \right) \left(\frac{l_{г.сп}}{h_{г.сп}} \right),$$

где $h_{г.сп}$ и $l_{г.сп}$ — высота и длина гряд, определенные на основе статистического (в данном случае спектрального) анализа.

Заращение водотока. В каналах и реках при благоприятных температурных условиях может происходить заращение дна и откосов. Это приводит к уменьшению живого сечения и повышению шероховатости границ потока. В результате при неизменности перепада напоров происходит уменьшение скоростей движения воды и расхода. Увеличиваются потери воды на испарение и фильтрацию через дно и откосы канала, вследствие чего может начаться выпадение взвешенных в воде частиц наносов, т. е. заиление.

Заращение может охватить часть живого сечения или даже все живое сечение. Если растительность своевременно не удалить, то пропускная способность канала снижается, а если подавать постоянный расход, то глубины потока в зарастающем русле увеличиваются.

К зарастающим обычно относятся также поймы рек. При некоторых схемах поверхностных поливов сплошной травяной покров также может находиться на дне. Как показывают натурные и лабораторные исследо-

вания, наличие растительности сказывается на форме эпюры скорости (часто точка с максимальной скоростью располагается ниже свободной поверхности).

Наблюдаются случаи движения, при котором в заросшем водотоке потери напора по длине $h_{дл}$ пропорциональны первой степени средней скорости:

$$\lambda = 7500/Re \div 110000/Re,$$

имеются и предложения (А. Д. Асанова), по трехчленной зависимости

$$\lambda = \lambda_0 + a/Re + b/Re^2,$$

где λ_0 — коэффициент Дарси в незаросшем русле в данных условиях; a и b — коэффициенты.

В большинстве исследований заросших русел квадратичная область не зафиксирована.

Укажем, что коэффициенты λ (или C) в рассматриваемых условиях зависят от вида растений, соотношения высоты растений и глубины, от отношения части площади живого сечения, занятой растительностью, ко всей площади живого сечения, от гибкости растений, от количества растений на единице площади дна и откосов, от числа Re , подсчитанного по диаметру стеблей, от критериев, характеризующих поток в канале, и от ряда других факторов.

Влияние формы живого сечения. Гидравлический радиус в качестве характерного линейного размера в формулах для коэффициента Шези не является достаточно точным решением для всех форм живого сечения русла. На значения коэффициента Шези влияет и форма живого сечения, что проявляется тем сильнее, чем выше относительная шероховатость.

При прочих равных условиях наибольший коэффициент Шези имеют русла с криволинейной формой. Коэффициент Шези уменьшается от треугольного к прямоугольному живому сечению.

Разность значений коэффициента Шези для различных форм живого сечения может достигать по лабораторным данным максимально примерно до 15 %.

Влияние формы живого сечения на коэффициенты Шези — один из вопросов, подлежащих дальнейшему изучению. Пока же в расчетах применяют обычные формулы для коэффициента Шези без учета влияния формы живого сечения.

В расчетной практике отмеченные особенности потоков в деформируемых земляных руслах суммарно учитывают по коэффициентам шероховатости n . Принятые значения коэффициентов n при расчетах земляных русел могут быть не совсем точными, что зависит от полноты исходных данных. Поэтому целесообразно переходить к расчету коэффициентов Шези, при котором будут использоваться только объективно определяемые параметры шероховатости.

Анализ натуральных материалов, полученных на реках и крупных каналах в диапазоне изменения гидравлического радиуса от 2 до 5 м (каналы) и от 3 до 20 м (реки), позволил нам предложить в дополнение к (8.46) уточненную формулу для коэффициента Шези, отвечающую указанным натурным данным,

$$C = \frac{1}{n} + \frac{0,42 + 0,003R}{n} \lg R$$

или в среднем

$$C = \frac{1}{n} + \frac{0,45}{n} \lg R.$$

16.4. ДОПУСКАЕМЫЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ В КАНАЛАХ

Для обеспечения высокой надежности каналов необходимо принимать такое расчетное значение средней скорости v , при котором в канале не будет происходить ни размыв, ни заиление. При недопустимо высоких значениях скорости ($v > v_{\text{доп}}$) борта и дно могут подвергаться разрушению (это касается и каналов с жесткими одеждами) и размыву. При недопустимо малых скоростях ($v < v_{\text{нез}}$) в канале могут выпадать взвешенные в воде наносы и канал будет постепенно заиляться. Заиление может происходить не только в земляных, но и в бетонных каналах.

Под допускаемой неразмывающей средней скоростью $v_{\text{доп}}$ понимается наибольшее значение средней скорости движения воды, при которой поток не может вызвать недопустимого для нормальной эксплуатации размыва (разрушения) русла.

За незаиляющую скорость $v_{\text{нез}}$ принимается наименьшее значение средней скорости движения, при которой поток способен транспортировать без осаждения находящиеся в нем наносы.

Как размыв, так и заиление нарушают нормальную работу каналов.

Существует весьма большое количество формул как для $v_{\text{доп}}$, так и для $v_{\text{нез}}$. Имеются и различные ведомственные нормативы, отражающие специфику работы сооружений разного назначения.

Значения допускаемой неразмывающей скорости (средней $v_{\text{доп}}$ и донной $u_{\text{дсп}}$ на уровне выступов шероховатости) принимаются в соответствии с результатами исследований, которые выполнил акад. Ц. Е. Мирцхулава.

Допускаемые скорости определены при логарифмическом распределении осредненных скоростей по вертикали. Принято, что высота выступа шероховатости для однородных грунтов $\Delta = 0,7 d$ [d — средний размер частиц несвязного или агрегатов (отдельностей) связного грунта для неоднородного грунта $\Delta = 0,7 d_{95}$].

Рассмотрим сначала несвязные грунты. Несвязный грунт считается однородным, если $d_{95}/d_5 \leq 5$, где d_5 и d_{95} — диаметр частиц, меньше которых в данном грунте содержится по массе соответственно 5 % и 95 %.

Для однородных несвязных грунтов при глубине h

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{доп}} &= \lg \frac{8,8h}{d} \sqrt{\frac{2m}{0,44\rho n} [g(\rho_{\text{гр}} - \rho) d + 2C_{\text{ун}}^{\text{н}} k];} \\ u_{\Delta\text{доп}} &= 1,25 \sqrt{\frac{2m}{0,44\rho n} [g(\rho_{\text{гр}} - \rho) d + 2C_{\text{ун}}^{\text{н}} k]}, \end{aligned} \right\} \quad (16.4)$$

где $v_{\text{доп}}$ — средняя по сечению допускаемая неразрывающая скорость потока, м/с; $u_{\Delta\text{доп}}$ — допускаемая неразрывающая донная скорость потока на высоте выступов шероховатости Δ , м/с; $\rho_{\text{гр}}$, ρ — плотность материала частиц грунта и воды, кг/м³; d — средний (средневзвешенный) диаметр частиц грунта, м; $C_{\text{ун}}^{\text{н}}$ — усталостная прочность на разрыв несвязного грунта, Па, этим параметром учитывается появление ощутимых сил сцепления при мелкозернистости грунта (при $d < 0,25$ мм); m — коэффициент условий работы, учитывающий (для каналов, прокладываемых в несвязных грунтах) влияние наносов в коллоидном состоянии на размывающую способность потока; при содержании в воде глинистых частиц менее 0,1 кг/м³ коэффициент $m = 1$, при наличии в воде этих частиц 0,1 кг/м³ и более $m > 1$; n — коэффициент перегрузки, учитывающий изменение размывающей способности потока под влиянием пульсационного характера скоростей и другие случаи вероятного превышения нагрузок на частицы грунта над расчетными значениями; k — коэффициент, характеризующий вероятность отклонения сил сцепления от среднего значения, его можно принять равным $k = 0,5$.

Усталостная прочность на разрыв несвязного грунта приближенно определяется по формуле $C_{\text{ун}}^{\text{н}} = 1,72 \cdot 10^{-4} d^{-1}$, где d — в м, $C_{\text{ун}}^{\text{н}}$ — в Па.

Коэффициент перегрузки равен

$$n = (u_{\Delta\text{макс}}/\bar{u}_{\Delta})^2,$$

где u_{Δ} и \bar{u}_{Δ} — максимальная мгновенная и осредненная (по времени) донная скорость на высоте выступов шероховатости. При $d < 0,001$ м можно n определять по приближенной формуле

$$n = 1 + \frac{d}{0,00005 + 0,3d}, \quad (16.5)$$

где d — в метрах.

При $d > 0,001$ м коэффициент перегрузки $n = 4$.

Значения $v_{\text{доп}}$ и $u_{\Delta \text{доп}}$, подсчитанные по (16.4) при $\rho_{\text{гр}} = 2650$ кг/м³, $m = 1$, приведены в табл. 16.2.

Т а б л и ц а 16.2

Средний размер частиц грунта d , мм	Допускаемые неразмывающие донные скорости на высоте выступов шероховатости $u_{\Delta \text{доп}}$, м/с	Допускаемые неразмывающие средние скорости $v_{\text{доп}}$, м/с, при глубине потока h , м			
		0,5	1	3	5
0,05	0,13	0,52	0,55	0,60	0,62
0,15	0,10	0,36	0,38	0,42	0,44
0,25	0,11	0,37	0,39	0,41	0,45
0,37	0,12	0,38	0,41	0,46	0,48
0,50	0,13	0,41	0,44	0,50	0,52
1,00	0,17	0,51	0,56	0,62	0,65
2,00	0,24	0,64	0,70	0,79	0,83
3,00	0,29	0,73	0,80	0,91	0,96
5,00	0,37	0,87	0,96	1,10	1,17

Если несвязные грунты неоднородны, то при определенных условиях учитывают возможное при их размыве явление естественной отмытки (самоотмытки) русла канала крупными фракциями грунта. При этом, если допустить незначительный размыв русла канала в начальный период его эксплуатации, более крупные фракции грунта покроют (отмытят) поверхность русла. Вследствие этого допускаемая неразмывающая скорость увеличивается, так как она будет определяться не для среднего диаметра частиц, а для среднего диаметра частиц отмытки $d_{\text{отм}}$. Значение допускаемой глубины размыва здесь ограничивают 5 % глубины потока, т. е. $h_{\text{доп}} \leq 0,05 h$.

Если необходимо рассчитать крепление русла каменной наброской, то средний размер (диаметр) устойчивого камня (грунта) определяется из (16.5).

Для связных грунтов (глины, суглинки, супеси) допускаемые неразмывающие скорости находят по формулам, предложенным Ц. Е. Мирцхулава,

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{доп}} &= \left(\lg \frac{8,8h}{d} \right) \sqrt{\frac{2m}{2,6\rho n} [g(\rho_{\text{гр}} - \rho) d + 1,25C_y^{\text{н}} k]}; \\ u_{\Delta\text{доп}} &= 1,25 \sqrt{\frac{2m}{2,6\rho n} [g(\rho_{\text{гр}} - \rho) d + 1,25C_y^{\text{н}} k]}, \end{aligned} \right\} (16.6)$$

где $C_y^{\text{н}}$ — нормативная усталостная прочность на разрыв связного грунта, Па; d — средний размер агрегатов (отрывающихся отдельностей) грунта, приведенный к диаметру равнообъемного пара, м; m — коэффициент условий работы; k — коэффициент однородности связных грунтов, характеризующий вероятность отклонения показателей сцепления от их средних величин в неблагоприятную сторону по сравнению с нормативной. При отсутствии данных по испытанию грунтов $k=0,5$; n — коэффициент перегрузки, определяется по формуле (16.5); при отсутствии данных специальных исследований пульсации скоростей для потоков с вполне развившейся турбулентностью принимают $n=4$.

Нормативная усталостная прочность на разрыв находится в зависимости от нормативного удельного сцепления грунта $C^{\text{н}}$ по формуле

$$C_y^{\text{н}} = 0,35C^{\text{н}}.$$

За нормативное удельное сцепление грунта $C^{\text{н}}$ принимается среднее значение сцепления поверхностного слоя грунта в состоянии капиллярного водонасыщения при полной влагоемкости, полученное по данным испытаний путем вдавливания сферического штампа, проведенных непосредственно на трассе проектируемого канала на отобранных на трассе образцах грунтов.

Значения нормативного удельного сцепления можно принимать по СНиП.

Произведение нормативного удельного сцепления $C^{\text{н}}$ на коэффициент однородности грунта k принимают в качестве расчетного удельного сцепления

$$C_{\text{расч}} = C^{\text{н}}k,$$

в зависимости от которого устанавливают допускаемую неразрывающую скорость потока по табл. 16.3, составленной по (16.6) при $\rho_{\text{г}}=2650$ кг/м³, $m=1$, $d=4$ мм, $\Delta=2,8$ мм.

Найденные по (16.6) значения приведены в табл. 16.3.

Значения коэффициента условий работы m , учитывающего влияние ряда факторов на $v_{\text{доп}}$ и $u_{\Delta\text{доп}}$, приведены в табл. 16.4.

Таблица 16.3

Расчетное сцепление $C_{расч}$, 10^6 Па	Допускаемые неразмывающие доиные скорости на высоте выступов эквивалентной шероховатости $u_{доп}$, м/с	Допускаемые неразмывающие средние скорости $v_{доп}$, м/с, при глубине потока h , м			
		0,5	1	3	5
0,005	0,16	0,39	0,43	0,49	0,52
0,010	0,18	0,44	0,48	0,55	0,58
0,020	0,21	0,52	0,57	0,65	0,69
0,030	0,24	0,59	0,64	0,74	0,78
0,040	0,27	0,65	0,71	0,81	0,86
0,050	0,29	0,71	0,77	0,89	0,98
0,100	0,39	0,96	1,04	1,20	1,27
0,125	0,42	1,03	1,13	1,30	1,37
0,150	0,46	1,13	1,23	1,41	1,49
0,200	0,53	1,28	1,40	1,60	1,69
0,250	0,58	1,42	1,55	1,78	1,88
0,300	0,63	1,54	1,69	1,94	2,04
0,400	0,74	1,79	1,96	2,25	2,38
0,500	0,82	1,99	2,17	2,50	2,63
0,600	0,89	2,16	2,38	2,72	2,88

Если $m \neq 1$, то значения допускаемых неразмывающих скоростей, найденные по табл. 16.2 и 16.4, следует умножить на \sqrt{m} .

Допускаемые размывающие скорости для связных засоленных грунтов значительно ниже, чем для незасоленных при тех же значениях $C_{расч}$.

Таблица 16.4

Условия работы каналов	Значения коэффициентов m для		
	магистральных каналов	межхозяйственных распределителей	хозяйственных распределителей
Наличие наносов:			
в коллоидном состоянии (более $0,1$ кг/м ³)	1,30	1,40	1,60
донных	0,75	0,80	0,85
Дно и откосы покрыты растительностью	1,10	1,15	1,20
При длительных перерывах работы каналов:			
для районов недостаточно увлажнения	0,20	0,22	0,25
для районов с влажным климатом	0,60	0,70	0,80

Незаиляющие скорости. Средняя незаиляющая скорость $v_{\text{нез}}$ соответствует состоянию, когда мутность потока $\rho_{\text{н}}$ (т. е. содержание наносов в единице объема воды) равна его транспортирующей способности $\rho_{\text{т}}$. Транспортирующая способность потока — то максимальное количество наносов, содержащееся в единице объема воды, которое поток способен транспортировать без их осаждения.

Приведем формулы для $\rho_{\text{т}}$, предложенные Е. А. Замариным для водотоков, где мутность $\rho_{\text{н}}$ не превышает 5—6 кг/м³. Гидравлической крупностью наносов w называется скорость равномерного падения частицы наносов в неподвижной воде.

По Замарину:

при $0,0004 < w < 0,002$ м/с

$$\rho_{\text{т}} = 11v \sqrt{\frac{v}{w}} \sqrt{Ri}; \quad (16.7)$$

при $0,002 < w < 0,008$ м/с

$$\rho_{\text{т}} = 0,22 (v/w)^{3/2} \sqrt{Ri}. \quad (16.8)$$

Из (16.7) или (16.8) при соответствующих значениях w можно найти среднюю незаиляющую скорость $v_{\text{нез}}$.

Гидравлическая крупность зависит от размера и формы частиц наносов и от кинематической вязкости воды. При расчетах обычно принимают w как средневзвешенное значение гидравлических крупностей для каждой из фракций.

Итак, при проектировании канала надо обеспечить, чтобы средняя скорость находилась в пределах

$$v_{\text{доп}} > v > v_{\text{нез}},$$

но при этом средняя скорость не может быть больше, чем $v_{\text{г.н}}$, соответствующая условиям гидравлически наивыгоднейшего профиля, т. е. $v_{\text{г.н}} = (C \sqrt{R})_{\text{г.н}} \sqrt{i}$. Таким образом, если $v_{\text{доп}} > v_{\text{г.н}}$, то средняя скорость должна быть ограничена в пределах $v_{\text{г.н}} > v > v_{\text{нез}}$.

16.5. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ ПРИ РАСЧЕТЕ КАНАЛОВ

Основные типы задач.

1. Заданы все элементы живого сечения, а также m , n . Необходимо найти расход Q и среднюю скорость v .

1а. Задан расход Q , линейные размеры, m и n . Необходимо найти уклон i .

Решение задач этого типа проводится прямой подстановкой вычисленных ω , R , C в (16.1).

2. Заданы Q , m , n , i , один из геометрических элементов живого сечения (b или h для трапецеидального сечения и r или h для параболического). Необходимо найти другой линейный элемент живого сечения, а затем среднюю скорость v .

Решение ведется с помощью подбора. Задаемся несколькими значениями неизвестного параметра, для каждого из значений находим по уравнению Шези расход Q . Найдя расход, равный заданному, тем самым определим неизвестный линейный элемент. Расчет можно вести с построением графика зависимости расхода от неизвестного геометрического элемента. Средняя скорость определяется просто. Задача по отысканию ширины трапеции по дну b при неудачном задании h может не иметь решения.

3. Известны Q , i , m , n . Необходимо найти размеры элементов живого сечения и среднюю скорость v .

Неопределенность таких задач нейтрализуется введением в них дополнительных условий:

а) канал должен быть гидравлически наивыгоднейшего профиля, т. е. иметь $\beta_{г-н} = 2(\sqrt{1+m^2}-m)$ для трапецеидального или $\tau_{г-н} = 1,8856$ для параболического сечения;

б) канал должен иметь заданное отношение $\beta = b/h$ для трапецеидального или B/h для параболического сечения.

Эти дополнительные условия помогают свести решения этих задач или к использованию уравнения Шези, или к подбору.

Например, для трапецеидального сечения подстановка $b = \beta h$ позволяет выразить

$$\omega = (\beta + m) h^2;$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} = h(\beta + 2\sqrt{1+m^2});$$

$$R = \frac{\beta + m}{\beta + 2\sqrt{1+m^2}} h;$$

$$Q = \frac{h^{2,5+y}}{n} (\beta + m) \left(\frac{\beta + m}{\beta + 2\sqrt{1+m^2}} \right)^{0,5+y} \sqrt{i}.$$

Далее определяется h , затем b и v .

4. Известны Q , v , i , m , n . Необходимо найти элементы живого сечения.

Определить $C \sqrt{R} = v/\sqrt{i}$ по известным v и i , затем по табл. П.VI приложения или подбором найти R при заданном значении n .

Для трапецеидального сечения при известном R найдем b и h из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{Q}{v} (b + mh) h; \\ \chi &= b + 2h \sqrt{1 + m^2}. \end{aligned} \right\} \quad (16.9)$$

Для параболического сечения p и h определяются подбором из системы

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{Q}{v} = \frac{4}{3} h \sqrt{2p} \sqrt{h}; \\ \chi &= p \left[\sqrt{2\tau(1+2\tau)} + \ln(\sqrt{2\tau} + \sqrt{1+2\tau}) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (16.10)$$

Могут встретиться и некоторые промежуточные виды задач. Следует отметить, что метод подбора позволяет получить решение задач равномерного движения в открытых руслах произвольной формы при достаточном количестве исходных известных величин.

16.6. ОСНОВЫ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАСЧЕТА КАНАЛОВ В БЕЗРАЗМЕРНЫХ ВЕЛИЧИНАХ

Способ расчета призматических каналов по характеристикам живого сечения был предложен И. И. Агроскиным.

На основании изучения геометрии отдельного живого сечения, представленного рядом линейных размеров (глубины, средней ширины, гидравлического радиуса и т. п.), можно прийти к заключению, что взаимосвязи отдельных элементов должны проявляться в виде безразмерных величин.

Для установления взаимосвязей необходимо сравнивать расход через данное живое сечение с расходом через какое-либо определенное живое сечение, взятое в качестве эталона.

При гидравлическом расчете каналов любой формы за такой эталон принимается живое сечение той же формы, но гидравлически наивыгоднейшее, т. е. с наибольшей пропускной способностью в данных условиях.

Для квадратичной области сопротивления при равномерном движении запишем

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{i}} = \omega C \sqrt{R} = \omega \frac{1}{n} R^{0.5+y}. \quad (16.11)$$

Введем безразмерную величину, равную отношению площади живого сечения к квадрату гидравлического радиуса, и обозначим ее $\psi = \omega/R^2$.

Размерные величины ω и R в расходной характеристике представляют собой геометрию живого сечения.

Безразмерная величина ψ может зависеть только от некоторой другой безразмерной величины, которая сама должна полностью характеризовать геометрию живого сечения. Такая безразмерная величина называется характеристикой живого сечения.

Параболическое сечение определяется параметром параболы p , зная который, можно построить параболу по уравнению $y^2 = 2pz$. Задавая еще глубину воды h , можно зафиксировать живое сечение. Таким образом, две размерные величины p и h или их безразмерное отношение $\tau = h/p$ характеризуют живое сечение.

Величина $\tau = h/p$ называется характеристикой живого сечения в параболическом русле.

Характеристика живого сечения трапецеидального русла, также полностью определяющая живое сечение,

$$\sigma = m_0 h / b_{\text{ср}}, \quad (16.12)$$

где $m_0 = 2 \sqrt{1 + m^2} - m$ — характеристика откоса.

Из всех возможных безразмерных величин, составленных из геометрических элементов живого сечения, только τ (для параболического сечения) и σ (для трапецеидального сечения) полностью характеризуют живое сечение данной формы для каждой из характеристик.

Перепишем (16.11) с учетом того, что $\omega = \psi R^2$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= \psi C R^{2,5} \\ \text{или} \\ nK_0 &= \psi R^{2,5+y}. \end{aligned} \right\} \quad (16.13)$$

В канале той же формы, с тем же коэффициентом шероховатости, при том же значении $K_0 = Q/\sqrt{i}$, но гидравлически наиболее выгодного профиля будем иметь

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= \psi_{\text{г.н}} (C R^{2,5})_{\text{г.н}} \\ \text{или} \\ nK_0 &= \psi_{\text{г.н}} R_{\text{г.н}}^{2,5+y}. \end{aligned} \right\} \quad (16.14)$$

Так как гидравлический радиус $R_{г.н}$ максимальный, то при данных значениях n и K_0 величина $\psi_{г.н}$ должна быть минимальной.

Далее можно найти значения $\psi_{г.н}$ для различных форм живого сечения. Из (16.14) можно получить

$$R_{г.н} = \sqrt[2,5+y]{\frac{Qn}{\psi_{г.н} \sqrt{i}}} \quad (16.15)$$

Обозначив $F(R_{г.н}) = (CR^{2,5})_{г.н}$, получим

$$F(R_{г.н}) = \frac{Q}{\psi_{г.н} \sqrt{i}} = \frac{K_0}{\psi_{г.н}} \quad (16.16)$$

Величина $R_{г.н}$ может быть найдена или непосредственно из (16.15), или после отыскания по известным K_0 и $\psi_{г.н}$ значения $F(R_{г.н})$. По найденному значению $K_0/\psi_{г.н}$ в табл. П. VI найдем величины $CR^{2,5}$ и затем $R_{г.н}$.

Отметим, что в (16.3) показатель степени $2,5+y \approx \approx 2,65 \div 2,8$. Значение $2,5+y=2,7$ при расчетах не будет давать отличий, которые надо было бы учитывать, по сравнению с показателями 2,5 и 2,8 до $R \leq 3$ м. При бóльших R целесообразно для расчета принимать точные значения показателя степени $2,5+y$.

Величина $R_{г.н}$ принята в рассматриваемом способе расчета в качестве основного масштаба. Все элементы каналов выражаются в безразмерном виде через $R_{г.н}$.

Из (16.13) и (16.14) имеем безразмерный гидравлический радиус

$$R/R_{г.н} = \sqrt[2,7]{\psi_{г.н}/\psi} \quad (16.17)$$

безразмерную площадь

$$\omega/R_{г.н}^2 = \psi R^2/R_{г.н}^2 = \psi (R/R_{г.н})^2 \quad (16.18)$$

безразмерную скорость

$$v/v_{г.н} = \omega_{г.н}/\omega = \psi_{г.н} R_{г.н}^2/(\psi R^2) \quad (16.19)$$

Любой элемент живого сечения канала (b , h , $b_{ср}$, B , p и т. д.) может быть выражен в безразмерном виде через безразмерные коэффициенты α .

Например, для трапеции

$$h/R = 1 + \sigma; \quad b_{ср}/h = m_0(1 + \sigma)/\sigma; \quad \omega/R^2 = \psi = m_0(1 + \sigma)^2/\sigma,$$

коэффициенты

$$\alpha_h = 1 + \sigma; \quad \alpha_{b_{ср}} = m_0(1 + \sigma)/\sigma \text{ и т. д.,}$$

отношение

$$R/R_{г.н} = \sqrt[2.7]{4\sigma/(1 + \sigma)^2}. \quad (16.17a)$$

Тогда, подставив в (16.17) и (16.17a) вместо R величины $h\alpha_h^{-1}$ или $b_{ср}\alpha_{b_{ср}}^{-1}$ и т. д., получим

$$\frac{h}{R_{г.н}} = \alpha_h \sqrt[2.7]{\frac{\psi_{г.н}}{\psi}} = (1 + \sigma) \sqrt[2.7]{\frac{4\sigma}{(1 + \sigma)^2}}; \quad (16.20)$$

$$\frac{b_{ср}}{R_{г.н}} = \alpha_{b_{ср}} \sqrt[2.7]{\frac{\psi_{г.н}}{\psi}} = \frac{m_0(1 + \sigma)}{\sigma} \sqrt[2.7]{\frac{4\sigma}{(1 + \sigma)^2}}. \quad (16.21)$$

Последнее отношение записывают в виде $b_{ср}/(m_0R_{г.н})$, для того чтобы в правой части, также как и для $h/R_{г.н}$, безразмерные элементы живого сечения были функциями только характеристики живого сечения, в данном случае σ :

$$\frac{v}{v_{г.н}} = \left[\frac{4\sigma}{(1 + \sigma)^2} \right]^{1.74}. \quad (16.22)$$

Далее, относительная ширина по дну $b/R_{г.н}$ зависит от σ и от коэффициента откоса m .

Таким образом была составлена табл. П.VII для трапецидального сечения: задавались значения σ и по выведенным выше формулам вычислялись безразмерные элементы живого сечения. Аналогично получена табл. П.IX для параболического сечения, связь между элементами которых дана в § 16.7.

В каждой такой таблице каждая строчка отражает неограниченное количество живых сечений с разными размерами элементов, но с одной характерной особенностью: эти живые сечения имеют одинаковое значение характеристики живого сечения. Размеры одноименных элементов живых сечений, охватываемых одной строкой таблицы, самые различные, но их безразмерное выражение для каждого элемента одно и то же.

16.7. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЖИВЫХ СЕЧЕНИЙ С РАЗЛИЧНОЙ ФОРМОЙ. ВЗАИМОСВЯЗИ ЭЛЕМЕНТОВ ЖИВОГО СЕЧЕНИЯ

Выше было показано, что при гидравлически наивыгоднейшем профиле значение безразмерной площади $\psi_{г.н} = (\omega/R^2)_{г.н}$ минимальное. Поэтому для живых сечений призматических каналов с любой формой необходимо записать ψ как функцию характеристики живого сечения и, выполнив анализ этой функции, из условия $\psi_{г.н} = \min$ най-

ти искомые значения как $\psi_{г.н}$, так и характеристики живого сечения гидравлически наивыгоднейшего профиля.

Трапецеидальное сечение. Для живого сечения в виде трапеции имеем

$$\omega = b_{ср} h,$$

где $b_{ср}$ — средняя линия трапеции;

$$\begin{aligned} \chi &= b + 2h \sqrt{1 + m^2} = (b_{ср} - mh) + 2h \sqrt{1 + m^2} = \\ &= b_{ср} + h (2 \sqrt{1 + m^2} - m) = b_{ср} \left[1 + \frac{h}{b_{ср}} (2 \sqrt{1 + m^2} - \right. \\ &\quad \left. - m) \right] = b_{ср} [1 + \sigma]. \end{aligned}$$

Характеристика живого сечения трапецеидальной формы

$$\sigma = m_0 h / b_{ср}$$

отражает все факторы, от которых зависит геометрия трапеции.

Характеристика откоса m_0 равна

$$m_0 = 2 \sqrt{1 + m^2} - m. \quad (16.23)$$

Имеем

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{\omega}{\chi} = \frac{h}{1 + \sigma}; \quad \omega = \frac{m_0 \sigma}{h^2}; \\ \psi &= \frac{\omega}{R^2} = m_0 \frac{(1 + \sigma)^2}{\sigma} = \psi(\sigma); \\ \frac{d[\psi(\sigma)]}{d\sigma} &= m_0 \frac{2(1 + \sigma)\sigma - (1 + \sigma)^2}{\sigma^2}. \end{aligned} \right\} \quad (16.24)$$

Приравняв $d[\psi(\sigma)]$ нулю, находим

$$\sigma_{г.н} = 1 \text{ и } \psi_{г.н} = 4m_0. \quad (16.25)$$

Для гидравлически наивыгоднейшего профиля

$$(h/R)_{г.н} = 2; \quad (b_{ср}/h)_{г.н} = m_0; \quad (b_{ср}/m_0 R)_{г.н} = 2.$$

Введем относительную ширину трапеции по дну $\beta = b/h$ и запишем

$$\sigma = \frac{m_0 h}{b_{ср}} = \frac{m_0 h}{b + mh} = \frac{m_0}{\beta + m} \quad (16.26)$$

или

$$\beta = m_0 / \sigma - m. \quad (16.27)$$

Тогда для гидравлически наивыгоднейшего профиля
($\sigma_{г.н} = 1$)

$$\beta_{г.н} = m_0 - m = 2(\sqrt{1 + m^2} - m). \quad (16.28)$$

Для трапецеидального канала по (16.17)

$$R/R_{г.н} = \sqrt[2.7]{4\sigma/(1 + \sigma)^2}. \quad (16.29)$$

Остальные безразмерные элементы канала получаются на основе преобразований, показанных в § 16.6.

Основная величина $R_{г.н}$ определяется по (16.15):

$$R_{г.н} = \sqrt[2.7]{(4m_0)^{-1} K_0 n}$$

или

$$F(R_{г.н}) = (CR^{2.5})_{г.н} = \frac{Q}{4m_0 \sqrt{i}}, \quad (16.30)$$

где $K_0 = Q/\sqrt{i}$.

Параболическое сечение. Для такого сечения

$$\left. \begin{aligned} B &= 2\sqrt{ph} = 2\sqrt{\tau} p = 2,828p\sqrt{\tau}; \\ \omega &= \frac{2}{3} Bh = \frac{4\sqrt{\tau}}{3} ph = 1,8856\tau^{1.5} p^2; \\ \chi &= p [\sqrt{2\tau(1+2\tau)} + \ln(\sqrt{2\tau} + \sqrt{1+2\tau})] = \\ &= pf(\tau); \\ R &= \frac{\omega}{\chi} = \frac{1,8856\tau^{1.5} p}{f(\tau)}. \end{aligned} \right\}$$

Отсюда

$$\psi = \frac{\omega}{R^2} = \frac{[f(\tau)]^2}{1,8856\tau^{1.5}} = \psi(\tau).$$

Приравняв $\frac{d\psi(\tau)}{d\tau}$ нулю, находим, что

$$\left. \begin{aligned} \tau_{г.н} &= 1,8856; \\ \psi_{г.н} &= 6,56. \end{aligned} \right\} \quad (16.31)$$

Далее находим

или

$$\left. \begin{aligned}
 R_{г.н} &= \sqrt[2,7]{\frac{K_0 n}{\psi_{г.н}}} = 0,498 \sqrt[2,7]{K_0 n} \\
 F(R_{г.н}) &= (CR^{2,5})_{г.н} = \frac{Q}{6,56 \sqrt{i}} = \\
 &= 0,152 \frac{Q}{\sqrt{i}}; \\
 \frac{R}{R_{г.н}} &= \sqrt[2,7]{\frac{6,56}{\psi(\tau)}} = f_1(\tau).
 \end{aligned} \right\} (16.32)$$

Остальные элементы сведены в табл. П.IX.

Круговое (сегментное) сечение. Круговое сечение определяется радиусом r , для определения живого сечения требуется еще значение глубины h . Но относительная глубина $h/r = 2 \sin^2 \varphi / 4$ (φ — центральный угол сегмента).

Центральный угол φ поэтому принят в качестве характеристики рассматриваемого сечения.

Для сегментного сечения

$$\left. \begin{aligned}
 \varphi_{г.н} &= \pi; \\
 \psi_{г.н} &= (\omega/R^2)_{г.н} = 2\pi = 6,28.
 \end{aligned} \right\} (16.33)$$

Отметим, что полукруг — абсолютно гидравлически наивыгоднейший профиль среди всех возможных форм живого сечения.

16.8. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТОВ КАНАЛОВ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ

Указанные в § 16.5 основные задачи легко решаются с помощью таблиц, составленных И. И. Агроскиным. В задачах первого типа, вычислив R , по табл. П.VI находим значение $C \sqrt{R}$, а затем продолжаем вычисления.

Вычисления при решении остальных типов задач начинаются с определения $R_{г.н}$ через $F(R_{г.н}) = Q / (\psi_{г.н} \sqrt{i})$ с последующим обращением к табл. П.VI по формуле (16.15). Величины $C \sqrt{R}$ и $CR^{2,5}$ от формы сечения не зависят.

В задачах второго типа при заданном линейном элементе живого сечения необходимо найти недостающий линейный размер. Находим отношение известного линейного элемента к $R_{г.н}$ и по численному значению этого отношения

в табл. П.VII или П.IX (соответствующему данной форме живого сечения) находим значение безразмерного отношения искомого линейного параметра к $R_{г.н}$. Умножив это значение на $R_{г.н}$, найдем искомую величину.

В задачах третьего типа для канала гидравлически наилучшего профиля используется $\sigma_{г.н} = 1$ (трапеция) или $\tau_{г.н} = 1,8856$ (парабола).

При заданном значении β (для трапеции) и B/h (для параболы) используются формулы, связывающие характеристику живого сечения и заданный параметр [например, (16.26) для трапеции]. Найдя по вычисленному значению σ соответствующую строку в таблице, принимаем по этой строке все необходимые безразмерные отношения линейных элементов живого сечения к $R_{г.н}$ и затем находим значения этих элементов ($R_{г.н}$ найден предварительно).

При известной величине средней скорости v (задача четвертого типа) определяется $R_{г.н}$, затем $v_{г.н}$ и затем отношение $v/v_{г.н}$.

По найденной величине $v/v_{г.н}$ аналогично третьему типу задач определяются безразмерные отношения линейных элементов к $R_{г.н}$. Далее находим размеры линейных элементов.

Трапецеидальные каналы гидравлически наилучшего профиля относительно узкие (см. табл. 16.1), что осложняет их строительство. В связи с этим представляет большой интерес рассмотрение возможности создания трапецеидальных каналов, в которых отношение $v/v_{г.н}$ было бы незначительно (например, не более 5 %) меньше единицы. Следовательно, в таких каналах $\omega/\omega_{г.н}$ незначительно (также не более 5 %) превышает единицу. При столь малых отклонениях от $\omega_{г.н}$ (напомним, что она минимальная при данном расходе) отношения b/h при «удалении» от гидравлически наилучшего профиля резко растут, а это и необходимо. Поэтому если нельзя запроектировать канал гидравлически наилучшего профиля, рекомендуется запроектировать канал, назначая требуемое отношение $v/v_{г.н}$ (тем самым и $\omega/\omega_{г.н}$), и расчет ведется как для задачи четвертого типа.

Обычно назначают $\omega \leq (1,01 \div 1,05) \omega_{г.н}$. Такого увеличения отношения $\omega/\omega_{г.н}$ в большинстве случаев достаточно для получения приемлемых значений относительной ширины канала.

16.9. РАСЧЕТ КАНАЛОВ ЗАМКНУТОГО СЕЧЕНИЯ

Равномерное движение в безнапорных водоводах замкнутого сечения характерно для водоотводных труб, туннелей и других конструкций, работающих при неполном заполнении.

В некоторых случаях равномерное движение наблюдается не при всех глубинах.

При равномерном движении расчеты ведутся по уравнению Шези с учетом особенностей, присущих только руслам замкнутого сечения. В них при превышении некоторого значения глубины наполнения для круглой трубы ($h/d = 0,813$) увеличение χ происходит интенсивнее, чем увеличение ω . Вследствие этого гидравлический радиус уменьшается, хотя глубина растет.

Расход и средняя скорость в каналах замкнутого сечения определяются по формулам

$$Q = AK_{\Pi} \sqrt{i} = A\omega_{\Pi} C_{\Pi} \sqrt{R_{\Pi} i}; \quad (16.34)$$

$$v = BC_{\Pi} \sqrt{R_{\Pi} i}, \quad (16.35)$$

где $A = K/K_{\Pi}$ — относительная расходная характеристика; $B = v/v_{\Pi}$ — относительная средняя скорость; K — расходная характеристика и v — средняя скорость при неполном наполнении. Индекс «п» соответствует полному наполнению.

Для круглых труб график зависимости величин A и B от относительной глубины наполнения h/d представлен на рис. 16.3. Очевидно, что рассчитанные значения A и B имеют максимум при $h/d = 0,95$ (для A) и $h/d = 0,813$ (для B).

Однако исследования Н. Ф. Федорова и Ю. М. Константинова показали, что при больших наполнениях расход и средняя скорость имеют меньшие значения, чем вычисленные по (16.34) и (16.35) с использованием A и B из рис. 16.3. Поэтому рекомендуется принимать A и B согласно пунктирным линиям на рис. 16.3.

Дренажные трубы рассчитывают как безнапорные, но полностью заполненные, т. е. $A = 1$. В этом случае при

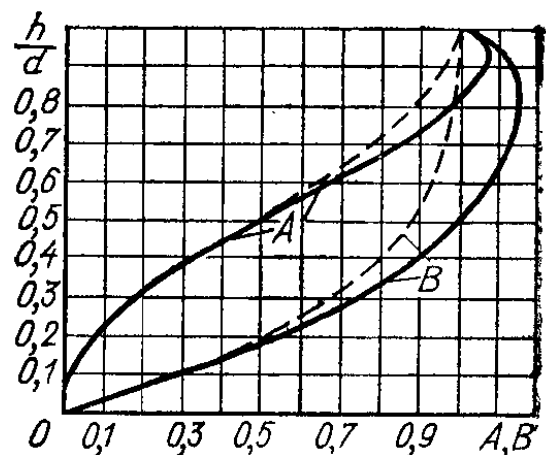


Рис. 16.3

известном расходе $K = Q/\sqrt{i}$, а затем определяют необходимый диаметр труб.

Трубы и туннели, для которых применяются замкнутые сечения специальных форм, рассчитываются также по (16.34) и (16.35). Величины A и B при этом принимаются по приводимым в справочниках графикам, соответствующим каждой форме сечения в зависимости от относительной глубины наполнения.

Глава 17

УСТАНОВИВШЕЕСЯ НЕРАВНОМЕРНОЕ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ И НЕПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ

17.1. ФОРМЫ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОТОКА В ОТКРЫТЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ С ПРЯМЫМ УКЛОНОМ ДНА ($i > 0$)

При рассмотрении в гл. 16 равномерного движения жидкости в открытых призматических руслах указывались условия, при соблюдении которых происходит равномерное движение. При нарушении этих условий, например при возведении в русле плотины (см. рис. 17.2) или перепада (см. рис. 17.3), движение станет неравномерным, при этом глубины будут отличаться от нормальных. В зависимости от гидравлических условий, создающихся при возведении сооружений, и состояния потока глубины могут по длине потока увеличиваться или уменьшаться по мере приближения к сооружению, а скорости при этом будут соответственно уменьшаться или увеличиваться.

Проанализируем формы свободной поверхности потока в открытых призматических руслах при уклонах дна $i > 0$. Учтем, что след свободной поверхности на продольной вертикальной плоскости будет криволинейным. Эти следы являются кривыми свободной поверхности.

Для анализа используем уравнение (15.8), записав его в виде

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{1 - (K_0/K)^2}{1 - \Pi_K}, \quad (17.1)$$

где K_0 — расходная характеристика при равномерном движении; K — расходная характеристика при неравномерном движении; $P_k = \frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3} = \frac{\alpha v^2}{gh_{cp}}$ — параметр кинетичности.

Напомним, что $P_k = 1$ при критическом состоянии потока, $P_k < 1$ при спокойном состоянии потока и $P_k > 1$ — при бурном состоянии потока.

Равенство числителя уравнения (17.1) нулю соответствует равномерному движению, когда $dh/dl = 0$. Если знаменатель стремится к нулю, т. е. $P_k \rightarrow 1$, то $dh/dl \rightarrow \infty$ и свободная поверхность скачкообразно повышается (или понижается). В первом случае происходит переход потока из бурного состояния в спокойное — так называемый гидравлический прыжок (который будет рассматриваться в гл. 21). Во втором случае образуется водопад (см. рис. 17.2).

Когда числитель и знаменатель не равны нулю, возможны различные сочетания знаков числителя и знаменателя в (17.1). Как указывалось в гл. 15, при $dh/dl > 0$ глубина вдоль потока непрерывно и плавно увеличивается (кривая подпора), а при $dh/dl < 0$ непрерывно и плавно уменьшается (кривая спада). Следовательно, имеем две основные формы кривых свободной поверхности в открытых призматических руслах: кривые подпора при $dh/dl > 0$ и кривые спада при $dh/dl < 0$.

В зависимости от конкретных условий кривые подпора и спада могут иметь различные особенности. Как отмечено в гл. 15, в зависимости от уклона дна равномерное движение при данном расходе Q может происходить:

- а) при спокойном состоянии потока ($h_0 > h_{кр}$), если $i < i_{кр}$;
- б) при бурном состоянии потока ($h_0 < h_{кр}$), если $i > i_{кр}$;
- в) при критическом состоянии потока ($h_0 = h_{кр}$), если $i = i_{кр}$.

Для анализа условий образования кривых свободной поверхности зафиксируем при $i > 0$ зоны в потоке, определяемые h_0 и $h_{кр}$ (рис. 17.1), проведем также параллельно линии дна линии нормальной NN и критической KK глубин. Тогда получают следующие зоны, в которых может располагаться кривая свободной поверхности: зона a — выше линий NN и KK ; зона b — между линиями NN и KK ; зона c — ниже линий NN и KK .

При $i = i_{кр}$ линии NN и KK совмещены и имеются толь-

ко зоны *a* и *c*. При $i > 0$ возможны восемь случаев образования кривых свободной поверхности.

I. Уклон дна $i < i_{кр}$, т. е. при равномерном движении поток находится в спокойном состоянии, $h_0 > h_{кр}$.

Зона *a*: $h > h_0 > h_{кр}$ (рис. 17.2). Пусть вследствие возведения плотины имевшееся в бытовых (ненарушенных) условиях равномерное движение с глубиной h_0 на участке

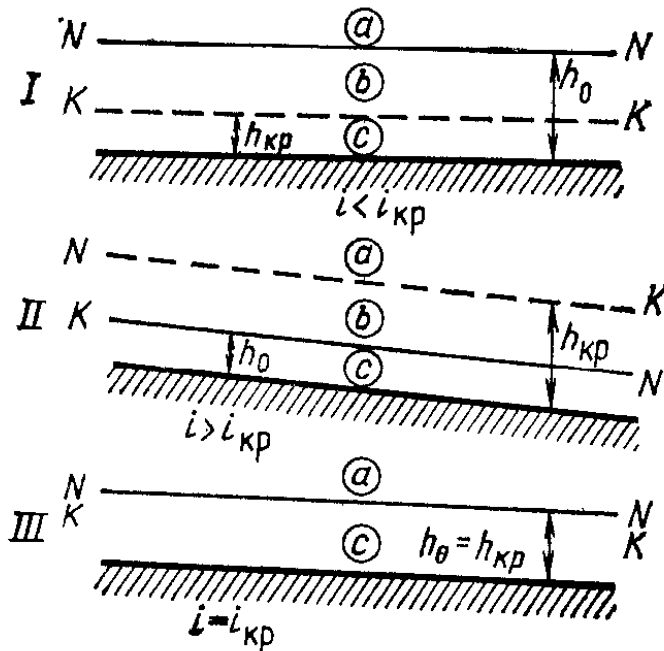


Рис. 17.2

некоторой длины перешло в неравномерное движение с глубинами $h > h_0$. При этом $K > K_0$, $K_0/K < 1$. Учтываем, что при спокойном состоянии потока $П_K < 1$, при увеличении h по сравнению с h_0 параметр $П_K$ будет еще уменьшаться по сравнению с $П_K$ при равномерном движении, поэтому $1 - П_K > 0$. Формулу (17.1) условно можно представить только знаками чис-

лителя и знаменателя, тогда получим

$$dh/dl = \frac{+}{+} > 0.$$

Таким образом, имеем расположенную в зоне *a* кривую подпора *Ia* вогнутой формы (так как $d^2h/dl^2 > 0$). Проанализируем поведение кривой подпора *Ia* в верхней (по течению) и в нижней (по течению) частях. При $h \rightarrow h_0$ получим, что $K \rightarrow K_0$ и $dh/dl \rightarrow 0$, т. е. кривая подпора *Ia* в верхней части асимптотически стремится к линии нормальных глубин NN , т. е. пересекается с этой линией лишь в бесконечности. Для крупных сооружений на равнинных реках длина кривой подпора может достигать нескольких сотен километров.

При возрастании h и K числитель и знаменатель (17.1) стремятся к единице, так как $K_0/K \rightarrow 0$ и $(1 - П_K) \rightarrow 1$. Тогда $dh/dl \rightarrow i$, т. е. кривая подпора в нижней части асимптотически стремится к горизонтальной прямой.

Зона *b*: $h_0 > h > h_{кр}$ (рис. 17.3). В этом случае равномерное движение вследствие создания перепада перешло

в неравномерное. Здесь $K < K_0$; $K_0/K < 1$, а $\Pi_k < 1$. Тогда (17.1) можем представить как

$$dh/dl - \frac{-}{+} < 0.$$

Глубины по длине потока уменьшаются, т. е. в рассматриваемом случае имеем кривую спада Ib , располагающуюся в зоне b . Эта кривая асимптотически стремится к линии

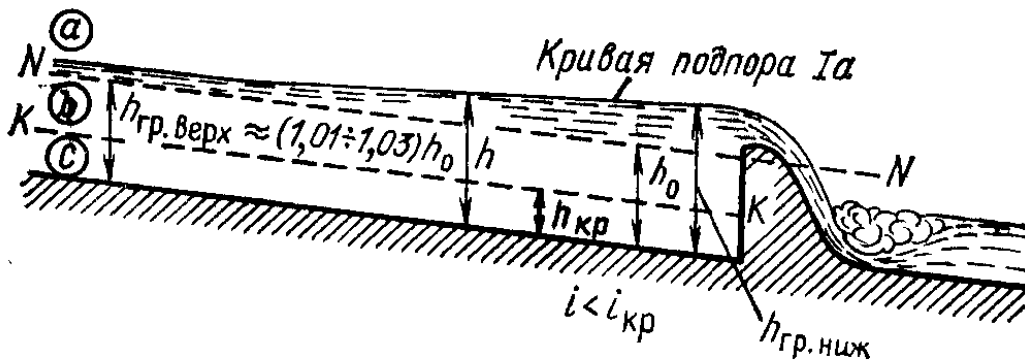


Рис. 17.2

нормальных глубин NN в верхней своей части, так как $h \rightarrow h_0$, $dh/dl \rightarrow 0$. В нижней части при подходе потока к уступу условия плавной изменяемости, положенные в основу вывода дифференциального уравнения, применяемого здесь

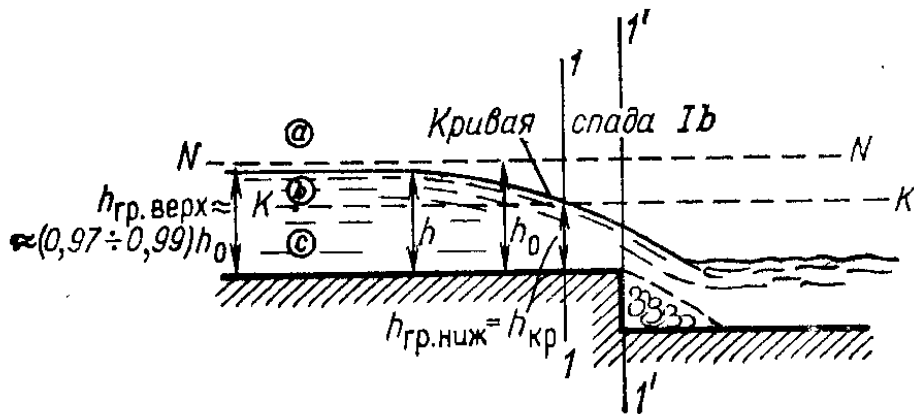


Рис. 17.3

в виде (15.8), не выполняются. Кривизна линий тока становится столь большой, что распределение давления по живому сечению значительно отличается от гидростатического.

Кривая спада Ib располагается в зоне b и обращена выпуклостью вверх. Укажем, что в сечении $1-1$, т. е. выше уступа на расстоянии, равном $(2-2,5) h_{кр}$, кривая свободной поверхности пересекает линию критических глубин. Строго говоря, применение (15.8) вблизи входа в перепады, т. е. на участке между $1-1$ и $1'-1'$, неправильно. При

расчете достаточно длинных русл иногда условно считают, что глубина над ребром уступа равна $h_{кр}$.

Зона c : $h_0 > h_{кр} > h$ (рис. 17.4). Поток поступает на участок сопряжения бьефов за водосливной плотиной в бурном состоянии, а в естественных (бытовых) условиях находится в спокойном состоянии. От глубины, образующейся у подножья водослива, ниже по течению движение

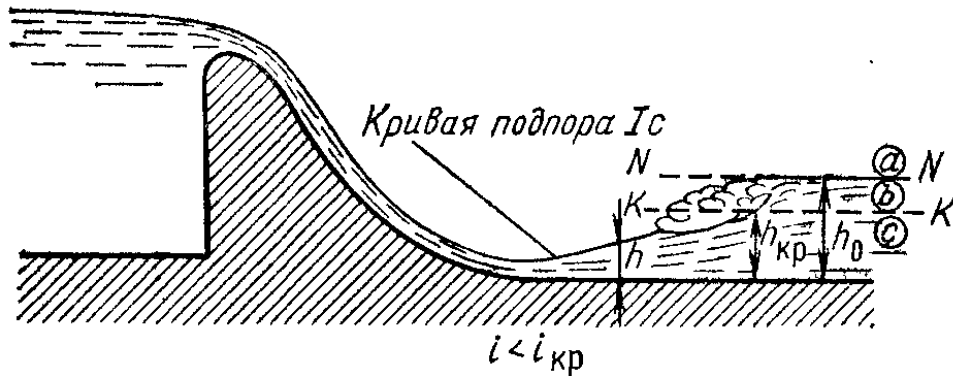


Рис. 17.4

будет неравномерным. Глубины при этом будут увеличиваться, скорости уменьшаться, образуется кривая подпора Ic .

Действительно, на участке кривой подпора Ic глубины $h < h_0$, т. е. $K_0/K > 1$, а $П_k > 1$. Следовательно, $dh/dl > 0$. Кривая подпора располагается в зоне c , так как перейти через линию критических глубин плавным образом кривая свободной поверхности не может, что видно на графике изменения удельной энергии сечения \mathcal{E} (см. рис. 15.3). В рассматриваемом случае $h < h_{кр}$ и уменьшение \mathcal{E} до минимума, а затем последующее увеличение удельной энергии сечения и продолжение движения невозможны.

Кривая свободной поверхности имеет вогнутую форму (выпуклостью обращена вниз) и заканчивается в том сечении, где начинается гидравлический прыжок.

Анализ остальных кривых подпора и спада проведем, помня, что каждая кривая свободной поверхности формируется непрерывно только в границах своей зоны.

II. Уклон дна $i > i_{кр}$, т. е. при равномерном движении поток находится в бурном состоянии, $h_0 < h_{кр}$.

Зона a : $h > h_{кр} > h_0$ (рис. 17.5). В этом случае $K > K_0$; $K_0/K < 1$. Так как $h > h_{кр}$, то в пределах рассматриваемой кривой $П_k < 1$. Тогда $dh/dl > 0$ и кривая подпора IIa расположена в зоне a . Кривая имеет выпуклую форму, в нижней части асимптотически приближается к горизонтальной

линии (снизу от этой линии), так как при $h \rightarrow \infty$ отношение $dh/dl \rightarrow i$. Кривая подпора *IIa* образуется ниже гидравлического прыжка по течению, через который происходит переход потока из бурного состояния в спокойное.

Зона *b*: $h_{кр} > h > h_0$ (рис. 17.6). В этом случае $K > K_0$; $K_0/K < 1$. При $h < h_{кр}$ параметр $\Pi_K > 1$. Тогда имеем кривую спада *IIb*. При $h \rightarrow h_0$

кривая асимптотически стремится к линии нормальных глубин *NN*. Можно считать, что глубина, с которой начинается плавная кривая спада в этой зоне, равна $h_{кр}$. Ширина канала *b* на первом и на втором участках канала одинакова. Следовательно, $h_{кр}$ будет одной и той же на обоих участках.

Но вблизи перелома дна в верхней части кривой движение только условно считается плавно изменяющимся. Кривая спада *IIb* имеет вогнутую форму.

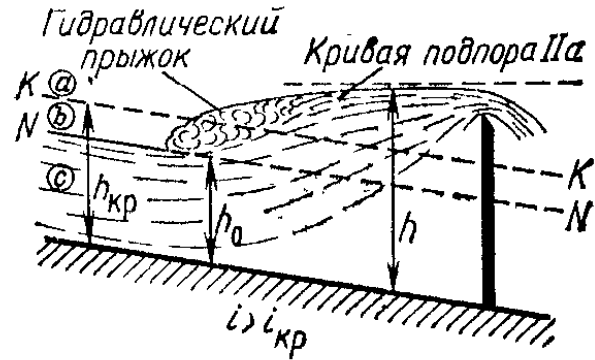


Рис. 17.5

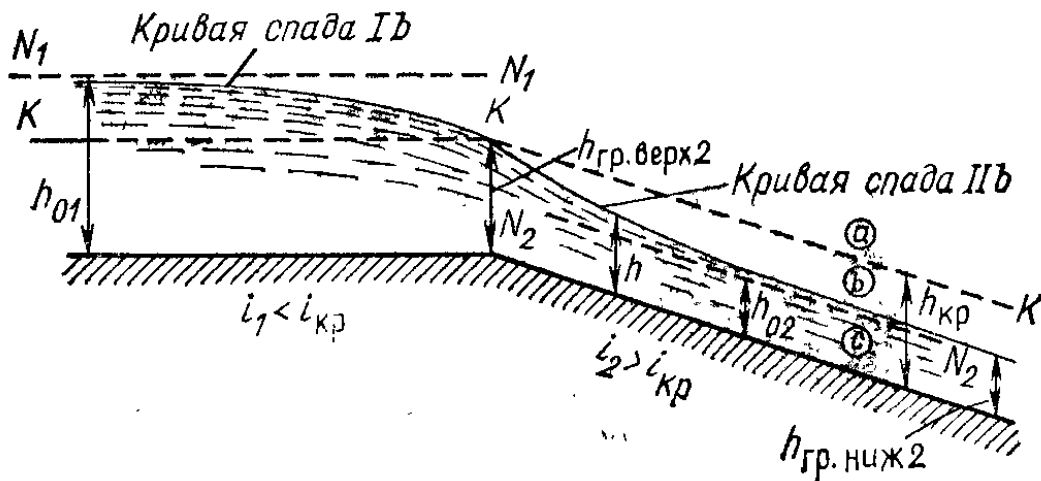


Рис. 17.6

Зона *c*: $h_{кр} > h_0 > h$ (рис. 17.7). Здесь $K < K_0$, а $\Pi_K > 1$. Тогда $dh/dl > 0$ и имеем кривую подпора *IIc*. В данном случае начальная глубина $h_{гр.верх}$ определяется расчетом истечения из-под вертикального плоского затвора (см. § 23.1). В нижней части кривая *IIc* асимптотически стремится к линии нормальной глубины, так как при $h \rightarrow h_0$ отношение $dh/dl \rightarrow 0$. Кривая *IIc* имеет выпуклую форму.

III. Уклон дна $i = i_{кр}$, т. е. при равномерном движении поток находится в критическом состоянии, $h_0 = h_{кр}$. В этом случае имеются лишь две зоны: *a* и *c*.

Зона *a*: $h > h_0 = h_{кр}$ (рис. 17.8). В этом случае $K > K_0$; $П_k < 1$. Тогда $dh/dl > 0$, т. е. имеем кривую подпора. Такая кривая образуется при сопряжении потока, находящегося в критическом состоянии, с потоком, находящимся в русле с $i < i_{кр}$ (рис. 17.8). В широких руслах кривая подпора в зоне *a* близка к горизонтальной прямой.

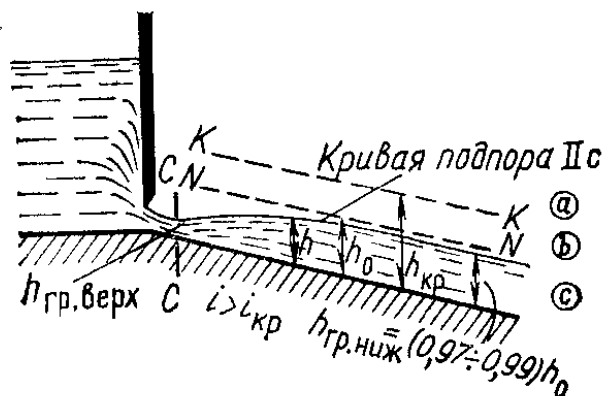


Рис. 17.7

Зона *c*: $h < h_0 = h_{кр}$ (рис. 17.8). В этом случае $K < K_0$; $П_k > 1$. Из уравнения (17.1) имеем $dh/dl > 0$, и кривая свободной поверхности — кривая подпора IIIc. Такая кривая создается при сопряжении двух потоков, если уклон подводящего русла $i > i_{кр}$, т. е. $h_0 < h_{кр}$, а уклон отводящего русла $i = i_{кр}$ (рис. 17.8). В широких руслах кривая подпора в зоне *c* также близка к горизонтальной прямой.

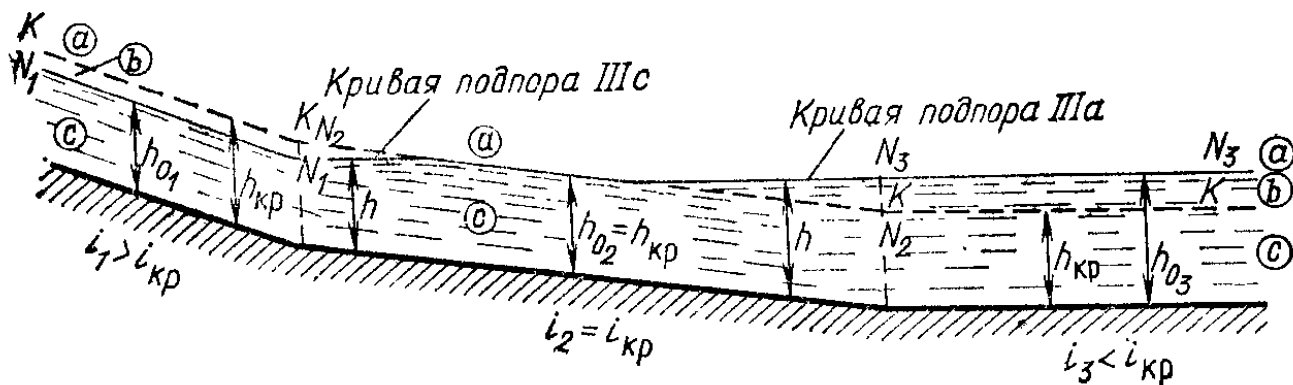


Рис. 17.8

17.2. ФОРМЫ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОТОКА В ОТКРЫТЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ С НУЛЕВЫМ ($i=0$) И ОБРАТНЫМ ($i<0$) УКЛОНОМ ДНА

При прямом уклоне дна ($i > 0$) равномерное движение происходит при равенстве работы силы тяжести в направлении движения и сил сопротивления движению жидкости.

На участке с $i \leq 0$ проекция силы тяжести на направление движения равна нулю (при $i = 0$) или отрицательна (при $i < 0$). Поскольку на таких участках равномерное движение вообще невозможно, не имеет смысла и понятие нормальной глубины для случаев движения в руслах с $i \leq 0$. В связи с этим при $i \leq 0$ имеем только две зоны: *b* и *c*.

Движение происходит, как и в других случаях, за счет уменьшения удельной (на единицу веса) энергии потока E , имеющейся в потоке при вступлении на рассматриваемый участок русла.

Удельная энергия потока E затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений. Удельная энергия сечения \mathcal{E} также будет уменьшаться вниз по течению, как было показано в § 15.3.

Поток может вступать на участок с нулевым или обратным уклоном в спокойном или бурном состоянии, так как вступление потока на участок с $i \leq 0$ в критическом состоянии энергетически невозможно. Это объясняется тем, что удельная энергия сечения в критическом состоянии минимальна и нет источника энергии для преодоления гидравлических сопротивлений ниже по течению.

Зона b . Поток вступает на участок с $i \leq 0$ в спокойном состоянии, $h > h_{кр}$. Удельная энергия сечения $\mathcal{E} = h + \alpha v^2 / (2g)$ при этом определяется верхней ветвью кривой $\mathcal{E} = f(h)$ (см. рис. 15.3). Уменьшению удельной энергии сечения соответствует уменьшение глубины. Тогда становится ясно, что поток, вступивший на участок с $i = 0$ или $i < 0$, может иметь свободную поверхность только в форме кривых спада b_0 (при $i = 0$) или b' (при $i < 0$).

Зона c . Поток вступает на участок с $i \leq 0$ в бурном состоянии, $h < h_{кр}$. Здесь уменьшение удельной энергии сечения \mathcal{E} возможно лишь при росте глубин [нижняя ветвь кривой $\mathcal{E} = f(h)$]. Поэтому при вступлении на участок с $i \leq 0$ потока в бурном состоянии возможные формы кривой свободной поверхности—только кривые подпора c_0 (при $i = 0$) или c' (при $i < 0$). Итак, в открытых призматических руслах возможны 12 видов кривых свободной поверхности.

17.3. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ В ОТКРЫТЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ

Для расчета кривых свободной поверхности необходимо проинтегрировать уравнение (15.8)

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{1 - \Pi_K},$$

которое может быть записано в общем виде

$$dl = \frac{1 - \Pi_K}{i - Q^2/K^2} dh = F(h) dh, \quad (17.2)$$

где

$$F(h) = 1 - \frac{\Pi_K}{i(1 - Q^2/K^2)}.$$

Проинтегрировав (17.2), получим формулы для расчета кривых подпора и спада. Для упрощения решения примем некоторые допущения.

Запишем (17.2), зная, что уклон i может быть больше нуля, равен нулю и меньше нуля. Тогда при $i > 0$ имеем

$$i dl = \frac{1 - \Pi_K}{1 - Q^2/(iK^2)} dh = \frac{1 - \Pi_K}{1 \mp (Q/Q')^2} dh, \quad (17.3)$$

где знак минус в знаменателе соответствует $i > 0$; а знак плюс соответствует $i < 0$; Q — расход при равномерном движении; $Q' = \omega C \sqrt{Ri} = K \sqrt{i}$ — расход, который пропускало бы данное живое сечение при h, ω, C, R, K , соответствующих неравномерному движению, но в условиях равномерного движения, т. е. при гидравлическом уклоне $J = i$ и при $K = \omega C \sqrt{R}$. Расход Q' изменяется вдоль потока, будучи различным по значению в различных сечениях.

При $i < 0$

$$|i| dl = - \frac{1 - \Pi_K}{1 + (Q/Q')^2} dh,$$

где $|i|$ — абсолютное значение отрицательного уклона i ; $Q' = \omega C \sqrt{R|i|}$ — фиктивный расход, который проходил бы через данное живое сечение при равномерном движении и прямом уклоне, равном $|i|$.

При $i = 0$ из (17.2) имеем

$$dl = \frac{1 - \Pi_K}{-(Q^2/K^2)} dh$$

или

$$i' dl = \frac{1 - \Pi_K}{-(Q^2/i'K^2)} dh = \frac{\Pi_K - 1}{(Q/Q')^2} dh, \quad (17.4)$$

где i' — произвольное положительное значение уклона, его часто принимают $i' = i_{кр}$; Q' — также фиктивный расход, который пропускало бы данное живое сечение при глубине и других параметрах, соответствующих неравномерному движению, но в условиях равномерного движения при уклоне дна i' , т. е. $Q' = \omega C \sqrt{Ri'}$. Расход Q' изменяется по длине потока.

Отношение $(Q/Q')^2$ равно отношению соответствующих средних скоростей $(v/v')^2$ и параметров кинетичности, т. е.

$$(Q/Q')^2 = (v/v')^2 = \Pi_{\kappa}/\Pi'_{\kappa}. \quad (17.5)$$

При этом v' и Π'_{κ} — средняя скорость и параметр кинетичности, которые были бы в данном живом сечении (размеры его соответствуют неравномерному движению), но в условиях равномерного движения. Таким образом, среднюю скорость v' можно определить по формуле Шези $v' = C\sqrt{Ri}$. Тогда

$$\Pi'_{\kappa} = \frac{\alpha(Q')^2 B}{g\omega^3} = \frac{\alpha(v')^2}{gh_{\text{ср}}} = \frac{\alpha C^2 Ri}{gh_{\text{ср}}}, \quad (17.6)$$

Для широких русл $R \approx h_{\text{ср}}$; $\Pi'_{\kappa} = \alpha C^2 i/g$.

Параметр Π'_{κ} также выражают в виде

$$\Pi'_{\kappa} = \frac{\alpha i C^2 B}{g\omega}, \quad (17.7)$$

или с учетом введенных в гл. 16 соотношений между элементами живого сечения при равномерном движении, принимая коэффициент C по формуле Павловского,

$$\Pi'_{\kappa} = \frac{\alpha i}{gn^2} \frac{B}{\psi R^{1-2y}}, \quad (17.8)$$

где $\psi = \omega/R^2$.

Для последующего интегрирования введем новую переменную

$$z^x = (Q'/Q)^2 = \Pi'_{\kappa}/\Pi_{\kappa}, \quad (17.9)$$

т. е.

$$\left. \begin{aligned} z &= \sqrt[x]{(Q'/Q)^2}; \\ x &= 2 \lg \frac{Q'}{Q} / \lg z; \\ \Pi_{\kappa} &= \Pi'_{\kappa}/z^x. \end{aligned} \right\} \quad (17.10)$$

Как видно из (17.9) и (17.10), конкретные условия движения отражены отношением $(Q'/Q)^2 = \Pi'_{\kappa}/\Pi_{\kappa}$. При этом хотя z и x — произвольные, но связаны между собой по (17.10): приняв x по (17.10), получим значение z и наоборот.

Далее принимается допущение

$$dh = adz, \quad (17.11)$$

откуда

$$a = dh/dz \approx \Delta h/\Delta z.$$

Тогда уравнения (17.3) можно преобразовать с учетом (17.10) и (17.11).

1. Прямой уклон дна, $i > 0$:

$$\frac{idl}{a} = \frac{1 - \Pi'_k/z^x}{1 - 1/z^x} dz = \frac{\Pi'_k - z^x}{1 - z^x} dz = \left(1 - 1 + \frac{\Pi'_k - z^x}{1 - z^x} \right) dz$$

или после преобразований

$$dl = \frac{a}{i} \left[dz (1 - \Pi'_k) \frac{dz}{1 - z^x} \right]. \quad (17.12)$$

2. Обратный уклон дна, $i < 0$:

$$\begin{aligned} \frac{|i|}{a} dl &= - \frac{1 - \Pi'_k/z^x}{1 + 1/z^x} dz = - \frac{z^x - \Pi'_k}{1 + z^x} dz = \\ &= - \left(1 - 1 + \frac{z^x - \Pi'_k}{1 + z^x} \right) dz \end{aligned}$$

или

$$dl = \frac{a}{|i|} \left[- dz + (1 + \Pi'_k) \frac{dz}{1 + z^x} \right]. \quad (17.13)$$

3. Нулевой уклон дна, $i = 0$, по (17.4)

$$\frac{i'}{a} dl = \frac{\Pi'_k/z^x - 1}{1/z^x} dz = (\Pi'_k - z^x) dz$$

или

$$dl = \frac{a}{i'} (\Pi'_k - z^x) dz. \quad (17.14)$$

При расчетах обычно кривая свободной поверхности по длине разбивается на ряд участков. Обозначим живые сечения в общем виде номерами 1 и 2 и учтем, что по длине параметр Π'_k изменяется очень мало. Для интегрирования введем допущение, позволяющее считать Π'_k на данном участке постоянной величиной, равной $\Pi'_{k,ср} = (\Pi'_{k1} + \Pi'_{k2})/2$.

1. Прямой уклон дна, $i > 0$:

$$l_{1-2} = \frac{a}{i} \{ z_2 - z_1 - (1 - \Pi'_{k,ср}) [\Phi(z_2) - \Phi(z_1)] \}, \quad (17.15)$$

где

$$\Phi(z) = \int \frac{dz}{1 - z^x} + \text{const.} \quad (17.16)$$

2. Обратный уклон дна, $i < 0$:

$$l_{1-2} = \frac{a}{|i|} \{ -(z_2 - z_1) + (1 + \Pi'_{к.ср}) [F(z_2) - F(z_1)] \}, \quad (17.17)$$

где

$$F(z) = \int \frac{dx}{1 + z^x} + \text{const.} \quad (17.18)$$

3. Нулевой уклон дна, $i = 0$:

$$l_{1-2} = \frac{a}{i'} \{ \Pi'_{к.ср}(z_2 - z_1) - [f(z_2) - f(z_1)] \}, \quad (17.19)$$

где

$$f(z) = \int z^x dz + \text{const.} \quad (17.20)$$

В табл. П.Х — П.ХII для $\Phi(z)$, $F(z)$, $f(z)$ сведены значения указанных функций при $x = 5,5$.

17.4. РАСЧЕТ КРИВЫХ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ОТКРЫТЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ

Существует много способов расчета кривых свободной поверхности. Их можно разделить на две группы в зависимости от подхода к принятию z и соответствующих им значений x . Согласно первому подходу задаются постоянным значением x и вычисляют по (17.10) z , согласно второму задаются значениями z , а x вычисляют по (17.10), причем могут получиться и не целые числа.

Способ И. И. Агроскина. Значение x задано, $x = 5,5$; $a = ah/dz = \Delta h/\Delta z$.

Тогда по (17.10)

$$z = \sqrt[5,5]{(Q'/Q)^2}$$

Учитывая, что

$$Q = K_0 \sqrt{i} = \frac{\sqrt{i}}{n} \omega_0 R_0^{0,5+y};$$

$$Q' = K' \sqrt{i} = \frac{\sqrt{i}}{n} \omega R^{0,5+y},$$

получаем

$$z = \sqrt[5,5]{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{1+2y}}. \quad (17.21)$$

Далее по (17.8)

$$P'_k = \frac{\alpha i}{gn^2} \frac{B}{\psi R^{1-2y}}.$$

Индекс нуль, как и ранее, соответствует равномерному движению. Для различных форм живого сечения выражения для z и P'_k имеют различный вид.

Трапецидальное поперечное сечение. Как известно из (16.24), $\omega = \frac{m_0}{\sigma} h^2$; $R = \frac{h}{1+\sigma}$. Тогда

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = \frac{h^4}{\sigma^2} \frac{\sigma_0^2}{h_0^4};$$

$$\left(\frac{R}{R_0}\right)^{1+2y} = \left(\frac{h}{h_0}\right)^{1+2y} \left(\frac{1+\sigma_0}{1+\sigma}\right)^{1+2y},$$

где σ_0 — характеристика живого сечения при равномерном движении, т. е. при $h=h_0$ и $b_{ср} = b_{ср0} = b + mh_0$.

Подставив полученные выражения для $(\omega/\omega_0)^2$ и $(R/R_0)^{1+2y}$ в (17.21), найдем

$$z = \left(\frac{h}{h_0}\right)^{\frac{5+2y}{5,5}} \frac{\sqrt[5,5]{\sigma_0^2 (1+\sigma_0)^{1+2y}}}{\sqrt[5,5]{\sigma^2 (1+\sigma)^{1+2y}}}.$$

Если учесть, что y может быть принят приблизительно равным 0,2, то $\frac{5+2y}{5,5} \approx 1$. Тогда становится ясным, почему принят $x=5,5 \approx 5+2y$.

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} F(\sigma) &= \left[\sqrt[5,5]{\sigma^2 (1+\sigma)^{1+2y}} \right]^{-1}; \\ F(\sigma_0) &= \left[\sqrt[5,5]{\sigma_0^2 (1+\sigma_0)^{1+2y}} \right]^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (17.22)$$

тогда

$$z = \frac{hF(\sigma)}{h_0F(\sigma_0)}. \quad (17.23)$$

В каждой задаче выражения $h_0F(\sigma_0)$ — постоянная величина. Значения $F(\sigma)$, найденные по (17.22), приведены в табл. П.ХІІІ.

Параметр P'_k по (17.8) с учетом ω , B и R , выраженных через ширину трапеции по дну b (см. § 16.7),

$$P'_k = \frac{\alpha i}{gn^2} b^{0,4} \Theta(\sigma), \quad (17.24)$$

где n — коэффициент шероховатости.

Здесь обозначено

$$\Theta(\sigma) = \left[\frac{\sigma}{m_0 \left(1 - \frac{m}{m_0} \sigma\right) \left(1 + \frac{m}{m_0} \sigma\right)} \right]^{2y} \left(\frac{1 + \frac{m}{m_0} \sigma}{1 + \sigma} \right)^{1+2y} \quad (17.25)$$

Значения $\Theta(\sigma)$, вычисленные по (17.25) при $y=0,2$, приведены в табл. П.XIV.

Выражение $\frac{\alpha i}{gn^2} b^{0,4}$ в каждой задаче — постоянная величина.

Параболическое поперечное сечение. В этом случае $\omega = 1,89 \rho^2 \tau \sqrt{\tau}$ и $R = 1,89 \frac{\tau \sqrt{\tau}}{f(\tau)}$. Тогда из (17.21) при этом же $x=5,5$ (что даст возможность использовать те же значения z при $x=5,5$, что и для трапеций), если обозначить

$$F(\tau) = \tau^{0,82+0,55y} [f(\tau)]^{-(0,18+0,36y)}, \quad (17.26)$$

получим

$$z = \frac{F(\tau)}{F(\tau_0)}.$$

Значения $F(\tau)$, найденные по (17.26), приводятся в табл. П.XV.

Параметр Π'_k для параболического русла найдется вновь по (17.8) с учетом соотношений между элементами такого русла (см. гл. 16.7):

$$\Pi'_k = \frac{\alpha i}{gn^2} \rho^{2y} \frac{3,65 \tau^{0,5+3y}}{[f(\tau)]^{1+2y}} = \frac{\alpha i}{gn^2} \rho^{2y} \Theta(\tau). \quad (17.27)$$

Значения функции $\Theta(\tau)$ при $y=0,2$ также приведены в табл. П.XV. Соответственно $\rho^{2y} = \rho^{0,4}$. В каждой задаче $F(\tau_0)$ и $\frac{\alpha i}{gn^2} \rho^{2y}$ — постоянные величины.

Обращает на себя внимание однотипность выражений для z и Π'_k при расчетах по Агроскину в руслах с различной формой поперечного сечения. Величина z равна частному от деления функции $F(\sigma)$, $F(\tau)$ на постоянное в каждой задаче значение той же функции, но при равномерном движении, т. е. $F(\sigma_0)$, $F(\tau_0)$. Параметр кинетичности Π'_k равен произведению $\alpha i / gn^2$ на линейный параметр в степени $2y$, т. е. b^{2y} , ρ^{2y} , и на функцию Θ характеристики живого

сечения, т. е. $\Theta(\sigma)$, $\Theta(\tau)$. Наличие таблиц существенно облегчает выполнение расчетов. Изменение y в пределах $y = 0,15 \div 0,30$ незначительно сказывается на длине рассчитываемых кривых свободной поверхности.

В заключение укажем, что, принимая другие целые значения x , не равные единице, например 2; 3; 4, получим при $x=2$ $z=Q'/Q$; при $x=3$ $z=\sqrt[3]{(Q'/Q)^2}=h'_{кр}/h_{кр}$; при $x=4$ $z=\sqrt{Q'/Q}$ и т. д. И тогда можно непосредственно выполнить интегрирование, т. е., не применяя таблиц, найти необходимые значения функций $\Phi(z)$ или $F(z)$ или $f(z)$. Определив P'_k в каждом случае, найдем длину кривой свободной поверхности.

Длина кривой свободной поверхности независимо от выбранного значения x получится практически одной и той же. Связано это с тем, что при разных x значения z , как было показано, будут различными. Различными будут и значения a , и значения функций $\Phi(z)$ при $i > 0$, $F(z)$ при $i < 0$ и $f(z)$ при $i = 0$, которые определяются в зависимости от принятого значения x .

Способ Б. А. Бахметева. Б. А. Бахметевым было установлено, что для многих форм поперечного сечения русла (для которых расходная характеристика K является монотонно возрастающей функцией глубины h) существует показательная зависимость

$$(K_1/K_2)^2 = (h_1/h_2)^x, \quad (17.28)$$

где h_1 и h_2 — две произвольно взятые глубины в данном поперечном сечении русла: K_1 и K_2 — соответствующие им расходные характеристики.

Эта зависимость — приближенная и строгого теоретического обоснования не получила, но она находит довольно широкое применение и дает вполне удовлетворительные результаты. Величина x называется гидравлическим показателем русла. Приближенно считается, что гидравлический показатель русла постоянен для данного поперечного сечения русла и не зависит от глубины. Однако это справедливо лишь для некоторых русл. К ним относятся узкие прямоугольные русла ($x=2$), широкие ($b \gg h$) прямоугольные ($x=3,4$) и некоторые другие.

Для прямоугольных, трапецеидальных и параболических русл (кроме широких и узких) при $i > 0$ показатель x определяется по вытекающему из (17.28) выражению

$$x = 2 \frac{\lg K_{сп} - \lg K_0}{\lg h_{сп} - \lg h_0}, \quad (17.29)$$

где $h_{\text{ср}}$ — средняя глубина на рассчитываемом участке; $K_{\text{ср}}$ — расходная характеристика при этой глубине.

Так как для указанных русл показатель x зависит от глубины, то выбор именно таких величин ($h_{\text{ср}}$ и h_0 , $K_{\text{ср}}$ и K_0) дает необходимую точность при расчетах.

Для русл с замкнутым и составным поперечным сечением зависимость (17.28) вообще неприменима.

При расчетах по способу Б. А. Бахметева длина кривых свободной поверхности определяется по (17.15), (17.17) и (17.19) при уклонах дна $i > 0$, $i < 0$ и $i = 0$ соответственно.

По Б. А. Бахметеву при $i > 0$, приняв в (17.28) глубины $h_1 = h$ и $h_2 = h_0$, имеем $(K/K_0)^2 = (h/h_0)^2$, $z = \eta = h/h_0$ или $h = h_0 z$. Далее

$$a = \frac{dh}{dz} = \frac{h_0 dz}{dz} = h_0.$$

Длина кривой свободной поверхности определяется по (17.15), функция $\Phi(z)$ — по (17.16); $P'_k = \alpha(Q')^2 B / (g\omega^3)$; $Q' = \omega C \sqrt{Ri}$.

При $i < 0$ $z = \xi = h_0 h'_0$ и длина кривой свободной поверхности определяется по (17.17), а функция $F(z)$ — по (17.18), h'_0 — фиктивная нормальная глубина при равномерном движении с расходом Q в русле с уклоном $i' = |i|$; $Q' = \omega C \sqrt{Ri}$; $P'_k = \alpha(Q')^2 B / (g\omega^3)$.

При $i = 0$ длина l_{1-2} определяется по (17.19), $f(z)$ — по (17.20), в качестве произвольного положительного уклона i' здесь принят $i_{\text{кр}}$, а $z = \xi = h/h_{\text{кр}}$; $P'_{k,\text{кр}} = \alpha(Q')^2 B / (g\omega^3)$; $Q' = \omega C \sqrt{Ri_{\text{кр}}}$.

Гидравлический показатель русла x определяется при $i > 0$ по (17.29); при $i < 0$

$$x = 2 \frac{\lg K_{\text{ср}} - \lg K'_0}{\lg h_{\text{ср}} - \lg h'_0},$$

где $K'_0 = \omega'_0 C'_0 \sqrt{R'_0}$; при $i = 0$

$$x = 2 \frac{\lg K_{\text{ср}} - \lg K_{\text{кр}}}{\lg h_{\text{ср}} - \lg h_{\text{кр}}},$$

где $K_{\text{кр}} = \omega_{\text{кр}} C_{\text{кр}} \sqrt{R_{\text{кр}}}$.

Последовательность расчета кривых свободной поверхности в открытых призматических руслах. При расчете кривых свободной поверхности чаще всего необходимо найти значения глубин в различных створах, разбивающих

рассчитываемую кривую на участки, и, суммируя длины отдельных участков, найти длину кривой свободной поверхности, т. е. построить кривую.

При расчете сначала определяются нормальная глубина h_0 и критическая глубина (если необходимо, то и критический уклон $i_{кр}$). Затем в результате анализа устанавливается тип кривой свободной поверхности, асимптоты этой кривой, определяются граничные глубины. При этом могут быть известны обе граничные глубины из гидравлического расчета сооружения (например, верхняя и нижняя глубины для кривой подпора Ic). В других случаях из гидравлического расчета сооружения известна лишь одна глубина, а вторая назначается так, чтобы она, например, отличалась от нормальной глубины на 1—3 % (см. рис. 17.2, 17.3, 17.7).

После определения граничных глубин весь участок кривой свободной поверхности разбивается на ряд расчетных участков. Последовательно переходя от одного участка к другому, вычисляя глубину на одной границе участка при известной глубине на другой границе участка и длину участка кривой свободной поверхности, можно выполнить расчет всей кривой подпора или спада.

17.5. УСТАНОВИВШЕЕСЯ НЕРАВНОМЕРНОЕ ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ НЕПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ

В гидротехнической практике встречаются случаи, когда приходится рассчитывать установившееся неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости в открытых непризматических руслах. К таким случаям может быть отнесено движение в пределах расширяющихся или сужающихся входных или выходных участков гидротехнических сооружений, в сравнительно коротких каналах с увеличивающейся или уменьшающейся по направлению течения шириной и т. п.

В этих случаях изменение глубин по длине потока описывается общим уравнением установившегося неравномерного плавно изменяющегося движения (15.7). Поскольку точное интегрирование уравнений (15.7) и (15.8) пока не осуществлено, пользуются приближенными решениями.

Одно из таких решений — применение уравнения Бернулли, т. е. замена дифференциального уравнения движения уравнением в конечных разностях. Этот способ впер-

вые был предложен В. И. Чарномским (1914 г.). Аналогичное решение было предложено Хестедом в 1924 г. Рассматриваемый способ иногда называют способом Хестеда.

Следуя В. И. Чарномскому, запишем для двух сечений рассматриваемого потока применительно к рис. 15.1, находящихся на конечном, но достаточно малом расстоянии Δl друг от друга (плоскость сравнения проходит через самую низшую точку второго сечения),

$$h_1 + i\Delta l + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Delta h_{\text{тр}}, \quad (17.30)$$

где i — уклон дна; Δl — малое конечное расстояние между сечениями; $\Delta h_{\text{тр}}$ — потери напора на преодоление гидравлических сопротивлений на длине участка Δl .

Как и раньше, будем считать, что потери по длине при плавно изменяющемся движении можно определять по формуле, непосредственно вытекающей из формулы Шези,

$$h_{\text{тр}} = \frac{v^2 l}{C^2 R}.$$

Полагая, что потери на трение на участке Δl можно определить через средние на данном участке величины $v_{\text{ср}}$, $C_{\text{ср}}$, $R_{\text{ср}}$, имеем

$$\Delta h_{\text{тр}} = \frac{v_{\text{ср}}^2 \Delta l}{C_{\text{ср}}^2 R_{\text{ср}}}. \quad (17.31)$$

Заменив в (17.30) $v = Q/\omega$, $h_2 - h_1 = \Delta h$ и приняв $\alpha = 1,1$, т. е. $\alpha/2g = 0,056 \text{ с}^2/\text{м}$, получим

$$\Delta h - i\Delta l = 0,056Q^2 \left[\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} - \frac{18\Delta l}{(\omega^2 C^2 R)_{\text{ср}}} \right]. \quad (17.32)$$

Уравнение (17.32) и принимается за основное расчетное уравнение для рассматриваемого движения в непризматических руслах.

Задача решается следующим образом. В непризматическом русле с известным уклоном дна и известной шероховатостью, оцениваемой, например, коэффициентом шероховатости n , проходит расход Q . Поперечные сечения водотока, а также глубина воды в первом сечении h_1 известны. При известной h_1 можно определить ω_1 , C_1 , R_1 . Необходимо найти глубину во втором сечении, отстоящем от первого на расстояние Δl . Задача решается подбором, путем последовательных приближений.

Задаемся значением глубины h_2 . Далее вычисляем значения ω_2 ; $\omega_{\text{ср}} = (\omega_1 + \omega_2)/2$; R_2 ; $R_{\text{ср}} = (R_1 + R_2)/2$; C_2 ; $C_{\text{ср}}$; $\omega_{\text{ср}}^2 C_{\text{ср}}^2 R_{\text{ср}}$.

Подставляя полученные значения в (17.32) при заданной Δl , проверяем, насколько верно была назначена h_2 .

Если получается равенство, то данное значение глубины удовлетворяет уравнению (17.32). При неравенстве необходимо задаться новым значением глубины h_2 и так вплоть до отыскания значения h_2 , удовлетворяющего уравнению (17.32). Найдя такое значение для участка 1—2, переходим к участку 2—3, а затем к последующим.

Глава 18

КРИВЫЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ В ЕСТЕСТВЕННЫХ РУСЛАХ

18.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДВИЖЕНИЯ В РЕКАХ

Условия движения воды в естественных руслах рек существенно отличаются от условий движения воды в искусственно созданных водотоках — каналах.

В естественных водотоках расход во времени изменяется. Но в период между паводками это изменение происходит достаточно медленно (квазиустановившееся движение), т. е. движение условно считается установившимся.

Для рек характерна смена по длине потока широких и узких, глубоких и мелких участков русла. При достаточно хорошей выраженности глубокие участки называют плесами, а мелкие — перекатами. В руслах часто имеются острова, излуины, осередки, побочни и другие крупные (макро) надводные и подводные формы. Все это приводит к непостоянству площади живого сечения и, следовательно, средней скорости потока по длине реки. Изменяется и уклон свободной поверхности. В период межени на плесовых участках средняя скорость и уклон свободной поверхности меньше, чем на перекатах. Таким образом, для рек характерно наличие сменяющих друг друга по длине реки участков с неравномерным движением (замедленным или ускоренным). Если рассматриваются достаточно длинные участки, то в среднем в период между половодьями и паводками можно не учитывать неравномерность движения на отдельных участках.

При возведении гидротехнических сооружений, создающих подпор (плотины), бытовой режим естественных водотоков нарушается. Движение выше по течению от сооружения становится замедленным, глубины растут, средние скорости потока уменьшаются.

В результате дноуглубления, проведенного в значительных масштабах, или устройства в русле реки карьеров, из которых добываются нерудные материалы, условия движения на таких участках могут характеризоваться увеличенными уклонами свободной поверхности по сравнению с предшествующими бытовыми условиями. Движение в этих случаях — также неравномерное.

18.2. ОБЩИЕ СПОСОБЫ РАСЧЕТА КРИВЫХ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Если в уравнении (15.4) потери напора при неравномерном движении выразить так же, как и при равномерном движении, т. е. с учетом

$$\frac{v^2}{C^2R} = J;$$

$$\frac{\alpha v}{g} \frac{dv}{dl} = \frac{d}{dl} \left(\frac{\alpha v^2}{2d} \right),$$

то получим

$$-\frac{dz}{dl} = \frac{d}{dl} \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right) + J, \quad (18.1)$$

где по рис. 15.1 $dz/dl = dh/dl - i$; i — уклон дна русла; z — ордината свободной поверхности в данном живом сечении.

Тогда изменение z по длине запишется в виде

$$-dz = d \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right) + Jdl. \quad (18.2)$$

Для решения этого уравнения и расчета кривых свободной поверхности в естественных руслах применяются приближенные способы. Намечается несколько расчетных участков по длине русла. Участки назначаются так, чтобы гидравлические характеристики: форма и площадь живого сечения; шероховатость, оцениваемая коэффициентом n ; уклон свободной поверхности в бытовых (незарегулированных) условиях — в пределах каждого участка были примерно одинаковыми. В пределах участка расход должен быть постоянным. Если имеются притоки, то в створе их устьев выбираются граничные сечения участков. При известном расходе Q и заданном уровне (ординате свободной поверхности) в конце нижнего по течению (первого) участка реки определяется отметка свободной поверхности в начале участка. Эта отметка будет исходной при расчете следующего (расположенного выше по течению)

участка, для которого начальный створ первого участка будет конечным створом.

Расчеты проводятся с переходом от участка к участку вверх по течению. Если рассчитывается кривая подпора, связанного с возведением плотины, то конечное сечение первого участка совпадает со створом у плотины.

Длина участка может быть различной — от десятков метров до нескольких километров в зависимости от конкретных условий. В пределах каждого расчетного участка свободная поверхность считается прямолинейной, т. е. кривая свободной поверхности для участка может быть построена по двум точкам. При этом разность отметок свободной поверхности в конечном и начальном сечениях расчетного участка не должна превышать $\Delta z = 0,5 \div 0,75$ м, причем предпочтительнее, чтобы $\Delta z = 0,2 \div 0,3$ м.

Приближенные способы расчета можно разделить на две группы.

К первой группе относятся способы, в которых естественное русло заменяется фиктивным призматическим руслом с одинаковой по длине формой. На каждом отдельном участке уклон дна считается постоянным. Форма поперечного сечения фиктивного призматического русла принимается по возможности близкой к форме поперечного сечения реки на данном участке. Но обычно принимают фиктивное русло с широким прямоугольным или широким параболическим поперечным сечением. Уклон дна фиктивного русла на данном участке принимается равным уклону свободной поверхности в бытовых условиях. Расход, проходящий по данному участку фиктивного русла, принимают равным действительному расходу в бытовых условиях Q , т. е.

$$Q = \omega_{\phi} C_{\phi} \sqrt{R_{\phi} i_{\phi}}.$$

Для широкого прямоугольного поперечного сечения

$$\omega_{\phi} = B_{\phi} h_{0\phi}; \quad R_{\phi} \approx h_{0\phi}.$$

Ширина потока по верху в фиктивном русле в условиях подпора или спада назначается ориентировочно по поперечному профилю русла.

Задавшись каким-либо значением глубины фиктивного русла, вычисляем C_{ϕ} по одной из известных уже формул, например $C_{\phi} = \frac{1}{n} h_{0\phi}^{0,2}$.

Тогда

$$Q = B_{\phi} \frac{\sqrt{i_{\phi}}}{n} h_{0\phi}^{1,7}.$$

Отсюда определяется $h_{0\phi}$, затем уточняются значения C_{ϕ} , B_{ϕ} , и расчет повторяется вновь. Аналогично выполняется расчет для широкого параболического русла. После принятия окончательного значения $h_{0\phi}$ проводится расчет кривой свободной поверхности как для обычного призматического русла (см. гл. 17).

Ко второй группе относятся приближенные способы построения кривых свободной поверхности, основанные на результатах непосредственного интегрирования уравнения (18.2).

Если перейти к конечным разностям, то уравнение (18.2) можно записать в виде

$$\Delta z = \alpha \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{v_{\text{ср}}^2}{C_{\text{ср}}^2 R_{\text{ср}}} l \quad (18.3)$$

или

$$\Delta z = \alpha \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{Q^2}{K_{\text{ср}}^2} l, \quad (18.4)$$

где l — длина выбранного надлежащим образом расчетного участка; $v_{\text{ср}}$, $C_{\text{ср}}$, $R_{\text{ср}}$, $K_{\text{ср}}$ — средние значения указанных величин на участке l .

По уравнениям (18.3) или (18.4) путем последовательных приближений или графически находится Δz для данного расчетного участка. Для этого, как указывалось, при известных значениях Q и ординаты свободной поверхности в исходном сечении первого участка задаем значение Δz . Затем вычисляются все величины, входящие в (18.3) или (18.4). Обычно применяется уравнение (18.4). При подстановке этих величин в (18.4) и получении неравенства расчет продолжают до тех пор, пока обе части (18.4) не будут практически равными. Завершив расчет одного участка, переходят к следующему и т. д., т. е. до створа, где глубина станет равной заранее назначенной. Удобно для каждого сечения предварительно построить кривые зависимости ω , κ , R , C , v от ординаты свободной поверхности z во всем предлагаемом диапазоне изменения z . В большинстве случаев изменениями скоростного напора по длине расчетного участка пренебрегают. Тогда уравнение (18.4) получает такой вид:

$$\Delta z = Q^2 l / K_{\text{ср}}^2 \quad (18.5)$$

или

$$J = Q^2 / K_{\text{ср}}^2. \quad (18.6)$$

Следует отметить, что при неравномерном движении $K_{\text{ср}}$ не равняется K_0 (в условиях равномерного движения). При $Q = \text{const}$, как это и бывает на расчетном участке при построении кривых свободной поверхности в естественных руслах, при подпоре $K_{\text{ср}} > K_0$ и, следовательно, уклон J меньше, чем при равномерном движении. При перемещении вверх (по течению) по кривой подпора уклон свободной поверхности все более приближается к значению, равному i (уклон дна). При спаде, наоборот, $K_{\text{ср}} < K_0$. И опять по мере приближения глубин в пределах

кривой спада к h_0 уклон свободной поверхности все более приближается к i .

Из уравнения (18.6), так же как и из (18.4), можно найти Δz в результате последовательных приближений или графически.

Для выполнения расчетов по методу непосредственного интегрирования необходимо иметь топографические и гидрометрические данные, которые позволили бы разбить русло на участки, построить продольные и поперечные профили русла. Зная поперечные профили русла в начальном и конечном сечениях данного расчетного участка, можно определить $\omega_{ср}$, $R_{ср}$, $C_{ср}$, $K_{ср}$.

Коэффициенты шероховатости естественных русел существенно отражаются на получаемых результатах. Точное определение коэффициентов местных сопротивлений затруднительно. Сопротивления движению воды в естественном русле складываются из сопротивлений, которые можно отнести к местным (обусловленным наличием крупных гряд на дне, побочней и островов, поворотами русла), и сопротивлений по длине (обусловленным зернистой шероховатостью слагающих дно и берега грунтов).

При расчетах используют коэффициенты шероховатости, полученные в рассчитываемом русле в бытовых, еще не зарегулированных условиях. По гидрометрическим данным из формулы Шези определяется коэффициент $C = v_{ср} / \sqrt{RJ}$ для приблизительно однотипных участков реки. Определив C по принятой для расчетов формуле (например, Агроскина или Павловского), находят значение коэффициента шероховатости n .

Найденные значения коэффициента шероховатости будут отражать все особенности условий, в которых происходит движение в данном русле, в том числе и так называемые местные сопротивления. В коэффициенте Шези C , по сути дела, также будут учтены как потери напора по длине, так и местные потери напора для каждого из данных участков, где определялся коэффициент шероховатости. Следует учитывать, что полученные по натурным данным значения коэффициентов шероховатости могут зависеть от глубины наполнения русла, хотя по исходным представлениям коэффициент n должен был бы отражать только характер шероховатости поверхности русла.

До выхода потока на пойму коэффициент шероховатости естественного русла во многих случаях постепенно уменьшается. Но когда в пропуск расходов включается и пойма, обычно гораздо более шероховатая, чем русло, коэффициент n резко возрастает.

На ряде рек в связи с особенностями напластования прорезаемых рекой различных пород и с другими особенностями (например, зарастанием берегов) коэффициент n с ростом глубины не уменьшается, а иногда может увеличиваться.

Значения коэффициентов шероховатости естественных водотоков могут быть приняты по составленной И. Ф. Карасевым табл. П.XVI.

18.3. СПЕЦИАЛЬНЫЕ СПОСОБЫ РАСЧЕТА КРИВЫХ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В расчетной практике широко применяются специальные способы расчета, предложенные для построения кривых свободной поверхности в естественных руслах при наличии гидрометрических данных в достаточном объеме. Эти способы основаны на применении модуля сопротивления

$$F = l/K^2, \quad (18.7)$$

где l — длина расчетного участка; K — расходная характеристика на этом участке.

При этом используется важное для расчетов положение о независимости модуля сопротивления от уклона свободной поверхности, так называемый постулат инвариантности модуля сопротивления. Как показывают данные натурных исследований, постулат инвариантности модуля сопротивления справедлив в основном для равнинных рек. Согласно этому постулату модуль сопротивления l/K^2 на данном расчетном участке является функцией только средней отметки уровня воды $z_{\text{ср}}$ и не зависит от гидравлического уклона, т. е. положения кривых свободной поверхности ($a-a$ и $a'-a'$ на рис. 18.1) (разностью скоростных напоров в различных сечениях пренебрегли). Тогда на данном расчетном участке среднее значение расходной характеристики $K_{\text{ср}}$ зависит только от $z_{\text{ср}}$. При одном и том же значении $z_{\text{ср}}$ величины $K_{\text{ср}}^2$ и $F = l/K^2$ на данном расчетном участке будут одинаковыми при различных уклонах свободной поверхности (рис. 18.1).

Таким образом,

$$F = \Delta z/Q^2 = f(z_{\text{ср}}). \quad (18.8)$$

При использовании любого специального способа расчета река разбивается по длине на ряд расчетных участков. В пределах каждого участка определяется осредненный поперечный профиль, измеряется длина участка при разных уровнях. Для осредненного поперечного профиля каждого расчетного участка вычисляются при разных уровнях ω , B , $R = h_{\text{ср}}$, C , K . При определении коэффициента Шези коэффициент шероховатости n вычисляется по гидрометрическим данным или при их отсутствии по таблицам. Для каждого значения средней отметки уровня $z_{\text{ср}}$ определяется значение модуля сопротивления по (18.7) и строятся графики $F = l/K^2 = f(z_{\text{ср}})$ для каждого расчетного участка (рис. 18.2).

Рассмотрим один из специальных способов — расчет по способу А. Н. Рахманова. Расход Q и отметка уровня воды в конце нижнего по течению расчетного участка $z_{\text{к}}$ известны. Задаем отметкой уровня воды в начальном сечении $z_{\text{н}}$. Тогда $z_{\text{ср}} = (z_{\text{н}} + z_{\text{к}})/2$. По найденному значению $z_{\text{ср}}$ получим по графику на рис. 18.2 для дан-

ного участка значение $\Delta z/Q^2$. Умножив найденное значение $\Delta z/Q^2$ на Q^2 , получим Δz . Если полученное Δz равно $\Delta z = z_n + z_k$, то расчет закончен. Если получилось неравенство, то вновь задаемся значением z_n и повторяем расчет вплоть до практически равных значений Δz .

Как видим, описанный способ расчета связан с последовательными приближениями.

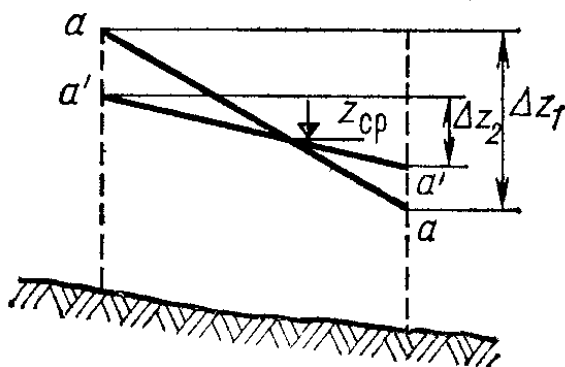


Рис. 18.1

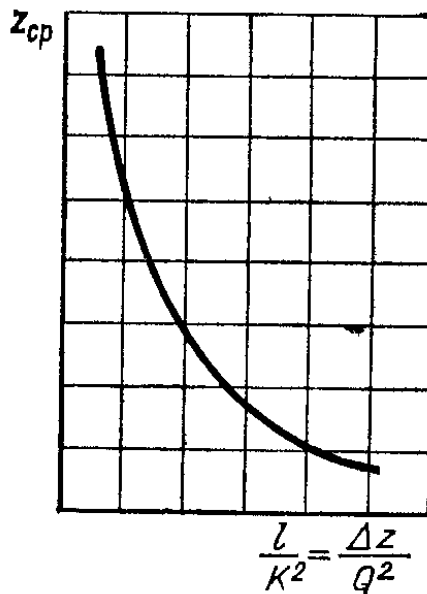


Рис. 18.2

Найдя отметку уровня в начале первого расчетного участка $z_{н1}$, определим отметку в конце второго расчетного участка, так как $z_{н1} = z_{к2}$, и т. д. Напомним, что расчет ведется с переходом от участка к участку против течения.

Отметим, что использование данных гидрометрических наблюдений при построении графиков $F = \Delta z/Q^2 = f(z_{cp})$ обеспечивает учет различных особенностей данного русла в окончательных расчетах.

Глава 19

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

19.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Неустановившееся безнапорное движение характеризуется изменением параметров потока во времени в любом створе русла. Рассмотренное в предыдущих главах равномерное и неравномерное установившееся движение в откры-

тых руслах — частный случай неустановившегося движения.

При изучении неустановившегося движения в открытых руслах обычно рассматривают одномерную задачу, т. е. не учитывают поперечные составляющие местных скоростей и неравномерность распределения местных скоростей по живому сечению. Таким образом, считается, что во всех точках живого сечения скорости одинаковы и равны средней скорости v и по всему живому сечению также одинаковы глубины. Тогда основными характеристиками движения будут расход Q (или средняя скорость v) и ордината свободной поверхности z (или глубина h , или площадь живого сечения ω).

Задача расчета неустановившегося движения состоит в определении основных характеристик движения в разных по своему местоположению створах от времени, т. е. в получении, например, зависимостей $Q=f(t)$ и $z=f(t)$. Напомним, что для установившегося движения нет необходимости определять зависимость h (или z) от t , а при равномерном движении $h=\text{const}$ и не зависит ни от t , ни от l .

В ряде случаев достаточно иметь лишь некоторые данные о неустановившемся движении, например только максимальные или только минимальные уровни воды в нескольких створах по длине рассчитываемого участка водотока. Такой расчет называется частичным расчетом. Другой пример частичного расчета — определение только максимальных или только минимальных расходов воды в нескольких створах по длине и т. д.

Неустановившееся движение наблюдается в период половодья и паводков, при которых волна половодья или паводка проходит по реке и вызывает непрерывное изменение расходов и уровней в створах по длине реки. Неустановившееся движение также реализуется при распространении ливневых паводков по руслам (в том числе и по «сухим» руслам), при формировании дождевого стока по склонам.

Если сток рек зарегулирован (водохранилищами ГЭС например), то неустановившееся движение проявляется в виде волн попусков при сбросе расходов в нижний бьеф по графику, предусмотренному условиями эксплуатации ГЭС, или согласно требованиям речного транспорта, рыбного хозяйства и т. д.

Наконец, при прорыве плотины также образуются волны и движение при этом — неустановившееся.

Волны в открытых руслах паводков, половодий, попусков,

прорыва перемещают большие массы воды (волны перемещения), что приводит к изменению расходов по сравнению с имевшимися.

Наблюдающиеся в руслах ветровые волны, волны, возникающие при прохождении судов, волны в морях и водохранилищах и т. д. характеризуются тем, что не перемещают больших масс воды и в данном учебнике не рассматриваются.

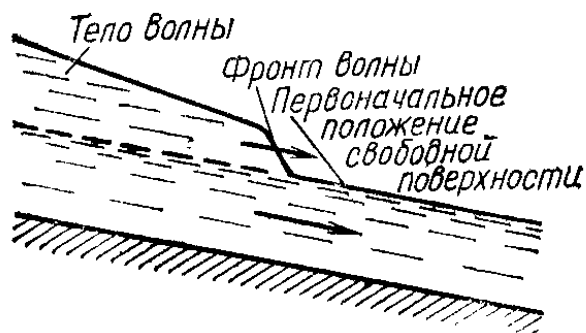


Рис. 19.1

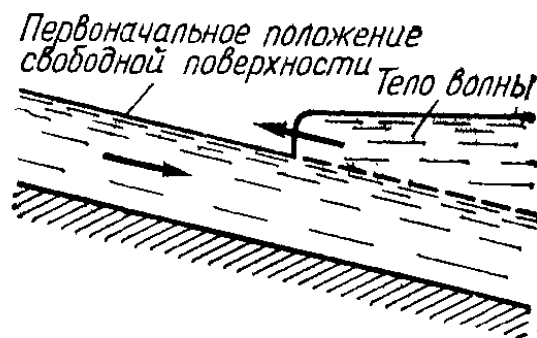


Рис. 19.2

Приведем основные термины, применяемые при рассмотрении неустановившегося движения.

Неустановившееся движение может быть быстро и медленно изменяющимся.

Волны перемещения характеризуются малой кривизной и значительной растянутостью мгновенного профиля (длинные волны), т. е. движение волны перемещения является медленно изменяющимся движением. Если расход (или уровень) в начальном створе, где нарушается существовавшее установившееся движение (створ возмущения), только увеличивается (без последующего уменьшения) или только уменьшается, то возникающую при этом волну называют волной одного направления.

Волна называется прямой, если она перемещается вниз по течению; волна называется обратной, если она перемещается против течения. Волна называется положительной, если при ее перемещении уровень воды повышается. При движении отрицательной волны происходит понижение уровня.

Прямая положительная волна сопровождается увеличением расхода и уровня вниз по течению и называется волной наполнения (рис. 19.1). Обратная положительная волна сопровождается уменьшением расхода и увеличением уровня вверх по течению и

называется волной подпора (рис. 19.2). Она возникает в верхнем бьефе, т. е. перед сооружением, например, при уменьшении пропускаемого через водопропускные отверстия плотины (прикрытие затворов) или через турбины ГЭС расхода.

Прямая отрицательная волна — волна отлива (рис. 19.3) — сопровождается уменьшением расхода и уровня вниз по течению и возникает при уменьшении

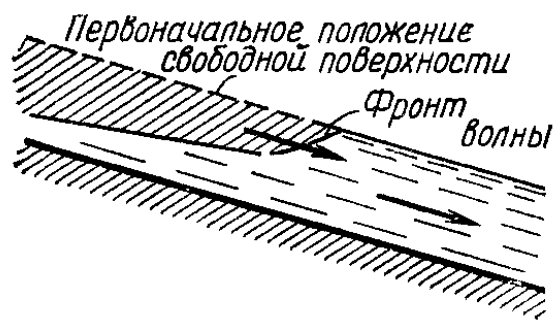


Рис. 19.3

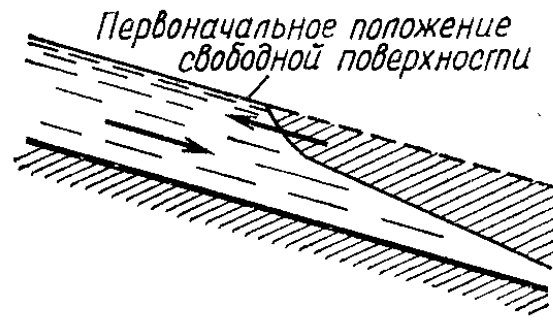


Рис. 19.4

расхода в створе, расположенном в начале данного участка (например, уменьшение расхода при спаде паводка). Наконец, обратная отрицательная волна (рис. 19.4) — волна излива — сопровождается увеличением расхода и уменьшением уровня вверх по течению и возникает в верхнем бьефе при увеличении пропускаемых через гидротехнические сооружения расходов.

Сложные волны состоят из комбинации охарактеризованных выше простых волн. Так, сложная прямая волна состоит из положительной (волна наполнения) и отрицательной (волна отлива) волн. Такая волна наблюдается при попусках.

Различают фронт волны, отделяющий жидкость, участвующую в волновом движении, от невозмущенной жидкости или от другой волны, и тело волны. В пределах тела волны гидравлические элементы потока изменяются медленно. В призматическом русле при отсутствии пойм и других особенностей рельефа фронт волны перемещается с волновой скоростью. При наличии пойм, крупных староречий и других понижений местности, где может аккумулироваться часть воды, скорость перемещения фронта может быть меньше волновой скорости. Положительные волны отличаются крутым фронтом, а отрицательные волны имеют пологий фронт.

Быстро изменяющееся движение происходит при перемещении прерывных волн, для которых характерен профиль свободной поверхности со значительной кривизной, резкое, почти мгновенное возрастание глубин на коротком участке. Такие волны образуются при прорыве плотины, при резком попуске в нижний бьеф при малой глубине в нем или при движении по сухому руслу.

Отметим также, что когда волна подходит к створу, в котором форма или размеры поперечного сечения водотока резко изменяются (сужение в плане или по вертикали, расширение), то происходит отражение волны (частичное или полное). При частичном отражении волна распадается на две: одна, называемая преломленной, продолжает движение по первоначальному направлению, вторая — отраженная — распространяется в обратном направлении. При полном отражении преломленная волна отсутствует. Полное отражение происходит при встрече волны с вертикальной гранью (стенкой) гидротехнического сооружения, перекрывшего водоток, или при отражении от водоема (водохранилища) большого размера. При отражении от вертикальной стенки положительная волна остается положительной, а отрицательная — отрицательной. Только изменяется направление волны: прямая волна переходит в обратную. При отражении от водохранилища знак и направление волны изменяются. Прямая положительная волна переходит в обратную отрицательную, прямая отрицательная волна переходит в обратную положительную.

Укажем в заключение, что важными величинами, определяемыми при расчетах, являются скорость распространения волны c_0 , высота волны h_b и изменение при движении волны Q_b .

19.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО МЕДЛЕННО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

При рассмотрении одномерного медленно изменяющегося неустановившегося движения принимаем допущения, указанные в § 19.1. Кроме того, гидравлические сопротивления выражаем, так же как и при установившемся движении, пренебрегая местными потерями,

$$h_{тр} = h_{дл} = \frac{Q^2 l}{\omega^2 C^2 R} = \frac{v^2 l}{C^2 R} \quad (19.1)$$

Вопрос о гидравлических сопротивлениях при неустановившемся движении — один из недостаточно изученных в гидравлике. Имеющиеся немногочисленные экспериментальные данные о гидравлических сопротивлениях при неустановившемся движении, как упоминалось ранее, не дают согласующиеся между собой результаты. В некоторых опытах получалось, что гидравлические сопротивления при установившемся и неустановившемся движении практически одинаковы. В других работах найдено, что гидравлические сопротивления больше при ускоренном движении. В то же время имеются исследования, в которых получены противоположные только что указанному результаты. На результаты, получаемые в натурных исследованиях, большое влияние оказывает близость гидротехнических сооружений и непрямизматичность русла.

Теоретические работы О. Ф. Васильева, В. И. Квона и К. В. Гришанина свидетельствуют, что при движении прямой положительной волны $\left(\frac{\partial h}{\partial t} > 0; \frac{\partial h}{\partial l} < 0\right)$ распределение скоростей по вертикали более однородное, чем при движении прямой отрицательной волны $\left(\frac{\partial h}{\partial t} < 0; \frac{\partial h}{\partial l} > 0\right)$, когда эпюра распределения скоростей по вертикали заметно неоднородна.

Обычно принимается, что гидравлические сопротивления при неустановившемся движении могут быть выражены по (19.1). Отметим, что для количественной оценки неустановившегося движения применяются параметры $\frac{h}{v^2} \frac{\partial v}{\partial t}$ или $\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial t}$.

Выделим в рассматриваемом потоке два сечения на расстоянии dl друг от друга (рис. 19.5). Применим уравнение (5.27), записав его для потока в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial h_{\text{тр}}}{\partial l} = 0. \quad (19.2)$$

Коэффициенты кинетической энергии α и количества движения α' во многих работах, посвященных неустановившемуся движению в открытых руслах, принимают равными $\alpha = \alpha' = 1$. Строго говоря, при принятых допущениях об одномерности движения эти коэффициенты равны единице. Имея в виду общность выводимых дифференциальных уравнений, оставим эти коэффициенты при дальнейших выкладках.

При неустановившемся движении в открытых руслах обычно высоту положения z относят к точкам на свободной поверхности. Тогда изменения z характеризуют изменения уровня воды, при этом $p = p_{ат} = \text{const}$ в различных сечениях.

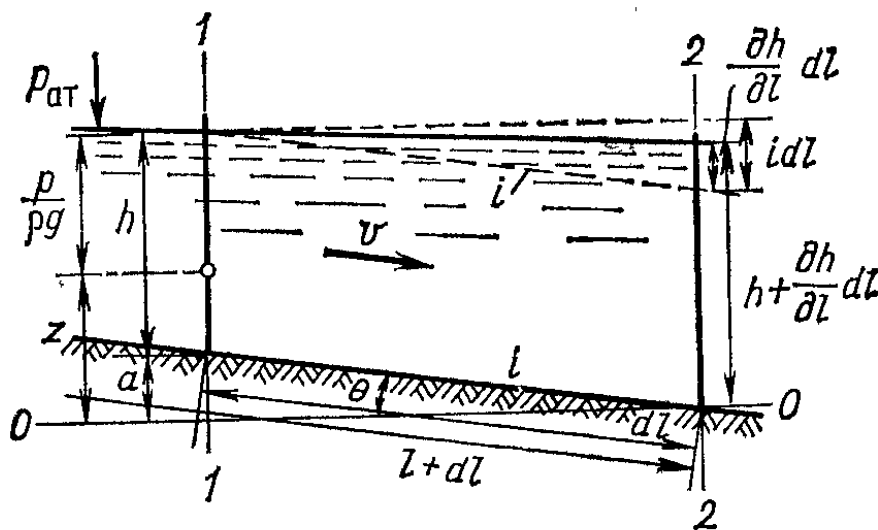


Рис. 19.5

Тогда из (19.2) с учетом (19.1) имеем

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(z + \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v^2}{C^2 R} = 0$$

или

$$\frac{\partial z}{\partial l} + \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v^2}{C^2 R} = 0. \quad (19.3)$$

Так как $z = a + h$, то

$$\frac{\partial z}{\partial l} = \frac{\partial a}{\partial l} + \frac{\partial h}{\partial l} = -i + \frac{\partial h}{\partial l},$$

где $i = -\frac{\partial a}{\partial l}$ — уклон дна русла.

Таким образом, уклон свободной поверхности

$$J = -\frac{\partial z}{\partial l} = i - \frac{\partial h}{\partial l}.$$

Тогда получим

$$-\frac{\partial z}{\partial l} = \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v^2}{C^2 R} \quad (19.4)$$

или

$$i - \frac{\partial h}{\partial l} = \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v^2}{C^2 R}. \quad (19.5)$$

Очевидно, что из уравнений неустановившегося движения как частные случаи получаются уравнения установившегося движения ($\partial v/\partial t=0$ и частная производная $\partial h/\partial l$ заменяется dh/dl , так как h не зависит от второй переменной t) и равномерного движения.

Уравнение неразрывности при неустановившемся движении в открытом русле получим, распространив на поток уравнение неразрывности (3.21) для струйки несжимаемой жидкости ($\rho=\text{const}$):

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \quad (19.6)$$

Аналогично преобразованию уравнения неразрывности в § 14.5, заменив $Q=\omega v$, получим

$$v \frac{\partial \omega}{\partial l} + \omega \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \quad (19.7)$$

Уравнения (19.3) и (19.6) или (19.7) составляют искомую систему дифференциальных уравнений неустановившегося движения.

В призматических руслах площадь живого сечения зависит только от глубины, причем $\partial \omega/\partial h=B$ (B — ширина потока по верху). Тогда

$$\frac{\partial h}{\partial l} = \frac{\partial h}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{1}{B} \frac{\partial \omega}{\partial l}.$$

Для призматических русел имеем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{g} \left(\alpha v \frac{\partial v}{\partial l} + \alpha' \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{1}{B} \frac{\partial \omega}{\partial l} &= i - \frac{v^2}{C^2 R}; \\ v \frac{\partial \omega}{\partial l} + \omega \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (19.7a)$$

В прямоугольном или достаточно широком русле $\omega= bh$, и тогда уравнение неразрывности (19.6) принимает вид

$$\frac{\partial q}{\partial l} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0, \quad (19.8)$$

где q — удельный расход на единицу ширины русла.

Уравнение неразрывности (19.7) применяют и в таком виде:

$$\frac{\partial (hv)}{\partial l} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0. \quad (19.9)$$

Таким образом, полученные уравнения попарно составляют замкнутые системы. Из этих уравнений можно найти глубину h (площадь ω) и среднюю скорость v в различных створах по длине (разные l) и в различные моменты времени t .

Уравнение (19.5) при $\alpha = \alpha' = 1$ было впервые получено Сен-Венаном. Систему уравнений (19.5) и (19.6) называют уравнениями Сен-Венана.

Если имеется боковой приток с удельным расходом на единицу длины q_6 , то уравнения (19.5) и (19.6) записываются в виде

$$i - \frac{\partial h}{\partial l} = \frac{\alpha}{g} \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v^2}{C^2 R} + \frac{q_6 v}{g\omega}; \quad (19.10)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q_6. \quad (19.11)$$

Уравнения одномерного неустановившегося движения обычно решаются с использованием многочисленных методик¹. В настоящее время расчеты неустановившегося движения выполняются на ЭВМ с использованием специально разработанных программ.

19.3. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О МЕТОДЕ ХАРАКТЕРИСТИК

Изложим важный для изучения неустановившегося движения метод характеристик, разработанный акад. С. А. Христиановичем.

Рассматривается система уравнений (19.7а). Ее решениями будет система двух функций

$$v = v(l, t); \quad \omega = \omega(l, t).$$

Эти функции должны быть определенными и иметь непрерывные производные первого порядка в области, ограничивающей изменение параметров l и t , т. е. в пределах области, в которой надо произвести расчет неустановившегося движения.

Пусть в области решения известен отрезок кривой $l = l(t)$, на котором известны все необходимые характеристики движения. Это может быть кривая, соответствующая установившемуся движению.

Для каждой точки кривой $l = l(t)$ можно написать

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\partial \omega}{\partial l} \frac{dl}{dt} + \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad \text{или} \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{d\omega}{dt} - \frac{\partial \omega}{\partial l} \frac{dl}{dt}; \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial l} \frac{dl}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{или} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt} - \frac{\partial v}{\partial l} \frac{dl}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (19.12)$$

¹ Грушевский М. С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах. — Л.: Гидрометеониздат, 1982. 287 с.

Подставив значения $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ и $\frac{\partial v}{\partial l}$ в исходную систему (19.7а) и обозначив $(i - \frac{v^2}{C^2 R})g = A$, найдем (приняв здесь $\alpha = \alpha' = 1$)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial l} &= \frac{-\frac{d\omega}{dt} \left(v - \frac{dl}{dt} \right) - \left(A - \frac{dv}{dt} \right) \omega}{\left(v - \frac{dl}{dt} \right) - \frac{g\omega}{B}}; \\ \frac{\partial v}{\partial l} &= \frac{-\left(A - \frac{dv}{dt} \right) \left(v - \frac{dl}{dt} \right) - \frac{d\omega}{dt} \frac{g}{B}}{\left(v - \frac{dl}{dt} \right)^2 - \frac{g\omega}{B}}. \end{aligned} \right\} (19.13)$$

Из рассмотрения случая, когда знаменатель в этих уравнениях равен нулю, получим два уравнения

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dl}{dt} \right)_1 &= v + \sqrt{\frac{\partial \omega}{B}}; \\ \left(\frac{dl}{dt} \right)_2 &= v - \sqrt{\frac{g\omega}{B}}. \end{aligned} \right\} (19.14)$$

Получены два значения скорости распространения фронта волны, одно из них $(dl/dt)_1 > 0$, а второе $(dl/dt)_2 < 0$, так как для открытых потоков всегда $\sqrt{g\omega/B} = \sqrt{gh_{cp}}$ больше средней скорости v .

Таким образом, прямая волна, распространяющаяся вниз по течению, имеет скорость распространения фронта

$$v + \sqrt{g\omega/B},$$

а обратная волна, движущаяся против течения, имеет скорость распространения фронта

$$v - \sqrt{g\omega/B}.$$

Приравняв нулю и числители в (19.13), с тем чтобы производные $\frac{\partial \omega}{\partial l}$ и $\frac{\partial v}{\partial l}$ не обратились в бесконечность или чтобы не создалась неопределенность, получим

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dv}{dt} \right)_1 &= A - \sqrt{\frac{g}{B\omega}} \frac{d\omega}{dt}; \\ \left(\frac{dv}{dt} \right)_2 &= A + \sqrt{\frac{g}{B\omega}} \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned} \right\} (19.15)$$

Полученные уравнения (19.15) совместно с найденными из (19.14)

$$\left. \begin{aligned} dl &= \left(v + \sqrt{\frac{g\omega}{B}} \right) dt; \\ dl &= \left(v - \sqrt{\frac{g\omega}{B}} \right) dt \end{aligned} \right\} \quad (19.16)$$

называются дифференциальными уравнениями характеристик.

Уравнения (19.6) являются уравнениями прямых с угловыми коэффициентами, равными выражениям в скобках, т. е.

$$K_1 = v + \sqrt{g\omega/B}, \quad K_2 = v - \sqrt{g\omega/B}. \quad (19.17)$$

Первое уравнение (19.16) характеризует движение прямой волны, а второе — движение обратной волны.

Учитывая, что в уравнениях (19.15) и (19.16) при $\alpha > 1$ должен быть корень вида $\sqrt{\alpha B/g\omega} = \sqrt{\Pi_K \omega/Q} = \sqrt{\Pi_K}/v$, имеем при подстановке в (19.16)

$$\left. \begin{aligned} dl &= \sqrt{\frac{g\omega}{\alpha B}} (1 + \sqrt{\Pi_K}) dt; \\ dl &= - \sqrt{\frac{g\omega}{\alpha B}} (1 - \sqrt{\Pi_K}) dt. \end{aligned} \right\} \quad (19.18)$$

Решение производится в конечных разностях.

Уравнения (19.15), (19.16), (19.18) удовлетворяют исходным уравнениям неустановившегося движения для всех точек волны, кроме ее фронта, на котором происходит разрыв непрерывности функций.

Задача ставится таким образом. Пусть в координатной плоскости (l, t) задан отрезок ad кривой $l=l(t)$. Тогда в каждой точке этой кривой можно провести прямые, направления которых определяются величинами K_1 (первое семейство характеристик, соответствующее прямой волне распространяющейся по течению) и K_2 (второе семейство характеристик, соответствующее обратной волне).

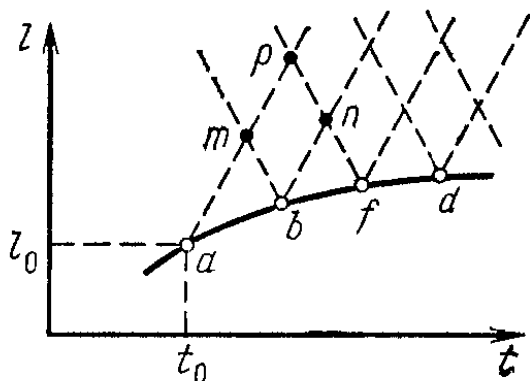


Рис. 19.6

В точках a и b на ad (рис. 19,6) известны их координаты на плоскости (l, t) , т. е. l_a и t_a , l_b и t_b и v_a , ω_a , v_b , ω_b . В точке m не известны l_m , t_m , v_m , ω_m . Из (19.16) с учетом (19.17) можно записать в конечных разностях

$$\left. \begin{aligned} l_m - l_a &= K_1 (t_m - t_a); \\ l_m - l_b &= K_2 (t_m - t_a). \end{aligned} \right\}$$

Из этой системы находим l_m и t_m . Записав (19.15) в конечных разностях, получим

$$\left. \begin{aligned} v_m - v_a &= A_1 (t_m - t_a) - \sqrt{\frac{g}{B\omega}} (\omega_m - \omega_a); \\ v_m - v_b &= A_2 (t_m - t_b) + \sqrt{\frac{g}{B\omega}} (\omega_m - \omega_b). \end{aligned} \right\} \quad (19.19)$$

Из уравнений (19.19) определяются v_m и ω_m . Таким образом, найдены все искомые величины (l_m, t_m, v_m, ω_m).

Далее, исходя из точек b и f , где известны $l_b, t_b, v_b, \omega_b, l_f, t_f, v_f, \omega_f$, находим все необходимые величины в точке n . И так далее, переходя от точки к точке.

19.4. СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ

Рассмотрим неустановившееся движение в открытом прямоугольном русле (с горизонтальным дном), считая, что потерями на трение можно пренебречь. В этом случае $b = B$, $\omega/B = h$ и уравнения (19.14) записываются в виде

$$\frac{dl}{dt} = v \pm \sqrt{gh} = c'_0, \quad (19.20)$$

где c'_0 — скорость перемещения отдельных точек фронта волны.

Интегрируя (19.15) с учетом того, что $A = 0$, $d\omega = Bdh$, $B\omega = b^2h$, получим

$$v = \pm 2\sqrt{gh} + \text{const}. \quad (19.21)$$

Найдя постоянную интегрирования из начальных условий, когда $h_0 = \text{const}$ и $v_0 = \text{const}$, получим

$$c = v_0 \pm 2\sqrt{gh_0}$$

и

$$v = v_0 \pm 2(\sqrt{gh} - \sqrt{gh_0}), \quad (19.22)$$

где h_0 — первоначальная глубина наполнения; $h = h_0 + h_b$, h_b — высота волны (рис. 19.7).

Средняя скорость движения при неустановившемся движении в прямоугольном горизонтальном русле при отсутствии гидравлических сопротивлений определяется по (19.22). С использованием (19.22) из (19.20) получим

$$c'_0 = v_0 \pm (3\sqrt{gh} - 2\sqrt{gh_0}). \quad (19.23)$$

Далее

$$v = v_0 \pm 2 \left[\sqrt{g(h_0 + h_B)} - 2\sqrt{gh_0} \right]; \quad (19.24)$$

$$c_0' = v_0 \pm \left[3\sqrt{g(h_0 + h_B)} - 2\sqrt{gh_0} \right]; \quad (19.25)$$

$$l = \left\{ v_0 \pm \left[3\sqrt{g(h_0 + h_B)} - 2\sqrt{gh_0} \right] \right\} t + f(h_B), \quad (19.26)$$

где $f(h_B)$ — произвольная функция.

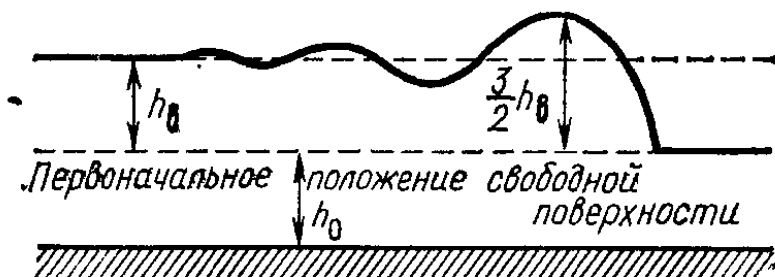


Рис. 19.7

В полученных формулах знак плюс соответствует прямой волне, знак минус — обратной. При этом для положительной волны $h_B > 0$, для отрицательной $h_B < 0$.

В соответствии с (19.25) в волне, характеризующейся повышением уровня ($h_B > 0$), сечение с большей глубиной нагоняет сечение с меньшей глубиной. Поэтому мгновенные профили волны становятся все более крутыми, при определенных условиях волна может опрокинуться, т.е. разрушиться. Для волн с $h_B < 0$ сечение с меньшей глубиной отстает от сечения с большей глубиной и мгновенные профили волны становятся все более распластанными. Если изменение расхода, вызвавшее появление положительной волны, произошло достаточно быстро, то фронт такой волны считают вертикальным, хотя на самом деле положительная волна в таких условиях начинается с переднего вала высотой примерно $1,5 h_B$ (рис. 19.7).

При медленном изменении расхода (или отметки уровня, или глубины), приведем к появлению положительной волны, ее фронт растянут.

От скорости перемещения отдельных точек фронта волны можно перейти к скорости распространения фронта волны. Эту скорость называют скоростью распространения волны c_0 . Ее находят из выражения

$$c_0 = \frac{1}{h_B} \int_0^{h_B} c_0' dh_B.$$

Подставив сюда c'_0 по (19.25) и выполнив преобразования, получим

$$c_0 = v_0 \pm \frac{2\sqrt{gh_0}}{h_0} \int_0^{h_B} \left(\frac{3}{2} \sqrt{1 + \frac{h_B}{h_0}} - 1 \right) dh_B.$$

С учетом

$$\left(1 + \frac{h_B}{h_0} \right)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{h_B}{h_0}$$

после интегрирования получим

$$c_0 = v_0 \pm \sqrt{gh_0} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{h_B}{h_0} \right). \quad (19.27)$$

Вновь для прямой волны — знак плюс, для обратной волны — знак минус.

При $h_B/h_0 < 0,1$ получим

$$c_0 = v_0 \pm \sqrt{gh_0}. \quad (19.28)$$

Если волна распространяется в неподвижной жидкости ($v_0=0$), то получим формулу Лагранжа для этого случая

$$c_0 = \sqrt{gh_0}. \quad (19.29)$$

Все формулы даны для случая, когда волна положительная, т. е. $h_B > 0$.

При отрицательной волне h_B в формулах должна быть принята отрицательной.

Формулы, полученные для прямоугольного русла, могут быть применены для призматических русел с другой формой поперечного сечения. Следует при этом в формулах для c'_0 и c_0 заменить h_0 на ω_0/B' , где ω_0 — первоначальная площадь живого сечения; B' — ширина по верху живого сечения при $h = h_0 + 0,5 h_B$.

Формулы скорости распространения волны (19.27) — (19.29) могут быть применены и для реальных случаев, когда силы сопротивления не равны нулю, так как их влияние не сказывается ощутимым образом на c_0 .

ДВИЖЕНИЕ НАНОСОВ В ОТКРЫТЫХ ПОТОКАХ**20.1. ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ КРУПНОСТЬ НАНОСОВ**

Твердые частицы грунта, переносимые водными потоками, — наносы — условно делят на влекомые по дну, или донные, и взвешенные.

В руслах наносы создаются за счет смыва грунта водой, стекающей в эти русла, и размыва русла на отдельных его участках. Часть наносов попадает в русло благодаря переносу их ветром.

Наносы бывают различной крупности и формы. Более крупные наносы чаще имеют форму, близкую к шару или эллипсоиду. Мелкие наносы имеют неправильную геометрическую форму, близкую к форме пластинок.

Для характеристики формы частиц наносов предложено несколько способов. Имеются специальные эталоны (трафареты), на которых приводятся наиболее характерные очертания частиц. Также применяются различные коэффициенты формы, например, по В. В. Романовскому критерий формы частицы

$$\Theta = d^2/ab,$$

где d — диаметр шара, объем которого W равен объему частицы; a , b — длина и ширина частицы.

Для шара, естественно, $\Theta = 1$, для очень плоских частиц $\Theta = 0,5$.

Диаметр равновеликого шара определяется по формуле

$$d = \sqrt[3]{6W/\pi}.$$

Для частиц, кроме очень плоских, диаметр равновеликого шара можно находить как

$$d = (a + b + c)/3,$$

где a , b , c — длина, ширина и высота (толщина) частицы.

Наносы обычно характеризуются средним диаметром, который устанавливается на основании анализа гранулометрического состава.

Важную роль в изучении условий движения наносов играет гидравлическая крупность ω , представляющая собой скорость равномерного падения частицы наносов в неподвижной воде [см. гл. 16].

Связь между размером частицы и скоростью ее падения в неподвижной воде можно установить следующим образом. Пусть твердая частица тяжелее воды и имеет форму шара, тогда если ее опустить в воду, она будет падать под действием силы

$$G = \frac{1}{6} \pi d^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho), \quad (20.1)$$

где d — диаметр частицы; g — ускорение свободного падения; $\rho_{\text{ч}}$ — плотность частицы наносов; ρ — плотность воды.

Падению частицы в жидкости будет оказывать сопротивление сила P .

При направлении оси Ox , совпадающем с направлением движения, и симметричном обтекании (частица падает вдали от стенок сосуда) силу сопротивления можно выразить в виде

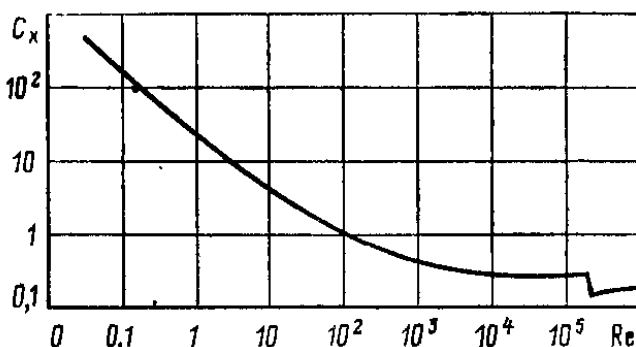


Рис. 20.1

$$P = C_x \omega_x \rho u^2 / 2, \quad (20.2)$$

где C_x — коэффициент силы сопротивления, т. е. коэффициент лобового сопротивления; ω_x — площадь проекции наибольшего поперечного сечения частицы на направление, нормальное к направлению движения; u — скорость относительного движения частицы в воде.

Коэффициент лобового сопротивления C_x при симметричном обтекании частиц зависит от числа Рейнольдса $Re = ud/\nu$ и формы частиц. На рис. 20.1 показана зависимость C_x от Re при симметричном обтекании шара. При $Re < 1$ коэффициент C_x обратно пропорционален числу Re , т. е. $C_x = 24/Re$. Соответственно сила P пропорциональна скорости в первой степени (ламинарный режим обтекания).

Для частицы шарообразной формы (в условиях ламинарного режима обтекания при $Re < 1$) сила сопротивления определяется формулой Стокса, получаемой из дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости,

$$P = 3\pi\mu\omega d,$$

где μ — динамическая вязкость жидкости.

При равномерном падении в воде частиц и $Re < 1$ из равенства P и G имеем

$$\omega = gd^2 \frac{\frac{\rho_{\text{ч}}}{\rho} - 1}{18\nu}, \quad (20.3)$$

где ν — кинематическая вязкость воды.

Опыты подтверждают справедливость этой зависимости для частиц диаметром $d < 0,05$ мм.

При $Re \approx 10^4 \div 2 \cdot 10^5$ коэффициент C_x шара не зависит от Re (автомодельная область) и сила P зависит от квадрата скорости (квадратичная область). При промежуточных значениях Re сила P зависит от скорости в степени меньше двух.

Таблица 20.1

Область сопротивления	$d_{\text{ср}}, \text{ мм}$	Значения ω при Θ				
		1,0	0,9	0,8	0,7	0,6
Квадратичная	100,0	2,16	1,86	1,55	1,24	0,94
	80,0	1,94	1,66	1,39	1,12	0,84
	50,0	1,53	1,32	1,10	0,88	0,67
	30,0	1,18	1,02	0,85	0,68	0,52
	20,0	0,96	0,83	0,69	0,56	0,42
	15,0	0,84	0,72	0,60	0,48	0,37
	10,0	0,68	0,59	0,49	0,39	0,30
	7,00	0,57	0,49	0,41	0,33	0,25
	5,00	0,48	0,42	0,35	0,28	0,21
	3,00	0,38	0,32	0,27	0,22	
	2,50	0,34	0,29	0,25		
	2,00	0,31				
	Переходная	3,00				
2,50					0,20	0,15
2,00			0,26	0,21	0,17	0,13
1,50		0,24	0,20	0,17	0,14	0,11
1,00		0,16	0,14	0,12	0,10	0,09
0,50		0,08	0,07	0,06	0,05	0,05
0,30		0,04	0,04	0,03	0,03	0,03
0,20		0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
0,10		0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Ламинарный режим	0,050			0,00195		
	0,040			0,00125		
	0,030			0,00070		
	0,020			0,00031		
	0,010			0,000078		
	0,005			0,000020		
	0,002			0,0000031		
	0,001			0,00000078		

Для частиц наносов квадратичная область обтекания наступает при $Re \approx 500$.

В квадратичной области гидравлическая крупность не зависит от кинематической вязкости воды (от температуры) при прочих равных условиях. При ламинарном режиме обтекания гидравлическая крупность не зависит от формы частиц наносов.

В табл. 20.1 приведены значения гидравлической крупности при $t=15^\circ\text{C}$, $\rho_{\text{ч}}=2650 \text{ кг/м}^3$ для различных значений $d_{\text{ср}}$ и Θ .

При $d_{\text{ср}} < 1,5 \text{ мм}$ к значениям гидравлической крупности w , взятым из табл. 20.1, даются в зависимости от температуры воды соответствующие поправочные коэффициенты (табл. 20.2).

Таблица 20.2

$d_{\text{ср}}$, мм	$t, ^\circ\text{C}$				
	0—2	3—7	8—12	13—17	18—22
1,50	0,92	0,94	0,97	1,00	1,04
1,00	0,83	0,87	0,93	1,00	1,07
0,50	0,74	0,81	0,90	1,00	1,11
0,20	0,69	0,77	0,88	1,00	1,13
0,10	0,67	0,76	0,87	1,00	1,14
0,05	0,66	0,75	0,87	1,00	1,14

Наносы состоят из частиц различных диаметров, т. е. из разных фракций, обладающих различной гидравлической крупностью. Принято характеризовать наносы средневзвешенной гидравлической крупностью.

Для вычисления гидравлической крупности наносы делят на несколько (четыре-пять) фракций и для каждой фракции определяют w как среднеарифметическую

$$w = \frac{1}{2} (w_1 + w_2)$$

или как среднегеометрическую величину

$$w = \frac{1}{3} (w_1 + w_2 + \sqrt{w_1 w_2}),$$

где w_1 и w_2 — гидравлические крупности для крайних значений диаметров частиц в данной фракции (по табл. 20.1).

По гидравлической крупности отдельных фракций вычисляют средневзвешенную гидравлическую крупность наносов

$$w_{\text{ср}} = 0,01 \sum w_i \rho_i, \quad (20.4)$$

где p_i — процентное содержание отдельных фракций (по массе).

20.2. ДВИЖЕНИЕ НАНОСОВ

Деление наносов на донные и взвешенные является, как указывалось выше, условным.

Донные наносы. Рассмотрим движение частиц несвязного грунта. Одна и та же частица наносов может передвигаться, перекатываясь по дну (влечение по дну), или скачками (сальтация частицы), чередуясь с перекатыванием по дну, и тогда ее можно считать в числе донных наносов.

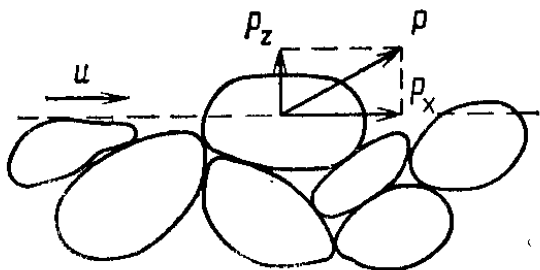


Рис. 20.2

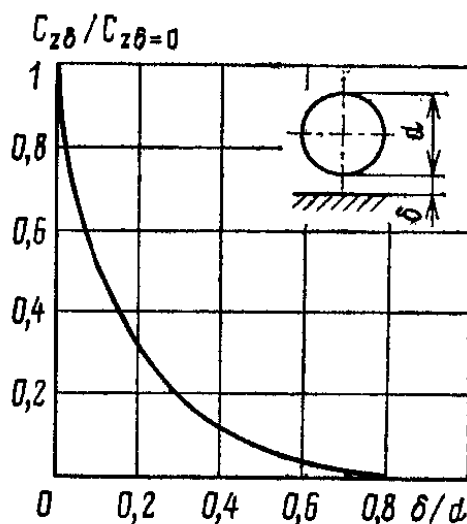


Рис. 20.3

Но эта же частица при соответствующих условиях может перейти во взвешенное состояние.

При переходе частиц от неподвижного состояния к движению наблюдаются их первые подвижки и раскачивания: некоторые частицы смещаются и перекатываются по дну, другие отрываются от дна и скачками переносятся вниз по течению. При дальнейшем увеличении скорости потока число перемещающихся частиц увеличивается.

Скорость воды, при которой начинается трогание частиц с места, называют сдвигающей скоростью $u_{сдв}$. При увеличении скорости потока выше определенных значений на дне потока могут образовываться песчаные рифели, гряды (см. рис. 8.6).

С дальнейшим повышением скорости потока растут длина и высота песчаных волн, а также крутизна их низового откоса. Движущиеся в поверхностном слое песчаной волны частицы, достигая ее гребня, скатываются вниз, в подвалье, в зону водоворотов.

Рассмотрим механизм воздействия потока жидкости на твердые частицы, лежащие на дне (рис. 20.2). Ось OX сов-

падает с направлением потока воды. Лежащая на дне частица подвергается воздействию потока, которое в общем случае может быть представлено шестью компонентами. Три из них — проекции сил P_x , P_y , P_z и три — соответствующие моменты M_x , M_y , M_z .

Проекции сил определяются по формулам, аналогичным формуле (20.2). Различие заключается лишь в коэффициентах сил.

Чаще всего обтекание частиц на дне рассматривается в условиях, когда на частицу действуют лишь две составляющие силового воздействия P_x и P_z . Сила P_z является поперечной (подъемной). Под влиянием этих сил частица при известных условиях может оторваться от дна. Наблюдения за отрывом песчаных частиц показали, что осредненное значение угла наклона траектории отрывающейся частицы ко дну составляет примерно 25° .

Подъемная сила по мере удаления частицы от дна уменьшается. При увеличении расстояния от дна δ примерно до $0,8d$ (рис. 20.3) коэффициент подъемной силы шаровидных и цилиндрических частиц, согласно экспериментальным данным М. А. Дементьева и Д. В. Штеренлихта, уменьшается до нуля.

Механизм отрыва частиц от дна весьма сложен. В переднем нижнем квадранте при обтекании частицы действуют силы, превышающие гидростатическое давление, а в нижней (по потоку) кормовой части частицы — разрежение. Наблюдаются интенсивные пульсации вертикальной и горизонтальной составляющих скорости вблизи дна, соударения частиц, трение и зацепление частиц на дне, фильтрация воды нормально к дну (вверх или вниз).

Из анализа предельного состояния устойчивости частицы на дне Ц. Е. Мирцхулава получил приведенные в гл. 16 формулы для допускаемой (неразмывающей) скорости. Допускаемая средняя скорость $v_{\text{доп}}$ примерно на 40 % превышает сдвигающую среднюю скорость $v_{\text{сдв}}$.

Движение наносов в каналах и реках происходит при взаимном влиянии частиц.

Размыв связных грунтов — еще более сложное явление, чем размыв песчаных грунтов, вследствие действия сил сцепления между твердыми частицами.

Взвешенные наносы. Приподнятая над дном частица может перемещаться вверх под действием вертикальной составляющей скорости потока u_z , если эта составляющая больше гидравлической крупности частицы ω . Изменение

u_2 вследствие пульсации на $\pm u_2^*$ приводит к непрерывным подъемам и опусканиям частицы, которая одновременно вместе с массой жидкости будет поступательно перемещаться.

Средняя скорость потока, при которой начинается переход наносов во взвешенное состояние, представляет собой наименьшую среднюю скорость, при которой взвешенные наносы не выпадают. Эту среднюю скорость называют также незаилающей скоростью $v_{\text{нез}}$.

При малой мутности потока, которая наблюдается в ряде рек, взвешивание и транспортирование наносов во взвешенном состоянии будет зависеть в основном от отношения вертикальной составляющей скорости, непрерывно изменяющейся вследствие пульсации, к гидравлической крупности наносов.

Е. А. Замарин предложил формулу, составленную по натурным данным для условий, когда мутность потока $\rho = 5 \div 6 \text{ кг/м}^3$

$$\rho = 0,022 \frac{v}{\omega_0} \sqrt{\frac{RJv}{\omega_{\text{ср}}}}, \quad (20.5)$$

где v — средняя скорость движения воды, м/с; R — гидравлический радиус, м; J — уклон свободной поверхности потока (при равномерном движении — уклон дна); $\omega_{\text{ср}}$ — средневзвешенная гидравлическая крупность наносов, подсчитанная как среднегеометрическая, м/с; ω_0 — условная гидравлическая крупность, которая имеет следующие значения:

при $0,002 \leq \omega_{\text{ср}} \leq 0,008 \text{ м/с}$ $\omega_0 = \omega_{\text{ср}}$;

при $0,0004 \leq \omega_{\text{ср}} \leq 0,002 \text{ м/с}$ $\omega_0 = 0,002$.

Из формулы (20.5) получим незаилающую скорость

$$v_{\text{нез}} = \sqrt[3]{\left(\frac{\rho \omega_0 \sqrt{\omega_{\text{ср}}}}{0,022 \sqrt{RJ}}\right)^2}. \quad (20.6)$$

Глава 21

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК

21.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В гл. 17 при анализе кривых свободной поверхности неравномерного плавно изменяющегося потока в открытых руслах было отмечено, что при $h = h_{\text{кр}}$ и $\Pi_{\text{к}} = 1$ функция

$h=f(l)$ претерпевает разрыв непрерывности. При этом $dh/dl=\infty$, т.е. касательная к кривой свободной поверхности нормальна к линии критических глубин.

В данной главе рассматривается лишь случай, когда глубина увеличивается, т.е. происходит переход потока из бурного состояния в спокойное.

При этом на относительно коротком участке русла происходит резкое скачкообразное увеличение глубины потока. Это явление называется гидравлическим прыжком.

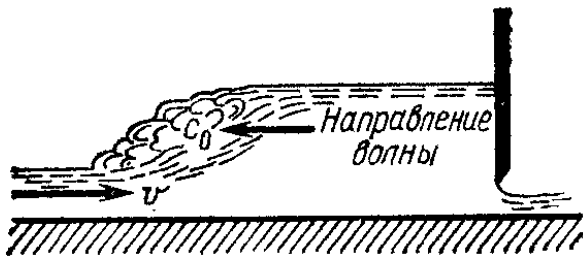


Рис. 21.1

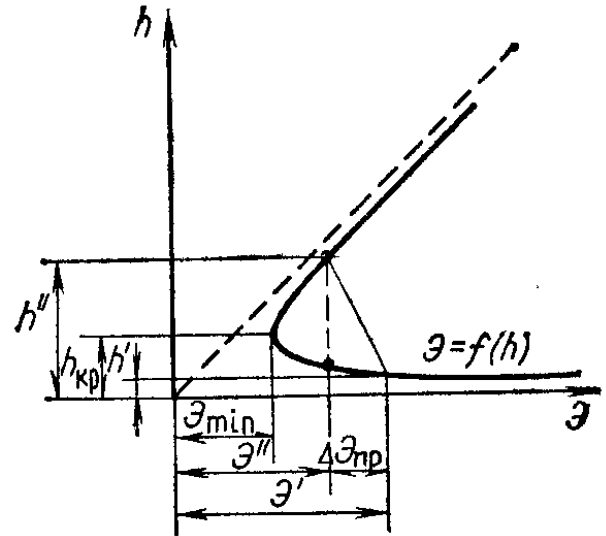


Рис. 21.2

ком, который является единственной формой перехода потока из бурного состояния в спокойное. Гидравлический прыжок представляет собой один из примеров резко изменяющегося движения.

Гидравлический прыжок можно рассматривать как остановившуюся волну перемещения. Если, например, поток, находящийся в бурном состоянии, внезапно преградить, то уровень воды перед преградой резко повысится (рис. 21.1). Создастся волна, которая будет распространяться вверх по течению (обратная положительная волна). Высота и скорость перемещения волны будут постепенно уменьшаться вверх по течению. При скорости волны c_0 , равной средней скорости v , волна остановится и примет форму гидравлического прыжка. Такое возможно только в потоке, находящемся в бурном состоянии ($П_k > 1$). Если поток находится в спокойном состоянии ($П_k < 1$), то волна по мере удаления вверх по течению постепенно будет затухать, кривая свободной поверхности перед препятствием остается непрерывной, плавной. Гидравлический прыжок образуется при обтекании потоком, находящимся в бурном состоянии, расположенных на дне полностью погруженных в воду преград, в том числе и крупных камней.

Рассмотрим вопрос о причинах и неизбежности возникновения гидравлического прыжка при переходе потока от бурного состояния к спокойному.

На рис 21.2 представлен график удельной энергии сечения применительно к руслу с нулевым уклоном дна ($i=0$). При этом, если плоскость сравнения совместить с плоскостью дна, удельная энергия потока E и удельная энергия сечения \mathcal{E} совпадают. Перед гидравлическим прыжком состояние потока — бурное, чему соответствует нижняя ветвь кривой $\mathcal{E}=f(h)$. Спокойное состояние характеризуется верхней ветвью этой кривой. Потери удельной энергии $h_{тр}$ в гидравлическом прыжке обозначены $\Delta\mathcal{E}_{пр}$.

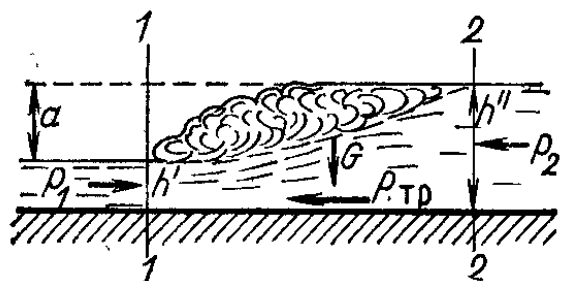


Рис. 21.3

Если предположить, что возможен переход потока от бурного состояния к спокойному без гидравлического прыжка, то вначале при изменении глубины (рис. 21.3) от h' (в сечении перед прыжком) до $h_{кр}$ согласно кривой $\mathcal{E}(h)$ удельная энергия сечения (и удельная энергия потока) должна уменьшиться от \mathcal{E}' до \mathcal{E}_{min} . При увеличении глубины от $h_{кр}$ до h'' (в сечении непосредственно за прыжком) удельная энергия сечения (и потока) должна увеличиваться от \mathcal{E}_{min} до \mathcal{E}'' . Это физически невозможно, так как энергия при движении вязкой жидкости расходуется. Следовательно, гидравлический прыжок является единственно возможной формой перехода потока от бурного состояния в спокойное.

21.2. ВИДЫ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА

В зависимости от условий, в которых происходит гидравлический прыжок, наблюдаются различные его виды.

Совершенный гидравлический прыжок (рис. 21.3) наблюдается при отсутствии стеснения русла по вертикали, например в виде уступа дна, при отношении глубин $h''/h' \geq 2$. Для совершенного гидравлического прыжка характерна высота его $a > h'$. В прыжке этого вида заметно выражены поверхностный валец с обратным направлением скорости у свободной поверхности и зона поступательно движущейся жидкости (транзитная часть потока).

Несовершенный или волнистый гидравлический прыжок (прыжок — волна), рис. 21.4. В этом виде гидравлического прыжка нет поверхностного вальца с обратными токами. Прыжок представлен рядом последовательных постепенно затухающих волн. Высота этого прыжка $a < h'$, т. е. $h''/h' < 2$.

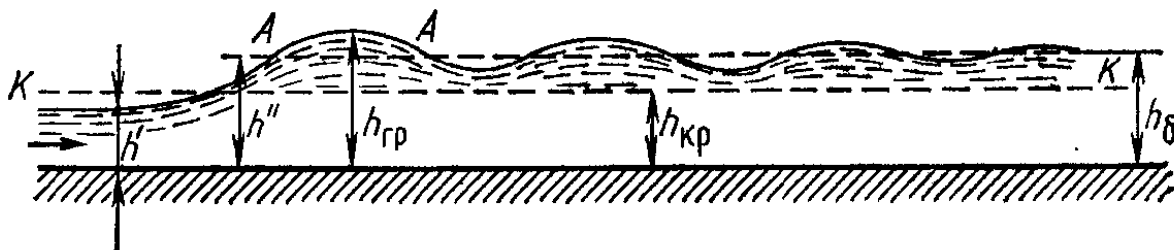


Рис. 21.4

Подпертый гидравлический прыжок (рис. 21.5), так же как и совершенный, имеет хорошо развитый поверхностный валец, но он подпирается с низовой стороны стенкой или выступом дна. При этом прыжок не может свободно развиваться в длину.

Длина подпертого гидравлического прыжка меньше, чем совершенного. Линии тока в придонной поступательно движущейся части искривляются вблизи входа на уступ.

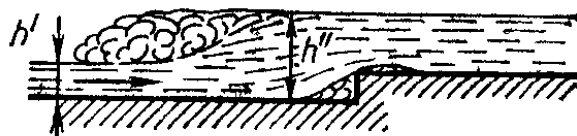


Рис. 21.5

Непосредственно перед стенкой или уступом образуется придонная водоворотная область (придонный валец). Скорости и интенсивность «вращения» этого вальца меньше, чем в поверхностном вальце подпертого гидравлического прыжка.

Затопленный гидравлический прыжок (рис. 21.6) также имеет развитую поверхностную и транзитную зоны, в последней происходит поступательное движение. Такой прыжок образуется, например, при несвободном истечении из-под затвора, когда нижний бьеф не позволяет прыжку сместиться вдаль от сооружения по направлению течения и «подтапливает» гидравлический прыжок.

Поверхностный гидравлический прыжок (рис. 21.7) назван так в связи с тем, что поступательно перемещающаяся часть потока сосредоточена в поверхностной зоне, а валец с обратным направлением скоростей — в при-

донной части. Поверхностный прыжок может развиваться, например, за водосливными плотинами с вертикальным уступом достаточной высоты. (Подробнее поверхностные гидравлические прыжки рассмотрены в гл. 23.)

Совершенный гидравлический прыжок (см. рис. 21.3) называют иногда донным в связи с тем, что транзитная часть потока примыкает к дну.

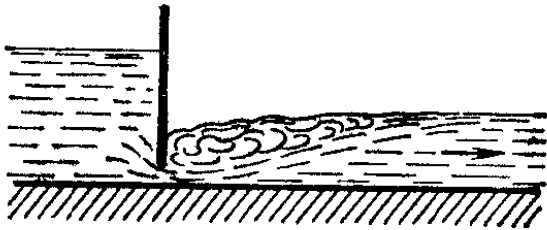


Рис. 21.6



Рис. 21.7

В настоящей главе рассматриваются совершенный и волнистый гидравлические прыжки.

По классификации, предложенной В. Т. Чоу, совершенный гидравлический прыжок подразделяется на: слабый $\sqrt{P_{к1}} = 1,7 \div 2,5$, т. е. $P_{к1} = 3 \div 6,25$; вибрирующий (неустойчивый) $\sqrt{P_{к1}} = 2,5 \div 4,5$, т. е. $P_{к1} = 6,25 \div 20,25$; ус-

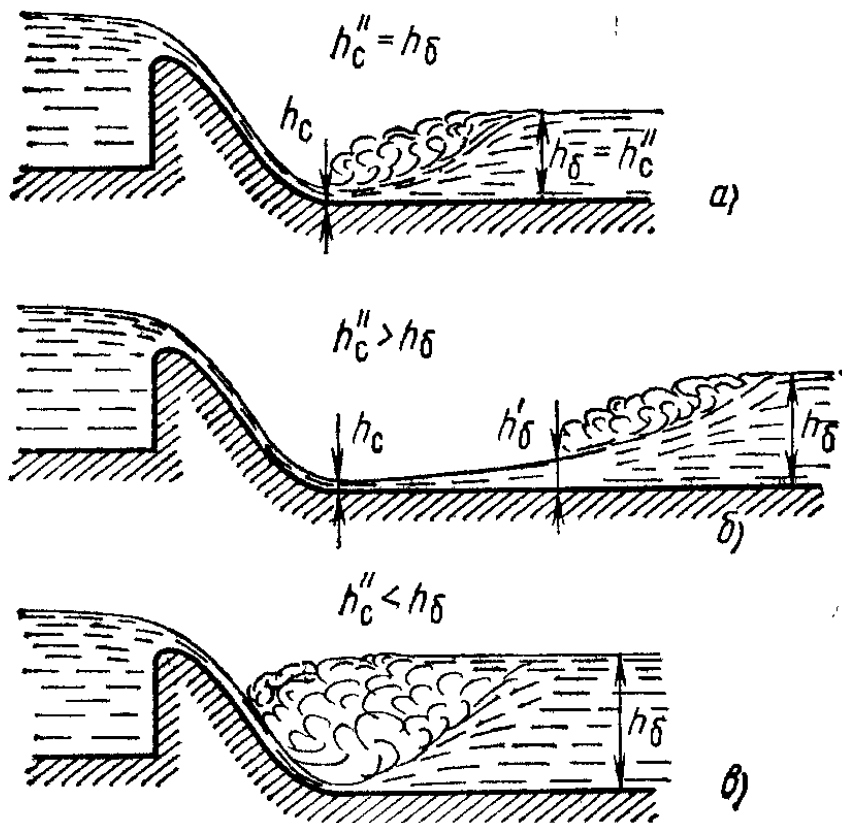


Рис. 21.8

тойчивый (развитый) $\sqrt{P_{к1}} = 4,5 \div 9,0$, т.е. $P_{к1} = 20,25 \div 81$, и сильный $\sqrt{P_{к1}} > 9$, т.е. $P_{к1} > 81$.

В гидравлическом вибрирующем прыжке в транзитной части потока возникает внутренняя затопленная струя, которая перемещается от дна прыжка к поверхности и обратно. Эти колебания происходят с неодинаковыми перио-

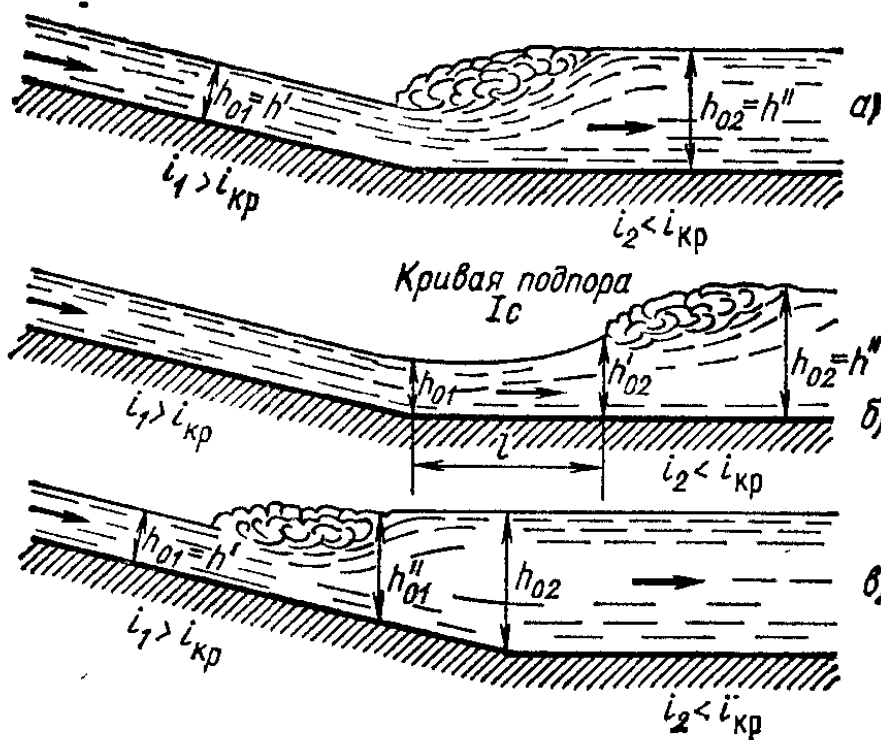


Рис. 21.9

дами и вызывают появление волн в нижележащем русле и раскачку жидкости в пределах самого гидравлического прыжка.

Гидравлические прыжки также можно подразделить в зависимости от их расположения по отношению к какому-либо определенному сечению, например к сечению за гидротехническим сооружением (рис. 21.8, а, б, в) или к сечению изменения уклона дна канала от $i > i_{кр}$ до $i < i_{кр}$, если гидравлический прыжок образуется в связи с указанным изменением уклона (рис. 21.9):

гидравлический прыжок в предельном положении, образу-

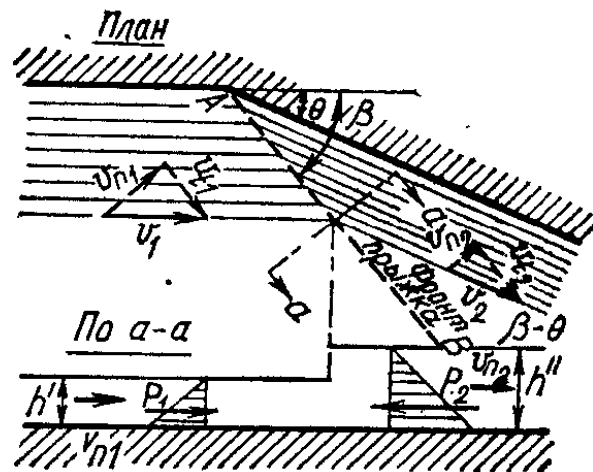


Рис. 21.10

щийся непосредственно у сооружения или у места перелома дна (рис. 21.8, а, 21.9, а) при $h_c'' = h_6$;

отогнанный гидравлический прыжок, образующийся на некотором удалении (рис. 21.8, б, 21.9, б) при $h_c'' > h_6$;

надвинутый гидравлический прыжок (рис. 21.8, в, 21.9, в) при $h_c'' < h_6$. По своим характеристикам надвинутый гидравлический прыжок — то же самое, что и затопленный.

Гидравлические прыжки также подразделяются на прямые, фронт которых перпендикулярен направлению движения, и косые, фронт которых составляет с направлением движения угол, не равный $\pi/2$. Такой гидравлический прыжок возникает, например, при отклонении потока, находящегося в бурном состоянии, вертикальной стенкой в направлении (в плане) внутрь потока. При этом глубины резко возрастают вдоль фронта прыжка AB . Перед фронтом глубины $h' < h_{кр}$, за фронтом $h'' > h_{кр}$ (рис. 21.10).

Если поворот стенки отсутствует ($\theta = 0$), то прыжок становится прямым гидравлическим прыжком, т. е. угол $\beta = \pi/2$.

На разрезе $a - a$ (рис. 21.10) продольный профиль гидравлического прыжка показан условно.

21.3. СТРУКТУРА СОВЕРШЕННОГО ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА

Наблюдения показывают, что в совершенном гидравлическом прыжке (донном) отчетливо выражены две зоны.

Нижняя зона поступательного движения жидкости. В этой зоне, называемой также транзитной частью, поток постепенно расширяется в вертикальном направлении, и на некотором расстоянии от начала гидравлического прыжка зона поступательного движения занимает все живое сечение.

Верхняя зона — поверхностная, которую называют водоворотной областью, или вальцом. Эта часть потока сильно насыщена воздухом (аэрирована). Частицы жидкости в вальце находятся в сложном движении, которое происходит под действием поступательно движущейся части потока и силы тяжести. В верхней части вальца направление движения — обратное общему поступательному движению (рис. 21.11). На некотором заглублении

от поверхности осредненные скорости равны нулю. Линия нулевых скоростей показана на рис. 21.11. Между вальцом и транзитной частью потока происходит постоянный обмен частицами, которые из вальца попадают в транзитную часть и уносятся вниз по течению. Но и частицы из транзитной части поступают в валец и могут находиться там в движении, пока не будут унесены транзитной частью потока. На

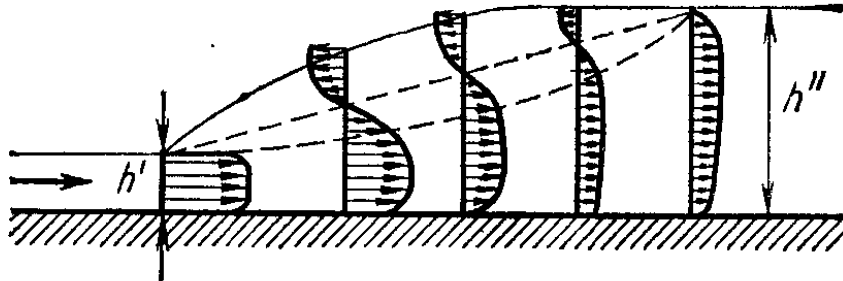


Рис. 21.11

замену им поступят другие частицы. На границе между вальцом и транзитной частью потока возникает поверхность раздела, через которую и происходит непрерывный обмен частицами, т. е. обмен количеством движения. Линия (поверхность) раздела и линия нулевых скоростей — не одно и то же.

В пределах гидравлического прыжка происходят интенсивные пульсации скорости и давления. Поверхность раздела пульсирует, как и жидкость в вальце, во времени и пространстве около осредненного положения.

Таким образом, гидравлический прыжок характеризуется интенсивными пульсациями скорости, давления (в том числе на границах русла), пульсациями длины, высоты прыжка и его местоположения в русле.

Стандарт пульсации давления на дне в пределах совершенного гидравлического прыжка в среднем составляет $\sqrt{\overline{p'^2}} = (0,05 \div 0,07) \rho \frac{v_1^2}{2}$,

где v_1 — средняя скорость в сечении с глубиной h' . В поверхностном гидравлическом прыжке пульсации давления в зоне донного вальца имеют меньшее значение. Пульсации скорости в пределах совершенного гидравлического прыжка также весьма велики.

В связи с этим поток на участке гидравлического прыжка может оказывать неблагоприятное динамическое воздействие на дно и борта русла, кроме того, он обладает большой размывающей способностью. Поэтому часто проектируется специальное крепление на границах русла.

21.4. СОВЕРШЕННЫЙ ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК И ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК ПРИ НАЛИЧИИ ГАСИТЕЛЕЙ

Рассмотрим совершенный гидравлический прыжок в призматическом русле с горизонтальным ($i=0$) дном (см. рис. 21.3). Он характеризуется следующими геометрическими параметрами: глубиной $h' < h_{\text{пр}}$ ($\Pi_{\text{к1}} > 1$) в начальном сечении 1—1, глубиной $h'' > h_{\text{пр}}$ ($\Pi_{\text{к2}} < 1$) в конце гидравлического прыжка (сечение 2—2), высотой прыжка $a = h'' - h'$, длиной прыжка — расстоянием между сечениями 1—1 и 2—2.

В начальном сечении 1—1 распределение осредненных скоростей по вертикали свойственно плавно изменяющемуся движению. В сечении 2—2 распределение осредненных скоростей по вертикали такое, что оно мало изменяется ниже гидравлического прыжка по течению.

Для того чтобы определить длину и высоту гидравлического прыжка, его местоположение в потоке и потери энергии в прыжке, необходимо найти связь между глубинами в начале и в конце прыжка.

Применим к отсеку движущейся жидкости, ограниченному сечениями 1—1 и 2—2, теорему об изменении количества движения. Изменение проекции количества движения жидкости в отсеках 1—1 — 2—2 на направление движения в единицу времени равно проекции внешних сил на то же направление.

Количество движения жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение площадью ω , равно

$$\int_{\omega} \rho (u d\omega) u = \rho \int_{\omega} u^2 d\omega = \rho \alpha' v^2 \omega.$$

Изменение проекции количества движения жидкости между сечениями 1—1 и 2—2 в единицу времени на направление движения

$$\rho \alpha'_2 v_2^2 \omega_2 - \rho \alpha'_1 v_1^2 \omega_1 = \rho \alpha'_2 Q v_2 - \rho \alpha'_1 Q v_1, \quad (21.1)$$

где ω_1, ω_2 — площади живых сечений потока в сечениях 1—1 и 2—2; v_1, v_2 — средние скорости в этих сечениях; α'_1, α'_2 — коэффициенты количества движения (коэффициенты Буссинеска — см. § 5.7).

Внешние силы, вызывающие изменение количества движения, — это силы давления в сечениях P_1 и P_2 , силы тре-

ния $P_{тр}$ на внешней границе отсека и сила веса жидкости, заключенной в выделенном отсеке, т. е. G .

Проекция веса выделенного отсека жидкости на направление движения при $i=0$ равна нулю, при малых уклонах дна — пренебрежимо малая величина.

Примем следующие допущения:

1) движение жидкости в сечениях с глубинами h' и h'' — плавно изменяющееся. Следовательно, распределение давления по живому сечению в этих створах подчиняется основному закону гидростатики;

2) считается, что изменением отметок дна между сечениями 1—1 и 2—2 можно пренебречь, так как рассматривается случай с $i=0$;

3) сила трения на границах отсека (сила внешнего трения) мала по сравнению с другими внешними силами и ею можно пренебречь;

4) коэффициенты количества движения в обоих сечениях можно принять одинаковыми: $\alpha'_1 = \alpha'_2 = \alpha'$.

Тогда уравнение изменения количества движения (уравнение импульсов) принимает вид

$$\rho \alpha' Q (v_2 - v_1) = P_1 - P_2. \quad (21.2)$$

Исходя из гидростатического закона распределения давления в сечениях 1—1 и 2—2, имеем

$$P_1 = \rho g h'_{ц.т} \omega_1 \text{ и } P_2 = \rho g h''_{ц.т} \omega_2,$$

где $h'_{ц.т}$ и $h''_{ц.т}$ — глубины погружения центров тяжести сечений 1—1 и 2—2, где глубины равны h' и h'' соответственно.

После разделения членов, относящихся к первому и второму сечениям, получим уравнение совершенного гидравлического прыжка

$$\frac{\alpha' Q^2}{g \omega_1} + \omega_1 h'_{ц.т} = \frac{\alpha' Q^2}{g \omega_2} + \omega_2 h''_{ц.т}. \quad (21.3)$$

Глубины h' и h'' , являющиеся корнями симметричного уравнения (21.3), называются сопряженными глубинами. Многочисленные эксперименты показывают, что значения сопряженных глубин для русл с обычной шероховатостью весьма близки к вычисленным по уравнению (21.3) при $\alpha'=1$. Следовательно, назначение коэффициента $\alpha'=1$ и принятые при выводе допущения, в частности возможность неучета сил внешнего трения на границах потока, подтверждаются экспериментально.

Как уже указывалось, во многих случаях для усиления гашения энергии, уменьшения h'' и обеспечения необходимого местоположения гидравлического прыжка по отношению к гидротехническому сооружению на дне (а иногда и на боковых границах) русла сооружаются гасители в виде сплошных или прорезных стенок и отдельных шашек, пирсов и т. п. (рис. 21.12).

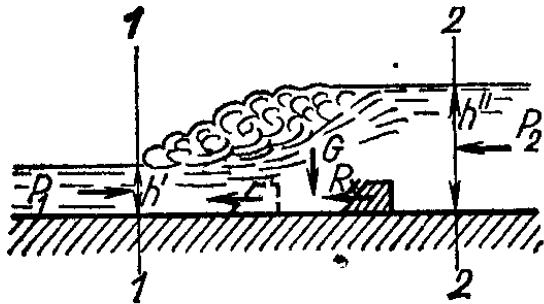


Рис. 21.12

Горизонтальная составляющая реакции гасителей R_x войдет в таком случае в уравнение (21.2), которое запишется в виде

$$\rho \alpha' Q (v_2 - v_1) = P_1 - P_2 - R_x. \quad (21.4)$$

Под R_x понимаем проекцию на направление движения реакций всех гасителей, установленных в пределах отсека 1—1 и 2—2. Тогда уравнение (21.3) гидравлического прыжка с гасителями энергии принимает вид

$$\frac{\alpha' Q^2}{g \omega_{r1}} + \omega_1 h'_{г.ц.т} = \frac{\alpha' Q^2}{g \omega_{r2}} + \omega_{r2} h''_{г.ц.т} + \frac{R_x}{\rho g}. \quad (21.5)$$

Из уравнения (21.5) видно, что наличие члена $R_x/\rho g$ показывает на уменьшение h''_r по сравнению с h'' .

21.5. ПРЫЖКОВАЯ ФУНКЦИЯ И РАСЧЕТ СОПРЯЖЕННЫХ ГЛУБИН

Обе части уравнения совершенного гидравлического прыжка (21.3) при данном расходе являются функцией глубины.

Прыжковой функцией $\Pi(h)$ называется двучлен

$$\Pi(h) = \frac{\alpha' Q^2}{g \omega} + \omega h_{ц.т}. \quad (21.6)$$

В связи с этим уравнение (21.3) можно записать в виде

$$\Pi(h') = \Pi(h''). \quad (21.3a)$$

В данном русле при постоянном расходе при $h \rightarrow 0$ прыжковая функция стремится к бесконечности: $\Pi(h) \rightarrow \infty$, при $h \rightarrow \infty$ также $\Pi(h) \rightarrow \infty$.

Прыжковая функция должна, следовательно, иметь минимум при некотором значении глубины.

Найдем эту глубину, приравняв нулю первую производную:

$$\frac{d[\Pi(h)]}{dh} = -\frac{\alpha' Q^2}{g\omega^2} \frac{d\omega}{dh} + \frac{d}{dh} (h_{ц.т} \omega) = 0. \quad (21.7)$$

Из § 15.1 известно, что $d\omega/dh = B$. Как видно, произведение $\omega h_{ц.т}$ — не что иное, как статический момент площади ω относительно линии свободной поверхности потока.

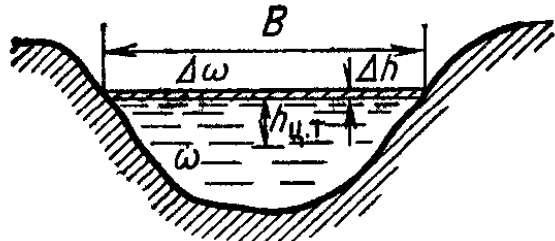


Рис. 21.13

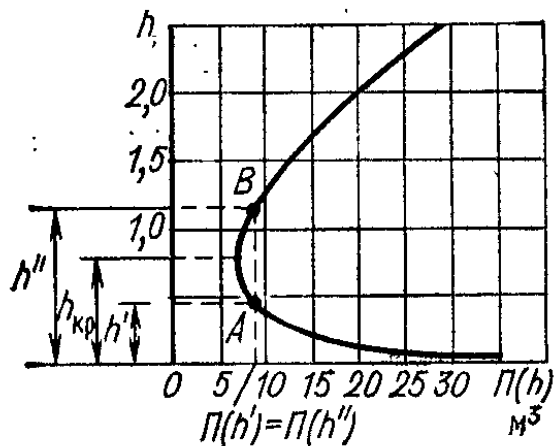


Рис. 21.14

Очевидно (рис. 21.13), что приращение статического момента при изменении глубины h в сечении

$$\begin{aligned} \Delta(\omega h_{ц.т}) &= \left[\omega (h_{ц.т} + \Delta h) + B \Delta h \frac{\Delta h}{B} \right] - \\ &- \omega h_{ц.т} = \omega \Delta h + \frac{B (\Delta h)^2}{2}. \end{aligned}$$

Теперь имеем

$$\frac{d(\omega h_{ц.т})}{dh} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta(\omega h_{ц.т})}{\Delta h} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \left(\omega + B \frac{\Delta h}{2} \right) = \omega.$$

Подставляя полученное значение производной в (21.7), получаем

$$\omega - \frac{\alpha' Q^2}{g\omega^2} B = \omega \left(1 - \frac{\alpha' Q^2 B}{g\omega^3} \right) = 0$$

или

$$\frac{\alpha' Q^2 B}{g\omega^3} = 1. \quad (21.8)$$

При условии (21.8) прыжковая функция имеет минимум.

Приняв $\alpha' = \alpha$, что допустимо из-за их небольшого отличия, получим, что прыжковая функция минимальна при

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = \Pi_K = 1.$$

Таким образом, прыжковая функция, так же как и удельная энергия сечения $\mathcal{E} = h + \alpha v^2 / (2g)$, имеет минимальное значение при $\Pi_k = 1$, т. е. при глубине, равной критической.

График прыжковой функции, построенный при заданных Q и геометрических размерах поперечного сечения русла (рис. 21.14), наглядно демонстрирует отмеченные особенности прыжковой функции $\Pi(h)$, которая достигает минимального значения при $h = h_{кр}$.

Сопряженные глубины характеризуются согласно (21.3) равенством значений $\Pi(h)$. При одной из известных сопряженных глубин (как именно они определяются, рассмотрим в последующих главах) вторая сопряженная глубина может быть найдена по графику, как показано на рис. 21.14. Сопряженные глубины связаны между собой (21.3) так, что чем меньше h' , тем больше h'' , и наоборот.

Гидравлический прыжок в данном русле при неизменном расходе может образоваться при любой из $h' < h_{кр}$, которые представлены нижней ветвью графика прыжковой функции. При этом каждому из значений h' соответствует лишь одна вторая сопряженная глубина h'' .

При $h' = h'' = h_{кр}$ возникновение гидравлического прыжка невозможно.

При одной известной сопряженной глубине вторая сопряженная глубина в общем случае определяется или подбором из уравнения (21.3), или по графику прыжковой функции, построенному для данного русла при заданном расходе.

21.6. СОПРЯЖЕННЫЕ ГЛУБИНЫ СОВЕРШЕННОГО ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА В ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ

Для призматических русл с правильной формой поперечного сечения определение сопряженных глубин может быть выполнено проще, чем рекомендовано в § 21.5.

Прямоугольное русло. Для прямоугольного русла известно: $\omega = bh$; $h_{ц.т} = 0,5h$; $q = Q/b$. Тогда вместо уравнения (21.3) имеем

$$\frac{\alpha' q^2}{gh'} + \frac{(h')^2}{2} = \frac{\alpha' q^2}{gh''} + \frac{(h'')^2}{2}, \quad (21.9)$$

отсюда

$$\frac{2\alpha' q^2}{g} = h'' h' (h'' + h'). \quad (21.10)$$

Квадратное уравнение (21.10)

$$h' (h'')^2 + h'' (h')^2 = 2\alpha' q^2/g$$

может быть решено относительно h'' (при известном h') или относительно h' (при известном h''). Имеем

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[\sqrt{1 + 8 \frac{\alpha' q^2}{g (h')^3}} - 1 \right]; \\ h' &= 0,5h'' \left[\sqrt{1 + 8 \frac{\alpha' q^2}{g (h'')^3}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (21.11)$$

Приняв $\alpha' = \alpha$ и учитывая, что в прямоугольном русле $\alpha q^2/g = h_{кр}^3$

$$P_K = \frac{\alpha v^2}{gh} = \frac{\alpha q^2}{gh^3} = \left(\frac{h_{кр}}{h} \right)^2, \quad (21.12)$$

получим

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_{кр}}{h'} \right)^3} - 1 \right]; \\ h' &= 0,5h'' \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_{кр}}{h''} \right)^3} - 1 \right], \end{aligned} \right\} \quad (21.13)$$

или

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[\sqrt{1 + 8P_{K1}} - 1 \right]; \\ h' &= 0,5h'' \left[\sqrt{1 + 8P_{K2}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (21.14)$$

Из (21.14) видно, что при $P_{K1} > 3$ или $P_{K2} \leq 0,375$ отношение сопряженных глубин $h''/h' > 2$, т.е. гидравлический прыжок — совершенный.

Сопряженные глубины совершенного гидравлического прыжка в прямоугольном русле можно определять по любой из приведенных формул (21.11), (21.13), (21.14).

Совершенный гидравлический прыжок достаточно полно изучен в лабораторных условиях при изменении параметра кинетичности в практически реализуемом диапазоне. В большинстве случаев за гидротехническими сооружениями значения параметра кинетичности

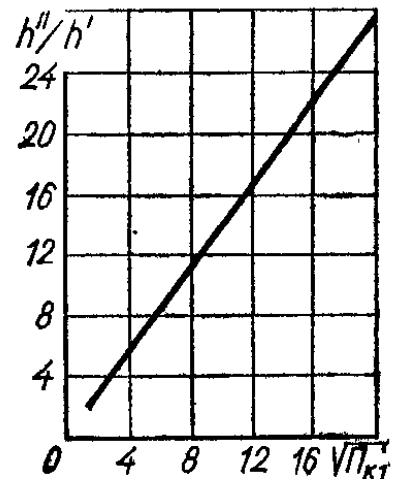


Рис. 21.15

тичности $\Pi_{к1}$ не превышают примерно 200. Зависимость отношения сопряженных глубин h''/h' от $\Pi_{к1}$ (рис. 21.15), соответствующая формуле (21.14), хорошо подтверждается экспериментальными данными при $\Pi_{к1} \geq 3$. Как видим, отношение сопряженных глубин совершенного гидравлического прыжка может быть довольно большим.

При $1 < \Pi_{к} < 3$ отношение сопряженных глубин меньше двух, что соответствует несовершенному (волнистому) гидравлическому прыжку.

Трапецидальное русло. Для трапецидальной формы живого сечения прыжковая функция имеет вид

$$\Pi(h) = \frac{\alpha' Q^2}{g(bh + mh^2)} + \frac{h^2}{6}(3b + 2mh). \quad (21.15)$$

Выполним расчет сопряженных глубин по способу, предложенному И. И. Агроскиным. Введем обозначение $z = mh/b$.

Тогда
$$\frac{m^2}{b^3} \Pi(h) = \frac{\alpha' Q^2 m^3}{gb^5 z(1+z)} + \frac{z^2(3+2z)}{6} = f(z).$$

Выражение $\frac{\alpha' Q^2 m^3}{gb^5}$, приняв условную величину $q = Q/b$, представим в виде

$$\frac{\alpha' Q^2 m^3}{gb^5} = \frac{m^3}{b^3} \frac{\alpha' q^2}{g} = \left(\frac{mh_{кр.п.}}{b} \right)^3 = z_{кр.п.}^3,$$

где $h_{кр.п.}$ — критическая глубина в прямоугольном русле, «построенном» на ширине трапеции по дну b и пропускающему тот же расход Q .

Приравняв прыжковые функции $\Pi(h') = \Pi(h'')$, получим

$$6z_{кр.п.}^3 \left(\frac{1}{z_1 + z_1^2} - \frac{1}{z_2 + z_2^2} \right) = 3(z_2^2 - z_1^2) + 2(z_2^3 - z_1^3),$$

где индексы соответствуют первой или второй сопряженной глубине.

Приняв $z_2 = kz_1$, где $k = z_2/z_1 = h''/h'$, из последнего выражения найдем

$$\frac{h'}{h_{кр.п.}} = \sqrt[3]{\frac{6 \left(z_1 + \frac{1}{k+1} \right)}{\left[3 + 2 \left(\frac{k^2}{k+1} + 1 \right) z_1 \right] k (1 + kz_1)(1 + z_1)}}.$$

Расчет выполняем в следующей последовательности.

Определяем $h_{кр.п} = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}$, где $q = Q/b$; вычисляем отношение $h_i/h_{кр.п}$, где h_i — известная сопряженная глубина. Для этой же глубины h_i находим отношение $z_i = mh_i/b$.

По графику в табл. П.XVII по $h_i/h_{кр.п}$ и mh_i/b находим k и, умножив k на h_i , определяем искомую сопряженную глубину.

Параболическое русло. Расчет выполняем по способу И. И. Агроскина. Для параболического русла

$$\omega = \frac{4\sqrt{2} V \rho}{3} h \sqrt{\bar{h}} \text{ и } h_{ц.т} = \frac{2}{5} h,$$

где ρ — параметр параболы.

При $\alpha' = 1$ уравнение гидравлического прыжка (21.3) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{3Q^2}{4\sqrt{2} g V \rho (h')^{1,5}} + \frac{8\sqrt{2} V \rho}{15} (h')^{2,5} &= \\ = \frac{3Q^2}{4\sqrt{2} V \rho (h'')^{1,5}} + \frac{8\sqrt{2} V \rho}{15} (h'')^{2,5} \end{aligned}$$

или

$$\frac{0,703Q^2}{gp} (h')^{-1,5} + (h')^{2,5} = \frac{0,703Q^2}{gp} (h'')^{-1,5} + (h'')^{2,5}.$$

Обозначив $\frac{0,703Q^2}{gp}$ через d , получим

$$(h')^{2,5} \left[\left(\frac{\sqrt[4]{d}}{h'} \right)^4 + 1 \right] = (h'')^{2,5} \left[\left(\frac{\sqrt[4]{d}}{h''} \right)^4 + 1 \right].$$

Разделим обе части полученного уравнения на $(\sqrt[4]{d})^{2,5}$ и введем новую переменную (при $g = 9,81 \text{ м/с}^2$)

$$\Theta = \frac{h}{\sqrt[4]{d}} = 1,93 \frac{\sqrt[4]{\rho}}{\sqrt[4]{Q}} h.$$

Тогда получим уравнение гидравлического прыжка в виде

$$\Theta_1^{2,5} (\Theta_1^{-4} + 1) = \Theta_2^{2,5} (\Theta_2^{-4} + 1)$$

или

$$\frac{1 + \Theta_1^4}{\Theta_1^{1,5}} = \frac{1 + \Theta_2^4}{\Theta_2^{1,5}},$$

где Θ_1 и Θ_2 соответствуют h' и h'' .

Полученное уравнение связывает сопряженные глубины гидравлического прыжка в параболическом русле. Сопряженные значения функций Θ_1 и Θ_2 приведены в табл. П.XVII.

Расчет выполняем в следующей последовательности.

Сначала определяем значение Θ для одной из заданных глубин, например для h' :

$$\Theta_1 = 1,93 \frac{\sqrt[4]{p}}{\sqrt{Q}} h' = fh'.$$

По найденной в табл. П.XVII функции Θ_1 определяем сопряженную с ней Θ_2 и вычисляем искомую сопряженную глубину

$$h'' = \Theta_2/f.$$

21.7. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ В ГИДРАВЛИЧЕСКОМ ПРЫЖКЕ

Совершенный гидравлический прыжок. Определим потери удельной энергии, сопоставив удельную энергию в сечениях 1—1 и 2—2 гидравлического прыжка. Из уравнения Бернулли для сечений 1—1 и 2—2 с уклоном дна $i=0$ получим

$$\left(h' + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(h'' + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) = E_1 - E_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = h_{\text{тр}}, \quad (21.16)$$

где $h_{\text{тр}}$ — потери удельной энергии в гидравлическом прыжке.

Приняв $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, получим из (21.9)

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{q^2}{2g (h')^2} = \frac{h'' (h' + h'')}{4h'}$$

и

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{q^2}{2g (h'')^2} = \frac{h' (h' + h'')}{4h''}.$$

Тогда

$$h_{\text{тр}} = \frac{4 (h')^2 + h'' (h' + h'')}{4h'} - \frac{4 (h'')^2 + h' (h' + h'')}{4h''}$$

и после преобразований

$$h_{\text{тр}} = \frac{(h'' - h')^3}{4h' h''}. \quad (21.17)$$

Если расход равен Q , то потери энергии в гидравлическом прыжке, происходящие в единицу времени, равны $\rho g Q h_{\text{тр}}$.

Так как сопряженные глубины зависят от $\Pi_{\text{к1}}$, то от этой величины зависят и потери энергии в гидравлическом прыжке.

Из графика рис. 21.16 видно, что относительные потери энергии в совершенном гидравлическом прыжке при $i=0$, взятые в виде отношения $h_{\text{тр}}$ к удельной энергии сечения перед прыжком \mathcal{E}_1 , весьма велики.

Гидравлический прыжок с гасителями энергии. На основе применения теоремы об изменении количества движения было получено уравнение (21.5). В условиях плоской задачи для русла с прямоугольным поперечным сечением шириной b , приняв $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 1$, получим

$$\frac{(h'_r)^2}{2} + \frac{q^2}{gh'_r} = \frac{(h''_r)^2}{2} + \frac{q^2}{gh''_r} + \frac{R_x}{b\rho g}. \quad (21.18)$$

Учитывая, что при $\alpha=1$ $h_{\text{кр}} = \sqrt[3]{q^2/g}$, имеем

$$\frac{(h'_r)^2}{2} + \frac{h_{\text{кр}}^3}{h'_r} = \frac{(h''_r)^2}{2} + \frac{h_{\text{кр}}^3}{h''_r} + \frac{R_x}{b\rho g}. \quad (21.19)$$

Отсюда

$$h_{\text{кр}}^3 = \left[\frac{(h''_r)^2}{2} - \frac{(h'_r)^2}{2} + \frac{R_x}{b\rho g} \right] \frac{h'_r h''_r}{h''_r - h'_r}.$$

Потери удельной энергии между сечениями с глубинами h' и h'' при $i=0$ из уравнения Бернулли (по 21.16) равны

$$h_{\text{тр}} = \left(h' + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(h'' + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right).$$

При $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ имеем для скоростного напора

$$\frac{\alpha v_{1r}^2}{2g} = \frac{q^2}{2g (h'_r)^2} = \frac{h_{\text{кр}}^3}{(2h'_r)^2} = \frac{(h''_r + h'_r) h''_r}{4h'_r} + \frac{R_x h''_r}{2\rho g (h''_r - h'_r) h'_r b}.$$

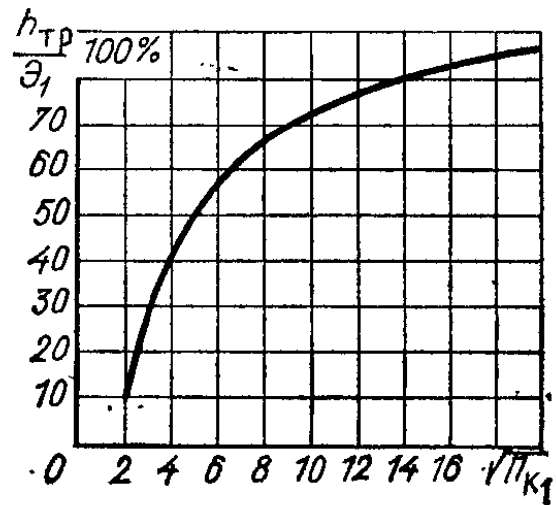


Рис. 21.16

Аналогично

$$\frac{\alpha v_{2r}^2}{2g} = \frac{(h_r'' + h_r') h_r''}{4h_r''} + \frac{R_x h_r''}{2\rho g (h_r'' h_r') h_r'' b}.$$

После вычислений получим выражение для потерь удельной энергии в гидравлическом прыжке при наличии установленных гасителей

$$h_{\text{тр.г}} = \frac{(h_r'' - h_r')^3}{4h_r' h_r''} + \frac{(h_r' + h_r'') R_x}{2\rho g h_r' h_r'' b}. \quad (21.20)$$

Очевидно, что при $R_x = 0$ (гасители отсутствуют) потери удельной энергии равны потерям в совершенном гидравлическом прыжке, определяемым по (21.17).

21.8. ДЛИНА СОВЕРШЕННОГО ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА И ПОСЛЕПРЫЖКОВОГО УЧАСТКА

Длина совершенного гидравлического прыжка — расстояние между сечениями с глубиной h' и глубиной h'' . Глубина воды в конце поверхностного вальца $h_{\text{в.к}}$ меньше h'' . Как показывают эксперименты, разность $h'' - h_{\text{в.к}}$ зависит от $\Pi_{\text{к1}}$. При $\Pi_{\text{к1}} = 20$ эта разность составляет $0,12 h''$, при $\Pi_{\text{к1}} = 150$ она равна $0,03 h''$.

Длина совершенного гидравлического прыжка также не равна длине поверхностного вальца (или длине его горизонтальной проекции при горизонтальном дне).

Прямоугольное русло. Для длины совершенного гидравлического прыжка в прямоугольном русле предложен ряд формул, которые получены на основании обработки экспериментальных материалов. Разными авторами длину совершенного гидравлического прыжка предложено определять в зависимости от разных факторов. Так, длина прыжка в зависимости от h' и $\Pi_{\text{к1}}$ определяется по формуле М. Д. Чертоусова

$$l_{\text{пр}} = 10,3h' (\sqrt{\Pi_{\text{к1}}} - 1)^{0,81}; \quad (21.21)$$

по формуле Ф. И. Пикалова

$$l_{\text{пр}} = 4h' \sqrt{1 + 2\Pi_{\text{к1}}}. \quad (21.22)$$

Длина прыжка в зависимости от глубин h' и h'' определяется по формуле Н. Н. Павловского

$$l_{\text{пр}} = 2,5(1,9h'' - h'). \quad (21.23)$$

Длина прыжка в зависимости от h' , h'' и $\Pi_{к1}$ (или от потерь удельной энергии в прыжке $h_{тр}$ и $\Pi_{к1}$) находится по формуле В. И. Аравина

$$l_{пр} = \left[0,18 \left(\frac{h_{кр}}{h'} \right)^{4,35} + 25 \right] \frac{(h'' - h')^3 (h')^2}{h_{кр}^3 h''}, \quad (21.24)$$

после подстановки $\Pi_{к1} = (h_{кр}/h_1)^3$ формула имеет вид

$$l_{пр} = kh_{тр},$$

где

$$k = \frac{4(0,18\Pi_{к1}^{1,45} + 25)}{\Pi_{к1}};$$

по формуле О. М. Айвазяна

$$l_{пр} = k \frac{(h'' - h')^3}{4h' h''} = kh_{тр}, \quad (21.25)$$

где

$$k = \frac{8(10 + \sqrt{\Pi_{к1}})}{\Pi_{к1}}.$$

В двух последних формулах в соответствии с (21.17) $h_{пр} = (h'' - h')^3 / 4h' h''$.

В проектной практике также применяются формулы

$$\left. \begin{aligned} l_{пр} &= (5 \div 6)(h'' - h'); \\ l_{пр} &= 4,5h'' \end{aligned} \right\} \quad (21.26)$$

Представляет интерес сопоставление результатов расчета по разным формулам. Представим эти результаты в виде графиков $l_{пр}/(h'' - h') = f(\sqrt{\Pi_{к1}})$ (рис. 21.17). Как видно, применение формулы для $l_{пр}/(h'' - h')$ с постоянным коэффициентом во всем диапазоне изменения $\Pi_{к1}$ не может быть рекомендовано.

Все формулы, кроме (21.24) и (21.25), дают монотонное уменьшение $l_{пр}/(h'' - h')$ при увеличении $\Pi_{к1}$ в приведенном на рис. 21.17 диапазоне. В то же время согласно (21.24) и (21.25) при уменьшении $\Pi_{к1}$ примерно от 9 до 3 происходит заметное уменьшение относительной длины совершенного гидравлического прыжка.

Поскольку отклонение $l_{пр}/(h'' - h')$ при $\Pi_{к1} > 9$ по формулам (21.21), (21.23), (21.25) от средних значений не превышает $\pm 5-6\%$, то этими средними значениями можно пользоваться при расчетах (табл. 21.1).

Таблица 21.1

$\sqrt{P_{KI}}$	3	3,5	4	5	6	7	8	10	12	15
$\frac{l_{np}}{h''-h'}$	6	6	5,9	5,67	5,4	5,2	5,0	4,7	4,55	4,35

При расчете данных формула (21.23) использовалась лишь при $3 < \sqrt{P_{KI}} < 10$ в связи со значительными отклонениями результатов от данных, подсчитанных по всем ос-

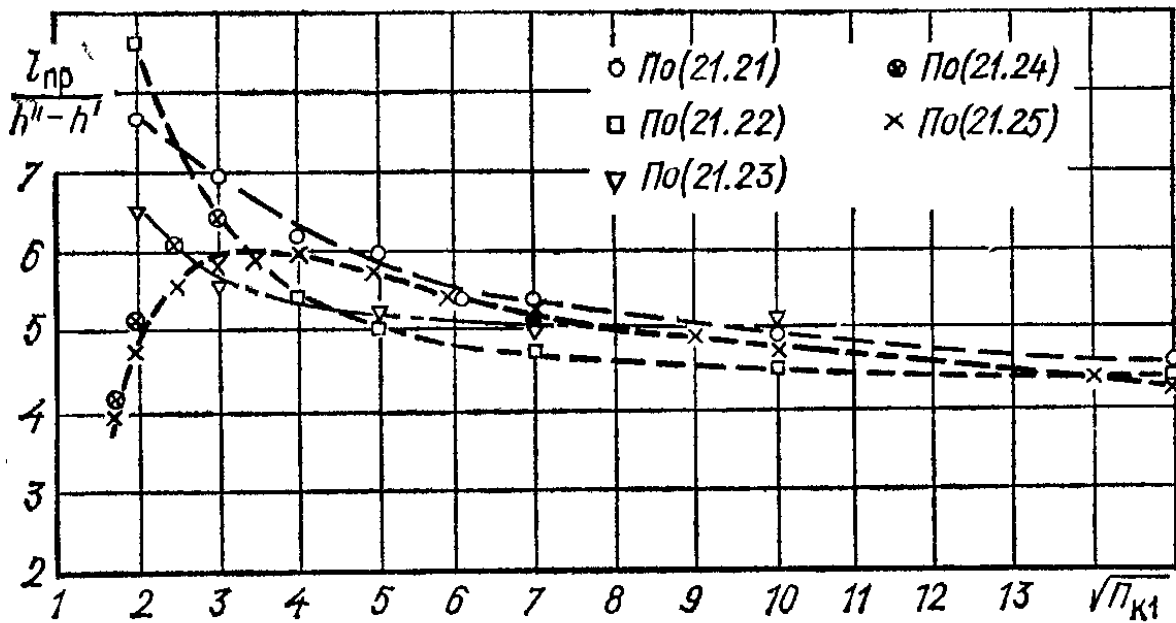


Рис. 21.17

тальным формулам при $P_{KI} > 100$, формула (21.22) — при $\sqrt{P_{KI}} = 3 \div 4$ и $\sqrt{P_{KI}} > 10$.

На основе анализа экспериментальных данных были выявлены следующие приближенные зависимости:

$$\text{при } 3 < P_{KI} < 9 \quad \frac{l_{np}}{h'' - h'} = 1,5 (\sqrt{P_{KI}} + 1);$$

$$\text{при } 9 < P_{KI} < 100 \quad \frac{l_{np}}{h'' - h'} = (6,56 - 0,186 \sqrt{P_{KI}});$$

$$\text{при } 100 < P_{KI} < 400 \quad \frac{l_{np}}{h'' - h'} = (5,4 - 0,07 \sqrt{P_{KI}}).$$

Трапецеидальное русло. Длина гидравлического прыжка в трапецеидальном русле может быть определена по приближенной формуле

$$l_{\text{пр.т}} = l_{\text{пр}} \left(1 + 4 \sqrt{\frac{B_2 - B_1}{B_1}} \right), \quad (21.27)$$

где $l_{\text{пр}}$ — длина прыжка в прямоугольном русле; B_1 и B_2 — ширина по верху в сечениях с глубиной h' и h'' соответственно.

В трапецеидальном русле длина гидравлического прыжка гораздо больше, чем в прямоугольном русле. Увеличение $l_{\text{пр}}$ по сравнению с прямоугольным руслом растет с ростом коэффициента откоса m . Чем откосы положе, тем больше при прочих равных условиях длина гидравлического прыжка. Ориентировочно при $m=1$ отношение $l_{\text{пр.т}}/l_{\text{пр}} \approx 1,6$, а при $m=2$ — приблизительно 2.

Приведенные оценки длины совершенного гидравлического прыжка являются осредненными по времени, поскольку длина прыжка — пульсирующая величина, ее отклонения от средних значений могут достигать $\pm 10-15\%$.

Длина слепопрыжкового участка. В пределах слепопрыжкового участка длиной $l_{\text{п.п}}$ происходит переход осредненных и пульсационных кинематических (скорость) и динамических (давление) характеристик от величин, соответствующих концу гидравлического прыжка, к величинам и распределениям этих характеристик, которые свойственны потоку, находящемуся в невозмущенном (бытовом) состоянии. В конце гидравлического прыжка стандарты и интенсивность пульсаций скорости и давления отличаются от этих характеристик при плавно изменяющемся и тем более при равномерном движении. В конце прыжка преобладают, как и в самом гидравлическом прыжке, крупномасштабные пульсации. При невозмущенном движении характерны более мелкомасштабные пульсации. При этом длина участка перехода к характеристикам плавно изменяющегося движения может быть различна для пульсационных и осредненных характеристик.

Зависимости длины слепопрыжкового участка выведены на основе значительно меньшего количества экспериментов, чем зависимости длины гидравлического прыжка.

По М. Д. Чертоусову $l_{\text{п.п}} = (2,5 \div 3) l_{\text{пр}}$.

По М. С. Вызго длина слепопрыжкового участка зависит от коэффициента шероховатости русла n : $l_{\text{п.п}}/h_0 = 0,4/n$

(h_6 — глубина воды в отводящем русле ниже гидравлического прыжка в бытовых условиях).

Как и для длины гидравлического прыжка, увеличение шероховатости (здесь — коэффициента шероховатости n) приводит к уменьшению длины послепрыжкового участка.

21.9. ВЛИЯНИЕ РЯДА ФАКТОРОВ НА ДЛИНУ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА

Влияние шероховатости. По отношению к аналогичным величинам в гидравлическом прыжке на идеально гладком дне, как указывает М. А. Михалев, длина поверхностного вальца уменьшается с ростом относительной шероховатости. Глубина непосредственно в конце вальца также уменьшается с увеличением коэффициента Дарси λ . Наконец, вторая сопряженная глубина h'' по сравнению с h'' при гладком дне уменьшается при увеличении относительной шероховатости. При равнотернистой песочной шероховатости с высотой выступа Δ вторая сопряженная глубина при $\Delta/h'' = 0,05$ уменьшается приблизительно на 9 %, при $\Delta/h'' = 0,1$ — на 12 %, при $\Delta/h'' = 0,2$ — на 18 % по сравнению с идеально гладким руслом.

Форма свободной поверхности совершенного гидравлического прыжка практически мало зависит от $P_{к1}$ и от шероховатости.

Для приближенных оценок длины совершенного гидравлического прыжка для шероховатого русла $l_{пр.ш}$ в зависимости от коэффициента Дарси λ можно пользоваться следующей формулой (при $\lambda \leq 0,04$, т. е. при $h''/\Delta \geq 3$):

$$l_{пр.ш} = l_{пр} (1 - 12,5\lambda),$$

где $l_{пр}$ — длина гидравлического прыжка в гладком русле.

Влияние уклона дна. Длину совершенного гидравлического прыжка, возникающего в негоризонтальном русле ($i > 0$), можно оценивать по зависимости, полученной по экспериментальным данным:

$$l_{пр} = l_{пр0} + k_i i,$$

где $l_{пр0}$ — длина совершенного гидравлического прыжка при $i = 0$; k — коэффициент, по данным различных исследователей колеблется в пределах 3—3,75.

Если русло имеет обратный уклон дна ($i < 0$), то длину гидравлического прыжка при $|i| < 0,2$ и $l_{пр} < 30 h_{кр}$ можно определять по зависимости

$$l_{пр} = l_{пр0} (1 - 2i).$$

В приведенных формулах под $l_{пр}$ при наклонном дне понимается горизонтальная проекция гидравлического прыжка.

Влияние аэрации потока. Аэрация потока приводит к уменьшению второй сопряженной глубины совершенного гидравлического прыжка h'' , что при изменении воздухоудержания в широких пределах приводит к изменению h'' менее чем на 10 %. Соответственно несколько изменяется длина совершенного гидравлического прыжка.

21.10. ВОЛНИСТЫЙ ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК

Исследования показывают, что при $П_{к1} < 3$ или $П_{к2} > 0,375$ гидравлический прыжок не имеет поверхностного вальца и представляет собой прыжок-волну или волнистый прыжок с отношением $h''/h' < 2$. Такой несовершенный гидравлический прыжок состоит из хорошо выраженной первой волны (первого гребня) и ряда постепенно затухающих волн (гребней) (см. рис. 21.4). Затухание последующих волн (гребней) может происходить на довольно значительной длине.

Для расчета несовершенного гидравлического прыжка необходимо уточнить, можно ли использовать в этом случае выражения для h'' , полученные при рассмотрении совершенного гидравлического прыжка.

При выводе уравнения совершенного гидравлического прыжка было принято, что глубина h'' — глубина после гидравлического прыжка в ближайшем к нему сечении, где давление распределяется по гидростатическому закону. Свободная поверхность в пределах волнистого прыжка отличается значительной кривизной. Вследствие действия центробежных сил пьезометрическая линия не совпадает с кривой свободной поверхности, а лишь пересекает ее в двух точках A (см. рис. 21.4). В этих точках производная dh/dl максимальна, а кривизна линии свободной поверхности нулевая.

Давление в сечениях, которым принадлежат точки A , считаем распределенным по гидростатическому закону. Глубину в этих сечениях можно принять за вторую сопряженную глубину h'' . При таком подходе связь сопряженных глубин несовершенного (волнистого) гидравлического прыжка (прыжка-волны) определяется уравнением (21.3) и вытекающими из него формулами.

Максимальную глубину воды (под первым гребнем) $h_{гр}$

можно найти по формуле, предложенной В. В. Смысловым,

$$h_{\text{гр}} = 0,59h' (\sqrt{1 + 8\Pi_{\text{к1}}} - 1) \quad (21.28)$$

или

$$h_{\text{гр}} = 1,18h''.$$

Глубину под первым гребнем можно получить также по приближенной формуле, полученной А. А. Турсуновым для потенциального движения невязкой жидкости применительно к условиям прыжка-волны,

$$h_{\text{гр}} = 0,75 \sqrt{1 + 8\Pi_{\text{к1}}} - 1,25. \quad (21.29)$$

При $1 < \Pi_{\text{к1}} < 1,5$ волнистый гидравлический прыжок (прыжок-волну) можно рассматривать согласно Ф. И. Пикалову как остановившуюся волну перемещения с малой высотой, равной $a = h'' - h'$.

Из уравнения гидравлического прыжка в прямоугольном русле при $\alpha = 1$ (21.10) имеем

$$2q^2/g = h'' h' (h'' + h').$$

Подставив $q = v_1 h'$ и $h' = h'' - a$, получим

$$v_1^2 = \frac{gh'' (2h'' - a)}{2(h'' - a)}.$$

При $a \ll h''$

$$v_1 = \sqrt{gh''}, \quad (21.30)$$

что совпадает с формулой Лагранжа (19.29) для скорости распространения волн малой высоты в водоеме с неподвижной водой глубиной, равной h'' .

Из (21.30)

$$v_1^2/g = h'' \text{ или } \Pi_{\text{к1}} = v_1^2/(gh') = h''/h'.$$

Тогда

$$h'' = \Pi_{\text{к1}} h'. \quad (21.31)$$

Высота волнистого гидравлического прыжка равна

$$a = h'' - h' = h' (\Pi_{\text{к1}} - 1). \quad (21.32)$$

Вопрос о длине волнистого гидравлического прыжка изучен недостаточно полно. Для определения этой длины можно пользоваться формулой Г. Т. Дмитриева, полученной при исследованиях размыва песчаного дна под воздействием гидравлического прыжка,

$$l_{\text{пр}} = 10,6a = 10,6h' (\Pi_{\text{к1}} - 1). \quad (21.33)$$

21.11. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК В РУСЛАХ ПЕРЕМЕННОГО ПО ДЛИНЕ СЕЧЕНИЯ (В НЕПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ)

Встречаются случаи, когда гидравлический прыжок образуется в расширяющемся или сужающемся участке русла. Обычно это русло имеет правильную форму поперечного сечения. Расчет гидравлического прыжка в непризматическом русле представляет определенную сложность.

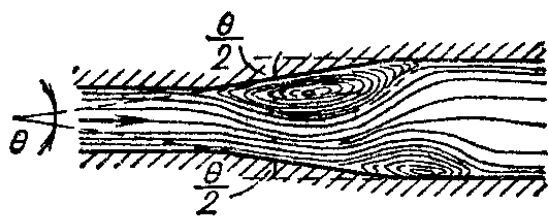


Рис. 21.18

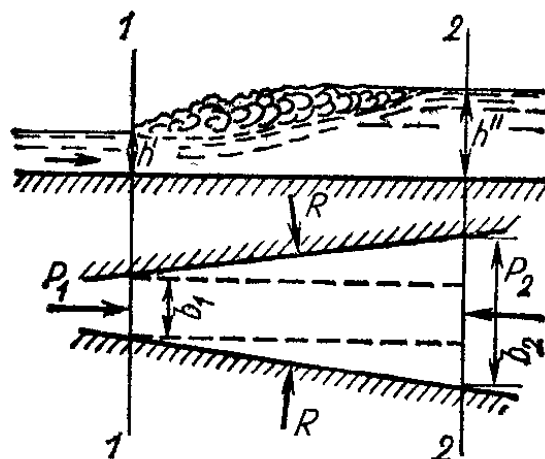


Рис. 21.19

Как показали опыты, проведенные Ф. И. Пикаловым, гидравлический прыжок в расширяющемся прямоугольном русле устойчиво занимает положение, при котором его фронт нормален к оси потока, при этом центральный угол расширения стенок (в плане) $\theta < 13 \div 14^\circ$. При $\theta > 13 \div 14^\circ$ прыжок принимает дугообразную в плане форму.

При дальнейшем увеличении угла θ сопряжение в форме гидравлического прыжка может смениться сопровождающимся ударами струи о стенки сооружения сбойным течением с образованием водоворотных зон в плане (валцы с вертикальной осью). Положение струи в плане может периодически изменяться, струя будет ударяться о стенки попеременно (рис. 21.18).

Выделим сечениями 1—1 и 2—2 в расширяющемся прямоугольном русле область, занятую гидравлическим прыжком (рис. 21.19). Расстояние между 1—1 и 2—2 равно длине прыжка $l_{пр}$.

Введем допущения:

1) распределение давлений в сечениях 1—1, 2—2 и на ограничивающих отсек боковых поверхностях, совпадающих со стенками, гидростатическое;

2) уклон дна равен нулю, $i=0$;

3) силой внешнего трения (по границам) можно пренебречь;

4) коэффициенты количества движения $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 1$.

Приняв $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 1$, запишем уравнение (21.1) в виде

$$\rho Q (v_2 - v_1) = P_1 - P_2 + R_x, \quad (21.34)$$

где R_x — сумма проекций на направление движения реакции двух стенок, равная $R_x = \rho g h_{ц.т} \omega_x$; ω_x — проекция площадей двух боковых стенок на плоскость, перпендикулярную оси OX ; $h_{ц.т}$ — глубина погружения центров тяжести этих проекций.

Тогда из (21.34) получим

$$\rho Q (v_2 - v_1) = \rho g h'_{ц.т} \omega_1 - \rho g h''_{ц.т} \omega_2 + \rho g h_{ц.т} \omega_x. \quad (21.35)$$

Подставляя $v_1 = Q/\omega_1$ и $v_2 = Q/\omega_2$, находим

$$\frac{Q^2}{g\omega_1} + \omega_1 h'_{ц.т} = \frac{Q^2}{g\omega_2} + \omega_2 h''_{ц.т} - \omega_x h_{ц.т}. \quad (21.36)$$

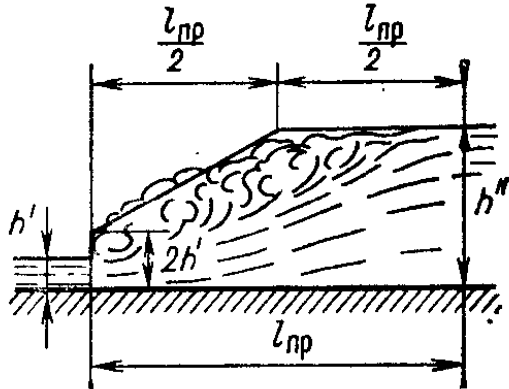


Рис. 21.20

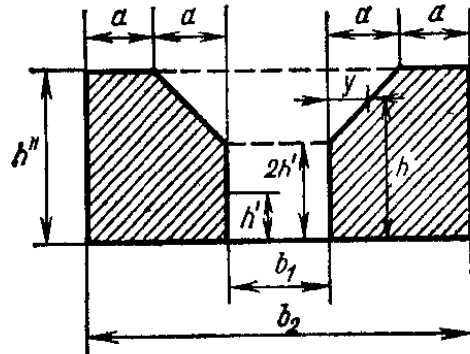


Рис. 21.21

Если $\omega_x = 0$, то (22.35) превращается в уравнение совершенного прыжка в призматическом русле (21.3).

Для дальнейшего расчета потребуется аналитическое выражение для кривой свободной поверхности. В связи с этим действительную форму кривой свободной поверхности заменяют упрощенной. Следуя Ф. И. Пикалову, будем считать, что кривая свободной поверхности в продольном сечении гидравлического прыжка имеет вид, представленный на рис. 21.20.

Смоченная поверхность боковых стенок проектируется на плоскость, перпендикулярную направлению движения, в виде заштрихованных на рис. 21.21 площадок. Их сумма и равна ω_x .

Как видно из рис. 21.21, глубина

$$h = 2h' + (h'' - 2h') y/a,$$

где $a = (b_2 - b_1)/4$. Тогда

$$R_x = \rho g h_{ц.т} \omega_x = \rho g \left[(h'')^2 a + \int_0^a h^2 dy \right].$$

Учитывая приведенные выше выражения для h и a , получаем

$$R_x = \rho g (h'')^2 a + \rho g \int_0^a [2h' + (h'' - 2h') y/g]^2 dy = \rho g a (h'')^2 + \\ + \rho g [2h'h'' + (h'' + h')/3] a.$$

Для прямоугольного русла, как известно,

$$\omega_1 = b_1 h'; \quad h'_{ц.т} = 0,5h; \quad \omega_2 = b_2 h''; \quad h''_{ц.т} = 0,5h''.$$

Подставив полученные значения R_x , ω_1 , ω_2 , $h'_{ц.т}$ и $h''_{ц.т}$ в (21.35) и сократив на ρg , найдем

$$\frac{Q}{g} (v_2 - v_1) = b_1 (h')^2/2 - b_2 (h'')^2/2 + (h'')^2 a + [2h'h'' + (h'' - 2h')/3] a.$$

Подставив $v_1 = Q/(b_1 h')$ и $v_2 = Q/(b_2 h'')$ и выполнив преобразования, получим уравнение гидравлического прыжка в непризматическом расширяющемся русле прямоугольного поперечного сечения

$$\frac{6Q^2}{gb_2 h''} + (h'')^2 (b_2 + 2b_1) - h'' h' (b_2 - b_1) = \frac{6Q^2}{gb_1 h'} + (h')^2 (b_1 + 2b_2). \quad (21.37)$$

Ширина русла в сечениях 1—1 и 2—2 связана следующим образом:

$$b_2 = b_1 + 2l_{пр} \operatorname{tg} \theta,$$

где угол θ задан, а длина гидравлического прыжка определяется по одной из известных формул, в которых $l_{пр}$ выражена через $\Pi_{к1}$ и одну из сопряженных глубин. Тогда, поскольку одна из сопряженных глубин известна, ширина в обоих сечениях известна после расчета одной из них, расход Q известен и в уравнении (21.37) остается неизвестной лишь другая сопряженная глубина. При $b_1 = b_2$ уравнение (21.37) превращается в уравнение совершенного гидравлического прыжка в русле прямоугольного сечения.

Отметим, что кроме линейной аппроксимации для h применяют и представление глубины в поперечном сечении в виде параболы

$$h = h' + (h'' - h') (y/a)^m,$$

где показатель степени в среднем равен $m = 0,25$.

Гидравлический прыжок в радиально растекающемся потоке в призматическом русле прямоугольного сечения. Приведем решение, полученное О. Ф. Васильевым. При горизонтальном дне совершенный гидравлический прыжок может происходить без отрыва от стенок и при $\theta > 13 \div 14^\circ$, если в начальном сечении (с глубиной h') обеспечить радиальное растекание потока, находящегося в бурном состоянии. Такие условия могут быть созданы при истечении из-под криволинейного в плане затвора или из криволинейного (в плане)

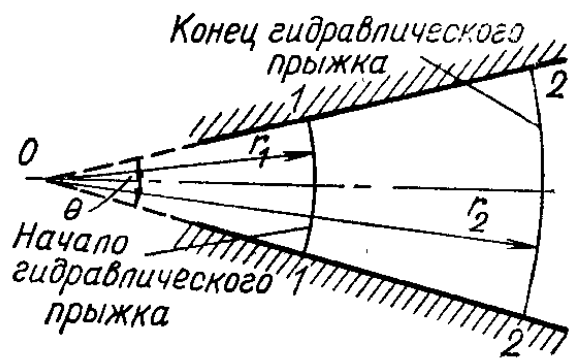


Рис. 21.22

отверстия. Обе конструкции должны быть очерчены (в плане) по радиусу (рис. 21.22).

Пусть гидравлический прыжок ограничен криволинейными в плане сечениями 1—1 (глубина h') и 2—2 (глубина h''). Применяя полярные координаты, запишем

$$\omega_1 = h' r_1 \theta; \quad \omega_2 = h'' r_2 \theta,$$

где $\theta = \pi/180$; $\theta^\circ = \theta/57,3$ — углы расширения в радианах; r_1 и r_2 — радиусы окружностей в сечениях с глубинами h' и h'' , r_1 и r_2 связаны между собой: $r_2 = r_1 + l_{\text{пр}}$. Удельный расход в сечениях 1—1 и 2—2 равен

$$q_1 = Q_1/r_1\theta; \quad q_2 = Q/r_2\theta.$$

В начальном сечении критическая глубина (русло прямоугольного сечения) равна

$$h_{\text{кр1}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{g} \left(\frac{Q}{r_1\theta} \right)^2}. \quad (21.38)$$

Соответственно параметр кинетичности в первом сечении

$$P_{\text{кр1}} = \left(\frac{h_{\text{кр1}}}{h'} \right)^3 = \frac{\alpha}{g} \left(\frac{Q}{\theta} \right)^2 \frac{1}{r_1^2 (h')^3}. \quad (21.39)$$

Принимаются такие же допущения, что и при выводе уравнения (21.34). Кроме того, считается, что свободная поверхность в прыжке по длине изменяется по линейному закону вида

$$h = h' + (h'' - h') l/l_{\text{пр}},$$

где l — текущее расстояние по радиусу, отсчитываемое от сечения с глубиной h' .

Далее

$$\sin \frac{\theta}{2} \approx \frac{s_2 - s_1}{2(r_2 - r_1)} = \frac{\theta(r_2 - r_1)}{2(r_2 - r_1)} \approx \frac{\theta}{2},$$

где s_1 и s_2 — длины дуги окружностей с радиусом r_1 и r_2 , ограниченные боковыми стенками; $s_1 = \theta r_1$; $s_2 = \theta r_2$.

Выделим отсек между боковыми радиальными плоскостями, угол расширения между которыми равен $d\theta$, и сечениями 1—1 и 2—2.

Проекция на направление оси потока изменения количества движения жидкости в выделенном отсеке равна в единицу времени

$$\rho \alpha'_2 v_2 dQ - \rho \alpha'_1 v_1 dQ = \rho \alpha' (v_2^2 h'' r_2 - v_1^2 h' r_1) d\theta,$$

где

$$dQ = v_1 h' r_1 d\theta = v_2 h'' r_2 d\theta; \quad \alpha' = \alpha'_1 = \alpha'_2.$$

Выразив

$$v_1 = \frac{Q}{h' r_1 \theta}; \quad v_2 = \frac{Q}{h'' r_2 \theta},$$

получим для проекции изменения количества движения

$$\rho\alpha' \left(\frac{Q}{\theta} \right)^2 \left(\frac{1}{h''r_2} - \frac{1}{h'r_1} \right).$$

Сумма проекций внешних сил на направление оси потока (в единицу времени)

$$dP_1 - dP_2 + 2R \sin \frac{d\theta}{2} \approx dP_1 - dP_2 + Rd\theta, \quad (21.40)$$

где

$$dP_1 = \frac{\rho g}{2} (h')^2 r_1 d\theta;$$

$$dP_2 = \frac{\rho g}{2} (h'')^2 r_2 d\theta.$$

Сила давления на боковой поверхности при линейном изменении глубины от h' до h'' равна

$$\begin{aligned} R &= \int_0^{l_{\text{пр}}} \rho g \frac{h^2}{2} dl = \frac{\beta \rho g}{2} \int_0^{l_{\text{пр}}} \left[h' + (h'' - h') \frac{l}{l_{\text{пр}}} \right]^2 dl = \\ &= \frac{\beta \rho g}{2} \frac{(h')^2 + h'h'' + (h'')^2}{3} l_{\text{пр}}, \end{aligned} \quad (21.41)$$

где $\beta = 0,9$ — безразмерный поправочный коэффициент, найденный экспериментально.

Приравнивая сумму проекций изменения количества движения и проекций внешних сил (в единицу времени), получаем

$$\begin{aligned} \rho\alpha' \left(\frac{Q}{\theta} \right)^2 \left(\frac{1}{h''r_2} - \frac{1}{h'r_1} \right) = \\ = \frac{\rho g}{2} \left[r_1 (h')^2 - r_2 (h'')^2 + \beta \frac{(h')^2 + h'h'' + (h'')^2}{3} l_{\text{пр}} \right]. \end{aligned}$$

Обратим внимание на то, что угол $d\theta$ сократился.

После преобразований получим уравнение совершенного гидравлического прыжка при радиальном расширении в плане

$$\begin{aligned} \frac{2\alpha'}{gr_1 h'} \left(\frac{Q}{\theta} \right)^2 + r_1 (h')^2 = \\ = \frac{2\alpha'}{gr_2 h''} \left(\frac{Q}{\theta} \right)^2 + r_2 (h'')^2 - \beta \frac{(h')^2 + h'h'' + (h'')^2}{3} l_{\text{пр}}. \end{aligned} \quad (21.42)$$

Длина гидравлического прыжка определена О. Ф. Васильевым из анализа размерностей с соблюдением требования, что при $r_1 \rightarrow \infty$ длина гидравлического прыжка стремится к $l_{\text{пр}}$ в прямоугольном нерасширя-

ющемся русле. Длина $l_{\text{пр}}$ в призматическом русле прямоугольного поперечного сечения была принята по (21.21). Тогда длина $l_{\text{пр.непр}}$ в рассматриваемых условиях (непризматическое русло)

$$l_{\text{пр.непр}} = \frac{10,3h' (V \sqrt{\Pi_{\text{к1}}} - 1)^{0,81}}{1 + 0,54 \frac{h'}{r_1} (V \sqrt{\Pi_{\text{к1}}} - 1)^{0,81}}, \quad (21.43)$$

или

$$l_{\text{пр.непр}} = \frac{l_{\text{пр}}}{1 + 0,52 \frac{l_{\text{пр}}}{r_1}}. \quad (21.44)$$

Полученные формулы проверены в экспериментах до $\theta \leq 31^\circ$.

В заключение отметим, что в расширяющемся русле вторая сопряженная глубина h'' и длина гидравлического прыжка $l_{\text{пр.непр}}$ меньше, чем h'' и $l_{\text{пр}}$, причем это уменьшение тем больше, чем больше угол расширения θ .

21.12. СОПРЯЖЕНИЕ ПОТОКОВ В ПРИЗМАТИЧЕСКИХ КАНАЛАХ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УКЛОНА ДНА С $i > i_{\text{кр}}$ НА $i < i_{\text{кр}}$

Встречаются случаи, когда происходит изменение уклона дна с $i > i_{\text{кр}}$ на $i < i_{\text{кр}}$. В вышерасположенном канале с уклоном дна, большим чем критический, поток при равномерном движении находится в бурном состоянии, т. е. $h_{01} < h_{\text{кр}}$.

В канале с $i < i_{\text{кр}}$ поток при равномерном движении находится в спокойном состоянии, т. е. $h_{02} > h_{\text{кр}}$. Следовательно, произойдет переход потока из бурного состояния в спокойное. Этот переход может произойти только в форме гидравлического прыжка.

Здесь возможны три случая сопряжения гидравлического прыжка.

1. Сопряжение с предельным положением гидравлического прыжка (рис. 21.9, а). В этом случае переход потока из бурного состояния в спокойное происходит в месте изменения уклона дна канала. Такое сопряжение осуществляется, когда нормальные глубины на обоих участках канала являются сопряженными глубинами гидравлического прыжка, т. е. если

$$h_{01} = h' \text{ и } h_{02} = h''.$$

2. Сопряжение с отогнанным гидравлическим прыжком (рис. 21.9, б). В этом случае переход потока из бурного в спокойное состояние происходит ниже

по течению места перелома дна. Такое сопряжение наблюдается, когда вторая сопряженная (с глубиной h_{01}) глубина h''_{01} больше нормальной глубины h_{02} в нижерасположенном участке канала. В этом случае поток в нижнем бьефе не оказывает влияния на движение в верхнем участке канала. Глубина h_{01} не изменяется до перехода в нижерасположенный участок канала, куда поток поступает, находясь в бурном состоянии.

Так как $i_2 < i_{кр} < i_1$, то скорость потока на втором участке начнет уменьшаться, а глубина будет увеличиваться. Так как поток находится в бурном состоянии, то в соответствии с нижней ветвью графика удельной энергии сечения при росте глубин происходит уменьшение \mathcal{E} .

Сразу ниже перелома дна начнется кривая подпора типа Ic , которая будет существовать вплоть до сечения, где глубина станет равной первой сопряженной с h_{02} глубине, т. е. h'_{02} . В этом сечении закончится кривая подпора и образуется гидравлический прыжок с сопряженными глубинами $h' = h'_{02}$ и $h'' = h_{02}$.

Поток в сечениях с глубинами h'_{02} и h_{02} характеризуется одним и тем же значением прыжковой функции.

Длина отгона прыжка, т. е. длина кривой подпора типа Ic между сечением в месте перелома дна (глубина h_{01}) и сечением с глубиной h'_{02} , определяется по любому из уже известных способов.

3. Сопряжение с надвинутым (затопленным) гидравлическим прыжком (см. рис. 21.9, в). В этом случае переход потока из бурного состояния в спокойное происходит выше места перелома дна на верхнем участке канала. Такое сопряжение наблюдается, если вторая сопряженная с h_{01} глубина, т. е. h''_{01} , меньше, чем глубина h_{02} , т. е. $h''_{01} < h_{02}$. Ниже гидравлического прыжка глубины будут постепенно возрастать от h''_{01} до h_{02} .

Указанная классификация местоположения гидравлического прыжка: предельное положение, отогнанный прыжок и надвинутый (затопленный) прыжок—широко применяется при гидравлических расчетах сопряжения в нижнем бьефе гидротехнических сооружений (см. гл. 24—26).

ВОДОСЛИВЫ**22.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ВОДОСЛИВОВ**

При возведении в русле какой-либо преграды, в том числе и при стеснении потока только с боков, уровень жидкости в русле повышается. Повышение будет происходить до тех пор, пока через стесненное живое сечение не будет проходить расход потока, идущий по руслу.

Сооружение в преграде, через которое происходит перелив воды, называется водосливом, а движение — и течением через водослив.

Участок потока выше гидротехнического сооружения по течению называется верхним бьефом; ниже гидросооружения располагается нижний бьеф.

Верхняя часть водослива, через которую происходит истечение, называется гребнем (порогом) водослива.

Каждому расходу Q , пропускаемому через данный водослив, соответствует определенный напор над гребнем водослива.

Геометрический напор над гребнем водослива H представляет собой разность отметок уровня воды в верхнем бьефе и верхней точке гребня водослива. Отметка уровня верхнего бьефа принимается на некотором удалении ($l \geq 3H$) от водослива (рис. 22.1, б), там, где снижение уровня при истечении через водослив практически не существенно, т. е. не сказывается на количественных результатах расчетов.

Истечение через водослив происходит преимущественно под действием сил тяжести; силы трения и силы поверхностного натяжения не играют определяющей роли.

Именно под воздействием напора H , представляющего собой разность удельной потенциальной энергии на уровне свободной поверхности в верхнем бьефе и на уровне верха порога, происходит истечение через водосливы.

Основными характерными для водосливов параметрами являются:

1) форма порога или профиль водослива — форма продольного (вдоль течения) сечения водослива;

2) ширина отверстий водослива b (рис. 22.1, а) — длина водосливного фронта (в направлении, перпендикулярном направлению движения переливающейся через водослив жидкости);

- 3) ширина водослива по верху s — длина порога (по направлению течения);
- 4) высота водослива со стороны верхнего бьефа p_1 ;
- 5) высота водослива со стороны нижнего бьефа p ;
- 6) глубина воды в отводящем русле (в нижнем бьефе) в естественных (бытовых) условиях h_6 ;
- 7) геометрический перепад, т. е. разность уровней в верхнем и нижнем (при глубине h_6) бьефах z ;

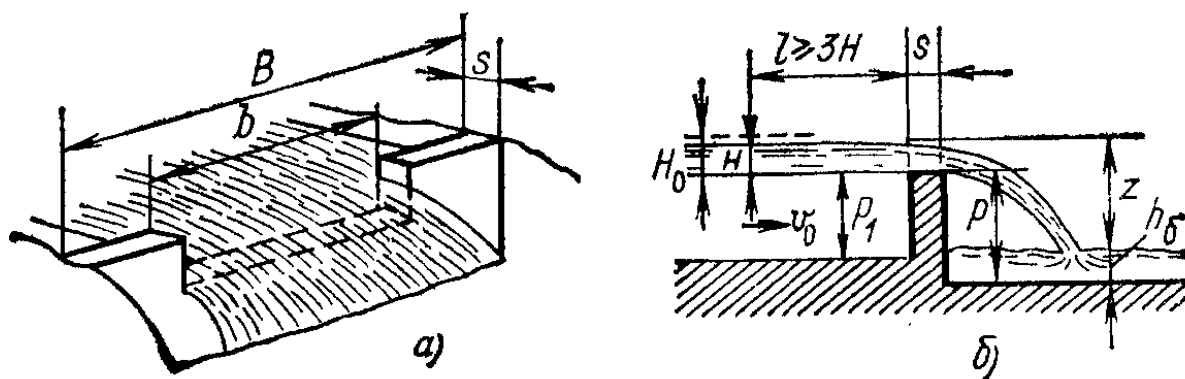


Рис. 22.1

- 8) скорость подхода, т. е. скорость в верхнем бьефе v_0 .

Классификация водосливов по различным признакам

I. По форме и относительным размерам продольного (по направлению течения) сечения, т. е. по профилю:

1. Водослив с тонкой стенкой. Для такого водослива характерно, что ширина водослива (толщина водосливной стенки) s не влияет на форму переливающейся струи (рис. 22.2, а). Для вертикальной стенки водослива для этого необходимо, чтобы $s/H < 0,67$. Форма и размеры струи в этом случае показаны на рис. 22.2, б. Как видно, нижняя поверхность струи сначала поднимается, а затем опускается и пересекает горизонтальную поверхность, проходящую на отметке острого ребра водослива на расстоя-

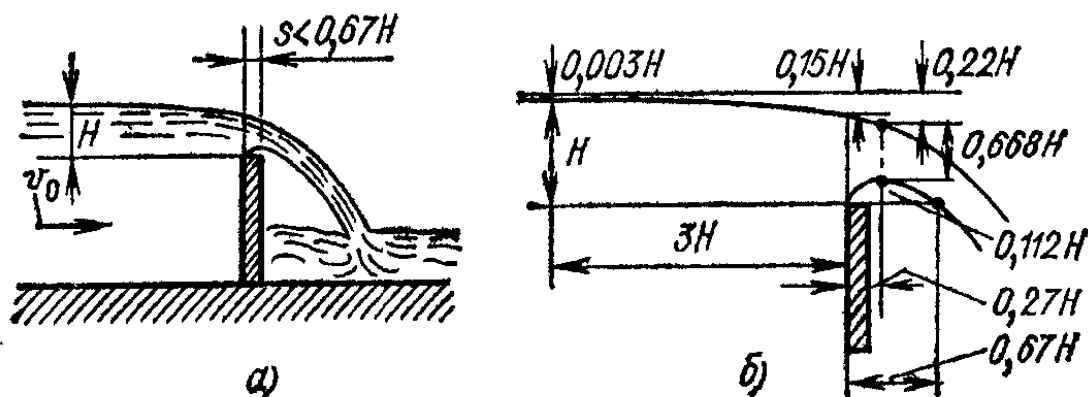


Рис. 22.2

нии $0,67 H$ от ребра. Поэтому для острого ребра водослива при $s < 0,67 H$ стенка водослива не влияет на очертание струи. При наклоне стенки и при скруглении ребра водослива верхний предел отношения s/H , характеризующий водослив с тонкой стенкой, уменьшается.

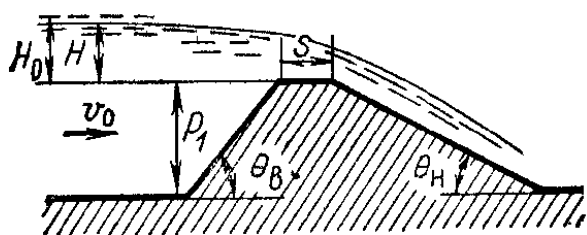


Рис. 22.3

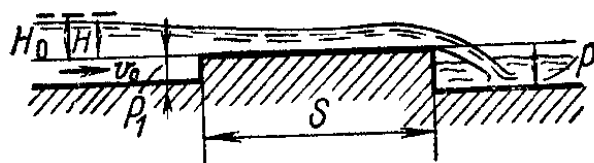


Рис. 22.4

В связи с возможными колебаниями переливающейся струи для надежной работы таких водосливов толщину водосливной стенки рекомендуют принимать $s/H < 0,5$.

2. Водослив практического профиля полигонального очертания (рис. 22.3) с относительной длиной порога (или шириной водослива по верху) $(0,5 \div 0,67) < s/H < 2$.

3. Водослив с широким порогом (правильнее было бы говорить «водослив с «длинным» порогом») (рис. 22.4) с горизонтальной поверхностью порога при $2 < s/H < 10$. При такой длине потери напора по длине пренебрежимо малы.

В литературе встречаются оценки верхнего предела s/H от 8 до 12. На водосливе с широким порогом хотя бы в пределах небольшого участка наблюдается плавно изменяющееся движение.

4. Водослив практического профиля криволинейного очертания. Верхняя часть гребня (оголовок) и низовая грань имеют плавное очертание, которое часто выполняется в соответствии с несколько откорректированными координатами струи, свободно перетекающей через вертикальную тонкую стенку (рис. 22.5, а).

Здесь можно выделить водослив практического профиля криволинейного очертания с вертикальным уступом в нижнем бьефе (рис. 22.5, б).

К водосливам этого типа относятся также цилиндрический водослив (рис. 22.6, а), водослив практического профиля распластанного типа (рис. 22.6, б) и наполняемые водой, а иногда и воздухом

водосливы из мягкой синтетической ткани (рис. 22.6, в).

II. По форме отверстия: водосливы с прямоугольными (рис. 22.7, а), трапециевидальными

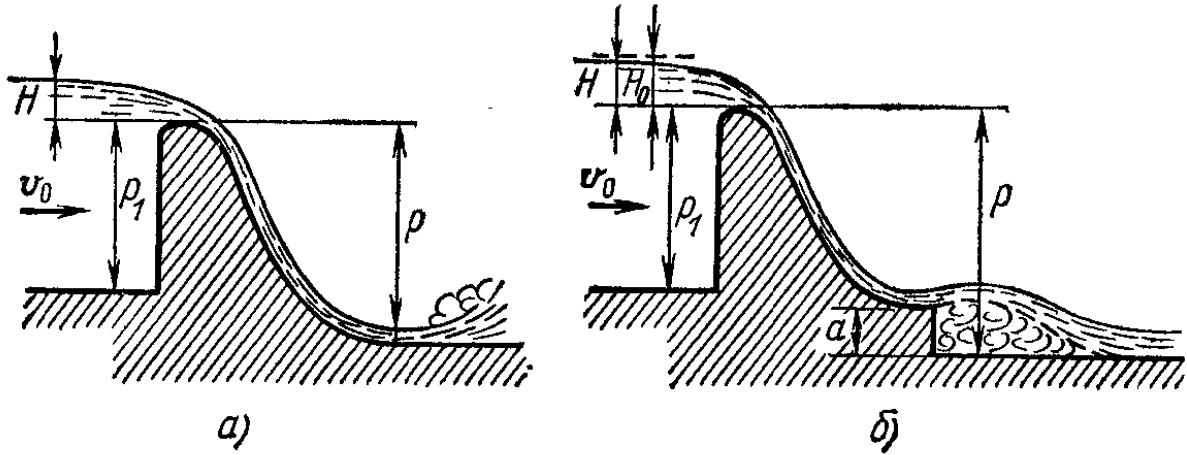


Рис. 22.5

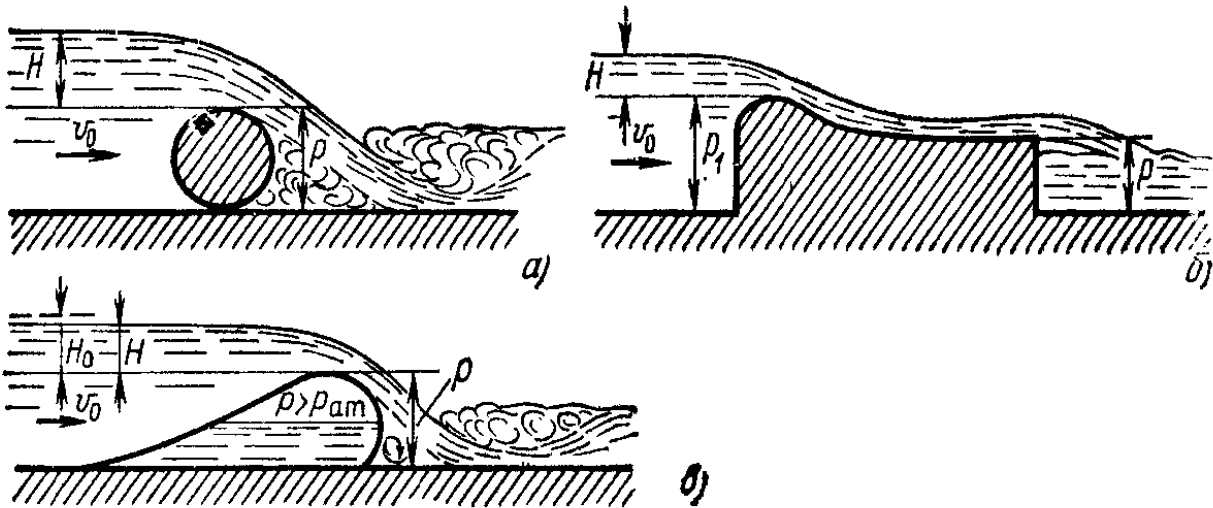


Рис. 22.6

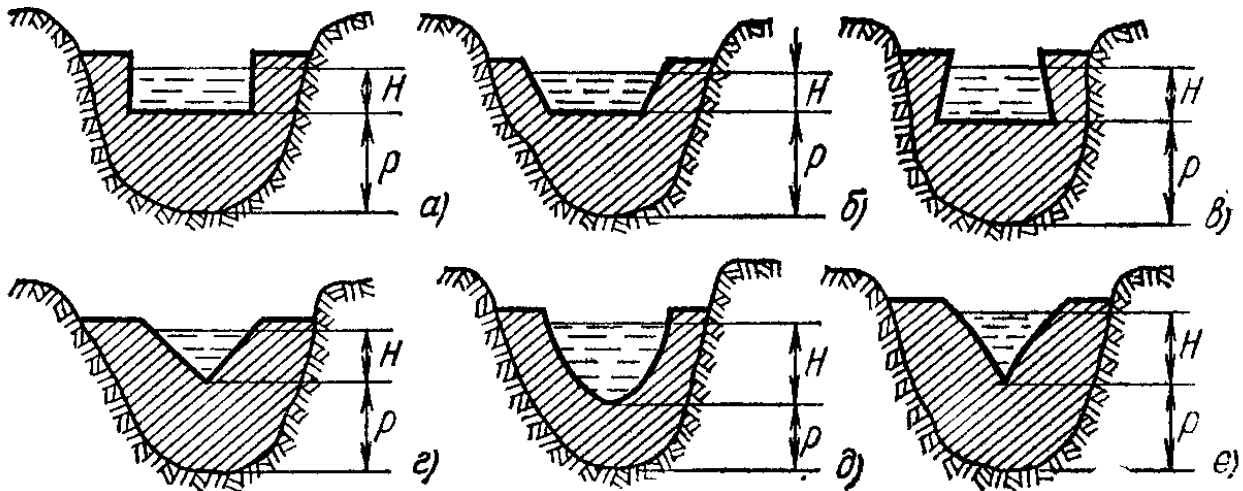


Рис. 22.7

(рис. 22.7, б, в), треугольными (рис. 22.7, г) и криволинейными (рис. 22.7, д, е,) отверстиями.

III. По очертанию в плане: водосливы прямолинейные, полигональные (рис. 22.8, а), криволинейные (рис. 22.8, б), замкнутые (рис. 22.8, в, г). Во-

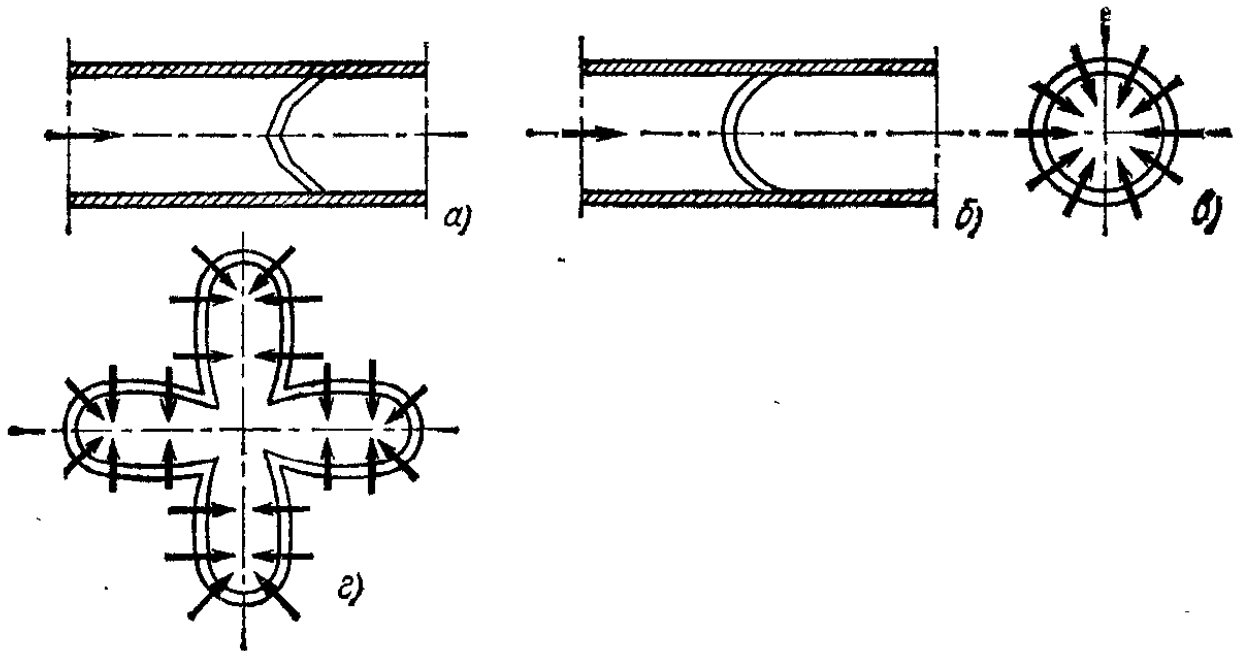


Рис. 22.8

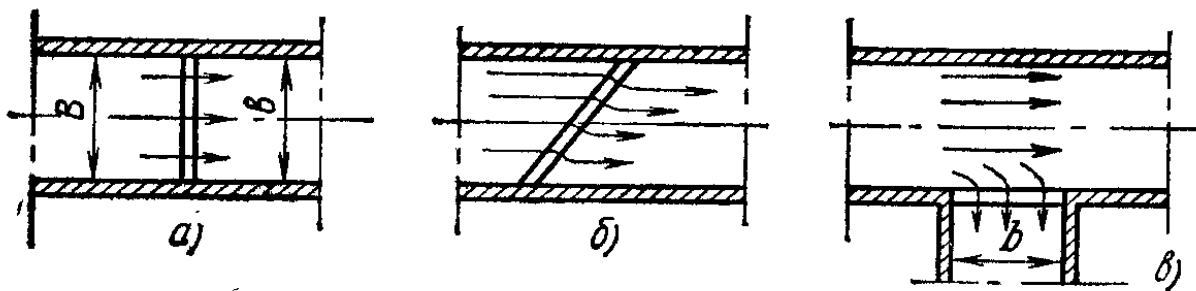


Рис. 22.9

досливы, очерченные в плане по круговой кривой, обладают особенностью — линии тока обычно направлены к центру по радиусам.

IV. По ориентации к направлению потока: водосливы прямые, нормальные к направлению потока (рис. 22.9, а), косые (рис. 22.9, б), боковые, параллельные направлению потока (рис. 22.9, в).

V. По наличию или отсутствию бокового сжатия (в плане) при истечении: водосливы без бокового сжатия (рис. 22.9, а) и водосливы с боковым сжатием (рис. 22.10).

VI. По стеснению потока водосливом в вертикальной плоскости: водосливы с порогом и без порога.

При истечении через подавляющее большинство водосливов с порогом $p_1 > 0$ происходит сжатие потока в вертикальном направлении, линии тока искривляются и «подтягиваются» снизу к гребню водослива (см. рис. 22.1). Но могут быть и водосливы без порога, т. е. $p_1 = 0$. В этом слу-

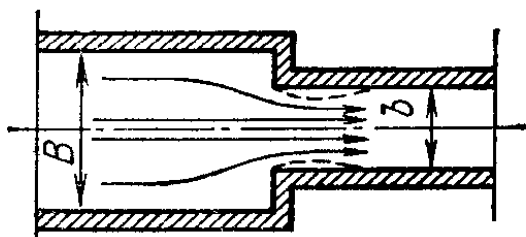


Рис. 22.10

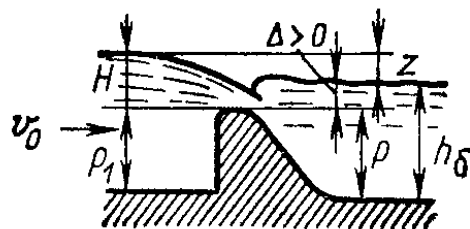


Рис. 22.11

чае истечение через водослив происходит обязательно при наличии бокового сжатия. К такому типу водосливов ($p_1 = 0$) относятся, например, отверстия мостов и других гидротехнических сооружений на мелиоративных системах.

VII. По влиянию нижнего бьефа на истечение через водослив: водосливы неподтопленные (см., например, рис. 22.1, 22.4, 22.5), когда уровень нижнего бьефа не влияет на расход или напор водослива; водосливы подтопленные (рис. 22.11), когда уровень нижнего бьефа влияет на расход, переливающийся через водослив, или напор. В последнем случае при неизменном значении напора расход, пропускаемый через водослив, меньше, чем в условиях, когда подтопление отсутствует.

22.2. ФОРМУЛЫ РАСХОДА ВОДОСЛИВА

Многочисленные эксперименты показывают, что расход Q , проходящий через неподтопленные водосливы, зависит от длины водосливного фронта (ширины водослива b , напора над гребнем водослива H , скорости подхода v_0 , ускорения свободного падения g), т. е.

$$Q = f(b, g, H_0),$$

где $H_0 = H + \alpha_0 v_0^2 / 2g$ — напор с учетом скорости подхода.

Для отыскания формулы расхода водослива применим анализ размерностей. Запишем

$$Q = cb^x g^y H_0^z, \quad (22.1)$$

где c — безразмерный коэффициент пропорциональности, отражающий профиль водослива (водослив с широким порогом, практического профиля, с тонкой стенкой).

Размерность обеих частей уравнения (22.1) должна быть одинаковой, так как учтены все факторы, влияющие на Q .

Совершенно очевидно (и это подтверждается данными экспериментов), что расход Q пропорционален ширине водослива b в первой степени. Тогда $x=1$.

Отсюда

$$[L^3 T^{-1}] = [L] [LT^{-2}]^y [L]^z.$$

Приравниваем показатели при L и T и получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными

$$\left. \begin{aligned} 3 &= 1 + y + z; \\ -1 &= -2y. \end{aligned} \right\}$$

Решая ее, получаем $y=0,5$; $z=1,5=3/2$.

Тогда

$$Q = cb \sqrt{g} H_0^{3/2} = \frac{c}{\sqrt{2}} b \sqrt{2g} H_0^{3/2}.$$

Обозначив $c/\sqrt{2}=m$, получим уравнение неподтопленного водослива любого профиля

$$Q = mb \sqrt{2g} H_0^{3/2}. \quad (22.2)$$

Коэффициент m называется коэффициентом расхода водослива.

Часто при расчетах удобнее учитывать скорость подхода v_0 не в H_0 , как это сделано в (22.2), а в коэффициенте расхода. Тогда

$$Q = mb \sqrt{2g} \left(H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \right)^{3/2} = mb \sqrt{2g} H^{3/2} \left(1 + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2gH} \right)^{3/2}.$$

Обозначим

$$m_0 = m \left(1 + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2gH} \right)^{3/2}, \quad (22.3)$$

отсюда

$$Q = m_0 b \sqrt{2g} H^{3/2}. \quad (22.4)$$

Коэффициенты расхода m и m_0 — безразмерные величины, отражающие конструктивные особенности водосливов.

В формуле (22.4) скорость подхода учтена в коэффициенте расхода m_0 , о чем свидетельствует индекс нуль. Из совместного рассмотрения (22.2) и (22.4) видно, что

$$m/m_0 = (H/H_0)^{3/2} \quad (22.5)$$

Выразим коэффициент расхода m через m_0 . Предварительно введем безразмерное отношение $\epsilon_0 = bH/\Omega_{в.б.}$, где $\Omega_{в.б.}$ — площадь живого сечения потока в верхнем бьефе вдали от водослива.

Величина ϵ_0 характеризует степень стеснения живого сечения потока. Тогда

$$H_0 = H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = H \left(1 + \frac{\alpha_0 Q_0^2}{2g\Omega^2 H} \right).$$

Подставив значение расхода из (22.4), найдем, что

$$H/H_0 = 1 + \alpha_0 \epsilon_0^2 m_0^2.$$

Далее, обращаясь к (22.5), получим

$$m = \frac{m_0}{(1 + \alpha_0 \epsilon_0^2 m_0^2)^{3/2}}. \quad (22.6)$$

Для подтопленного водослива, когда уровень нижнего бьефа влияет на истечение через водослив, в формулы (22.2) и (22.4) вводится безразмерный коэффициент подтопления $\sigma_{п} < 1$. Тогда расход через подтопленный водослив определится как

$$Q = \sigma_{п} m b \sqrt{2g} H_0^{3/2} \quad (22.7)$$

или

$$Q = \sigma_{п} m_0 b \sqrt{2g} H^{3/2}. \quad (22.8)$$

Очевидно, что при отсутствии подтопления $\sigma_{п} = 1$ и формулы (22.7) и (22.8) превращаются соответственно в (22.2) и (22.4).

22.3. ВОДОСЛИВЫ С ТОНКОЙ СТЕНКОЙ (С ОСТРЫМ РЕБРОМ)

Водосливы с тонкой стенкой чаще всего применяются в качестве мерных водосливов, служащих для определения расхода. При истечении через вертикальный прямоугольный неподтопленный водослив с тонкой стенкой без бокового сжатия возможны разные формы струй. В том случае, когда в пространство между струей и стенкой обеспечен доступ воздуха в достаточном количестве и давление вок-

руг струи равно атмосферному, струя называется свободной (рис. 22.12, а). Водослив с указанными выше признаками называется совершенным (или иногда его называют нормальным).

При отсутствии доступа воздуха под струю возможны следующие формы струи:



Рис. 22.12

поджатая (в сторону водосливной стенки) струя, не подтопленная с нижнего бьефа (рис. 22.12, б). Давление под струей меньше атмосферного, т. е. имеется вакуум и уровень воды поднимается выше уровня в нижнем бьефе, но в подструйном пространстве еще имеется воздух;

поджатая подтопленная струя (рис. 22.12, в) наблюдается, когда весь воздух унесен потоком и подструйное пространство полностью заполнено водой. Давление под струей (при прочих равных условиях) еще меньше, чем в предыдущем случае;

прилипающая струя (рис. 22.12, г).

Истечение при отсутствии доступа воздуха, особенно в первом и последнем случаях, отличается неустойчивостью. В каждом случае гидравлический прыжок в нижнем бьефе (если $h_0 > h_{кр}$) может быть как отогнанным, так и надвинутым.

Рассмотрим случай истечения через совершенный водослив со свободной струей. Расход, проходящий через совершенный водослив, как и через любой неподтопленный водослив, может быть определен (по 22.4):

$$Q = m_0 b \sqrt{2g} H^{3/2}.$$

При известных коэффициенте расхода m_0 , ширине b и измеренном напоре H однозначно определяем расход Q .

Коэффициент расхода m_0 совершенного водослива зависит от условий подхода потока к водосливу, которые изменяются с изменением относительного напора H/ρ_1 , от распределения скорости на подходе, т. е. в сечении, где измеряется напор, от поверхностного натяжения жидкости. Для определения коэффициента m_0 могут быть использованы эмпирические формулы:

Базена

$$m_0 = \left(0,405 + \frac{0,003}{H}\right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{H}{H + \rho_1}\right)^2\right] \quad (22.9)$$

или Ребока

$$m_0 = 0,403 + 0,053 \frac{H}{\rho_1} + \frac{0,0007}{H}.$$

Члены $0,003/H$ и $0,0007/H$ учитывают влияние поверхностного натяжения, значения напора H в них — в метрах.

Второй сомножитель (в квадратных скобках) в формуле (22.9) учитывает влияние скорости подхода v_0 .

Для того чтобы ошибка при определении расхода с помощью совершенного водослива составляла не более 1%, необходимо, чтобы b , ρ_1 и H находились в следующих экспериментально изученных диапазонах: $0,2 \text{ м} < b < 2 \text{ м}$; $0,24 \text{ м} < \rho_1 < 1,13$; $0,05 < H < 1,24 \text{ м}$. При $H \leq (0,05 \div 0,07) \text{ м}$ струя становится прилипшей и явление перестает соответствовать истечению через совершенный водослив.

Значение коэффициента расхода m_0 по формуле (22.9) изменяется от 0,409 до 0,49.

Для наклонного неподтоплен-

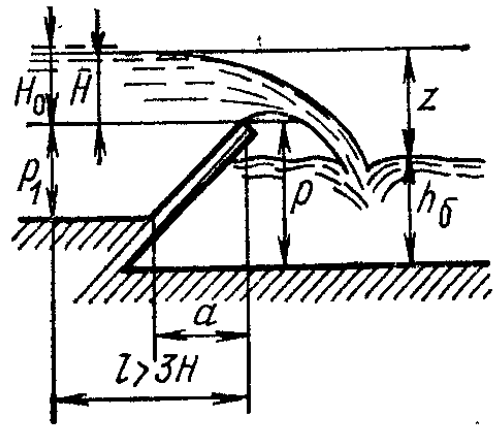


Рис. 22.13

Таблица 22.1

Наклон стенки	Поправочный коэффициент k_{11} в зависимости от отношения a/ρ_1								
	0	1/3	2/3	1	2/1	4/1	5/1	7/1	8/1
В сторону нижнего бьефа	1	1,05	1,09	1,11	1,13	1,10	1,09	1,07	1,06
В сторону верхнего бьефа	1	0,96	0,93	0,91	—	—	—	—	—

ного водослива без бокового сжатия (рис. 22.13) со свободной струей расход определяется по (22.4) с введением поправочного коэффициента k_H , принимаемого по табл. 22.1.

22.4. БОКОВОЕ СЖАТИЕ И ПОДТОПЛЕНИЕ ВОДОСЛИВОВ С ТОНКОЙ СТЕНКОЙ

В условиях бокового сжатия, когда ширина водослива b меньше ширины подводящего русла B (см. рис. 22.10), расход будет меньше, чем через совершенный водослив, при одних и тех же значениях H и b .

Для его определения по (22.4) вводится поправка к коэффициенту расхода m_0 . В результате экспериментов Эгли предложена зависимость

$$m_{0c} = \left(0,405 + \frac{0,003}{H} - 0,03 \frac{B-b}{B} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{H}{H+p_1} \right) \right]. \quad (22.10)$$

Очевидно, что коэффициент расхода в условиях бокового сжатия меньше, чем коэффициент расхода совершенного водослива, т. е. $m_{0c} < m_0$.

Подтопление водослива с тонкой стенкой определяется положением уровня воды в нижнем бьефе относительно ребра водослива и характером сопряжения переливающегося через водослив потока с потоком в нижнем бьефе, которое может происходить в форме гидравлического прыжка (если в нижнем бьефе бытовая глубина $h_b > h_{кр}$) — в предельном положении, надвинутого или отогнанного. Если в нижнем бьефе $h_b < h_{кр}$ (бурное состояние потока), то гидравлического прыжка не будет.

Рассмотрим наиболее распространенные случаи, когда $h_b > h_{кр}$ (спокойное состояние потока в отводящем русле).

Водослив с тонкой стенкой подтоплен, если уровень воды в нижнем бьефе выше отметки ребра водослива, т. е.

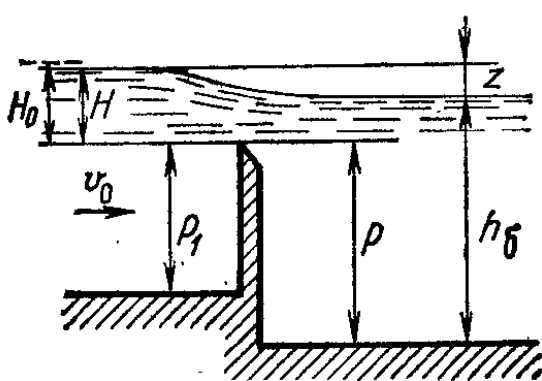


Рис. 22.14

$h_b > p$, и сопряжение в нижнем бьефе происходит в форме надвинутого гидравлического прыжка (рис. 22.14, 22.15, б). На рис. 22.15, а гидравлический прыжок, возникающий в месте падения струи, т. е. в предельном положении, показан пунктирной линией.

Форма сопряжения в нижнем бьефе зависит от значения относительного перепада z/p (рис. 22.15). При некотором значении $z/p = (z/p)_к$ возникает прыжок в предельном положении, т. е. в месте встречи переливающегося через водослив потока с дном нижнего бьефа. Значение $(z/p)_к$ определяется по графику рис. 22.16 как функция отношения

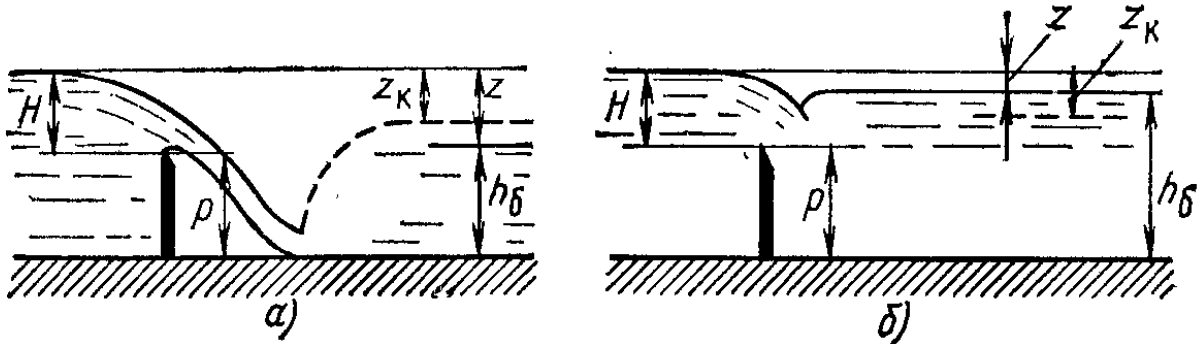


Рис. 22.15

известных величин H/p . Если фактическое отношение (в условиях данного расчета) $z/p > (z/p)_к$, то гидравлический прыжок отогнан. Если $(z/p) < (z/p)_к$, то гидравлический прыжок надвинут. Если при этом $h_б > p$, то рассматриваемый водослив подтоплен.

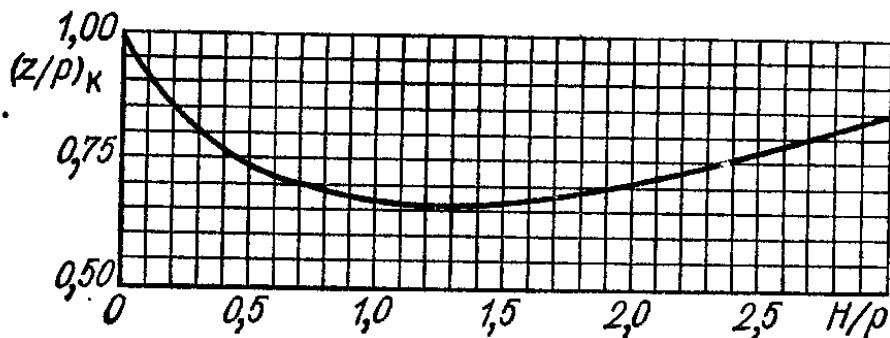


Рис. 22.16

прыжок надвинут. Если при этом $h_б > p$, то рассматриваемый водослив подтоплен.

Подробный расчет сопряжения переливающегося через водослив потока с потоком в нижнем бьефе будет дан в § 22.11 и в гл. 24.

При надвинутом гидравлическом прыжке, но в случае с $h_б < p$ водослив не подтоплен. Водослив не подтоплен также, если $h_б > p$, а гидравлический прыжок отогнан. По Базену коэффициент подтопления определяется по следующей формуле (при $0,15 \leq H/p \leq 1,9$ и $0 < \Delta/p \leq 1,6$):

$$\sigma_{\Pi} = 1,05 (1 + 0,2\Delta/p) \sqrt[3]{z/H}, \quad (22.11)$$

где $\Delta = h_0 - p$ — превышение уровня воды в нижнем бьефе над отметкой (верхом) ребра водослива (рис. 22.14).

При $0,15 \leq H/p < 0,25$ и $0 \leq \Delta/p < 0,03$ коэффициент перед скобкой в (22.11) равен единице. Расход в данном случае определяется по (22.8).

22.5. ВОДОСЛИВЫ-ВОДОМЕРЫ

Для измерения расходов помимо водосливов с тонкой стенкой, имеющих прямоугольный вырез, применяют также другие водосливы с тонкой стенкой. При правильно запроектированном и установленном водосливе-водомере точность измерения расходов довольно высока.

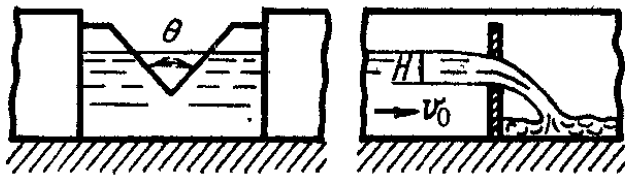


Рис. 22.17

Основные требования к установке водосливов-водомеров заключаются в следующем: водосливы должны устанавливаться на прямолинейных участках каналов или лотков;

должен быть обеспечен свободный доступ воздуха под переливающуюся через водослив струю; порог водослива следует располагать выше отметки максимального уровня в нижнем бьефе, с тем чтобы водослив не мог быть подтоплен, и т. д. Требования к установке и к применению водосливов-водомеров в полном объеме определяются специальными инструкциями.

Рассмотрим основные виды водосливов-водомеров.

Треугольный водослив с тонкой стенкой (с острым ребром) (рис. 22.17). Для неподтопленного треугольного водослива

$$Q = m_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} H^{5/2}. \quad (22.12)$$

По опытам Томсона для треугольного водослива при $\theta = 90^\circ$ и $H = (0,05 \div 0,25)$ м получено

$$m_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = 0,316.$$

Тогда из (22.12) для данного водослива, называемого водосливом Томсона, при $g = 9,81$ м/с² имеем

$$Q = 1,4 \cdot H^{5/2}. \quad (22.13)$$

При измерениях рекомендуется, чтобы $p \geq 0,2$ м; $v_0 < 0,5$ м/с.

Параболический водослив с тонкой стенкой. Такие водосливы очерчены по параболической кривой (в плоскости YOZ , т. е. поперек течения) $y^2 = 2p_{\Pi}z$, где p_{Π} — параметр параболы.

Уравнение расхода через параболический водослив с тонкой стенкой имеет вид

$$Q = m_0 \sqrt{2g} \sqrt{p_{\Pi}} H^2. \quad (22.14)$$

По опытам Гриве, проведенным при $0,0025 \text{ м} < p_{\Pi} < 0,05 \text{ м}$ и $0,03 \text{ м} < H < 0,6 \text{ м}$, коэффициент расхода неподтопленного параболического водослива с тонкой стенкой равен $m_0 = 0,625$.

Для параболического водослива $M = m_0 \sqrt{2g} \sqrt{p_{\Pi}}$ — величина постоянная и равная при $m_0 = 0,625$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $M = 2,768 \sqrt{p_{\Pi}}$.

$$M = 2,768 \sqrt{p_{\Pi}}.$$

Тогда расход через неподтопленный параболический водослив с тонкой стенкой, $\text{м}^3/\text{с}$, равен

$$Q = MN^2. \quad (22.15)$$

Как треугольный, так и параболический водослив обеспечивает высокую точность при определении расходов. Параболический водослив может также применяться и в узких лотках.

Трапецеидальные водосливы с тонкой стенкой (рис. 22.18). Расход через такие водосливы определяется по (22.4) с учетом угла наклона боковых ребер водослива b и коэффициента расхода m_0 .

Для неподтопленного водослива в виде равнобедренной трапеции с $\text{tg } \theta = 0,25$ ($\theta = 14^\circ$) по исследованиям Чиполетти коэффициент $m_0 = 0,42$ независимо от значения напора. Тогда для водослива Чиполетти при $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ имеем, $\text{м}^3/\text{с}$,

$$Q = 1,86bN^{3/2}. \quad (22.16)$$

При измерениях рекомендуется, чтобы $H = (0,05 \div 1,0) \text{ м}$; $b = (3 \div 4) H$; $v_0 \leq 0,5 \text{ м/с}$.

Для неподтопленного водо-

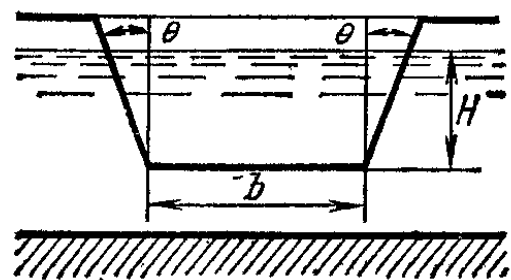


Рис. 22.18

слива с $\operatorname{tg} \theta = 1$, по данным А. И. Иванова, при $v_0 < 0,6$ м/с имеем м³/с,

$$Q = 1,86 \frac{b + H}{b + 0,25H} bH^{3/2}.$$

Водосливы должны иметь высоту $p_1 > 0$, чтобы на подходе к отверстию достигалось сжатие потока по вертикали.

22.6. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ ВОДОСЛИВЫ С ШИРОКИМ ПОРОГОМ

Водослив с широким порогом представляет большой интерес в связи с тем, что по типу такого водослива работают многие гидротехнические сооружения.

Изучение водослива с широким порогом началось более 150 лет назад. Сначала Беланже (1828 г.) получил решение для водослива с широким порогом, исходя из предложенного им постулата о максимуме расхода, т. е. на пороге водослива устанавливается такая глубина, при которой (при прочих равных условиях) через водослив проходит максимальный расход. При этом Беланже нашел, что глубина на пороге $h = \frac{2}{3} H_0$, а коэффициент расхода $m = 0,385 \varphi$ (φ — коэффициент скорости, $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \Sigma \xi}}$) [см. (10.5 а)].

Б. А. Бахметев (1912 г.) исходил из постулата о минимуме энергии, т. е. на водосливе с широким порогом должна устанавливаться глубина $h = h_{кр}$, при которой удельная энергия сечения достигает минимального значения:

$$h = \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2} H_0; \quad m = 2 \left(\frac{\varphi^2}{1 + 2\varphi^2} \right)^{3/2}.$$

Если принять $\varphi = 1$ (идеальный случай отсутствия потерь и $\alpha = 1$), то

$$h = \frac{2}{3} H_0; \quad m = 0,385.$$

Исследованиями советских ученых установлено, что истечение через водослив с широким порогом — гораздо более сложное явление, чем предполагалось ранее. Движение на водосливе с широким порогом часто происходит в условиях, когда кривизна линий тока существенно влияет на истечение и на его количественные характеристики. В пределах одного и того же водослива с широким порогом могут быть участки, где избыточное давление больше, чем ρgh , и

участки, где давление меньше ρgh (h — глубина в данном сечении).

Условия подтопления водосливов с широким порогом отличаются от условий подтопления водосливов других типов.

22.7. НЕПОДТОПЛЕННЫЙ ВОДОСЛИВ С ШИРОКИМ ПОРОГОМ БЕЗ БОКОВОГО СЖАТИЯ

Уравнение расхода. Несмотря на сложную форму движения воды на пороге, можно выделить ряд сечений, в которых кривизна свободной поверхности пренебрежимо

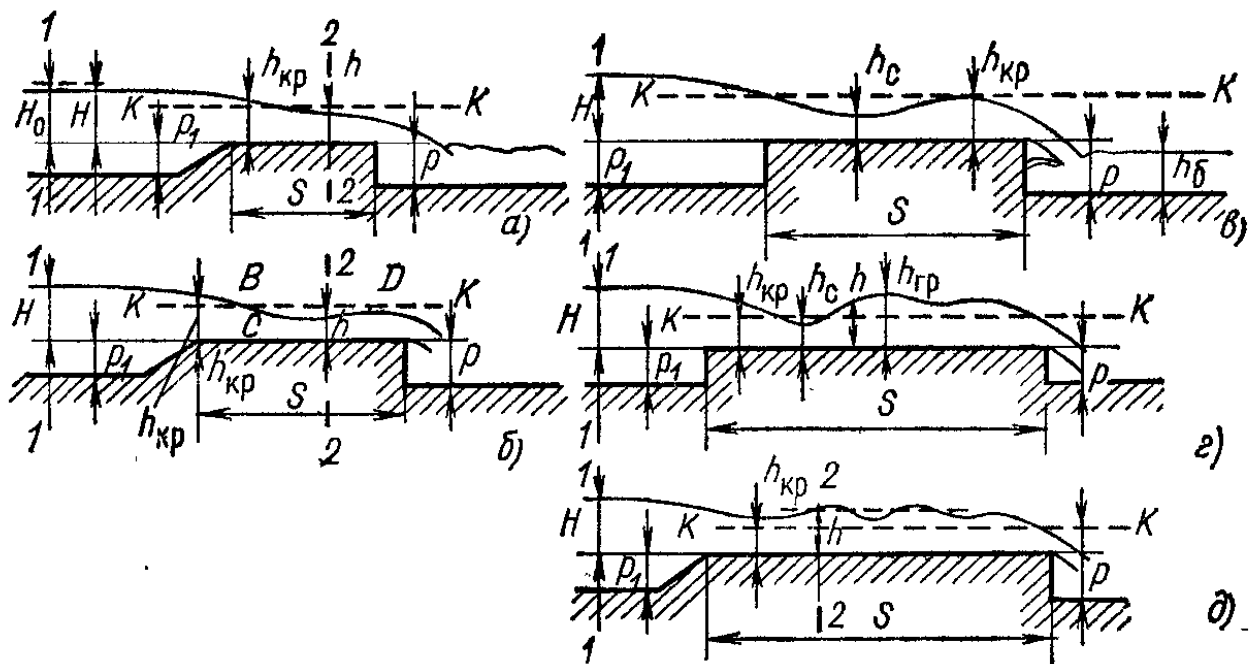


Рис. 22.19

мала (участок CD рис. 22.19, б) или может считаться равной нулю, например в сечении, проходящем через точку B , где кривизна меняет знак. В этих сечениях давление распределяется по гидростатическому закону. Следовательно, можно применить уравнение Бернулли для сечений с плавно изменяющимся движением перед водосливом $1-1$ и на пороге водослива $2-2$ (рис. 22.19), где глубина h в этом сечении пока не известна. Плоскость сравнения совпадает с поверхностью порога. Тогда

$$H_0 = h + \frac{\alpha v^2}{2g} + \sum \zeta \frac{v^2}{2g},$$

где h , α и v относятся к сечению на пороге (даем их без индекса 2, обозначающего номер сечения).

Определим скорость в этом сечении

$$v = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h)}, \quad (22.17)$$

где $\varphi = 1/\sqrt{\alpha + \Sigma \xi}$ — коэффициент скорости и тогда расход водослива

$$Q = \omega v = \varphi \omega \sqrt{2g(H_0 - h)}. \quad (22.18)$$

где ω — площадь живого сечения с глубиной h на гребне водослива с широким порогом.

Для водослива с прямоугольным поперечным сечением шириной b формула расхода запишется в виде

$$Q = \varphi b h \sqrt{2g(H_0 - h)}. \quad (22.19)$$

Удельный расход равен

$$q = \varphi h \sqrt{2g(H_0 - h)}. \quad (22.20)$$

В уравнениях (22.19) и (22.20) имеется неизвестная пока глубина на пороге. Преобразуем уравнение (22.19). Введем относительную глубину на пороге $k = h/H_0$. Тогда из (22.19) имеем

$$Q = \varphi k \sqrt{1 - k} b \sqrt{2g} H_0^{3/2}.$$

Отсюда уравнение (22.19) принимает вид, полностью совпадающий с общим уравнением водосливов (22.2):

$$Q = m b \sqrt{2g} H_0^{3/2},$$

где безразмерный коэффициент расхода неподтопленного водослива с широким порогом равен

$$m = \varphi k \sqrt{1 - k}. \quad (22.21)$$

При площади живого сечения верхнего бьефа (в сечении $I-I$) $\Omega_{вб} > 4bH$ скоростью подхода v_0 можно пренебречь и считать $H_0 = H$.

Значения коэффициентов m и φ . Из формулы (22.17) имеем

$$\frac{v^2}{gh} = 2\varphi^2 \left(\frac{H_0}{h} - 1 \right) = 2\varphi^2 \left(\frac{1}{k} - 1 \right).$$

Так как $v^2/gh = \Pi_k$, то

$$k = \frac{2\varphi^2}{\Pi_k + 2\varphi^2}.$$

Обращаясь к (22.21), запишем $m = f(\varphi, \Pi_k)$. Эксперименты показывают, что при движении через водослив решающее влияние на коэффициент m оказывают сопротив-

ления, отражаемые коэффициентом скорости φ . Эти сопротивления для неподтопленного водослива зависят от относительной высоты входного порога p_1/H , формы порога на входе, бокового сжатия, формы входа в плане и относительного напора H/b .

В «Рекомендациях по гидравлическому расчету водосливов»¹ рассмотрены различные случаи движения на водосливе с широким порогом, а также на других водосливах и приводятся таблицы значений m и φ . В табл. П.XVIII приведены данные только для водослива с широким порогом без бокового сжатия по результатам исследований, выполненных Д. И. Куминым.

Максимальное значение m соответствует идеальному случаю, когда нет потерь, $\xi=0$, $\alpha=1$ и $\varphi=1$. С уменьшением φ значения коэффициента m уменьшаются (табл. 22.2).

Таблица 22.2

φ	0,94	0,96	0,97	0,98	1,0
m	0,3	0,32	0,34	0,36	0,385

Для неплавных очертаний входа и при отсутствии бокового сжатия коэффициент расхода m можно также определить по формуле В. В. Смылова

$$m = 0,30 + 0,08/(1 + p_1/H).$$

Обратим внимание на то, что коэффициенты m_0 незатопленных водосливов с широким порогом без бокового сжатия изменяются в пределах примерно от 0,3 до 0,38, т.е. примерно в 1,3 раза меньше коэффициентов расхода совершенного водослива с тонкой стенкой.

Глубина на пороге. Глубину на пороге в сечениях, где кривизна линии свободной поверхности пренебрежимо мала, можно вычислить, пользуясь зависимостью (22.21), откуда

$$k^3 - k^2 + (m/\varphi)^2 = 0. \quad (22.22)$$

Полученное уравнение имеет два действительных корня k_1 и k_2 , причем соответствующие им значения глубин

$$h_1 = k_1 H_0 < h_{кр} \text{ и } h_2 = k_2 H_0 > h_{кр}.$$

¹ Рекомендации по гидравлическому расчету водосливов. Ч. 1, 2/Л.: ВНИИГ. 1974; 1975.

При $m/\varphi = 0,385$, т. е. в идеальном случае — при отсутствии потерь и при $\varphi = 1$, величины k_1 и k_2 равны между собой: $k_1 = k_2 = 2/3$. Реальное значение корня уравнения (22.22) соответствует конкретной схеме движения воды на пороге данного водослива.

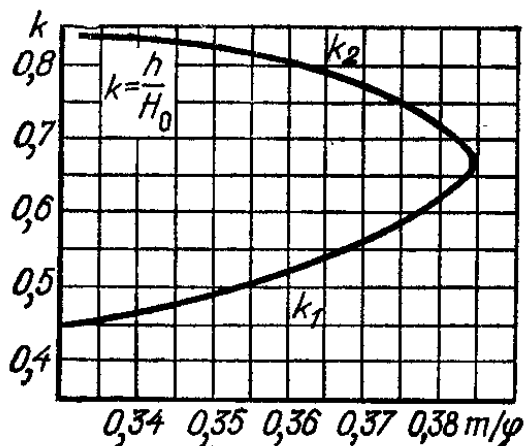


Рис. 22.20

На рис. 22.20 представлена зависимость действительных корней уравнения (22.22) от отношения m/φ . Если иметь в виду схему движения на водосливе с широким порогом, показанную на рис. 22.22, б, то при изменении m от 0,3 до 0,38 значение k_1 изменяется от 0,42 приблизительно до 0,6.

22.8. НЕПОДТОПЛЕННЫЙ ВОДОСЛИВ С ШИРОКИМ ПОРОГОМ С БОКОВЫМ СЖАТИЕМ

При боковом сжатии при входе на водослив с широким порогом линии тока (в плане) искривляются. При неплавном очертании входа в плане может произойти сжатие потока непосредственно в пределах входной части (рис. 22.21), образуется сжатое сечение $C-C$, затем происходит расширение потока и в сечении $D-D$ поток занимает всю область движения (в плане). В связи с боковым сжатием происходят дополнительные потери энергии, особенно на участке расширения потока за сжатым сечением. Коэффициент скорости φ и коэффициент расхода m водослива при боковом сжатии уменьшаются по сравнению с истечением

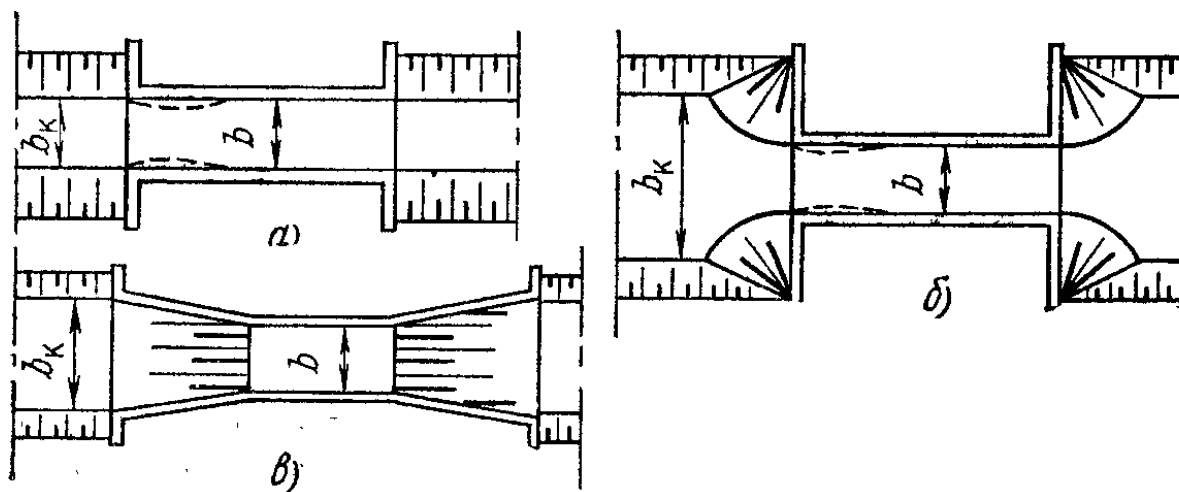


Рис. 22.21

через водослив без бокового сжатия. Отметим, что боковое сжатие происходит и в случае, если ширина по дну подводящего русла (канала) равна ширине водослива с широким порогом, а площадь живого сечения в подводящем канале больше, чем площадь живого сечения на пороге водослива. Для этого достаточно, чтобы при равенстве указанных ширин площадь живого сечения в подводящем русле была больше площади живого сечения во входном сечении водослива.

Расход через неподтопленный водослив с широким порогом с боковым сжатием определяется по общему уравнению водосливов (22.2)

$$Q = mb \sqrt{2g} H_0^{3/2},$$

при этом значения коэффициента расхода m должны соответствовать конкретным условиям бокового сжатия.

Для водосливов с широким порогом при $p_1 = 0$ и $H/b \leq 2$ коэффициенты расхода в условиях бокового сжатия приведены в табл. П.ХІХ.

Для определения коэффициентов расхода можно также использовать формулы В. В. Смыслова:

для водосливов с неплавным входом по типу, показанному на рис. 22.21, а (обратные вертикальные стенки на входе),

$$m = 0,3 + 0,08 \frac{bH}{\Omega_{в.б}};$$

при сопряжении на входе по типу конусов (рис. 22.21, б)

$$m = 0,3 + \frac{0,08}{1 + 2b \operatorname{ctg} \theta},$$

где θ — угол при основании конуса (коэффициент откоса); при входе, выполненном в виде сходящихся в плане под углом менее 25° вертикальных стенок (раструб, рис. 22.21, в), или при входе в виде других плавных очертаний

$$m \approx 0,35 \div 0,36.$$

22.9. ПОДТОПЛЕННЫЙ ВОДОСЛИВ С ШИРОКИМ ПОРОГОМ

Водосливы с широким порогом часто работают в условиях, когда нижний бьеф влияет на расход, проходящий через водослив, т. е. работают как подтопленные водосливы.

Водосливы с широким порогом существенно отличаются

ся от других водосливов тем, что подтопление водослива с широким порогом наступает лишь после того, как уровень воды в нижнем бьефе поднимется над порогом выше определенного предела. Этот предел, при котором наступает подтопление водослива, оценивается определенным значением относительной величины Δ/H_0 , где Δ — превышение уровня воды в нижнем бьефе над порогом водослива, $\Delta =$

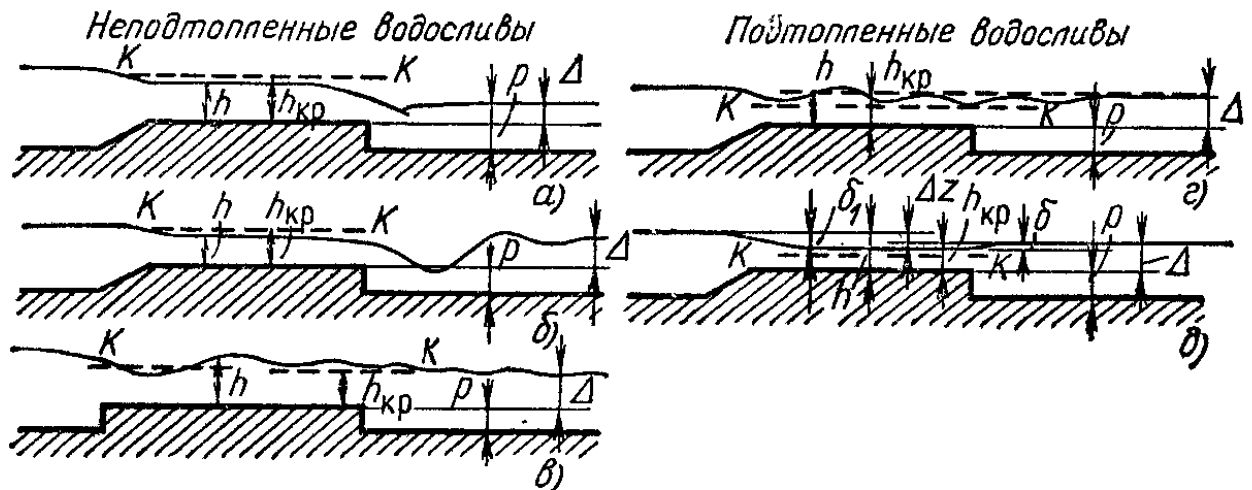


Рис. 22.22

$= h_6 - p$. Только после того, как Δ/H_0 превысит определенное значение, которое будет указано ниже, начинается влияние подтопления на расход (или напор, если расход должен быть постоянным, то увеличится H).

На рис. 22.22 показана последовательная смена установившихся форм движения на пороге изучаемого водослива (при неизменной его ширине) при разных уровнях в нижнем бьефе.

В первых трех случаях (рис. 22.22, а—в) на пороге имеются участки потока в бурном состоянии с глубинами, меньшими $h_{кр}$. Истечение через водослив является неподтопленным, уровень нижнего бьефа не влияет на расход водослива. Ниже водослива сопряжение с потоком в нижнем бьефе происходит в виде гидравлического прыжка (вначале надвинутого, затем поверхностного и, наконец, волнистого). Последовательность гидравлических прыжков соответствует порядку расположения рисунков.

На рис. 22.22, г, д представлены схемы движения через подтопленные водосливы. Во всей области движения глубины больше $h_{кр}$, поток находится в спокойном состоянии. При этом в начале подтопления (рис. 22.22, г) движение характеризуется образованием волн на пороге (при спокой-

ном состоянии потока). По мере увеличения степени подтопления, т. е. увеличения Δ/H_0 , такая схема движения сменяется схемой, представленной на рис. 22.22, д. Поверхность воды на пороге почти горизонтальна, образуются два перепада свободной поверхности. Первый перепад δ_1 определяет скорость на пороге, а второй — перепад на выходе с порога водослива δ — появляется в связи с переходом части кинетической энергии в потенциальную, ибо $v_{н.б} < v$ ($v_{н.б}$ — средняя скорость в нижнем бьефе, v — средняя скорость на пороге). Перепад δ называется перепадом восстановления. Его необходимо учитывать при расчетах подтопленных водосливов с широким порогом.

Рассмотрение схем истечения воды через водослив с широким порогом (рис. 22.22) показывает, что за начало подтопления можно принять состояние, когда произойдет подтопление сжатого сечения, что наблюдается при глубине h , равной Δ , т. е. когда $\Delta/H_0 = h/H_0 = k_2$, где k_2 — корень уравнения (22.22). Следовательно, водослив с широким порогом будет неподтопленным до тех пор, пока $\Delta/H_0 \leq k_2$. При $\Delta/H_0 > k_2$ водослив с широким порогом подтоплен.

Исследования подтопления водослива с широким порогом с учетом перепада восстановления позволяют приближенно считать, что указанный водослив подтоплен, если: при плавном входе на порог

$$\Delta/H_0 > 0,75;$$

при неплавном входе на порог

$$\Delta/H_0 > 0,85.$$

Значения коэффициента скорости $\varphi_{п}$ и k_2 для подтопленного водослива с широким порогом по данным Д. И. Кумина приведены в табл. 22.3.

Рассмотрим решение уравнения подтопленного водослива с широким порогом, предложенного И. И. Агроски-

Таблица 22.3

m	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,385
$\varphi_{п}$	0,76; 0,78*	0,84	0,90	0,96	0,99	1
k_2	1	0,88	0,84	0,81	0,72	0,667
$\varphi_{п}/m$	2,53; 2,6*	2,625	2,65	2,67	2,61	2,6

* При $h/H_0 < 0,85$.

ным, с учетом перепада восстановления. Глубина на пороге подтопленного водослива $h_{\Pi} = \Delta - \delta$.

Применив уравнение Бернулли к сечениям до водослива и на водосливе, где поток можно считать плавно изменяющимся, получим

$$Q = \varphi_{\Pi} b h_{\Pi} \sqrt{2g(H_0 - h_{\Pi})} = \varphi_{\Pi} b (\Delta - \delta) \sqrt{2g(H_0 - \Delta + \delta)}. \quad (22.23)$$

Эта формула аналогична (22.19). Формулу (22.23) можно записать в виде

$$Q = \sigma_{\Pi} m b \sqrt{2g} H_0^{3/2},$$

где коэффициент подтопления σ_{Π} имеет вид

$$\sigma_{\Pi} = \frac{\varphi_{\Pi}}{m} \frac{\Delta}{H_0} \sqrt{1 + \frac{\Delta}{H_0}} \left[(1 - \delta/\Delta) \sqrt{1 + \frac{\delta/H_0}{1 - \Delta/H_0}} \right]. \quad (22.24)$$

Таким образом, коэффициент подтопления зависит от φ_{Π}/m , относительного подтопления $\Delta/H_0 = (h_6 - p)/H_0$ и относительного перепада восстановления δ/H_0 .

Как видно из данных табл. 22.3, отношение φ_{Π}/m слабо изменяется во всем диапазоне изменения φ_{Π} и m .

Применив уравнение Бернулли к сечениям на пороге водослива и в нижнем бьефе, получим, что перепад восстановления можно определить по приближенной формуле

$$\delta = \frac{v^2}{2g} [1 - \zeta'_{в.р} - (\omega/\Omega_{н.б})^2],$$

где $v = \varphi_{\Pi} \sqrt{2g(H_0 - \Delta + \delta)}$ — скорость на пороге; $\omega = b\Delta$ — площадь живого сечения потока, выходящего с водослива; $\Omega_{н.б}$ — площадь живого сечения потока в нижнем бьефе при глубине h_6 ; $\zeta'_{в.р}$ — коэффициент потерь напора при внезапном расширении, условно принимаемый равным

$$\zeta'_{в.р} = (1 - \omega/\Omega_{н.б})^2.$$

Обозначив $\varepsilon_{н.б} = \omega/\Omega_{н.б} = b\Delta/\Omega_{н.б}$, получим выражение для относительного перепада восстановления

$$\frac{\delta}{H_0} = \left(1 - \frac{\Delta}{H_0}\right) \frac{2\varepsilon_{н.б} \sqrt{1 - \varepsilon_{н.б}}}{\frac{1}{\varphi^2} - 2\varepsilon_{н.б} \sqrt{1 - \varepsilon_{н.б}}}.$$

Подставив полученное выражение в (22.24), найдем, что

$$\sigma_{\Pi} = f(\Delta/H_0, \varepsilon_{\text{н.б}}, \varphi_{\Pi}).$$

Для $\varphi_{\Pi} = 0,9$, т. е. при среднем значении $m = 0,34$, были получены значения коэффициента подтопления σ_{Π} водослива с широким порогом с учетом перепада восстановления в зависимости от относительного подтопления Δ/H_0 и относительного расширения потока за водосливом в нижнем бьефе $\varepsilon_{\text{н.б}}$ (табл. 22.4).

Таблица 22.4

Δ/H_0	Коэффициент σ_{Π} при $\varepsilon_{\text{н.б}}$								
	1	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0
0,75	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,78	0,97	1	1	1	1	1	1	1	0,97
0,80	0,95	1	1	1	1	1	1	1	0,95
0,82	0,92	0,99	1	1	1	1	1	0,99	0,92
0,84	0,89	0,97	0,99	1	1	1	0,99	0,97	0,89
0,86	0,85	0,94	0,96	0,99	1	0,99	0,96	0,94	0,85
0,88	0,81	0,90	0,93	0,97	0,96	0,97	0,93	0,90	0,81
0,90	0,75	0,84	0,88	0,92	0,91	0,92	0,88	0,84	0,75
0,92	0,69	0,78	0,82	0,85	0,84	0,85	0,82	0,78	0,69
0,94	0,61	0,70	0,73	0,76	0,75	0,76	0,73	0,70	0,61
0,96	0,51	0,59	0,62	0,65	0,64	0,65	0,62	0,59	0,51
0,98	0,36	0,44	0,46	0,49	0,48	0,49	0,46	0,44	0,36

Расчетным уравнением для подтопленного водослива с широким порогом будет уравнение (22.7)

$$Q = \sigma_{\Pi} mb \sqrt{2g} H_0^{3/2},$$

где σ_{Π} принимается по средним значениям (для $\varphi_{\Pi} = 0,9$), приводимым в табл. 22.4.

При $\delta \rightarrow 0$ формула (22.23) может быть записана в виде

$$Q = \varphi_{\Pi} b \Delta \sqrt{2g (H_0 - \Delta)}, \quad (22.25)$$

где $\Delta = h_6 - p$.

В этом случае глубина на пороге h равна Δ (рис. 22.22, б). Тогда при пренебрежении перепадом восстановления

$$Q = \varphi_{\Pi} bh \sqrt{2g (H_0 - h)}. \quad (22.26)$$

Таким образом, формула (22.26) по виду отличается от (22.19) лишь наличием коэффициента скорости φ_{Π} , относящегося к подтопленному водосливу.

22.10. ВОДОСЛИВЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ КРИВОЛИНЕЙНОГО ОЧЕРТАНИЯ

Водосливы криволинейного очертания по форме профиля делятся на водосливы с профилем, очерченным по форме падающей струи (рис. 22.23, а), водосливы с уширенным горизонтальным гребнем (рис. 22.23, б) и водосливы распластанного профиля (рис. 22.23, в).

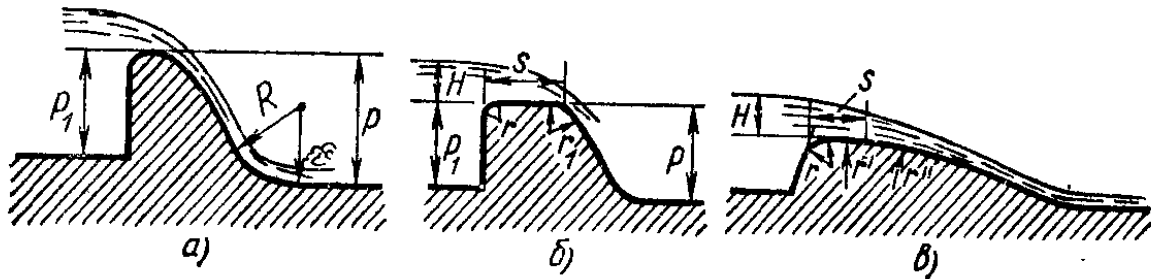


Рис. 23.23

Водосливы с безвакуумным практическим криволинейным профилем очерчены так, что водосливная (низовая) грань по очертанию совпадает с нижней поверхностью свободной струи, переливающейся через совершенный во-

Таблица 22.5

x	Форма I			Форма II		
	z					
	Очертание низовой грань водо- слива	Очертание струи		Очертание низовой грань водо- слива	Очертание струи	
Внешняя поверх- ность		Внутрен- няя по- верхность	Внешняя поверх- ность		Внутрен- няя по- верхность	
0,0	0,126	-0,831	0,126	0,043	-0,781	0,043
0,1	0,036	-0,803	0,036	0,010	-0,756	0,010
0,2	0,007	-0,772	0,007	0,000	-0,724	0,000
0,3	0,000	-0,740	0,000	0,005	-0,689	0,005
0,4	0,007	-0,702	0,007	0,023	-0,648	0,023
0,6	0,060	-0,620	0,063	0,090	-0,552	0,090
0,8	0,147	-0,511	0,153	0,189	-0,435	0,193
1,0	0,256	-0,380	0,267	0,321	-0,293	0,333
1,2	0,393	-0,219	0,410	0,480	-0,120	0,500
1,4	0,565	-0,030	0,590	0,665	-0,075	0,700
1,7	0,873	0,305	0,920	0,992	0,438	1,05
2,0	1,235	0,693	1,31	1,377	0,860	1,47
2,5	1,96	1,50	2,10	2,14	1,71	2,34
3,0	2,824	2,50	3,11	3,06	2,76	3,39
3,5	3,818	3,66	4,26	4,08	4,00	4,61
4,0	4,93	5,00	5,61	5,24	5,42	6,04
4,5	6,22	6,54	7,15	6,58	7,07	7,61

дослив с тонкой стенкой при заданном напоре, который называется профилирующим. На основе экспериментальных исследований В. Кригер и А. С. Офицеров предложили координаты для построения профиля двух типов водослива (рис. 22.24) и очертаний струи при напоре над гребнем водослива $H=1$ м (табл. 22.5) применительно к осям координат, показанным на рис. 22.24. Для надежно-

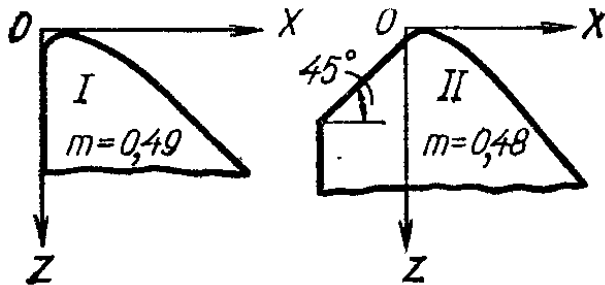


Рис. 22.24

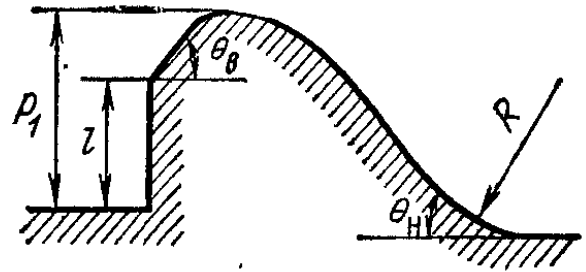


Рис. 22.25

го примыкания струи к водосливу низовая грань его по координатам Кригера — Офицера несколько «вдвинута» в очертание струи. В связи с этим при $H=H_{пр}$ такой водослив всегда будет безвакуумным.

При построении профиля водослива по координатам Кригера — Офицера все цифровые значения координат, приведенные в табл. 22.5 для $H=1$ м, умножаются на значение профилирующего напора $H_{пр}$, найденного из условия пропускания через данный водослив расчетного расхода.

Для обеспечения безопасного (с точки зрения динамического воздействия струи на дно отводящего участка за водосливом) сопряжения водослива с дном в нижнем бьефе рекомендуется выполнять указанное сопряжение по дуге круга радиусом R , принимаемым в зависимости от высоты водослива p и напора H (табл. 22.6).

Таблица 22.6

$p, \text{ м}$	Сопрягающие радиусы $R, \text{ м}$, в зависимости от $H, \text{ м}$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3,0	4,2	5,4	6,5	7,5	8,5	9,6	10,6	11,6
20	4,0	6,0	7,8	8,9	10,0	11,0	12,2	13,3	14,3
30	4,5	7,5	9,7	11,0	12,4	13,5	14,7	15,8	16,8
40	4,7	8,4	11,0	13,0	14,5	15,8	17,0	18,0	19,0
50	4,8	8,8	12,2	14,5	16,5	18,0	19,2	20,3	21,3
60	4,9	8,9	13,0	15,5	18,0	20,0	21,2	22,2	23,2

Таблица 22.7

θ_B	θ_H	Коэффициент формы σ_Φ в зависимости от l/p_1				
		0	0,3	0,6	0,9	1,0
15	15	0,880	0,878	0,855	0,850	0,933
	30	0,910	0,908	0,885	0,880	0,974
	60	0,927	0,925	0,902	0,895	1,000
45	15	0,915	0,915	0,911	0,919	0,933
	30	0,953	0,950	0,950	0,956	0,974
	60	0,974	0,974	0,970	0,978	1,000
75	15	0,930	0,930	0,930	0,930	0,933
	30	0,972	0,972	0,972	0,972	0,974
	60	0,998	0,998	0,998	0,999	1,000
90	15	0,933	—	—	—	0,933
	30	0,974	—	—	—	0,974
	60	1,000	—	—	—	1,000

Коэффициенты расхода неподтопленных водосливов практического профиля криволинейного очертания определяются по формуле

$$m = 0,504\sigma_\Phi\sigma_H, \quad (22.27)$$

где $m=0,504$ — коэффициент расхода водослива, построенного по координатам Кригера — Офицера, принятый по опытным данным А. С. Офицера; σ_Φ — коэффициент формы, учитывающий влияние особенностей геометрии профиля (рис. 22.25), т. е. углов θ_B , θ_H и отношения l/p_1 , принимается по табл. 22.7; σ_H — коэффициент полноты напора, учитывающий влияние изменения напора H по сравнению с $H_{пр}$, принимается по данным Н.П. Розанова и А. С. Офицера (табл. 22.8).

Таблица 22.8

$H/H_{пр}$	Коэффициент полноты напора σ_H в зависимости от угла θ_B					
	15	30	45	60	75	90
0,2	0,897	0,886	0,875	0,864	0,853	0,842
0,4	0,934	0,928	0,921	0,914	0,907	0,900
0,6	0,961	0,957	0,953	0,949	0,945	0,940
0,8	0,982	0,980	0,978	0,977	0,975	0,973
1,2	1,016	1,017	1,019	1,020	1,022	1,024
1,4	1,029	1,032	1,036	1,039	1,042	1,045
1,6	1,042	1,048	1,051	1,055	1,060	1,064
1,8	1,054	1,059	1,065	1,071	1,076	1,082
2,0	1,064	1,071	1,078	1,085	1,092	1,099

Коэффициент σ_H при $\theta_B = 90^\circ$ можно найти также по формуле, предложенной Н. П. Розановым,

$$\sigma_H = 0,62 + 0,38 \sqrt[3]{H/H_{\text{пр}}}$$

Увеличение σ_H , а следовательно, и m при $H/H_{\text{пр}} > 1$ связано с увеличивающейся при $H/H_{\text{пр}} > 1$ кривизной (выпуклостью кверху) линий тока над гребнем водослива. При

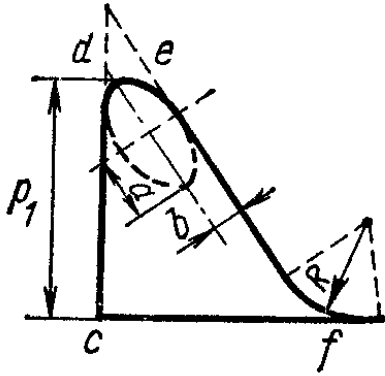


Рис. 22.26

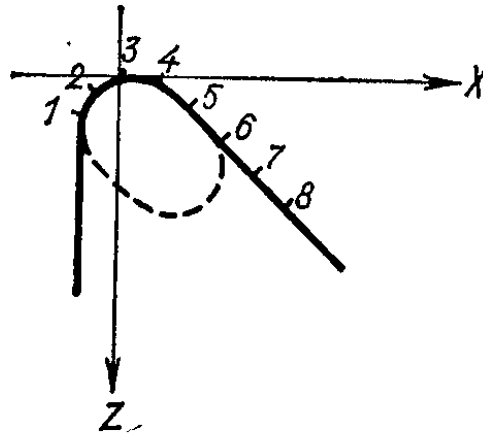


Рис. 22.27

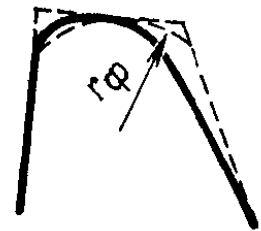


Рис. 22.28

этом давление уменьшается, а коэффициент расхода увеличивается.

Для предварительных расчетов принимают для профиля I $m = 0,49$, а для профиля II $m = 0,48$ (рис. 22.24).

Коэффициент расхода водослива практического профиля с уширенным горизонтальным гребнем длиной s (рис. 22.23, б) определяется при $0,3 < s/H < 2,5$ по формуле А. Р. Березинского

$$m = 0,36 + 0,1 \frac{2,5 - s/H}{1 + 2s/H}$$

Водосливы с вакуумным криволинейным профилем работают в условиях, когда в пространстве между очертанием гребня и низовой грани (в ее верхней части) водослива и нижней границей струи образуется (вследствие захвата и выноса воздуха из подструйного пространства) пониженное (по сравнению с атмосферным) давление, т. е. вакуум.

Оголовок водослива с вакуумным профилем — круговой или, чаще, эллиптический (рис. 22.26) с соотношением полуосей эллипса a/b , равным 2 или 3. Низовая грань — плоская, $\text{ctg } \theta_H = 2/3$. Вакуумные профили — более простые по форме и обжатые по сравнению с безвакуумными (например, построенными по Кригеру — Офицеру).

Вакуумный профиль водослива получается при построении профиля по координатам, рекомендуемым Н. П. Розановым (табл. 22.9). Расположение точек и осей координат показано на рис. 22.27.

Таблица 22.9

№ точек	$a/b = 1$		$a/b = 2$		$a/b = 3$	
	x	z	x	z	x	z
1	-1,000	1,000	-0,692	0,830	-0,472	0,629
2	-0,736	0,330	-0,560	0,248	-0,368	0,189
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,585	0,208	0,629	0,226	0,541	0,173
5	1,377	1,302	1,242	0,730	1,022	0,503
6	2,434	2,896	1,682	1,278	1,456	0,800
7	3,670	4,717	2,327	2,246	1,855	1,320
8	5,462	7,424	2,956	3,189	2,240	1,792
9	—	—	4,450	5,430	2,580	2,270
10	—	—	5,299	6,704	3,193	3,214
11	—	—	—	—	4,685	5,453
12	—	—	—	—	5,561	6,767

Таблица 22.9 составлена для значения фиктивного радиуса вписанной в оголовок (рис. 22.28) окружности $r_{\phi} = 1$; при $a=b$ фиктивный радиус является действительным радиусом кругового оголовка. При $r_{\phi} \neq 1$ координаты, приведенные в табл. 22.9, следует умножить на заданное значение r_{ϕ} .

Безвакуумный профиль водослива, рассчитанного по Кригеру — Офицерову на профилирующий напор, т. е. при $H/H_{\text{пр}} = 1$, при $H > H_{\text{пр}}$ станет вакуумным. Наоборот, вакуумный профиль с $a/b = 2$ при $H/r_{\phi} \approx 1,2$ становится безвакуумным. При этом его коэффициент расхода практически не отличается от коэффициента расхода профиля водослива Кригера — Офицера.

Коэффициент расхода водослива с вакуумным криволинейным профилем зависит от отношения H_0/r_{ϕ} и отношения полуосей эллипса a/b , увеличиваясь с ростом обеих относительных величин (табл. 22.10).

Очевидно, что коэффициенты расхода вакуумных (при $H_0/r_{\phi} = 1,2 \div 3,4$) водосливов больше, чем значения m безвакуумных водосливов, причем это превышение может достигать 10—11%. При указанных значениях H_0/r_{ϕ} не произойдет отрыва (этот отрыв происходит при $H_0/r_{\phi} \approx 4,5 \div 5,8$).

$H_0/r\phi$	Коэффициент расхода m при		
	$a/b=1$	$a/b=2$	$a/b=3$
1,00	0,486	0,487	0,495
1,20	0,497	0,500	0,509
1,40	0,506	0,512	0,520
1,60	0,513	0,521	0,530
1,80	0,521	0,531	0,537
2,00	0,526	0,540	0,544
2,20	0,533	0,548	0,551
2,40	0,538	0,554	0,557
2,60	0,543	0,560	0,562
2,80	0,549	0,565	0,566
3,00	0,553	0,569	0,570
3,20	0,557	0,573	0,575
3,40	0,560	0,577	0,577

Коэффициент вакуумности

$$\sigma_{\text{вак}} = h_{\text{вак макс}}/H_0,$$

где $h_{\text{вак макс}}$ — осредненное во времени максимальное значение вакуумметрической высоты.

Зона вакуума должна занимать только оголовки, не захватывая низовой грани водослива. На оголовке должно быть обеспечено значение $h_{\text{вак}} \leq h_{\text{вак доп}}$, где допустимое значение $h_{\text{вак доп}}$ соответствует

$$\rho g h_{\text{вак доп}} / \rho_{\text{ат}} \approx 0,6 \div 0,7.$$

Пульсации давления на профиле водослива должны также не быть опасными.

При истечении через вакуумный водослив недопустим прорыв воздуха под струю, т. е. срыв вакуума, так как в таких условиях усилится динамическое воздействие струи на водослив.

При проектировании вакуумных водосливов, которые благодаря высоким значениям коэффициента расхода и высокой обжатости профиля дают экономию строительной стоимости, необходимо обеспечивать и статическую устойчивость их.

Правильно запроектированный водослив с вакуумным профилем позволяет по сравнению с безвакуумным профилем в тех же условиях или сократить длину водосливного фронта (при неизменном напоре), или уменьшить напор

(при неизменных длине водосливного фронта и отметке гребня). Во втором случае уменьшается площадь затопляемых земель при пропуске паводка через водослив.

Целесообразно также применять вакуумные водосливы в сооружениях, предназначенных для пропуска кратковременных максимальных (например, ливневых) расходов.

Подтопленные водосливы. Безвакуумный водослив практического профиля будет подтоплен при совместном выполнении двух условий:

1) в нижнем бьефе за водосливом образуется надвинутый (затопленный) гидравлический прыжок;

2) бытовая глубина h_6 больше, чем высота водослива со стороны нижнего бьефа, т. е. $h_6 > p$.

Для вакуумного водослива практического профиля первое условие остается таким же, а второе имеет вид

$$\frac{\Delta}{H_0} = \frac{h_6 - p}{H_0} > -0,15.$$

Расход через подтопленный водослив определяется по (22.7), при этом коэффициент σ_{Π} принимается по табл. 22.11 для безвакуумных водосливов, очерченных по Криггеру—Офицерову, и по табл. 22.12 для вакуумных водосливов криволинейного очертания (по данным Н. П. Розанова).

Таблица 22.11

Δ/H_0	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
σ_{Π}	1	0,998	0,996	0,991	0,983	0,972	0,957

Продолжение

Δ/H_0	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
σ_{Π}	0,947	0,933	0,9—0,8	0,76	0,70	0,59	0,41	0,0

Учет бокового сжатия. При истечении через водослив в условиях бокового сжатия пропускная способность водослива (расход через водослив) уменьшается вследствие появления связанных с указанным сжатием дополнительных сопротивлений при обтекании береговых устоев или быков.

Таблица 22.12

Δ/H_0	-0,15	-0,10	0	0,1	0,2	0,3
σ_{Π}	1,0	0,999	0,99	0,971	0,94	0,895

Продолжение

Δ/H_0	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
σ_{Π}	0,845	0,788	0,723	0,642	0,538	0,39	0,0

Эти обстоятельства учитываются введением в формулы расхода (22.2), (22.4), (22.7) и (22.8) сомножителя — ко-

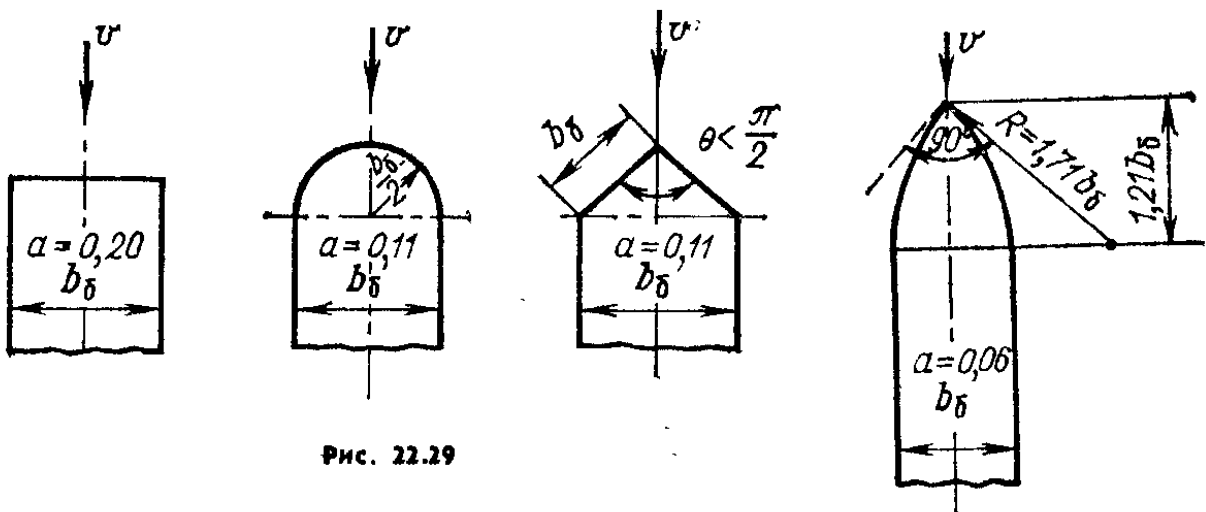


Рис. 22.29

эффициента бокового сжатия ϵ , который определяется по формуле, предложенной Е. А. Замариным,

$$\epsilon = 1 - a \frac{H_0}{b + H_0}, \quad (22.28)$$

где a — коэффициент, учитывающий влияние формы устоев или быков (рис. 22.29); b — ширина водосливного отверстия (пролета); H_0 — напор с учетом скорости подхода.

На рис. 22.29 ширина быка обозначена $b_б$.

Часто говорят об «эффективной» ширине водосливного отверстия $b_c = \epsilon b$, ее также называют сжатой шириной.

22.11. РАСЧЕТ СЖАТОЙ ГЛУБИНЫ

При истечении через все водосливы, кроме водосливов практического профиля криволинейного очертания, свободная струя отрывается от низового ребра водослива и падает на дно отводящего русла на некотором расстоянии от водослива (см. например, рис. 22.1, б, 22.4). На низовой

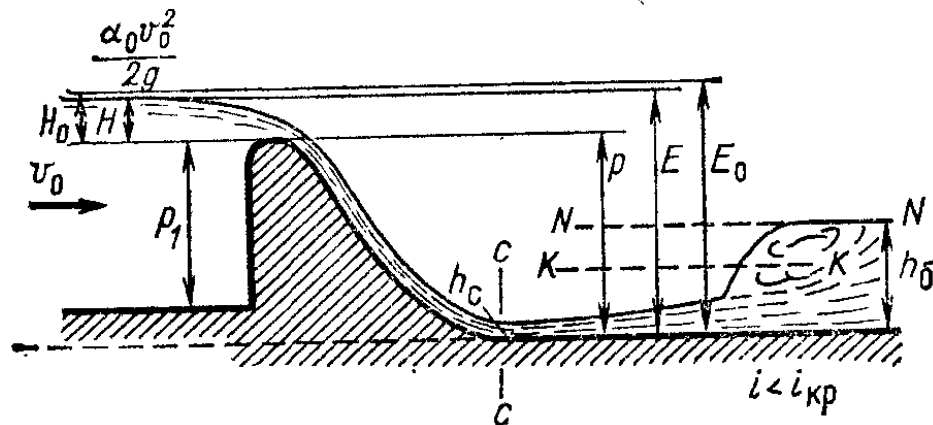


Рис. 22.30

границы водосливов практического профиля криволинейного очертания такой отрыв и полет свободной струи отсутствуют. Непосредственно за водосливом в створе, где струя встречается с дном отводящего русла, образуется сжатое сечение, глубина в котором называется сжатой глубиной и обозначается h_c .

Рассмотрим определение сжатой глубины h_c и второй сопряженной с ней глубины h_c'' на примере водослива практического профиля криволинейного очертания (рис. 22.30). Уклон дна отводящего русла $i < i_{кр}$. Рассматриваем плоскую задачу, т. е. считаем, что отводящее русло за водосливом достаточно широкое. Примем, что гидравлический прыжок за водосливом совершенный.

Применим уравнение Бернулли для сечения перед водосливом и сжатого сечения в нижнем бьефе. Условно считаем, что в сжатом сечении давление распределяется по гидростатическому закону, а движение — плавно изменяющееся. Строго говоря, в сжатом сечении вследствие действия центробежных сил давление на дно несколько превышает гидростатическое. Но этим без особого ущерба для точности расчета пренебрегаем.

Примем плоскость сравнения на уровне дна нижнего бьефа. Уравнение Бернулли запишется в виде

$$H + p + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = h_c + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{тр},$$

где p — высота водослива со стороны нижнего бьефа; $h_{тр} = \Sigma \zeta \frac{v_c^2}{2g}$ — потери удельной энергии на преодоление сопротивлений движению воды на участке между рассматриваемыми сечениями.

Обозначим удельную энергию потока в верхнем бьефе относительно дна нижнего бьефа

$$E_0 = H + p + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = p + H_0.$$

Тогда

$$E_0 = h_c + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + \Sigma \zeta \frac{v_c^2}{2g}.$$

Скорость в сжатом сечении

$$v_c = \varphi \sqrt{2g(E_0 - h_c)}, \quad (22.29)$$

где $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \Sigma \zeta}}$ — коэффициент скорости.

Так как рассматривается плоская задача, то удельный расход

$$q = v_c h_c = \varphi h_c \sqrt{2g(E_0 - h_c)}. \quad (22.30)$$

Относительно h_c получаем кубическое уравнение

$$h_c^3 - E_0 h_c^2 + \frac{q^2}{2g\varphi^2} = 0, \quad (22.31)$$

которое решается подбором с помощью ряда приближений или графоаналитически.

Глубина h_c из (22.31) может быть выражена и непосредственно. При $g = 9,81$ м/с² имеем

$$h_c = \frac{E_0}{3} [1 - 2 \cos(60^\circ - \theta/3)],$$

где $\theta = \arccos [1 - (0,83q/\varphi)^2 E_0^{-3}]$.

Кроме того, существует ряд предложений по определению h_c , а также сопряженной с ней h_c'' с помощью графиков и таблиц. Например, по способу И. И. Агроскина вводится понятие относительной сжатой глубины $h_c/E_0 = \tau_c$. Уравнение (22.30) при этом имеет вид

$$q = \varphi \tau_c E_0 \sqrt{2g(E_0 - \tau_c E_0)}.$$

Тогда, отделив известные по исходным данным рассчитываемого сооружения величины (q, φ, E_0) , найдем при $g=9,81 \text{ м/с}^2$

$$\frac{q}{\varphi E_0^{3/2}} = 4,43\tau_c \sqrt{1 - \tau_c} = \Phi(\tau_c). \quad (22.32)$$

В табл. П.ХХ приведены значения $\Phi(\tau_c)$, соответствующие различным значениям τ_c , которыми задавались при составлении таблицы.

Определение сжатой глубины h_c теперь сводится к простой операции. По известным данным q, φ, E_0 определяем значение $\frac{q}{\varphi E_0^{3/2}} = \Phi(\tau_c)$ и по этому значению в табл.

П.ХХ находим значение τ_c .

Искомая глубина в сжатом сечении

$$h_c = \tau_c E_0. \quad (22.33)$$

Для определения глубины h_c'' , сопряженной с h_c , обратимся к формуле для совершенного гидравлического прыжка в прямоугольном русле (21.13).

Учитывая, что $P_{к.с} = v_c^2 / (g h_c)$, найдем v_c из (22.29) и подставим в выражение для $P_{к.с}$. Тогда при $\alpha = 1$

$$P_{к.с} = \frac{v_c^2}{g h_c} = \frac{2\varphi^2 (E_0 - h_c)}{h_c} = 2\varphi^2 \frac{1 - \tau_c}{\tau_c}. \quad (22.34)$$

Соответственно, обозначая $h_c''/E_0 = \tau_c''$, имеем

$$\tau_c'' = 0,5\tau_c \left[\sqrt{1 + 16\varphi^2 \frac{1 - \tau_c}{\tau_c}} - 1 \right]. \quad (22.35)$$

Для определения h_c'' при известных значениях q, φ, E_0 находим $\Phi(\tau_c) = \frac{q}{\varphi E_0^{3/2}}$. Затем по табл. П.ХХ при данном значении Φ определяем относительную глубину $\tau_c'' = h_c''/E_0$ и далее вычисляем $h_c'' = \tau_c'' E_0$.

22.12. УСЛОВИЯ ПОДТОПЛЕНИЯ ВОДОСЛИВА

В сжатом сечении глубина h_c меньше критической глубины, $P_{к.с} > 1$ и поток находится в бурном состоянии. В отводящем русле (в бытовых условиях) при уклоне дна $i < i_{кр}$ поток при равномерном движении находится в спо-

койном состоянии, т. е. $h_6 > h_{кр}$. Следовательно, сопряжение потока, перелившегося через водослив, и потока в нижнем бьефе произойдет только в форме гидравлического прыжка.

Напомним, что, как указывалось в § 21.2, местоположение гидравлического прыжка определяется соотношением бытовой глубины в отводящем русле h_6 и второй сопряженной глубины гидравлического прыжка h'' .

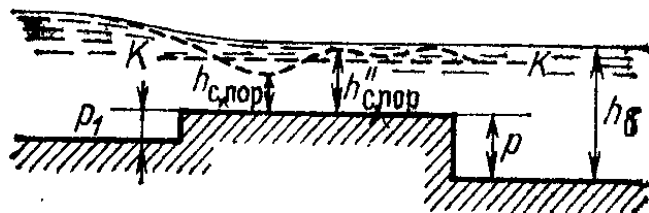


Рис. 22.31

За характерную (критериальную) принимается глубина h''_c , т. е. вторая сопряженная со сжатой глубиной. При $h''_c = h_6$ гидравлический прыжок возникает в сжатом сечении, т. е. прыжок находится в предельном положении; при $h''_c > h_6$ гидравлический прыжок — отогнанный, а при $h''_c < h_6$ — надвинутый (затопленный).

В общем случае истечение через водослив будет подтопленным, если одновременно выполняются два условия:

1) гидравлический прыжок за водосливом надвинут на сооружение, т. е. прыжок затопленный при $h''_c < h_6$;

2) уровень воды в нижнем бьефе выше, чем порог водослива, т. е. $h_6 > p$.

Для вакуумного водослива практического криволинейного профиля второе условие имеет вид (как уже указывалось)

$$h_6 > (p - 0,15H_0).$$

Для водослива с широким порогом (пренебрегая перепадом восстановления δ) можно указать такое условие подтопления. Водослив с широким порогом подтоплен, если $p + h''_{с.пор} < h_6$, где $h''_{с.пор}$ — вторая сопряженная глубина на пороге (рис. 22.31).

При этом (см. § 22.7) $h_{с.пор} = h_1 = k_1 H_0$, а $h''_{с.пор} = k_2 H_0$.

Таким образом, водослив с широким порогом подтоплен, если поток в сжатом сечении на пороге водослива затоплен надвинувшимся гидравлическим прыжком.

Отметим, что приведенные критерии подтопления не исключают применения указанных ранее (в § 22.4 и 22.9) частных критериев подтопления водослива с тонкой стенкой и с широким порогом.

Глава 23

ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ-ПОД ЗАТВОРОВ

23.1. ВИДЫ ИСТЕЧЕНИЯ. СЖАТАЯ ГЛУБИНА

Отверстия водопропускных, водозаборных и водосбросных сооружений обычно перекрывают затворами (плоскими одиночными или сдвоенными, вертикальными или на-

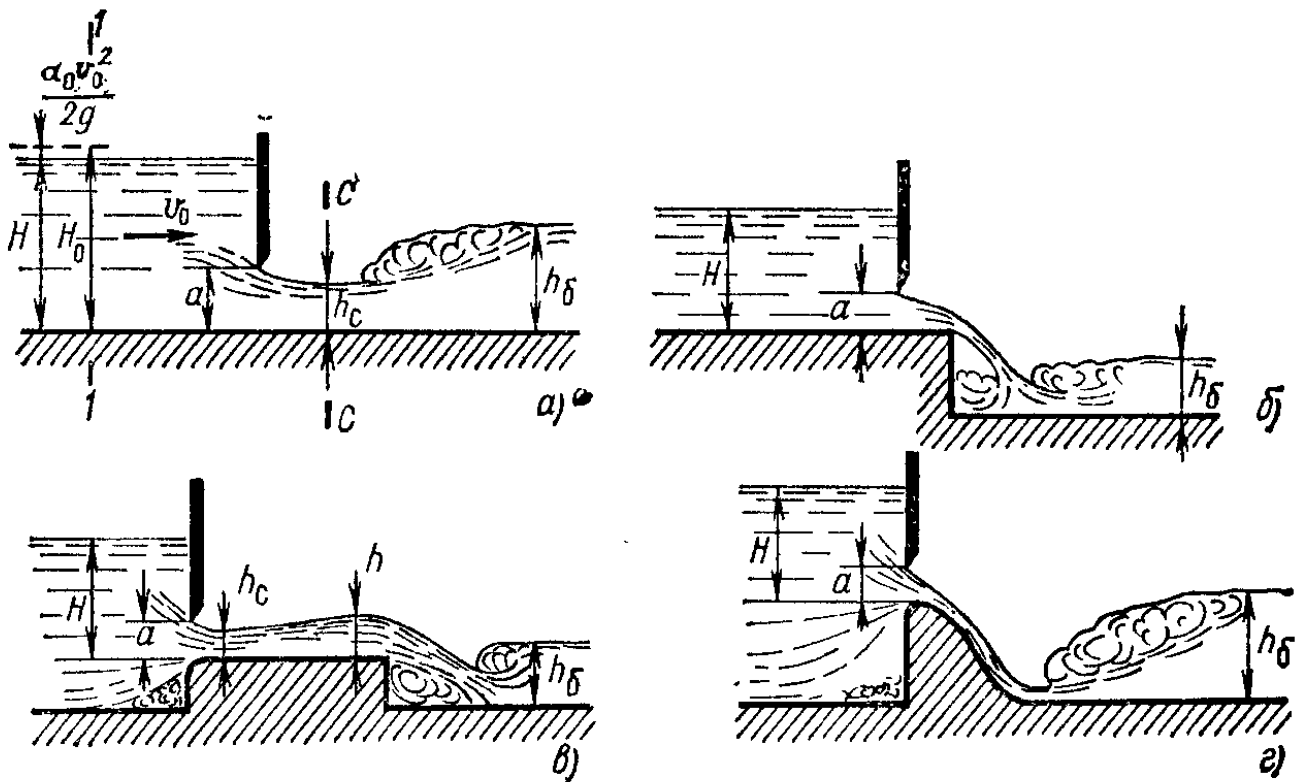


Рис. 23.1

клонными, сегментными, секторными, цилиндрическими с горизонтальной осью и др.). Поднимая затворы на определенную высоту, можно пропустить через отверстие необходимые расходы.

Отверстия, которые перекрываются затворами, обычно имеют прямоугольное сечение. Затворы могут быть расположены: над дном (не обязательно горизонтальным), не

имеющим порога (рис. 23.1, а); перед перепадом (уступом) или быстротоком (рис. 23.1, б); в начале водослива с широким порогом (рис. 23.1, в); на гребне водослива практического профиля криволинейного очертания (рис. 23.1, г).

Во всех этих схемах могут устанавливаться как плоские, так и криволинейные затворы (на рис. 23.1 в качестве примера показаны плоские затворы). Области применимости (размеры перекрываемых пролетов, напоры) и конструктивные особенности различных затворов изучаются в курсе гидротехнических сооружений.

Примем следующие обозначения: H — глубина перед отверстием (напор); a — высота поднятия затвора (высота отверстия); b — ширина перекрываемого отверстия; h_0 — бытовая глубина в нижнем бьефе.

Рассмотрим сначала истечение из-под плоского вертикального затвора с острой низовой кромкой, установленного без порога (рис. 23.1, а). Истечение происходит в условиях плоской задачи. Так же как и при истечении из отверстий, поток, выходя из-под затвора, испытывает сжатие в вертикальной плоскости. На некотором расстоянии от затвора (приблизительно a) наблюдается сжатая глубина, равная

$$h_c = \varepsilon a, \quad (23.1)$$

где ε — коэффициент вертикального сжатия.

Н. Е. Жуковский для потенциального движения жидкости при истечении из отверстия получил теоретическую зависимость для коэффициента вертикального сжатия, которая имеет вид

$$\varepsilon = f(a/H), \quad (23.2)$$

т. е. для плоской задачи коэффициент вертикального сжатия зависит только от относительного поднятия затвора a/H .

Для рассматриваемого случая по уравнениям, полученным Н. Е. Жуковским, затем были вычислены коэффициенты вертикального сжатия (табл. 23.1).

Интересно отметить, что при $a/H = 0,1$ (верхняя граница отношения размера отверстия и напора, соответствующая «малому» отверстию) коэффициент ε , равный по табл. 23.1 0,615, близко совпадает с теоретически полученным Кирхгофом значением ($\varepsilon = 0,611$) и экспериментально найденным (для достаточно больших Re). Относительное от-

Таблица 23.1

a/H	ϵ	$\Phi (\tau_c)$	$\tau_c = \epsilon \frac{a}{H}$
0,10	0,615	0,264	0,062
0,15	0,618	0,388	0,092
0,20	0,620	0,514	0,124
0,25	0,622	0,633	0,156
0,30	0,625	0,750	0,188
0,35	0,628	0,865	0,220
0,40	0,630	0,967	0,252
0,45	0,638	1,060	0,284
0,50	0,645	1,182	0,323
0,55	0,650	1,265	0,365
0,60	0,660	1,363	0,395
0,65	0,675	1,457	0,440
0,70	0,690	1,538	0,482
0,75	0,705	1,611	0,529

крытие затвора $a/H=0,75$ по опытам А. И. Богомолова и К. А. Михайлова соответствует началу перехода к истечению через водослив.

По данным С. М. Слисского наличие бокового сжатия потока перед отверстием, перекрываемым затвором, оказывает некоторое влияние на коэффициент вертикального сжатия, однако с достаточной для практических целей точностью пока будем принимать ϵ по табл. 23.1 как в условиях плоской задачи, так и при боковом сжатии.

Если поток в сжатом сечении не испытывает влияния со стороны нижнего бьефа, т. е. сжатое сечение находится под атмосферным давлением, то истечение свободное; если сжатое сечение затоплено некоторым слоем воды, т. е. нижний бьеф влияет на истечение, то истечение несвободное (подтопленное).

23.2. СВОБОДНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ-ПОД ПЛОСКИХ И КРИВОЛИНЕЙНЫХ ЗАТВОРОВ

Свободное истечение происходит, если сопряжение потока в бурном состоянии (сжатое сечение) с потоком, находящимся в спокойном состоянии (нижний бьеф, отводящее русло), имеет форму отогнанного прыжка, т. е. $h_c'' > h_b$, а также если уклон дна отводящего канала $i > i_{кр}$, т. е. в нижнем бьефе поток — в бурном состоянии, и отсутствует гидравлический прыжок.

Определим среднюю скорость в сжатом сечении при свободном истечении (рис. 23.1, а). Применим уравнение Бернулли для сечений 1—1 (до затвора на расстоянии, большем H) и С—С.

Строго говоря, на подходе к затвору происходит восстановление потенциальной энергии, т. е. глубина воды на участке перед затвором длиной, примерно равной напору H , постепенно повышается приблизительно на величину $\alpha v_0^2/2g$. Без учета этого

$$H + \frac{p_{ат}}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = h_c + \frac{p_{ат}}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + \Sigma \zeta \frac{v_c^2}{2g};$$

$$2g(H_0 - h_c) = v_c^2(\alpha_c + \Sigma \zeta),$$

откуда

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \Sigma \zeta}} \sqrt{2g(H_0 - h_c)}.$$

Обозначая, как и ранее, $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \Sigma \zeta}}$ — коэффициент скорости, имеем

$$\left. \begin{aligned} v_c &= \varphi \sqrt{2g(H_0 - h_c)} \\ v_c &= \varphi \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)}. \end{aligned} \right\} \quad (23.3)$$

В плоскости отверстия, открытого на высоту a , средняя скорость

$$v = \varepsilon v_c = \varphi \varepsilon \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)}.$$

Расход при свободном истечении из-под затвора $Q = \omega_c v_c$ определяется по формуле

$$Q = \varphi \varepsilon ab \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)} \quad (23.4)$$

или

$$Q = \mu ab \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)}, \quad (23.5)$$

где $\mu = \varphi \varepsilon$ — коэффициент расхода.

Значения коэффициентов скорости принимаются по экспериментальным данным, например для затворов, установленных в отверстиях без порога, $\varphi = 0,95 \div 0,97$, а для затворов, установленных над широким порогом, коэффициент скорости изменяется в больших пределах: $\varphi = 0,85 \div 0,95$.

Коэффициент вертикального сжатия принимают по табл. 23.1 в зависимости от задаваемого a/H .

Если уклон отводящего русла $i < i_{кр}$, то надо проверить, будет ли истечение из-под затвора свободным. Гидравлический прыжок в нижнем бьефе будет отогнанным, если $h_c'' > h_6$. Учитывая, что для совершенного гидравлического прыжка в прямоугольном русле $h_c'' = 0,5h_c [\sqrt{1 + 8\Pi_{к.с}} - 1]$, и подставляя с учетом (23.3) $v_c^2 / (gh_c) = 2\varphi^2 (H_0/h_c - 1)$, из условия $h_c'' > h_6$ имеем, что истечение из-под затвора будет свободным, если выполняется неравенство

$$\frac{h_6}{h_c} \left(\frac{h_6}{h_c} + 1 \right) < 4\varphi^2 \left(\frac{H_0}{h_c} - 1 \right). \quad (23.6)$$

В этом случае гидравлический прыжок будет отогнанным.

Высота подъема затвора, необходимая для пропуска заданного расхода Q , может быть найдена на основе использования (23.4) двумя способами: 1) подбором и 2) по методике, предложенной И. И. Агроскиным.

Применим второй способ. Так как ε является функцией относительного открытия a/H , то для каждого значения a/H найдены произведения $\varepsilon a/H$, равные h_c/H .

Если принять $H \approx H_0$, то можно перейти к безразмерной относительной глубине $\tau_c = \varepsilon \frac{a}{H}$. При этом учтено, что в случае истечения из-под затвора без порога $H = E \approx E_0$.

Затем можно вычислить значения функции

$$\Phi(\tau_c) = 4,43\tau_c \sqrt{1 - \tau_c}$$

для каждого из значений $\varepsilon a/H = \tau_c$.

В табл. 23.1 приведены вычисленные значения τ_c и $\Phi(\tau_c)$.

Таким образом, получена связь между $\Phi(\tau_c)$ и a/H . По известным значениям Q , H и φ можно определить

$$\Phi(\tau_c) = \frac{q}{\varphi E_0^{3/2}} = \frac{q}{\varphi H^{3/2}},$$

по которому в табл. 23.1 получаем значение относительной высоты поднятия затвора a/H , а затем и высоты подъема затвора a .

Плоские вертикальные и наклонные затворы (рис. 23.2). При истечении из-под плоских наклонных, плоских верти-

кальных со скругленной низовой кромкой (рис. 23.2, а) или криволинейных затворов, расположенных над дном без порога, справедливы формулы (23.3)—(23.5) для расхода и средней скорости.

Значения расчетных коэффициентов для этих затворов, в основном коэффициента вертикального сжатия, а также

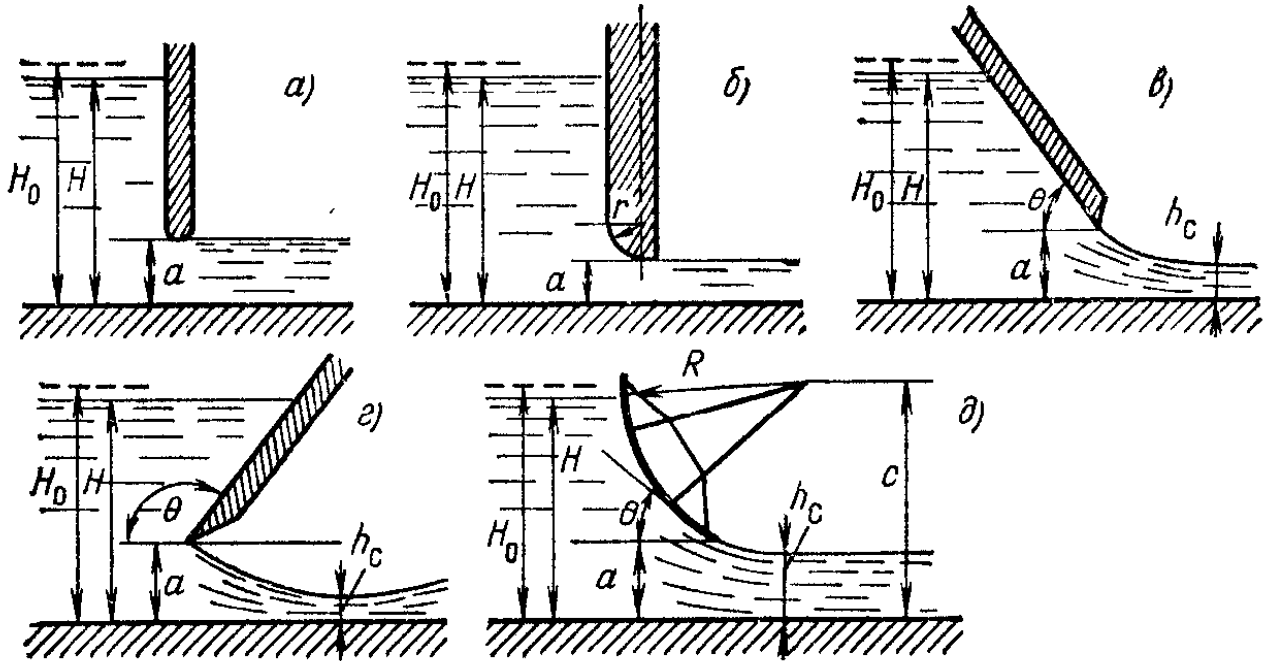


Рис. 23.2

коэффициента расхода, отличаются от аналогичных коэффициентов для плоского вертикального затвора с острой низовой кромкой.

При наклоне напорной грани затвора в сторону верхнего бьефа (рис. 23.2, в) условия истечения становятся более благоприятными, сжатие струи уменьшается (коэффициент ϵ растет) и увеличивается коэффициент расхода μ . В зависимости от угла наклона θ к горизонту касательной к низовой кромке, из-под которой происходит истечение, и относительного открытия a/H значения ϵ при $\theta = 0 \div 90^\circ$ могут быть при отсутствии бокового сжатия определены по формуле, предложенной К. Ф. Химицким,

$$\epsilon = \frac{1}{1 + \sqrt{0,4 \sin^3 \theta [1 - (a/H)^2]}}. \quad (23.7)$$

При боковом сжатии на входе вместо a/H в знаменателе подставляется отношение площади отверстия в свету к площади живого сечения перед отверстием в верхнем бьефе $\omega_{\text{отв}}/\omega_{\text{в.б.}}$.

Проследим по графику рис. 23.3, как изменяются коэффициенты ϵ при различных $\theta \leq 90^\circ$ и a/H . При увеличении θ (т.е. по мере приближения к вертикальному положению затвора) крайние значения (при $a/H = 0,1$ и $0,75$) ϵ значительно отличаются друг от друга. Для приближенных расчетов можно принимать для каждого из a/H и $\theta \leq 90^\circ$ осредненные значения ϵ из полученных по (23.7). Для определе-

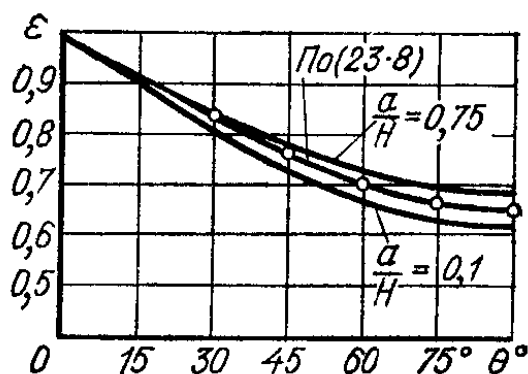


Рис. 23.3

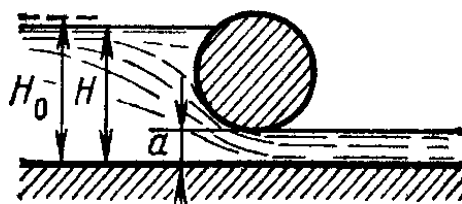


Рис. 23.4

ния осредненных значений можно пользоваться формулой

$$\epsilon = \frac{1}{1 + 0,53 \sin^3 \theta} \quad (23.8)$$

При наклоне напорной грани затвора в сторону нижнего бьефа (рис. 23.2, г, $\theta > 90^\circ$) коэффициент вертикального сжатия уменьшается, уменьшается и коэффициент расхода.

Плоские затворы со скругленной нижней кромкой (рис. 23.2, а, б). Скругление нижней кромки затвора приводит к увеличению ϵ и μ . В результате исследований плавно обтекаемых затворов со скругленной нижней частью затвора, а также затворов с нижним козырьком, очерченным по форме сжатой струи, вытекающей из-под плоского вертикального затвора, были получены довольно высокие значения коэффициента расхода ($\mu = 0,9 \div 0,97$).

При истечении из-под плавно обтекаемых затворов можно принимать при соответствующем назначении радиуса скругления $\epsilon \approx 1,0$, т.е. считать, что струя вытекает практически без сжатия в вертикальной плоскости. Так, например, при истечении из-под вертикального затвора с нижней частью, выполненной в виде четверти круга радиусом r (рис. 23.2, б), сжатие потока на выходе практически отсутствует, т.е. $\epsilon = 1$ при $a/r \leq 1,0$. Такие затворы часто используют в лабораторных исследованиях и, что особенно важно, в водомерных устройствах на каналах мелиоративных систем.

Для расчетов пропускной способности таких устройств рекомендуются также высокие значения $\mu = 0,92 \div 0,95$.

Цилиндрический (вальцовый) затвор. Расположенный над плоским горизонтальным дном цилиндрический (вальцовый) затвор (рис. 23.4) также обеспечивает истечение с коэффициентом ϵ , близким к 1. Соответственно по опытным данным Д. В. Штеренлихта и В. А. Полениной при изменении a/H от 0,07 до 0,5 коэффициент расхода μ при $\epsilon \approx 1$ изменяется от 0,98 до 0,94.

Затворы — автоматические регуляторы. Автоматические регуляторы уровня воды в верхнем бьефе представляют собой водосливы или затворы-автоматы. Через водослив или под затвором (или под ним и над ним одновременно) сбрасывается

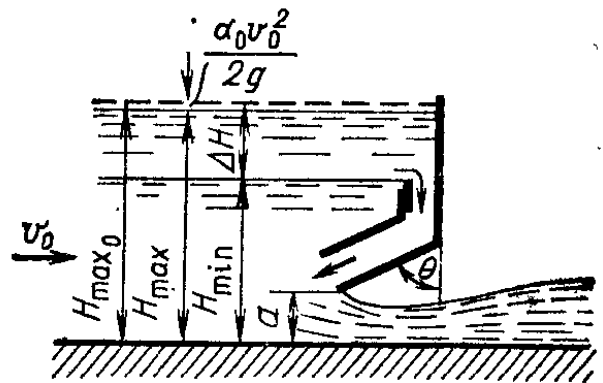


Рис. 23.5

излишний расход, благодаря чему уровень (заданный или расчетный) поддерживается постоянным.

Рассмотрим стабилизатор расхода типа «телескопический коробчатый затвор» (рис. 23.5), предложенный Я. В. Бочкаревым.

Независимо от изменения в определенных пределах расхода и уровня воды в верхнем бьефе стабилизатор обеспечивает поступление в отводящий канал постоянного расхода.

Как и для обычного затвора, по (23.5)

$$Q = \mu ab \sqrt{2g (H_0 - \epsilon a)}.$$

Для поддержания постоянного расхода необходимо, чтобы при заранее заданном диапазоне изменения уровня воды в верхнем бьефе было постоянным произведение

$$\mu \sqrt{2g (H_0 - \epsilon a)} = \text{const},$$

что достигается изменением сопротивлений и коэффициента вертикального сжатия, коэффициента расхода при изменении действующего напора. Переливающаяся через вертикальную, заделанную в боковые устои (или быки) сооружения стенку вода попадает во внутреннюю полость затвора, откуда выходит навстречу основному потоку, что создает дополнительные сопротивления. Изменение открытия затвора приводит к изменению расхода.

Далее формула (23.4) преобразуется к виду

$$Q = \varphi \varepsilon \frac{a}{H_0} b \sqrt{2g \left(1 - \frac{\varepsilon a}{H_0}\right) H_0^{3/2}} = \\ = \varphi \tau_c \sqrt{1 - \tau_c} b \sqrt{2g} H_0^{3/2} = m_{к.з} b \sqrt{2g} H_0^{3/2},$$

так как $\varepsilon a / H_0 = h_c / H_0 = \tau_c$.

Коэффициент расхода коробчатого затвора $m_{к.з}$ определяется по эмпирическим зависимостям, учитывающим кон-

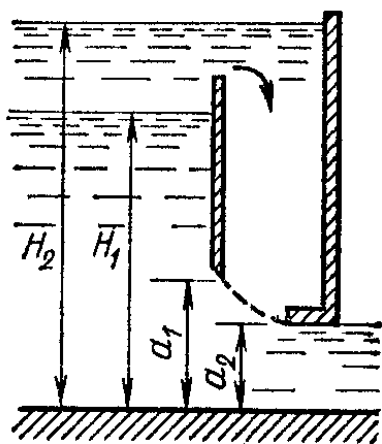


Рис. 23.6

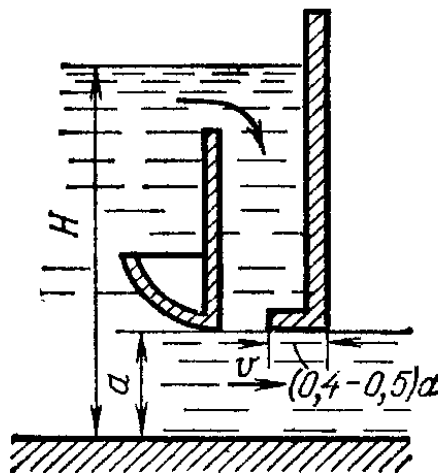


Рис. 23.7

структивные особенности, условия истечения, и, в частности, угол наклона θ .

Расчетный напор $H_{расч}$ принимается равным H_{min} , а $a = a_{max} = 0,35 H_{расч}$; допустимое значение колебания уровней над верхом неподвижной стенки $\Delta H = 0,45 H_{расч}$.

Для автоматизации водораспределения на мелиоративных системах применяются и другие конструкции затворов — стабилизаторов расхода, например коробчатые затворы (рис. 23.6), в которых истечение происходит из-под передней стенки (при напорах H_1), а затем при увеличении расхода вода переливается через переднюю стенку, заполняет пространство между передней и задней стенками и истечение происходит из-под второй стенки при меньшем открытии a_2 . С увеличением напора до максимально допустимого H_2 расход увеличивается до расхода, проходившего до перелива через вертикальную переднюю стенку,

$$Q = \varphi \varepsilon_2 a_2 b \sqrt{2g (H_2 - \varepsilon_2 a_2)}.$$

В конструкции затвора — стабилизатора расхода, приведенного на рис. 23.7, козырек, выполненный по форме кривой свободной поверхности, прикрепляется к нижней кром-

ке передней стенки, а к задней стенке крепится горизонтальный козырек длиной $(0,4—0,5) a$. Нижние кромки криволинейного и горизонтального козырьков находятся на одной отметке. Благодаря криволинейности нижнего контура такого коробчатого затвора при рекомендуемых конструктивных параметрах коэффициент расхода μ равен 0,95.

При истечении из-под затворов важное практическое значение имеют расчеты сил и моментов, действующих на затвор. Воздействия при истечении называют гидродинамическими в отличие от гидростатических. Действительно, при истечении силы, действующие на затвор, и распределение давлений по поверхности затвора отличаются от аналогичных величин в условиях гидростатики.

При расчетах надо учитывать возможность появления опасных колебаний затворов.¹

Сегментные затворы. При автоматизированном измерении расходов воды в каналах мелиоративных систем при истечении из-под сегментных затворов, установленных над дном без порога (рис. 23.2, *д*), в отверстиях с прямоугольным поперечным сечением расход определяется по формуле

$$Q = \left[0,4 \left(\frac{c-a}{R} \right)^2 + 0,5 \right] ab \sqrt{2g(H-0,7a)},$$

где R — радиус сегментного затвора; c — высота расположения оси сегментного затвора (рекомендуется применять $c/R = 0,4 \div 0,9$; $a/H = 0,05 \div 0,5$; $a/R = 0,03 \div 0,33$). В формуле принято осредненное значение $\varepsilon = 0,7$.

23.3. НЕСВОБОДНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ-ПОД ЗАТВОРОВ

При несвободном истечении гидравлический прыжок надвинут на сооружение ($h_6 > h_c''$) и является затопленным. В сжатом сечении образуется глубина h_z (рис. 23.8), причем $h_c < h_z < h_6$. Для определения расхода, протекающего под затвором, применим уравнение Бернулли для сечения 1—1 перед затвором и сечения 2—2 с глубиной h_z (что несколько условно, так как, строго считая, движение в сечении 2—2 отличается от плавно изменяющегося). Здесь полагаем, что распределение давлений по глубине в сечениях 2—2 и затем 3—3 соответствует гидростатическому

¹ Для определения воздействий потока на затворы имеются специальные «Рекомендации по компоновке затворных камер и расчетам гидродинамических воздействий потока на плоские, сегментные и дисковые затворы гидротехнических сооружений», П 84-79/ВНИИГ, Л. 1980.

закону. Опыты подтверждают применимость такого допущения.

Тогда можно записать

$$H_0 = h_z + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + \Sigma \zeta \frac{v_c^2}{2g}.$$

Учитывая, что расход проходит по транзитной части потока, характеризуемой в сечении 2—2 глубиной $h_c = \varepsilon a$, получим

$$Q = \omega_c v_c = \varepsilon ab \varphi \sqrt{2g(H_0 - h_z)} = \mu ab \sqrt{2g(H_0 - h_z)}, \quad (23.9)$$

где μ — коэффициент расхода; h_z — глубина в сечении 2—2.

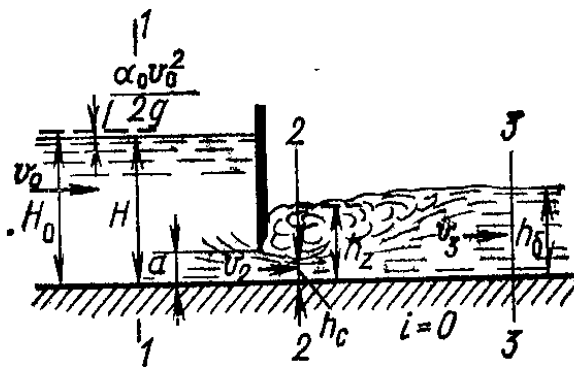


Рис. 23.8

По опытным данным значения μ при подтопленном истечении из-под затвора можно принимать такими же, как и при свободном истечении. Таким образом, зная глубину h_z , можно при остальных известных величинах определить расход Q .

Для отыскания h_z рассмотрим в прямоугольном русле (плоская задача) отсек жидкости между сечениями 2—2 и 3—3, в котором глубина становится равной бытовой глубине h_b .

Считаем, что на этом участке уклон дна $i \approx 0$, и пренебрегаем ввиду небольшой длины отсека проекцией сил трения, тогда, применяя теорему об изменении количества движения

$$\rho \alpha' q (v_3 - v_2) = \frac{1}{2} \rho g h_z^2 - \frac{1}{2} \rho g h_b^2,$$

получим уравнение подтопленного гидравлического прыжка для прямоугольного русла в виде

$$\frac{2\alpha' q}{g} (v_3 - v_2) = h_z^2 - h_b^2, \quad (23.10)$$

где $q = Q/b$ — удельный расход; $v_2 = q/h_c$ — скорость в транзитной струе в сечении 2—2; $v_3 = q/h_b$ — скорость в сечении 3—3.

Обе части уравнения отрицательны.

Приняв значения коэффициента количества движения в

обоих сечениях $\alpha' = 1$ и заменив в (23.10) скорости $v_2 = q/h_c$ и $v_3 = q/h_b$, определим h_z из следующих уравнений:

$$h_z^2 = h_b^2 - \frac{2q^2}{g} \frac{h_b - h_c}{h_b h_c} \quad (23.11)$$

или

$$h_z^2 = h_b^2 - 2h_{кр}^3 \frac{h_b - h_c}{h_b h_c}.$$

При известных q и h_b и заданной высоте поднятия затвора a можно определить h_z (учитывая, что $h_c = \varepsilon a$).

Заменив в (23.11) удельный расход q его значением из уравнения (23.9), получим

$$h_z^2 = h_b^2 - 4\mu^2 a^2 (H_0 - h_z) \frac{h_b - h_c}{h_b h_c}.$$

Обозначив $M = 4\mu^2 a^2 \frac{h_b - h_c}{h_b h_c}$, получим квадратное уравнение

$$h_z^2 + M + (h_b^2 - MH_0) = 0,$$

решение которого дает искомую глубину

$$h_z = \sqrt{h_b^2 - M \left(H_0 - \frac{M}{4} \right)} + \frac{M}{2}. \quad (23.12)$$

Вычислив h_z , найдем расход Q по (23.9).

Для определения других величин при расчете отверстий используются формулы (23.9) и (23.11). Например, при известных Q , H_0 и h_b требуется найти высоту подъема затвора, при которой пройдет указанный расход. Тогда, записав скорость в сечении 2—2

$$v_2 = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h_z)}$$

и подставив это выражение в (23.10), получим

$$h_z^2 + \frac{\alpha' q}{g} \varphi \sqrt{2g(H_0 - h_z)} - h_b^2 - \frac{2\alpha' q}{g} \frac{g}{h_b} = 0,$$

а затем подбором найдем h_z .

Из (23.9) находим величину $\frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(H_0 - h_z)} H_0}$, равную, очевидно, относительной сжатой глубине $\varepsilon a/H_0$. Считая $H_0 \approx H$, из табл. 23.1 найдем отношение a/H_0 , которое соответствует вычисленной относительной сжатой глубине $\varepsilon a/H_0$. Теперь по a/H_0 , зная H_0 , найдем a .

Коэффициент скорости φ при несвободном истечении можно принимать равным φ для случая свободного истечения.

При несвободном истечении из-под затворов в горизонтальное русло с прямоугольным живым сечением кроме (23.9) при расчетах также используется формула

$$Q = \varphi_6 h_6 b \sqrt{2g(H_0 - h_6)}, \quad (23.13)$$

полученная в результате применения уравнения Бернулли к сечениям 1—1 и 2—2.

Отметим, что использование формулы

$$Q = \mu ab \sqrt{2g(H_0 - h_6)}$$

не обеспечивает необходимой точности расчетов, если принимать в этом случае μ равным μ при свободном истечении. При этом формула (23.13) учитывает все потери на участке 1—1 — 3—3, в том числе и потери в гидравлическом прыжке. В связи с этим коэффициент скорости φ_6 является переменной величиной, изменяющейся в значительных пределах. Коэффициент скорости при этом зависит от отношения открытия затвора a к бытовой глубине в нижнем бьефе h_6 . По данным опытов А. С. Гинца, А. С. Иноземцева, А. В. Андреевской, Э. С. Бегляровой и В. В. Варламова можно φ_6 принимать по табл. 23.2.

Таблица 23.2

a/h_6	φ_6	a/h_6	φ_6	a/h_6	φ_6
0,05	0,035	0,45	0,380	0,85	0,90
0,10	0,070	0,50	0,445	0,90	0,95
0,15	0,105	0,55	0,515	0,95	0,98
0,20	0,145	0,60	0,60	1,00	1,00
0,25	0,185	0,65	0,685		
0,30	0,230	0,70	0,750		
0,35	0,275	0,75	0,810		
0,40	0,325	0,80	0,860		

При истечении из-под вертикального плоского затвора с острой кромкой в горизонтальный лоток прямоугольного сечения при $0,15 \leq a/h_6 \leq 0,5$ коэффициент скорости

$$\varphi_6 = 0,933a/h_6 - 0,04.$$

При использовании автоматизированных систем управления водораспределением необходимо одновременно измерять отметки воды в верхнем и нижнем бьефах (опреде-

ляется напор и бытовая глубина ниже сооружения) для нахождения объема накопления или сработки воды в бьефах. При этом расчетная формула для расхода имеет вид

$$Q = \varphi_6 \omega_6 \sqrt{2g(H - h_6 + il)}, \quad (23.14)$$

где ω_6 — площадь живого сечения в створе, где находится h_6 ; l — расстояние между створами, где определяются H и h_6 ; i — уклон дна на участке l .

По тарировочным измерениям сооружения сначала должны быть установлены зависимости (графики) $\varphi_6 = f(a/h_6)$ и $\omega_6 = f(h_6)$. Затем можно использовать и зависимость (23.14). В (23.14) учитывается приращение il , так как рекомендуемое в нормативах расстояние между створами измерения H и h_6 довольно значительно.

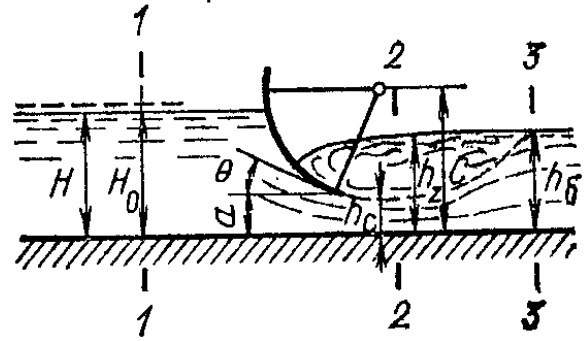


Рис. 23.9

При несвободном истечении из-под сегментного затвора в горизонтальный канал (русло) (рис. 23.9) расход может быть определен по (23.9), а коэффициент скорости φ принят равным 0,99.

Для этого случая расход может быть вычислен также по (23.13). Как и ранее, коэффициент φ_6 учитывает потери энергии при движении воды между сечениями 1—1 и 3—3 и по данным И. П. Мартынова и М. М. Мартыновой зависит от относительного открытия a/H_0 .

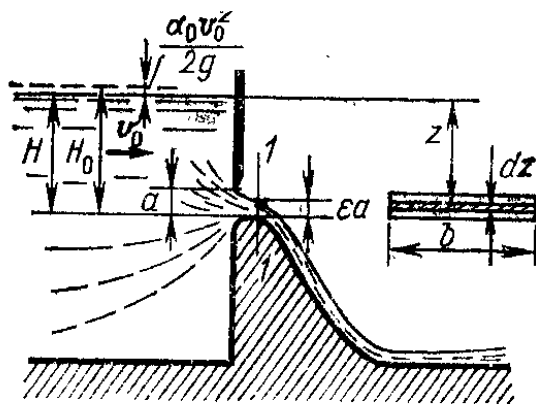
23.4. ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ-ПОД ЗАТВОРОВ НА ГРЕБНЕ ВОДОСЛИВОВ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Во многих случаях происходит истечение из-под затворов, установленных над водосливом практического профиля, гребень которого очерчен по форме свободной струи, переливающейся через водослив с острым ребром. Будем считать, что вода, переливаясь через водослив, не отрывается от его гребня, кроме того, на гребне нет зон с пониженным давлением (нет вакуума).

Свободное истечение из-под вертикального плоского затвора с острой низовой кромкой при отсутствии бокового сжатия (рис. 23.10). Струя после прохождения через отверстие испытывает вертикальное сжатие; сжатая глубина $h_c \approx \epsilon a$; жидкость в сечении 1—1 находится под атмосфер-

ным давлением; напор над гребнем водослива H , соответственно $H_0 = H + \alpha_0 v_0^2 / (2g)$.

Выделим горизонтальную площадку в пределах сечения 1—1 высотой dz , находящуюся на расстоянии z , считая по вертикали от уровня в верхнем бьефе. Тогда расход можно определить следующим образом:



$$Q = \int_{H_0 - \epsilon a}^{H_0} \varphi \sqrt{2gz} b dz.$$

Рис. 23.10

Приняв $\varphi = \text{const}$, после интегрирования с учетом указанных пределов получим

$$Q = \frac{2}{3} \varphi b \sqrt{2g} [H_0^{3/2} - (H_0 - \epsilon a)^{3/2}]. \quad (23.15)$$

Преобразуем (23.15), для чего вынесем $H_0^{3/2}$ за скобки:

$$Q = \frac{2}{3} \varphi \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon a}{H_0} \right)^{3/2} \right] b \sqrt{2g} H_0^{3/2}.$$

Разложим $(1 - \epsilon a / H_0)^{3/2}$ в ряд

$$\left(1 - \frac{\epsilon a}{H_0} \right)^{3/2} \cong 1 - \frac{3}{2} \frac{\epsilon a}{H_0} + \frac{3}{8} \left(\frac{\epsilon a}{H_0} \right)^2.$$

Ограничившись двумя членами ряда, получим

$$Q = \varphi \epsilon \frac{a}{H_0} b \sqrt{2g} H_0^{3/2} = \mu \frac{a}{H_0} b \sqrt{2g} H_0^{3/2}$$

или

$$Q = \varphi \epsilon a b \sqrt{2g H_0} = \mu a b \sqrt{2g H_0}. \quad (23.16)$$

Таким образом, получили формулу расхода такой же структуры, как и формула расхода при истечении из отверстий. Они различаются только значениями коэффициентов μ . Для рассматриваемых условий необходимо знать φ , ϵ или μ .

Для истечения из-под затвора, установленного над водосливом практического профиля, $\varphi = 0,95$. Значения ϵ приближенно можно принимать по табл. 23.1, но более правильно использовать значения μ , найденные экспериментально

для рассматриваемого случая истечения применительно к (23.16).

Исследования, выполненные И. П. Мартыновым при $a/H=0,1\div 0,75$ и $H_B/H_{пр}=0,6\div 1,17$, показали, что μ растет с увеличением $H_B/H_{пр}$ при постоянном a/H и уменьшается с увеличением a/H при постоянном $H_B/H_{пр}$ (здесь $H_{пр}$ — профилирующий напор, на который рассчитан про-

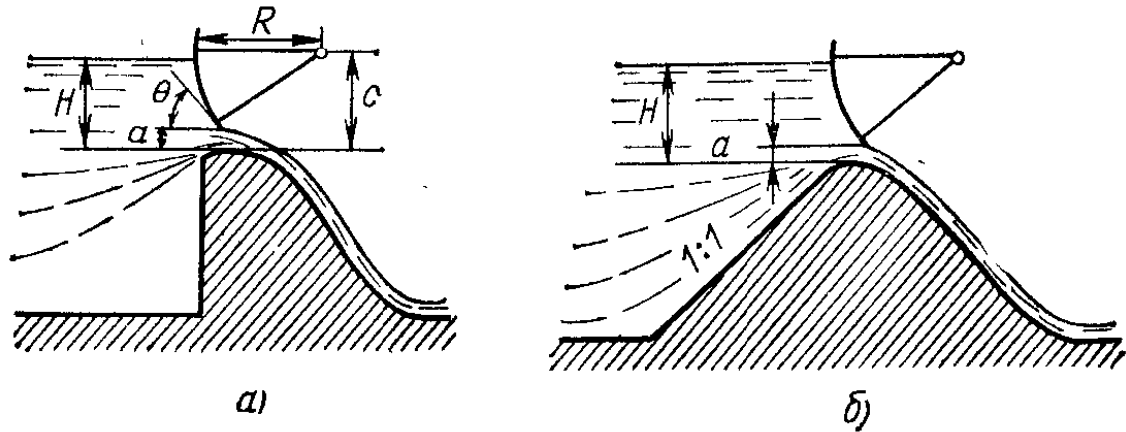


Рис. 23.11

филь водослива, а H_B — напор, при котором заданный расход проходил бы через данный водослив без затвора). В указанном диапазоне коэффициент расхода μ изменяется от 0,556 до 0,685.

Свободное истечение из-под сегментного затвора, установленного на гребне водослива практического профиля (рис. 23.11, а, б). За расчетную формулу расхода принимается (23.16). Коэффициент расхода рекомендуется принимать по эмпирическим формулам или по экспериментальным данным.

Глава 24

РАСЧЕТЫ СОПРЯЖЕНИЯ БЬЕФОВ

24.1. ВОЗМОЖНЫЕ СХЕМЫ И РЕЖИМЫ СОПРЯЖЕНИЯ БЬЕФОВ

При движении через водослив (рис. 24.1) или при истечении из-под затвора (рис. 24.2), в том числе расположенного над гребнем водослива (рис. 24.3), можно выделить три режима сопряжения поступающей в нижний бьеф струи с потоком в нижнем бьефе:

1) донный режим, при котором транзитная часть потока (транзитная струя) устойчиво примыкает к дну и, следовательно, распределение осредненных скоростей по вертикали такое, что наибольшие скорости располагаются вблизи дна (рис. 24.1);

2) поверхностный режим, при котором транзитная струя располагается на поверхности или вблизи нее.

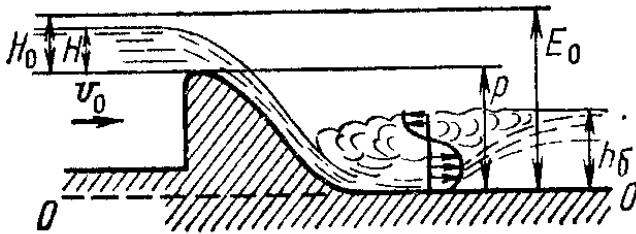


Рис. 24.1

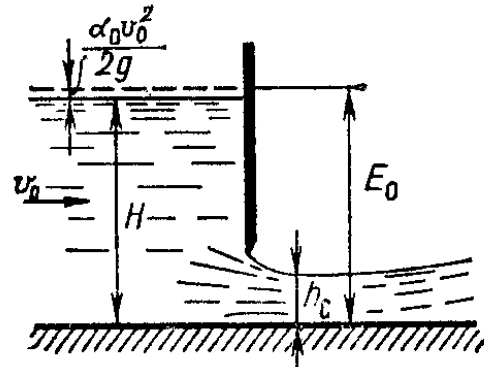


Рис. 24.2

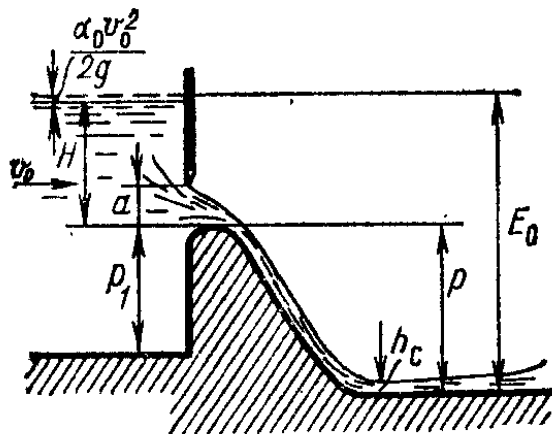


Рис. 24.3

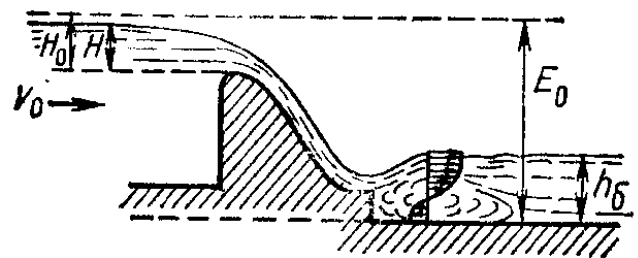


Рис. 24.4

Наибольшие осредненные скорости при этом приближены к поверхности. Такой режим наблюдается, например, за сооружением с низовым вертикальным уступом (рис. 24.4);

3) смешанный поверхностно-донный режим, при котором транзитная струя вблизи сооружения находится на поверхности, а ниже по течению устойчиво примыкает к дну. Имеется несколько разновидностей смешанных режимов (рис. 24.5).

Помимо сопряжения одной из форм гидравлического прыжка реализуются схемы в виде отброса струи (рис. 24.6, а) или ее свободного падения (рис. 24.6, б) и в виде соударяющихся в воздухе (рис. 24.7) или в воде струй. В практике встречаются и другие схемы сопряжения.

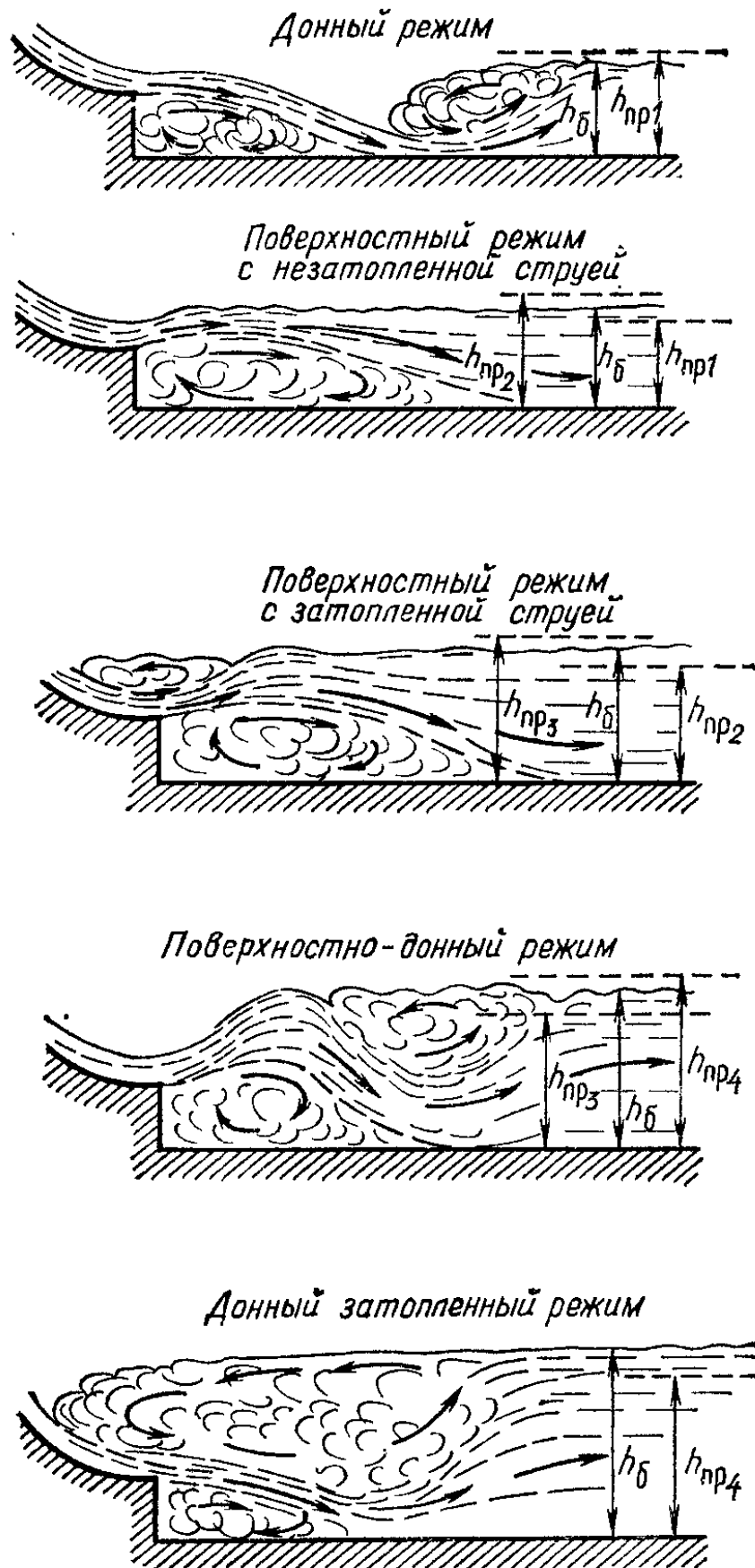


Рис. 24.5

Наиболее часто применяется сопряжение бьефов с донным режимом.

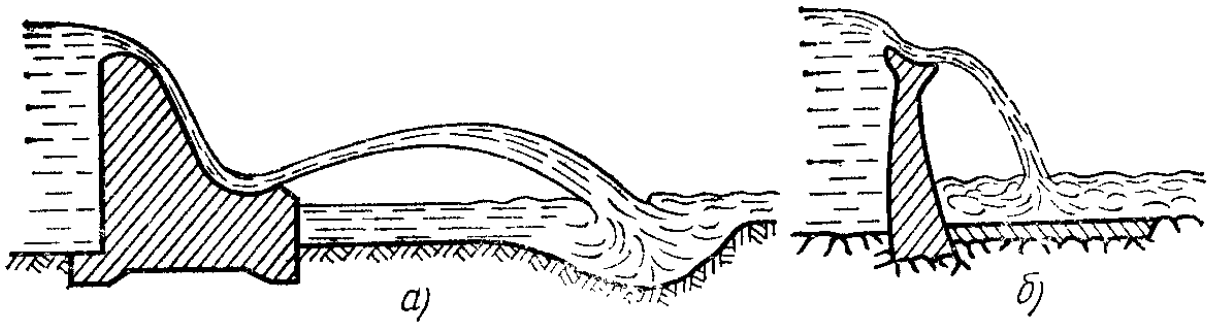


Рис. 24.6

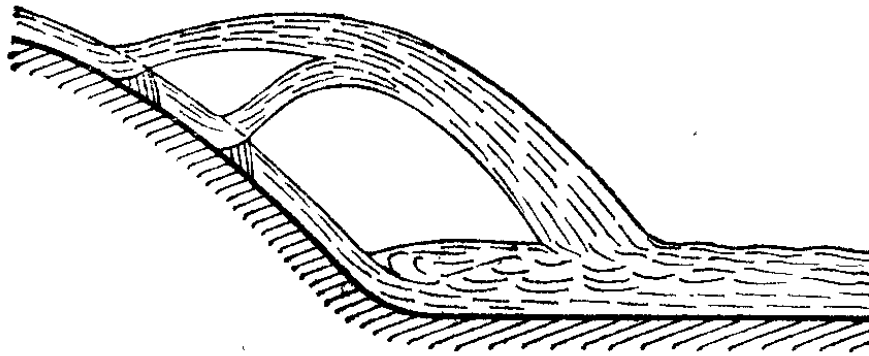


Рис. 24.7

24.2. ДОННЫЙ РЕЖИМ СОПРЯЖЕНИЯ

Рассмотрим этот режим на примере криволинейного водослива практического профиля. Глубина в отводящем русле в бытовых условиях h_b при известном расходе известна.

Будем считать, что на участке сопряжения русло в нижнем бьефе достаточно широкое, чтобы движение можно было считать плоским. Уклон дна отводящего русла задан. Условимся, что $i_{отв} > 0$, тогда глубина равномерного движения в нижнем бьефе при бытовых условиях h_0 и будет глубиной h_b . Если уклон отводящего русла $i \leq 0$, то движение в нижнем бьефе неравномерное.

Непосредственно за водосливом в сжатом сечении с глубиной h_c перелившийся поток находится в бурном состоянии, т. е. $h_c < h_{кр}$, $П_{к.с} > 1$. За водосливом при этом возможны два основных случая:

1) в бытовых условиях при уклоне дна отводящего русла $i > i_{кр}$ поток (рис. 24.8) находится в бурном состоянии ($h_0 = h_b < h_{кр}$);

2) в бытовых условиях при уклоне дна отводящего русла $i < i_{кр}$ поток (рис. 24.9) находится в спокойном состоянии ($h_0 = h_b > h_{кр}$).

В первом случае, поскольку поток в сечении $c-c$ (при глубине h_c) и в отводящем русле находится в бурном состоянии, сопряжение будет происходить в виде плавной кривой

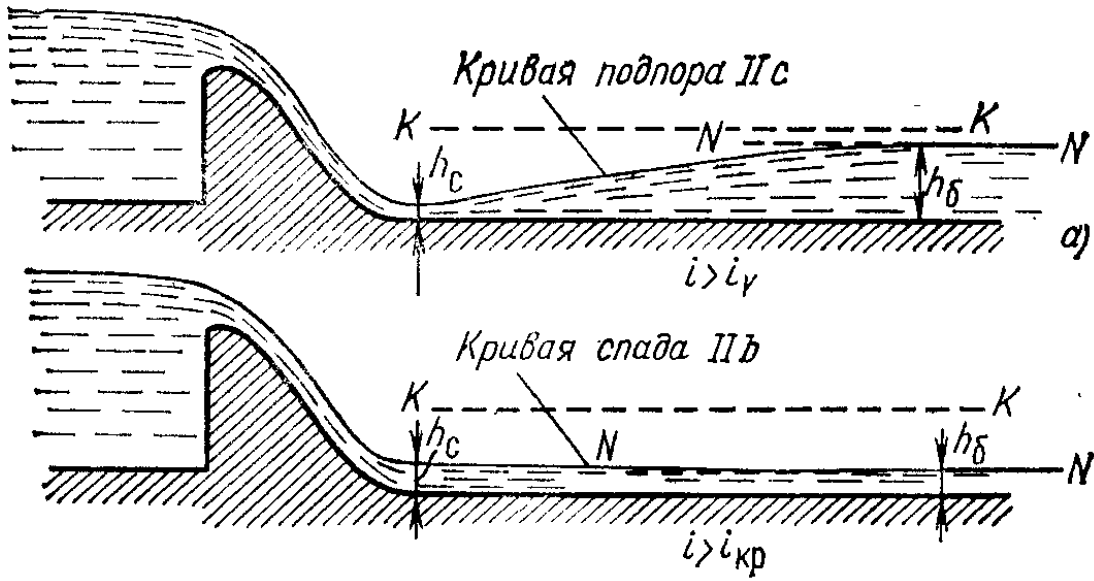


Рис. 24.8

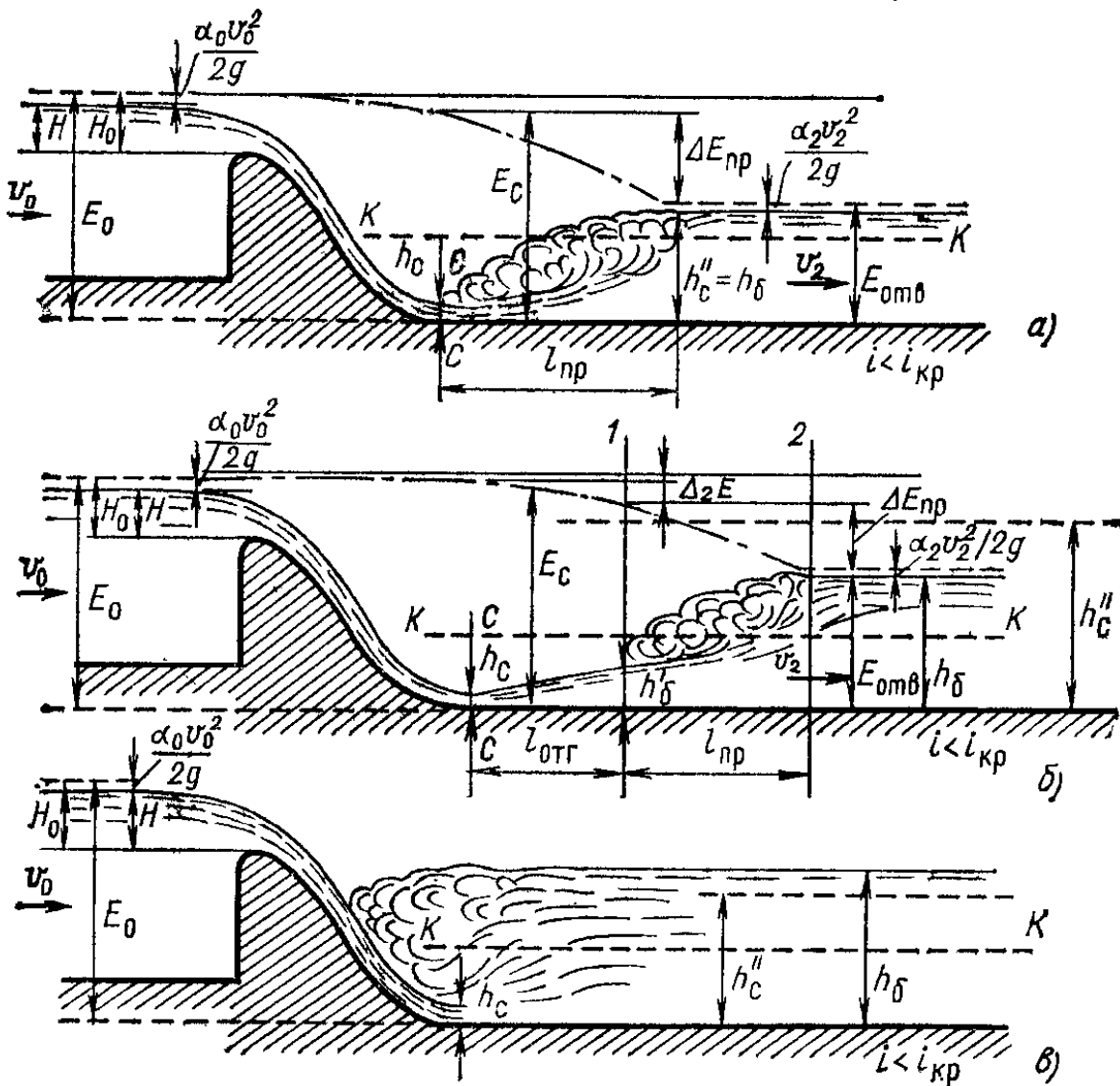


Рис. 24.9

подпора типа $IIIc$, если $h_c < h_b$ (рис. 24.8, *a*), или кривой спада типа IIb , если $h_c > h_b$ (рис. 24.8, *б*). При равенстве глубин $h_c = h_b$ ниже сжатого сечения движение будет равномерным.

Во втором случае в бытовых условиях поток находится в спокойном состоянии (рис. 24.9), а непосредственно за водосливом — в бурном. В таком случае сопряжение потока, находящегося в сжатом сечении в бурном состоянии, со спокойным потоком происходит в форме гидравлического прыжка.

Вид гидравлического прыжка определяется значением параметра кинетичности потока. Так как до расчета значения глубины h_c не известно, то пока не известно и значение $\Pi_{к.с.}$. Поэтому при определении вида гидравлического прыжка удобнее рассматривать параметр кинетичности потока в нижнем бьефе: при $\Pi_{к.б} \leq 0,375$ — совершенный гидравлический прыжок, а при $\Pi_{к.б} > 0,375$ — волнистый гидравлический прыжок.

Предварительно определяем глубину h_c'' для конкретного вида прыжка.

Местоположение гидравлического прыжка зависит от соотношения второй сопряженной (с h_c) глубины h_c'' и глубины потока в нижнем бьефе в бытовых условиях h_b .

Если глубина в нижнем бьефе h_b и глубина h_c'' равны, то гидравлический прыжок начинается в сжатом сечении (рис. 24.9, *a*). Тогда удельная энергия потока в сжатом сечении E_c превышает удельную энергию потока в отводящем русле $E_{отв}$ точно на потери удельной энергии в гидравлическом прыжке $\Delta E_{пр}$, т. е. $E_c - \Delta E_{пр} = E_{отв}$.

Если глубина h_c'' окажется больше, чем глубина в нижнем бьефе h_b , то гидравлический прыжок будет отогнанным (рис. 24.9, *б*) и начнется в том сечении, где глубина равна h_b' , являющейся первой сопряженной глубиной для глубины h_b . Отгон гидравлического прыжка происходит потому, что удельная энергия потока в сжатом сечении E_c в данных условиях оказывается больше, чем $E_{отв}$, не только на потери удельной энергии в прыжке $\Delta E_{пр}$, но и на некоторую часть удельной энергии $\Delta_2 E$, т. е. $E_c - \Delta E_{пр} - \Delta_2 E = E_{отв}$. Часть удельной энергии потока $\Delta_2 E$ затрачивается на преодоление сопротивлений по длине движения потока в бурном состоянии в пределах кривой подпора от сжатого сечения до сечения $I-I$ (с глубиной h_b'), т. е. на длине отгона гидравлического прыжка $l_{отг}$. Чем больше значение $\Delta_2 E$, тем больше

длина кривой подпора на участке отгона гидравлического прыжка. Разность удельной энергии в сечении с глубиной h'_6 и удельной энергии в отводящем русле в сечении 2—2 ($E_{отв}$) равняется потерям удельной энергии в гидравлическом прыжке $\Delta E_{пр}$. Длина отгона гидравлического прыжка—длина кривой подпора Ic (при $i_{кр} > i_{отв} > 0$) типа c_0 (при $i = 0$) или типа c' (при $i < 0$) определяется по одному из известных способов (см. гл. 17).

Если $h''_c < h_6$, то гидравлический прыжок будет надвинутым (рис. 24.9, в). При этом отношение $\eta_{зт} = h_6/h''_c$ называется степенью затопления прыжка. При сопряжении в форме надвинутого (затопленного) гидравлического прыжка водослив может быть подтоплен (см. гл. 22).

24.3. ПОВЕРХНОСТНЫЙ РЕЖИМ СОПРЯЖЕНИЯ С ПОТОКОМ В НИЖНЕМ БЬЕФЕ ЗА ВОДОСЛИВАМИ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ УСТУПОМ

Предельные режимы. При рассмотрении сопряжения с нижним бьефом потока, переливающегося через водослив практического профиля с вертикальным низовым уступом (рис. 24.4), условно различают высокий уступ, низовая (сливная) кромка которого всегда выше максимального уровня воды в нижнем бьефе, и низкий уступ, сливная поверхность которого заглублена под уровень воды в нижнем бьефе.

Рассмотрим сначала сопряжение с потоком в нижнем бьефе за водосливами с низким уступом. В нижнем бьефе поток находится в спокойном состоянии, т. е. $h_6 > h_{кр}$. Форма сопряжения в нижнем бьефе при данных условиях (расход, высота водослива, высота уступа и угол наклона его носка θ_n , принимаемый в пределах от 0 примерно до 12—15°), будет зависеть от бытовой глубины h_6 .

При определенном соотношении образующейся за уступом сжатой глубины h_c и сопряженной с ней h''_c может произойти гидравлический прыжок в сжатом сечении ($h''_c = h_6$, рис. 24.10), отогнанный гидравлический прыжок ($h''_c > h_6$, рис. 24.11) или надвинутый гидравлический прыжок ($h''_c < h_6$).

Рассмотрим кратко основные особенности сопряжения с поверхностным и смешанным (поверхностно-донным) режимами.

При увеличении глубины в нижнем бьефе донный режим сопряжения сменяется поверхностным режимом с незатопленным поверхностным прыжком или с незатопленной струей (см. рис. 24.5). Поверхностного водоворота (вальца) при этом нет, транзитная струя располагается на поверхности воды в нижнем бьефе; к уступу примыкает один донный

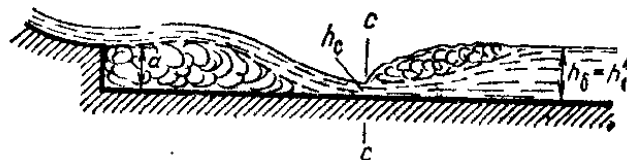


Рис. 24.10

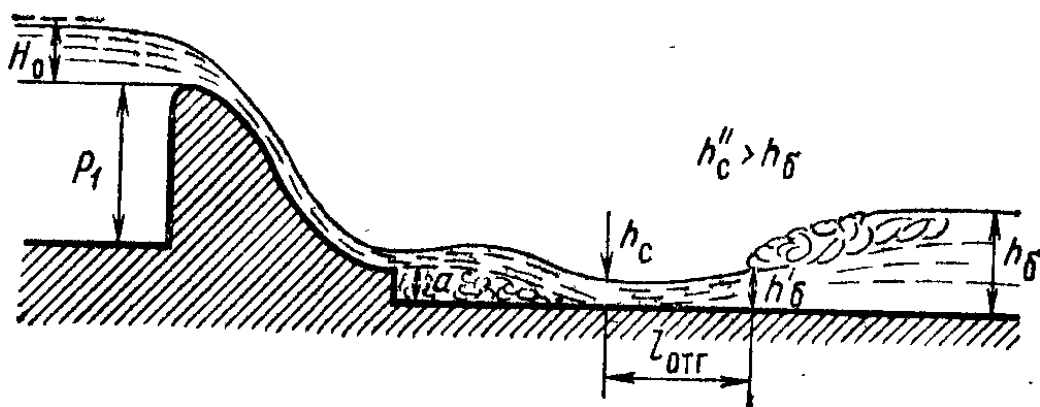


Рис. 24.11

валец; максимальные скорости сосредоточены вблизи свободной поверхности.

Смена различных форм сопряжения происходит при различных так называемых критических режимах, которые характеризуются различными граничными глубинами в нижнем бьефе (такие глубины также называют критическими, или предельными).

Так, смена донного режима поверхностным с незатопленным гидравлическим прыжком происходит при глубине в нижнем бьефе $h_{б.пр1}$, которая называется первой предельной глубиной за водосливом с уступом.

При глубине в нижнем бьефе, большей $h_{б.пр1}$, появляется поверхностный валец на уступе, т. е. сопряжение переходит в форму поверхностного режима с затопленной струей, при этом имеется и донный, и поверхностный валец (рис. 24.5). Поверхностный режим сопряжения в этом случае устойчиво существует на всей длине участка сопряжения в нижнем бьефе.

Граница между поверхностными режимами с незатопленной и затопленной струями называется вторым кри-

тическим режимом, ему соответствует вторая предельная глубина в отводящем русле $h_{б.пр2}$.

Третья предельная глубина $h_{б.пр3}$ разделяет поверхностный режим с затопленной струей и незатопленный поверхностно-донный режим (рис. 24.5), при котором вблизи сооружения — поверхностный режим сопряжения, а далее транзитная струя проходит вблизи дна, т.е. наблюдается донный режим сопряжения.

Затем при увеличении глубины в отводящем русле выше $h_{б.пр4}$ указанная форма сопряжения смешанного типа может перейти в форму так называемого восстановленного донного прыжка. При этом вновь наблюдается донный режим сопряжения (см. рис. 24.5). За уступом располагается сравнительно небольшой донный валец. Поверхностный же валец имеет значительные размеры, надвигается на уступ, т.е. образуется донный гидравлический прыжок с затопленной на уступе струей.

Таким образом, смена основных видов сопряжения будет характеризоваться четырьмя предельными глубинами в нижнем бьефе.¹

Следует заметить, что возможны другие формы сопряжения за водосливом с уступом и последовательность смены режимов.

Отметим, что применение водослива с вертикальным уступом позволяет с достаточной степенью безопасности для сооружения осуществлять сброс льда и, если необходимо, сплавляемого леса. При сопряжении в виде поверхностного режима с незатопленным поверхностным прыжком сброс льда проходит безопаснее, так как лед не повреждает крепление дна за сооружением и свободно уходит вниз по течению. При сопряжении с затопленным поверхностным прыжком льдины могут вращаться в поверхностном вальце и наносить повреждения поверхности носка уступа. Если сброса льда через водослив с уступом нет, то может быть рекомендовано сопряжение с затопленным поверхностным прыжком.

Таким образом, предпочтительнее сопряжение с незатопленным или затопленным поверхностным прыжком.

Гидравлический расчет состоит в определении зависимости заданных величин E_0 , a , q , угла θ и неизвестных глу-

¹ Детальные рекомендации см. в книге С. М. Слисский «Гидравлические расчеты высоконапорных гидротехнических сооружений». — М.: Энергия, 1979. 336 с.

бин на уступе h и в отводящем русле в бытовых условиях h_6 . Могут быть и другие задачи.

Составим уравнение Бернулли для сечения перед водосливом и $1-1$ на выходе с уступа, причем в сечении $1-1$ глубину h определяем в живом сечении, которое нормально к линиям тока, наклоненным под углом θ к горизонту (рис. 24.12). В общем случае угол наклона оси струи θ не равен углу наклона носка θ_H .

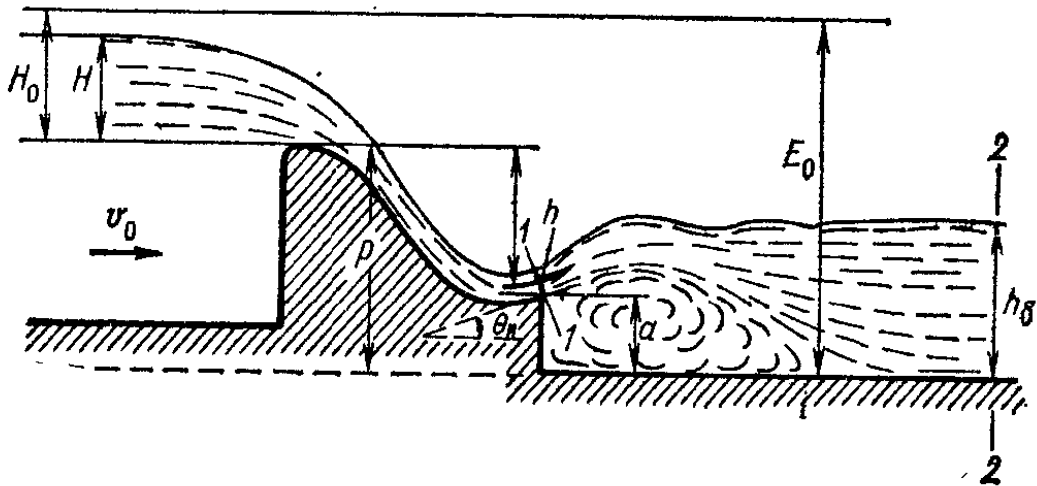


Рис. 24.12

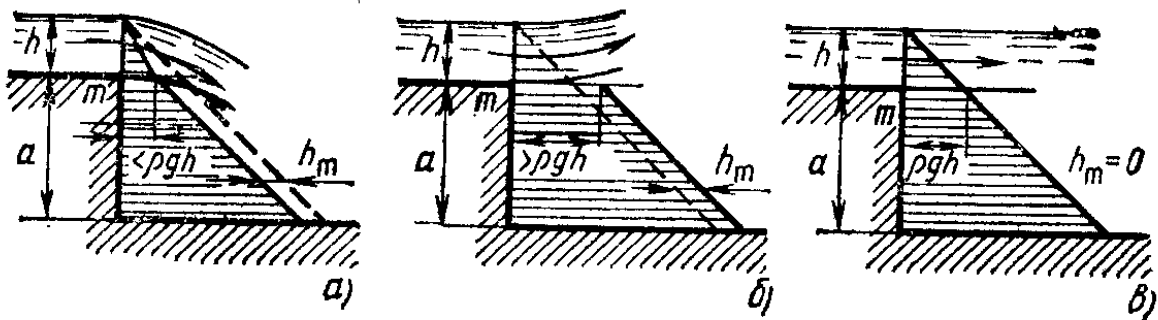


Рис. 24.13

Угол наклона к горизонту θ оси струи, сходящей с носка, зависит от угла наклона носка θ_H , глубины потока на сходе с носка h , радиуса кривизны R и центрального угла поворота носка β .

Примем плоскость сравнения совпадающей с дном нижнего бьефа.

При сходе с уступа давление под струей изменяется соответственно изменению кривизны линий тока в струе. Поясним это на примере уступа с горизонтальным носком. При опускающейся с уступа струе (выпуклость обращена кверху) давление в угловой точке уступа m меньше ρgh (рис.

24.13, а). При поднимающейся струе линии тока обращены выпуклостью вниз и давление в указанной точке больше ρgh (рис. 24.13, б). При горизонтально сходящей с уступа струе давление под струей равно ρgh (рис. 24.13, в). Полагая, что давление в сечении 1—1 распределяется по линейному закону. Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$E_0 = a + h \cos \theta + \frac{h_m}{2} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} + \Sigma \zeta \frac{v_1^2}{2g}, \quad (24.1)$$

где a — высота уступа; $v = q/h$ — средняя скорость в сечении 1—1; h — глубина потока в сечении 1—1; h_m — разность высот, соответствующей действительному давлению в точке m , и высоты, соответствующей давлению ρgh .

Как уже указывалось, h_m может быть равна нулю, больше или меньше нуля. В последнем случае h_m — вакуумметрическая высота.

Далее после преобразования.

$$E_0 = a + h \cos \theta + \frac{h_m}{2} + \frac{q^2}{2g \varphi^2 h^2},$$

где

$$\varphi = 1/\sqrt{\alpha + \Sigma \zeta}.$$

Затем применим теорему об изменении количества движения к отсеку, ограниченному сечениями 1—1 и 2—2, где во втором сечении глубина равна бытовой глубине h_6 (см. рис. 24.12). При этом потерями на трение в пределах выбранного отсека пренебрегаем, дно отводящего участка за водосливом считаем горизонтальным, давление по высоте уступа и в сечениях — распределенным по линейному закону. Ось проекций направлена по направлению течения. В единицу времени изменение количества движения отсеков (при $\alpha'_1 = \alpha'_2 = \alpha'$)

$$\rho \frac{\alpha' q}{g} (v_2 - v_1 \cos \theta) = \rho g \frac{\alpha' q^2}{ghh_6} (h - h_6 \cos \theta).$$

Тогда

$$\frac{\alpha' q^2}{ghh_6} (h - h_6 \cos \theta) = P_1 - P_2 + R,$$

где

$$P_1 = \frac{1}{2} \rho g (h \cos \theta + h_m) h \cos \theta;$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \rho g h_6^2;$$

$R = \rho g a (h \cos \theta + h_m + a/2)$ — проекция реакции уступа.

После преобразований получим

$$\frac{2\alpha' q^2}{ghh_6} (h - h_6 \cos \theta) = h_m (h \cos \theta + 2a) + (h \cos \theta + a)^2 - h_6^2. \quad (24.2)$$

Для первого критического режима А. А. Сабанеев предложил давление под струей при сходе струи с уступа считать равным ρgh , т. е. $h_m = 0$, и из уравнений (24.1) и (24.2) исключается одна неизвестная величина.

Тогда уравнения (24.1) и (24.2) принимают вид

$$E_0 - a = h \cos \theta + \frac{q^2}{2g\varphi^2 h^2}, \quad (24.3)$$

$$\frac{2\alpha' q^2}{ghh_{61}} (h - h_{61} \cos \theta) = (h \cos \theta + a)^2 - h_{61}^2, \quad (24.4)$$

где h_{61} — бытовая глубина в нижнем бьефе, соответствующая первому критическому режиму. Из полученных двух уравнений можно найти обе неизвестные величины h и h_{61} .

Но согласно опытным данным Т. Н. Астафичевой при первом критическом режиме давление под струей может быть и больше, и меньше гидростатического, и равно ему. При первом критическом режиме (индекс 1)

$$h_{m1} = 0,31h_{61} - 0,5a. \quad (24.5)$$

При $a/p < 0,2$ давление под струей всегда больше гидростатического, т. е. $h_{m1} > 0$; при $a/p = 0,2 \div 0,4$ давление под струей может превышать гидростатическое или быть меньше него, т. е. $h_{m1} > 0$ или $h_{m1} < 0$.

При втором критическом режиме всегда $h_{m2} > 0$:

$$h_{m2} = 0,59(h_{62} - a). \quad (24.6)$$

Совместно решая (24.1), (24.2), (24.5), находим неизвестные величины h , h_{m1} и h_{61} . Совместное решение (24.1), (24.2) и (23.6) приводит к отысканию h , h_{m2} и h_{62} .

Отметим, что без дополнительных эмпирических зависимостей для h_{m1} или h_{m2} система уравнений (24.1) и (24.2) была незамкнутой.

На основе уравнений (24.1), (24.2), (24.5) или (24.6) можно решать и другие задачи, в частности определять высоту уступа a и глубину на сходе с уступа h , при которых произойдет сопряжение, например, в виде свободного по-

верхностного прыжка, если заданы в этом случае E_0, q, h_{61}, θ , т. е. необходимо найти a, h_{m1}, h .

Результаты экспериментальных исследований позволили ряду авторов предложить способы расчета, где глубины, соответствующие предельным режимам, определяются по эмпирическим формулам.

Поверхностный режим образуется не при всех значениях высоты уступа. По П. М. Степанову при $\Pi_{K1} = 5 \div 50$ минимальная высота уступа, при которой создается поверхностный режим,

$$a_{min} = (4,05 \sqrt[3]{\Pi_{K1}} - \eta) h,$$

где $\eta = 8,4 - 0,4\theta$; $\theta = \theta_H$, град.

24.4. СОПРЯЖЕНИЕ БЬЕФОВ ПРИ ОТБРОСЕ СВОБОДНОЙ (НЕПОДТОПЛЕННОЙ) СТРУИ

Сопряжение бьефов при отбросе свободной струи наблюдается обычно за водосливами с высоким уступом (см. рис. 24.6, а). При этом концевая часть, с которой вода сходит в нижний бьеф, обычно выполняется в виде носка-трамплина, применение которого позволяет дальше отбросить струю в нижний бьеф. За высоким носком-трамплином воздух свободно поступает под струю. Отброс струи возможен и при горизонтальном носке, но в этом случае дальность отлета струи будет значительно меньше.

Сопряжение бьефов в виде свободной отброшенной струи обычно применяется на высоконапорных водосбросных сооружениях (при максимальной разности уровней воды в верхнем и нижнем бьефах, равной или превышающей 40 м) и при грунтах основания в нижнем бьефе, достаточно устойчивых против размыва (например, скальных).

Носки-трамплины имеют различную конструкцию: с плоским дном (рис. 24.14, а—в), с плоским дном и цилиндрической вставкой (рис. 24.14, г), с дном в виде цилиндрической или другой криволинейной поверхности (рис. 24.14, е). Если необходимо увеличить или уменьшить ширину струи в месте падения (по сравнению с сечением на выходе с носка), то применяют расширяющий (рис. 24.14, д, е) или сужающий трамплин (рис. 24.14, в). С помощью подбора конфигурации трамплина можно решать и более сложные задачи (например, сброс потока в узкое каньонообразное русло нижнего бьефа с рассредоточением падающей струи по длине).

Расчеты трамплинов и потока в пределах носков-трамплинов основываются на теории управления бурными потоками.¹

При расчете отлета струи с носка-трамплина в первую очередь рассчитывают движение воды в пределах самого трамплина, для того чтобы построить свободную поверх-

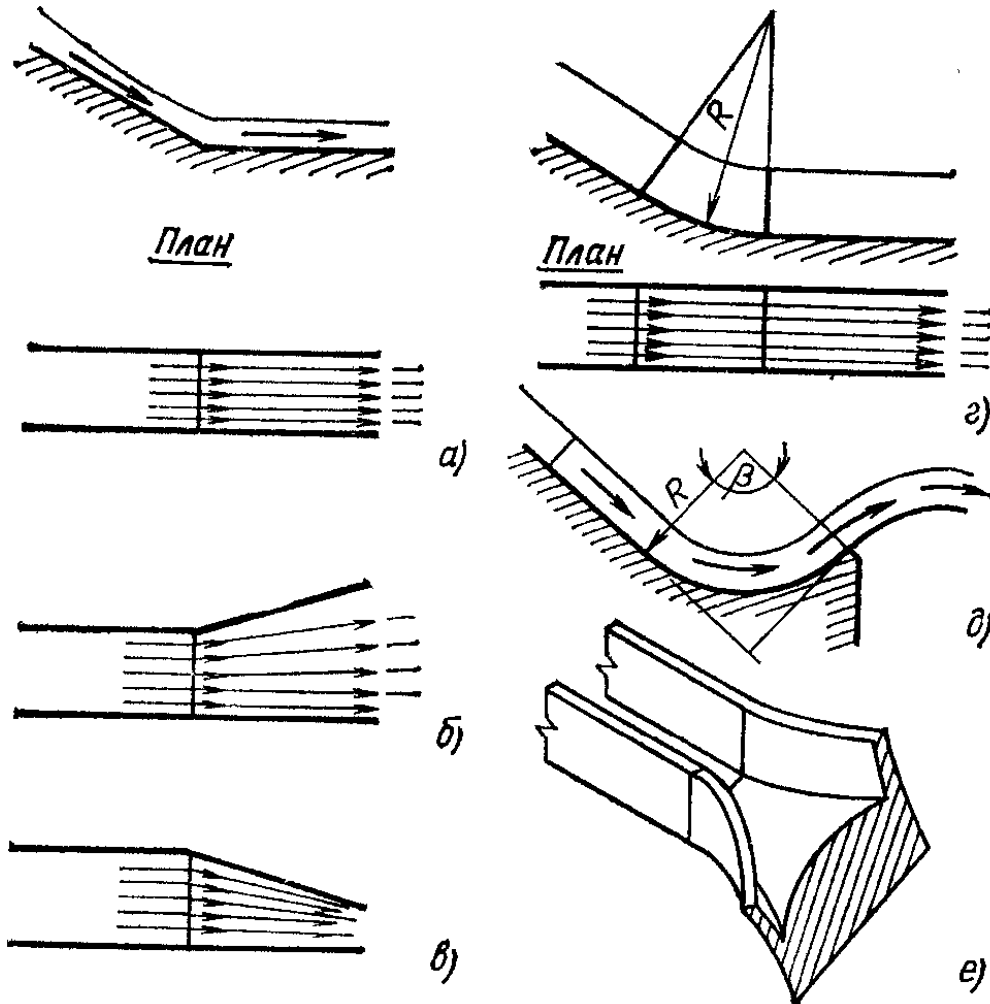


Рис. 24.14

ность в пределах трамплина и определить глубину и среднюю скорость в сечении на сходе с носка-трамплина.

Дальность падения струи определим, рассматривая движения струйки, проходящей через центр сечения на выходе с носка, без учета аэрации и дробления струи в воздухе и пренебрегая также сопротивлением движению струи в воздухе. Приняв систему координат, показанную на рис. 24.15, запишем уравнения движения частицы жидкости из

¹ Емцев Б. Т. Двухмерные бурные потоки. — М.: Энергия, 1967. 212 с.; Высоцкий Л. И. Управление бурными потоками на водосбросах. — М.: Энергия, 1977. 280 с.; Слиссский С. М. Гидравлические расчеты высоконапорных гидротехнических сооружений. — М.: Энергия, 1979. 336 с.

начала координат со скоростью v_1 , направленной под углом θ к оси X :

$$\left. \begin{aligned} x &= v_1 t \cos \theta; \\ z &= \frac{1}{2} g t^2 - v_1 t \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (24.7)$$

Исключив время t , получим квадратное уравнение относительно x

$$x^2 - \frac{2v_1^2 \sin \theta \cos \theta}{g} x - \frac{2v_1^2 \cos^2 \theta}{g} z = 0. \quad (24.8)$$

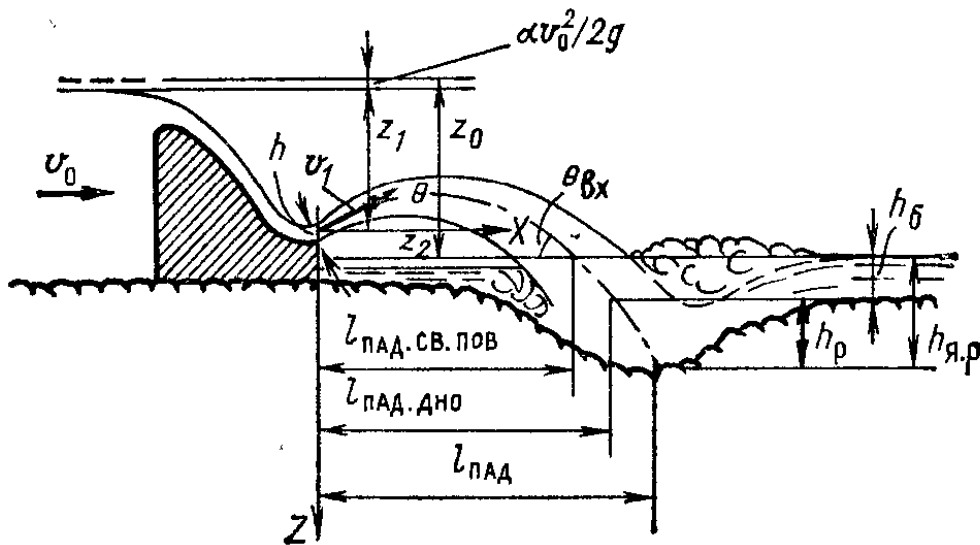


Рис. 24.15

Отсюда найдем дальность отлета $x = l_{\text{пад}}$ (падения) струи

$$l_{\text{пад}} = \frac{v_1^2 \cos \theta}{g} \left(\sin \theta + \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{2gz_i}{v_1^2}} \right). \quad (24.9)$$

Здесь z_i — расстояние по вертикали от центра струи на сходе с носка до рассматриваемой горизонтальной плоскости, на которую падает струя.

Если угол θ равен нулю (ось струи на сходе с носка горизонтальная), то

$$l_{\text{пад}} = \frac{v_1^2}{g} \sqrt{\frac{2gz_i}{v_1^2}} = v_1 \sqrt{\frac{2z_i}{g}}. \quad (24.10)$$

Пусть перепад между уровнями воды в верхнем и нижнем бьефах, равный z , делится на две составляющие: z_1 — от уровня воды в верхнем бьефе до центра выходного сече-

ния носка; z_2 — от центра этого сечения до уровня воды в нижнем бьефе.

Соответственно перепад с учетом скорости подхода в верхнем бьефе v_0 равен z_0 , тогда

$$z_{01} = z_1 + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}.$$

Подставив вместо скорости в центре выходного сечения струи ее значение

$$v_1 = \varphi \sqrt{2gz_{01}},$$

найдем для дальности отлета струи при $\theta > 0$

$$l_{\text{пад}} = x = 2\varphi^2 z_{01} \cos \theta_{\text{вх}} \left(\sqrt{\sin^2 \theta + \frac{z_i}{\varphi^2 z_{01}}} + \sin \theta \right). \quad (24.11)$$

При $\theta = 0$ $l_{\text{пад}} = 2\varphi \sqrt{z_{01} z_i}$.

Задавая z_i различные значения, получаем дальность отлета струи:

до свободной поверхности в нижнем бьефе (при $z_i = z_2$)

$$l_{\text{пад.св.пов}} = \frac{v_1^2 \cos \theta}{g} \left(\sin \theta + \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{2gz_2}{v_1^2}} \right);$$

до дна при отсутствии размыва (при криволинейной траектории центральной струйки в воде), т. е. при $z_i = z_2 + h_6$,

$$l_{\text{пад.дно}} = \frac{v_1^2 \cos \theta}{g} \left(\sin \theta + \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{2g(z_2 + h_6)}{v_1^2}} \right).$$

В реальных условиях ось отброшенной струи воды под водой представляет собой прямую линию в отличие от приведенной в предыдущей формуле параболической кривой.

Поэтому правильнее длину отлета струи на дно ($z_i = z_2 + h_6$) или на дно ямы размыва глубиной h_p ($z_i = z_2 + h_6 + h_p$) представлять в виде

$$l_{\text{пад.дно}} = l_{\text{пад.св.пов}} + h_6 / \text{tg } \theta_{\text{вх}}$$

и

$$l_{\text{пад.я.р}} = l_{\text{пад.св.пов}} + (h_6 + h_p) / \text{tg } \theta_{\text{вх}}.$$

Угол наклона струи при входе под уровень нижнего бьефа при $\varphi = 1$

$$\text{tg } \theta_{\text{вх}} = \sqrt{\text{tg}^2 \theta + \frac{2gz_2}{v_1^2 \cos^2 \theta}}$$

или

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{вх}} = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \theta + \frac{2g(0,5h_{\text{н}} \cos \theta + a - h_0)}{v_1^2 \cos^2 \theta}}.$$

Если направление схода струи с носка горизонтальное, т. е. $\theta = 0$, то

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{вх}} = \frac{\sqrt{2g(0,5h_{\text{н}} + a - h_0)}}{v_1} = \frac{\sqrt{2gz_2}}{v_1}.$$

Скорость входа струи под уровень нижнего бьефа определяется по формуле

$$v_{\text{вх}} = \varphi \sqrt{2gz_0}.$$

Так как скоростной напор, соответствующий скорости v_0 в верхнем бьефе, $\alpha_0 v_0^2 / (2g) \ll z$, то

$$v_{\text{вх}} = \varphi \sqrt{2gz}.$$

Наибольшая дальность отлета струи наблюдается при различных углах схода оси струи с носка θ в зависимости от отношения z_{01}/z_0 (или z_1/z), так как скоростной напор $\alpha_0 v_0^2 / 2g$ пренебрежимо мал.

Так, при $z_1/z = 0,5$ максимальная дальность отлета соответствует углу $\theta = 0$, а при $z_1/z = 1$ максимальное значение $l_{\text{пад}}$ — при $\theta = 30^\circ$.

Эти соотношения можно получить, если исследовать, при каком значении z_{01}/z_0 (или z_1/z) относительная величина $l_{\text{пад}}/z_0$ будет максимальной.

Угол входа сбрасываемой струи под уровень воды в нижнем бьефе зависит от конструктивных особенностей сооружения. При свободно падающей струе (рис. 24.6, б) угол входа $\theta_{\text{вх}}$ близок к 90° .

При отбросе струи с носка-трамплина водосливной плотины осредненные значения угла входа $\theta_{\text{вх}}$ чаще всего изменяются в диапазоне $20-40^\circ$.

Для согласования с наблюдаемыми в действительности расчетные значения $l_{\text{пад}}$ умножаются на коэффициент k_a , учитывающий влияние аэрации и дробления (расщепления) струи в полете. Значения коэффициента k_a по данным ВНИИГ принимаются в зависимости от значения параметра кинетичности $\Pi_{\text{к1}} = v_1^2 / gh$ в сечении на сходе с носка-трамплина (табл. 24.1).

Таблица 24.1

$\Pi_{к1}$	50	60	75	100	120
k_a	~0,87	0,8	~0,71	0,57	~0,49

Если $\Pi_{к1} < 30 \div 35$, то k_a равен единице, т.е. влияние аэрации и расщепления струи не учитывается.

Таким образом, расчет сопряжения в виде отброшенной струи сводится к построению свободной поверхности потока, определению глубины, давлений и средних скоростей в пределах носка-трамплина, определению угла θ и параметров отброшенной струи. Затем рассчитываются параметры ямы размыва.

24.5. МЕСТНЫЙ РАЗМЫВ ПРИ ОТБРОСЕ СВОБОДНОЙ СТРУИ

При падении отброшенной струи на дно отводящего русла в нижнем бьефе происходит местный размыв, образуется яма (воронка) местного размыва, которая развивается в течение некоторого

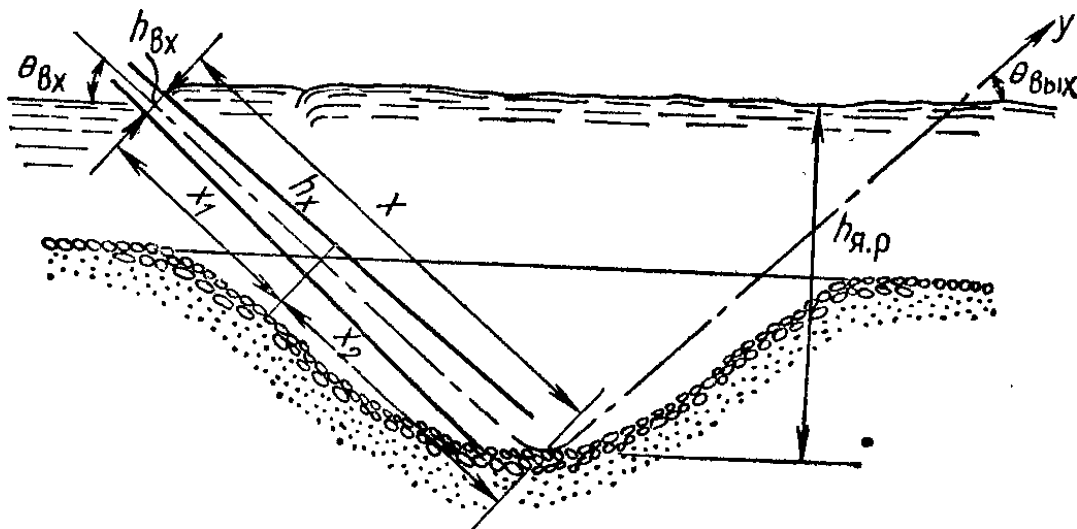


Рис. 24.16

времени, а затем наступает стабилизация процесса размыва. Но даже в стабилизировавшейся яме размыва отдельные частицы или отдельные части размываемого грунта находятся в движении. Эти частицы могут подниматься над дном ямы местного размыва и иногда даже попадать в поступательно перемещающийся транзитный поток и уноситься вниз по течению.

Рассмотрим схему местного размыва (рис. 24.16), считая дно до ямы размыва и за ней находящимся приблизительно на одинаковых отметках.

Многочисленными экспериментами (Ц. Е. Мирцхулава, М. А. Михалев, Т. Х. Ахмедов) установлено, что после падения в воду струя растекается в толще водного потока. Движение этой струи происходит не в безграничной жидкости, а в относительно небольшой зоне ямы размыва, границы которой (дно и откосы) представляют собой шероховатые поверхности.

При углах входа струи под уровень нижнего бьефа $\theta_{вх} = 60^\circ \div 90^\circ$ происходит двустороннее растекание поступившего в нижний бьеф потока, при углах $\theta_{вх}$, близких к 90° , образуются две практически равные по объему водоворотные области с горизонтальными осями вращения. При углах $\theta_{вх} < 60^\circ$ преобладает отток в сторону нижерасположенного участка отводящего русла (донный режим сопряжения). Обратные скорости в водоворотной области под струей уменьшаются, при $\theta_{вх} < 25^\circ \div 30^\circ$ валец под струей практически исчезает.

При полете струи средняя часть струи «обгоняет» крайние части. Первоначальная прямоугольная при отлете с носка форма струи (шириной b) изменяется. Но если рассмотреть среднюю часть струи, то форму поперечного сечения этой части струи можно принять за прямоугольную.

При движении струи в толще воды различают два участка (рис. 24.16): первый — растекание струи до сечения $1-1$, где начинается поворот струи, и второй — движение струи вдоль низового откоса до выхода в нижележащий участок русла. На первом участке поперечный размер струи (толщина струи), измеряемый по нормали к оси струи, линейно увеличивается согласно эмпирической зависимости, предложенной М. А. Михалевым,

$$h_x = h_{вх} + 0,43x,$$

где $h_{вх}$ — толщина струи на входе под уровень нижнего бьефа; x — координата вдоль оси струи на первом участке.

Свободная поверхность в рассматриваемой области принимается горизонтальной. Кроме того, струя отклоняется от дна приблизительно под тем же углом, под которым она достигает дна, т. е. угол входа под воду приблизительно равен углу между осью входящей струи и свободной поверхностью.

Как указывает Ц. Е. Мирцхулава, в натуральных условиях часто

$$h_{вх} = 0,8q/u_{вх}. \quad (24.12)$$

Максимальная скорость на оси ниспадающей струи изменяется следующим образом:

$$u_{max} = \frac{u_{вх}}{0,9 + 0,09x_1/h_{вх} + 0,12x_2/h_{вх}}, \quad (24.13)$$

где x_1 — координата вдоль оси на участке от свободной поверхности до линии неразмытого дна; x_2 — координата вдоль оси струи от линии неразмытого дна до места максимального размыва.

Согласно (24.13) гашение скоростей в яме размыва происходит более интенсивно, чем в пределах глубины русла.

Максимальная скорость на оси восходящей струи изменяется по формуле

$$u_{maxв} = \frac{u_{max}}{0,9 + 0,4 (y/h_x)^2}, \quad (24.14)$$

где y — координата вдоль оси восходящей струи от точки соприкосновения ниспадающей струи с дном.

Картину местного размыва можно представить следующим образом. В несвязных грунтах размыв прекращается, когда максимальная скорость восходящей струи будет равна гидравлической крупности частиц, покрывающих дно стабилизировавшейся ямы размыва. К моменту прекращения размыва часть мелких частиц из ямы размыва будет вынесена поступательным потоком. Поэтому дно ямы размыва покрыто более крупными частицами, т. е. образуется так называемая отмостка.

Для надежной защиты дна воронки размыва необходим как минимум двухрядный по глубине слой из крупных частиц, образующих отмостку.

Размыв прекратится, когда

$$nu_{maxв} = \omega,$$

где n — отношение мгновенных максимальных скоростей к осредненным в точке; ω — гидравлическая крупность частиц, которая может быть найдена по В. Н. Гончарову, если в качестве характеристики размера частиц несвязного грунта, выстилающих дно воронки размыва в момент стабилизации, принять d_{90} — диаметр частиц, меньше которых имеется по кривой гранулометрического состава более 90 % по массе:

$$\omega = \sqrt{\frac{2g(\rho_{гр} - \rho_0)d_{90}}{1,75\rho_0}};$$

$\rho_{гр}$ — плотность грунта; ρ_0 — плотность воды с учетом ее аэрации.

Глубина размыва уменьшается с увеличением аэрации (воздухонасыщения) воды. В то же время рост концентрации воздуха приводит к увеличению гидравлической крупности твердых частиц в воде.

Глубина воды в яме размыва, считая от свободной поверхности, при $\theta_{вх} \geq 15^\circ$ равна

$$h_{я.р} = \frac{x \sin \theta_{вх}}{1 - 0,175 \operatorname{ctg} \theta_{вх}} = \frac{(x_1 + x_2) \sin \theta_{вх}}{1 - 0,175 \operatorname{ctg} \theta_{вх}}.$$

Приняв $h_x \approx 0,43x$ и учитывая (24.12) — (24.14), Ц. Е. Мирцхулава получил следующую формулу для максимальной глубины воды в яме размыва в несвязных грунтах:

$$h_{я.р} = \left(\frac{3\eta u_{вх} h_{вх}}{\omega} - 7,5 h_{вх} \right) \frac{\sin \theta_{вх}}{1 - 0,175 \operatorname{ctg} \theta_{вх}} + 0,25 h_0, \quad (24.15)$$

Таблица 24.2

$d, \text{ мм}$	4	3	2	1	0,5	0,2	0,1
n_1	1,0	0,9	0,8	0,5	0,35	0,2	0,1

где h_0 — бытовая глубина в нижнем бьефе; $\eta = 1,5 \div 2,0$, меньшее значение η соответствует лабораторным условиям, а большее — натурным.

Для частиц диаметром меньше 4 мм вводится коэффициент n_1 , учитывающий особенности обтекания потоком мелких частиц при соответственно малых значениях чисел Рейнольдса, составленных по диаметру частицы (табл. 24.2). На коэффициент n_1 умножается первый член в скобке в формуле (24.15).

При размыве связных грунтов под воздействием падающей струи происходит разрушение грунта на отдельные — агрегаты. В начале размыва отрываются отдельные большего размера, чем в конце этого процесса. До того как агрегат связного грунта будет оторван от основной массы, он подвергается воздействию струи жидкости и раскачивается. В момент, когда воздействие, обусловленное максимальными мгновенными значениями скорости, превысит сопротивляемость грунта на размыв, агрегат оторвется и будет унесен потоком за пределы воронки. Если оторвется отдельность такого большого размера, что поток не в состоянии будет вынести ее из ямы размыва сразу, то эта отдельность движется внутри ямы размыва, дробится там на части и затем выносится. По опытным данным средний размер агрегатов в стабилизировавшейся воронке размыва приблизительно равен 4 мм.

Стабилизация размыва наступает, когда максимальная скорость на оси струн непосредственно вблизи дна u_{\max} станет равной (или меньше) донной неразмывающей скорости в яме $u_{\text{доп.я}}$.

Исследования показывают, что в яме размыва допускаемая донная (неразмывающая) скорость $u_{\text{доп.я}}$ превышает аналогичную скорость при общем размыве в равномерном движении $u_{\text{доп}}$:

$$u_{\text{доп.в}} = u_{\text{доп}} \left(\cos^3 \theta_{\text{вх}} + 3 \sqrt{\sin^2 \theta_{\text{вх}}} \right). \quad (24.16)$$

В среднем допускаемые неразмывающие скорости в ямах размыва принимают равными

$$u_{\text{доп.в}} \approx 3u_{\text{доп}}. \quad (24.17)$$

Исходя из равенства $u_{\max} = u_{\text{доп.в}}$ и учитывая (23.17), получим максимальную глубину воды в яме размыва для связных грунтов

$$h_{\text{я.р}} = \left(\frac{8,3u_{\text{вх}}h_{\text{вх}}}{u_{\text{доп.в}}} - 7,5h_{\text{вх}} \right) \frac{\sin \theta_{\text{вх}}}{1 - 0,175 \text{ctg} \theta_{\text{вх}}} + 0,25h_0. \quad (24.18)$$

К числу сил, удерживающих отдельность, относят силы усталостной прочности на отрыв, вес отдельности в воде, пригужающее действие глубины воды в воронке размыва и силу гидродинамического давления струи на дно воронки.

В скальных грунтах явление местного размыва происходит при наличии связей между отдельностями скалы. Схематично эти отдельности представляют в виде параллелепипедов. Данные о размерах отдельностей получают по результатам инженерно-геологических исследований.

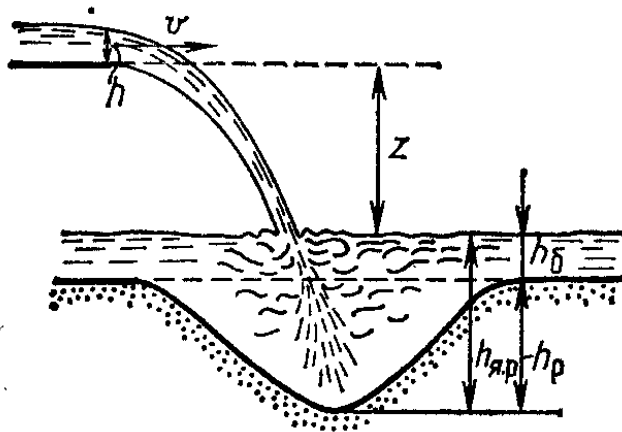


Рис. 24.17

Исходя из расчета по предельным состояниям, Ц. Е. Мирцхулава рассмотрел действие на отдельность скалы максимальных динамических нагрузок от воздействия струи с учетом пульсаций скоростей и удерживающих сил (сил сопротивления). К первым относятся горизонтальная сдвигающая и вертикальная подъемная составляющие силы воздействия. Удерживают скальную отдельность вертикальная и тангенциальная составляющие веса отдельности и силы, характеризующие усталостную прочность связей между отдельностями скального основания. Под действием указанных сил отдельность скалы находится в условиях внецентренного сжатия. Опытные данные показывают, что в среднем отдельности выступают в поток на 0,1 высоты блока (отдельности).

В предельном случае стабилизация размыва наступает, когда осредненная скорость струи (осевая) на дне ямы размыва u_{Δ} равна максимальной скорости струи в том же месте u_{\max} .

Приравнявая u_{Δ} и u_{\max} , можно получить зависимость для максимальной глубины воды в яме размыва.

Форма ямы размыва, если рассматривать осредненные ее параметры, оказывается зависящей от вида и свойств грунтов, которые подвергаются размыву падающей струей. Если грунт несвязный, то продольное сечение ямы размыва — трапеция с малой шириной по дну или даже треугольник (рис. 24.17), при связных и скальных грунтах форма ямы размыва трапециевидальная или близкая к прямоугольной.

В скальных грунтах заложение верхового откоса ямы размыва принимается равным 2,2—3, а низового — 1,5. Ширина ямы размыва по дну равна $(2—2,5) h_{кр}$.

РАСЧЕТ ВОДОБОЙНЫХ СООРУЖЕНИЙ**25.1. ВИДЫ ГАСИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ**

Как уже отмечалось в § 24.1, при донном режиме сопряжения и спокойном состоянии потока в отводящем русле ($h_b > h_{кр}$) и условии $h_c'' > h_b$ образуется отогнанный гидравлический прыжок. Местоположение его определяется длиной отгона прыжка между сечениями с глубиной h_c и глубиной h_c' , сопряженной с бытовой глубиной h_b .

Длина кривой подпора на участке отгона определяется в соответствии с рекомендациями, изложенными в гл. 17, и может быть достаточно большой. На этом участке поток находится в бурном состоянии, средние скорости могут быть значительными, что вызывает необходимость больших объемов работ по укреплению дна и откосов отводящего русла на рассматриваемом участке. Поэтому сокращение или исключение отгона гидравлического прыжка, т. е. обеспечение перехода потока из бурного в спокойное состояние в пределах сооружения, в большинстве случаев является предпочтительным.

Уменьшение длины отгона прыжка может быть достигнуто за счет создания искусственной, увеличенной по сравнению с обычной шероховатости на части длины отгона прыжка. Для обеспечения сопряжения с надвинутым гидравлическим прыжком необходимо создать в нижнем бьефе соответствующую глубину или погасить часть избыточной энергии потока $\Delta_2 E$ (см. § 24.1) с помощью специальных гасителей энергии, которые помимо гашения избыточной энергии могут оказывать влияние и на кинематику, и на размывающую способность потока в нижнем бьефе.

Детальное технико-экономическое сравнение вариантов позволяет выбрать наиболее рациональный. В редких случаях возможно применение схемы сопряжения с отогнанным прыжком, в большинстве случаев проектируют устройства, позволяющие осуществить сопряжение в виде надвинутого гидравлического прыжка, т. е. обеспечивающие затопление гидравлического прыжка.

К таким устройствам (гасителям энергии) относятся следующие:

1) водобойный колодец (рис. 25.1), образованный низовым уступом;

- 2) водобойная стенка (рис. 25.2);
- 3) комбинированный водобойный колодец (рис. 25.3);
- 4) специальные гасители энергии (рис. 25.4).

При донном режиме сопряжения поток обладает повышенной размывающей способностью, вследствие чего ниже

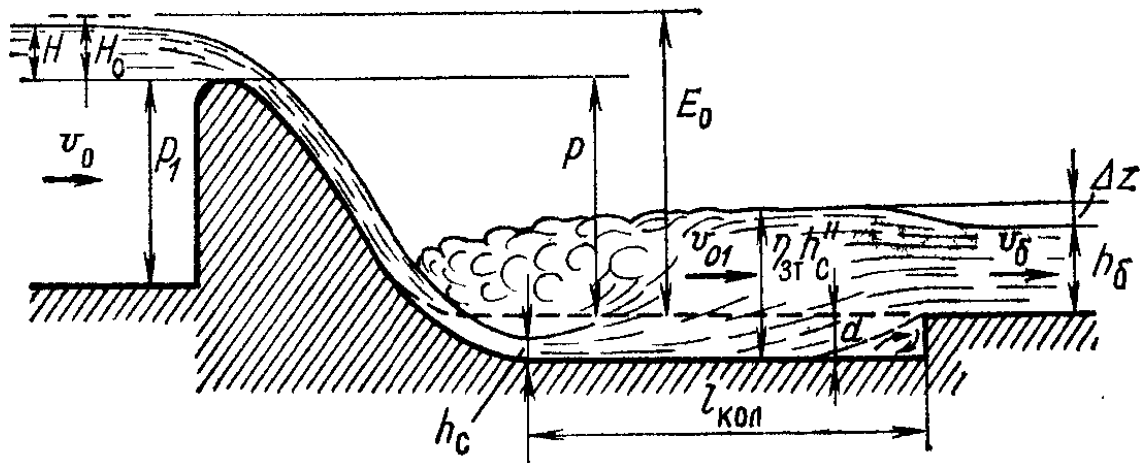


Рис. 25.4

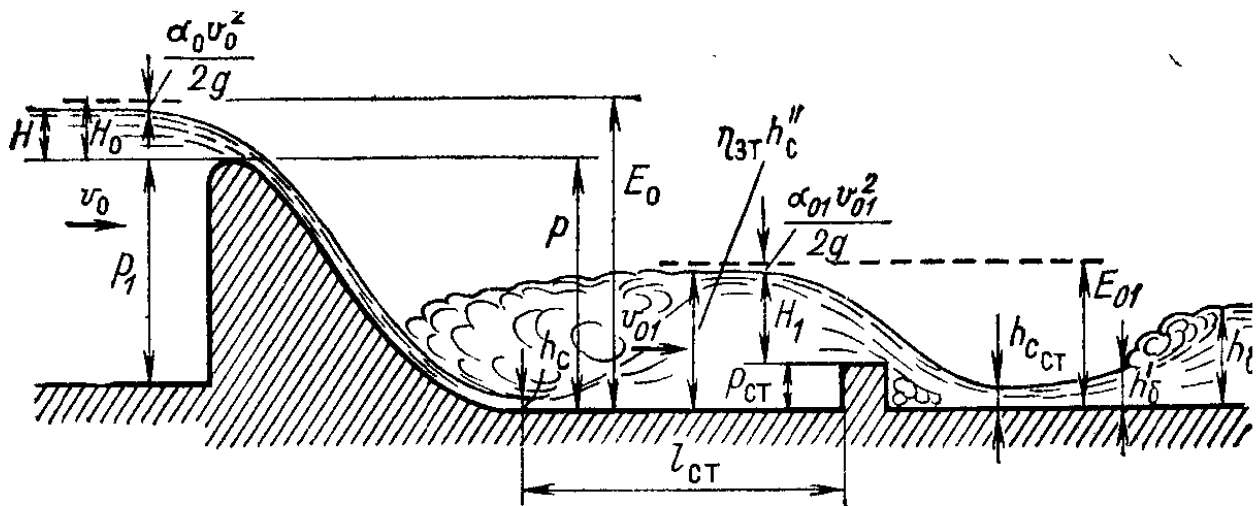


Рис. 25.2

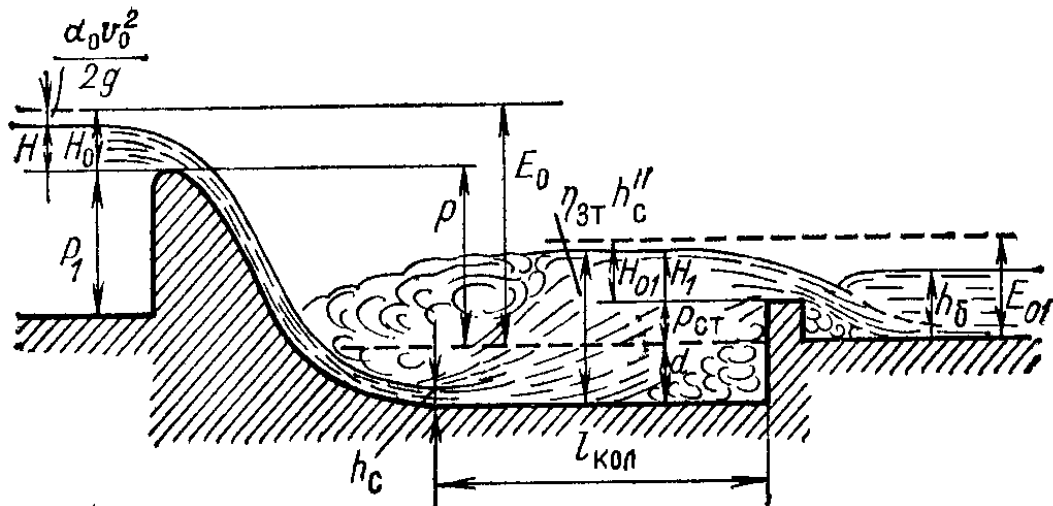


Рис. 25.3

крепления гидротехнических сооружений происходит местный размыв (см. § 25.7). Крепление в нижнем бьефе состоит из водобойной части (водобоя) и рисбермы (рис. 25.5).

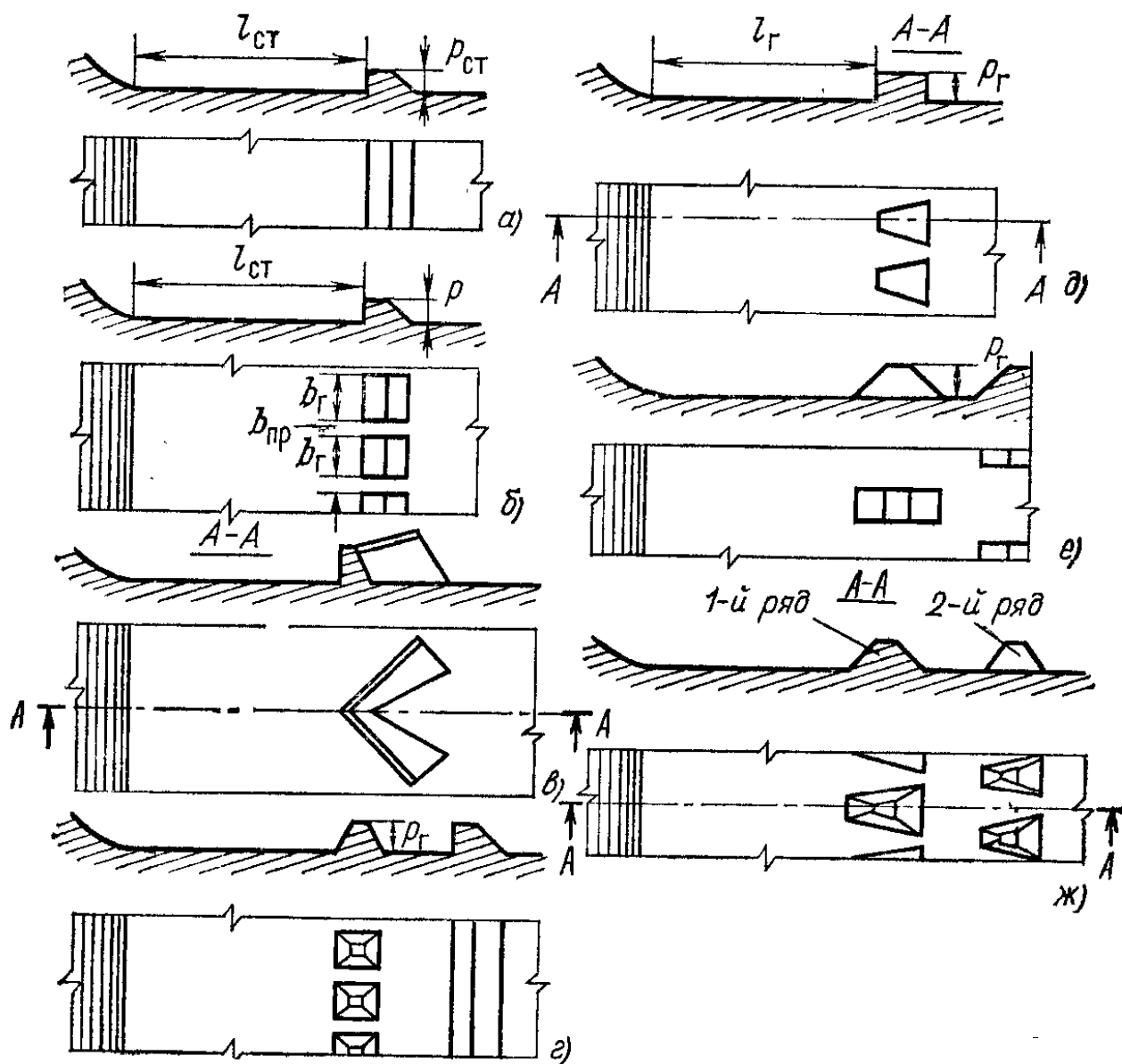


Рис. 25.4

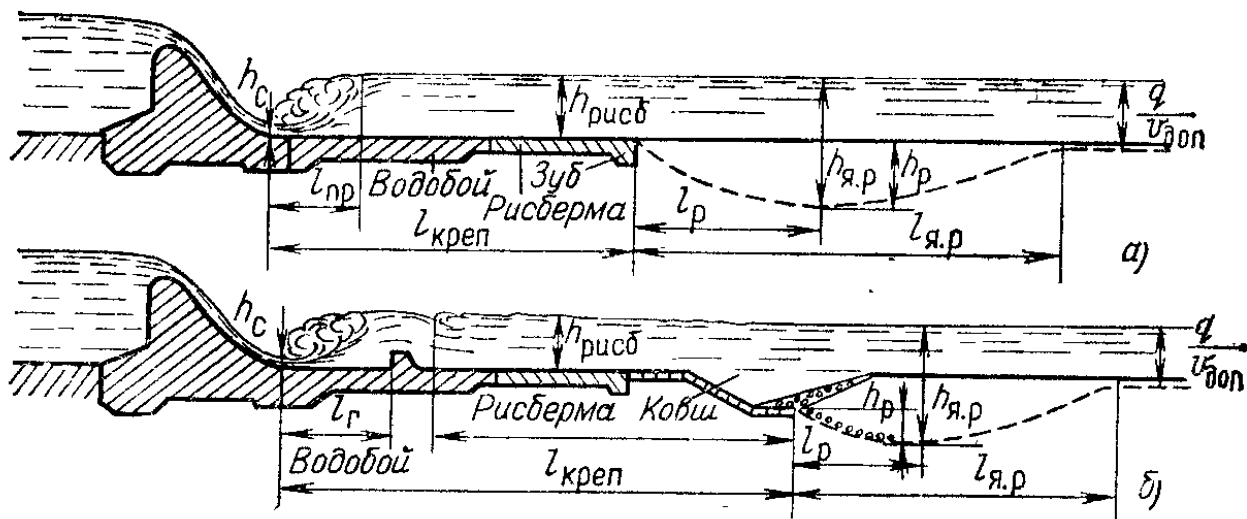


Рис. 25.5

При небольших перепадах уровней между верхним и нижним бьефом применяют рисбермы из каменной наброски или отстойки, сборных бетонных или железобетонных элементов, плит и т. п.

При необходимости в нижнем бьефе располагаются в пределах водобойной части гасителя энергии.

25.2. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВОДОБОЙНОГО КОЛОДЦА

Водобойные колодцы предназначены для создания в нижнем бьефе непосредственно за сооружением такой глубины, при которой сопряжение произойдет в форме надвинутого гидравлического прыжка. При гидравлическом расчете водобойного колодца необходимо определить глубину колодца и его длину.

Расчет глубины водобойного колодца. Если бы требовалось обеспечить с помощью водобойного колодца местоположение гидравлического прыжка в сжатом сечении (предельное положение), то глубина воды в водобойном колодце должна была быть равна второй сопряженной глубине h''_c , т. е. (см. рис. 25.1)

$$h''_c = d + h_6 + \Delta z, \quad (25.1)$$

где d — глубина водобойного колодца (искомая величина); h_6 — глубина в отводящем русле, соответствующая бытовым условиям; Δz — перепад при выходе потока из водобойного колодца в отводящее русло.

Перепад Δz образуется за счет разности скоростных напоров в отводящем русле и в водобойном колодце с учетом сопротивлений на выходе из колодца.

Для определения Δz составим уравнение Бернулли для сечений 1—1 (перед уступом) и 2—2 (в отводящем русле). Приняв плоскость сравнения на уровне дна отводящего русла, получим

$$\Delta z + \frac{\alpha_{01} v_{01}^2}{2g} = \frac{\alpha v_6^2}{2g} + \sum \zeta \frac{v_6^2}{2g}.$$

Тогда

$$\Delta z_0 = \frac{v_6^2}{2g\varphi^2} \quad (25.2)$$

или

$$\Delta z = \frac{v_6^2}{2g\varphi^2} \cdot \frac{\alpha_{01} v_{01}^2}{2g}. \quad (25.3)$$

Для плоской задачи перепад составит

$$\Delta z = \frac{q^2}{2g\varphi^2 h_6^2} - \frac{\alpha_{01} q^2}{2g (h_c'')^2}. \quad (25.4)$$

Здесь q — удельный расход; $\varphi = 1/\sqrt{\alpha + \Sigma \zeta}$ — коэффициент скорости; v_6 — средняя скорость в отводящем русле при бытовой глубине; v_{01} — средняя скорость в водобойном колодце при глубине h_c'' , равная q/h_c'' .

Если пренебречь скоростным напором, соответствующим средней скорости в водобойном колодце $\alpha_{01} v_{01}^2 / 2g$, то

$$\Delta z = \frac{q^2}{2g\varphi^2 h_6^2}. \quad (25.5)$$

Из (25.1) можно получить глубину водобойного колодца

$$d = h_c'' - (h_6 + \Delta z). \quad (25.6)$$

Для того чтобы обеспечить сопряжение в нижнем бьефе в форме надвинутого гидравлического прыжка, необходимо увеличить глубину водобойного колодца. При этом глубина воды в колодце должна быть равна $\eta_{зт} h_c''$ (где $\eta_{зт}$ — степень затопления прыжка). Увеличение глубины воды в водобойном колодце обеспечивает надежность сопряжения в виде надвинутого прыжка. Тогда

$$d = \eta_{зт} h_c'' - (h_6 + \Delta z). \quad (25.7)$$

Обычно при расчете водобойного колодца принимают $\eta_{зт} = 1,05 \div 1,1$, а коэффициент скорости $\varphi = 0,95 \div 1,0$.

Если пренебречь перепадом Δz , то глубина водобойного колодца определяется при $\eta_{зт} = 1$, т. е.

$$d = h_c'' - h_6. \quad (25.8)$$

Обычно расчет глубины водобойного колодца d ведется путем последовательного приближения. Глубины h_c и h_c'' определяются с учетом заранее не известной глубины d .

Сначала по способу, описанному в § 22.11, определяется значение функции $\Phi(\tau_c)$ по известным q , φ и E_0 , а затем находится h_c'' .

Если расчет проводится с учетом Δz , а из сопоставления h_c'' и известной h_6 устанавливается, что гидравлический прыжок отогнан, то в первом приближении принимается

$$d_1 = \eta_{зт} h_c'' - (h_6 + \Delta z).$$

Индекс 1 указывает на первое приближение.

При этом дно нижнего бьефа понизится и удельная энергия потока в верхнем бьефе, найденная по отношению к дну нижнего бьефа, изменится:

$$E_{01} = E_0 + d_1.$$

Соответственно изменятся $\Phi(\tau_c)$, h_c и вторая сопряженная глубина, которая будет равна h''_{c1} .

Вновь определяем глубину водобойного колодца

$$d_2 = \eta_{зт} h''_{c1} - (h_6 + \Delta z).$$

Если глубина водобойного колодца d_2 сравнивается с глубиной d_1 , то расчет глубины водобойного колодца окончен. В противном случае расчет продолжается до получения

$$d_{i+1} \approx d_i,$$

где i — номер приближения.

Длина водобойного колодца. Важно отметить, что только правильно запроектированный водобойный колодец обеспечивает сопряжение за колодцем, удовлетворительное с точки зрения гидравлических условий работы отводящего русла.

Длина водобойного колодца должна быть достаточной для надежного размещения в его пределах гидравлического прыжка. В данном случае гидравлический прыжок с низовой стороны подпирается уступом на выходе из водобойного колодца (подпертый гидравлический прыжок). Длина подпертого гидравлического прыжка $l_{п.пр}$ меньше, чем длина совершенного прыжка $l_{пр}$. Это уменьшение, оцениваемое отношением $l_{п.пр}/l_{пр}$, по данным опытов различных исследователей изменяется примерно от 0,7 до 0,8, т. е. длина сравниваемых совершенного и подпертого гидравлических прыжков отличается приблизительно в 1,4—1,25 раза. Это обстоятельство учитывается при назначении длины водобойного колодца

$$l_{кол} = l_{пад} + 3h''_c. \quad (25.9)$$

При $l_{пад} = 0$ (за водосливом практического профиля криволинейного очертания, см. рис. 25.1) длина водобойного колодца

$$l_{кол} = 3h''_c. \quad (25.9a)$$

Ошибка в назначении длины водобойного колодца [уменьшение его длины по сравнению с определяемой по (25.9)] может привести к отлету струи с последующим по-

верхностным режимом сопряжения, с образованием мощного донного вальца и со значительными придонными скоростями при последующем опускании струи к дну. Такое сопряжение представляет большую опасность для крепления дна. При определении $l_{\text{пад}}$ по (25.9) считаем, что сжатое сечение располагается там, где частица, находящаяся в центре переливающейся струи, достигнет дна сразу за водосливом. Тогда

$$l_{\text{пад}} = l_0 + l_1,$$

где l_0 — расстояние от напорной грани водослива до сечения $1-1$, которое принимается за начальное при изучении падения струи; l_1 — расстояние от начального сечения до сжатого.

Для водослива практического профиля криволинейного очертания сжатое сечение расположено непосредственно за водосливом.

Дальность падения струи $l_{\text{пад}}$ определяется по расстоянию траектории частицы жидкости, переливающейся через водослив, например водослив с тонкой стенкой (рис. 25.6).

За время t частица, находящаяся в центре тяжести сечения $1-1$, пройдет расстояние:

$$\left. \begin{array}{l} \text{по горизонтали} \\ x = v_1 t; \\ \text{по вертикали} \\ z = gt^2/2. \end{array} \right\} \quad (25.10)$$

Здесь условно принято, что в центре тяжести сечения $1-1$ скорость ориентирована горизонтально и равна средней скорости в сечении. Отсюда

$$z = gx^2/2v_1^2 \quad (25.11)$$

или

$$x = v_1 \sqrt{2z/g}. \quad (25.12)$$

Для водослива с прямоугольным поперечным сечением (именно такие сечения условились рассматривать в ниж-

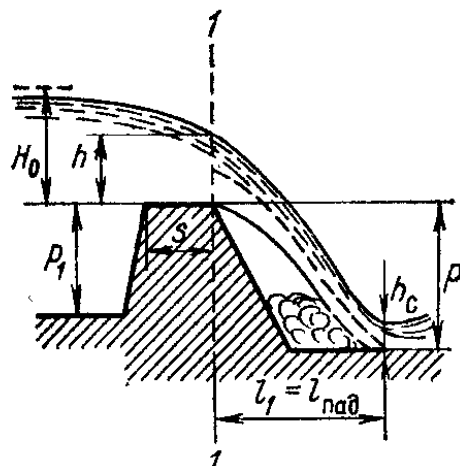


Рис. 25.6

нем бьефе) средняя скорость связана с удельным расходом таким образом: $v = q/h$, следовательно,

$$x = \frac{q}{h} \sqrt{\frac{2z}{g}}.$$

Здесь h — вертикальный размер струи в сечении $1-1$.

Учитывая, что для водосливов

$$q = m \sqrt{2g} H_0^{3/2},$$

имеем

$$x = \frac{2m H_0^{3/2}}{h} \sqrt{z}. \quad (25.13)$$

Расстояние от начального сечения до сжатого определяется при $z = z_{max} = p + \eta + h/2$ (где z_{max} — максимальная высота падения частицы, находившейся в центре сечения $1-1$, т. е. в «средней» струйке жидкости).

Тогда

$$l_1 = \frac{2m H_0^{3/2}}{h} \sqrt{p + \eta + \frac{h}{2}}, \quad (25.14)$$

где η — наибольшая высота подъема нижней поверхности струи над гребнем водослива (сечение $1-1$ принято именно в створе наибольшего подъема — для водослива с тонкой стенкой).

Так как значения l_0 , m , h , η для каждого водослива могут быть конкретизированы, то приведем необходимые значения параметров и формулы для l_1 .

Водослив с тонкой стенкой: $l_0 = 0,3 H_0$; $m \approx 0,42$; $h = 0,668 H_0$; $\eta = 0,112 H_0$. При этом принято $H \approx H_0$ (коэффициенты в выражениях h и η получены применительно к H , а не к H_0).

Тогда

$$l_{пад} = 0,3 H_0 + 1,25 \sqrt{H_0 (p + 0,45 H_0)}. \quad (25.15)$$

Согласно М. Д. Чертоусову расчет по (25.15) дает уменьшенные по сравнению с опытными значения, поэтому в (25.15) вводится поправочный коэффициент, равный 1,1, и тогда формула принимает вид

$$l_{пад} = 0,33 H_0 + 1,38 \sqrt{H_0 (p + 0,45 H_0)}.$$

Водослив практического профиля прямой молинейной очертания (прямоугольные и трапе-

цеидальные с горизонтальным гребнем). При $0,67 < s/H_0 < < 2$ начальное сечение располагают в конце гребня водослива (рис. 25.7), и подъема струи в этом случае нет; $\eta = 0$; $h = = 0,6H_0$; $m \approx 0,4$. Тогда $z_{max} = p + 0,3H_0$.

Формулу (25.14) запишем в виде

$$l_{пад} = 1,33 \sqrt{H_0(p + 0,3H_0)}.$$

Водослив с широким порогом (неподтопленный). Начальное сечение назначается в конце порога водослива (рис. 25.8); $l_0 = 0$; $\eta = 0$; $m = = 0,32 \div 0,35$. Глубина в сечении 1—1 $h \approx 0,47 H_0$.

Тогда

$$l_1 = 4m \sqrt{H_0(p + 0,24H_0)}.$$

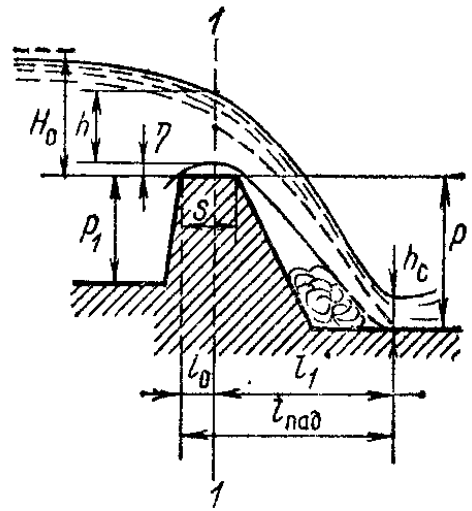


Рис. 25.7

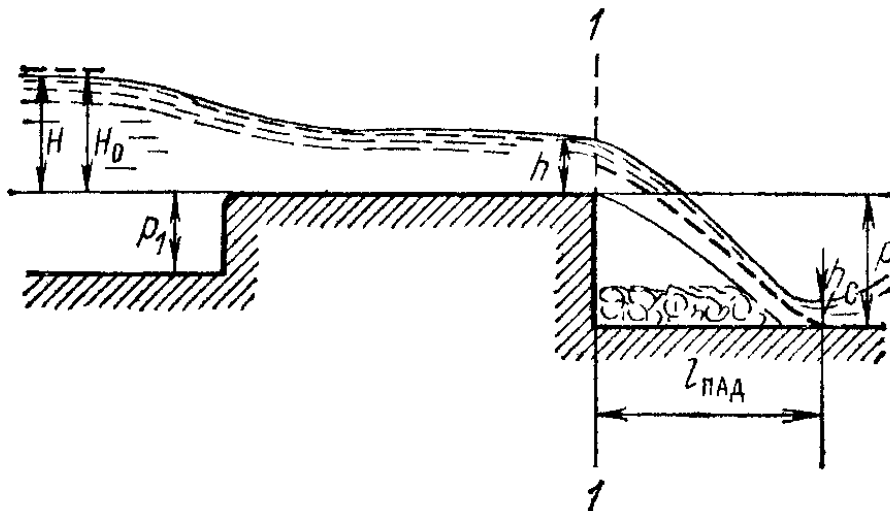


Рис. 25.8

Подставляя конкретные значения коэффициентов расхода, можно найти дальность падения струи. При $m = = 0,385$ формула Чертоусова имеет вид

$$l_1 = 1,64 \sqrt{H_0(p + 0,24H_0)}. \quad (25.16)$$

Таким образом, получили формулы глубины водобойного колодца и его длины.

Понятно, что при расчете $l_{пад}$ для водобойного колодца глубиной d в формулах вместо p должна подставляться сумма $p + d$.

В ответственных случаях водобойные колодцы исследуются в лабораториях на моделях и в результате исследований уточняются размеры водобойных колодцев.

25.3. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВОДОБОЙНОЙ СТЕНКИ

Водобойная стенка (см. рис. 25.2), так же как и водобойный колодец, предназначена для создания такой глубины за водосливом в нижнем бьефе, которая обеспечит сопряжение в виде надвинутого гидравлического прыжка. При устройстве водобойной стенки отметка дна на водобое сохраняется без изменения.

При гидравлическом расчете водобойной стенки определяются высота водобойной стенки $p_{ст}$ и расстояние от сооружения (или от сжатого сечения в нижнем бьефе) до водобойной стенки $l_{ст}$.

Обычно применяют прямоугольные или трапецеидальные водобойные стенки с горизонтальным гребнем шириной s . Водобойные стенки работают как водосливы. В зависимости от относительной ширины гребня s/H водобойная стенка может представлять собой водослив с тонкой стенкой или водослив практического профиля прямолинейного очертания.

Высота водобойной стенки определяется исходя из условия получения перед водобойной стенкой такой глубины, чтобы образовался надвинутый гидравлический прыжок

$$\eta_{вт} h_c'' = p_{ст} + H_1.$$

Отсюда искомая высота водобойной стенки

$$p_{ст} = \eta_{вт} h_c'' - H_1, \quad (25.17)$$

где H_1 — напор над гребнем водобойной стенки.

При расчете водобойной стенки удельная энергия E_0 и сопряженные глубины h_c и h_c'' не изменяются, поскольку неизменной остается отметка водобоя.

Расчет ведется в следующей последовательности. Сначала определяются h_c и вторая сопряженная глубина h_c'' по $\Phi(\tau_c)$, т. е. по известным q , φ и E_0 . Если $h_c'' > h_b$, то гидравлический прыжок будет отогнан.

Находится напор над гребнем водобойной стенки. В первом приближении предполагается, что она является непод-

топленной, т. е. из формулы расхода через водослив сначала находится напор с учетом скорости подхода

$$H_{01} = \left(\frac{q}{m \sqrt{2g}} \right)^{2/3},$$

а затем определяются средняя скорость на подходе к водобойной стенке

$$v_{01} = \frac{q}{\eta_{зт} h_c''}$$

и напор

$$H_1 = H_{01} - \frac{\alpha_1 v_{01}^2}{2g}.$$

Значение коэффициента расхода m зависит от профиля водобойной стенки и ее относительных размеров и обычно для прямоугольных и трапециевидальных водобойных стенок принимается равным 0,40—0,42.

Затем определяется высота водобойной стенки и уточняется, действительно ли водобойная стенка будет неподтопленной.

Если $p_{ст} > h_б$, то стенка не подтоплена, если $h_б > p_{ст}$, т. е. $\Delta = h_б - p_{ст} > 0$, и ниже стенки — надвинутый гидравлический прыжок, то водобойная стенка работает как подтопленный водослив и необходимо расчет напора над гребнем водобойной стенки повторить с учетом коэффициента подтопления $\sigma_{п}$, который, как известно, зависит от Δ/H_{01} . По найденным Δ и H_{01} определяем $\sigma_{п}$ и находим

$$H_{01}^I = \left(\frac{q}{\sigma_{п} m \sqrt{2g}} \right)^{2/3};$$

$$H_1^I = H_{01}^I - \frac{\alpha_1 v_{01}^2}{2g}.$$

Далее находим

$$p_{ст}^I = \eta_{зт} h_c'' - H_1^I.$$

Далее необходимо повторить уточнение напора, коэффициента подтопления и высоты водобойной стенки. Находим $\Delta = h_б - p_{ст}^I$ и Δ/H_{01}^I .

По значению Δ/H_{01}^I определяем $\sigma_{п}^I$, затем находим H_{01}^{II} , теперь уже с учетом значения $\sigma_{п}^I$, и, наконец, $p_{ст}^{II} = \eta_{зт} h_c'' - H_{01}^{II}$ и вновь находим $\sigma_{п}^{II}$. Если $\sigma_{п}^{II} \approx \sigma_{п}^I$, то расчет окончен.

В противном случае принимаем значение коэффициента подтопления, равное получившемуся $\sigma_{\text{п}}^{\text{II}}$, и продолжаем расчет.

Если водобойная стенка — неподтопленный водослив, то необходимо проверить условия сопряжения теперь уже за стенкой. Иногда за водобойной стенкой гидравлический прыжок будет отогнан, т. е. $h''_{\text{с.ст}} > h_{\text{б}}$, где $h''_{\text{с.ст}}$ — глубина, сопряженная со сжатой глубиной, образующейся ниже водобойной стенки $h_{\text{с.ст}}$. Такой случай показан на рис. 25.2. Тогда предусматривают вторую водобойную стенку с высотой, которая рассчитывается аналогично. При расчете $\Phi(\tau_{\text{с}})$ в этом случае $E_{01} = p_{\text{ст}} + H_{01}$, а φ — коэффициент скорости уже для водобойной стенки. Если за второй стенкой вновь получится отогнанный гидравлический прыжок, то может понадобиться и третья водобойная стенка.

Расстояние от сжатого сечения до верховой грани водобойной стенки принимается, как и в случае водобойного колодца, $l_{\text{ст}} = 3h''_{\text{с}}$.

25.4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОМБИНИРОВАННОГО ВОДОБОЙНОГО КОЛОДЦА

Комбинированный водобойный колодец, так же как и водобойный колодец, и водобойная стенка, создается для того, чтобы получить в нижнем бьефе за сооружением такую глубину, при которой сопряжение происходило бы с надвинутым гидравлическим прыжком (см. рис. 25.3).

Комбинированный водобойный колодец проектируют, когда глубина водобойного колодца слишком велика, а водобойная стенка получается слишком высокой и имеется вероятность появления за высокой водобойной стенкой отогнанного гидравлического прыжка, что ведет к необходимости возводить еще одну или несколько водобойных стенок.

Комбинированный водобойный колодец представляет собой водобойный колодец с глубиной d и установленную на выходе водобойную стенку высотой $p_{\text{ст}}$.

При напоре над гребнем водобойной стенки H_1 глубина воды в комбинированном водобойном колодце составляет

$$\eta_{\text{вт}} h''_{\text{с}} = d + p_{\text{ст}} + H_1. \quad (25.18)$$

Так как неизвестны глубина колодца d и высота стенки $p_{\text{ст}}$, то, задаваясь значением одной из них, находим другую неизвестную величину.

При расчете комбинированного водобойного колодца пользуются теми же положениями, что и при расчете водобойного колодца и водобойной стенки.

Часто при проектировании водобойной стенки сначала исходят из такой высоты, чтобы за нею образовывался гидравлический прыжок в сжатом сечении (предельный случай), и в этом случае водобойная стенка будет работать как неподтопленный водослив.

Следовательно, глубина в сжатом сечении за стенкой будет первой глубиной h'_6 , сопряженной с бытовой глубиной. При определении h'_6 следует сначала по параметру $\Pi_{к.б}$ установить вид прыжка за водобойной стенкой. Если $\Pi_{к.б} < 0,375$, то гидравлический прыжок — совершенный и

$$h'_6 = \frac{h_6}{2} [\sqrt{1 + 8\Pi_{к.б}} - 1].$$

Удельная энергия потока перед водобойной стенкой по отношению к дну нижнего бьефа за стенкой

$$E_{01} = h'_6 + \frac{\alpha_6 v_6^2}{2g\varphi_6^2},$$

где h'_6 и v_6 — глубина и средняя скорость в сжатом сечении за стенкой.

Далее напор над водобойной стенкой с учетом скорости подхода

$$H_{01} = \left(\frac{q}{m\sqrt{2g}} \right)^{2/3}. \quad (25.19)$$

Высота стенки из условия сопряжения в виде гидравлического прыжка, образующегося в сжатом сечении за водобойной стенкой,

$$\rho_{ст} = E_{01} - H_{01}. \quad (25.20)$$

Для создания сопряжения за стенкой с надвинутым прыжком необходимо принять

$$\rho_{ст} < E_{01} - H_{01}.$$

Затем следует проверить, не будет ли подтопленным течение через водобойную стенку. Если водобойная стенка окажется подтопленной, то надо учесть подтопление при вычислении напора над водобойной стенкой.

Затем из (25.18) после ряда приближений находим глубину водобойного колодца. Далее вычисляем длину $l_{кол}$.

При этом, так же как и для водобойного колодца, при расчете $l_{\text{кол}}$ необходимо учитывать как высоту p , так и глубину колодца d .

25.5. РАСЧЕТНЫЙ РАСХОД

Водопропускные сооружения обычно работают при расходах, изменяющихся в различных диапазонах. При изменении расхода изменяются удельная энергия потока E_0 , глубины h_c и h_c'' , глубина в нижнем бьефе h_b соответственно кривой связи Q с h_b , средняя скорость и $\Pi_{\text{к.б}}$ в отводящем русле, напор при пропуске расхода через водосливы или из-под затворов, коэффициенты расхода и сжатия.

Таким образом, условия сопряжения бьефов существенно зависят от изменения расходов. Однако условия сопряжения бьефов не всегда будут наилучшими при максимальном расходе.

Для определения расчетного расхода задаются несколькими значениями Q , в каждом случае находят h_c'' и h_b . За расчетный расход по И. И. Агроскину принимается расход, при котором разность $h_c'' - h_b$ будет максимальной. Можно считать, что максимальная глубина водобойного колодца получится при максимальном значении разности $h_c'' - h_b$.

Бытовая глубина h_b должна определяться для суммарного расхода, поступающего в нижний бьеф через рассчитываемое сооружение и все соседние сооружения в данном створе (водосливы, плотины с затворами, водовыпуски и т. д.)

В ответственных случаях необходимы расчет на расходы, составляющие 20, 40, 60, 80, 100 % максимального, и на расчетный расход, если он не равен одному из указанных расходов.

25.6. ПРИМЕНЕНИЕ ГАСИТЕЛЕЙ ПРИ ДОННОМ РЕЖИМЕ СОПРЯЖЕНИЯ

Гашение основной части избыточной кинетической энергии (в гидравлическом прыжке) происходит в пределах водобоя. Динамическое воздействие потока на дно водобоя довольно велико, и поэтому толщина плиты водобоя назначается весьма большой. На водобое также может происходить некоторое перераспределение скоростей и удельных расходов, особенно если на водобое установлены специальные гасители-растекатели.

В пределах рисбермы (см. рис. 25.5), располагающейся непосредственно за водобоем ниже по течению, происходит дополнительное гашение избыточной энергии, перераспределение скоростей по вертикали и по ширине. К концу рисбермы поток должен приходить с достаточно равномерным распределением удельных расходов по ширине и с характеристиками осредненных местных скоростей и пульсационными кинематическими характеристиками, близкими к таковым в бытовых условиях.

Из многочисленных типов гасителей энергии в нижнем бьефе гидротехнических сооружений (см. рис. 25.4) наиболее часто применяются следующие:

1) рассмотренная ранее сплошная водобойная стенка, устанавливаемая от сжатого сечения на расстоянии $l_{ст} = 3h_c''$ (рис. 25.4, а);

2) водобойная стенка с прорезями (прорезная водобойная стенка), устанавливаемая на том же расстоянии от сжатого сечения $l_{ст} = 3h_c''$ (рис. 25.4, б);

3) гаситель-растекатель, предложенный Д. И. Куминым, устанавливаемый на расстоянии $l_r = 1,3h_{кр}$ от сжатого сечения (рис. 25.4, в);

4) гаситель в виде сочетания трапецеидальных пирсов и нижерасположенной водобойной стенки (рис. 25.4, г);

5) шашечные гасители и гасители-пирсы (рис. 25.4, д — ж) (шашка-гаситель, высота которого меньше его ширины или длины; пирс-гаситель с высотой, большей ширины или длины).

Высоту и ширину гасителя, расстояние первого ряда гасителей и последующих рядов (если они имеются) от сжатого сечения, взаимное расположение гасителей (расстояние между гасителями поперек потока и вдоль него), углы наклона верховой, низовой и боковых граней гасителей принимают на основании экспериментальных исследований конкретных гасителей применительно к рассматриваемым случаям или по аналогам.

Гасители подпирают поток на водобое, вследствие чего затопление прыжка происходит при меньших глубинах, чем в отсутствие гасителей. Это уменьшение глубины может достигать до 25 %. В связи с этим поверхность водобоя может быть заглублена меньше, чем при отсутствии гасителей.

Для оценки эффективности гасителей применяется несколько критериев. Чаще используется критерий размывающей способности потока за гасителями, и лучшими считаются гасители, дающие меньшие размеры ямы размыва.

Используется также критерий уменьшения второй сопряженной глубины при наличии гасителя $h_{с.г}''$ по сравнению с h_c'' при отсутствии гасителя.

Гасители оказывают существенное влияние на потери энергии. Благодаря гасителям в потоке создаются дополнительные водоворотные области и поверхности (зоны) раздела с большими градиентами скоростей и интенсивным турбулентным перемешиванием. Увеличение касательных напряжений приводит к более интенсивной диссипации энергии. Особенно заметен указанный эффект при установке прорезных гасителей, шашек, пирсов и т. п., так как поток расщепляется на большое количество отдельных струй, взаимодействующих друг с другом и с окружающей их частью движущейся жидкости.

Прорезные гасители (особенно шашки) способствуют трансформации низкочастотных крупномасштабных пульсаций за гасителями в менее опасные для крепления высокочастотные мелкомасштабные пульсации.

Гасители также перераспределяют скорости по вертикали, отклоняя значительную часть транзитной струи вверх, к свободной поверхности. В результате донные скорости за гасителем уменьшаются.

Приведенные выше виды воздействия гасителей на поток по Д. И. Кумину определяются как реактивное, диссипирующее и распределительное.

Гасители-расщепители способствуют расщеплению, разделению потока на отдельные струи.

Гасители-растекатели устанавливаются чаще в начале водобоя под определенными углами в плане к направлению течения, которые, как правило, не превышают 15° . Соответствующим размещением растекателей можно уменьшить неравномерность распределения удельных расходов по ширине, улучшить условия растекания, т. е. не допускать сбойного течения и образования водоворотных областей с вертикальной осью.

Гасители энергии подвержены силовому воздействию набегающего на них потока, которое в общем случае представлено шестью составляющими: силами X , Y , Z и моментами относительно соответствующих осей M_x , M_y , M_z . При расчете напряженного состояния гасителя необходимо учитывать все действующие составляющие.

При определенных условиях обтекания одна из поперечных составляющих сил (Y или Z) может быть равна нулю. При гидравлическом расчете интерес представляет горизон-

тальная сила лобового сопротивления X , численно равная горизонтальной проекции реакции гасителя R_x . Сила X , как известно, равна

$$X = C_x \rho s v_r^2 / 2, \quad (25.21)$$

где C_x — коэффициент лобового сопротивления гасителя; ρ — плотность жидкости; s — площадь проекции гасителя на плоскость, перпендикулярную оси X , т. е. это ω_x (см. § 20.2); v_r — скорость потока, набегающего на гаситель.

Точнее скорость v_r должна определяться по эпюре скорости на подходе к гасителю на ее участке от дна до верха гасителя. Иногда за скорость v_r принимают скорость над гасителем. Определение v_r для различных условий и различных гасителей сложно и трудоемко. Часто за характерную скорость набегающего потока принимают среднюю скорость в сжатом сечении $v_c = q/h_c$, поскольку она имеет определенный физический смысл и может быть легко вычислена.

Как показывают результаты опытов, проведенных различными исследователями, коэффициент C_x гасителей зависит в общем случае от чисел Рейнольдса и Фруда, степени затопления гидравлического прыжка $\eta_{зт} = h_6/h_c''$, относительного расстояния от сжатого сечения до гасителя l_r/h_c , относительной глубины воды над гасителем, относительных геометрических размеров гасителей (см. рис. 25.4): относительной высоты гасителя p_r/h_c , относительной ширины гасителя b_r/p_r , относительной ширины зуба прорезной стенки $b_r/b_{пр}$ — так называемого коэффициента разрезки, $b_{пр}$ — ширина прорези, относительных расстояний между шашками и пирсами поперек потока и вдоль него между рядами; от углов наклона передней, задней и боковых граней и от некоторых других факторов.

Для гасителей, имеющих острые кромки, коэффициент C_x не зависит от числа $Re = v_c p_r / \nu$ при $Re > 10^4$ (наблюдается автомодельность C_x от Re).

Полученные экспериментальные результаты показывают, что коэффициенты C_x гасителей увеличиваются с приближением гасителя в пределах гидравлического прыжка к сжатому сечению (т. е. с уменьшением l_r/h_c) и с увеличением относительной высоты гасителя p_r/h_c .

Горизонтальная составляющая сила, действующая на гасители во втором ряду, характеризуется меньшими C_x при обычно принимаемых между рядами гасителей расстояниях.

С точки зрения реактивного воздействия гасителей на поток применение третьего и последующих рядов, например шашек и пирсов, является чаще всего нецелесообразным.

Приближение гасителей к сжатому сечению обычно ограничено, так как при близком расположении гасителя происходит фонтанирование воды, что нежелательно по эксплуатационным соображениям. Часто принимают $l_{min} \approx \approx (1,2 \div 1,5) h_c''$. Такое расстояние до среднего сечения характерно для близко расположенных гасителей.

После выбора типа гасителя и его геометрических размеров, определяют силу X и тем самым R_x , а далее можно воспользоваться уравнением гидравлического прыжка (21.5) для определения $h_{c.g}''$.

Если необходимо запроектировать сопряжение в потоке с гасителями при второй сопряженной глубине $h_{c.g}''$ (которая не равна h_c'' без гасителей), то по уравнению (21.5) находим требуемые реакции R_x . Затем подбираем гасители с такими C_x и s , которые при заданных v_c и ρ обеспечили бы получение необходимого значения реакции R_x .

Все описанное относится к обычным гасителям, работающим в условиях отсутствия кавитации, т. е. при скоростях набегающего потока не более 12—14 м/с. При возникновении кавитации на поверхности обычных гасителей давление резко понижается, характеристики силового воздействия потока на гаситель изменяются по сравнению с бескавитационным обтеканием.

Кавитация подразделяется на стадии, характеризующиеся различными значениями отношения $\beta = K/K_{кр}$, где $K_{кр}$ — критический параметр кавитации, т. е. соответствующий началу появления кавитации, а K — параметр кавитации в данных условиях для рассчитываемого сооружения:

$$K = \frac{\rho_{хар} - \rho_{кр}}{\rho v_{хар}^2 / 2} = \frac{H_{хар} - H_{кр}}{v_{хар}^2 / 2}. \quad (25.22)$$

Для гасителей первого ряда за характерную скорость $v_{хар}$ принимают среднюю скорость в сжатом сечении v_c , а за характерное давление $\rho_{хар}$ — давление, действующее на вершине гасителя, $\rho_{хар} = \rho_{ат} + \rho g h$, где для гасителей первого ряда [близко расположенные гасители (при $l_{г} = = 0,25 l_{пр}$)] глубина $h = (0,75 \div 0,85) (h_6 - p_{г})$.

Если гасители установлены в конце гидравлического прыжка, то $h = h_6 - p_{г}$.

За $p_{кр}$ обычно принимается давление насыщенных паров воды $p_{н.п}$ при данной температуре. Соответственно $H_{кр} = p_{кр}/\rho g$ или $H_{кр} = p_{н.п}/\rho g$.

При $K > K_{кр}$ кавитация отсутствует. Для различных гасителей в нижнем бьефе значения $K_{кр}$ изменяются приблизительно от 1 до 2,1—2,4.

Кавитация проходит следующие стадии: начальную, развившуюся и суперкавитацию. Для плохо обтекаемых тел при начальной стадии кавитации $\beta = 1 \div (0,7 \div 0,8)$; при развившейся $\beta = (0,7 \div 0,8) \div (0,2 \div 0,1)$; при суперкавитации $\beta \leq 0,2 \div 0,1$.

25.7. МЕСТНЫЙ РАЗМЫВ В НИЖНЕМ БЬЕФЕ ПРИ ДОННОМ РЕЖИМЕ СОПРЯЖЕНИЯ

Как уже отмечалось, за рисбермами гидротехнических сооружений при размываемых грунтах оснований происходит местный размыв, создается яма размыва, постепенно увеличиваются ее глубина и продольные размеры. Поскольку рассматриваем плоскую задачу, сброс расходов по фронту нижнего бьефа можно считать равномерным и, следовательно, размеры ямы размыва по всей ширине отводящего русла могут быть приняты одинаковыми.

Как правило, при донном режиме сопряжения рисбермы заканчиваются зубом (см. рис. 25.5, а) или ковшом (рис. 25.5, б).

После стабилизации процесса размыва глубина воды в яме определяется по формуле

$$h_{я.р} = K_1 \frac{q}{v_{доп}}. \quad (25.23)$$

Удельный расход в прямоугольном отводящем русле в нижнем бьефе определяется как

$$q = \frac{Q}{nb + (n-1)b_б}, \quad (25.24)$$

где b — ширина отверстия (водосливного); $b_б$ — ширина быка; n — количество отверстий.

Допускаемые (неразмывающие) скорости $v_{доп}$ определяются в соответствии с указаниями, приведенными в гл. 16.

Коэффициент K_1 учитывает увеличение размывающей способности потока вследствие увеличения интенсивности турбулентности в нижнем бьефе.

Глубину воды в воронке размыва в нижнем бьефе при донном режиме сопряжения можно определять по формуле К. И. Россинского

$$h_{я.р} = k_p^{1,2} \sqrt{q/v_{доп}}, \quad (25.25)$$

где k_p изменяется в зависимости от конструкции концевой части рисбермы; при наличии ковша $k_p = 1,05$, при вертикальной стенке за короткой рисбермой $k_p = 1,7$; $v_{доп}$ — допускаемая неразмывающая скорость при глубине потока, равной 1 м.

Если грунт неоднородный, т. е. $d_{95}/d_5 > 5$, то при размыве происходит отмостка дна более крупными частицами. Вследствие этого покрывающий поверхность дна (ямы размыва) слой из более крупных частиц предохраняет грунт от дальнейшего размыва.

При расчетах сопряжения следует учитывать возможное изменение гидравлических условий в нижнем бьефе при выходе потока за пределы сооружения в отводящее русло. При этом в более широком, чем сооружение, отводящем русле изменяется удельный расход; вследствие возможных размывов могут измениться глубины и т. п.

В нижние бьефы водохранилищ поступает осветленный поток, обладающий поэтому увеличенной способностью к размыву грунтов. При размыве поток насыщается наносами, его мутность увеличивается. При соответствующих условиях мутность потока может достигнуть значений, равных транспортирующей способности. Помимо местного размыва происходит и общий размыв русла в нижнем бьефе водохранилища, понижаются отметки дна и воды в отводящем русле. При расчете необходимо учитывать и общий размыв. Подробно эти вопросы рассматриваются в курсе гидротехнических сооружений.

Глава 26

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СОПРЯГАЮЩИХ СООРУЖЕНИЙ

Выбор сопрягающего сооружения производится на основе технико-экономического сравнения вариантов с учетом особенностей сооружений и трассы (в том числе геологических и топографических условий, гидравлических осо-

бенностей работы сооружения и отводящего русла, условий сопряжения в нижнем бьефе сооружения, эксплуатационных требований и т. д.). Эти вопросы детально изучаются в курсе гидротехнических сооружений.

К сопрягающим сооружениям относятся одно- и многоступенчатые перепады, быстротоки и консольные перепады, которые обеспечивают сопряжение участков каналов или водопропускного тракта в местах с резким изменением отметок поверхности земли. Эти сооружения используются также как открытые береговые водопропускные сооружения при пропуске расходов воды в обход плотин.

26.1. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ОДНОСТУПЕНЧАТОГО И МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЕРЕПАДОВ

Одноступенчатый перепад состоит из стенки падения и входной и выходной частей (рис. 26.1). Стенка падения может быть вертикальной, наклонной или криволинейной.

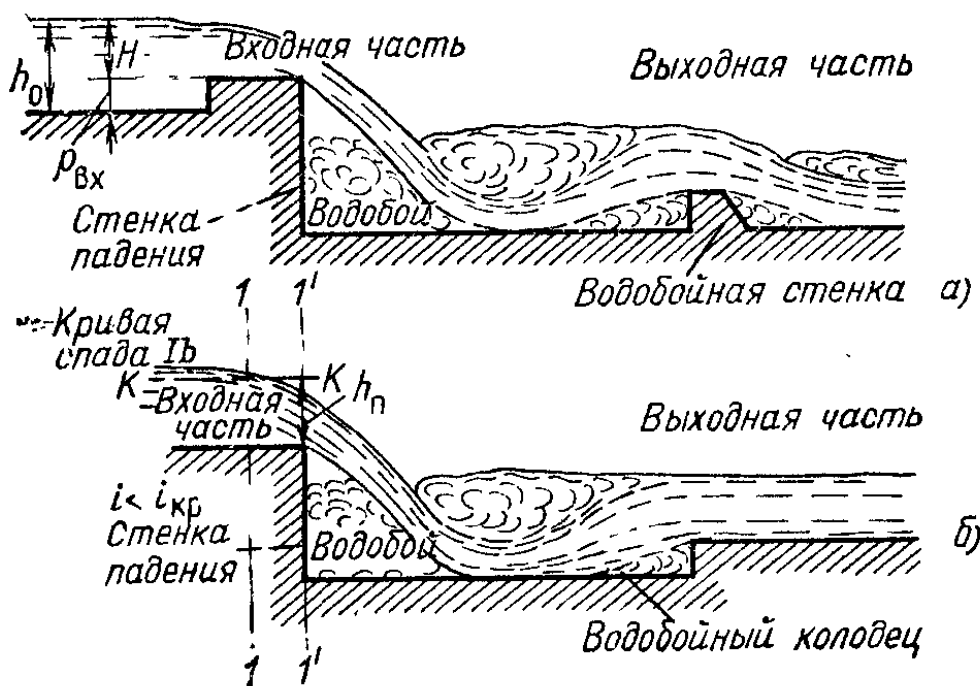


Рис. 26.1

Входная часть перепадов может выполняться в виде водослива с широким порогом [высота порога со стороны подводящего русла $p_{вх} > 0$ (рис. 26.1, а) или $p_{вх} = 0$ (рис. 26.1, б)], водослива практического профиля прямолинейного или криволинейного очертания. Поперечное сечение водослива может быть как равно поперечному сечению подводящего русла, так и меньше него. В последнем случае будет боковое сжатие.

Ширина входной части, работающей как водослив, определяется из формулы расхода водослива

$$b = \frac{Q}{\sigma_{\Pi} m \sqrt{2g} H_0^{3/2}}.$$

Если входная часть перепада работает как неподтопленный водослив, то $\sigma_{\Pi} = 1$, если входная часть подтоплена, то $\sigma_{\Pi} < 1$ и определяется в соответствии с рекомендациями по учету подтопления водосливов (гл. 22). Вопрос о подтоплении входной части решается после определения глубины воды на водобое и сравнения ее с высотой стенки падения со стороны нижнего бьефа перепада.

Высота порога на входе

$$p_{\text{вх}} = h_0 - H,$$

где h_0 — нормальная глубина в подводящем русле.

Очевидно, что при $p_{\text{вх}} = 0$ напор H равен глубине в подводящем русле при равномерном движении h_0 , а

$$H_0 = h_0 + \alpha_0 v_0^2 / 2g,$$

где v_0 — скорость при равномерном движении в этом русле.

Если уклон дна подводящего русла $i < i_{\text{кр}}$ (спокойное состояние потока) и порог в подводящем русле отсутствует, то, как известно (см. гл. 17), устанавливается кривая спада Ib (рис. 26.1, б).

При отсутствии бокового сжатия на расстоянии $(2—2,5)h_{\text{кр}}$ выше ребра стенки падения (в сечении $1—1$) глубина равна критической глубине, а непосредственно над ребром $h_{\Pi} \approx 0,7 h_{\text{кр}}$.

Если в подводящем русле $i > i_{\text{кр}}$ (бурное состояние потока), то глубина при равномерном движении h_0 на входе в сечение $1—1$ равна нормальной в данных условиях. Но $h_0 < h_{\text{кр}}$. При этом на участке $1—1$ глубина уменьшается не более 5 %.

Обычно на подходе к перепадам поток находится в спокойном состоянии.

Установим отношение критической глубины $h_{\text{кр}}$ и напора H_0 , соответствующих данному удельному расходу. При прямоугольном поперечном сечении

$$h_{\text{кр}} = \sqrt[3]{\alpha q^2 / g},$$

а

$$H_0 = (q/m \sqrt{2g})^{2/3}$$

или

$$h_{кр}/H_0 = (2\alpha m^2)^{1/3} = 1,26 (\alpha m^2)^{0,33}. \quad (26.1)$$

При $\alpha=1$ и $m=0,3\div 0,55$

$$h_{кр} = (0,228 + 1,124m) H_0; \quad (26.2)$$

при $\alpha=1,1$ и тех же значениях m

$$h_{кр} = (0,235 + 1,158m) H_0. \quad (26.3)$$

Часто принимаемое в расчетах $h_{кр}=0,667 H_0$ соответствует только $\alpha=1$, $\varphi=1$ и $m=0,385$ (водослив с широким порогом при отсутствии потерь, $\varphi=1$).

Над ребром стенки падения глубина $h_{п}$ составляет: для водослива практического профиля прямолинейного очертания ($m \approx 0,4$) по Н. Н. Павловскому

$$h_{п} \approx 0,6H_0 \text{ и } h_{п} = (0,8 \div 0,87) h_{кр},$$

а для водослива с широким порогом (по М. Д. Чертоусову и Р. Р. Чугаеву)

$$h_{п} \approx (0,47 \div 0,5) H_0 \text{ и } h_{п} = (0,75 \div 0,8) h_{кр}.$$

Движение спокойного потока выше сечения $I-I$ будет плавно изменяющимся, а на участке между сечениями $I-I$ и $I'-I'$ — резко изменяющимся со значительной кривизной линий тока. Вследствие этого распределение давлений в сечении над ребром стенки падения отличается от гидростатического. При свободном падении струи избыточное давление в нижних точках потока в сечении $I'-I'$ равно нулю.

Суммарная сила избыточного давления в сечении $I'-I'$ над ребром стенки падения составит по В. Н. Попову

$$P_{п} = k\rho g h'_{ц.т.п} \omega_{п},$$

т. е. в $1/k$ раз меньше силы избыточного давления покоящейся жидкости при тех же площади $\omega_{п}$ и глубине погружения центра тяжести.

По экспериментальным данным при свободном доступе воздуха под струю и боковых стенках, ограничивающих падающую струю, $k=0,333$; при истечении струи в атмосферу $k=0,2$; при отсутствии доступа воздуха под струю $k=0$.

Для удовлетворительной работы перепада необходим доступ воздуха в подструйное пространство.

Щелевые водосливы на входе. Если ширина входной части рассчитана на пропуск только одного значе-

ния расхода Q , то при других расходах в канале будет наблюдаться кривая подпора (увеличение глубин) или кривая спада (уменьшение глубин). В первом случае скорости будут уменьшаться и в канале может начаться заиление. Увеличение глубин при подпоре приводит к необходимости предусматривать большие запасы высоты бортов канала, чтобы не допустить перелив воды через борта. При спаде,



Рис. 26.2

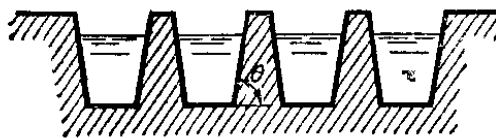


Рис. 26.3

наоборот, скорости воды увеличиваются и может происходить размыв.

В связи с указанными особенностями работы канала для обеспечения движения, близкого к равномерному, проектируют или водослив с изменяемой высотой порога (разборный порог, состоящий из нескольких перегораживающих поток горизонтальных балок, которые по мере необходимости убираются), или водосливы, автоматически поддерживающие равномерное движение в канале при изменении расходов в некотором диапазоне. В общем случае такой водослив должен иметь криволинейное сечение, нормальное к направлению потока (рис. 26.2). Равномерное движение поддерживается таким водосливом при изменении расходов от Q_{max} до Q_{min} .

Обычно применяют щелевые водосливы с трапецеидальным сечением, состоящие из одной или нескольких щелей (рис. 26.3).

Принимая глубину в плоскости щелевого водослива равной $0,8H$, получим среднюю ширину трапецеидального сечения в этой плоскости

$$b_{cp} = b + 0,8H \operatorname{ctg} \theta,$$

где θ — угол наклона откосов трапецеидального сечения водослива.

Чтобы меньше нарушать условия равномерного движения, в данном расчете принимают два промежуточных значения расхода: $Q_1 < Q_{max}$ и $Q_2 > Q_{min}$ и назначают их так, чтобы соответствующие им значения нормальных глубин в канале равнялись

$$h_{01} = h_{0max} - 0,25 (h_{0max} - h_{0min}); \quad (26.4)$$

$$h_{02} = h_{0min} + 0,25 (h_{0max} - h_{0min}), \quad (26.5)$$

где h_{0max} и h_{0min} — нормальные глубины при Q_{max} и Q_{min} соответственно.

Обозначая $M = m \sqrt{2g}$, для неподтопленного трапецидального водослива с боковым сжатием имеем

$$Q = M \epsilon b_{cp} H_0^{3/2},$$

отсюда

$$b_{cp} = \frac{Q}{M \epsilon H_0^{3/2}}. \quad (26.6)$$

Тогда при принятых Q_1 и Q_2

$$\left. \begin{aligned} b_{cp1} &= b + 0,8 \operatorname{ctg} \theta H_1 = \frac{Q_1}{M \epsilon H_{01}^{3/2}}; \\ b_{cp2} &= b + 0,8 \operatorname{ctg} \theta H_2 = \frac{Q_2}{M \epsilon H_{02}^{3/2}}. \end{aligned} \right\} \quad (26.7)$$

Равномерное движение при расходах Q_1 и Q_2 будет сохранено при выполнении условия

$$\left. \begin{aligned} H_1 + p_{вх} &= h_{01}; \\ H_2 + p_{вх} &= h_{02}, \end{aligned} \right\} \quad (26.8)$$

где $p_{вх}$ — высота порога на входе (если $p_{вх} \neq 0$); H — напор над порогом.

Из (26.8) определяются H_1 и H_2 при назначенных h_{01} и h_{02} .

Следовательно, из (26.7) определяются ширина по дну щели водослива

$$b = \frac{H_1 b_{cp2} - H_2 b_{cp1}}{H_1 - H_2} \quad (26.9)$$

и коэффициент откоса

$$\operatorname{ctg} \theta = 1,25 \frac{b_{cp1} - b_{cp2}}{H_1 - H_2}. \quad (26.10)$$

В формулах (26.9) и (26.10) скоростной напор в канале на подходе к водосливу не учитывается, т. е. $H_1 = H_{01}$ и $H_2 = H_{02}$.

Для щелевых водосливов практического профиля коэффициент расхода по Е. А. Замарину принимается в зависимости от напора H (табл. 26.1).

Н, м	m	$M, \text{ м}^{0,5}/\text{с}$	Н, м	m	$M, \text{ м}^{0,5}/\text{с}$
<1,0	0,474	2,10	2,0	0,496	2,20
1,5	0,485	2,15	2,5	0,508	2,25

Коэффициент бокового сжатия ϵ принимают обычно равным приблизительно 0,9—0,95 без учета бокового сжатия $\epsilon = 1$.

Количество щелей определяется по зависимости

$$n_{\text{щ}} = \frac{b_{\text{к}}}{(1,25 \div 1,5) h_{0\text{max}}}, \quad (26.11)$$

где $b_{\text{к}}$ — ширина подводящего канала.

Таким образом, сначала определяем глубины h_{01} и h_{02} , затем соответствующие им расходы Q_1 и Q_2 . Найдя требуемое число щелей водослива, округляем $n_{\text{щ}}$ и находим приходящиеся на одну щель значения $Q_{1\text{щ}}$ и $Q_{2\text{щ}}$.

Затем расчет ведем по формулам (26.7) — (26.10), подставляя вместо Q_1 $Q_{1\text{щ}}$ и вместо Q_2 $Q_{2\text{щ}}$.

В конце расчета целесообразно построить кривые $Q = f(h_0)$ для канала и $Q = f(H)$ для водослива, а затем проанализировать, какие условия работы подводящего канала получены.

Выходная часть. Для расчета ступени и сопряжения за одноступенчатым перепадом необходимо знать характерные глубины h_c , h_c'' . При прямоугольном поперечном сечении эти глубины определяются с помощью функции $\Phi(\tau_c) = q / (\varphi E_0^{3/2})$, для чего вычисляется $E_0 = p + H_0$, где высота стенки падения p включает и высоту порога на входе $p_{\text{вх}}$, если он имеется.

По рекомендации Ю. С. Алексеева для перепадов без входного порога и бокового сжатия коэффициент скорости φ может быть принят по графику рис. 26.4 в зависимости от отношения $h_{\text{кр}}/p$, для перепадов с порогом на входе и боковом сжатии коэффициент скорости φ принимается по графикам рис. 26.5, а, б.

При боковом сжатии коэффициент φ зависит от комплекса $H_0 b / p b_{\text{ср}}$ ($b_{\text{ср}}$ — средняя ширина подводящего русла).

Сопряжение с потоком в отводящем русле обычно проектируется в виде надвинутого гидравлического прыжка,

если поток в нижнем бьефе находится в спокойном состоянии, а прыжок отогнан ($h_c'' > h_0$).

Для создания надвинутого прыжка могут быть применены водобойный колодец, водобойная стенка или комбинированный водобойный колодец. Длина водобойного колодца или расстояние до водобойной стенки определяется по формулам (25.9), (25.9а). При этом обязательно следует

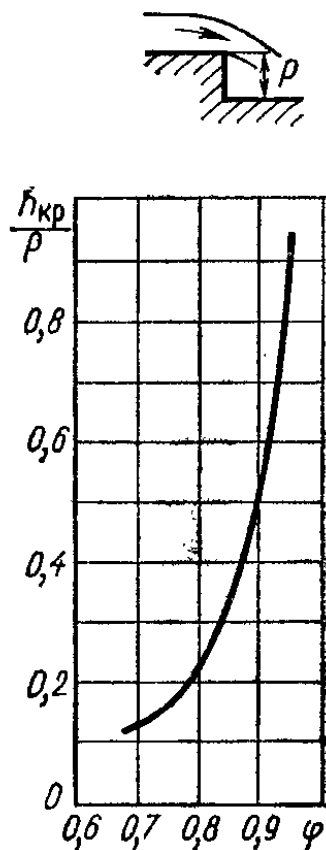


Рис. 26.4

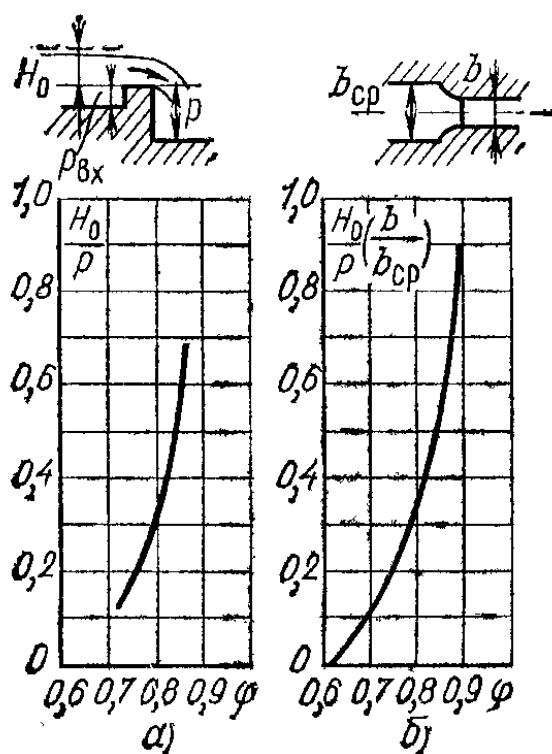


Рис. 26.5

учитывать, что высота падения p в этих формулах включает и высоту стенки падения, и высоту водосливного порога $p_{вх}$ (при $p_{вх} \neq 0$), глубину водобойного колодца (при его наличии).

При бурном состоянии потока в отводящем русле будет кривая подпора, если $h_c'' < h_6$, или кривая спада, если $h_c'' > h_6$.

Многоступенчатые перепады. Число ступеней многоступенчатого перепада N определяется на основе технико-экономических расчетов.

Входная часть многоступенчатых перепадов рассчитывается так же, как и входная часть одноступенчатых перепадов.

Ширина перепада обычно постоянная как на входе, так и на всех ступенях. Входная часть рассчитывается с учетом

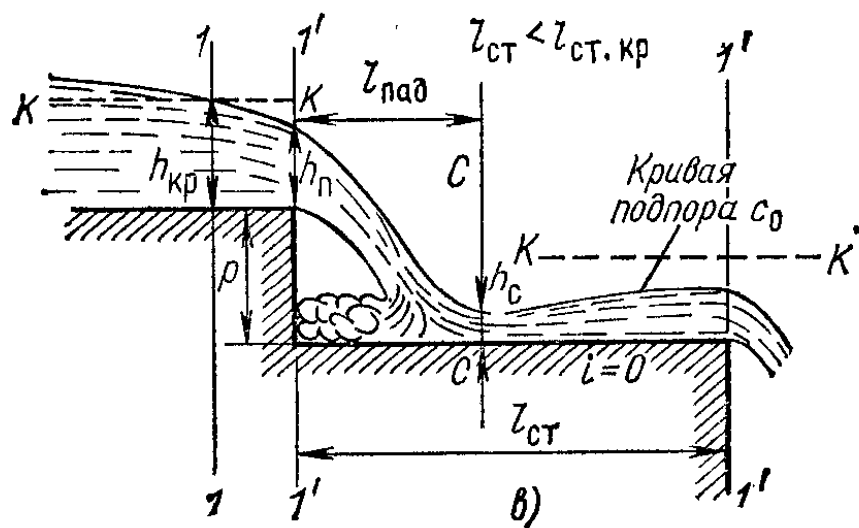
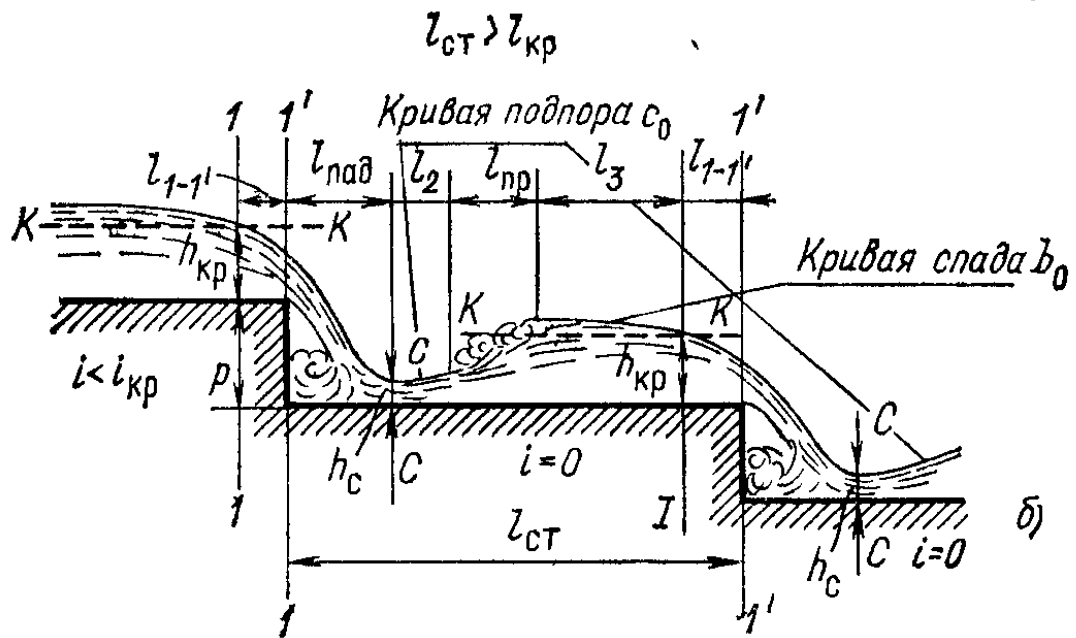
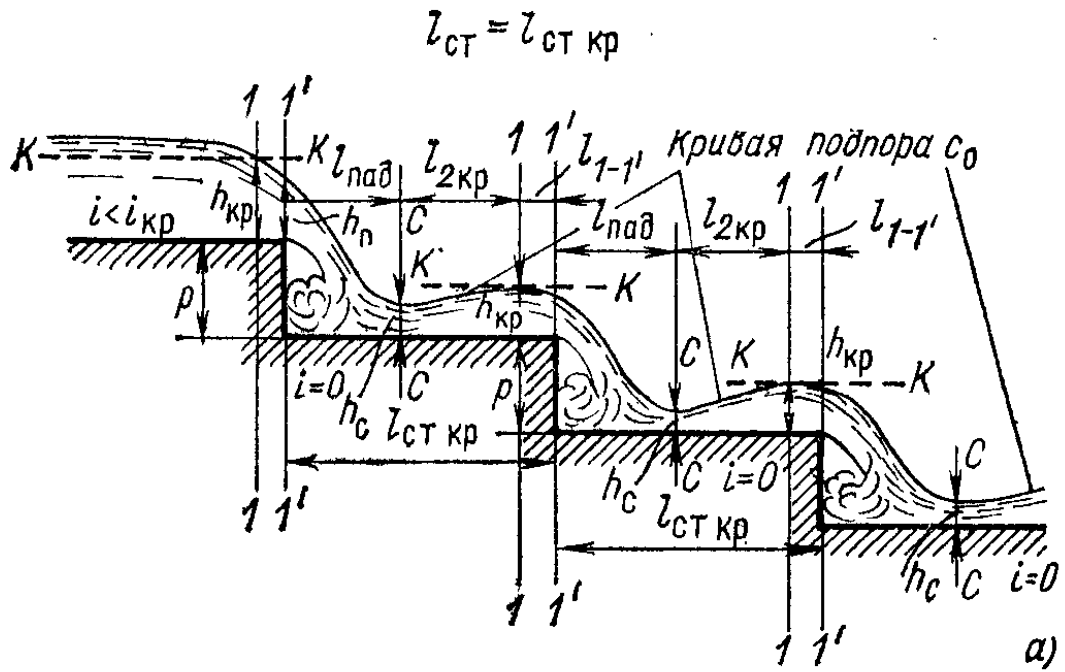


Рис. 26.6

бокового сжатия (если оно имеется). Перепады могут иметь горизонтальные ступени, ступени с прямым ($i > 0$) или обратным ($i < 0$) уклоном.

Рассмотрим перепады с горизонтальными ступенями, в частности перепады без водобойных стенок, устраиваемых в концах ступеней (рис. 26.6).

При падении на ступени в сжатом сечении образуется глубина $h_c < h_{кр}$, при этом $П_{к.с} > 1$. С увеличением глубин (кривая подпора c_0) удельная энергия сечения \mathcal{E} будет уменьшаться и даже может рассеяться до минимального значения при глубине в сечении 1—1, равной $h_{кр}$. Такая схема может наблюдаться при определенной длине ступени (рис. 26.6, а), равной

$$l_{ст.кр} = l_{пад} + l_{2кр} + l_{1-1'},$$

где $l_{2кр}$ — длина кривой подпора типа c_0 от сечения с глубиной h_c до сечения 1—1, где глубина равна $h_{кр}$; $l_{1-1'}$ — длина участка между сечениями 1—1 и 1'—1', равная $(2—2,5)h_{кр}$. Индекс «кр» означает наличие глубины $h_{кр}$, созданной в конце ступени без образования гидравлического прыжка.

При длине ступени $l_{ст} > l_{ст.кр}$ на расстоянии $l_{пад} + l_2$ образуется гидравлический прыжок с последующим уменьшением глубины от h'' до $h_{кр}$ в сечении 1—1. В этом случае длина ступени (рис. 26.6, б)

$$l_{ст} = l_{пад} + l_2 + l_{пр} + l_3 + l_{1-1'},$$

где l_3 — длина кривой спада типа b_0 .

При длине ступени $l_{ст} < l_{ст.кр}$ на всей ступени поток будет находиться в бурном состоянии, и в конце ступени глубина $h_{п}$ будет меньше $h_{кр}$ (рис. 26.6, в). При этом может происходить нарастание кинетической энергии вниз по течению при переходе потока со ступени на ступень. Движение принимает вид, показанный на рис. 26.7. Условия сопряжения с потоком в нижнем бьефе за таким перепадом, на ступенях которого не выполняются требования гашения кинетической энергии, будут тяжелыми.

Без водобойных стенок длина ступеней получается весьма значительной или необходимого гашения кинетической энергии не происходит. Придание ступеням обратного ук-

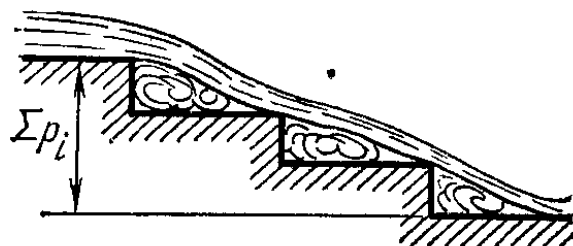


Рис. 26.7

лона позволяет сократить длину ступеней, кроме того, это достигается устройством водобойных стенок в конце ступеней. Такие перепады называются колодезными (рис. 26.8). В конце каждой ступени, кроме последней, устраиваются водобойные стенки, обеспечивающие создание на ступени глубины, равной $\eta_{зт} h_c''$ ($\eta_{зт}$ — степень затопления гидравлического прыжка на ступени).

На ступенях образуется подпертый гидравлический прыжок, длина которого принимается равной $3h_c''$. Опреде-

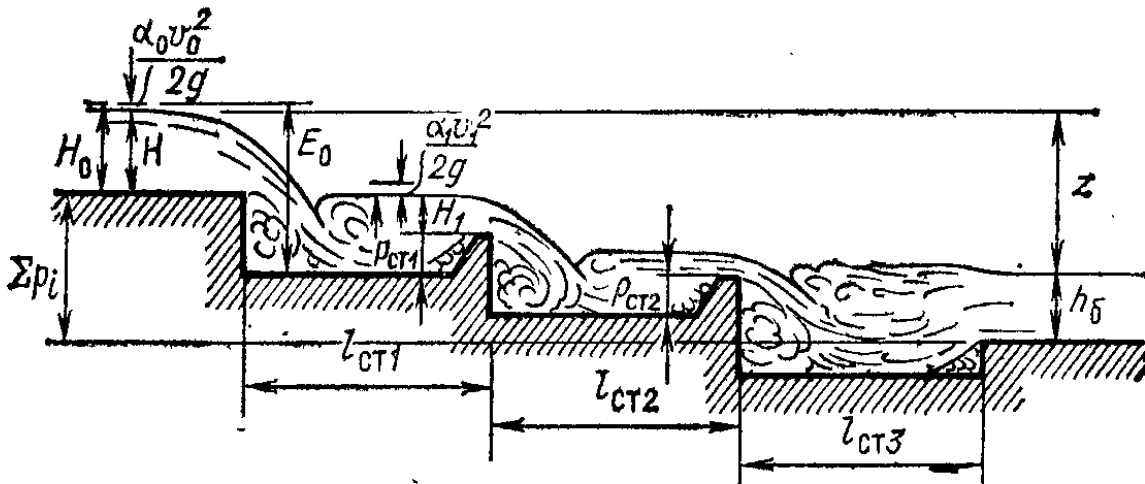


Рис. 26.8

ление сопряженных глубин, а также расчет высоты водобойной стенки не отличаются от ранее приведенного, т. е.

$$\rho_{ст} = \eta_{зт} h_c'' - H_1,$$

где $\eta_{зт} = 1,05 \div 1,1$; H_1 — напор над гребнем водобойной стенки, работающей как водослив.

При расчете необходимо учесть подтопление водослива, если оно возможно.

Вертикальные размеры ступеней определяются на основе одного из двух условий:

1) равенства перепадов между отметками уровней воды на каждой ступени

$$z_i = z/N,$$

где z — разность отметок уровней воды в подводящем и отводящем руслах;

2) равенства разности отметок дна соседних ступеней

$$\rho_i = \Sigma \rho_i / N,$$

где $\Sigma \rho_i$ — разность отметок дна в верхнем и нижнем бьефах перепада.

Расчет выходной части сводится к расчету сопряжения с надвинутым прыжком, если в отводящем русле поток находится в спокойном состоянии, или к расчету кривых подпора или спада, если поток в отводящем русле находится в бурном состоянии.

При проектировании водобойного колодца или водобойной стенки обычно ширина выходной части принимается равной ширине входной части и ступеней.

26.2. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ БЫСТРОТОКА

Быстроток представляет собой сооружение, основная (по длине) часть которого имеет уклон $i > i_{кр}$. Быстроток состоит из входной части, лотка быстротока или транзитной час-

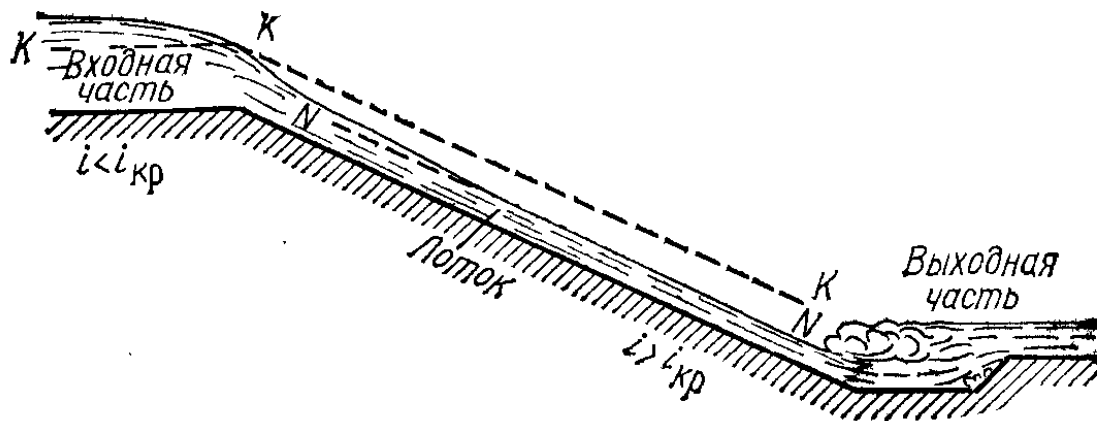


Рис. 26.9

ти (его называют также водоскатом) и выходной части (рис. 26.9).

Входная часть быстротока выполняется аналогично входной части перепадов: по типу водослива или по типу сооружения, работающего по схеме истечения из-под затвора (плоского или криволинейного, например сегментного). На входе может быть устроен и водослив без затворов или с затворами, регулирующими расход и соответственно глубину в подводящем канале (русле) (рис. 26.10).

Расчет входной части ведется по формуле расхода водослива или при истечении из-под затвора. При этом истечение через водослив и из-под затвора на входе в быстроток неподтопленное.

Водоскат быстротока. В зависимости от отношения начальной глубины, с которой начинается кривая

свободной поверхности на транзитной части быстротока, и нормальной глубины на водоскате быстротока могут быть различные формы кривой свободной поверхности.

Уклон дна транзитной части быстротока больше критического уклона, нормальная глубина $h_0 < h_{кр}$. Глубина, с которой начинается кривая свободной поверхности на транзитной части, может быть и больше, и меньше h_0 . Соответственно образуются или

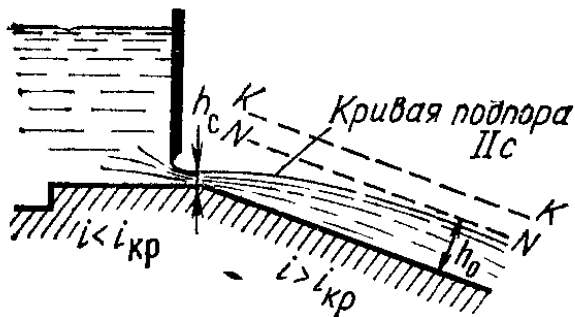


Рис. 26.10

кривые спада *IIb*, или кривые подпора *IIc*. Эти кривые свободной поверхности в каждом случае асимптотически стремятся к линии нормальных глубин. Если длина лотка быстротока достаточна, то начиная с некоторого створа по длине глубины можно считать близкой к h_0 , отличающейся от нее на 2—3 %.

При меньшей длине лотка быстротока глубина в конце наклонной части быстротока больше отличается от h_0 и должна определяться из расчета кривой свободной поверхности от начального створа до створа, где заканчивается транзитная часть быстротока.

Если начальная глубина равна h_0 , то глубины на транзитной части быстротока не изменяются по длине.

Таким образом, расчет потока на водоскате сводится к определению $h_{кр}$, h_0 , анализу кривой свободной поверхности, определению типа этой кривой и ее расчету, т. е. отысканию глубин в различных сечениях по длине вплоть до конца транзитной части.

Расчет кривой свободной поверхности на водоскате производится по любому из способов расчета при $i > i_{кр}$.

Если транзитная часть быстротока состоит из двух или более частей с разными уклонами ($i_1 > i_{кр}$; $i_2 > i_{кр}$ и т. д.), то ниже места изменения уклона образуются различные кривые свободной поверхности в зависимости от соотношения i_1 и i_2 : при $i_1 > i_2$ обычно наблюдается кривая подпора *IIc*, а при $i_1 < i_2$ — кривая спада *IIb*.

Строго говоря, глубины должны назначаться по нормали к дну (живое сечение нормально к линиям тока), но очень часто под глубиной понимают расстояние от дна до свободной поверхности по вертикали.

Аэрация потока на быстротоках (рис. 26.11). При входе потока на начальный участок I длиной l_1 происходит нарастание турбулентного пограничного слоя вплоть до его выхода на поверхность. Свободная поверхность на этом участке остается ненарушенной какими-либо возмущениями, отсутствует рябь на свободной поверхности. В пределах начального участка существует ядро постоянных скоростей.

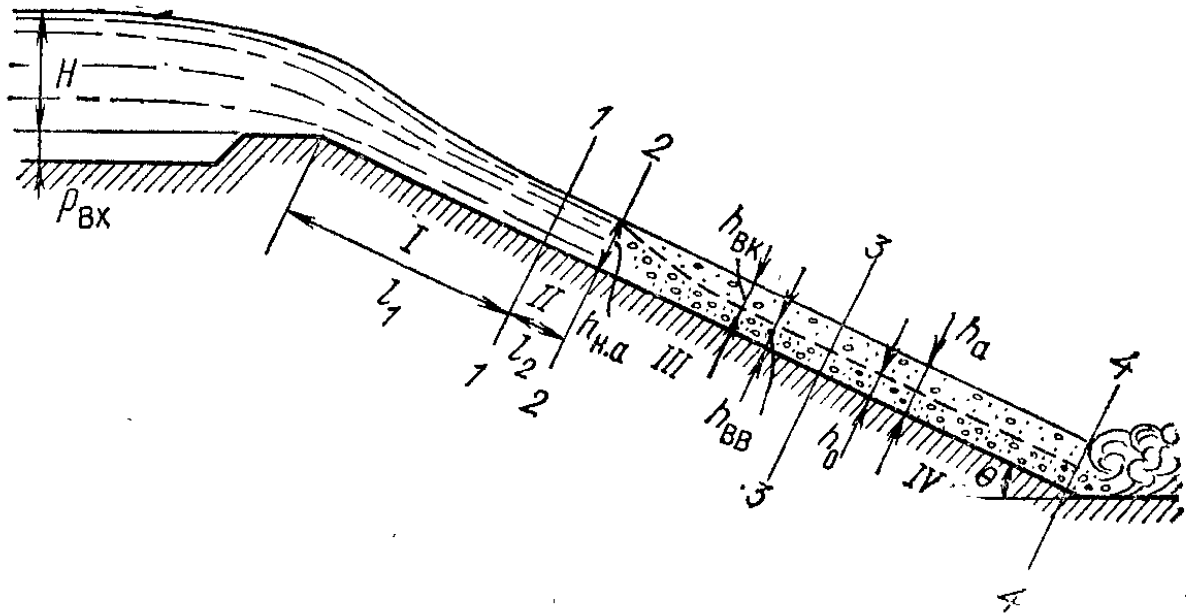


Рис. 26.11

Условно можно считать, что на участке II длиной l_2 происходит зарождение волн, которые затем обрушиваются. В створе 2—2 происходит начало аэрации, ниже этого створа — участок неравномерного движения аэрированной жидкости III , а за ним, если достаточна длина водоската, — участок равномерного движения (IV).

В настоящее время предложены две гипотезы возникновения аэрации. Согласно первой аэрация на водосбросах происходит при разрушении волн, образующихся на свободной поверхности; по второй под воздействием поперечной (нормальной к направлению движения) пульсационной составляющей скорости через свободную поверхность в воздушную среду выбрасываются капли воды, а в образовавшихся на поверхности воды полостях (кавернах) защемляется воздух.

В явлении аэрации существенное значение имеет поверхностное натяжение, способствующее неизменности свободной поверхности.

Рассмотрим первую гипотезу возникновения аэрации, данную Т. Г. Войнич-Сяноженцем.

Критерий начала аэрации получен на основе следующих теоретических соображений. Поток в начале быстротока характеризуется тем, что силы инерции значительно (в 10 раз и более) превышают силы сопротивления, поэтому на этом участке движение поверхностных слоев можно считать потенциальным. На поверхности раздела вода — воздух может возникнуть волновое движение в результате турбулентных возмущений, порождаемых вблизи дна и стенок и проникающих вплоть до свободной поверхности.

При определенной длине волн, равной κR [R — гидравлический радиус, κ — коэффициент в (8.23)], происходит обрушение волн и воздух захватывается потоком. Наступает аэрация потока. Распределение скоростей по вертикали принято логарифмическим.

Число Фруда, при превышении которого начинается аэрация, определяется как

$$Fr_{н.а} = \frac{\rho \kappa}{2\pi \rho_{возд}} \frac{1 + \frac{4\pi^2 \sigma}{\rho g \cos \theta \kappa^2 R^2}}{\left(1 + \frac{\sqrt{g}}{\kappa C}\right)^2} \cos \theta. \quad (26.12)$$

При $\rho \approx 770 \rho_{возд}$, $\kappa = 0,36$ и поверхностном натяжении $\sigma = 36 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}^3$ (с учетом наличия органических примесей на поверхности воды) было получено выражение для средней скорости, при превышении которой начинается аэрация,

$$v_{н.а} = 6,63 \sqrt{gR \cos \theta \left(1 + \frac{0,0011}{R^2}\right) \left(1 + \frac{8,7}{C}\right)^{-1}}, \quad (26.13)$$

где C — коэффициент Шези, определяемый по обычным формулам; θ — угол наклона водоската быстротока.

Число Фруда, соответствующее началу аэрации, может быть представлено и в виде

$$Fr_{н.а} = \frac{44 \cos \theta}{\left(1 + \frac{8,7}{C}\right)^2 - \frac{13\,300}{We}}, \quad (26.14)$$

где число Вебера

$$We = \rho R v / \sigma.$$

Если $Fr \leq 10$, то при любых значениях числа We аэрация не возникает. Если $Fr > 10$, но $We < 3000$, аэрация также не возникает.

Поток аэрируется при одновременном соблюдении условий $Fr > 10$ и $We > 3000$.

На основании анализа данных натуральных и лабораторных исследований Н. Б. Исаченко также предложен критерий для начала аэрации

$$Fr_{н.а} = 45 (1 - \Delta/R)^{14}, \quad (26.15)$$

откуда

$$v_{н.а} = 6,7 \sqrt{gR} (1 - \Delta/R)^7, \quad (26.16)$$

где R — гидравлический радиус неаэрированного потока; Δ — высота выступа шероховатости; Δ/R — относительная шероховатость (в использованных опытных данных $\Delta/R < 0,1$).

Для бетонной поверхности хорошего качества $\Delta/R = 0,02 \div 0,04$; при повышенной шероховатости $\Delta/R = 0,05 \div 0,1$.

Аэрация начинается в том створе по длине сооружения, в котором средняя скорость достигнет $v_{н.а}$ или превзойдет ее. Тогда ниже этого створа расчет следует вести с учетом аэрации.

Содержание воздуха и воды в аэрированном потоке оценивается коэффициентами воздухосодержания, водосодержания и аэрации.

Коэффициент воздухосодержания (концентрация воздуха) — отношение объема воздуха $W_{возд}$ ко всему объему водовоздушной смеси $W_{возд} + W_{в} = W_{см}$:

$$S_{возд} = \frac{W_{возд}}{W_{возд} + W_{в}}. \quad (26.17)$$

Коэффициент водосодержания (концентрация воды) — отношение объема воды $W_{в}$ ко всему объему водовоздушной смеси:

$$S_{в} = \frac{W_{в}}{W_{возд} + W_{в}}. \quad (26.18)$$

Коэффициент аэрации — отношение объема воздуха к объему воды $W_{в}$ в данном объеме смеси:

$$\beta_a = \frac{W_{возд}}{W_{в}} = \frac{W_{возд}}{W_{см} - W_{возд}} = \frac{S_{возд}}{1 - S_{возд}}. \quad (26.19)$$

В основном в дальнейшем нас интересуют коэффициенты воздухосодержания и аэрации, обозначим их (без индекса) S и β .

Средняя концентрация воздуха в водовоздушном слое равномерного потока S_0 зависит от параметра k , равного

$$k = \frac{2,23\omega \cos \theta}{\sqrt{gR_{\text{ВВ}} i}} = \frac{0,53 \cos \theta}{\sqrt{gR_{\text{ВВ}} i}}, \quad (26.20)$$

где $\omega = 0,24$ м/с — гидравлическая крупность пузырьков воздуха диаметром 1,5—8 мм; $R_{\text{ВВ}}$ — гидравлический радиус водовоздушного слоя.

График зависимости S_0 от k приведен на рис. 26.12.

Выражение для средней концентрации воздуха S в водовоздушном слое аэрированной жидкости при неравномерном движении имеет вид

$$S = S_0 \frac{h_{\text{н.а}} - h_{\text{ВВ}}}{h_{\text{н.а}} - h_{\text{ВВ}0}}, \quad (26.21)$$

где $h_{\text{н.а}}$ — глубина воды в створе, где возникает аэрация; $h_{\text{ВВ}0}$ — глубина водовоздушного слоя аэрированного потока

при равномерном движении; $h_{\text{ВВ}}$ — глубина водовоздушного слоя аэрированного потока при расходе смеси вода — воздух $Q_{\text{ВВ}}$.

При расчетах часто применяется двухслойная модель аэрированного потока: нижний слой 1 — водовоздушный, где объем воды превышает объем воздуха в смеси, верхняя граница нижнего слоя определяется значениями $S = 0,5$ и находится от дна по нормали к нему на расстоянии $h_{\text{ВВ}}$ (рис. 26.13). Верхний слой 2 — воздушно-капельный толщиной $h_{\text{ВК}}$, где гораздо больший объем занимает воздух.

Под глубиной аэрированного потока h_a понимают расстояние от дна до границы раздела воздушно-капельной

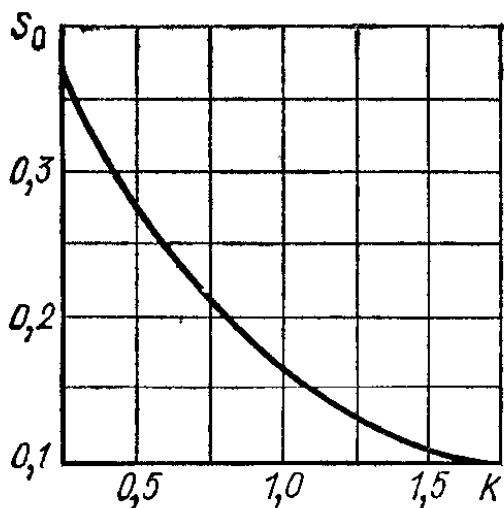


Рис. 26.12

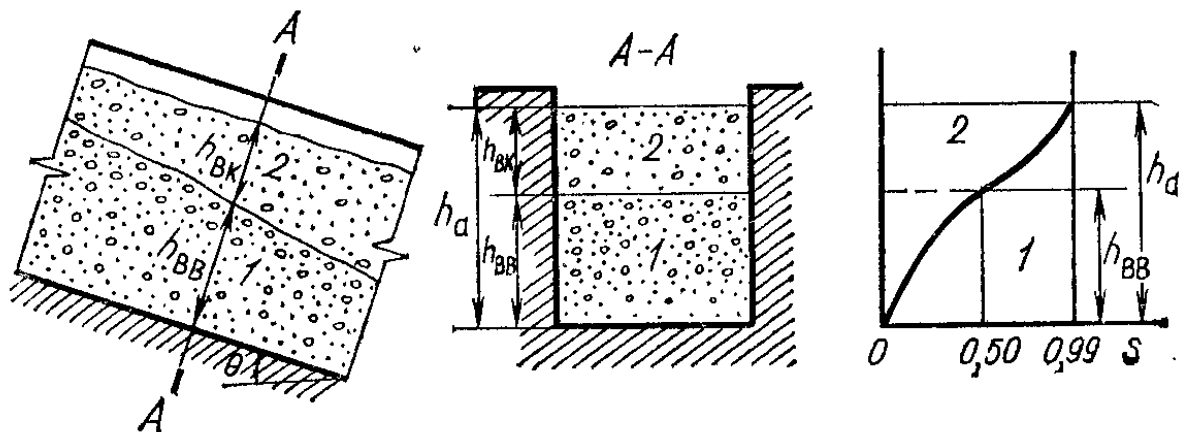


Рис. 26.13

области потока и воздушной среды (воздушного потока). При этом сама граница определяется условно: принимают, что она характеризуется некоторой концентрацией S , например от 0,9 до 0,99.

Если учесть, что

$$\frac{W_B}{W_{\text{возд}} + W_B} = \frac{h}{h_a}, \quad (26.22)$$

то глубина в аэрированном потоке составит

$$h_a = h(1 + \beta), \quad (26.23)$$

где h — глубина до аэрации.

Для каналов с хорошим качеством бетонирования по экспериментальным данным С. М. Слиским рекомендуется принимать

$$\beta = \frac{S}{1-S} = 0,12 \sqrt{\text{Fr} - 25}, \quad (26.24)$$

где $\text{Fr} = v^2/gh$.

Расчеты возникновения аэрации бурных потоков должны выполняться как для максимального расхода Q_{max} , так и для расходов 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 Q_{max} .

Волнообразование на быстротоках. При определенных условиях, как будет показано ниже, может произойти потеря устойчивости потока на быстротоке, которая выражается в образовании на транзитной части катящихся волн (рис. 26.14). Они образуются в некотором сечении $I-I$, затем высота (и длина) волн увеличиваются. Наконец, в сечении, находящемся на расстоянии $l_{\text{пред}}$ от сечения $I-I$, где начинается волнообразование, волны могут

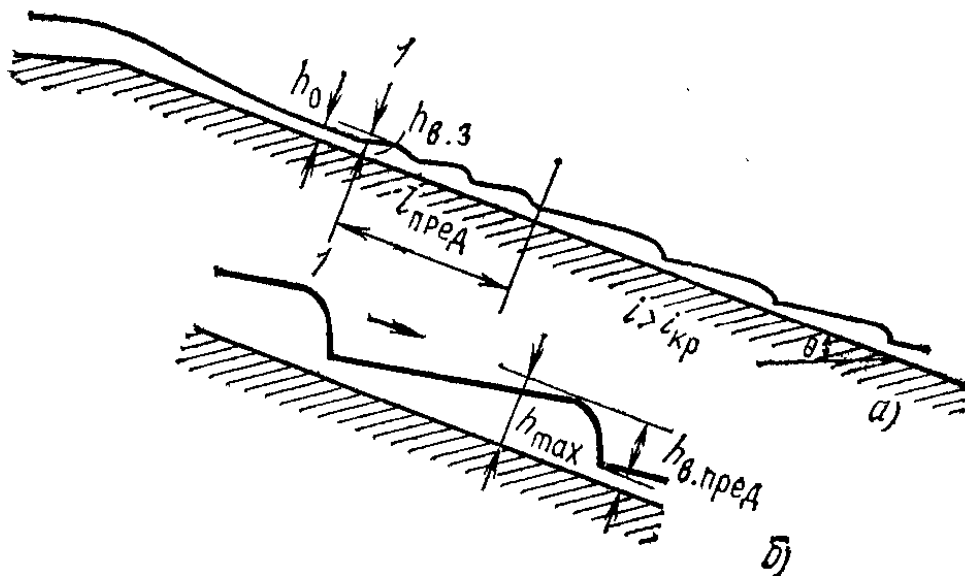


Рис. 26.14

достичь предельного развития, а далее происходит движение волн с неизменным профилем. При этом максимальная глубина воды в сечении с вершинами волн превышает расчетную нормальную глубину h_0 на водоскате при одном и том же расходе.

Если длина водоската ниже сечения, где начинается волнообразование, меньше, чем $l_{\text{пред}}$, то высота катящихся волн не достигает максимального значения.

На участке кривой подпора возникшее выше по течению волновое движение усиливается, на участке кривой спада, наоборот, затухает.

Волны могут вызывать значительные всплески в зоне сопряжения в выходной части быстротока и неустановившееся движение в отводящем канале, что крайне нежелательно.

Источником волнообразования являются турбулентные возмущения. Если они достигают свободной поверхности сразу по всей ширине потока, то это может привести к образованию катящихся волн.

По Т. Г. Войнич — Сяноженцкому неаэрированный равномерный поток, находящийся в бурном состоянии, будет асимптотически устойчив и волнообразование не состоится, если выполняется следующее неравенство:

$$\frac{1}{\Pi_K} = \frac{g\omega}{v^2 B} \geq \alpha' \Pi^2 - \left(6,5\alpha' - 4,5 + \frac{3,2g \cos \theta}{C^2} \right) \Pi + 4\alpha' + \frac{2,5g \cos \theta}{C^2}. \quad (26.25)$$

Здесь и далее в этом параграфе $\Pi = \frac{x\omega}{2Bh}$; α' — коэффициент количества движения, определяемый по А. С. Образовскому:

$$\alpha' = \frac{(1 + k_1)^2 (1 + k_2)^2}{(1 + 2k_1)(1 + 2k_2)};$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} = \frac{2,8\sqrt{g}}{C};$$

$$k_2 = 2k_1 \left(1 - \frac{b}{\chi} \right);$$

$\kappa = 0,36$; C — коэффициент Шези; b — ширина по дну; χ — смоченный периметр; x — гидравлический показатель русла:

$$x = 3,4 \left(1 + \frac{m}{b/h_0 + m} \right) - 2,8 \frac{1 + m^2}{b/h_0 + 2\sqrt{1 + m^2}}. \quad (26.26)$$

Для прямоугольного поперечного сечения $m=0$, для треугольного $b=0$. Для быстотоков, на которых возникают катящиеся волны, $\alpha' = 1,01 \div 1,039$, при отсутствии катящихся волн $\alpha' \approx 1,039 \div 1,15$.

Для равномерного движения в условиях аэрации критерий волнообразования имеет вид, аналогичный (26.25), но параметры Π_k , α' , Π , S вычисляются для водовоздушного слоя, а в левой части вместо $1/\Pi_k$ подставляем $\frac{1-1,5S}{(1-S)^2 \Pi_k}$.

При этом с учетом концентрации воздуха $\kappa=0,36(1-S)$.

Для предварительных расчетов волнообразования в быстотоках с прямоугольным поперечным сечением ($\Pi_k = Fr$) можно использовать график рис. 26.15, на котором в качестве параметра введена величина $\nu = ib^{1/3}/(gn^2)$. Область, расположенная выше проведенной на графике кривой $Fr_{волн}$, соответствует отсутствию катящихся волн.

Найдя по известным b , h_0 , i , g , n величины b/h_0 и ν , можно определить, будут ли образовываться катящиеся волны на быстотоке. Очевидно, что относительная ширина b/h_0 существенно влияет на волнообразование.

Высота волны в сечении, где зарождаются катящиеся волны,

$$h_{в.з} = 0,88 \frac{\rho_{возд}}{\rho} \frac{v_0^2}{2g},$$

где $\rho_{возд}/\rho = 0,00128$ для неаэрированных потоков; $\rho_a/\rho = 0,00128/(1-S)$ для аэрированных потоков (S — средняя концентрация воздуха).

Для полностью развитых волн максимальная глубина потока (рис. 26.14, б) в быстотоках с прямоугольным поперечным сечением (т. е. $\Pi_{к0} = Fr_0$)

$$h_{max} = (0,25 \sqrt{Fr_0} + 1) \frac{\Pi^2 v_0^2}{g (\sqrt{Fr_0} + 1)^2}, \quad (26.27)$$

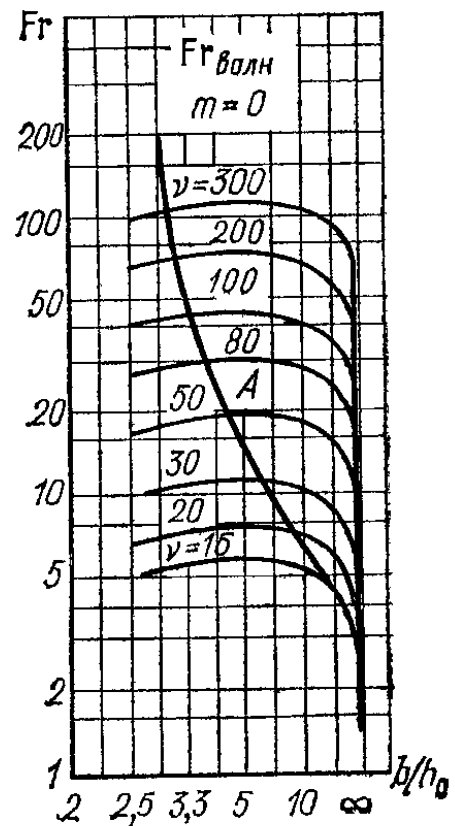


Рис. 26.15

а минимальная глубина потока

$$h_{min} = 0,5 (0,25 \sqrt{Fr_0} + 1) \left[\sqrt{1 + \frac{8}{(0,25 \sqrt{Fr_0} + 1)^3}} - 1 \right] \times \\ \times \frac{\Pi^2 v_0^2}{g(\sqrt{Fr_0} + 1)^2}. \quad (26.28)$$

Высота предельной волны

$$h_{в.пред} = h_{max} - h_{min}.$$

Понятно, что высота боковых стенок транзитной части быстротока должна определяться с учетом h_{max} , если допускается наличие катящихся волн. Скорость распространения катящихся волн, достигших предельного развития,

$$c_{пред} = \Pi v_0 = \frac{x\omega_0}{2B_0 h_0} v_0. \quad (26.29)$$

Длина участка достижения волнами предельного развития

$$l_{пред} = 2,3 \frac{h_0 \Pi^2 Fr_0}{xi} \lg \frac{h_{в.пр}}{h_{в.з}}. \quad (26.30)$$

Изложенные выше рекомендации относятся к равномерному движению, равно как и входящие в формулы величины с индексом нуль. Если анализируются возможность появления катящихся волн и их движение для неравномерного движения, то соответствующие величины относятся к началу волнообразования.

Детальные расчеты движения катящихся волн, а также анализ условий, в которых без опасности для сооружения может быть допущено волновое движение описанного вида на быстротоках, необходимо выполнять в соответствии с нормативами¹.

Для увеличения устойчивости бурного потока в ряде случаев применяются различные конструктивные меры: «безволновые» формы поперечного сечения быстротока (параболическая, треугольная, эллиптическая, гиперболическая и с продольными треугольными углублениями в дне) — рис. 26.16, или устраиваются продольные стенки.

Расчет выходной части. Выходная часть обыч-

¹ Рекомендации по гидравлическому расчету водопропускных трактов безнапорных водосбросов на аэрацию и волнообразование. П 66-77/ВНИИГ. Л. 1978. 52 с.

но имеет уклон дна $i < i_{кр}$ и, следовательно, поток в бытовых условиях находится в спокойном состоянии.

Образующийся гидравлический прыжок может быть надвинутым, отогнанным или начинаться непосредственно у конечного сечения водоската. Поскольку ширина отводящего канала (русла) обычно больше, чем ширина быстрого течения в конце его транзитной части, устраивают расширяю-



Рис. 26.16

щийся переходный участок. При надвинутом на водоскат гидравлическом прыжке, полностью размещенном на транзитной части, на переходном участке будет происходить неравномерное движение в непризматическом ($db/dl > 0$) русле, причем растекающийся поток — в спокойном состоянии.

При устройстве, например, водобойного колодца его ширину часто назначают равной ширине водоската, и тогда на переходном участке расширяется поток, находящийся в спокойном состоянии.

Гидравлический прыжок также может быть размещен в расширяющемся (в плане) водобойном колодце. Расчет при этом ведется на основе уравнения гидравлического прыжка в русле переменного сечения.

Определив из уравнения (21.36) вторую сопряженную глубину, найдем длину водобойного колодца. При центральном угле расширения $2\theta \leq 14^\circ$ (т. е. $\theta \leq 7^\circ$) глубины в каждом сечении растекающегося бурного потока приблизительно постоянны и гидравлический прыжок в плане нормален к оси потока. При больших θ гидравлический прыжок в плане имеет криволинейную форму.

Если переходный участок, в котором происходит растекание, запроектировать расширяющимся, то можно будет изменять удельный расход в сечении, где начинается гидравлический прыжок. В связи с этим изменяется значение второй сопряженной глубины.

Часто применяется схема, когда поток, находящийся в бурном состоянии, растекается в расширяющемся переходном участке (обычно $i = 0$), а в конце этого участка начи-

нается водобойный колодец той же ширины, что и дно отводящего канала. Размещение колодца именно в конце расширяющегося участка, где стенки сопрягаются со стенками на выходе из расширения, способствует гашению волн возмущения, которые могут возникнуть в этом месте. Очертание боковых стенок, обеспечивающее достаточно удовлетворительные условия расширения, соответствует эмпирической формуле

$$y/b = 0,125 (x/b \sqrt{\Pi_{к1}})^{3/2} + 0,5. \quad (26.31)$$

Для различных отношений $b/b_{отв}$ в прямоугольном канале (b — ширина в начале расширения, $b_{отв}$ — ширина отводящего канала) построен график (рис. 26.17).

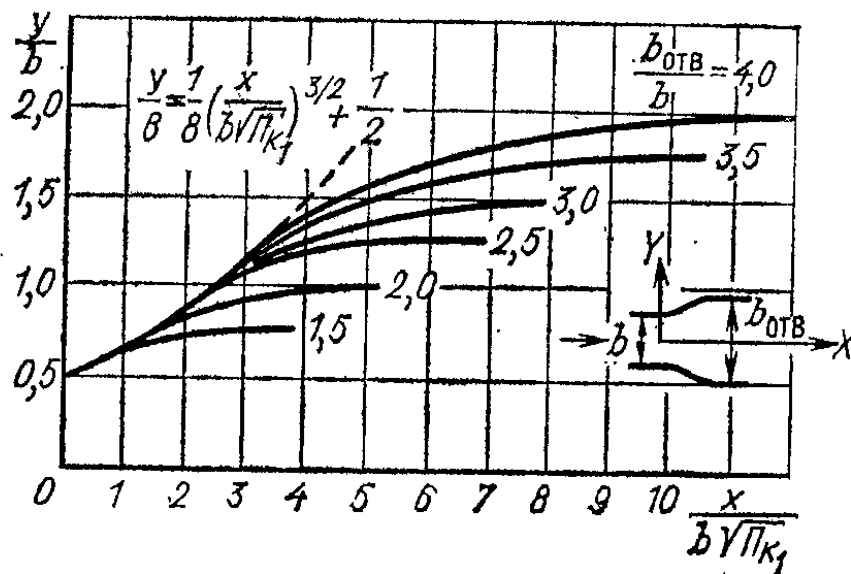


Рис. 26.17

Выход также может быть выполнен в виде трамплина, в том числе и рассеивающего.

Водобойный колодец проектируется лишь в случае отогнанного гидравлического прыжка. Рассмотрим водобойный колодец, примыкающий к концу водоската. Для создания устойчивого донного режима сопряжения необходимо обеспечить удовлетворяющий этому условию ввод потока в водобойный колодец. В связи с этим вход в колодец проектируют в виде наклонной или, что предпочтительнее с гидравлической точки зрения, криволинейной поверхности (рис. 26.18). Очертание криволинейной стенки определяется из уравнения свободного падения

$$x = v_1 \cos \theta \sqrt{2z/g} = 0,45v_1 \cos \theta \sqrt{z}, \quad (26.32)$$

где v_1 — средняя скорость в конце водоската.

При $\sin \theta \leq 0,1$ $x = 0,45v_1 \sqrt{z}$.

Водобойный колодец рассчитывается по ранее изложенной методике. Если колодец устраивается без стенки падения (рис. 26.19), то глубина в конце водоската h_1 будет первой сопряженной глубиной, а вторая сопряженная глу-

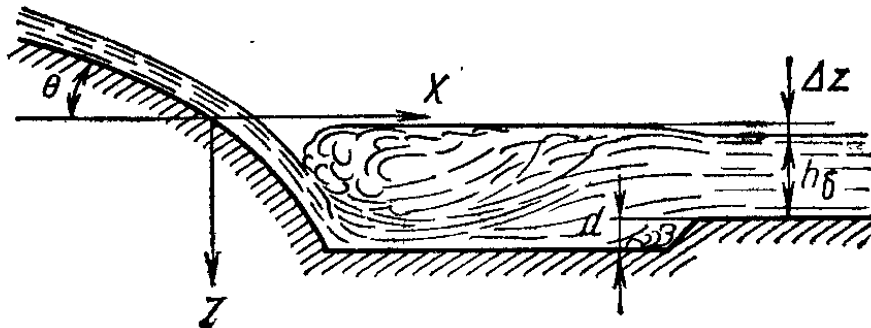


Рис. 26.18

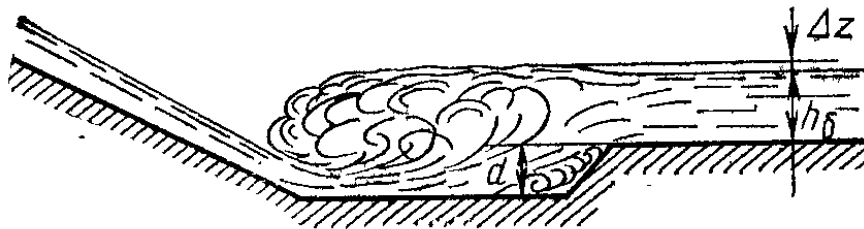


Рис. 26.19

бина h'' определяется с помощью функции $\Phi(\tau_c) = q/(\varphi E_0^{3/2})$. В этом случае $E_0 = h + \alpha v_1^2/2g$.

Если водобойный колодец имеет стенку падения, то находится сжатая глубина h_c с учетом того, что удельная энергия потока E_0 включает в этом случае и глубину водобойного колодца d , т. е.

$$E_0 = h_1 + \alpha v_1^2/(2g) + d.$$

Иногда h_c приближенно принимают равной глубине в конце водоската.

Длину водобойного колодца определяют по известным формулам, включая в $l_{\text{нол}}$ в случае необходимости и $l_{\text{пад}}$.

Если в нижнем бьефе быстротока проектируется водобойная стенка, то ее расчет проводится по ранее изложенной методике.

Отметим, что при установке гасителей на участке сопряжения за быстротоком, как и при других аналогичных условиях сопряжения, существенно уменьшается глубина,

при которой происходит сопряжение с надвинутым прыжком на 25—30 % (по сравнению со схемой без гасителей).

Если в нижний бьеф быстротока поступает аэрированный поток или поток с катящимися волнами, то это должно быть учтено в расчете выходной части¹.

26.3. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОНСОЛЬНОГО ПЕРЕПАДА (СБРОСА)

Консольный перепад состоит из входной части быстротока и плоского носка (трамплина), за которым происходит свободное падение струи (рис. 26.20). Обычно устраи-

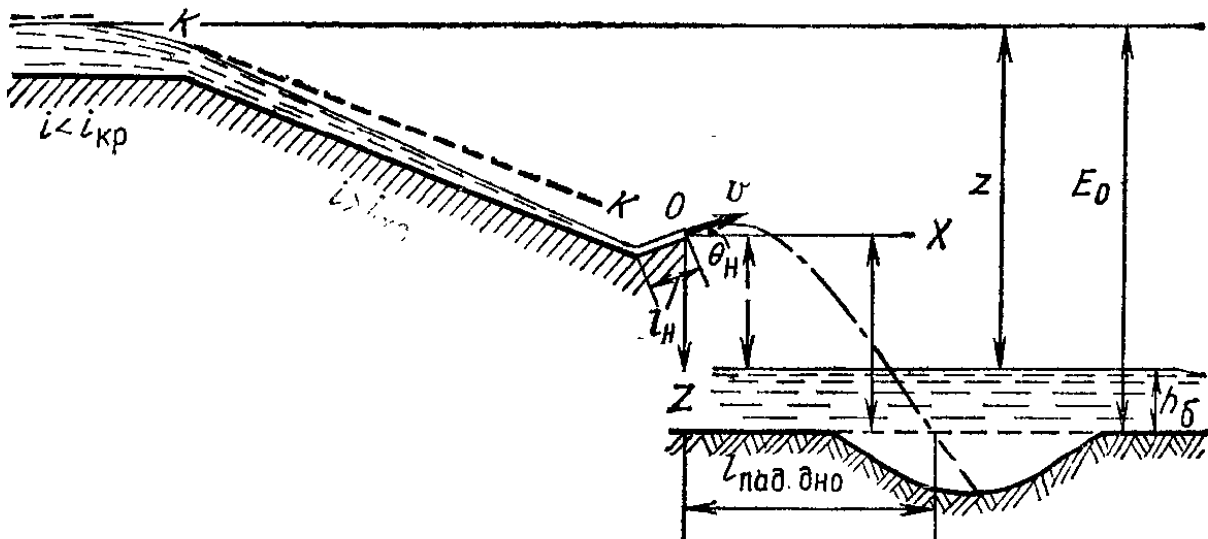


Рис. 26.20

вают горизонтальный носок или придают ему обратный уклон, но не более $i_H \approx 0,026$, т. е. $\theta_H \leq 15^\circ$.

Данные о глубине и скорости в конце быстротока являются исходными для расчета отброса струи, который ведется по зависимостям, найденным при рассмотрении свободного падения струйки, проходящей через центр выходного сечения потока на консоли (см. гл. 25).

Укажем, что при горизонтальном носке ($\theta_H = 0^\circ$) наибольшая дальность отлета струи получится при расстоянии от носка до дна в нижнем бьефе $p = 0,5 E_0$.

Максимальная длина падения струи на дно русла (до размыва) при $\varphi = 1$ и $\theta_H = \theta$

$$l_{\text{пад. дно}} = \sqrt{\frac{1 + \sin \theta_H}{1 - \sin \theta_H}} E_0,$$

¹ См. сноску на с. 530.

где θ — угол наклона струи в выходном сечении носка.

При $\sin \theta_n = 0$ и $p = 0,5E_0$

$$l_{\text{пад.дно}} = E_0.$$

Расчет входа струи под уровень нижнего бьефа и местные размывы были рассмотрены в гл. 24.

Глава 27

ОСНОВЫ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

27.1. ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

Как известно, вода в горных породах (в грунтах) может быть в виде пара, капиллярной, а также гравитационной воды.

Межмолекулярные и другие связи для парообразной и капиллярной воды препятствуют их движению под действием силы тяжести. Только гравитационные воды, называемые грунтовыми, перемещаются под действием силы тяжести. Движение грунтовых вод называется *фильтрацией*. Движение грунтовых вод, так же как в потоках открытых и напорных, может быть установившимся и не установившимся, равномерным и неравномерным, плавно изменяющимся и резко изменяющимся, напорным и безнапорным, двухмерным (плоским) и трехмерным (пространственным).

Режим движения грунтовых вод может быть ламинарным и турбулентным.

Если кинематические характеристики движения в каждой точке грунтового потока с течением времени не изменяются, то такое движение грунтовых вод — установившееся.

Плавно изменяющееся движение грунтовых вод характеризуется малой кривизной линий тока (их можно считать примерно параллельными), а живые сечения, которые нормальны к линиям тока, можно считать плоскими, давление распределяется в живых сечениях по гидростатическому закону.

Если движение грунтовых вод происходит со свободной поверхностью, на которой давление равно атмосферному, то такое движение является безнапорным.

Если происходит движение грунтовых вод в полностью заполненном водоносном пласте, сверху и снизу ограниченном водоупорными пластами, и все поры водоносного пласта заполнены водой, т. е. пьезометрическая линия расположена выше верха водоносного пласта, то движение — напорное.

27.2. ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ

Под пористыми материалами понимают твердые тела, содержащие в достаточно большом количестве пустоты, характерный размер которых мал по сравнению с характерным размером тела (или пространства, занятого пористой средой). Пустоты в грунтах подразделяются на поры, трещины и каверны.

Фильтрационные свойства грунтов зависят от состава и характеристик грунтов.

Пористость — отношение объема пор W_{Π} к объему грунта W достаточно большому (по сравнению с размерами частиц грунта и порами):

$$m = W_{\Pi}/W. \quad (27.1)$$

В механике грунтов используется понятие коэффициент пористости e — отношение объема пор W_{Π} к объему минеральной части (скелета) в данном объеме $W_{ск}$:

$$e = W_{\Pi}/W_{ск}; \quad e = m/(1 - m); \quad m = e/(1 + e).$$

Пористость всегда меньше единицы, а коэффициент пористости может быть и меньше, и больше единицы (до 4 в глинистых грунтах).

Грунт характеризуется поверхностной пористостью

$$m_{\omega} = \omega/\Omega, \quad (27.2)$$

где ω — суммарная площадь пор в пределах выделенной площади Ω (см. рис. 27.1). Величину m_{ω} называют также просветностью.

По (27.1) определяется средняя пористость выделенного объема, местная пористость определяется как предел $\lim_{W \rightarrow 0} \frac{W_{\Pi}}{W}$.

Средние значения пористости m и поверхностной пористости m_{ω} совпадают.

Часть пор бывает замкнутыми, не сообщающимися с другими порами. Вода, находящаяся в замкнутых порах, не участвует в фильтрации. Часть пор может быть занята заземленным воздухом. Выделяют общую (абсолютную) пористость и активную (эффективную) пористость. В последнем случае под W_{Π} в (27.1) понимают объем только сообщающихся между собой пор, через которые движется жидкость.

Таблица 27.1

Грунты	m	Грунты	m
Гравий, $d=2 \div 20$ мм	0,3—0,4	Супесь	0,35—0,45
Песок, $d=0,05 \div 2$ мм	0,3—0,45	Суглинки	0,35—0,5
		Глина	0,4—0,55
		Торф	0,6—0,95

По размерам поры и трещины разделяют на сверхкапиллярные, по которым происходит свободное перемещение жидкости, капиллярные и субкапиллярные. Размеры сверхкапиллярных пор — более 0,5 мм; сверхкапиллярных трещин — более 0,25 мм; капиллярных пор — от 0,5 до 0,002 мм, капиллярных трещин — от 0,25 до 0,0001 мм. По капиллярным порам и трещинам движение происходит при большом влиянии сил поверхностного натяжения. Грунты с более мелкими порами и трещинами очень слабо проницаемы для жидкостей и газов.

Ориентировочные значения пористости приведены в табл. 27.1.

Трещиноватость скальных грунтов характеризуется модулем трещиноватости M_T , равным количеству трещин на 1 м линии измерения в изучаемом грунте. Модуль трещиноватости изменяется от значений менее 1,5 (слабо трещиноватые) до более 30 (сильно трещиноватые). Поверхностная трещинная пористость

$$m_{\omega} = \omega_T / \Omega,$$

где ω_T — суммарная площадь трещин в пределах выделенной площадки Ω . Наконец, пористость (трещинная пустотность)

$$m_{T,\Pi} = W_T / W,$$

где W_T — объем трещин в объеме грунта W . Трещинная пустотность $m_{T,\Pi}$ изменяется в пределах 0,05 ÷ 0,005.

Грунт называется однородным, если его фильтрационные свойства не зависят от координат рассматриваемой точки, и неоднородным, если его фильтрационные свойства зависят от местоположения рассматриваемой точки.

Грунт называется изотропным, если его фильтрационные свойства не зависят от направления движения жидкости и, наоборот, анизотропным, если его фильтрационные свойства зависят от направления движения жидкости.

Фиктивный грунт (шарообразные частицы одинакового диаметра) — однородный и изотропный.

Грунт, состоящий из одинаково ориентированных параллелепипедов или цилиндров одинакового размера, — однородный, но анизотропный.

Грунты могут состоять из ряда слоев, в каждом из которых фильтрационные свойства различны.

Далее будем рассматривать установившееся движение грунтовых вод в однородном изотропном (фиктивном) грунте с $m = m_0$, подстилаемом плоским водонепроницаемым слоем (водоупором). Рассматривается движение в полностью насыщенном грунте.

27.3. СКОРОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ. ЛИНЕЙНЫЙ ЗАКОН ФИЛЬТРАЦИИ

Так как грунты в целом характеризуются неупорядоченным, случайным расположением частиц и случайным характером порового пространства, то применение теоретического или экспериментального подхода к описанию движения жидкости для конкретных поровых «каналов» или их совокупности невозможно. Поэтому принимают осредненные по площади скорости.

При изучении фильтрации считаем, что пористое тело и жидкость образуют сплошную среду. Тогда, рассматривая площади, значительно превосходящие размеры частиц грунта, можно считать, что грунтовый поток сплошным образом заполняет все пространство пористой среды.

Введем понятие скорость фильтрации

$$u = Q/\Omega, \quad (27.3)$$

где Q — расход, проходящий через сечение грунта площадью Ω . При этом напомним, что $\Omega = \omega_p + \omega_{ск}$ [$\omega_{ск}$ — часть площади Ω , занятая минеральной составляющей грунта (скелетом)].

Действительные скорости просачивания через поры u_n больше, чем скорость фильтрации, в $1/m$ раз.

Отметим, что произведение скорости фильтрации u на площадь сечения потока Ω равно расходу, действительно протекающему через рассматриваемое сечение.

Скорость фильтрации считается непрерывной функцией координат (и времени, если движение неустановившееся). Движение жидкости в грунтах происходит при наличии очень больших сопротивлений в виде малых размеров поровых каналов, их извилистости, неправильной формы, наличия большой шероховатости и ряда других факторов, что значительно снижает скорость фильтрации. В связи с этим в грунтовом потоке принимают, что гидродинамический напор H равен пьезометрическому напору $z + p/\rho g$, т. е. пренебрегают скоростным напором.

Тогда удельная энергия потока (напор)

$$H = z + p/\rho g.$$

В результате изучения движения воды в песчаных фильтрах Дарси установил, что скорость фильтрации линейно зависит от гидравлического уклона

$$u = kJ, \quad (27.4)$$

где k — коэффициент фильтрации.

Выражение (27.4) называют законом Дарси, или линейным законом фильтрации. При выполнении равенства (27.4) потери напора пропорциональны первой степени скорости фильтрации, т. е. режим движения — ламинарный.

Учитывая, что $J = -dH/dl$, получаем

$$u = kJ = -kdH/dl. \quad (27.5)$$

Напомним, что $dH/dl < 0$. При линейном уменьшении напора по длине имеем

$$J = \frac{(z_1 + p_1/\rho g) - (z_2 + p_2/\rho g)}{l} = \frac{H_1 - H_2}{l}.$$

27.4. КОЭФФИЦИЕНТ ФИЛЬТРАЦИИ

Коэффициент фильтрации равен скорости фильтрации при $J=1$. Он зависит от свойств пористой среды (формы, размеров, взаимного расположения шероховатости частиц), засоленности грунта и вязкости жидкости (а следовательно, от ее температуры). Коэффициент фильтрации может

Грунты	k , м/сут*
Глина	0,001
Суглинок тяжелый	0,05
Суглинок легкий	0,05—0,1
Супесь	0,1—0,5
Лёсс	0,25—0,5
Песок пылеватый	0,5—1,0
Песок мелкозернистый	1—5
Песок среднезернистый	5—20
Песок крупнозернистый	20—50
Гравий	20—150
Галечник	100—500
Крупный галечник без песчаного заполнителя	500—1000 и более

* 1 м/с = $86,4 \cdot 10^3$ м/сут.

изменяться под воздействием электрического и магнитного полей.

Ориентировочные значения коэффициента фильтрации приведены в табл. 27.2.

Свойство пористой среды пропускать через себя жидкость, газ или газожидкостную смесь под действием приложенного перепада давления, называется проницаемостью. Проницаемость оценивается коэффициентом проницаемости, который зависит не от свойств жидкости, а только от свойств грунта и измеряется в тех же единицах, что и площадь.

Коэффициент проницаемости может быть представлен в виде

$$k_{\Pi} \approx d^2 f (m), \quad (27.6)$$

где m — пористость; d — так называемый эффективный диаметр частиц (d_{10}).

Широко распространенной единицей проницаемости является дарси, 1 дарси = $1,20 \cdot 10^{-12}$ м².

Коэффициенты фильтрации k и проницаемости k_{Π} связаны между собой отношением

$$k = g k_{\Pi} / \nu,$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости.

Для воды 1 дарси соответствует примерно $k = 1$ м/сут $\approx 0,001$ см/с.

Формулу Дарси можно представить также в виде

$$u = g k_{\Pi} / \nu J. \quad (27.7)$$

Введение коэффициента проницаемости важно при рассмотрении движения воды в смеси с нефтью, газом или фильтрации нефти и т. п.

При оценке фильтрационных свойств грунтов, через которые движется вода, достаточно использования только коэффициента фильтрации.

Коэффициент фильтрации определяют как среднее арифметическое значение по результатам лабораторных и полевых исследований, полученных в одинаковых условиях.

При лабораторных испытаниях для определения коэффициентов фильтрации несвязанных грунтов используется прибор Дарси (рис. 27.1). В вертикальном открытом цилиндре с площадью поперечного сечения Ω уложен песок, который снизу поддерживается сеткой. Вода поступает по трубке a , постоянство уровня поддерживается сливом воды через трубку b . Фильтрующаяся вода через трубку C , снабженную краном K , поступает в мерный бак.

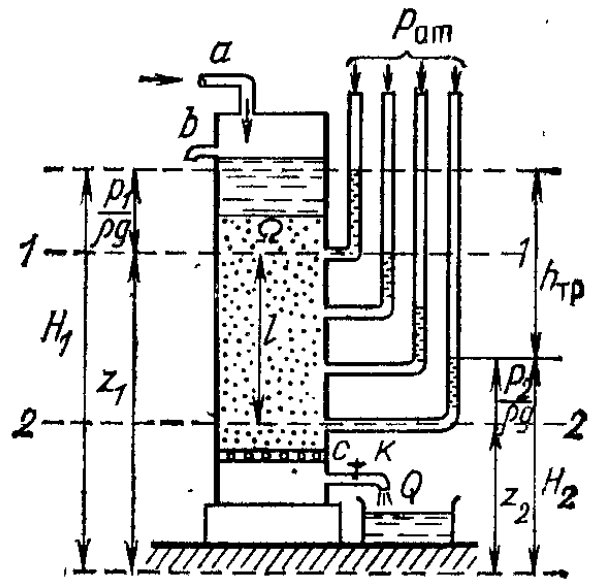


Рис. 27.1

После того как движение станет установившимся, находят расход Q и измеряют показания пьезометров, присоединенных к боковой стенке цилиндра в пределах части объема, заполненного грунтом.

Определяют по (27.3) скорость фильтрации $u = Q/\Omega$, гидравлический уклон $J = h_{тр}/l$ ($h_{тр}$ — разность показаний в двух пьезометрах, расположенных на расстоянии l друг от друга). Из (27.5) находят коэффициент фильтрации k .

В некоторых плотных грунтах (глины и тяжелые суглинки) фильтрация начинается лишь тогда, когда гидравлический уклон (градиент напора) превысит начальный градиент J_0 . Тогда вместо (27.5)

$$u = -k(dH/dl + J_0) = k(J - J_0). \quad (27.8)$$

Для очень плотных глин $J_0 = 20 \div 30$.

Экспериментальные исследования показывают, что закон Дарси при числах Re , превышающих некоторые значения $Re_{кр}$, нарушается. При $Re < Re_{кр}$ справедлив линейный закон фильтрации (ламинарная фильтрация), при $Re > Re_{кр}$ (турбулентная фильтрация) имеют силу другие за-

висимости u и J . Для этих случаев экспериментально найдено

$$J = au + bu^2 \quad (27.9)$$

или

$$u = cJ^{1/n}, \quad (27.10)$$

где a , b , c — коэффициенты, определяемые в опытах (или теоретически) для конкретных случаев движения грунтовых вод.

Если скорости так малы, что можно пренебречь вторым членом в (27.9) (ламинарная фильтрация), то получаем формулу Дарси. Если скорости значительны (турбулентная фильтрация) и можно пренебречь членом au , то получаем формулу, по форме напоминающую формулу Шези,

$$u = k_{\text{турб}} \sqrt{J}. \quad (27.11)$$

Формула (27.10) применяется и для трещиноватых пород, при этом $n = 1 \div 1,75$.

В случаях, когда справедлива формула (27.11), потери напора зависят от квадрата скорости фильтрации.

Строго говоря, турбулентный режим движения воды при ее фильтрации наблюдается при крупных частицах, например при движении воды в каменной наброске. По С. В. Избашу при фильтрации в каменной наброске $k_{\text{турб}}$, см/с, составляет

$$k_{\text{турб}} = (20 - 14/d) m \sqrt{d_{\text{ш}}},$$

где $d_{\text{ш}}$ — средний диаметр шара, равновеликого камню, см; m — пористость каменной наброски.

27.5. ОСОБЕННОСТИ ПЛАВНО И РЕЗКО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

Выделим при плавно изменяющемся движении два сечения, расположенные на расстоянии dl (рис. 27.2), считая их плоскими, а давления в этих сечениях распределяющимися по гидростатическому закону, т.е. для любой точки живого сечения напор равен

$$H = z + p/\rho g = \text{const.}$$

Следовательно, вдоль любой линии тока при переходе от одного сечения к другому напор уменьшится на одно и то же значение dH (величина отрицательная). Вместе с

тем благодаря пренебрежимо малой кривизне линий тока (что позволяет признать их параллельными) считают, что расстояние между сечениями вдоль любой линии тока одно и то же (dl) независимо от выбора линии тока.

Таким образом, при плавно изменяющемся движении и линейном законе фильтрации (ламинарная фильтрация) гидравлический уклон $J = -dH/dl$ будет величиной постоянной для любой точки живого сечения и местные скорости фильтрации

$$u = -kdH/dl$$

во всех точках данного живого сечения будут одинаковыми.

Плоская эпюра распределения скоростей по вертикали в этом случае прямоугольная.

При плавно изменяющемся движении грунтовых вод средняя скорость в живом сечении равна местным скоростям $v = u$:

$$v = kJ = -kdH/dl. \quad (27.12)$$

Здесь J — уклон свободной поверхности, который изменяется только вдоль по течению.

Уравнение (27.12) называется формулой Дюпюи. Это уравнение является частным случаем формулы Дарси (27.5) и служит основной при выполнении расчетов плавно изменяющегося движения грунтовых вод. Отметим, что при изучаемом движении скорости v вдоль потока не одинаковы.

При резко изменяющемся движении грунтовых вод (рис. 27.3) линии тока имеют значительную кривизну и их даже условно нельзя считать прямыми; живое сечение, нормальное во всех точках к соответствующим линиям тока, отличается от плоского; расстояния между живыми сечениями существенно различны в зависимости от того, вдоль какой линии эти расстояния определяются. Поэтому гидравлический уклон в пределах живого сечения не является постоянным. В связи с этим и в соответствии с (27.5) местные скорости в пределах данного живого сечения не одинаковы, т. е. эпюра скоростей — не прямоугольная.

При рассмотрении резко изменяющегося движения грунтовых вод приходится обращаться к общим уравнениям

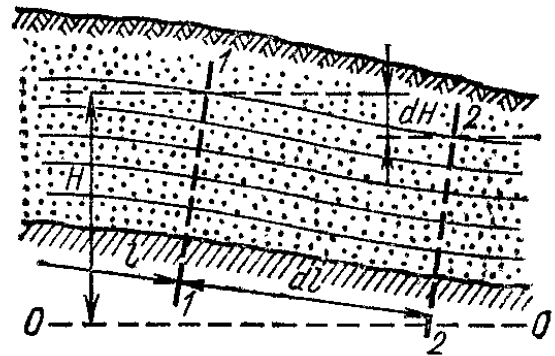


Рис. 27.2

движения и рассматривать характеристики потока как непрерывные функции координат (см. гл. 28).

Равномерное движение грунтовых вод — частный случай плавно изменяющегося движения. При равномерном движении линии тока — прямые, параллельные линии дна водоупора. Гидравлический уклон постоянен не только в каждом живом сечении, но и для всех живых сечений по длине потока.

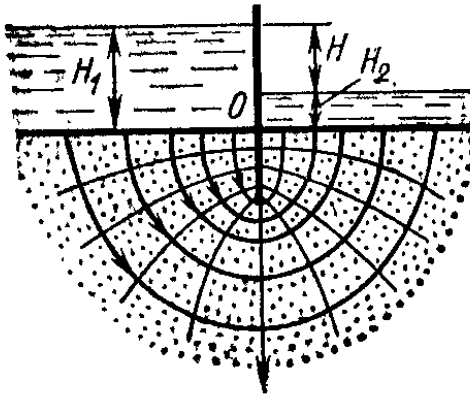


Рис. 27.3

Гидравлический уклон, как и при равномерном движении в открытых руслах, равен уклону дна i , т. е. $J=i$.

Свободная поверхность при равномерном движении грунтовых вод параллельна линии дна, как и при равномерном движении в открытых руслах.

Формула (27.12) для равномерного движения при линейном законе фильтрации имеет вид

$$v_0 = ki, \quad (27.13)$$

где v_0 — средняя скорость при равномерном движении.

Тогда расход при равномерном ламинарном движении грунтовых вод

$$Q = \omega_0 v_0 = k\omega_0 i, \quad (27.14)$$

где ω_0 — площадь живого сечения при равномерном движении.

При этом понятно, что ω_0 включает в себя, как и в других случаях движения грунтовых вод, площадь пор и площадь занятую частицами грунта, в данном живом сечении.

Так как движение грунтовых вод обычно происходит в руслах очень большой ширины b , то, как правило, рассматривают плоскую задачу. Тогда удельный расход (на единицу ширины потока) при $\omega_0 = bh_0$

$$q = kh_0 i, \quad (27.15)$$

где h_0 — нормальная глубина.

Соответственно нормальная глубина найдется как

$$h_0 = q/ki. \quad (27.16)$$

27.6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ НЕРАВНОМЕРНОГО ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ ФИЛЬТРАЦИИ

Такое движение наиболее часто встречается в виде безнапорного — со свободной поверхностью (рис. 27.4). Для него справедлива формула Дюпюи (27.12). Пренебрегая, как уже указывалось, скоростным напором, для всех точек сечения имеем

$$H = z + p/\rho g = a + h,$$

где a — высота положения поверхности водоупора над плоскостью сравнения $0-0$ в рассматриваемом сечении; h — глубина потока в данном сечении.

Гидравлический уклон может быть выражен как

$$J = -\frac{dH}{dl} = -\frac{da}{dl} - \frac{dh}{dl} = i - \frac{dh}{dl},$$

где $i = -da/dl$ (с увеличением l высота a уменьшается),

Тогда из (27.12)

$$v = k(i - dh/dl). \quad (27.17)$$

Уравнение расхода для этого вида движения грунтовых вод представится в виде

$$Q = \omega v = k\omega(i - dh/dl). \quad (27.18)$$

Для равномерного движения при $h_0 = \text{const}$ и $dh/dl = 0$

$$Q = k\omega_0 i.$$

Умножив обе части уравнения (27.18) на произвольный положительный уклон i' , получим

$$Qi' = k\omega i' (i - dh/dl).$$

Обозначим $Q' = k\omega i'$ расход, который проходил бы в условиях равномерного движения через живое сечение площадью ω при уклоне, равном i' . Этот расход в каждом живом сечении разный.

Имеем

$$Qi' = Q' (i - dh/dl),$$

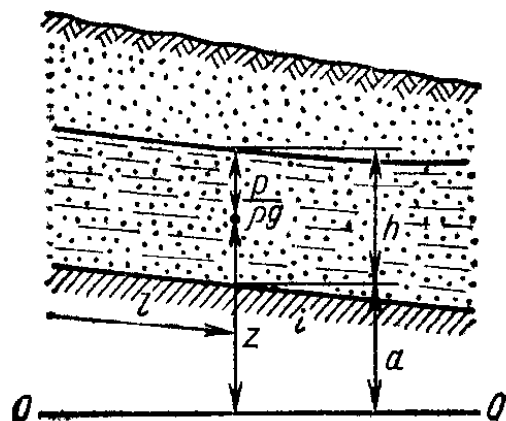


Рис. 27.4

откуда

$$dh/dl = i' (i/i' - Q/Q'). \quad (27.19)$$

Уравнение (27.19) применяется для анализа форм кривых свободной поверхности потока грунтовых вод при любом поперечном сечении.

Для того чтобы рассматривать плоскую задачу, ограничимся движением в руслах с прямоугольной формой поперечного сечения и достаточной шириной.

Для плоской задачи

$$q = kh(i - dh/dl). \quad (27.18a)$$

Учитывая, что удельный расход может быть выражен по (27.15), для прямого уклона ($i > 0$) имеем

$$kh_0 i = kh(i - dh/dl) \text{ и } dh/dl = i(h - h_0)/h = i(1 - h_0/h) \quad (27.19a)$$

или

$$dl = \frac{hdh}{i(h - h_0)}. \quad (27.20)$$

При обратном уклоне ($i < 0$) вводим в рассмотрение нормальную глубину h'_0 , при которой происходило бы равномерное движение с расходом q по водоупору, имеющему уклон $i' = -i$. Тогда

$$q = -kh(i' + dh/dl); \quad (27.18б)$$

$$dh/dl = -i(1 + h'_0/h) \quad (27.19б)$$

или

$$dl = -\frac{h_0}{i'} \frac{hdh}{h + h'_0}. \quad (27.20a)$$

При нулевом уклоне ($i = 0$) из (27.18a) получим

$$q = -khdh/dl; \quad (27.18в)$$

$$dh/dl = -q/kh; \quad (27.19в)$$

$$dl = -khdh/q. \quad (27.20б)$$

После интегрирования уравнений (27.20) — (27.20б) получим выражения для определения длины кривой свободной поверхности.

Перейдем к рассмотрению возможных форм кривых свободной поверхности — кривых депрессии.

При прямом уклоне водоупора ($i > 0$) имеются две зо-

ны в области движения потока: зона *a* выше линии нормальных глубин и зона *b*, где $h < h_0$ (рис. 27.5). В зоне *a* при $h > h_0$ расположена кривая подпора согласно (27.19). Так как $dh/dl > 0$, а плоскость $d^2h/dl^2 > 0$, то кривая подпора — вогнутая. Кривая подпора асимптотически стремится к линии нормальных глубин *NN* в верхней части, а в ниж-

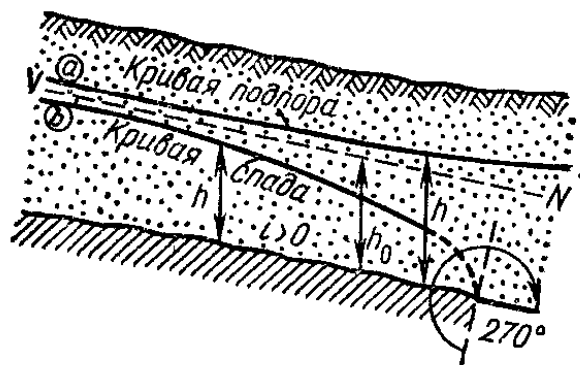


Рис. 27.5

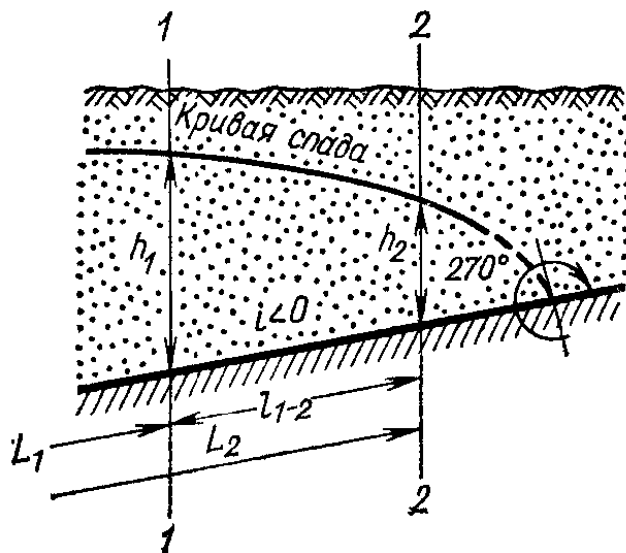


Рис. 27.6

ней — к горизонтальной прямой (как для открытых потоков). В зоне *b*, где $h < h_0$, $dh/dl < 0$ и кривая свободной поверхности — кривая спада. В верхней части она асимптотически стремится к линии нормальных глубин. В нижней части при $h \rightarrow 0$ наблюдается интересное явление: $dh/dl \rightarrow -\infty$ и кривая спада составляет с линией водоупора угол 270° . В окрестности этой точки плавная изменяемость движения нарушается.

При обратном уклоне ($i < 0$), как показывает анализ (27.19 б), $dh/dl < 0$ и имеется только одна форма кривой свободной поверхности — кривая спада (рис. 27.6). В верхней части при $h \rightarrow \infty$ кривая спада асимптотически стремится к горизонтальной прямой. При $h \rightarrow 0$ вновь, как и при прямом уклоне, $dh/dl \rightarrow -\infty$, т. е. кривая спада пересекает линию водоупора под углом 270° .

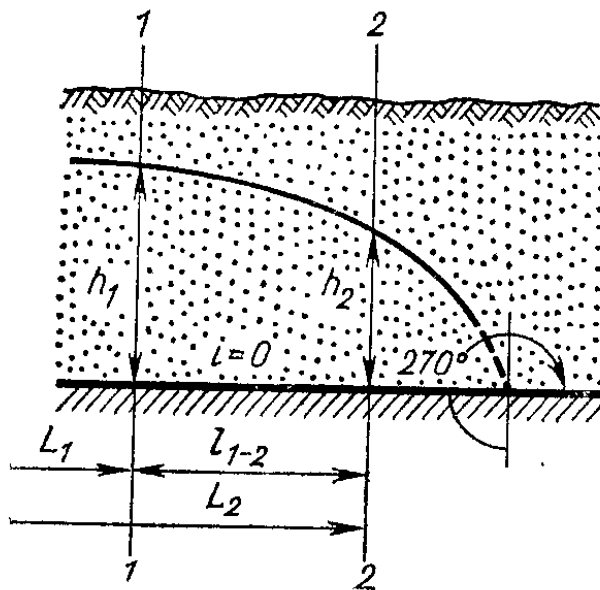


Рис. 27.7

При нулевом уклоне (27.19в) $dh/dl < 0$ и имеется только одна форма кривой свободной поверхности — кривая спада (рис. 27.7).

27.7. РАСЧЕТ КРИВЫХ ПОДПОРА И СПАДА ПРИ ЛАМИНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Выполним интегрирование уравнений (27.20), (27.20а), (27.20б). Введем относительную глубину $\eta = h/h_0$ или h/h'_0 . При этом очевидно, что $dh = h_0 d\eta$.

Для $i > 0$

$$dl = \frac{h_0}{i} \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta;$$

для $i < 0$

$$dl = - \frac{h_0}{i'} \frac{\eta}{1 + \eta} d\eta;$$

для $i = 0$

$$dl = \frac{k}{q} h dh.$$

После интегрирования:

для $i > 0$: при $\eta > 1$ (кривые подпора)

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{i} \left(\eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1} \right); \quad (27.21)$$

при $\eta < 1$ (кривые спада)

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{i} \left(\eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{1 - \eta_2}{1 - \eta_1} \right); \quad (27.22)$$

для $i < 0$

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{|i|} \left(\eta_1 - \eta_2 + \ln \frac{1 + \eta_2}{1 + \eta_1} \right); \quad (27.23)$$

для $i = 0$

$$l_{1-2} = \frac{k}{2q} (h_1^2 - h_2^2), \quad (27.24)$$

что свидетельствует о параболическом очертании в этом случае.

Как и в открытых руслах, в случае $i > 0$ асимптотическое приближение кривой свободной поверхности к линии нормальных глубин означает, что величины η не могут быть равны единице.

Удельный расход при неравномерном плавно изменяющемся движении грунтовых вод по водоупору с нулевым уклоном определяют по формуле, полученной из (27.24),

$$q = \frac{k}{2l} (h_1^2 - h_2^2), \quad (27.25)$$

где l — расстояние между сечениями с глубинами h_1 и h_2 .

27.8. ПРИТОК К ВЕРТИКАЛЬНЫМ СКВАЖИНАМ (КОЛОДЦАМ)

Совершенная водозаборная или дренажная скважина. Рассмотрим безнапорное плавно изменяющееся движение грунтовых вод в водоносном пласте по горизонтальному водоупору, притекающих к совершенной (доходящей до водоупора) водозаборной скважине (рис. 27.8). Поступление воды по радиальным направлениям в скважину происходит через водопроницаемые по всей высоте стенки, радиус скважины равен $r_{\text{скв}}$.

Мощность безнапорного водоносного горизонта (пласта) равна H_0 . На такой высоте от водоупора при отсутствии откачки устанавливается горизонтальный естественный уровень грунтовых вод и до начала откачки движения грунтовых вод нет.

После начала откачки уровень грунтовых вод в скважине и вокруг нее в грунте начнет понижаться. Свободная поверхность примет форму, называемую депрессионной воронкой. Для рассматриваемых условий (горизонтальный водоупор, однородный грунт) воронка представляет собой поверхность, образованную вращением кривой депрессии относительно вертикальной оси (скважины).

В течение некоторого времени после начала откачки движение будет неустановившимся. После того как откачки-

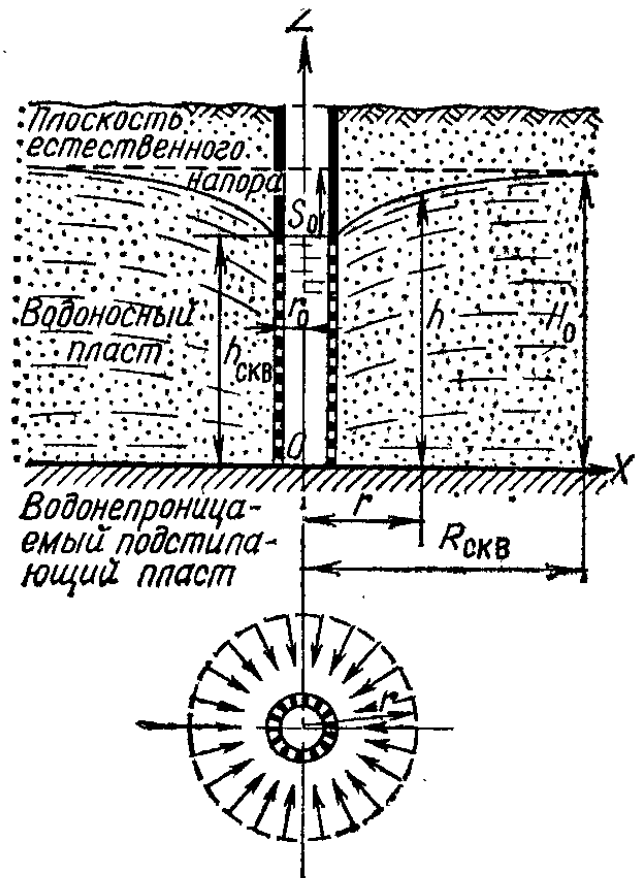


Рис. 27.8

ваемый из скважины и поступающий в нее расходы сравняются, по прошествии некоторого промежутка времени движение станет установившимся, а уровень воды в скважине и воронка депрессии — неизменными.

Так как движение — плавно изменяющееся, то в каждом данном живом сечении у изучаемого потока гидравлический уклон будет одним и тем же, но J — различным в разных живых сечениях.

Живые сечения представляют собой боковые поверхности цилиндров с текущей высотой h , отстоящих от оси скважины на текущее расстояние r . Гидравлический уклон равен $J = dh/dr$, площадь $\omega = 2\pi rh$.

Расход

$$Q = k\omega J = 2\pi k r h dh/dr. \quad (27.26)$$

Разделив переменные и проинтегрировав в пределах от $r_{\text{СКВ}}$ до r и от $h_{\text{СКВ}}$ до h , получим при $Q = \text{const}$ и $k = \text{const}$

$$h^2 - h_{\text{СКВ}}^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_{\text{СКВ}}},$$

или

$$h^2 - h_{\text{СКВ}}^2 = 0,73 \frac{Q}{k} \lg \frac{r}{r_{\text{СКВ}}}, \quad (27.27)$$

где $h_{\text{СКВ}}$ — глубина воды в скважине.

По уравнению (27.27) можно определить координаты кривой свободной поверхности. В любой из вертикальных плоскостей, пересекающих область движения по диаметру, очертание кривой свободной поверхности одинаковое, кривая депрессии — выпуклая.

Введем понятие радиус влияния скважины $R_{\text{СКВ}}$ — расстояние, за пределами которого не наблюдается изменение напора. При $r = R_{\text{СКВ}}$ напор равен естественному напору или мощности водоносного горизонта H_0 . Тогда из (27.27) получаем

$$Q = 1,36k \frac{H_0^2 - h_{\text{СКВ}}^2}{\lg \frac{R_{\text{СКВ}}}{r_{\text{СКВ}}}}. \quad (27.28)$$

Как видно, наряду с величинами H_0 , $h_{\text{СКВ}}$ (или $s_{\text{СКВ}}$), $r_{\text{СКВ}}$ и k дебит скважины определяется радиусом влияния скважины

$$R_{\text{СКВ}} = 3000s_0 \sqrt{k}, \quad (27.29)$$

где s_0 — понижение уровня воды при откачке, м; k — коэффициент фильтрации, м/с.

В предварительных расчетах радиус влияния скважины принимается для мелкозернистых песков 100—200; для среднезернистых песков 250—500; для крупнозернистых песков 700—1000; для мелкого гравия 500—600; для крупного гравия 1500—3000 м.

Совершенная поглощающая скважина. Такие скважины служат для сброса воды в водоносный слой (рис. 27.9). Глубина воды в скважине $h_{\text{скв}}$ больше, чем мощность водоносного пласта H_0 , поэтому кривая депрессии — вогнутая. Здесь анализ делается, исходя из тех же основных положений, что и для водозаборной скважины. Но выражение для гидравлического уклона имеет вид

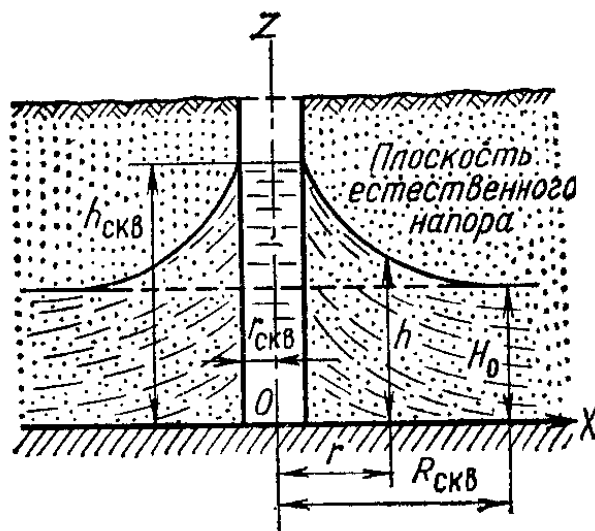


Рис. 27.9

$$J = -dh/dr,$$

так как уменьшению h соответствует увеличение r . Тогда для поглощаемого расхода получим

$$Q = 1,36k \frac{H_0^2 - h_{\text{скв}}^2}{\lg \frac{R_{\text{скв}}}{r_{\text{скв}}}}. \quad (27.30)$$

Совершенная артезианская скважина. Такая скважина (рис. 27.10) прорезает верхний водоупорный пласт, водоносный пласт и доходит до нижнего водоупорного пласта. Грунтовые воды полностью заполняют водоносный пласт и находятся под давлением, большим атмосферного. При отсутствии движения плоскость естественного напора располагается на некоторой высоте H_0 от поверхности нижнего водоупорного пласта, которая соответствует естественному напору. Давление в водоносном пласте может быть столь большим, что плоскость естественного напора располагается выше отметок земли (фонтанирующие или самоизливающие скважины).

Примем, что верхняя и нижняя границы водоносного пласта плоские и горизонтальные. Следовательно, мощность водоносного пласта постоянна и равна t .

По отметкам воды в наблюдательных скважинах при откачках можно определять положение депрессионной воронки.

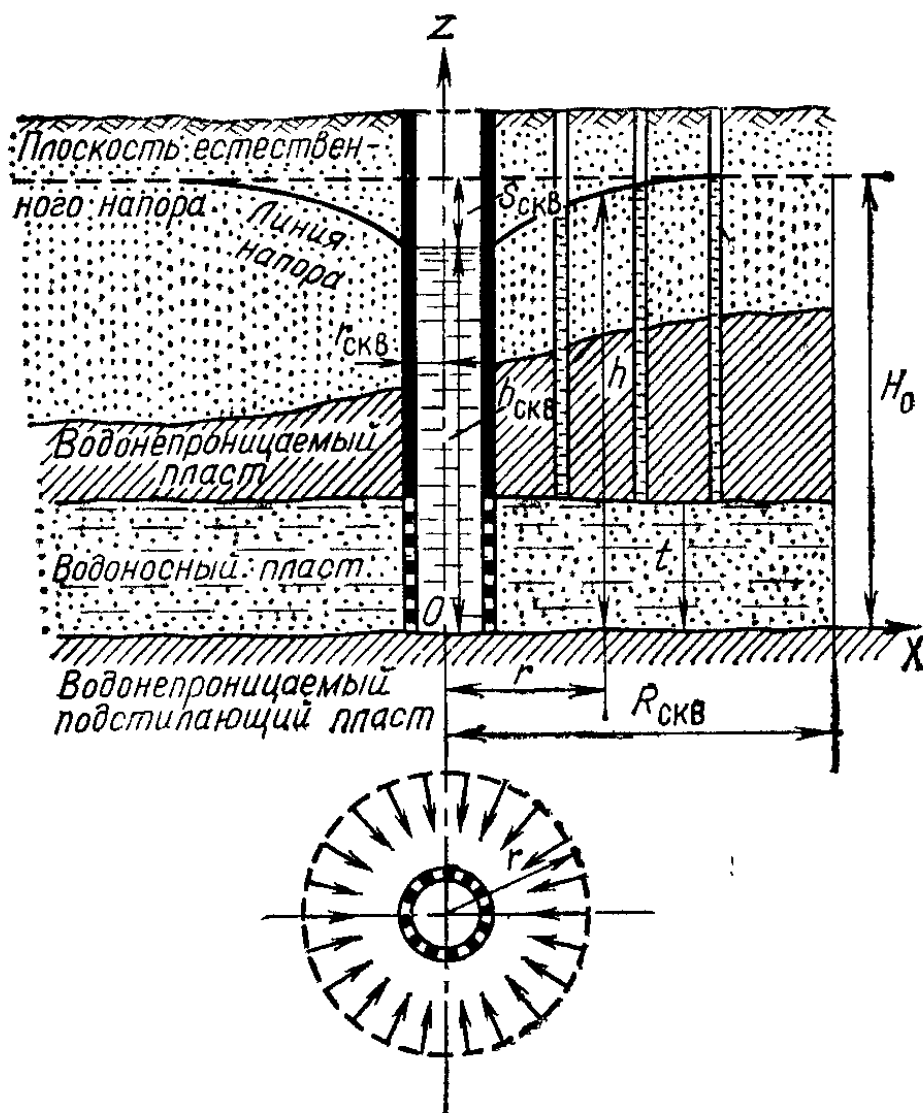


Рис. 27.10

Как и при безнапорном движении к водозаборной скважине, вначале процесс неустановившийся, лишь спустя некоторое время движение становится установившимся, уровень воды в скважине и очертание поверхности воронки депрессии — неизменными; откачиваемый и поступающий в скважину расходы — равными. Живые сечения представляют собой боковые поверхности цилиндров $\omega = 2\pi r t$. Гидравлический уклон $J = dh/dr$ и постоянен в каждом живом сечении вследствие плавной изменяемости движения. Тогда уравнение расхода можно записать в виде

$$Q = 2k\pi r t dh/dr. \quad (27.31)$$

После разделения переменных и интегрирования получим с учетом того, что Q , k и t не изменяются,

$$h - h_{\text{СКВ}} = 0,37 \frac{Q}{kt} \lg \frac{r}{r_{\text{СКВ}}},$$

где $h_{\text{СКВ}}$ — глубина воды в скважине; r — расстояние по радиусу до сечения, где напор равен h ; $r_{\text{СКВ}}$ — радиус скважины.

Дебит колодца определим, если примем $r = R_{\text{СКВ}}$:

$$Q = 2,73 \frac{ktH_0 - h_{\text{СКВ}}}{\lg \frac{R_{\text{СКВ}}}{r_{\text{СКВ}}}}. \quad (27.32)$$

27.9. ПРИТОК К ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ВОДОПРИЕМНЫМ УСТРОЙСТВАМ

Водосборная галерея. Найдем приток к водосборной галерее при безнапорном плавно изменяющемся движении грунтовых вод по горизонтальному водопроницаемому пласту (рис. 27.11). Дно галереи расположено на водоупоре. К галерее с двух сторон притекает удельный расход, равный удвоенному удельному расходу, определяемому по (27.25). Уравнение свободной поверхности имеет вид

$$h^2 - h_{\text{гал}}^2 = \frac{2q}{k} x,$$

где x — расстояние от внешней стенки галереи до створа с текущей глубиной h .

Если ввести понятие длина влияния галереи $L_{\text{гал}}$, то при $x = L_{\text{гал}}$ можно получить для удельного расхода, притекающего к галерее с двух сторон,

$$q = \frac{k(H_0^2 - h_{\text{гал}}^2)}{L_{\text{гал}}}.$$

Расход, поступающий в галерею длиной B , при двустороннем поступлении

$$Q = \frac{kB(H_0^2 - h_{\text{гал}}^2)}{L_{\text{гал}}}. \quad (27.33)$$

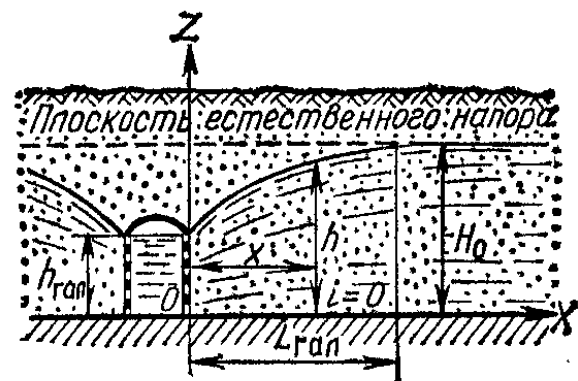


Рис. 27.11

Прямоугольная перемычка. Рассмотрим перемычку прямоугольного поперечного сечения из однородного грунта, расположенную на горизонтальном водоупоре (рис. 27.12).

Вертикальность стенок обеспечивается ограждающими конструкциями. Фильтрация воды происходит по всей смоченной вертикальной поверхности, коэффициент фильтрации k постоянный.

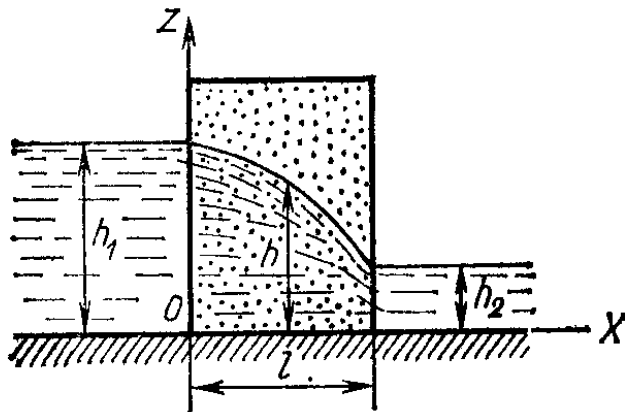


Рис. 27.12

Для этого случая, также как и для водосборной галереи, справедливо уравнение (27.25)

$$q = \frac{k}{2l} (h_1^2 - h_2^2). \quad (27.34)$$

27.10. ПРИТОК К ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ДРЕНАЖУ

Горизонтальный дренаж представляет собой открытые каналы (рис. 27.13, а) или уложенные в грунте дрены (рис. 27.13, б). Каналы и дрены проложены с уклоном, обеспечивающим отвод воды.

Рассмотрим случай, когда инфильтрация с поверхности земли отсутствует при следующих допущениях: водоупор близко расположен от поверхности земли, с ним совпадает дно канала или низ дренажной трубы; движение грунтовых вод, направляющихся к каналу или к трубе, плоское, плавно изменяющееся. Если принято $\omega = h \cdot l$, а гидравлический уклон $J = dh/dx$, то удельный расход, притекающий с одной стороны к единице длины канала или трубы,

$$q = k\omega J = kHdh/dx. \quad (27.35)$$

Введя понятие длина влияния дрены $L_{др}$, получим после интегрирования для одностороннего притока

$$q = k (H_0^2 - h_{др}^2) / 2L_{др}.$$

Для удельного расхода притока с двух сторон

$$2q = k (H_0^2 - h_{др}^2) / L_{др}, \quad (27.36)$$

причем $L_{др}$ для канала отсчитывается от крайней точки дна.

При глубоком залегании водонепроницаемого пласта по А. Н. Костякову удельный расход, притекающий к несовершенной дрене с одной стороны, состоит из двух частей: удельного расхода, поступающего из

грунта, расположенного выше уровня дна, q_1 и удельного расхода, притекающего из лежащей ниже этого уровня части грунта, q_2 (рис. 27.13, в). Для первой (вышерасположенной) части при $\omega = h \cdot 1$ и $J = dh/x$ удельный расход определяется по (27.35):

$$q_1 = kHdh/dx.$$

Для второй (нижерасположенной) части можно принять, что направление притока — радиальное, живые сечения — части боковых по-

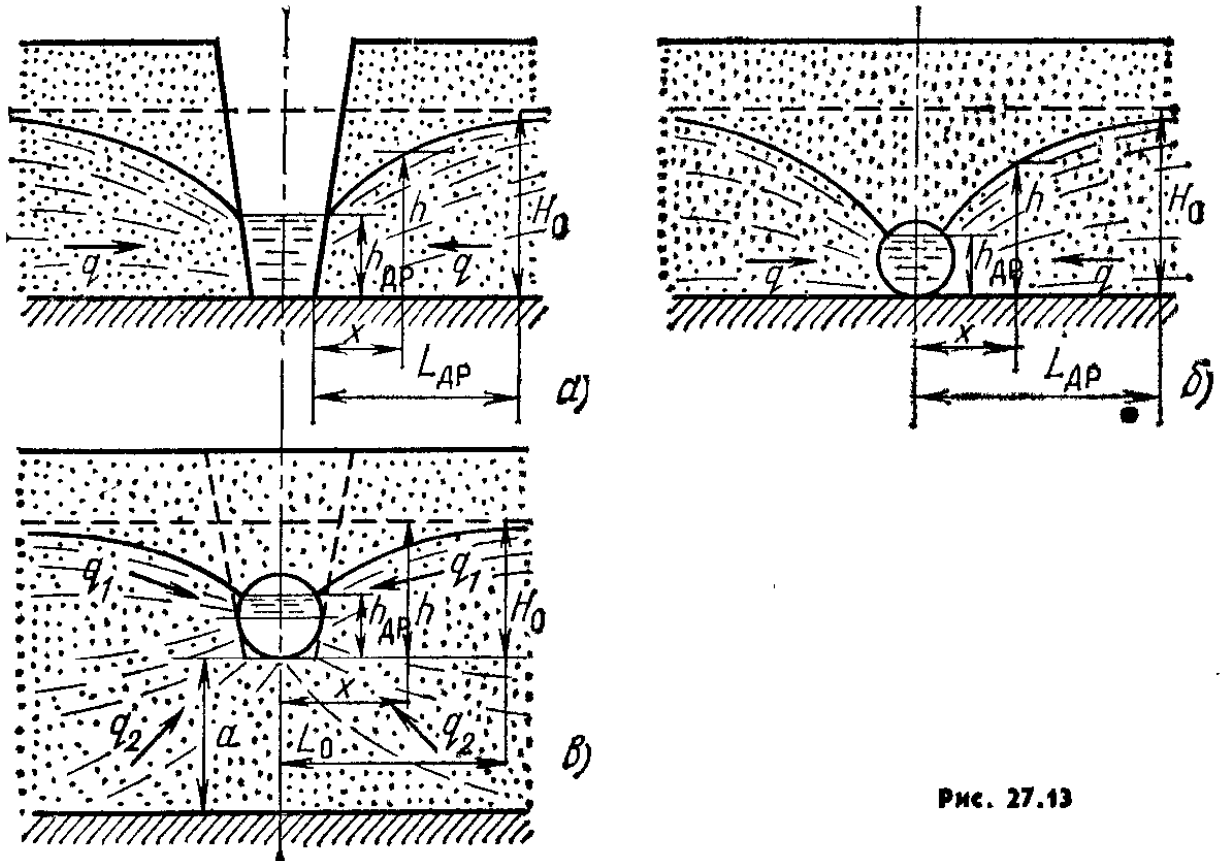


Рис. 27.13

верхностей соответствующих цилиндров с текущими радиусами x . Следовательно, площадь живого сечения можно выразить как $\omega = \alpha x \cdot 1$ (α — радианная мера дуги окружности с радиусом x). При залегании водоупора на очень большой глубине $\alpha = \pi/2$

$$q_2 = -k \frac{\pi}{2} x \frac{dh}{dx}.$$

Удельный расход притока (с одной стороны) равен

$$q_2 = k \frac{\pi}{2} \frac{\beta'}{90} x \frac{dh}{dx},$$

где $\sin \beta' \approx h/x$, т. е. это пьезометрический уклон свободной (депрессивной) поверхности грунтовых вод; значения $\sin \beta'$: для крупных песков 0,003—0,006; песков 0,006—0,02; супесей 0,02—0,05; суглинков 0,05—0,1; глин 0,1—0,15; торфа 0,02—0,12.

Суммарный односторонний приток равен

$$q = q_1 + q_2 = k \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\beta'}{90} \right) x \frac{dh}{dx}.$$

Интегрируя в пределах от $x=d/2$ до $x=L_{др}$ и от $h_{др}$ до H_0 и пренебрегая членом $\beta'/90$ из-за малого его значения, получим двусторонний удельный приток к несовершенной дрене

$$2q = 1,36 \frac{k (H_0 - h_{др})}{\lg \frac{2L_{др}}{d}}, \quad (27.37)$$

где d — диаметр дренажной трубы или ширина канала по дну, м; $L_{др}$ — длина влияния дрены, м.

При промежуточном по глубине залегании водоупора (если расстояние от горизонтальной оси дренажной трубы до водоупора a мало)

$$q = \frac{k (H_0 - h_{др})}{L_{др}} \left(a + \frac{H_0 + h_{др}}{2} \right). \quad (27.38)$$

Следует отметить, что рассмотренные схемы являются приближенными. В реальных случаях при расчете горизонтального дренажа учитывается ряд факторов (положение кривой депрессии, которая может проходить выше верха трубы; конструктивные особенности дрен и фильтров и т. д.).

27.11. ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗ КАНАЛОВ

Фильтрация воды из каналов (рис. 27.14) составляет основную часть потерь. Потери воды на фильтрацию зависят от размеров канала, коэффициента фильтрации грунтов, в которых проложен канал и в которых происходит отток воды, глубины залегания грунтовых вод и водонепроницаемых пластов. Фильтрация из каналов, работающих постоянно, отличается от фильтрации из каналов, работающих периодически, они имеют разные количественные показатели потерь.

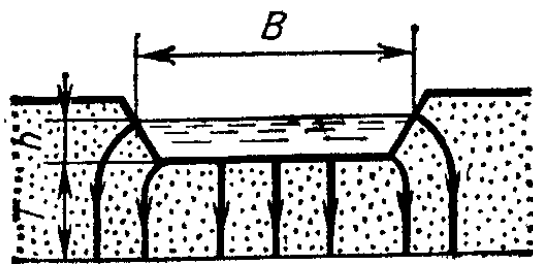


Рис. 27.14

Если грунтовые воды находятся достаточно глубоко и канал работает, периодически включаясь в подачу воды, то весь фильтрационный поток движется сверху вниз и гидравлический уклон J близок к единице.

Если водоупор или грунтовые воды залегают на небольшой глубине от постоянно или достаточно длительно работающего канала, то фильтрационный поток распластан и гидравлический уклон J значительно меньше единицы.

По Н. Н. Павловскому удельный фильтрационный расход из канала при свободном оттоке (без подпора)

$$q = k(B + 2h). \quad (27.39)$$

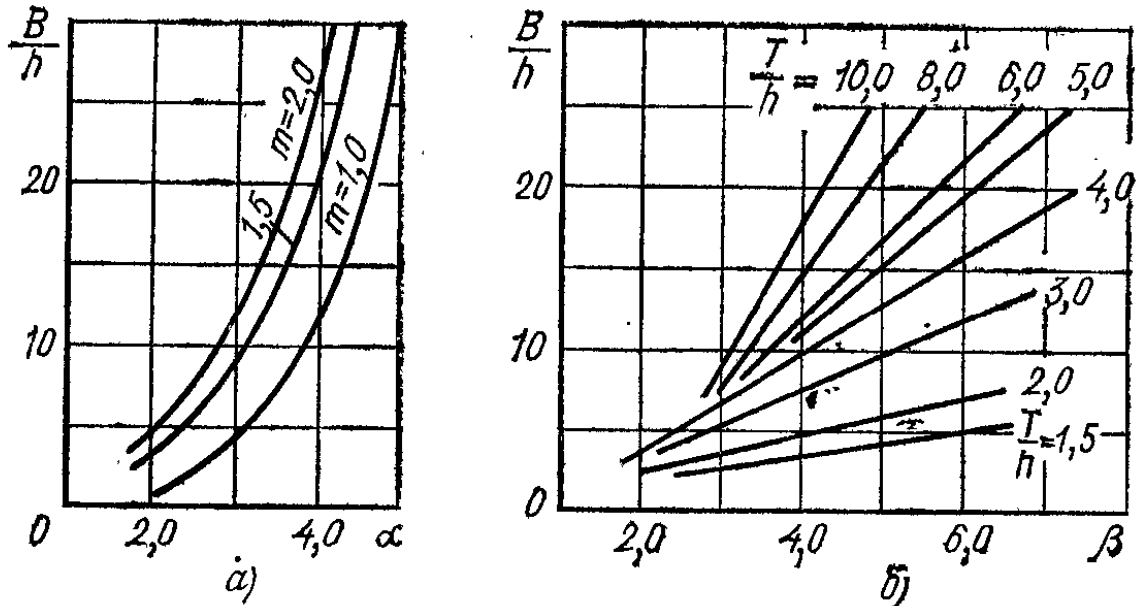


Рис. 27.15

По В. В. Ведерникову при глубоком залегании грунтовых вод, т. е. при свободной фильтрации,

$$q = k(B + \alpha h), \quad (27.40)$$

где B — ширина канала по верху, м; h — глубина воды в канале, м; α — коэффициент, зависящий от коэффициента откоса m и относительной ширины канала по верху B/h (рис. 27.15, а).

Если на глубине T (см. рис. 27.14) от дна канала залегает пласт с высокой водопроницаемостью, дренирующий фильтрующуюся воду, так что подпор отсутствует, то

$$q = k(B + \beta h),$$

где β — коэффициент, зависящий от B/h и T/h . Для коэффициента откоса $m=1,5$ эта зависимость дана на рис. 27.15, б.

При периодической работе потери воды из канала больше, чем при непрерывной.

При фильтрации, происходящей при близком залегании водоупора или безотточных грунтовых вод (несвободная фильтрация), расход воды, вытекающей из канала, меньше, чем при свободной. Несвободная фильтрация из канала изучается в курсе мелиораций.

Если уровень грунтовых вод расположен на уровне поверхности воды в канале, то $q=0$. Если уровень грунтовых вод расположен выше отметки воды в канале, то происходит приток грунтовых вод в канал и расход в канале увеличивается соответственно значениям q .

Глава 28

ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

28.1. ПОНЯТИЕ О ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ. ПОТЕНЦИАЛ СКОРОСТИ

В гл. 3 были установлены признаки потенциального движения. Следует отметить, что движение, строго соответствующее условиям безвихревого (потенциального) движения, в природе и технике отсутствует. Но в ряде случаев можно применить понятие потенциальное движение, условно идеализируя реально происходящее движение вязкой жидкости. Во многих задачах значительная часть области, занятой движущейся жидкостью, находится в условиях практически безвихревого движения. При обтекании твердых тел реальной жидкостью всю область движения делят на две: тонкий пограничный слой, примыкающий непосредственно к телу, и внешнюю область, где пренебрегают силами вязкости и движение считают потенциальным. Как будет показано ниже, движение жидкости через оголовки водослива и из-под затвора при больших скоростях также можно считать потенциальным. Движение вязкой жидкости в пористой среде, если рассматривать индивидуально поровые каналы, является вихревым, с уменьшающимися к стенкам местными скоростями в каждом поровом канале. Но, рассматривая осредненное по пространству, как было указано в гл. 27, движение (при линейном законе фильтрации), справедливо можно считать его потенциальным.

Как было показано в гл. 3, потенциальное движение характеризуется отсутствием вращательного (вихревого)

движения частиц. При этом движение частиц складывается только из поступательного и деформационного видов движения. Итак, движение будет потенциальным, если все компоненты угловой скорости частиц ω равны нулю, следовательно, $\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega = 0$. Отсюда

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial x}; \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial x}; \\ \frac{\partial u_y}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (28.1)$$

Рассматривается установившееся движение, не зависящее от времени.

Существование системы (28.1) является необходимым и достаточным условием для того, чтобы имела некоторая функция $\Phi(x, y, z)$, связанная с компонентами скорости следующим образом:

$$u_x dx + u_y dy + u_z dz = -d\Phi. \quad (28.2)$$

Поскольку полный дифференциал функции Φ имеет вид

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dz, \quad (28.3)$$

из сопоставления (28.2) и (28.3) можно получить

$$\left. \begin{aligned} u_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \\ u_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y}; \\ u_z &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (28.4)$$

Функция Φ , удовлетворяющая условиям (28.4), называется потенциалом скорости (по аналогии с понятием потенциала в других разделах механики и физики). Знак минус в (28.2) и (28.4) показывает, что движение происходит из области с большим значением Φ к точкам с меньшим значением Φ . Применяются и соответствующие выражения без минуса, тогда все описания потенциально-го движения проводятся на этой основе.

Можно рассматривать и потенциал скорости для неустановившегося движения, в этом случае время t — пара-

метр, и движение получается для каждого данного момента времени. Потенциал скорости и его две производные являются непрерывными. Так как значение второй производной не зависит от порядка дифференцирования, то из (28.4) следует

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial z} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x}; \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y}; \\ \frac{\partial u_z}{\partial y} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (28.5)$$

Таким образом, скорости при безвихревом движении имеют потенциал, поэтому такое движение и называется потенциальным.

Если в пространстве, занятом потенциальным потоком, выделены поверхности, все точки которых имеют одинаковые значения потенциала скорости Φ , то они называются поверхностями равного потенциала (или эквипотенциальными).

Для поверхности равного потенциала согласно определению в общем случае

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z, t) &= \text{const} = C; \\ d\Phi &= 0. \end{aligned}$$

Следовательно, уравнение поверхности равного потенциала имеет в соответствии с (28.2) вид

$$u_x dx + u_y dy + u_z dz = 0. \quad (28.6)$$

Различные поверхности равного потенциала в данном потенциальном потоке характеризуются разными значениями постоянной C (C_1, C_2, \dots, C_n) (рис. 28.1).

Скорость u через потенциал скорости выражается как

$$u = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2}.$$

Проекция скорости при потенциальном движении должны удовлетворять не только (28.4), но и уравнению неразрывности для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0.$$

Подставив (28.4) в уравнение неразрывности, получим выражение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad (28.7)$$

которое называется уравнением Лапласа. Функции, удовлетворяющие уравнению Лапласа, называются гармоническими. Следовательно, потенциал скорости Φ — гармоническая функция.

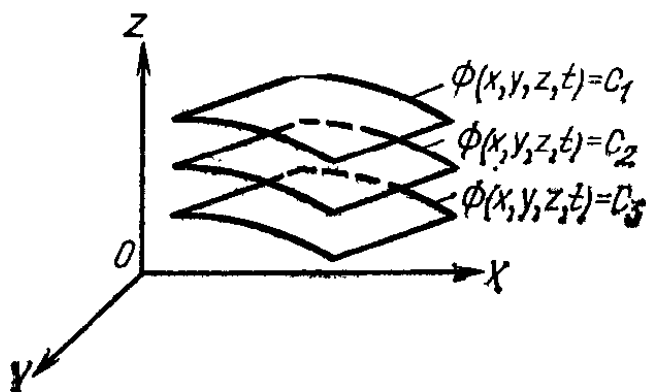


Рис. 28.1

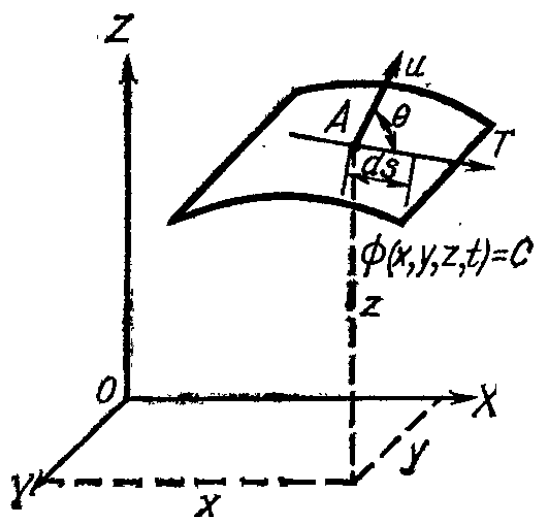


Рис. 28.2

В гидромеханике доказывается, что в односвязной области, на границах которой значение потенциала скорости известно, может существовать одно-единственное потенциальное движение. В односвязной области в отличие от многосвязной можно любую замкнутую кривую, находящуюся в ней, стянуть непрерывным образом в точку, не выходя из границ этой области. В дальнейшем будем рассматривать потенциальное движение в односвязных областях.

Нам известно, что для описания движения жидкости необходимо знать значения u_x , u_y , u_z и давления p во всех точках пространства, где происходит описываемое движение. Для этого необходимо иметь четыре уравнения: три (28.4) и уравнение неразрывности. Уравнение Лапласа (28.7) включает в себя все указанные четыре уравнения. Поэтому, решив уравнение Лапласа для данного движения при заданных условиях на границах данной односвязной области, полностью опишем соответствующее этим условиям потенциальное движение. Поскольку уравнение Лапласа линейное, сумма двух его частных решений будет реше-

нием этого уравнения. В связи с этим при потенциальном движении справедливо применение принципа суперпозиции (наложения). Зная потенциалы скорости для некоторых видов потенциального движения и применяя принцип суперпозиции, можно находить решения для более сложных случаев движения.

Установим, как при потенциальном движении расположены линии тока по отношению к поверхностям равного потенциала. Выделим на поверхности равного потенциала точку A . Скорость движения частицы жидкости в этой точке u имеет проекции u_x, u_y, u_z . Проведем через точку A касательную T к поверхности равного потенциала (рис. 28.2). Если ds — отрезок касательной, то dx, dy, dz — его проекции на соответствующие оси координат. Необходимо найти угол θ между вектором скорости u в точке A и касательной T .

Вектор скорости u с осями координат составляет углы, направляющие косинусы которых

$$\cos \alpha_1 = u_x/u; \quad \cos \beta_1 = u_y/u; \quad \cos \gamma_1 = u_z/u.$$

Углы касательной с осями координат соответственно равны

$$\cos \alpha_2 = dx/ds; \quad \cos \beta_2 = dy/ds; \quad \cos \gamma_2 = dz/ds.$$

Известно, что

$$\cos \theta = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2,$$

т. е.

$$\cos \theta = \frac{u_x dx + u_y dy + u_z dz}{uds}. \quad (28.8)$$

Так как отрезок ds находится на поверхности равного потенциала, согласно (28.6)

$$\cos \theta = 0 \quad \text{и} \quad \theta = \pi/2. \quad (28.9)$$

Помня, что векторы скорости касательны к линиям тока, видим, что при потенциальном движении линии тока (и векторы скорости) нормальны к поверхностям равного потенциала (рис. 28.2). При потенциальном движении поверхности равного потенциала являются живыми сечениями. Векторы скорости движения частиц нормальны к поверхностям равного потенциала.

Найдем потенциал скорости для движения грунтовых вод при линейном законе фильтрации. По формуле Дарси

$u = -kdH/dl$. Тогда проекции местной скорости на оси координат равны

$$\left. \begin{aligned} u_x &= -K \frac{dH}{dx} = -\frac{\partial}{\partial x} (kH); \\ u_y &= -k \frac{dH}{dy} = -\frac{\partial}{\partial y} (kH); \\ u_z &= -k \frac{dH}{dz} = -\frac{\partial}{\partial z} (kH). \end{aligned} \right\} \quad (28.10)$$

Удельная потенциальная энергия, как известно, равна

$$H = z + p/\rho g;$$

удельная потенциальная энергия (пьезометрический напор) изменяется в пространстве.

Сопоставляя (28.10) с (28.4), видим, что рассматриваемое осредненное (по пространству) движение грунтовых вод при линейном законе фильтрации, т. е. ламинарная фильтрация, — потенциальное движение с потенциалом скорости

$$\Phi = kH, \quad (28.11)$$

где k — коэффициент фильтрации.

28.2. ФУНКЦИЯ ТОКА ПРИ ПЛОСКОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

Плоское потенциальное движение характеризуется тем, что скорости всех частиц жидкости параллельны одной и той же выбранной плоскости и все характеристики движения — функции только двух координат (и времени t , если движение неустановившееся).

Рассмотрим движение, происходящее в плоскостях, параллельных вертикальной координатной плоскости XOZ , причем во всех этих плоскостях характеристики движения зависят только от x и z (рис. 28.3). Будем рассматривать часть потока с шириной в направлении оси XOY , равной единице; условимся, что при движении жидкости, пересекающей некоторую кривую в плоскости XOZ , имеем в виду пересечение жидкостью цилиндрической поверхности с высотой, равной единице. Направляющие этой цилиндрической поверхности параллельны оси OY . Все линии на чертеже при этом — следы указанных цилиндрических поверхностей при пересечении ими плоскости XOZ .

Если рассматривается неустановившееся движение, то, как и прежде, считаем время t параметром и в каждый данный момент времени рассматриваемая характеристика движения — функция только координат.

Рассмотрим установившееся плоское потенциальное движение, линии тока которого, обозначенные 0—0, 1—1, 2—2, 3—3, показаны на рис. 28.4

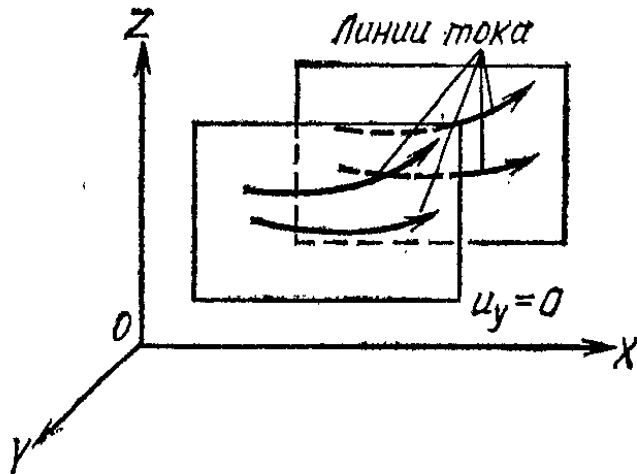


Рис. 28.3

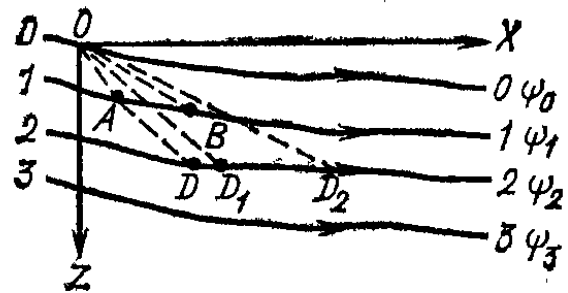


Рис. 28.4

Уравнение Лапласа (28.7) и уравнение неразрывности для плоского движения примут вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0; \quad (28.12)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (28.13)$$

Введем при плоском движении такую функцию ψ , при которой проекции скорости u равны

$$u_x = - \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad u_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (28.14)$$

Эта функция называется функцией тока ψ . При пространственном движении функция тока ψ в общем случае не может быть выражена, она известна только для некоторых простых случаев. Эта функция удовлетворяет уравнению неразрывности (28.13). Действительно, подставив u_x и u_z из (28.14) в (28.13), получим

$$- \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} = 0.$$

Учитывая, что уравнение линии тока (3.7) при плоском движении имеет вид

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dz}{u_z},$$

находим

$$u_z dx - u_x dz = 0.$$

Подставив сюда значение проекций скорости из (28.14), получим

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial z} dz = 0. \quad (28.15)$$

Так как левая часть (28.15) является полным дифференциалом от $d\psi$, т. е. $\psi = \text{const}$, то на данной линии тока функция тока имеет постоянное значение $\psi = \text{const}$. Для различных линий тока это значение будет различным. На рис. 28.4 каждая линия тока имеет разные значения функции тока ψ . При плоском движении согласно (28.4)

$$u_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}; \quad u_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}. \quad (28.16)$$

Сравнивая (28.16) с (28.14), получаем соотношения между частными производными

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial z}; \quad \frac{\partial\Phi}{\partial z} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad (28.17)$$

Подставляя значения u_x и u_z по (28.14) во второе уравнение системы (28.1), характеризующее равенство нулю компонента угловой скорости ω_y , получаем

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0. \quad (28.18)$$

Таким образом, функция тока, так же как и потенциал скорости, удовлетворяет уравнению Лапласа и является гармонической функцией. Функции Φ и ψ называются сопряженными (или взаимно сопряженными). Зная одну из них, можно по (28.17) найти другую.

Поскольку, как было показано, линии тока нормальны к поверхностям равного потенциала, линии тока $\psi(x, z) = \text{const}$ и линии равного потенциала (т. е. следы поверхностей равного потенциала) при плоском движении $\Phi(x, z) = \text{const}$ взаимно ортогональны. Сетка, образованная семейством линий тока и ортогональным семейством равного потенциала, называется гидродинамической сеткой.

Напомним, что поскольку векторы скорости являются касательными к линиям тока, перетекания жидкости через линии тока быть не может.

Наметим на рис. 28.4 первую линию тока проходящей через начало координат. Поскольку боковое перетекание жидкости через линии тока, а также разрывы и пустоты в жидкости отсутствуют, расход, проходящий между точкой O и точками D, D_1, D_2 и т. д. на любой выбранной линии тока (в данном случае линии 2—2) через сечения OAD, OBD, OD_1, OD_2 и т. д., будет одним и тем же. Следовательно, при перемещении точки D вдоль линии тока расход, проходящий через любое сечение, соединяющее точку на данной линии тока с точкой O , не изменяется и линии тока можно рассматривать как линии равных расходов (при плоском движении — удельных расходов).

Но, как известно, линии тока являются линиями равных значений функции тока.

Расход, проходящий между двумя бесконечно близко расположенными друг к другу линиями тока, равен

$$dq = d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial z} dz.$$

Тогда расход, проходящий между двумя линиями тока, равен разности значений функций тока на этих линиях тока. Условно приняв одну из линий тока нулевой, обозначим значение функции тока на ней через ψ_0 . Тогда удельный расход между любой (n -й) линией тока и нулевой линией тока

$$q_{n-0} = \psi_n - \psi_0.$$

Линии тока удобно проводить так, чтобы между двумя соседними линиями проходил один и тот же расход, т. е. чтобы разность между двумя соседними линиями тока была одной и той же. Тогда скорость обратно пропорциональна расстоянию по нормали между двумя соседними линиями тока. Поэтому при одинаковом расходе, проходящем между указанными линиями тока, сближение линий тока свидетельствует об увеличении скорости, а разрежение линий тока — об уменьшении скорости.

28.3. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Интегрирование уравнения Лапласа должно выполняться при определенных граничных условиях, которые зависят от вида решаемой задачи. Если бы движение было

неустановившимся, то необходимы были бы и начальные условия, определяющие состояние движения в некоторый момент времени. При потенциальном движении идеальной жидкости в канале или при обтекании неподвижного твердого тела с заданной на бесконечности скоростью u_∞ граничное условие на поверхности тела

$$u_n = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0,$$

т. е. нормальная составляющая скорости на стенке равна нулю. При обтекании тела на бесконечности частные производные от потенциала скорости по координатам равны

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = u_\infty \cos(\widehat{u_\infty, OX}); \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = u_\infty \cos(\widehat{u_\infty, OY});$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = u_\infty \cos(\widehat{u_\infty, OZ}).$$

Граничные условия могут быть выражены и через функции тока. Так как в идеальной жидкости любая твердая поверхность является поверхностью тока (векторы скорости касательны к ней), то условие $\psi = \text{const}$ на поверхности также является граничным. Наконец, граничным условием на свободной поверхности жидкости является постоянство давления на этой границе.

При плоском потенциальном движении грунтовых вод могут быть отмечены следующие граничные условия.

Водонепроницаемые участки — поверхность слабо проницаемого или непроницаемого грунта (водоупора) на границе области движения, а также подземный контур водонепроницаемого гидротехнического сооружения.

Водонепроницаемые участки являются линиями тока, для которых функции тока $\psi = \text{const}$, причем значения постоянной различны для каждой из границ. На линии подземного контура водонепроницаемого гидротехнического сооружения (например, бетонной плотины) функция тока $\psi = 0$, а на поверхности водоупора $\psi = q$ — удельному расходу (рис. 28.5 и 28.6).

Водопроницаемые участки [смоченные откосы земляных плотин, дно в верхнем и нижнем бьефах (при наличии воды), подводные границы дренажных каналов и т. п.] характеризуются тем, что на них давление распределяется по гидростатическому закону, т. е. $H = z + p/\rho g = \text{const}$ и соответственно $\Phi = kH = \text{const}$. Соглас-

но ранее выведенному положению, скорость нормальна к поверхностям равного давления.

В верхнем бьефе земляной плотины на рис. 28.5 $H = H_1$ и $\Phi = kH_1$, в нижнем бьефе $H = H_2$ и $\Phi = kH_2$.

Свободная поверхность грунтового потока или поверхность депрессии на рис. 28.5

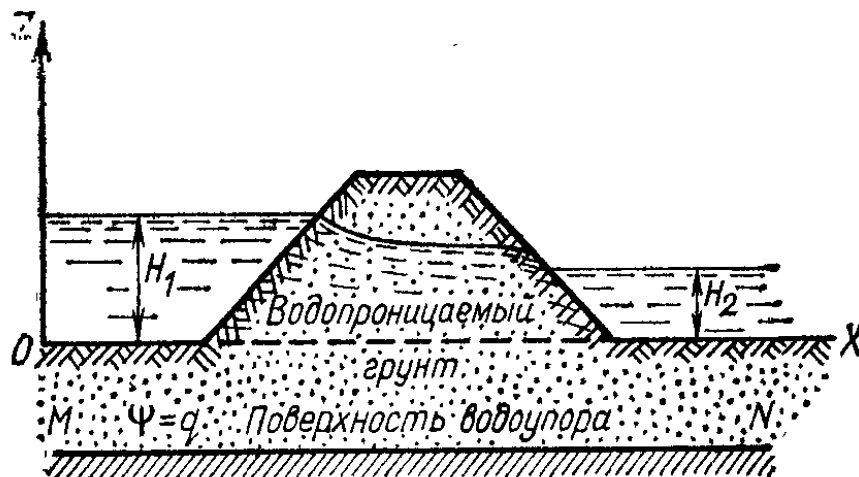


Рис. 28.5

характерна тем, что форма практически всегда до отыскания решения задачи неизвестна и ее определяют. На этой поверхности давление постоянно и равно атмосферному. Так как $\Phi = -kH = -k(z + p/\rho g)$, то при $p = p_{ат} = const$

$\Phi + kz = const$, т. е. напор H и потенциал скорости Φ на свободной поверхности линейно изменяются с изменением z .

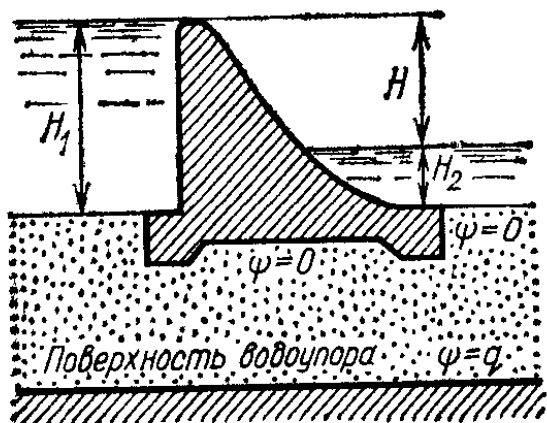


Рис. 28.6

Участки высачивания могут наблюдаться при выходе кривой депрессии на низовой откос земляной плотины в точке A выше уровня воды в нижнем бьефе, а также при выходе кривой депрессии выше уровня воды в водозаборных скважинах, в дренажных

каналах. На таких участках давление равно атмосферному и $H = z$, а $\Phi = kz$, т. е. H и Φ по высоте изменяются линейно на этих участках.

Отметим, что неучет участков высачивания при определении притока грунтовых вод к скважинам и дренажным каналам, так же как и в других случаях, не приводит к по-

грешностям, так как уравнение Дюпюи дает точные результаты. Очертания кривой депрессии, особенно вблизи скважин и дренажных каналов, с учетом высачивания должны изменяться.

28.4. ПРИМЕРЫ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ В ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЯХ

Движение может считаться потенциальным, если выполняются условия (28.1). Но можно указать практически приемлемый признак, позволяющий определить, является

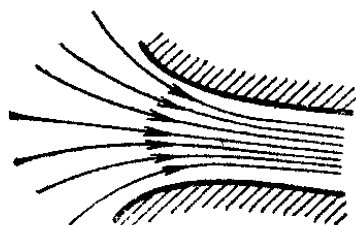


Рис. 28.7

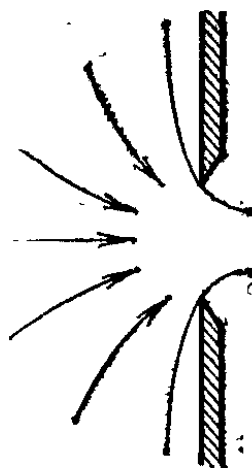


Рис. 28.8

ли движение потенциальным (безвихревым), при изучении гидравлики гидротехнических сооружений. Если линии тока интенсивно сходятся (рис. 28.7) и распределение скорости зависит от формы ограничивающих поток стенок, а не от их шероховатости, то движение можно считать при соответствующем обосновании потенциальным.

При заметно расходящихся линиях тока или в случаях, когда не выполняется указанное условие о распределении скоростей, движение не является потенциальным. Вместе с тем укажем, что в зависимости от рассматриваемой задачи один и тот же поток может считаться вихревым или потенциальным. Так (рис. 28.8), движение при подходе к отверстию в стенке большого резервуара, где скорости очень малы, — потенциальное, и это предположение справедливо при изучении, например, давления на стенку. Но для изучения расхода и коэффициента расхода движение нельзя считать потенциальным, так как в отношении этих параметров завихренность играет существенную роль.

На основе решения задач о потенциальном движении предложены, например, очертания входных частей глубоких водопропускных гидротехнических сооружений.

Движение через водослив с острым ребром или практического профиля криволинейного очертания. Для движения через водослив с острым ребром, рассматривая его как плоское потенциальное установившееся движение в условиях действия только силы тяжести и атмосферного давления, можно получить решение, которое определит очертания струи (верхнюю и нижнюю границы) и тем самым координаты для водослива практического профиля (рис. 28.9).

Используем уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0,$$

где Φ и ψ — потенциал скорости и функция тока. Решение должно удовлетворять граничным условиям. Скорость частицы жидкости на верхней и нижней границах струи, находящейся под атмосферным давлением, равна

$$u = \sqrt{2gh},$$

где h — разность отметок уровня воды в верхнем бьефе и в данной точке.

Если принять нижнюю границу струи за нулевую линию тока $\psi=0$, то на верхней границе $\psi=q$ (q — удельный расход, переливающийся через водослив). Глубина перед вертикальной стенкой принята бесконечно большой, направление линий тока при подходе к водосливу радиальное. Начало очертания струи принимается в том створе, где уровень воды в верхнем бьефе еще не начал снижаться. Полученное решение позволяет построить гидродинамическую сетку, состоящую из линий тока, характеризующих удельный расход, проходящий между нулевой линией тока $\psi=0$ и линиями тока $\psi_1=0,25q$; $\psi_2=0,5q$; $\psi_3=0,75q$ и $\psi_4=q$, и линий равного потенциала (рис. 28.9). Координаты рассчитанной струи весьма удовлетворительно совпали с экспериментально найденными.

Отметим, что движение является потенциальным лишь вблизи оголовка водослива. На некотором расстоянии ниже оголовка начинает развиваться турбулентный погра-

ничный слой с высокой завихренностью, который увеличивается по мере удаления вниз по направлению движения. Затем может начаться аэрация.

Истечение жидкости из-под плоского вертикального затвора. При достаточно больших скоростях считают, что движение потенциальное и, следовательно, справедливо уравнение Лапласа. Граничные условия определяются следую-

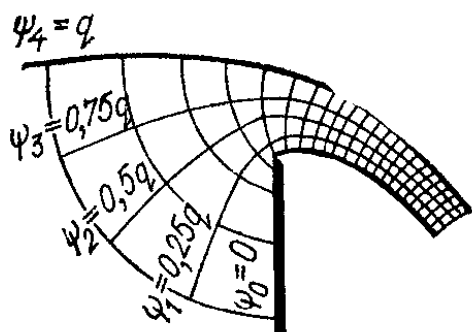


Рис. 28.9

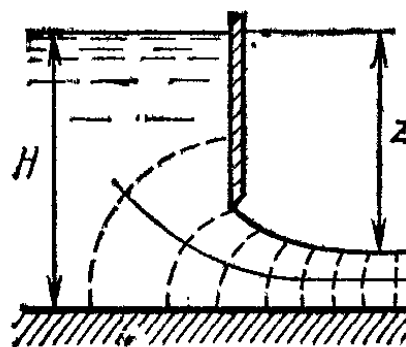


Рис. 28.10

щим образом. Скорость на свободной поверхности $u = \sqrt{2g(H-z)}$. Свободная поверхность и граница дна за затвором являются граничными линиями тока. В результате при $z \ll H$ часто принимают скорость на свободной поверхности в нижнем бьефе вблизи затвора постоянной. Гидродинамическая сетка представлена на рис. 28.10.

28.5. ПРОСТЕЙШИЕ СЛУЧАИ ПЛОСКИХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОТОКОВ

Рассмотрим несколько случаев плоского потенциального движения, которые можно использовать при последующем изложении с целью получения решения для более сложных потоков.

Прямолинейное движение с параллельными линиями тока. Если линии тока параллельны оси Ox , то

$$\left. \begin{aligned} u &= u_x = \text{const}; \quad u_z = 0; \\ d\psi_x &= -u_x dz = 0; \\ \psi_x &= -u_x z = C. \end{aligned} \right\} \quad (28.19)$$

Если линии тока параллельны оси Oz , то

$$u_x = 0; \quad u = u_z; \quad d\psi_z = u_z x = C. \quad (28.20)$$

При параллельных линиях тока, наклоненных к осям координат,

$$d\psi = -u_x dz + u_z dx = 0; \quad \psi = -u_x z + u_z x = C \quad (28.21)$$

или

$$\Phi = \Phi_x + \Phi_y.$$

Поток с наклонными линиями тока можно считать результатом наложения двух потоков с линиями тока, параллельными осям координат. При этом функции тока складываются алгебраически. Учитывая (28.17), по найденным ψ можно определить потенциалы скорости.

Для движения, когда линии тока параллельны оси OX ,

$$d\Phi_x = -\frac{\partial\Phi_x}{\partial x} dx + \frac{\partial\Phi_x}{\partial y} dy = -u_x dx.$$

Для случая, когда линии тока параллельны оси OZ ,

$$d\Phi_z = \frac{\partial\Phi_z}{\partial x} dx + \frac{\partial\Phi_z}{\partial y} dy = -u_z dz.$$

Для наклонных линий тока

$$d\Phi = \frac{d\Phi}{\partial x} dx + \frac{d\Phi}{dz} dz = -u_x dx - u_z dz.$$

Векторы скорости складываются геометрически. После интегрирования

$$\left. \begin{aligned} \Phi_x &= -u_x x; \\ \Phi_z &= -u_z z; \\ \Phi &= -(u_x x + u_z z) \end{aligned} \right\} \quad (28.22)$$

Линии тока и линии равных потенциалов ортогональны. Каждая из указанных линий характеризуется постоянным на ней значением ψ или Φ .

На рис. 28.11 дана гидродинамическая сетка для движения, когда линии тока параллельны оси OX .

Источники и стоки. Источник — точка, из которой симметрично по радиальным направлениям вытекает жидкость, сток — точка, поглощающая жидкость, симметрично притекающую к стоку по радиусу со всех сторон. В этом случае линии тока — полупрямые с постоянными для каждой линии тока значениями ψ . При постоянном расходе жидкости, вытекающей из источника, равном Q , скорость на расстоянии r от источника равна

$$u = \frac{Q}{2\pi r} = \frac{q}{r},$$

где

$$q = Q/2\pi.$$

Приняв на положительном луче оси OX значение $\psi = 0$, найдем расход, проходящий через сечение AP (рис. 28.12):

$$-\frac{Q}{2\pi r} r\theta = -q\theta.$$

Тогда для источника

$$\psi_{\text{ист}} = -\frac{Q}{2\pi} \theta = -\frac{Q}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{z}{x}, \quad (28.23)$$

где $-\pi \leq \theta \leq \pi$.

Потенциал скорости вследствие симметричности поля скоростей зависит только от r . По (28.4)

$$u_r = -\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{d\Phi}{dr}.$$

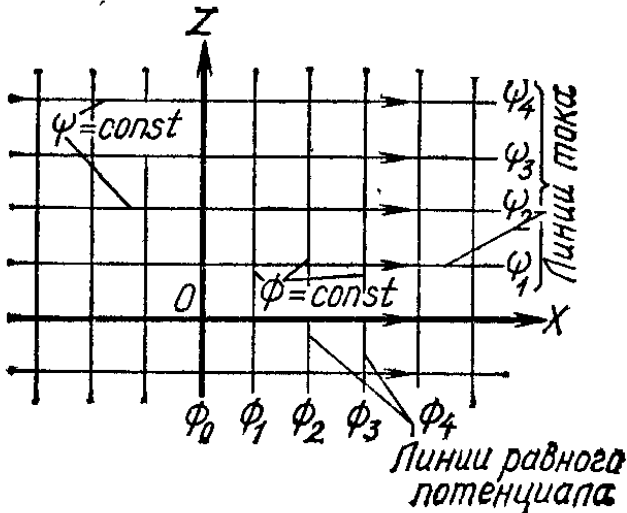


Рис. 28.11

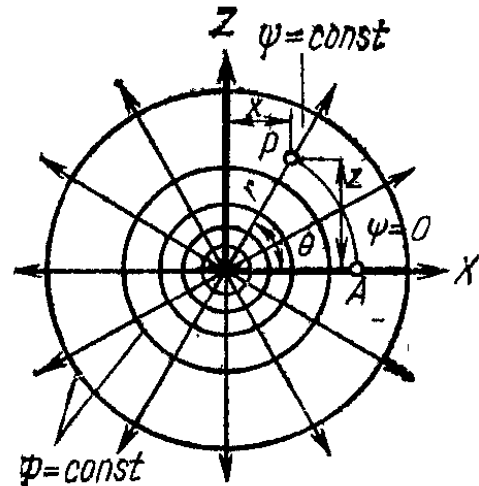


Рис. 28.12

Расход

$$Q = 2\pi r u_r = -2\pi r \frac{d\Phi}{dr}.$$

Тогда

$$\Phi_{\text{ист}} = -\frac{Q}{2\pi} \ln r = -\frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + z^2}. \quad (28.24)$$

Для стока знаки в формулах для ψ и Φ изменяются на обратные:

$$\psi_{\text{ст}} = \frac{Q}{2\pi} \theta = \frac{Q}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{z}{x}; \quad (28.25)$$

$$\Phi_{\text{ст}} = \frac{Q}{2\pi} \ln r = \frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + z^2}. \quad (28.26)$$

Линии равных потенциалов для источника и для стока окружности

$$x^2 + z^2 = r^2,$$

где $r = \exp(C2\pi/Q)$, а C — соответствующее на каждой указанной линии значение Φ .

28.6. НЕПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД

Такое движение наблюдается, когда фильтрация происходит под водонепроницаемым бетонным сооружением. Снизу область фильтрационного движения ограничена водоупором (рис. 28.6). Область движения — многоугольник, движение — напорное, линии тока заметно искривлены, что свидетельствует о неплавной изменяемости движения. Живые сечения — криволинейные поверхности, местные скорости различны даже в пределах одного живого сечения и являются функциями координат (для плоского движения — только двух координат).

Решение уравнений Лапласа затруднено вследствие сложности очертаний подземного контура гидротехнических сооружений. Уравнения Лапласа для потенциального плоского движения решаются с помощью следующих основных способов: аналитического, способа аналогий и графического.

Аналитический способ требует использования довольно сложных методов теории функций комплексного переменного, конформных отображений, фрагментов и т. п. Аналитические решения развиты академиками Н. Н. Павловским, П. Я. Полубариновой-Кочиной и многими другими советскими учеными. Н. Н. Павловским была доказана единственность решения рассматриваемой задачи о напорной фильтрации под гидротехническими сооружениями. Поскольку аналитические решения не всегда могут быть применены, особенно при сложных очертаниях подземного контура сооружения, широко применяются приближенные методы, в которых с помощью аналогии или графически строятся гидродинамические сетки движения, по которым определяются необходимые величины, характеризующие движение.

Способ аналогий основан на том, что некоторые физические явления подчиняются уравнению Лапласа, причем в отличие от фильтрации в этих явлениях гораздо проще измерять значения определяемой функции. Например, экспериментальное изучение изменений потенциала однородного электрического поля выполняется легче, чем определение потенциала в различных точках фильтрационного потока.

Метод ЭГДА (метод электрогидродинамических аналогий) разработан Н. Н. Павловским в 1918 г. Он наиболее широко применяется при изучении фильтрационных задач. Аналогия между движением электрического тока в однородном поле и потенциальным движением несжимаемой жидкости характеризуется данными, приведены в табл. 28.1.

Если рассматривается плоское движение на модели, то обычно применяется электропроводная бумага или фольга с различной удельной электрической проводимостью (с различным удельным сопротивлением). Если область фильтрации характеризуется постоянным значением коэф-

Таблица 28.1

Обозначение	Движение жидкости	Движение электрического тока
H	Напор	Электрический потенциал
Φ	Потенциал скорости	Приведенный электрический потенциал
$\Phi = \text{const}$	Поверхность живого сечения потока, поверхность равного потенциала	Поверхность равного электрического потенциала
$u = -\text{grad } \Phi;$ $u_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x};$ $u_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}$	Вектор скорости	Вектор плотности электрического тока
$u_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z};$ $u_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}$	Функция тока	Функция электрического тока
$\psi = \text{const};$ $\frac{\partial \psi}{\partial n} = \text{const}$	Линия тока или непроницаемая граница	Линия тока или изолирующая граница
k	Коэффициент фильтрации	Удельная электрическая проводимость

фициента фильтрации, то удельная электрическая проводимость материала модели должна быть постоянной.

Если рассматривается область фильтрации, состоящая из нескольких слоев с различными коэффициентами фильтрации, то это должно быть отражено на модели: электропроводящая область должна быть составлена из слоев такой же конфигурации с различной удельной электрической проводимостью, причем соотношение удельной электрической проводимости в слоях на модели должно быть таким же, как и соотношение коэффициентов фильтрации слоев. Такое «слоистое» строение

области движения электрического тока обеспечивается склеиванием электропроводной бумаги с необходимыми значениями удельного сопротивления.

Граничные условия на модели ЭГДА соответствуют граничным условиям в области фильтрации. Условие $\Phi = \text{const}$ обеспечивается постоянством электрического потенциала на соответствующей границе на модели, условие $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ и $\psi = \text{const}$ на непроницаемых границах и на

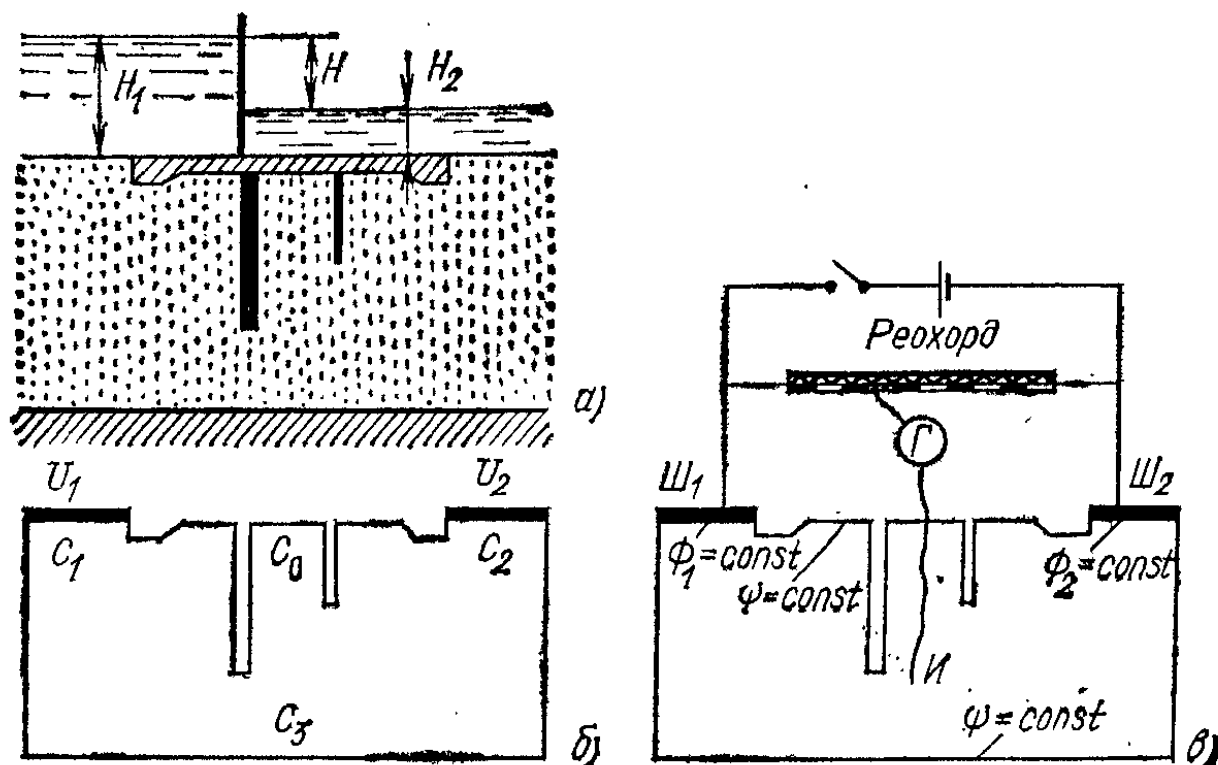


Рис. 28.13

свободной поверхности соответствует изоляции на участке контура модели, где это необходимо; изменению потенциала в соответствии с уравнением $\Phi = kz$ отвечает линейное распределение электрического потенциала.

Если для потока жидкости и электрического тока обеспечить одинаковые граничные условия, то сетки движения в обоих рассматриваемых случаях будут одинаковыми. При этом расположение линий равного потенциала и линий тока не зависит от коэффициента фильтрации (удельной электрической проводимости), напора (разности электрических потенциалов), а зависит (в однородном грунте) только от конфигурации области фильтрации (области, где происходит движение электрического тока).

При исследовании фильтрации, например под бетонным гидротехническим сооружением с двумя рядами шпунтов (рис. 28.13, а), создается геометрически подобная модель (рис. 28.13, б), на которой плоский про-

водник соответствует водонепроницаемым грунтам, а изолирующие границы — водонепроницаемым контурам C_0 и C_3 , на контурах C_1 и C_2 поддерживаются электрические потенциалы u_1 и u_2 , разность которых соответствует на основе разбираемой аналогии разности напоров H .

При выполнении этих условий падение электрического потенциала на линии C_0 (подземный контур сооружения) на модели будет точно соответствовать падению напора по этому же контуру в натуре. При этом движение электрического тока от контура C_1 к контуру C_2 будет точно соответствовать движению грунтовых вод под гидротехническим сооружением. С помощью модели, основанной на электродинамической аналогии, сначала определяются точки равного потенциала, а затем строятся линии равных потенциалов (равных напоров). Измерения потенциалов производятся с помощью мостовой схемы, одна из ветвей которого — плоский проводник (модель области изучаемого движения), а вторая — проградуированный реохорд (или образцовый делитель — агометр).

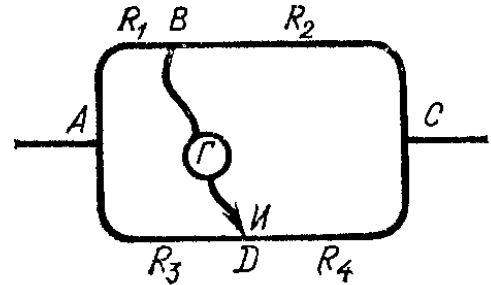


Рис. 28.14

Принципиальная схема установки ЭГДА показана на рис. 28.13, *в*. Электрический ток подведен через металлические шины $Ш_1$ и $Ш_2$, плотно прижимаемые к плоскому проводнику. Разность электрических потенциалов на шинах соответствует напору H (для сооружения, показанного на рис. 28.13, *а*, $H = H_1 - H_2$). В диагональ моста включается один из индикаторов нуля — при постоянном токе это обычно гальванометр G . При использовании установок с переменным током вместо гальванометров применяют осциллографы. Подвижной контакт реохорда через гальванометр соединен с иглой I , которую можно соединить с любой точкой плоского проводника. Если подвижной контакт установить на определенном делении реохорда и тем самым зафиксировать отношение сопротивлений в реохорде и отношение падений электрического потенциала в первой части моста при данном положении подвижного контакта, то, если на второй части моста (в плоском проводнике) при касании иглы в какой-то точке гальванометр даст нулевое показание, это будет означать, что отношение потенциалов в этой точке и в точке, где расположен на реохорде подвижной контакт, одинаково. Перемещая иглу при данном положении передвигного контакта, найдем ряд точек с одинаковым относительным потенциалом. Соединив эти линии, получим линию равного потенциала.

Установив новое положение подвижного контакта и перемещая иглу, можно построить следующую линию равного потенциала.

Поясним это на простой схеме моста (рис. 28.14). Если гальванометр показывает отсутствие тока, то

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{u_A - u_B}{u_B - u_C} = \frac{u_A - u_D}{u_D - u_S} = \frac{R_3}{R_4},$$

т. е. если установить на одной ветви моста (на реохорде) какое-то отношение сопротивлений, то на другой ветви (в плоском проводнике) получим такое же отношение потенциалов.

Линии тока строят графически, используя свойства гидродинамической сетки, их можно получить и непосредственно на установке ЭГДА. Для этого необходимо сделать непроницаемые границы проницаемыми и поменять места шин. На тех границах, где было $\Phi = \text{const}$, необходимо обеспечить $\psi = \text{const}$ и $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \text{const}$, там, где было граничное условие $\psi = \text{const}$ и $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \text{const}$, необходимо обеспечить условие $\Phi = \text{const}$.

С помощью ЭГДА можно строить также и кривые свободной поверхности грунтового потока, применяя способ последовательного приближения.

Применяются установки ЭГДА, где электрическое поле, моделирующее область изучаемого потенциального движения, создается в ваннах, заполненных жидким электролитом с малой концентрацией раствора медного купороса, или соляной кислоты, или поваренной соли и т. п.

В настоящее время метод ЭГДА широко применяется не только при исследованиях фильтрации, но и для различных электро- и гидронтеграторов для решения задач потенциального движения жидкости и в том числе фильтрационных задач.

Метод МАГДА, или МАГА (метод магнитогидродинамической аналогии) основан на том, что скалярный потенциал магнитного поля Φ_M (аналог потенциала скорости Φ) в среде с постоянной магнитной проницаемостью также удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \Phi_M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_M}{\partial z^2} = 0.$$

Напряженность магнитного поля H_M (аналог скорости движения) представлена ее компонентами

$$H_{Mx} = -\frac{\partial \Phi_M}{\partial x}; \quad H_{Mz} = -\frac{\partial \Phi_M}{\partial z},$$

которые могут быть измерены с помощью специальных измерительных катушек.

Метод МАГА разработан А. Н. Патрашевым. Он особенно эффективен при изучении обтекания тел и потенциального движения сжимаемой жидкости. Модель изготавливается из листовой мягкой стали, на границах устанавливаются электромагниты.

Графический способ. Гидродинамическая сетка движения характеризуется, как известно, ортогональностью линий тока и линий равного потенциала и, кроме того, постоянством отношения отрезков, проведенных через середины сторон ячеек сетки. Обычно это отношение принимается равным единице. В этом случае гидродинамическая сетка называется квадратичной. Эти свойства используются при графическом построении гидродинамической сетки движения. Принимаются обычные граничные условия, нулевая линия тока — подземный контур сооружения, последняя линия тока — линия водоупора. Первая линия равного потенциала — дно верхнего бьефа, последняя линия равного потенциала — дно нижнего бьефа. При этом учитываем, что линии равного потенциала (напора) нормальны к первой и последней (водоупор) линиям тока, а линии тока нормальны к поверхности дна в верхнем и нижнем бьефах.

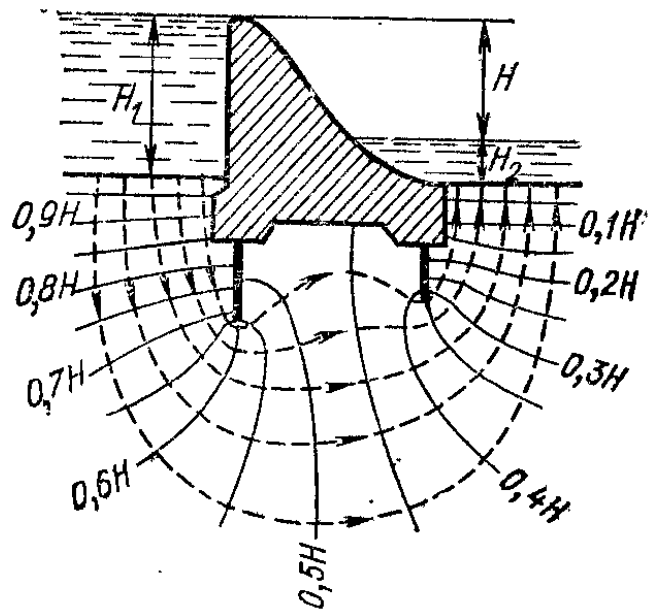


Рис. 28.15

Построение гидродинамической сетки начинается с проведения приблизительного очертания линий тока. Можно провести вначале одну линию тока, ближайшую к подземному контуру, а можно и несколько. На линии подземного контура $\psi_0 = q_0 = 0$; на линии водоупора $\psi = q$, причём само значение удельного расхода ещё неизвестно. Далее разбивают первую ленту расхода (между соседними линиями тока) на криволинейные квадраты. Уточняя очертание этих квадратов, так чтобы средние линии их были равными, а углы — прямыми, получаем очертание сетки движения в первой ленте. Переходя далее ко второй и последующим лентам расхода и уточняя очертания всех криволинейных квадратов, можно построить сетку движения. При этом последняя линия тока, полученная в результате построения, должна совпасть с линией водоупора. Если это не достигнуто, то надо корректировать построение.

Сетка может уточняться и на основе правила, согласно которому при удовлетворительном построении сетки движения диагонали ячеек этой сетки должны сами образовывать ортогональную сетку.

Если рассматривается напорная фильтрация под гидротехническим сооружением в грунте бесконечной глубины, то обычная область фильтрации ограничивается полуокружностью с радиусом, равным примерно трем длинам подземной части сооружения. Соответственно ограничивается и область построения гидродинамической сетки движения.

Пример построенной гидродинамической сетки приведен на рис. 28.15 (грунт бесконечной глубины). Линии равных напоров проведены через $0,05H$.

Рассмотрим выполнение фильтрационных расчетов с помощью построенной гидродинамической сетки.

Удельный (на 1 м ширины потока) расход, проходящий через одну ленту,

$$\Delta q = k\Delta s\Delta H/\Delta s = k\Delta H, \quad (28.27)$$

где k — коэффициент фильтрации; Δs — длина стороны ячейки сетки (квадрата); ΔH — падение напора в ячейке сетки (между двумя соседними линиями равного напора); $\Delta H/\Delta s$ — осредненный гидравлический уклон в пределах ячейки.

Если число ячеек (квадратов) в ленте расхода n , а напор на сооружении H (разность отметок уровней воды в верхнем и нижнем бьефах), то

$$\Delta H = H/n. \quad (28.28)$$

Если число лент расхода m , то фильтрационный расход, проходящий под сооружением,

$$q = \Delta qm = k \frac{m}{n} H. \quad (28.29)$$

В зоне выхода фильтрационного потока в нижний бьеф особенно важно определить скорости на выходе, так как в этой зоне возможен вынос частиц грунта фильтрационным потоком в нижний бьеф.

Средняя скорость в ячейке на выходе для данной ячейки

$$v_{\text{вых}} = \Delta q/\Delta s_{\text{вых}}.$$

Так как $\Delta q = kH/n$, то

$$v_{\text{вых}} = \frac{kH}{n\Delta s_{\text{вых}}}, \quad (28.30)$$

где Δs — длина нормальной к направлению выходной скорости стороны ячейки.

Гидравлический уклон (градиент напора) в зоне выхода фильтрационного потока в нижний бьеф можно найти как

$$J_{\text{вых}} = \frac{\Delta H}{\Delta s_{\text{вых}}} = \frac{H}{n\Delta s_{\text{вых}}}, \quad (28.31)$$

при этом должно быть

$$J_{\text{вых}} \leq J_{\text{вых.кр}},$$

где $J_{\text{вых.кр}}$ — критический градиент напора для этих зон, определяемый по табл. 28.2.

Грунты основания	$J_{\text{вых.кр}}$	Грунты основания	$J_{\text{вых.кр}}$
Глины	1,2	Песок среднезерни-	0,38
Суглинки	0,65	стый	
Песок крупнозерни-	0,45	Песок мелкозерни-	0,29
стый		стый	

Глава 29

ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ**29.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ. ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ**

Наряду с аналитическими расчетами гидравлических задач широко применяются экспериментальные исследования гидравлических явлений, происходящих при движении жидкости. Сочетание теоретических расчетов и экспериментальных данных позволяет получать надежные и точные результаты для последующего их использования. В ответственных случаях гидравлические исследования сооружений являются обязательными, как это требуется нормативами на проектирование гидротехнических сооружений.

Обычно гидравлические исследования явлений, происходящих в натуральных условиях (в натуре), проводятся в лабораториях на моделях. При этом явление воспроизводится в том или ином масштабе, в соответствии с правилами моделирования, излагаемыми ниже.

В результате исследований на моделях получают поправочные коэффициенты к теоретическим формулам или эмпирические формулы, отражающие зависимости между отдельными параметрами, которые характеризуют изучаемое явление. Различают физическое, аналоговое и численное моделирование.

При физическом моделировании на модели исследуется явление, имеющее такую же физическую природу, что и происходящее в натуре (например, истечение воды через водослив в натуре и на модели).

В последние годы развивается автоматизация лабораторных исследований с помощью ЭВМ и измерительно-управляющих комплексов. Если явления в натуре и на модели имеют различную физическую природу, но описываются аналогичными системами математических уравнений, то моделирование называется **аналоговым**, например, изучение напорного движения грунтовых вод с помощью метода ЭГДА (см. гл. 28).

Аналоговое моделирование успешно выполняется и с помощью аналоговых вычислительных машин (АВМ), каждая из которых предназначена (в данном конкретном комплекте устройств) для решения определенного типа задач.

Физическое моделирование можно рассматривать как частный случай аналогового моделирования, когда явления однородные.

Численное моделирование представляет собой решение гидравлических задач с помощью численных методов на ЭВМ без выполнения лабораторных исследований.

Часто исследования проводятся с применением различных видов моделирования (например, совместное использование физического и численного моделирования).

В основе моделирования лежат общие условия **механического подобия**. Явления будут механически подобны в том случае, если в них одинаково отношение всех геометрических элементов — размеров, расстояний, перемещений, одинаково отношение плотностей, кинематических параметров и сил, действующих в соответственных точках и направлениях.

Для полного механического подобия явлений (потоков) необходимо их геометрическое, кинематическое и динамическое подобие.

Геометрическое подобие служит основой для кинематического и динамического подобия.

Два потока (явления) **геометрически подобны**, если между их соответствующими линейными размерами существует постоянное отношение

$$l_n/l_m = M_l, \quad (29.1)$$

где M_l — геометрический линейный масштаб модели, показывающий, во сколько раз геометрические линейные размеры модели изменены по сравнению с натурой; индексом «н» обозначены величины, относящиеся к натуре, а индексом «м» — относящиеся к модели.

Тогда отношение площадей можно записать так:

$$\omega_{\text{н}}/\omega_{\text{м}} = M_{\omega} = M_l^2$$

и отношение объемов

$$W_{\text{н}}/W_{\text{м}} = M_W = M_l^3.$$

В геометрически подобной модели русла все размеры, в том числе и высота Δ выступов шероховатости, должны быть меньше, чем в натуре, в M раз, и, следовательно, в подобных потоках относительная шероховатость Δ/R такая же, как и в натуре:

$$\Delta/R = \text{idem}.$$

Два потока (явления) кинематически подобны, если (для установившегося движения) траектории, описываемые двумя сходственными частицами обоих потоков, геометрически подобны. В этом случае геометрически подобны и линии токов, проходящие через сходственные точки пространства обоих потоков.

Если некоторая жидкая частица в натуре за интервал времени $T_{\text{н}}$ проходит участок траектории $l_{\text{н}}$, то для подобия необходимо, чтобы соответственная жидкая частица на модели проходила за некоторое (другое) время $T_{\text{м}}$ отрезок траектории $l_{\text{м}}$, геометрически подобный и ориентированный подобно отрезку $l_{\text{н}}$. При этом отношение между интервалами времени

$$T_{\text{н}}/T_{\text{м}} = M_t, \quad (29.2)$$

где M_t — масштаб времени, одинаковый для любой пары сходственных точек обоих потоков.

Скорости сходственных точек двух кинематически подобных потоков должны быть связаны друг с другом следующим отношением:

$$v_{\text{н}}/v = M_v, \quad (29.3)$$

а ускорения

$$j_{\text{н}}/j_{\text{м}} = M_j, \quad (29.4)$$

где M_v , M_j — масштабы скорости и ускорения, одинаковые для любой пары сходственных точек. Скорости и ускорения должны быть представлены одинаково ориентированными в пространстве векторами.

Для динамического подобия необходимо, чтобы все силы одинаковой природы, действующие на любую пару сходственных элементов, отличались друг от дру-

га лишь постоянными масштабами (были подобны). Если на некоторый элемент потока в натуре действует сила P_n , а на сходственный элемент потока на модели действует одинаковая по природе с ней сила P_m , то

$$P_n/P_m = M_P, \quad (29.5)$$

где M_P — масштаб сил, одинаковый для любой пары сходственных точек.

Потоки жидкости, удовлетворяющие одновременно условиям геометрического, кинематического и динамического подобия, называются гидродинамически подобными потоками, а коэффициенты пропорциональности M_l , M_t , M_v , M_P и т. д. — масштабными множителями.

Выбор всех масштабных множителей для подобных потоков не является произвольным. Между ними имеется определенная связь.

Как известно, равнодействующую всех сил, действующую на произвольно взятую жидкую частицу, можно выразить через произведение массы на ускорение, причем массу представим как произведение плотности на объем. Тогда равнодействующие силы, действующие на две сходственные жидкие частицы в натуре и на модели, могут быть представлены в виде

$$P_n = \rho_n W_n j; \quad P_m = \rho_m W_m j.$$

Их отношение, выраженное в масштабных множителях, имеет вид

$$P_n/P_m = M_P = M_\rho M_l^3 M_j.$$

Масштабный множитель ускорения можно выразить через масштабные множители M_l и времени M_t , а именно

$$M_j = M_l M_t^{-2}.$$

Тогда

$$M_P = M_\rho M_l^4 M_t^{-2}. \quad (29.6)$$

Если в уравнение (29.6) ввести масштабный множитель скорости, то, имея в виду, что $M_v = M_l/M_t$, получим

$$M_P = M_\rho M_l^2 M_v^2 \quad (29.7)$$

или

$$M_P M_\rho^{-1} M_l^{-2} M_v^{-2} = 1. \quad (29.8)$$

Это выражение есть закон подобия Ньютона в масштабных множителях.

Заменив масштабные множители соответствующими отношениями из (29.8), получим

$$\frac{P_H}{\rho_H l_H^2 v_H^2} = \frac{P_M}{\rho_M l_M^2 v_M^2}$$

или

$$Ne_H = Ne_M,$$

где $Ne = \frac{P}{\rho l^2 v^2}$ — критерий Ньютона.

Таким образом, гидродинамическое подобие явлений требует равенства критериев Ньютона, соответствующих модели и натуре.

На основании уравнения (29.8) устанавливается отношение между действующими силами в подобных потоках. Если это отношение известно (оно зависит от природы действующих сил), то при выбранном M_l и при заданных плотностях (в общем случае возможны разные жидкости, например вода и воздух) можно найти M_v , а затем M_t и M_j и другие масштабные множители.

29.2. КРИТЕРИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ

Движение жидкости в природе совершается под действием различных сил: тяжести, давления, трения (сопротивления), поверхностного натяжения, упругости. Влияние указанных сил проявляется в неодинаковой степени в различных явлениях. Одни явления протекают под преобладающим действием сил тяжести и сопротивления, другие — сил тяжести, сопротивления и поверхностного натяжения или только сил тяжести и поверхностного натяжения и т. д.

Условия гидродинамического подобия модели и природы требуют равенства на модели и в натуре отношения всех сил, под действием которых протекает явление. Однако вследствие физических особенностей действующих сил выполнить это условие практически невозможно. Поэтому стремятся установить условия подобия или так называемые критерии подобия для частных случаев, когда в качестве преобладающей выступает одна какая-нибудь из действующих сил. Для обеспечения подобия необходимо также выполнение условий однозначности явлений в натуре и на модели.

В понятие условия однозначности входят геометрические границы потока, основные физические характеристики жидкости, начальные условия и условия на границах потока.

Безразмерные критерии подобия, полученные из параметров, входящих в условия однозначности, являются определяющими критериями подобия применительно к данной рассматриваемой задаче.

1. **Подобие потоков в случае преобладающего влияния сил тяжести.** В ряде гидравлических явлений преобладающими будут силы тяжести, например при истечении через водосливы и отверстия (при пренебрежимо малом влиянии сил вязкости и поверхностного натяжения).

Если P — сила тяжести, то

$$P = \rho g W.$$

Тогда отношение сил тяжести в натуре и на модели

$$M_P = P_n/P_m = M_\rho M_g M_l^3.$$

С учетом зависимости (29.7) получим

$$M_v^2 M_g^{-1} M_l^{-1} = 1 \quad (29.9)$$

или, заменяя масштабные множители соответствующими отношениями и учитывая, что l — характерный размер живого сечения,

$$v_n^2/(g_n l_n^2) = v_m^2/(g_m l_m^2). \quad (29.10)$$

Безразмерный комплекс v^2/gl есть критерий Фруда (см. § 7.2), который может служить критерием гравитационного подобия.

Следовательно, геометрически подобные потоки, в которых преобладает действие сил тяжести, можно считать динамически подобными, если будут равны числа Фруда для сходственных сечений обоих потоков:

$$Fr_n = Fr_m \text{ или } Fr = \text{idem.}$$

Из (29.9) при $g_n = g_m$, т. е. при $M_g = 1$, следует

$$M_v = M_l^{0,5} \quad (29.11)$$

или

$$v_n = v_m M_l^{0,5}. \quad (29.12)$$

Отношение расходов жидкости в натуре и на модели при $Fr = \text{idem}$

$$\frac{Q_n}{Q_m} = \frac{\omega_n v_n}{\omega_m v_m} = M_l^2 M_l^{0,5} = M_l^{2,5}. \quad (29.13)$$

Расход на модели при масштабе длин M_l должен быть в $M_l^{2,5}$ раз меньше, чем в натуре.

Масштабный множитель для времени

$$M_t = M_l M_v^{-1} = M_l M_l^{-0,5} = M_l^{0,5}. \quad (29.14)$$

Следовательно, время протекания процесса в натуре будет больше в $\sqrt{M_l}$ раз, чем на модели.

Выше исходили из полного геометрического подобия натуры и модели, в том числе и подобия граничных условий ($\Delta/R = \text{idem}$).

2. **Подобие потоков при преобладающем влиянии сил сопротивления.** К таким явлениям относится, например, движение в реках, каналах, трубах. Под силами сопротивления понимаются силы как вязкостного, так и турбулентного сопротивления.

В общем виде силы сопротивления, проявляющиеся в потоке жидкости, выражаются как

$$T = \tau_0 \chi l = \rho g R J \chi l = \rho g \omega J l, \quad (29.15)$$

где τ_0 — касательное напряжение на стенке; χ — смоченный периметр; l — длина рассматриваемого участка русла; J — гидравлический уклон.

Перепишем (29.15) в масштабных коэффициентах с учетом того, что $M_\omega = M_l^2$ и для силы T справедлива формула (29.7). Тогда получим

$$M_J = M_v^2 M_l^{-1} M_g^{-1}. \quad (29.16)$$

Как известно, при любом режиме движения жидкости

$$J = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{v^2 \lambda}{8gR},$$

поэтому

$$M_J = M_v^2 M_C^{-2} M_R^{-1} = M_v^2 M_\lambda M_g^{-1} M_R^{-1}. \quad (29.17)$$

Сопоставляя (29.16) и (29.17) и полагая при геометрическом подобии $M_R = M_l$, находим M_λ или $M_C = 1$.

Условием гидродинамического подобия в этом случае является неизменность коэффициента Дарси λ (или коэффициента Шези C):

$$\lambda = \text{idem} \text{ или } C = \text{idem}$$

или

$$\lambda_n = \lambda_m \text{ и } C_n = C_m.$$

Рассмотрим частный случай: движение в натуре турбулентное в квадратичной области сопротивления. В этом случае λ и C зависят только от относительной шероховатости русла Δ/R и не зависят от числа Re . Тогда гидродинамическое подобие ($\lambda_n = \lambda_m$) будет обеспечено, если $(\Delta/R)_n = (\Delta/R)_m$, а это будет достигнуто при точном геометрическом подобии модели и натуре.

Отметим, что если при создании модели оценивать шероховатость русла не по относительной шероховатости Δ/R , а по коэффициенту шероховатости n , то из формулы

$$C = \frac{1}{n} R^y$$

получим

$$M_C = M_l^y / M_n,$$

но так как при $M_g = 1$ и $M_C = 1$, то

$$M_n = M_l^y.$$

Следовательно, если коэффициент шероховатости в натуре n_n , то в геометрически подобной модели коэффициент шероховатости n_m должен быть меньше в M^y раз, т. е.

$$n_m = n_n M_l^{-y}. \quad (29.18)$$

С учетом (29.7) и (29.16), считая $M_g = 1$, найдем

$$M_J = M_v^2 M_l^{-1} M_g^{-1} = 1$$

или

$$J_m = J_n.$$

Т а б л и ц а П. I. Коэффициент местного сопротивления

Устройство	A	$\zeta_{\text{КВ}}$	Устройство	A	$\zeta_{\text{КВ}}$
Пробочный кран	150	0,4	Тройник	150	0,3
Вентиль:			Задвижка полностью	75	0,15
обыкновенный	3000	6	открытая:		
«Косва»	900	2,5	$n=0,75$	350	0,2
угловой	400	0,8	$n=0,5$	1300	2
шаровой клапан	5000	45	$n=0,25$	3000	20
Угольник:			Диафрагма:		
90°	400	1,4	$n=0,64$	70	1
135°	600	0,4	$n=0,4$	120	7
Колено 90°	130	0,2	$n=0,16$	500	70
Выход из трубы в бак	30	1	$n=0,05$	3200	800
Вход из бака в трубу	30	0,5			

Т а б л и ц а П. II. Эквивалентная шероховатость Δ_s для труб из разных материалов

Трубы	Состояние трубы	Δ_s , мм
Тянутые из стекла и цветных металлов	Новые, технически гладкие	0—0,002
Бесшовные стальные	Новые чистые, тщательно уложенные	0,01—0,02
Стальные сварные	Новые чистые	0,03—0,1
	Умеренно заржавевшие	0,3—0,7
	Сильно заржавевшие или с большими отложениями	2—4
Оцинкованные железные	Новые чистые	0,1—0,2
Чугунные	Новые без покрытия	0,2—0,5
	Бывшие в употреблении	0,5—1,5
Асбестоцементные	Новые	0,05—0,1

Трубы	Состояние трубы	Δ_3 , мм
Бетонные	Новые Бывшие в употреблении Из необработанного бетона	0,15—0,3 0,3—0,8 1—3
Полиэтиленовые (2—20 мм)	Новые чистые	0,003

Таблица П.ИИ. Коэффициенты шероховатости

Категория	Род стенки	n	$1/n$
I	Исключительно гладкие поверхности; поверхности покрытые эмалью и глазурью	0,009	111
II	Весьма тщательно остроганные доски, хорошо пригнанные. Штукатурка из чистого цемента	0,010	100
III	Цементно-песчаная штукатурка ($1/3$ песка). Чистые (новые) гончарные, чугунные и железные трубы, хорошо уложенные и соединенные. Хорошо остроганные доски	0,011	90,9
IV	Нестроганные доски, хорошо пригнанные. Водопроводные трубы в нормальных условиях, без заметной инкрустации; весьма чистые водосточные трубы; весьма хорошая бетонировка	0,012	83,3
V	Тестовая кладка в лучших условиях, хорошая кирпичная кладка. Водосточные трубы в нормальных условиях; несколько загрязненные водопроводные трубы	0,013	76,9
VI	Загрязненные трубы (водопроводные и водосточные); бетонировка канала в средних условиях	0,014	71,4
VII	Средняя кирпичная кладка, облицовка из тесаного камня в средних условиях. Значительно загрязненные водостоки	0,015	66,7
VIII	Хорошая бутовая кладка; старая (расстроенная) кирпичная кладка; сравнительно грубая бетонировка. Гладкая, хорошо разработанная скала	0,017	58,8

Категория	Род стенки	n	$1/n$
IX	Каналы, покрытые толстым устойчивым илистым слоем; каналы в плотном лёссе и в плотном мелком гравии, затянутые сплошной илистой пленкой (в отличном состоянии)	0,018	55,6
X	Средняя (вполне удовлетворительная) бутовая кладка; булыжная мостовая. Каналы, чисто высеченные в скале. Каналы в лёссе, затянутые илистой пленкой (в нормальном состоянии)	0,020	50,0
XI	Каналы в плотной глине. Каналы в лёссе, гравии, земле, затянутые несплошной (местами прерываемой) илистой пленкой. Большие земляные каналы в выше средних условиях эксплуатации	0,0225	44,4
XII	Хорошая сухая кладка. Земляные каналы: большие — в средних, малые — в хороших условиях эксплуатации	0,025	40,0
XIII	Земляные каналы: большие — в ниже средних, малые — в средних условиях эксплуатации	0,0275	36,4
XIV	Земляные каналы в сравнительно плохих условиях (например, местами с водорослями, булыжниками или гравием по дну; заметно заросшие травой; с местными обвалами откосов и пр.)	0,030	33,3
XV	Каналы в плохих условиях (с неправильным профилем; заметно засоренные камнями и водорослями и пр.)	0,035	28,6
XVI	Каналы в исключительно плохих условиях (значительные промоины и обвалы; заросли камыша; густые корни, крупные камни по руслу и пр.)	0,040 и большее	25,0 и меньшее

Таблица П.И. Коэффициенты θ_1 и θ_2 для расчетов в переходной области сопротивления при различной скорости v , м/с

Вид труб	Коэффициент	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0
Нормальные	θ_1	0,91	0,93	0,95	0,96	0,97	0,985
	θ_2	1,20	1,15	1,115	1,085	1,06	1,03
Новые чугунные	θ_1	0,81	0,84	0,86	0,87	0,89	0,91
	θ_2	1,51	1,42	1,36	1,32	1,28	1,22
Новые стальные	θ_1	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,95
	θ_2	1,22	1,18	1,16	1,14	1,12	1,10

Продолжение

Вид труб	Коэффициент	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
Нормальные	θ_1	1,0	1	1	1	1	1	1
	θ_2	1,0	1	1	1	1	1	1
Новые чугунные	θ_1	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,98	0,99
	θ_2	1,18	1,15	1,12	1,10	1,08	1,05	1,03
Новые стальные	θ_1	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99
	θ_2	1,08	1,07	1,06	1,05	1,04	1,03	1,02

38 — 788 Таблица П. V. Расходные характеристики для квадратичной области

d, мм	ω, Дц ² ·10	Нормальные трубы			Новые чугунные трубы			Новые стальные трубы		
		K, л/с	K ² /1000	1000/K ²	K, л/с	K ² /1000	1000/K ²	K, л/с	K ² /1000	1000/K ²
50	1,963	8,313	0,0691	14,472	9,947	0,0980	10,111	10,10	0,1020	9,804
75	4,418	24,77	0,6136	1,6297	29,27	0,8567	1,1672	29,70	0,8821	1,1337
100	7,854	53,61	2,874	0,347795	62,85	3,950	0,25316	63,73	4,061	0,24624
125	12,272	97,39	9,485	0,10543	113,5	12,882	0,7763	115,1	13,248	0,07548
150	17,671	158,4	25,091	0,03985	183,9	33,819	0,02957	186,3	34,708	0,02881
200	31,416	340,8	116,15	0,00861	393,0	154,45	0,00647	398,0	158,40	0,00631
250	49,087	616,4	379,9	0,00263	707,6	500,70	0,00200	716,3	513,09	0,00195
300	70,686	999,3	998,6	0,00100	1143	1306	0,766·10 ⁻³	1157	1339	0,747·10 ⁻³
350	96,212	1503	2259	0,443·10 ⁻³	1715	2941	0,340·10 ⁻³	1735	3007	0,333·10 ⁻³
400	125,664	2140	4580	0,218·10 ⁻³	2435	5929	0,169·10 ⁻³	2463	6066	0,165·10 ⁻³
450	159,043	2920	8526	0,118·10 ⁻³	3316	10996	0,909·10 ⁻⁴	3354	11249	0,889·10 ⁻⁴
500	196,350	3857	14876	0,672·10 ⁻⁴	4374	19132	0,523·10 ⁻⁴	4423	19563	0,511·10 ⁻⁴
600	282,743	6239	38925	0,257·10 ⁻⁴	7053	49745	0,201·10 ⁻⁴	7131	50851	0,197·10 ⁻⁴
700	384,845	9362	87647	0,114·10 ⁻⁴	10560	111514	0,897·10 ⁻⁵	10674	113934	0,878·10 ⁻⁵
800	502,655	13301	156917	0,565·10 ⁻⁵	14973	224191	0,446·10 ⁻⁵	15132	228977	0,437·10 ⁻⁵
900	636,173	18129	328661	0,304·10 ⁻⁵	20373	415059	0,241·10 ⁻⁵	20587	423825	0,236·10 ⁻⁵
1000	785,398	23911	571736	0,175·10 ⁻⁵	26832	719956	0,139·10 ⁻⁵	27111	735006	0,136·10 ⁻⁵
1100	950,334	30709	943043	0,106·10 ⁻⁵	34416	1184461	0,844·10 ⁻⁶	34769	1208883	0,827·10 ⁻⁶
1200	1130,976	38601	1490037	0,671·10 ⁻⁶	43211	1867191	0,536·10 ⁻⁶	43650	1905323	0,525·10 ⁻⁶
1300	1327,326	47604	2266140	0,441·10 ⁻⁶	53232	2883646	0,353·10 ⁻⁶	53769	2891105	0,346·10 ⁻⁶
1400	1539,384	57807	2341649	0,299·10 ⁻⁶	64581	4100705	0,240·10 ⁻⁶	62226	4254431	0,235·10 ⁻⁶

Таблица П. VI. Значения $CR^{2,5}$ и $C\sqrt{R}$

R, м	n=0,012		n=0,014		n=0,017		n=0,020	
	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$
0,05	0,034	13,48	0,027	10,82	0,020	8,00	0,015	6,02
06	0,054	15,10	0,044	12,19	0,033	9,10	0,025	6,94
07	0,081	16,63	0,066	13,48	0,050	10,15	0,039	7,81
08	0,116	18,07	0,094	14,70	0,071	11,14	0,055	8,64
09	0,157	19,44	0,128	15,87	0,098	12,08	0,076	9,44
0,10	0,207	20,74	0,170	16,98	0,130	12,99	0,102	10,20
11	0,266	22,00	0,218	18,05	0,168	13,87	0,132	10,94
12	0,333	23,21	0,275	19,09	0,210	14,72	0,168	11,66
13	0,411	24,38	0,339	20,09	0,262	15,54	0,209	12,36
14	0,500	25,51	0,411	21,06	0,319	16,34	0,255	13,04
15	0,598	26,61	0,495	22,01	0,385	17,12	0,309	13,71
16	0,709	27,69	0,588	22,93	0,459	17,88	0,368	14,35
17	0,830	28,73	0,690	23,83	0,538	18,63	0,433	14,99
18	0,960	29,75	0,800	24,70	0,625	19,35	0,502	15,61
19	1,11	30,75	0,926	25,57	0,725	20,07	0,585	16,23
0,20	1,27	31,72	1,06	26,40	0,826	20,76	0,673	16,82
21	1,44	32,68	1,20	27,23	0,943	21,45	0,769	17,41
22	1,63	33,61	1,35	28,03	1,07	22,12	0,871	17,99
23	1,83	34,54	1,52	28,83	1,20	22,78	0,982	18,56
24	2,04	35,44	1,70	29,61	1,35	23,43	1,10	19,12
25	2,27	36,33	1,90	30,38	1,50	24,07	1,23	19,67
26	2,51	37,20	2,11	31,14	1,67	24,70	1,36	20,21
27	2,77	38,06	2,32	31,88	1,85	25,32	1,51	20,74
28	3,05	38,90	2,56	32,61	2,03	25,94	1,67	21,28
29	3,34	39,74	2,80	33,33	2,23	26,54	1,83	21,80
0,30	3,65	40,56	3,06	34,05	2,44	27,14	2,01	22,30
31	3,98	41,37	3,34	34,75	2,67	27,72	2,19	22,81
32	4,32	42,17	3,64	35,44	2,90	28,31	2,39	23,32
33	4,67	42,97	3,94	36,14	3,14	28,89	2,59	23,82
34	5,06	43,75	4,26	36,81	3,40	29,46	2,80	24,31
35	5,45	44,52	4,59	37,49	3,68	30,02	3,04	24,80
36	5,87	45,28	4,95	38,15	3,97	30,58	3,27	25,28
37	6,29	46,04	5,32	38,80	4,25	31,13	3,52	25,76
38	6,76	46,78	5,70	39,45	4,54	31,68	3,79	26,24
39	7,23	47,52	6,10	40,09	4,90	32,21	4,06	26,70
0,40	7,72	48,25	6,52	40,73	5,24	32,75	4,35	27,17
41	8,23	48,97	6,95	41,36	5,59	33,28	4,64	27,63
42	8,76	49,68	7,40	41,97	5,95	33,80	4,93	28,08
43	9,32	50,38	7,86	42,59	6,33	34,31	5,26	28,53
44	9,90	51,08	8,36	43,20	6,74	34,83	5,61	28,97
45	10,5	51,78	8,87	43,80	7,16	35,34	5,96	29,42
46	11,1	52,47	9,40	44,41	7,58	35,85	6,32	29,87
47	11,7	53,15	9,94	45,00	8,03	36,35	6,71	30,30
48	12,4	53,82	10,5	45,58	8,49	36,84	7,09	30,73

$n=0,225$		$n=0,025$		$n=0,0275$		$n=0,030$	
$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$
0,012	4,78	0,009	3,79	0,007	2,98	0,006	2,30
0,020	5,58	0,016	4,49	0,013	3,60	0,010	2,86
0,031	6,34	0,025	5,17	0,021	4,21	0,017	3,40
0,045	7,07	0,037	5,81	0,031	4,79	0,025	3,93
0,063	7,77	0,052	6,44	0,043	5,35	0,036	4,44
0,084	8,45	0,070	7,04	0,059	5,89	0,049	4,94
0,110	9,10	0,093	7,63	0,077	6,42	0,066	5,42
0,140	9,74	0,118	8,20	0,100	6,94	0,085	5,89
0,175	10,36	0,148	8,76	0,126	7,45	0,107	6,36
0,215	10,97	0,183	9,30	0,156	7,94	0,133	6,81
0,260	11,56	0,221	9,83	0,190	8,43	0,163	7,25
0,311	12,13	0,265	10,36	0,228	8,90	0,197	7,69
0,368	12,71	0,314	10,87	0,271	9,37	0,235	8,12
0,430	13,26	0,368	11,37	0,318	9,83	0,277	8,55
0,499	13,81	0,429	11,87	0,371	10,29	0,324	8,97
0,575	14,34	0,494	12,35	0,429	10,73	0,375	9,37
0,658	14,87	0,566	12,83	0,493	11,17	0,431	9,78
0,746	15,38	0,644	13,30	0,561	11,59	0,493	10,17
0,841	15,90	0,728	13,77	0,637	12,02	0,559	10,57
0,945	16,40	0,820	14,22	0,717	12,44	0,631	10,96
1,06	16,90	0,917	14,67	0,804	12,86	0,709	11,34
1,18	17,38	1,02	15,12	0,897	13,26	0,792	11,72
1,30	17,86	1,13	15,55	1,00	13,66	0,881	12,09
1,44	18,34	1,25	15,99	1,10	14,06	0,977	12,46
1,58	18,81	1,38	16,41	1,22	14,46	1,08	12,83
1,74	19,28	1,52	16,84	1,34	14,85	1,20	13,20
1,89	19,72	1,66	17,25	1,46	15,22	1,30	13,54
2,07	20,18	1,81	17,66	1,60	15,61	1,42	13,89
2,25	20,63	1,97	18,08	1,74	15,99	1,55	14,25
2,43	21,08	2,14 ⁺	18,48	1,89	16,37	1,69	14,60
2,64	21,52	2,31 ⁺	18,89	2,05	16,74	1,83	14,95
2,84	21,96	2,50	19,29	2,22	17,11	1,98	15,29
3,07	22,39	2,69	19,68	2,39	17,47	2,14	15,63
3,28	22,82	2,87	20,08	2,58	17,84	2,31	15,97
3,53	22,24	3,11	20,46	2,77	18,19	2,48	16,30
3,79	23,66	3,32	20,85	2,96	18,55	2,66	16,63
4,05	24,08	3,57	21,23	3,17	18,90	2,85	16,96
4,31	24,49	3,79	21,60	3,40	19,25	3,05	17,28
4,61	24,89	4,06	21,97	3,62	19,59	3,26	17,60
4,90	25,29	4,33	22,34	3,86	19,93	3,47	17,92
5,20	25,70	4,60	22,72	4,11	20,28	3,70	18,25
5,52	26,10	4,89	23,09	4,36	20,62	3,93	18,57
5,85	26,50	5,18	23,45	4,63	20,96	4,17	18,88
6,21	26,89	5,52	23,80	4,90	21,29	4,42	19,19

R, м	n=0,012		n=0,014		n=0,017		n=0,020	
	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$
0,49	13,1	54,49	11,1	46,17	8,96	37,34	7,46	31,16
0,50	13,8	55,14	11,7	46,74	9,46	37,82	7,90	31,58
52	15,3	56,45	12,9	47,88	10,5	38,78	8,77	32,42
54	16,8	57,74	14,3	49,00	11,6	39,73	9,71	33,24
56	18,5	59,01	15,7	50,11	12,8	40,67	10,7	34,06
58	20,3	60,26	17,2	51,20	14,0	41,59	11,7	34,87
0,60	22,1	61,49	18,8	52,28	15,3	42,51	12,8	35,67
62	24,1	62,70	20,5	53,33	16,7	43,41	14,0	36,46
64	26,2	63,91	22,3	54,39	18,1	44,30	15,2	37,24
66	28,3	65,10	24,10	55,44	19,7	45,19	16,6	38,02
68	30,7	66,27	26,1	56,46	21,3	46,06	17,9	38,78
0,70	33,0	67,41	28,2	57,46	23,0	46,91	19,3	39,53
72	35,6	68,55	30,3	58,46	24,7	47,75	20,9	40,27
74	38,2	69,58	32,6	59,45	26,6	48,60	22,5	41,00
76	40,9	70,80	34,8	60,43	28,6	49,43	24,1	41,74
78	43,7	71,90	37,3	61,39	30,6	50,25	25,8	42,46
0,80	46,7	72,99	39,9	62,35	32,7	51,07	27,7	43,17
82	49,7	74,07	42,6	63,30	34,8	51,88	29,5	43,89
84	52,9	75,13	45,2	64,23	37,2	52,67	31,4	44,58
86	56,5	76,18	48,2	65,16	39,6	53,46	33,4	45,27
88	59,9	77,23	51,2	66,08	42,0	54,24	35,5	45,96
0,90	63,4	78,27	54,3	66,99	44,6	55,02	37,7	46,65
92	67,1	79,31	57,5	67,90	47,2	55,80	40,0	47,34
94	71,0	80,32	60,8	68,79	50,5	56,56	42,4	48,00
96	74,9	81,32	64,2	69,67	52,9	57,31	44,8	48,67
98	79,1	82,32	67,6	70,55	55,8	58,06	47,4	49,33
1,00	83,3	83,32	71,4	71,43	58,8	58,81	50,0	50,00
02	87,7	84,31	75,2	72,30	62,0	59,56	52,7	50,65
04	92,2	85,28	79,4	73,15	65,3	60,28	55,6	51,29
06	97,1	86,24	83,3	74,00	68,6	61,01	58,5	51,92
08	102	87,20	87,3	74,84	71,9	61,73	61,4	52,56
1,10	107	88,15	91,7	75,68	75,6	62,45	64,5	53,19
12	112	89,10	96,1	76,51	79,2	63,16	67,6	53,82
14	117	90,04	100	77,34	83,0	63,87	70,9	54,45
16	122	90,98	105	78,17	87,0	64,58	74,1	55,08
18	128	91,89	110	78,97	90,9	65,27	77,5	55,68
1,20	134	92,81	115	79,78	95,0	65,96	81,1	56,29
22	140	93,72	120	80,58	99,2	66,64	84,8	56,90
24	146	94,62	125	81,38	103	67,33	88,5	57,50
26	152	95,52	130	82,17	108	68,00	92,3	58,10
28	158	96,41	136	82,96	113	68,68	96,1	58,70
1,30	164	97,30	142	83,74	118	69,36	100	59,30
32	171	98,19	147	84,53	122	70,03	104	59,90

$n=0,225$		$n=0,025$		$n=0,0275$		$n=0,030$	
$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$
6,54	27,28	5,81	24,16	5,19	21,62	4,67	19,50
6,92	27,65	6,13	24,51	5,49	21,94	4,95	19,80
7,69	28,42	6,80	25,21	6,10	22,59	5,52	20,41
8,47	29,17	7,55	25,90	6,78	23,23	6,13	21,00
9,35	29,92	8,34	26,59	7,48	23,87	6,76	21,60
10,3	30,65	9,17	27,26	8,24	24,49	7,46	22,19
11,3	31,38	10,1	27,93	9,04	25,12	8,20	22,77
12,3	32,09	11,0	28,59	9,90	25,73	9,00	23,34
13,4	32,80	12,0	29,25	10,8	26,34	9,80	23,91
14,6	33,51	13,0	29,90	11,7	26,95	10,7	24,49
15,8	34,21	14,1	30,54	12,7	27,54	11,6	25,05
17,1	34,88	15,3	31,16	13,8	28,12	12,5	25,53
18,4	35,56	16,5	31,78	14,9	28,70	13,5	26,17
19,8	36,23	17,8	32,41	16,0	29,28	14,6	26,68
21,3	36,90	19,1	33,03	17,2	29,86	15,7	27,22
22,8	37,56	20,4	33,63	18,5	30,42	16,9	27,75
24,4	38,21	21,9	34,23	19,8	30,98	18,1	28,28
26,1	38,86	23,4	34,84	21,2	31,55	19,4	28,80
27,9	39,50	25,0	35,42	22,6	32,09	20,7	29,31
29,7	40,13	26,6	36,00	24,1	32,54	22,1	29,83
31,6	40,76	28,3	36,58	25,6	33,18	23,4	30,34
33,5	41,39	30,1	37,17	27,3	33,72	24,9	30,85
35,6	42,02	31,9	37,75	29,0	34,26	26,5	31,36
37,7	42,62	33,9	38,31	30,8	34,79	28,2	31,85
39,9	43,23	35,8	38,87	32,6	35,31	29,9	32,35
42,0	43,84	37,9	39,43	34,4	35,84	31,6	32,84
44,4	44,44	40,0	40,00	36,4	36,36	33,3	33,33
46,9	45,05	42,2	40,55	38,3	36,88	35,1	33,82
49,4	45,63	44,4	41,09	40,5	37,39	37,0	34,30
51,9	46,21	46,7	41,63	42,6	37,89	39,0	34,77
54,6	46,79	49,2	42,17	44,8	38,40	41,1	35,25
57,5	47,37	51,8	42,71	47,1	38,90	43,3	35,72
60,2	47,95	54,3	43,24	49,5	39,40	45,4	36,19
62,9	48,53	56,6	43,78	51,8	39,90	47,6	36,67
66,1	49,11	59,5	44,32	54,3	40,40	50,0	37,14
69,2	49,67	62,4	44,83	56,8	40,89	52,4	37,59
72,3	50,22	65,3	45,34	59,6	41,37	54,8	38,05
75,6	50,77	68,2	45,85	62,3	41,85	57,3	38,50
78,9	51,32	71,4	46,37	65,1	42,33	59,9	38,95
82,6	51,87	74,6	46,88	68,0	42,80	62,5	39,40
86,2	52,43	77,5	47,39	70,9	43,28	65,4	39,86
89,5	52,98	80,9	47,90	74,0	43,76	68,1	40,31
93,2	53,52	84,3	48,41	76,9	44,24	70,9	40,76

R, M	n=0,012		n=0,014		n=0,017		n=0,020	
	CR ^{2,5}	C√R	CR ^{2,5}	C√R	CR ^{2,5}	C√R	CR ^{2,5}	C√R
1,34	178	99,06	153	85,30	127	70,69	109	60,48
36	185	99,94	159	86,07	132	71,36	113	61,06
38	192	100,79	165	86,82	137	72,00	117	61,63
1,40	200	101,64	172	87,58	142	72,65	122	62,21
42	207	102,49	178	88,32	148	73,29	127	62,78
44	214	103,34	185	89,07	153	73,93	131	63,35
46	222	104,18	192	89,81	159	74,57	136	63,91
48	230	105,02	198	90,55	165	75,21	141	64,47
1,50	238	105,86	205	91,30	171	75,95	146	65,04
55	259	107,92	224	93,12	186	77,41	159	66,43
60	281	109,96	243	94,92	202	78,97	173	67,80
65	305	111,96	263	96,69	219	80,49	188	69,15
70	330	113,95	284	98,45	237	82,00	204	70,49
1,75	355	115,92	307	100,19	256	83,50	220	71,82
80	382	117,85	330	101,89	275	84,97	237	73,13
85	410	119,76	355	103,59	296	86,43	254	74,43
90	439	121,66	380	105,27	317	87,88	273	75,72
1,95	469	123,52	406	106,92	340	89,30	292	76,98
2,00	501	125,37	434	108,56	363	90,72	313	78,24
05	535	127,21	463	110,19	387	92,12	334	79,49
10	569	129,01	493	111,78	412	93,50	356	80,71
15	605	130,80	524	113,36	438	94,86	379	81,92
20	641	132,57	556	114,94	466	96,22	402	83,13
2,25	680	134,34	590	116,50	494	97,58	427	84,34
30	720	136,09	625	118,06	523	98,92	452	84,54
35	761	137,80	662	119,58	554	100,24	479	86,71
40	804	139,51	669	121,09	585	101,54	507	87,87
45	847	141,21	736	122,59	617	102,85	535	89,03
2,50	893	142,89	776	124,09	651	104,14	565	90,19
55	940	144,57	817	125,58	685	105,43	595	91,34
60	988	146,21	859	127,03	721	106,69	625	92,46
65	1038	147,84	902	128,48	758	107,94	658	93,58
70	1089	149,46	947	129,92	796	109,19	690	94,69
2,75	1142	151,07	993	131,35	835	110,43	725	95,80
80	1196	152,67	1041	132,78	875	111,67	760	96,90
85	1253	154,27	1090	134,20	917	112,90	796	98,00
90	1312	155,86	1140	135,61	960	114,13	833	99,10
2,95	1370	157,41	1192	136,99	1004	115,32	870	100,16
3,00	1431	158,95	1245	138,36	1049	116,51	909	101,22
10	1557	162,02	1356	141,08	1142	118,87	993	103,33
20	1690	165,05	1472	143,78	1241	121,21	1080	105,43
30	1830	168,03	1595	146,43	1345	123,51	1170	107,48

$n=0,225$		$n=0,025$		$n=0,0275$		$n=0,030$	
$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$
97,1	54,06	87,7	48,91	80,3	44,70	74,1	41,20
101	54,60	91,4	49,41	83,5	45,17	76,9	41,64
105	55,12	95,0	49,89	86,9	45,62	80,0	42,07
109	55,64	98,7	50,38	90,3	46,08	83,3	42,50
113	56,16	102	50,86	93,8	46,53	86,6	42,93
118	56,69	106	51,35	97,5	46,99	90,1	43,36
122	57,21	110	51,83	101	47,44	93,6	43,79
126	57,73	114	52,31	105	47,89	96,9	44,22
131	58,25	119	52,80	109	48,35	100	44,64
143	59,52	130	53,98	119	49,46	110	45,69
156	60,79	141	55,16	129	50,57	120	46,73
169	62,03	153	56,31	140	51,65	130	47,75
183	63,26	166	57,46	152	52,72	141	48,77
198	64,49	179	58,60	165	53,80	152	49,79
213	65,69	194	59,72	178	54,85	164	50,78
229	66,88	208	60,83	191	55,89	177	51,77
245	68,07	223	61,94	205	56,94	190	52,76
263	69,24	240	63,02	220	57,95	204	53,73
282	70,39	257	64,10	236	58,97	219	54,68
300	71,55	274	65,18	252	59,98	234	55,64
320	72,67	291	66,23	269	60,96	249	56,57
341	73,79	310	67,27	286	61,94	266	57,50
363	74,91	330	68,31	305	62,92	283	58,43
385	76,02	351	69,35	323	63,90	300	59,35
408	77,13	372	70,38	343	64,87	319	60,28
433	78,21	394	71,39	364	65,82	338	61,17
457	79,28	417	72,39	385	66,76	357	62,07
483	80,35	440	73,39	406	67,70	377	62,96
510	81,42	465	74,39	429	68,64	398	63,85
536	82,48	490	75,38	452	69,58	420	64,74
565	83,52	515	76,35	476	70,49	443	65,60
595	84,55	543	77,31	500	71,39	467	66,46
625	85,57	571	78,27	526	72,30	491	67,32
654	86,60	599	79,22	553	73,20	516	68,17
685	87,62	628	80,18	581	74,10	541	69,03
719	88,64	658	81,13	609	75,00	568	69,88
754	89,65	690	82,08	638	75,88	595	70,73
789	90,64	722	83,00	668	76,76	623	71,55
825	91,62	755	83,91	699	77,62	651	72,37
899	93,57	824	85,74	762	79,34	711	74,00
978	95,51	897	87,58	830	81,05	775	75,63
1061	97,41	973	89,33	901	82,73	841	77,22

R, m	$n=0,012$		$n=0,014$		$n=0,017$		$n=0,020$	
	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$
3,40	1977	170,98	1723	149,06	1454	125,80	1266	109,52
50	2130	173,91	1858	151,67	1569	128,06	1366	111,55
60	2291	176,78	1999	154,22	1688	130,28	1471	113,54
70	2459	179,63	2146	156,76	1814	132,49	1581	115,51
80	2635	182,45	2300	159,28	1945	134,68	1696	117,48
3,90	2818	185,22	2457	161,74	2079	136,83	1815	119,40
4,00	3006	187,97	2632	164,19	2222	138,96	1942	121,31
20	3411	193,38	2985	169,01	2525	143,15	2208	125,07
40	3846	198,67	3367	173,73	2849	147,27	2494	128,76
60	4310	203,90	3759	178,40	3195	151,34	2793	132,41
4,80	4808	209,03	4219	182,93	3584	155,29	3135	135,96
5,00	5350	214,00	4686	187,42	3980	159,21	3487	139,47
5,25	6068	220,14	5317	192,90	4520	163,99	3963	143,76
5,50	6841	226,15	5998	198,27	5103	168,68	4476	147,98
5,75	7673	232,09	6731	203,58	5713	173,32	5031	152,16
6,00	8563	237,86	7514	208,73	6402	177,83	5624	156,21
6,50	10 527	249,15	9246	218,84	7887	186,67	6936	164,17
7,00	12 743	260,06	11 200	228,60	9766	195,22	8422	171,87

Таблица П.VII. К расчету трапецидальных каналов

m	0	0,5	0,75	1	1,25
m_0	2,000	1,736	1,750	1,828	1,952
$4m_0$	8,000	6,944	7,000	7,312	7,808

σ	$\frac{R}{R_{г.п}}$	$\frac{h}{R_{г.п}}$	$\frac{b_{ср}}{m_0 R_{г.п}}$			
				$m=0$	$m=0,5$	$m=0,75$
0,050	0,581	0,558	11,160	22,32	19,09	19,11
055	0,549	0,579	10,527	21,05	17,99	17,99
060	0,565	0,598	9,967	19,93	17,00	16,99
065	0,580	0,617	9,992	18,98	16,17	16,15
070	0,594	0,635	9,071	18,14	15,43	15,40
075	0,607	0,652	8,693	17,39	14,77	14,72
080	0,619	0,669	8,363	16,78	14,18	14,13
085	0,631	0,685	8,059	16,12	13,65	13,59
090	0,643	0,700	7,778	15,56	13,15	13,09
095	0,653	0,715	7,526	15,05	12,71	12,63
0,10	0,664	0,730	7,300	14,60	12,31	12,23

$n=0,225$		$n=0,025$		$n=0,0275$		$n=0,030$	
$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$	$CR^{2,5}$	$C\sqrt{R}$
1148	99,30	1053	91,10	976	84,40	911	78,81
1239	101,18	1138	92,86	1054	86,06	985	80,39
1335	103,02	1226	94,58	1136	87,68	1062	81,94
1435	104,85	1318	96,29	1223	89,30	1143	83,47
1540	106,67	1415	98,00	1313	90,92	1228	85,01
1650	108,45	1515	99,66	1406	92,49	1314	86,51
1764	110,22	1621	101,32	1508	94,06	1408	88,51
2004	113,70	1845	104,59	1715	97,14	1605	90,93
2268	117,12	2088	107,79	1938	100,17	1814	93,82
2538	120,51	2336	110,96	2183	103,18	2037	96,69
2849	123,81	2625	114,06	2445	106,10	2294	99,46
3177	127,07	2928	117,13	2725	109,00	2556	102,23
3612	131,06	3331	120,87	3102	112,55	2911	105,60
4083	134,98	3768	124,55	3510	116,03	3295	108,92
4501	138,86	4239	128,20	3951	119,49	3710	112,22
5135	142,63	4742	131,73	4422	122,84	4155	115,41
6339	150,03	5860	138,69	5468	129,43	5142	121,71
7703	157,20	7126	145,43	6655	135,82	6262	127,80

1,5	1,75	2	2,5	3
2,106 8,424	2,282 9,128	2,472 9,888	2,885 11,540	3,325 13,100

$b/R_{Г.Н}$ при

$m=1$	$m=1,25$	$m=1,50$	$m=1,75$	$m=2$	$m=2,5$	$m=3$
19,84	21,09	22,67	24,49	26,47	30,80	35,43
18,67	19,83	21,30	23,14	24,87	28,92	33,27
17,62	18,71	20,00	21,70	23,44	27,26	31,35
16,74	17,76	19,07	20,58	22,23	25,84	29,71
15,95	16,91	18,15	19,59	21,15	24,58	28,26
15,24	16,15	17,33	18,70	20,19	23,45	26,95
14,62	15,49	16,61	17,91	19,33	22,45	25,80
14,05	14,87	15,94	17,94	18,55	21,54	24,74
13,52	14,31	15,33	16,52	17,83	20,19	23,76
13,04	13,80	14,78	15,92	17,17	19,93	22,88
12,61	13,34	14,28	15,38	16,59	19,24	22,08

σ	$\frac{R}{R_{\Gamma-H}}$	$\frac{h}{R_{\Gamma-H}}$	$\frac{b_{cp}}{m_0 R_{\Gamma-H}}$			
				$m=0$	$m=0,5$	$m=0,75$
11	0,683	0,758	6,891	13,78	11,58	11,49
12	0,701	0,785	6,342	13,09	10,96	10,86
13	0,717	0,810	6,231	12,48	10,43	10,32
14	0,732	0,834	5,957	11,91	9,92	9,80
15	0,746	0,858	5,720	11,45	9,50	9,37
16	0,759	0,881	5,506	11,01	9,12	8,98
17	0,772	0,903	5,312	10,62	8,77	8,62
18	0,783	0,924	5,133	10,27	8,45	8,29
19	0,794	0,945	4,974	9,94	8,16	7,99
0,20	0,804	0,965	4,825	9,65	7,89	7,72
21	0,814	0,985	4,690	9,38	7,65	7,47
22	0,823	1,004	4,564	9,24	7,42	7,23
23	0,832	1,023	4,448	8,90	7,21	7,02
24	0,840	1,041	4,338	8,68	7,01	6,81
25	0,848	1,060	4,240	8,49	6,84	6,63
26	0,855	1,077	4,142	8,29	6,63	6,44
27	0,862	1,095	4,056	8,10	6,40	6,28
28	0,869	1,112	3,971	7,94	6,34	6,11
29	0,875	1,129	3,893	7,79	6,19	5,97
0,30	0,881	1,145	3,817	7,63	6,05	5,82
31	0,887	1,161	3,745	7,49	5,92	5,68
32	0,892	1,178	3,681	7,36	5,80	5,56
33	0,897	1,193	3,615	7,23	5,68	5,43
34	0,902	1,209	3,556	7,11	5,57	5,32
35	0,907	1,224	3,497	7,00	5,46	5,20
36	0,911	1,240	3,444	6,89	5,36	5,10
37	0,916	1,255	3,392	6,78	5,26	4,99
38	0,920	1,269	3,339	6,67	5,15	4,89
39	0,924	1,284	3,292	6,58	5,07	4,80
0,40	0,928	1,299	3,248	6,49	4,99	4,71
41	0,931	1,313	3,204	6,40	4,91	4,62
42	0,935	1,327	3,160	6,32	4,82	4,53
43	0,938	1,341	3,120	6,24	4,75	4,46
44	0,941	1,355	3,080	6,16	4,67	4,37
45	0,944	1,369	3,043	6,08	4,60	4,30
46	0,947	1,383	3,007	6,01	4,53	4,23
47	0,950	1,386	2,971	5,94	4,46	4,15
48	0,952	1,409	2,935	5,87	4,39	4,08
49	0,954	1,422	2,903	5,81	4,33	4,01

$b/R_{г.н}$ при						
$m=1$	$m=1,25$	$m=1,50$	$m=1,75$	$m=2$	$m=2,5$	$m=3$
11,84	12,50	13,38	14,40	15,52	17,99	20,64
11,17	11,79	12,60	13,55	14,60	16,91	19,39
10,58	11,15	11,91	12,80	13,78	15,95	18,29
10,06	10,59	11,29	12,13	13,06	15,10	17,81
9,60	10,09	10,76	11,55	12,42	14,36	16,45
9,18	9,65	10,28	11,02	11,85	13,68	15,17
8,81	9,24	9,83	10,54	11,82	13,07	14,95
8,46	8,87	9,43	10,10	10,84	12,50	14,30
8,15	8,53	9,06	9,70	10,40	11,99	13,70
7,86	8,21	8,71	9,32	10,00	11,51	13,15
7,59	7,92	8,40	8,98	9,63	11,07	12,64
7,34	7,65	8,10	8,66	9,27	10,65	12,16
7,11	7,40	7,83	8,86	8,95	10,28	11,72
6,89	7,17	7,57	8,08	8,64	9,91	11,30
6,70	6,96	7,35	7,83	8,37	9,59	10,93
6,49	6,74	7,11	7,57	8,09	9,26	10,54
6,32	6,55	6,90	7,34	7,84	8,96	10,20
6,15	6,36	6,70	7,12	7,59	8,68	9,87
5,99	6,19	6,50	6,91	7,36	8,41	9,56
5,83	6,02	6,32	6,71	7,14	8,15	9,25
5,69	5,86	6,15	6,52	6,94	7,90	8,97
5,55	5,71	5,99	6,34	6,74	7,68	8,71
5,42	5,57	5,82	6,16	6,55	7,45	8,44
5,29	5,43	5,68	6,00	6,37	7,24	8,20
5,17	5,30	5,53	5,84	6,20	7,03	7,96
5,06	5,17	5,39	5,69	6,04	6,84	7,74
4,95	5,05	5,26	5,54	5,88	6,65	7,51
4,84	4,93	5,13	5,40	5,72	6,46	7,30
4,73	4,82	5,01	5,27	5,57	6,29	7,09
4,64	4,72	4,89	5,14	5,43	6,12	6,90
4,54	4,61	4,78	5,01	5,29	5,96	6,71
4,45	4,51	4,66	4,89	5,16	5,80	6,52
4,36	4,41	4,56	4,77	5,03	5,65	6,35
4,28	4,32	4,45	4,66	4,90	5,50	6,18
4,19	4,23	4,35	4,55	4,78	5,36	6,01
4,11	4,14	4,26	4,44	4,67	5,22	5,85
4,03	4,05	4,16	4,34	4,55	5,08	5,69
3,96	3,97	4,07	4,23	4,44	4,94	5,53
3,88	3,89	3,98	4,14	4,33	4,82	5,39

σ	$\frac{R}{R_{\Gamma.H}}$	$\frac{h}{R_{\Gamma.H}}$	$\frac{b_{CP}}{m_0 R_{\Gamma.H}}$			
				$m=0$	$m=0,5$	$m=0,75$
0,50	0,957	1,436	2,872	5,74	4,27	3,95
52	0,962	1,462	2,812	5,62	4,15	3,82
54	0,966	1,488	2,756	5,51	4,04	3,71
56	0,970	1,513	2,702	5,40	3,93	3,59
58	0,973	1,538	2,652	5,30	3,83	3,49
0,60	0,976	1,562	2,603	5,21	3,74	3,38
62	0,979	1,586	2,558	5,12	3,65	3,29
64	0,982	1,610	2,516	5,03	3,56	3,20
66	0,984	1,634	2,476	4,95	3,48	3,11
68	0,986	1,657	2,437	4,87	3,40	3,02
0,70	0,988	1,680	2,400	4,80	3,33	2,94
72	0,990	1,703	2,365	4,63	3,25	2,86
74	0,992	1,725	2,331	4,66	3,18	2,78
76	0,9930	1,748	2,300	4,61	3,13	2,73
78	0,9945	1,770	2,269	4,57	3,05	2,64
0,80	0,9954	1,792	2,240	4,48	2,99	2,58
85	0,9975	1,884	2,216	4,35	2,85	2,42
0,90	0,9989	1,898	2,109	4,21	2,71	2,26
95	0,9996	1,949	2,052	4,09	2,58	2,12
1,00	1,000	2,000	2,000	4,00	2,47	2,00
05	0,9998	2,050	1,952	3,90	2,36	1,88
10	0,9992	2,098	1,907	3,81	2,26	1,76
15	0,9982	2,146	1,867	3,73	2,17	1,66
20	0,9970	2,193	1,827	3,65	2,07	1,55
25	0,9954	2,240	1,792	3,58	1,99	1,46
30	0,9937	2,286	1,758	3,52	1,91	1,36
35	0,9916	2,330	1,727	3,45	1,83	1,27
40	0,9896	2,375	1,696	3,39	1,76	1,19
45	0,9873	2,419	1,669	3,34	1,69	1,11
50	0,9849	2,462	1,642	3,28	1,62	1,03
55	0,9824	2,505	1,616	3,23	1,55	0,95
60	0,9800	2,548	1,593	3,18	1,49	0,88
65	0,9773	2,590	1,570	3,14	1,43	0,81
70	0,9746	2,631	1,547	3,09	1,37	0,73
75	0,9718	2,672	1,526	3,05	1,31	0,67
80	0,9689	2,713	1,508	3,02	1,26	0,60
85	0,9661	2,753	1,489	2,98	1,21	0,54
90	0,9632	2,793	1,469	2,94	1,15	0,48
95	0,9603	2,833	1,453	2,91	1,11	0,42
2,00	0,9573	2,872	1,436	2,87	1,07	0,36

$b/R_{Г.Н}$ при						
$m=1$	$m=1,25$	$m=1,50$	$m=1,75$	$m=2$	$m=2,5$	$m=3$
3,81	3,81	3,89	4,04	4,23	4,70	5,24
3,68	3,66	3,73	3,86	4,03	4,46	4,96
3,55	3,52	3,57	3,68	3,84	4,23	4,70
3,43	3,38	3,42	3,52	3,65	4,01	4,45
3,31	3,25	3,28	3,36	3,48	3,81	4,20
3,20	3,13	3,14	3,21	3,31	3,61	3,97
3,09	3,01	3,01	3,06	3,15	3,42	3,75
2,99	2,90	2,89	2,93	3,00	3,23	3,54
2,89	2,79	2,76	2,79	2,85	3,06	3,33
2,80	2,68	2,64	2,66	2,71	2,88	3,13
2,71	2,59	2,54	2,54	2,57	2,79	2,94
2,62	2,49	2,43	2,42	2,44	2,57	2,76
2,54	2,39	2,32	2,30	2,31	2,41	2,57
2,47	2,32	2,22	2,19	2,19	2,27	2,41
2,37	2,21	2,12	2,08	2,07	2,12	2,24
2,30	2,13	2,03	1,98	1,95	1,98	2,07
2,10	1,94	1,81	1,73	1,68	1,65	1,69
1,95	1,74	1,59	1,49	1,42	1,34	1,32
1,79	1,56	1,40	1,27	1,18	1,05	0,98
1,66	1,40	1,21	1,06	0,94	0,77	0,65
1,52	1,25	1,04	0,87	0,72	0,51	0,34
1,39	1,10	0,87	0,68	0,52	0,86	0,05
1,27	0,96	0,71	0,50	0,38	0,02	—
1,15	0,82	0,56	0,33	0,13	—	—
1,03	0,70	0,41	0,17	—	—	—
0,93	0,57	0,27	0,01	—	—	—
0,83	0,46	0,14	—	—	—	—
0,72	0,34	0,01	—	—	—	—
0,63	0,23	—	—	—	—	—
0,54	0,13	—	—	—	—	—
0,45	0,02	—	—	—	—	—
0,36	—	—	—	—	—	—
0,28	—	—	—	—	—	—
0,20	—	—	—	—	—	—
0,12	—	—	—	—	—	—
0,04	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—

Таблица П.VIII. К расчету критических глубин в трапециевидальных руслах

$z_{II} = \frac{mh_{K,II}}{b}$	$\frac{h_{K,T}}{h_{K,II}}$	$z_{II} = \frac{mk_{K,II}}{b}$	$\frac{h_{K,T}}{h_{K,II}}$	$z_{II} = \frac{mh_{K,II}}{b}$	$\frac{h_{K,T}}{h_{K,II}}$	$z_{II} = \frac{mk_{K,II}}{b}$	$\frac{h_{K,T}}{h_{K,II}}$	$z_{II} = \frac{mh_{K,II}}{b}$	$\frac{h_{K,T}}{h_{K,II}}$
0,005	0,998	0,22	0,931	0,44	0,874	0,80	0,802		
0,01	0,997	0,23	0,928	0,45	0,872	0,82	0,799		
0,02	0,993	0,24	0,925	0,46	0,869	0,84	0,796		
0,03	0,990	0,25	0,922	0,47	0,867	0,86	0,793		
0,04	0,987	0,26	0,919	0,48	0,865	0,88	0,789		
0,05	0,983	0,27	0,917	0,49	0,862	0,90	0,786		
0,06	0,980	0,28	0,914	0,50	0,860	0,92	0,783		
0,07	0,976	0,29	0,911	0,52	0,856	0,94	0,780		
0,08	0,973	0,30	0,909	0,54	0,852	0,96	0,777		
0,10	0,967	0,31	0,906	0,56	0,848	0,98	0,774		
0,11	0,964	0,32	0,903	0,58	0,844	1,00	0,771		
0,12	0,961	0,33	0,900	0,60	0,839	1,05	0,764		
0,13	0,958	0,34	0,898	0,62	0,835	1,10	0,757		
0,14	0,955	0,36	0,893	0,64	0,831	1,15	0,750		
0,15	0,952	0,37	0,890	0,66	0,927	1,20	0,744		
0,16	0,949	0,38	0,888	0,68	0,823	1,25	0,737		
0,17	0,946	0,39	0,886	0,72	0,816	1,30	0,731		
0,18	0,943	0,40	0,884	0,74	0,812	1,35	0,725		
0,19	0,940	0,41	0,881	0,76	0,809	1,40	0,719		
0,20	0,937	0,42	0,878	0,78	0,806	1,50	0,707		
0,21	0,934	0,43	0,876						

Таблица П. IX. К расчету параболических каналов

τ	$\frac{R}{R_{Г.П}}$	$\frac{h}{R_{Г.П}}$	$\frac{B}{R_{Г.П}}$	$\frac{\rho}{R_{Г.П}}$	$\frac{B}{h}$
0,001	0,3324	0,5015	44,8341	501,500	89,506
0,01	0,4984	0,7498	21,2043	74,980	28,284
02	0,5658	0,8549	17,0980	42,7450	20,003
04	0,6410	0,9740	13,7724	24,350	14,142
06	0,6877	1,0520	12,1471	17,5333	11,544
08	0,7223	1,1119	11,1190	13,8987	10,001
0,10	0,7489	1,1604	10,3786	11,6040	8,945
12	0,7714	1,2021	9,8151	10,0715	8,165
14	0,7902	1,2388	9,3654	8,8486	7,559
16	0,8066	1,2720	8,9946	7,9500	7,071
18	0,8209	1,3016	8,6773	7,2311	6,666
0,20	0,8336	1,3295	8,4091	6,6475	6,325
22	0,8540	1,3550	8,1707	6,1591	6,031
24	0,8551	1,3787	7,9597	5,7446	5,773
26	0,8645	1,4016	7,7746	5,3908	5,547
28	0,8730	1,4228	7,6048	5,0814	5,345
0,30	0,8807	1,4433	7,4532	4,8110	5,164
32	0,8877	1,4624	7,3120	4,5700	5,000
34	0,8943	1,4806	7,1818	4,3547	4,851
36	0,9005	1,4988	7,0651	4,1633	4,714
38	0,9063	1,5158	6,9550	3,9889	4,589
0,40	0,9115	1,5322	6,8520	3,8305	4,472
42	0,9166	1,5480	6,7559	3,6857	4,364
44	0,9211	1,5636	6,6673	3,5536	4,264
46	0,9254	1,5786	6,5834	3,4317	4,170
48	0,9293	1,5929	6,5029	3,3185	4,083
0,50	0,9334	1,6065	6,4260	3,2130	4,000
52	0,9368	1,6205	6,3560	3,1163	3,922
54	0,9403	1,6339	6,2886	3,0257	3,849
56	0,9434	1,6740	6,2251	2,9411	3,780
58	0,9465	1,6594	6,1626	2,8610	3,714
0,60	0,9493	1,6719	6,1047	2,7865	3,651
62	0,9521	1,6836	6,0480	2,7155	3,592
64	0,9546	1,6956	6,9951	2,6494	3,536

τ	$\frac{R}{R_{Г.Н}}$	$\frac{h}{R_{Г.Н}}$	$\frac{B}{R_{Г.Н}}$	$\frac{\rho}{R_{Г.Н}}$	$\frac{B}{h}$
66	0,9570	1,7071	5,9433	2,5865	3,482
68	0,9592	1,7187	5,8951	2,5275	3,430
0,70	0,9615	1,7296	5,8471	2,4709	3,380
72	0,9636	1,7406	5,8020	2,4175	3,333
74	0,9655	1,7513	5,7564	2,3666	3,288
76	0,9674	1,7618	5,7162	2,3182	3,244
78	0,9691	1,7723	5,6760	2,2722	3,202
0,80	0,9709	1,7824	5,6364	2,2280	3,162
82	0,9724	1,7924	5,5985	2,1859	3,124
84	0,9739	1,8022	5,5616	2,1455	3,086
86	0,9754	1,8120	5,5267	2,1070	3,050
88	0,9768	1,8214	5,4916	2,0698	3,015
0,90	0,9781	1,8310	5,4587	2,0344	2,981
92	0,9792	1,8403	5,4268	2,0003	2,949
94	0,9805	1,8493	5,3947	1,9673	2,917
96	0,9817	1,8582	5,3639	1,9356	2,887
98	0,9827	1,8672	5,3348	1,9053	2,857
1,00	0,9837	1,8759	5,3058	1,8759	2,828
02	0,98472	1,8846	5,2779	1,8476	2,800
04	0,9856	1,8932	5,2508	1,8204	2,774
06	0,9866	1,9013	5,2233	1,7937	2,747
08	0,9874	1,9099	5,1980	1,7684	2,722
1,10	0,9881	1,9183	5,1731	1,7439	2,697
12	0,9889	1,9262	5,1477	1,7198	2,673
14	0,9897	1,9345	5,1246	1,6969	2,649
16	0,9904	1,9423	5,1009	1,6744	2,626
18	0,9910	1,9500	5,0771	1,6525	2,604
1,20	0,9917	1,9579	5,0553	1,6316	2,582
22	0,9923	1,9657	5,0334	1,6112	2,561
24	0,9928	1,9733	5,0123	1,5914	2,540
26	0,9932	1,9809	4,9914	1,5721	2,520
28	0,9939	1,9882	4,9706	1,5533	2,500
1,30	0,9943	1,9958	4,9510	1,5352	2,481
32	0,9948	2,0028	4,9306	1,5173	2,462

τ	$\frac{R}{R_{Г.Н}}$	$\frac{h}{R_{Г.Н}}$	$\frac{B}{R_{Г.Н}}$	$\frac{p}{R_{Г.Н}}$	$\frac{B}{h}$
34	0,9953	2,0099	4,9110	1,4999	2,443
36	0,9956	2,0174	4,8925	1,4834	2,425
38	0,9960	2,0244	4,8743	1,4670	2,408
1,40	0,9963	2,0316	4,8563	1,4511	2,391
42	0,9966	2,0385	4,8385	1,4356	2,374
44	0,9969	2,0453	4,8208	1,4203	2,257
46	0,9972	2,0522	4,8038	1,4056	2,341
48	0,9975	2,0592	4,7878	1,3914	2,325
1,50	0,9979	2,0656	4,7705	1,3771	2,309
52	0,9980	2,0724	4,7544	1,3634	2,294
54	0,9983	2,0790	4,7385	1,3500	2,279
56	0,9985	2,0856	4,7230	1,3369	2,265
58	0,9987	2,0921	4,7074	1,3241	2,250
1,60	0,9989	2,0987	4,6930	1,3117	2,236
62	0,9991	2,1049	4,6775	1,2993	2,222
64	0,9992	2,1113	4,6632	1,2874	2,209
66	0,9993	2,1177	4,6489	1,2757	2,195
68	0,9994	2,1240	4,6349	1,2643	2,182
1,70	0,9995	2,1301	4,6212	1,2531	2,169
72	0,9997	2,1364	4,6074	1,2421	2,157
74	0,9997	2,1424	4,5940	1,2313	2,144
76	0,9998	2,1486	4,5809	1,2208	2,132
78	0,9999	2,1545	4,5676	1,2104	2,120
1,80	0,9999	2,1605	4,5549	1,2003	2,108
82	0,99999	2,1665	4,5423	1,1904	2,097
84	1	2,1724	4,5299	1,1807	2,085
86	1	2,1782	4,5174	1,1711	2,074
88	1	2,1841	4,5057	1,1618	2,063
1,90	1	2,1898	4,4934	1,1525	2,052
92	1	2,1956	4,4816	1,1435	2,041
94	1	2,2014	4,4703	1,1347	2,031
96	0,99999	2,2070	4,4587	1,1260	2,020
98	0,99999	2,2128	4,4457	1,1170	2,010
2,00	0,99988	2,2182	4,4364	1,1091	2,00

Таблица П.Х. Значения функции $\Phi(z)$ при уклоне $i > 0$ при $x = 5,5$

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0	0	0,68	0,692	0,88	0,975	0,990	1,474	1,13	0,172	1,33	0,067	1,65	0,023	4,5	0
0,05	0,050	0,69	0,704	0,89	0,995	0,995	1,605	1,14	0,162	1,34	0,064	1,70	0,020	5,0	0
0,10	0,100	0,70	0,716	0,90	1,017	1,000	—	1,15	0,153	1,35	0,061	1,75	0,017	6,0	0
0,15	0,150	0,71	0,728	0,905	1,028	1,005	0,730	1,16	0,145	1,36	0,058	1,80	0,015	8,0	0
0,20	0,200	0,72	0,740	0,910	1,040	1,010	0,598	1,17	0,137	1,37	0,056	1,85	0,013	10,0	0
0,25	0,250	0,73	0,752	0,915	1,053	1,015	0,525	1,18	0,130	1,38	0,054	1,90	0,011		
0,30	0,300	0,74	0,764	0,920	1,066	1,020	0,474	1,19	0,124	1,39	0,052	1,95	0,009		
0,35	0,350	0,75	0,776	0,925	1,080	1,025	0,435	1,20	0,118	1,40	0,050	2,00	0,008		
0,40	0,400	0,76	0,788	0,930	1,095	1,030	0,402	1,21	0,113	1,41	0,048	2,1	0,007		
0,45	0,450	0,77	0,801	0,935	1,111	1,035	0,375	1,22	0,108	1,42	0,046	2,2	0,006		
0,50	0,501	0,78	0,814	0,940	1,128	1,040	0,353	1,23	0,103	1,43	0,045	2,3	0,005		
0,55	0,552	0,79	0,828	0,945	1,146	1,045	0,334	1,24	0,098	1,44	0,044	2,4	0,004		
0,60	0,605	0,80	0,842	0,950	1,165	1,05	0,317	1,25	0,094	1,45	0,043	2,5	0,003		
0,61	0,615	0,81	0,857	0,955	1,186	1,06	0,290	1,26	0,090	1,46	0,042	2,6	0,0025		
0,62	0,626	0,82	0,872	0,960	1,209	1,07	0,266	1,27	0,086	1,47	0,041	2,7	0,0020		
0,63	0,637	0,83	0,888	0,965	1,235	1,08	0,245	1,28	0,082	1,48	0,040	2,8	0,0015		
0,64	0,648	0,84	0,904	0,970	1,265	1,09	0,226	1,29	0,079	1,49	0,039	2,9	0,0010		
0,65	0,659	0,85	0,921	0,975	1,300	1,10	0,210	1,30	0,076	1,50	0,038	3,0	0,00075		
0,66	0,670	0,86	0,938	0,980	1,344	1,11	0,196	1,31	0,073	1,55	0,032	3,5	0,00050		
0,67	0,681	0,87	0,956	0,985	1,400	1,12	0,183	1,32	0,070	1,60	0,027	4,0	0,00025		

Таблица П.ХІ. Значения функции $F(z)$ при уклоне $i < 0$ при $x = 5,5$

z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$
0	0	0,68	0,668	0,88	0,826	0,990	0,891	1,13	0,951	1,33	0,999	1,65	1,034	4,50	1,056
0,05	0,050	0,69	0,677	0,89	0,832	0,995	0,894	1,14	0,954	1,34	1,001	1,70	1,037	5,00	1,056
0,10	0,100	0,70	0,686	0,90	0,839	1,000	0,897	1,15	0,957	1,35	1,003	1,75	1,039	6,00	1,056
0,15	0,150	0,71	0,694	0,905	0,842	1,005	0,899	1,16	0,960	1,36	1,005	1,80	1,041	8,00	1,056
0,20	0,200	0,72	0,703	0,910	0,845	1,010	0,902	1,17	0,963	1,37	1,007	1,85	1,043	10,00	1,056
0,25	0,250	0,73	0,712	0,915	0,848	1,015	0,904	1,18	0,965	1,38	1,008	1,90	1,045		
0,30	0,300	0,74	0,720	0,920	0,851	1,020	0,907	1,19	0,968	1,39	1,010	1,95	1,046		
0,35	0,350	0,75	0,728	0,925	0,854	1,025	0,909	1,20	0,970	1,40	1,011	2,00	1,047		
0,40	0,400	0,76	0,736	0,930	0,857	1,030	0,911	1,21	0,973	1,41	1,012	2,10	1,049		
0,45	0,450	0,77	0,744	0,935	0,860	1,035	0,914	1,22	0,976	1,42	1,014	2,20	1,050		
0,50	0,498	0,78	0,752	0,940	0,864	1,040	0,916	1,23	0,978	1,43	1,015	2,30	1,051		
0,55	0,547	0,79	0,760	0,945	0,867	1,045	0,918	1,24	0,981	1,44	1,016	2,40	1,052		
0,60	0,595	0,80	0,768	0,950	0,869	1,05	0,920	1,25	0,984	1,45	1,017	2,50	1,053		
0,61	0,604	0,81	0,776	0,955	0,872	1,06	0,924	1,26	0,986	1,46	1,018	2,60	1,054		
0,62	0,613	0,82	0,783	0,960	0,875	1,07	0,928	1,27	0,988	1,47	1,019	2,70	1,054		
0,63	0,622	0,83	0,790	0,965	0,878	1,08	0,932	1,28	0,990	1,48	1,020	2,80	1,054		
0,64	0,631	0,84	0,798	0,970	0,881	1,09	0,936	1,29	0,992	1,49	1,021	2,90	1,055		
0,65	0,640	0,85	0,805	0,975	0,883	1,10	0,940	1,30	0,994	1,50	1,022	3,00	1,055		
0,66	0,650	0,86	0,812	0,980	0,886	1,11	0,944	1,31	0,996	1,55	1,026	3,50	1,055		
0,67	0,659	0,87	0,819	0,985	0,889	1,12	0,948	1,32	0,997	1,60	1,030	4,00	1,056		

Таблица П.ХІІІ. К расчету кривых свободной поверхности в трапецеидальных руслах

σ	$F(\sigma)$	σ	$F(\sigma)$	σ	$F(\sigma)$	σ	$F(\sigma)$	σ	$F(\sigma)$	σ	$F(\sigma)$
0,01	5,321	0,22	1,643	0,43	1,233	0,63	1,035	0,83	0,907		
0,02	4,125	0,23	1,613	0,44	1,220	0,64	1,028	0,84	0,902		
0,03	3,550	0,24	1,584	0,45	1,208	0,65	1,020	0,85	0,897		
0,04	3,189	0,25	1,558	0,46	1,196	0,66	1,013	0,86	0,892		
0,05	2,933	0,26	1,532	0,47	1,185	0,67	1,006	0,87	0,887		
0,06	2,738	0,27	1,508	0,48	1,173	0,68	0,999	0,88	0,882		
0,07	2,582	0,28	1,485	0,49	1,163	0,69	0,992	0,89	0,877		
0,08	2,453	0,29	1,463	0,50	1,152	0,70	0,985	0,90	0,872		
0,09	2,344	0,30	1,442	0,51	1,142	0,71	0,979	0,91	0,867		
0,10	2,251	0,31	1,422	0,52	1,132	0,72	0,972	0,92	0,863		
0,11	2,169	0,32	1,403	0,53	1,122	0,73	0,966	0,93	0,858		
0,12	2,096	0,33	1,384	0,54	1,112	0,74	0,959	0,94	0,854		
0,13	2,031	0,34	1,367	0,55	1,103	0,75	0,953	0,95	0,849		
0,14	1,972	0,35	1,350	0,56	1,094	0,76	0,947	0,96	0,845		
0,15	1,919	0,36	1,333	0,57	1,085	0,77	0,941	0,97	0,840		
0,16	1,870	0,37	1,317	0,58	1,076	0,78	0,935	0,98	0,836		
0,17	1,825	0,38	1,302	0,59	1,068	0,79	0,930	0,99	0,832		
0,18	1,783	0,39	1,287	0,60	1,059	0,80	0,924	1,00	0,828		
0,19	1,744	0,40	1,278	0,61	1,051	0,81	0,918				
0,20	1,708	0,41	1,259	0,62	1,043	0,82	0,913				
0,21	1,674	0,42	1,246								

Таблица П.ХІV. К расчету P'_k в трапециевидных каналах

σ	$\theta(\sigma)$				σ	$\theta(\sigma)$				σ	$\theta(\sigma)$			
	$m=0$	$m=1$	$m=1,5$	$m=2$		$m=0$	$m=1$	$m=1,5$	$m=2$		$m=0$	$m=1$	$m=1,5$	$m=2$
0,02	0,154	0,163	0,154	0,145	0,36	0,327	0,443	0,454	0,442	0,70	0,313	0,544	0,605	0,629
0,04	0,198	0,209	0,202	0,191	0,38	0,328	0,450	0,463	0,454	0,72	0,311	0,547	0,615	0,641
0,06	0,227	0,247	0,236	0,223	0,40	0,328	0,458	0,472	0,466	0,74	0,309	0,551	0,625	0,654
0,08	0,248	0,274	0,263	0,249	0,42	0,328	0,464	0,481	0,477	0,76	0,307	0,555	0,635	0,668
0,10	0,264	0,296	0,285	0,271	0,44	0,327	0,470	0,490	0,487	0,78	0,305	0,559	0,645	0,683
0,12	0,278	0,316	0,305	0,291	0,46	0,327	0,477	0,499	0,497	0,80	0,304	0,563	0,656	0,699
0,14	0,291	0,334	0,323	0,309	0,48	0,326	0,483	0,508	0,507	0,82	0,302	0,570	0,668	0,715
0,16	0,309	0,349	0,339	0,325	0,50	0,326	0,489	0,516	0,517	0,84	0,301	0,578	0,680	0,731
0,18	0,303	0,361	0,354	0,340	0,52	0,325	0,494	0,525	0,527	0,86	0,299	0,585	0,692	0,749
0,20	0,308	0,371	0,367	0,353	0,54	0,324	0,500	0,534	0,537	0,88	0,297	0,593	0,704	0,769
0,22	0,313	0,381	0,379	0,365	0,56	0,323	0,505	0,542	0,547	0,90	0,296	0,600	0,716	0,791
0,24	0,317	0,391	0,391	0,376	0,58	0,322	0,511	0,551	0,558	0,92	0,294	0,606	0,729	0,813
0,26	0,320	0,400	0,402	0,386	0,60	0,320	0,516	0,559	0,570	0,94	0,292	0,613	0,743	0,838
0,28	0,322	0,410	0,413	0,396	0,62	0,318	0,522	0,568	0,581	0,96	0,290	0,619	0,758	0,865
0,30	0,324	0,420	0,424	0,406	0,64	0,316	0,527	0,577	0,593	0,98	0,288	0,626	0,775	0,894
0,32	0,325	0,428	0,435	0,418	0,66	0,314	0,533	0,586	0,605	1,00	0,287	0,632	0,793	0,925
0,34	0,326	0,435	0,445	0,430	0,68	0,312	0,538	0,595	0,617					

Таблица П.ХV. К расчету кривых свободной поверхности в параболических каналах

$\tau = \frac{h}{p}$	$F(\tau)$	$\Theta(\tau)$	$\tau = \frac{h}{p}$	$F(\tau)$	$\Theta(\tau)$	$\tau = \frac{h}{p}$	$F(\tau)$	$\Theta(\tau)$	$\tau = \frac{h}{p}$	$F(\tau)$	$\Theta(\tau)$	$\tau = \frac{h}{p}$	$F(\tau)$	$\Theta(\tau)$
0,01	0,019	0,200	0,32	0,301	0,551	0,62	0,504	0,625	0,92	0,682	0,659	1,22	0,846	0,674
0,02	0,033	0,245	0,34	0,316	0,558	0,64	0,516	0,628	0,94	0,693	0,660	1,24	0,856	0,675
0,04	0,058	0,308	0,36	0,330	0,565	0,66	0,528	0,631	0,86	0,704	0,661	1,26	0,866	0,676
0,06	0,080	0,349	0,38	0,344	0,572	0,68	0,541	0,634	0,98	0,715	0,662	1,28	0,876	0,677
0,08	0,100	0,380	0,40	0,358	0,578	0,70	0,553	0,636	1,00	0,726	0,663	1,30	0,886	0,678
0,10	0,120	0,406	0,42	0,372	0,584	0,72	0,565	0,639	1,02	0,738	0,664	1,32	0,896	0,679
0,12	0,139	0,428	0,44	0,386	0,589	0,74	0,577	0,641	1,04	0,748	0,665	1,34	0,906	0,680
0,14	0,157	0,447	0,46	0,400	0,594	0,76	0,589	0,643	1,06	0,759	0,666	1,36	0,916	0,680
0,16	0,174	0,464	0,48	0,413	0,598	0,78	0,601	0,645	1,08	0,770	0,667	1,38	0,926	0,681
0,18	0,191	0,478	0,50	0,426	0,604	0,80	0,613	0,647	1,10	0,781	0,668	1,40	0,936	0,681
0,20	0,208	0,492	0,52	0,440	0,608	0,82	0,624	0,649	1,12	0,792	0,669	1,42	0,946	0,682
0,22	0,224	0,504	0,54	0,453	0,611	0,84	0,636	0,651	1,14	0,801	0,670	1,44	0,956	0,682
0,24	0,240	0,515	0,56	0,466	0,615	0,86	0,647	0,653	1,16	0,812	0,671	1,46	0,966	0,682
0,26	0,256	0,526	0,58	0,479	0,618	0,88	0,659	0,655	1,18	0,823	0,672	1,48	0,976	0,683
0,28	0,271	0,535	0,60	0,492	0,622	0,90	0,670	0,657	1,20	0,834	0,673	1,50	0,987	0,683
0,30	0,286	0,543												

Таблица П.ХVI. Шкала шероховатости речных русел и пойм

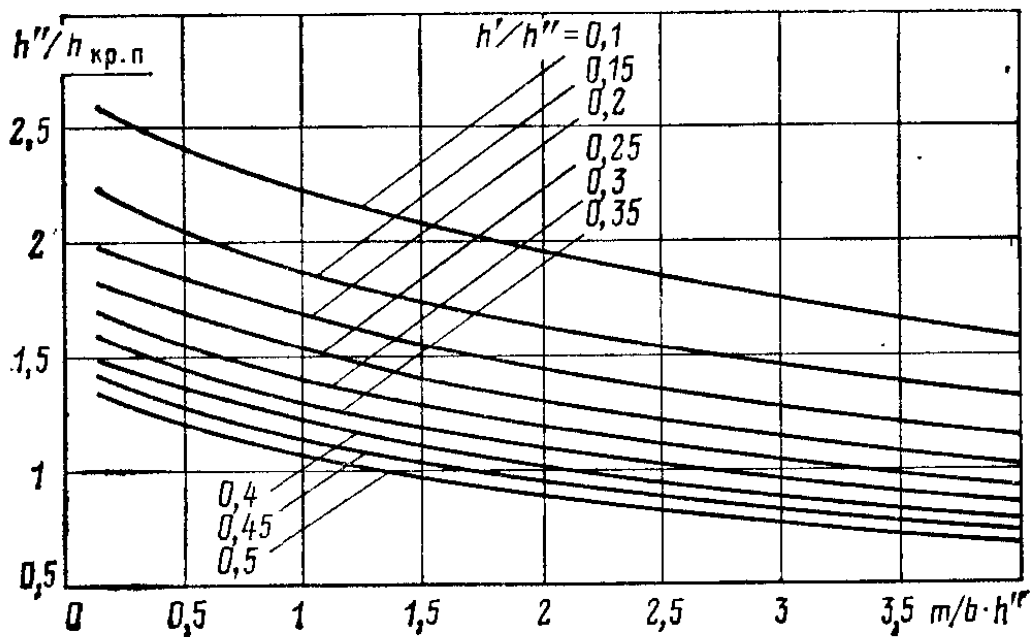
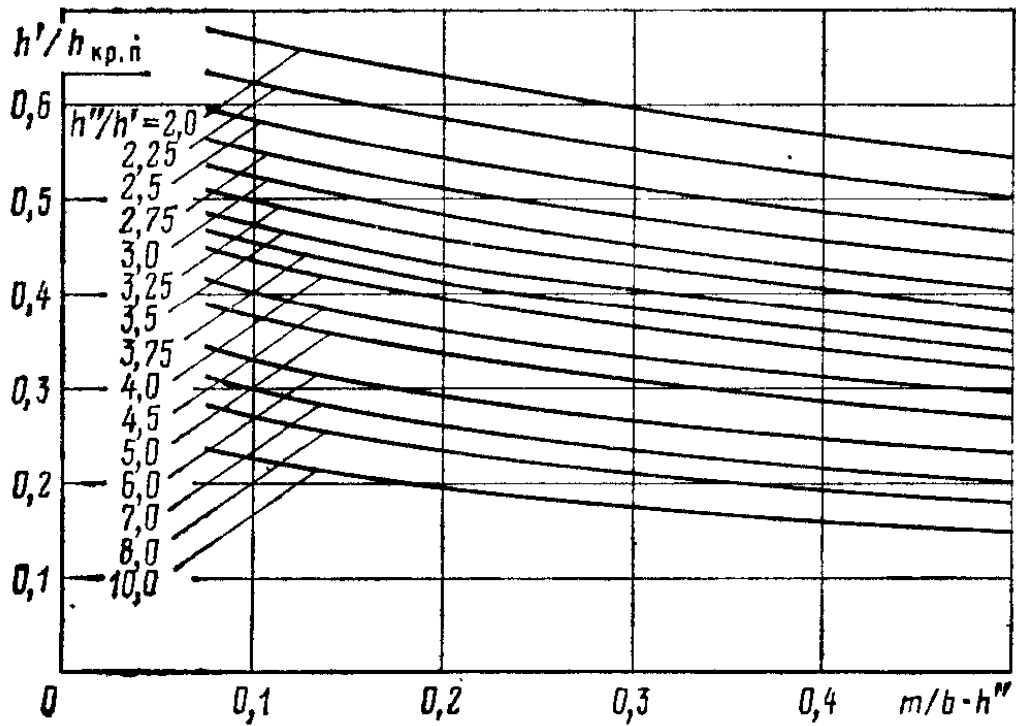
Характеристика русел и пойм			
п	Равнинные реки	Полугорные и горные реки	Поймы
0,02	Прямолинейные русла канализированных рек в плотных грунтах с тонким слоем илистых отложений	—	—
0,025	Естественные земляные русла в благоприятных условиях, чистые, прямые, со спокойным течением	Искусственные отводы русел, высеченные в скале	Ровная чистая пойма с низкой травой без сельскохозяйственного использования
0,03	Гравийно-галечные русла в тех же условиях	Гравийно-галечные русла в благоприятных условиях (чистые, прямые), $i=0,8 \div 1,0 \text{ ‰}$	Ровная пойма под пашней без посевов и под пастбищем с низкой травой
0,04	Сравнительно чистые русла постоянных водотоков с некоторыми неправильностями в направлениях струй, неровностями дна и берега и влечением донных наносов	Земляные русла периодических водотоков (сухих логов) в благоприятных условиях. Правильные, хорошо разработанные галечные русла в нижнем течении, $i=3 \div 7 \text{ ‰}$	Ровная пойма, занятая зрелыми полевыми культурами, пастбищем с высокой травой и вырубками без побегов, небольшое количество староречий и мелких протоков
0,05	Значительно засоренные русла больших и средних рек, частично заросшие или каменистые, с спокойным течением. Чистые русла периодических водотоков	Значительно засоренные каменистые русла с бурным течением. Периодические водотоки с крупногалечным покрытием ложа, $i=7 \div 15 \text{ ‰}$	Пойма, поросшая редким кустарником и деревьями (весной без листвы), изрезанная староречьями

n	Характеристика русел и пойм			Поймы
	Равнинные реки	Полугорные и горные реки		
0,065	Скалистые русла больших и средних рек. Русла периодических водотоков, засоренные и заросшие	Галечно-валунные русла с бурным течением. Засоренные периодические водотоки, $i=15 \div 20 \text{ ‰}$		Пойма под редким кустарником и деревьями с лиственной или вырубками с развивающейся порослью
0,08	Речные русла, значительно заросшие, с промоинами и неровностями дна и берегов	Валунные русла в средней и верхней частях бассейна и периодические водотоки с бурным течением и взволнованной водной поверхностью, $i=50 \div 90 \text{ ‰}$		Поймы, покрытые кустарником средней и большой густоты (весной без листвы)
0,1	Русла рек, сильно заросшие, заросшие стволы деревьев и валунами	Русла водопадного типа преимущественно в верховьях с крупновалунным ложем и бурным течением, $i=90 \div 200 \text{ ‰}$		Поймы, покрытые кустарником средней и большой густоты
0,14	Реки болотного типа (заросли, кочки, во многих местах почти стоячая вода)	Русла водопадного типа, заросшие обломками скал и валунами, $i=90 \div 200 \text{ ‰}$		Поймы, покрытые лесом и густым ивняком
0,2	—	Русла с завалами из валунов и обломков скал		Глухие, сплошь заросшие, труднопроходимые поймы таежного типа

Таблица П.XVII. К расчету сопряженных глубин в руслах

$$\Theta_i = \frac{1,93 \sqrt{\rho}}{Q} h_i$$

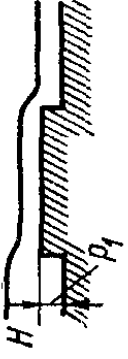

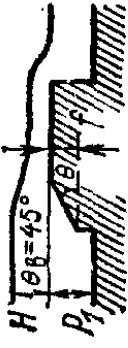

а) в трапецидальных руслах:



б) в параболических руслах

θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
0,20	2,61	0,32	1,956	0,44	1,548	0,56	1,302	0,68	1,122	0,80	0,980								
0,21	2,54	0,33	1,912	0,45	1,524	0,57	1,286	0,69	1,110	0,81	0,970								
0,22	2,48	0,34	1,868	0,46	1,50	0,58	1,268	0,70	1,098	0,82	0,960								
0,23	2,42	0,35	1,824	0,47	1,476	0,59	1,252	0,71	1,086	0,83	0,950								
0,24	2,36	0,36	1,79	0,48	1,454	0,60	1,238	0,72	1,072	0,84	0,940								
0,25	2,30	0,37	1,752	0,49	1,432	0,61	1,22	0,73	1,060	0,85	0,930								
0,26	2,242	0,38	1,72	0,50	1,412	0,62	1,204	0,74	1,048	0,86	0,92								
0,27	2,196	0,39	1,688	0,51	1,394	0,63	1,192	0,75	1,036	0,87	0,91								
0,28	2,152	0,40	1,654	0,52	1,372	0,64	1,176	0,76	1,024	0,88	0,88								
0,29	2,10	0,41	1,628	0,53	1,356	0,65	1,164	0,77	1,012	—	—								
0,30	2,05	0,42	1,604	0,54	1,336	0,66	1,148	0,78	1,00	—	—								
0,31	2,004	0,43	1,572	0,55	1,316	0,67	1,136	0,79	0,990	—	—								

220 Таблица П.ХVIII. Коэффициенты расхода водослива с широким порогом без бокового сжатия

Форма водослива	p_1/H									
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0	4,0	6,0	∞
	0,385	0,366	0,356	0,350	0,345	0,342	0,333	0,327	0,325	0,320
	0,385	0,372	0,365	0,361	0,357	0,355	0,349	0,345	0,344	0,340
	0,385	0,377	0,373	0,370	0,368	0,367	0,363	0,361	0,360	0,358
	0,385	0,380	0,377	0,376	0,375	0,374	0,371	0,370	0,369	0,368
	0,385	0,382	0,381	0,380	0,379	0,378	0,377	0,376	0,376	0,375
$\text{ctg } \theta_{\text{в}}$										
0,5										
1,0										
1,5										
$\geq 2,5$										
	0,385	0,372	0,365	0,361	0,357	0,355	0,349	0,346	0,344	0,340
	0,385	0,374	0,368	0,364	0,361	0,359	0,354	0,350	0,349	0,346
	0,385	0,377	0,374	0,370	0,368	0,366	0,363	0,360	0,359	0,357
	0,385	0,380	0,377	0,376	0,375	0,374	0,371	0,370	0,369	0,368
	0,385	0,382	0,381	0,380	0,379	0,378	0,377	0,376	0,376	0,375
$\frac{r}{H}$ или $\frac{f}{H}$										
0,025										
0,05										
0,2										
0,6										
$\geq 1,0$										
	0,385	0,372	0,365	0,361	0,357	0,355	0,349	0,346	0,344	0,340
	0,385	0,374	0,368	0,364	0,361	0,359	0,354	0,350	0,349	0,346
	0,385	0,377	0,374	0,370	0,368	0,366	0,363	0,360	0,359	0,357
	0,385	0,380	0,377	0,376	0,375	0,374	0,371	0,370	0,369	0,368
	0,385	0,382	0,381	0,380	0,379	0,378	0,377	0,376	0,376	0,375

Т а б л и ц а П.ХІХ. Коэффициенты расхода водослива с широким порогом ($\rho_1=0$)

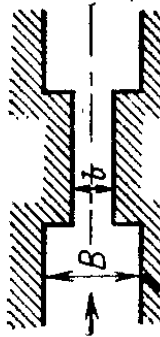
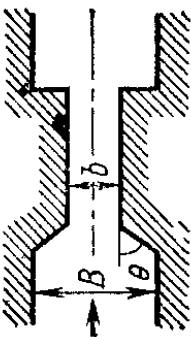
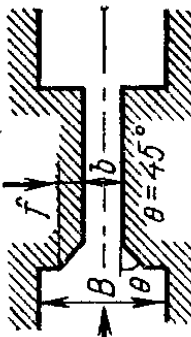
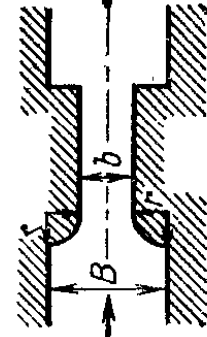
Форма входа в плане	b/B						
	1,0	0,9	0,8	0,6	0,4	0,2	0
	0,385	0,367	0,355	0,340	0,330	0,324	0,320
	0,385 0,385	0,373 0,375	0,365 0,369	0,356 0,361	0,350 0,356	0,346 0,352	0,343 0,350
	0,385 0,385 0,385	0,371 0,375 0,378	0,362 0,368 0,373	0,350 0,360 0,368	0,343 0,355 0,364	0,338 0,351 0,362	0,345 0,349 0,360
	0,385 0,385 0,385 0,385	0,367 0,371 0,375 0,378	0,355 0,362 0,368 0,373	0,340 0,350 0,360 0,368	0,330 0,343 0,355 0,364	0,324 0,338 0,351 0,362	0,320 0,335 0,349 0,360
$\text{ctg } \theta$ 0,5 1,0—3,0							
e/b 0,05 0,2 $\geq 0,5$							
r/b_0 0,05 0,20 $\geq 0,50$							

Таблица П.ХХ. К расчету сопряжения в нижнем бьефе

$\Phi (\tau_c)$	τ_c	τ_c					$\Phi (\tau_c)$	τ_c	τ_c				
		$\Phi = 0,80$	$\Phi = 0,85$	$\Phi = 0,90$	$\Phi = 0,95$	$\Phi = 1,0$			$\Phi = 0,80$	$\Phi = 0,85$	$\Phi = 0,90$	$\Phi = 0,95$	$\Phi = 1,0$
0,01	0,0230	0,074	0,079	0,084	0,088	0,093	0,55	0,134	0,481	0,515	0,549	0,583	0,617
0,02	0,0045	0,105	0,112	0,118	0,125	0,132	0,60	0,147	0,497	0,532	0,567	0,602	0,638
0,03	0,0068	0,128	0,136	0,145	0,153	0,161	0,65	0,160	0,512	0,548	0,585	0,621	0,658
0,04	0,0090	0,147	0,157	0,166	0,176	0,185	0,70	0,174	0,526	0,563	0,601	0,638	0,676
0,05	0,0113	0,165	0,175	0,186	0,196	0,207	0,75	0,188	0,538	0,577	0,615	0,654	0,693
0,06	0,0134	0,179	0,190	0,202	0,213	0,225	0,80	0,202	0,549	0,589	0,629	0,668	0,708
0,07	0,0156	0,193	0,205	0,217	0,230	0,242	0,85	0,217	0,560	0,600	0,641	0,682	0,723
0,08	0,0178	0,205	0,218	0,232	0,245	0,258	0,90	0,232	0,569	0,611	0,653	0,695	0,736
0,09	0,0201	0,217	0,231	0,245	0,259	0,273	0,95	0,247	0,579	0,621	0,664	0,707	0,750
0,10	0,0228	0,227	0,242	0,257	0,272	0,288	1,00	0,263	0,585	0,629	0,672	0,716	0,759
0,12	0,0274	0,248	0,265	0,281	0,297	0,314	1,05	0,279	0,591	0,636	0,680	0,724	0,768
0,14	0,0320	0,266	0,284	0,301	0,319	0,336	1,10	0,296	0,596	0,641	0,686	0,732	0,777
0,16	0,0370	0,283	0,302	0,321	0,340	0,358	1,15	0,313	0,602	0,647	0,693	0,738	0,784
0,18	0,0418	0,299	0,319	0,339	0,357	0,378	1,20	0,330	0,606	0,652	0,698	0,744	0,790
0,20	0,0462	0,316	0,336	0,356	0,377	0,397	1,25	0,350	0,608	0,655	0,701	0,748	0,795
0,22	0,0510	0,324	0,347	0,370	0,392	0,415	1,30	0,370	0,609	0,656	0,704	0,751	0,798
0,24	0,0556	0,341	0,363	0,386	0,409	0,431	1,35	0,391	0,610	0,657	0,704	0,752	0,800
0,26	0,0596	0,352	0,376	0,400	0,424	0,448	1,40	0,412	0,608	0,656	0,704	0,752	0,800
0,28	0,0652	0,364	0,389	0,414	0,438	0,463	1,45	0,436	0,605	0,653	0,701	0,749	0,797
0,30	0,0701	0,375	0,401	0,426	0,452	0,477	1,50	0,461	0,605	0,648	0,696	0,744	0,793
0,35	0,0825	0,401	0,428	0,456	0,483	0,515	1,55	0,490	0,552	0,640	0,688	0,736	0,785
0,40	0,0950	0,424	0,453	0,472	0,501	0,540	1,60	0,523	0,579	0,627	0,675	0,723	0,771
0,45	0,107	0,445	0,476	0,506	0,537	0,568	1,63	0,546	0,569	0,616	0,664	0,711	0,759
0,50	0,120	0,464	0,491	0,518	0,545	0,573	1,66	0,574	0,553	0,601	0,648	0,696	0,742

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Автомодельность по числу Рей-
нольдса 166

Архимедова сила 51

Аэрация потока 409, 488

— — на быстротоке 523

Быстроток 511, 521

Бьеф:

верхний 418

нижний 418

Вакуум 35, 218, 266, 445

Вакуумметр 38

Ватерлиния 53

Вектор вихря 66

Векторное поле 66

Вес удельный жидкости 12

Вискозиметр 21

Водобой 493

Водобойная стенка 492, 500

— — прорезная 505

Водобойные сооружения 491

Водобойный колодец 491, 494, 511,
532

— — комбинированный 492, 502

Водоизмещение объемное 51

Водопад 343

Водопроводные сети:

кольцевые 272, 277

разветвленные 272

Водосборная галерея 553

Водослив:

без бокового сжатия 422, 433

— порога 423

безвакуумный 442

боковой 422

вакуумный 445

замкнутый 422

косой 422

криволинейный 422

неподтопленный 423, 433, 436

подтопленный 423, 428, 437,
448, 452

Водослив:

полигональный 422

практического профиля 420,
570

— — очертания криволинейно-
го 420; 442

— — — полигонального 420

прямой 422

прямоугольный 422

с боковым сжатием 422

— отверстиями криволинейны-
ми 422

— — прямоугольными 421

— — трапецеидальными 421

— — треугольными 422

— порогом 423

— тонкой стенкой (с острым
ребром) 419, 425, 428, 570

— — — распластанного типа
420

— — — цилиндрический 420

— широким порогом 420,
432—437

совершенный (нормальный)
426

щелевой 513

Водослив-водомер:

трапецеидальный (Чиполетти)
431

треугольный (Томсона) 430

параболический 431

Волна:

катящаяся (на быстротоке) 527

обратная 368

одного направления 368

отраженная 370

отрицательная 368

— обратная (волна разлива)
369

— прямая (волна отлива) 369

положительная 368

- Волна:**
положительная обратная (волна наполнения) 368
— — — прямая (волна подпора) 368
 преломленная 370
 прерывная 370
 при гидравлическом ударе отрицательная 289
 — — — положительная 289
 сложная 369
- Воронка депрессионная** 549
— размыва 486
- Время опорожнения резервуара** 234
- Высота:**
 вакуумметрическая 38, 267
 волны 370
 всасывания насоса 267
 геодезическая подъема 269
 геометрическая (высота положения) 37, 267
 капиллярного поднятия (опускания) 24
 метацентрическая 56
 нагнетания насоса 267
 подъема затвора 458
 — — — относительная 458
 прыжка 410
 пьезометрическая 38
 стенки водобойной 500
- Вязкий подслои** 119, 162
- Вязкость:**
 виртуальная см. Коэффициент турбулентного обмена
 динамическая 18
 кинематическая 20
 — турбулентная 127
- Гасители энергии** 491
 гасители-пирсы 505
 гасители-растекатели 504
 шашечные 505
- Гидравлика** 5
— вычислительная 10
- Гидравлическая крупность** 331, 380
— — — среднезвешенная 383
- Гидравлические исследования:**
 модельные 10, 581
 натурные 10, 581
- Гидравлический показатель русла** 356
— таран 306
- Гидродинамическая сетка** 565, 571, 573, 579
- Гидромеханика теоретическая** 9
- Гидростатика** 27
- Гидростатический парадокс** 42
- Гипотеза сплошности жидкости** 9, 12
- Глубина:**
 водобойного колодца 494
 бытовая 392, 448
 критическая 314
 на быстротоке 530, 531
 — пороге водослива 435
 наполнения 316
 нормальная 312
 относительная 451, 458
 размыва допускаемая 328
 сжатая 453
 сопряженная 395, 396, 398, 453
- Градиент:**
 напора 541, 580
 — начальный 541
 пьезометрический 104
 скорости 19
- График:**
 Зегжда для шероховатых труб 171
 λ от Re для труб с технической шероховатостью 175
 Никурадзе для шероховатых труб 164, 170
 прыжковой функции 398
 удельной энергии сечения 314
 — — — в прыжке 388
- Гребень (порог) водослива** 418
- Грунт:**
 анизотропный 538
 изотропный 538
 неоднородный 328, 538
 несвязный 327
 нескальный 536
 однородный 327, 538
 связный 330
 скальный 537
 фиктивный 538
- Грунтовые воды см. Фильтрация**
- Давление:**
 абсолютное 35
 атмосферное 35
 вакуумметрическое 36
 весовое 35
 в круглой трубе 49
 — точке 37
 гидродинамическое 76, 463
 гидростатическое 30
 избыточное 35
 на плоские площадки 42

Давление:
 — цилиндрические стенки 46
 поверхностное 30

Дальность падения (отлета) струи
 483, 497, 499

Дарси (ед.) 540

Движение грунтовых вод:
 неплавно изменяющееся напорное 574
 плавно изменяющееся 542
 плоское потенциальное 567
 равномерное 544
 резко изменяющееся 542

Движение жидкости 56
 безвихревое см. Потенциальное
 безнапорное 72
 бурное 314
 быстро изменяющееся 74, 368
 в виде струи 72
 винтовое 83
 вихревое 66
 вращательное 65
 в руслах (каналах) открытых 342, 368
 — — — — — призматических 358
 — — — — — трубопроводах 256, 279, 297
 двумерное (плоское) 75
 деформационное 65
 замедленное 74
 ламинарное 112, 130
 — — — — — равномерное 146
 медленно изменяющееся (квазиустановившееся) 75, 228, 370
 напорное 72, 256, 297
 неравномерное 74, 131
 неустановившееся (нестационарное) 59, 68, 74, 279
 одномерное 75
 плавно изменяющееся 74, 98
 плоское 563, 571
 поступательное 65
 потенциальное 66, 558, 569
 равномерное 74, 130, 318
 слоистое 19
 спокойное 314
 стабилизированное 133
 трехмерное (пространственное) 75
 турбулентное 112, 130
 — — — — — равномерное 154
 ускоренное 74
 установившееся (стационарное) 59, 68, 74, 130, 256, 307

Дебит колодца 553

Диаметр:
 гидравлический 73, 177
 трубопровода экономически наивыгоднейший 272
 частиц эффективный 540

Дивергенция (расхождение) 71

Динамика жидкости:
 вязкой 89
 определение 76

Диссипация энергии 98

Дифферент 54

Длина:
 влияния водосборной галереи 553
 — — — — — дрены 554
 водобойного колодца 496
 послепрыжкового участка 407
 прыжка 404, 408
 эквивалентная местного сопротивления 198

Дренаж горизонтальный 554

Живое сечение:
 канала 333
 — — — — — круглого (сегментного) 339
 — — — — — параболического 338
 — — — — — трапецеидального 337

Жидкая частица 12, 56

Жидкость:
 вязкопластичная 21
 дегазированная 23
 капельная 11
 невязкая (идеальная) 76, 203
 неньютоновская 21
 несжимаемая 11
 ньютоновская 21
 покоящаяся 14, 27
 сжимаемая 11

Закон:
 Архимеда 51
 гидростатический распределения давления 34, 41
 Генри — Дальтона (растворения газов) 22
 Гука 15
 Дарси (линейный закон фильтрации) 539
 логарифмический распределения скоростей (при турбулентном движении) 155
 Ньютона (подобия) 585
 — — — — — (внутреннего трения) 19, 22
 Паскаля 37

Затвор:
 затвор-автомат 461

Затвор:

- затвор-автомат телескопический коробчатый 461
- криволинейный 455
- плоский 455, 571
- со скругленной низовой кромкой 460
- цилиндрический (вальцовый) 46
- сегментный 467

Зона прыжка:

- водоворотная (валец) 184, 392
- транзитная 392

Зуб рисбермы 509

Инверсия струи 205

Истечение:

- из резервуара при переменном напоре 228—238
- из-под затвора подтопленное (несвободное) 456, 463
- — — свободное 456, 467, 571
- через водослив неподтопленный 423
- — — с широким порогом 433
- — — подтопленный 423, 425, 428
- — — с широким порогом 432, 437
- насадки 215, 220, 222
- отверстие большое 210
- — малое затопленное 213
- — — незатопленное 199, 205

Кавитация:

- начальная 509
- развивающаяся 509
- суперкавитация 509

Канал 318

- замкнутого сечения 341
- параболический 332, 354
- призматический 333, 353
- трапецеидальный 332, 340, 354, 600

Капиллярное опускание 24

- поднятие 24

Капилляры 24

Ковш 509

Колодец несовершенный см. Скважина

Координаты Кригера-Офицера 443

Коэффициент:

- аэрации 525
- Буссинеска (количества движения) 107, 159, 528

Коэффициент:

- вакуумности 447
- водосодержания 525
- воздухосодержания 525
- Дарси (гидравлического трения) 142, 151, 164, 324
- в трубах гидравлически гладких 167
- — — — шероховатых 171
- — — — с эквивалентной шероховатостью 174
- — — — различных 176

Кориолиса (кинетической энергии) 322

лобового сопротивления гасителя 507

- перемежаемости 114
- подтопления 425, 440
- полноты напора водослива 444
- пористости грунта 536
- проницаемости 540
- расхода 203, 208, 218, 225
- водослива 424, 434, 444
- растворимости газов 22
- сжатия 201, 205, 209
- бокового 449
- вертикального 455
- сжимаемости (объемного сжатия) 15
- скорости 203, 208, 209, 432, 434, 439, 457, 466
- сопротивления (потерь) диафрагмы 196
- задвижки 197
- клапана обратного 197
- крана 197
- местного 136, 184
- по длине 136
- при истечении в тонкой стенке 210, 216
- — повороте потока 194
- — расширении потока внезапном 189, 440
- — — — постепенном 190
- — — — сужении потока внезапном 191
- — — — постепенном 192
- системы 199

температурный объемного расширения 17

турбулентного обмена 127

фильтрации 539

формы 444

Шези 143, 324

шероховатости 182, 364

Коэффициент:
шероховатости в реках 364
— приведенный 323

Кривая:
депрессии 546
подпора 311, 343, 546
свободной поверхности 343,
353, 360, 364
спада 311, 343, 547

Критерий:
начала аэрации 525
подобия 585
формы частицы наносов 380

Ламинарная пленка 119

Линия:
вихревая 66, 88, 153
всасывающая 268
нагнетательная 268
напорная (линия удельной
энергии) 88
пьезометрическая 88
равного напора 580
— потенциала скорости фильт-
рации 572
тока 58, 60, 88, 153, 569
уреза жидкости 43

Лоток быстроготока 521

Масса жидкости 12

Масштаб:
времени 583
длин 583
расхода 586
сил 584
скорости 583
ускорения 583

Масштабный множитель 584

Метацентр 54

Метод:
аналитический 9
вычислительный 10
подобия 581
размерностей 136
ЭГДА 10
экспериментальный 9

Механика жидкости 56

Моделирование:
аналоговое 582
физическое 581
численное 582

Модуль:
расхода 258
сопротивления русла 365
упругости материала стенок
трубы 281
— жидкости 15

Модуль:
трубы жидкости приведенный
292

Мутность воды 331

Наносы:
взвешенные 380, 385
влекомые 380
донные 380, 382

Напор:
геометрический 37
— над гребнем водослива 418
— гидродинамический 87, 102,
539
гидростатический 38, 87
инерционный 106
насоса 268
профилирующий (водослив)
443, 446
пьезометрический 38, 87, 103,
539
с учетом скорости подхода 203
скоростной 87

Напряжения:
касательные 144, 150, 162, 322
нормальные 28, 89, 92, 124

Насадок:
нецилиндрический конический
292
— коноидальный (расходящий-
ся) 224
— сходящийся 222
цилиндрический (насадок Вен-
тури) 215, 218, 220
— внутренний (насадок Бор-
да) 222

Носок-трамплин 481, 534

Область сопротивления:
водоворотная 187
гладких труб 173
шероховатых труб квадратич-
ная 127, 166, 173
— — переходная 173
каналов 323

Объем жидкости (величина) 12
— призмы 48

Оголовок водослива 445

Осадка плавающего тела 52

Остойчивость судна:
динамическая 53
статическая 53

Отверстие водосливное:
большое 210
затопленное 213, 214, 234
малое 200
незатопленное 234

- Параметр:**
 гладкости русла 182
 кавитации 508
 — критический 508
 кинетичности 311, 317
- Параметры с независимыми размерностями** 137
- Переменные:**
 Лагранжа 57
 Эйлера 57
- Перепад (сопрягающее сооружение):**
 колодезный 520
 консольный 511, 534
 многоступенчатый 511, 517
 одноступенчатый 511
- Перепад восстановления** 439
 — — относительный 440
- Плавание тел:**
 надводное 52, 54
 подводное 52, 53
- Плоскость:**
 напора гидростатического 34, 38, 88
 — пьезометрического 34, 38
 сравнения 34, 37
- Плотность жидкости** 12
- Площадь живого сечения** 60
- Поверхность:**
 равного давления 34, 40
 — потенциала (эквипотенциальная) 560
 раздела 37
 свободная 33, 43
 цилиндрическая 46
- Пограничный слой** 132
 — — турбулентный 240
- Подача насоса** 269
- Подобие:**
 геометрическое 582
 динамическое 583
 кинематическое 583
 механическое 583
- Поле скоростей** 57, 64
- Полюс жидкой частицы** 57
 — масс 77
 — струи 240
- Пористость грунта:**
 активная (эффективная) 537
 общая (абсолютная) 537
 поверхностная местная 536
 — средняя 536
 — трещинная 537
- Потенциал скорости** 559
 — — фильтрации 572
- Потери воды на фильтрацию из канала** 556
- Потери напора (удельной энергии)** 102, 106, 136
 в прыжке 402
 — трубопроводе 260
 местные 129, 136, 184
 — на вход 192
 — — выход 190
 — — переходном участке (конусы, диффузоры) 190
 — — повороте 193
 — — расширение внезапное 187
 — — — постепенное 190
 — — сужение внезапное 191
 — — — постепенное 192
 — при обтекании диафрагмы 195
 — — — задвижки 196
 — — — клапана обратного 197
 — — — крана 197
 общие 129
 по длине 129, 136, 142, 143, 146, 325
 — — в круглой трубе 152
 при движении неравномерном 183
 — — равномерном 146
 суммарные 194
- Поток жидкости см. Движение жидкости**
- Поток жидкости, совокупность струек** 61
- Прыжковая функция** 396
- Прыжок** 343, 384, 453
 в предельном положении 391
 вибрирующий (неустойчивый) 390
 волнистый (прыжок-волна) 389, 409
 затопленный 389, 417, 453
 косой 392
 надвинутый 392, 417, 453
 несовершенный 389
 отогнанный 392, 417, 453
 поверхностный 389
 подпертый 384
 прямой 392
 с гасителями 394, 403
 сильный 391
 слабый 390
 совершенный (донный) 388, 390, 392, 394, 402
 устойчивый (развитый) 391
- Пуаз (ед.)** 20
- Пульсационные добавки:**
 напряжения 115

Пульсационные добавки:
 скорости 115

Пульсация:
 давления
 скорости при турбулентном
 движении в трубах 171

Радиус:
 влияния скважины 550
 гидравлический 72
 метацентрический 54

Размыв местный 486, 509

Разрыв сплошности потока 302

Расход:
 водослива 423, 433
 «действительный» при филь-
 рации 539
 насоса см. Подача насоса
 потока 73, 311
 — в канале 319
 при истечении из-под затвора
 457—468
 — — через отверстие 204, 211,
 214
 струйки 61
 трубы 148
 удельный 544, 557
 фильтрационный 580

Расходная характеристика 258,
 264, 319, 593

Расширение жидкости объемное 71

Режим:
 движения жидкости 110
 — — ламинарный 112, 146
 — — турбулентный 112
 сопряжения бьефов в форме
 прыжка 474
 — — — — — восстановленного
 донного 481
 — — — — — свободной отброшенной
 струи 481
 — — донный 470, 472, 509
 — — критический (предель-
 ный) 476
 — — поверхностно-донный 470
 — — поверхностный 470, 475

Рисберма 493

Рифели 161, 323

Русло открытое:
 деформируемое 323
 заросшее 324
 непризматическое 308, 343, 358
 призматическое 308, 349, 398
 — с уклоном нулевым 348
 — — — обратным 348
 — — — прямым 342

Сечение:
 живое см. Живое сечение
 канала (профиль) 319
 струи сжатое 201

Сжатая глубина 453
 — ширина (водослива) 449

Сжатие:
 боковое 428, 448
 неполное 205, 209
 несовершенное 206, 209
 полное 205
 совершенное 206

Сжимаемость жидкости 15

Сила:
 архимедова 51
 веса (тяжести) 12, 14
 воздействия струи 253
 вязкости 18
 давления 14, 30, 42
 — на стенки плоские 42
 — — — цилиндрические 46
 инерции 14, 106
 — конвективная 106
 — локальная 106
 трения 14
 — турбулентного 125

Силы:
 внешние 14
 внутренние 14
 гравитационные 14
 касательные 14
 массовые (объемные) 14, 29
 нормальные 14
 поверхностного натяжения 24
 поверхностные 14, 29
 электромагнитные 14

Скважина (колодец) совершенная:
 артезианская 551
 водозаборная (дренажная) 549
 поглощающая 551

Скорость:
 волны перемещения 370, 378
 — ударной 283, 289
 деформации сдвига 18
 — относительных удлинений
 93
 — угловой 65
 динамическая 117, 144
 критическая 112
 — верхняя 112
 — нижняя 112
 местная мгновенная 58
 — при движении ламинарном
 146
 — — — турбулентном 157

Скорость:

- местная при движении турбулентном относительная 157
 - незаилающая 326, 331, 384
 - неразмывающая 326
 - осредненная в открытых потоках 321
 - — трубах гладких 166
 - — — шероховатых 169
 - переносная 86
 - подхода 203
 - потерянная 185
 - потока 73, 117
 - пульсации 117, 321
 - сдвигающая 382
 - средняя при движении ламинарном 149
 - — — турбулентном 157
 - турбулентности 117
 - угловая 66, 559
 - фльтрации 538
 - характерная 117
- Смоченный периметр 72
- Сообщающиеся сосуды 37
- Сопротивления гидравлические 129
- Сопряжение:
- бьефов 469
 - потока в нижнем бьефе 430, 469
 - прыжка 416
- Сплошная среда (континуум) 12, 56
- Стандарт скорости пульсации 117
- Стенка падения 511
- Степень стеснения живого сечения потока 425
- турбулентности 117
- Стокс (ед.) 20
- Струи гидравлические 72
- вертикальные 247
 - гидромониторные 246
 - дождевальные 249
 - импульсные 252
 - плоские (пленки) 249
 - затопленные 239
 - ламинарные 239
 - наклонные 248
 - незатопленные 239, 246
 - осесимметричные 239
 - плоские 239
 - поджатые 426
 - прилипшие 426
 - пристенные 239
 - свободные 239
 - транзитные 187
 - турбулентные 239

Струйка:

- конечная 60
 - элементарная 60
- Текучесть жидкости 11
- Тело волны перемещения 369
- давления 48
- Теория турбулентности:
- Буссинеска 127
 - Колмогорова 128
 - Миллионщикова 128
 - Прандтля 124
- Точки особые (критические) 59
- Трамплин рассеивающий 532
- Транспортирующая способность потока 331
- Трубка тока 60
- Трубопровод:
- всасывающий 266
 - длинный 257, 262, 263
 - короткий 257
 - нагнетательный 268
 - простой 256
- Трубы:
- гидравлически гладкие 162, 166
 - шероховатые 162, 169
 - для орошения 177
 - сточных вод 171
 - дренажные 178
 - пластмассовые 176
 - стеклянные 176
- Угол наклона струи 484
- расширения границ струи 240
- Удар гидравлический 279—307
- непрямой 295
 - отрицательный 289
 - положительный 289
 - прямой 294
- Уклон:
- гидравлический 104, 309, 541
 - дна русла (канала) 308, 408
 - — пульсовой 348
 - — обратный 348
 - — прямой (положительный) 309
 - критический 317
 - пьезометрический 88, 104
 - свободной поверхности 372
- Уравнение:
- Бернулли для движения не-установившегося 106, 109
 - — — установившегося 81, 84, 85, 103
 - вихревых линий 66
 - волновое 301

Уравнение:

- гидростатики основное 34
- Громеки для движения жидкости невязкой 80
- — — вязкой 97
- движения грунтовых вод 545
- неравномерного 311, 349, 352
- равномерного 311
- с переменной массой 264
- неустановившегося 370, 373
- установившегося 310
- Дюпюи для плавно изменяющегося движения грунтовых вод 543
- критического состояния 315
- Лапласа для потенциального движения 561
- линий тока 58, 60
- Навье — Стокса для движения вязкой жидкости 96
- неразрывности 70, 71, 75, 373
- Ньютона для касательного напряжения (закон) 92
- поверхностей равного давления 33
- прыжка 395
- равновесия жидкости 29, 30
- Рейнольдса для турбулентного движения 122
- Сен-Венана для неустановившегося движения 374
- траектории струи 249
- Эйлера для движения невязкой жидкости 79
- — равновесия жидкости 31
- Ускорение жидкой частицы:
 - конвективное 68
 - локальное (местное) 68
 - субстанциональное (полное) 68
- Фильтрация 535
 - ламинарная 535, 542, 548
 - несвободная 558
 - свободная 558
 - турбулентная 535, 542
- Формула:
 - Абрамовича для u_{\max}/u_0 243
 - Агроскина для C 182
 - Агроскина — Штеренлихта для C 183
 - Айвазяна для $l_{\text{пр}}$ 405
 - Альтшуля для λ 175
 - для $F_{\text{гн}}$, $Re_{\text{гн}}$, $We_{\text{гн}}$ 207
 - Алышева для s 293
 - Аравина для $l_{\text{пр}}$ 405

Формула:

- Базена для m_0 427
- для $\sigma_{\text{п}}$ 429
- Бахметева для h 432
- Беланже для h 432
- Березинского для m 445
- Блазиуса для $\lambda_{\text{гл}}$ 168
- Борда для $h_{\text{в.р}}$ 189
- Боровкова — Майрановского для $l_{\text{нач}}$ 186
- Ведерникова для q 557
- Вейсбаха для $h_{\text{м}}$ 137
- Вызго для $l_{\text{п.п}}$ 407
- Гончарова для ω 488
- Дарси для $k_{\text{п}}$ 540
- Дарси—Вейсбаха для $h_{\text{дл}}$ 143
- Дмитриева для $l_{\text{пр}}$ 410
- Дюпуи для v 543
- Жуковского для s 282, 302
- Замарина для $\rho_{\text{т}}$ 331
- для ϵ 449
- Иванова для Q 432
- Избаша для $k_{\text{турб}}$ 542
- Кольбрука для $\lambda_{\text{гл}}$ 168
- Кольбрука — Уайта для λ 173
- Кременецкого для r струи 245
- Лагранжа для s_0 379, 410
- Лебедева для L струи 251
- Маннинга для C 181
- Мариотта для σ 49
- Миловича для u_{max} 242
- Мирихулавы для $h_{\text{в.р}}$ 488
- Мирихулавы для v 327, 329
- Михалева для $h_{\text{х}}$ 487
- Образовского для α' 528
- Павловского для C 182
- для $l_{\text{пр}}$ 404
- для q 557
- Паршиной для $\mu_{\text{вк}}$ 226
- Пикалева для L струи 251
- для $l_{\text{пр}}$ 404
- Прандтля для l пути перемешивания 155
- Прандтля — Никурадзе для λ 172
- Пуазейля для μ 19
- Ребока для m_0 427
- Розанова для $\sigma_{\text{п}}$ 445
- Россинского для $h_{\text{в.р}}$ 510
- Саткевича для l пути перемешивания 155
- Скобельцына для $\mu_{\text{инв}}$ 208
- Слиссского для $\beta_{\text{а}}$ 527
- Смыслова для $h_{\text{гр}}$ 410
- для m 435, 437

Формула:

- Степанова для a_{min} 481
 - Стокса для R 381
 - Сурина для $\mu_{вт}$ 226
 - Турсунова для $h_{гр}$ 410
 - Федорова для λ 177
 - Химицкого для ϵ 459
 - Чертоусова для $l_{пр}$ 404
 - для $l_{пад}$ 499
 - для $l_{п.п}$ 407
 - Шевелева для λ 176
 - Шези для C 143
 - для Q 143
 - Шифринсона для λ 176
 - Штеренлихта для α и α' 160
 - для C 326
 - Штеренлихта — Полад-заде для C 324
 - Эгли для m_0 428
- Фронт волны:**
- крутой 369
 - пологий 369
- Функции сопряженные** 565
- Функция гармоническая** 561
- тока 564
- Характеристика:**
- живого сечения русла параболического 334
 - — — трапецеидального 334
 - расходная 258, 264, 319, 593
- Центр водоизмещения** 51
- давления 44, 51
- Число:**
- Вебера 140
 - Галилея 141
 - Кармана 140
 - Коши 140
 - Ньютона (критерий) 585

Число:

- Рейнольдса (критерий) 113
 - критическое 113
 - Струхала 140
 - Фруда 140, 586
 - Эйлера 138
- Шероховатость** 408
- неоднородная 323
 - неравнозернистая 160
 - относительная 139
 - равнозернистая 160
 - регулярная 161
 - эквивалентная (техническая) 174, 176, 589
 - труб 589
- Ширина:**
- водослива 418
 - эффективная (сжатая) 449
 - русла по дну 316
 - — — относительная 320
 - — — верху 310, 315
- ЭГДА** 10
- Энергия:**
- кинетическая 86
 - потенциальная 86, 99
 - поля массовых сил 32
 - удельная потока 312, 539
 - сечения 313, 432
- Эпюра:**
- давления 36
 - при ударе 283
 - скорости 132, 321
 - при ударе 283
- Ядро:**
- потока турбулентное 119
 - струи 240
- Яма размыва** см. Воронка размыва

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	3
Глава 1. Жидкости и их физические свойства	11
1.1. Жидкости, гипотеза сплошности. Плотность жидкости	11
1.2. Силы, действующие в покоящейся или движущейся жидкости	14
1.3. Свойства жидкости	15
1.4. Особые свойства воды	25
Глава 2. Гидростатика	27
2.1. Напряженное состояние покоящейся жидкости. Гидростатическое давление	27
2.2. Дифференциальное уравнение равновесия жидкости	30
2.3. Поверхности равного давления	32
2.4. Равновесие однородной несжимаемой жидкости относительно Земли	33
2.5. Геометрическая интерпретация основного уравнения гидростатики	37
2.6. Равновесие жидкости в сосуде, равномерно вращающемся относительно вертикальной оси	39
2.7. Силы давления покоящейся жидкости на горизонтальные и наклонные плоские площадки (стенки)	42
2.8. Силы давления покоящейся жидкости на цилиндрические стенки	46
2.9. Закон Архимеда. Плавание тел	50
2.10. Условия статической устойчивости плавающего тела	53
Глава 3. Кинематика жидкости	56
3.1. Способы описания движения жидкости	56
3.2. Движение жидкой частицы. Понятие о вихревом и потенциальном движении	61
3.3. Ускорение жидкой частицы	68
3.4. Уравнение неразрывности жидкости	68
3.5. Потoki жидкости	72
Глава 4. Динамика невязкой жидкости	76
4.1. Напряженное состояние движущейся невязкой жидкости	76
4.2. Дифференциальное уравнение движения невязкой жидкости (уравнения Эйлера)	77

4.3.	Уравнения движения невязкой жидкости в форме Громски	80
4.4.	Уравнения Громски при действии массовых сил, имеющих потенциал	80
4.5.	Уравнение Бернулли для установившегося движения невязкой несжимаемой жидкости при действии массовых сил, имеющих потенциал	81
4.6.	Уравнение Бернулли для частных случаев	84
4.7.	Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли для установившегося движения	
Глава 5.	Динамика вязкой жидкости	89
5.1.	Напряжения в движущейся вязкой жидкости	89
5.2.	Уравнения движения вязкой жидкости в напряжениях	91
5.3.	Соотношения между напряжениями и скоростями деформаций в движущейся вязкой жидкости	92
5.4.	Уравнения Навье — Стокса	95
5.5.	Уравнение Бернулли для элементарной струйки (для линии тока) вязкой жидкости при установившемся движении	97
5.6.	Уравнение Бернулли для потока при установившемся плавно изменяющемся движении вязкой жидкости	98
5.7.	Уравнение Бернулли для неустановившегося движения вязкой жидкости	104
Глава 6.	Режимы движения жидкости. Уравнения Рейнольдса	110
6.1.	Ламинарный и турбулентный режимы движения жидкости. Число Рейнольдса и его критическое значение	110
6.2.	Турбулентные потоки. Осредненные скорости и напряжения. Пульсационные составляющие	114
6.3.	Двухслойная модель турбулентного потока	118
6.4.	Уравнения Рейнольдса	119
6.5.	Различные теории турбулентности	124
Глава 7.	Потери напора (удельной энергии)	129
7.1.	Классификация потерь напора	129
7.2.	Зависимость потерь напора от параметров потока	136
7.3.	Общая формула коэффициента сопротивлений (потерь напора) по длине при равномерном движении	141
7.4.	Средняя скорость и расход потока при равномерном движении жидкости	143
7.5.	Касательные напряжения и их распределение при равномерном движении	144
Глава 8.	Потери напора при равномерном движении жидкости	146
А. Ламинарный режим движения		146
8.1.	Распределение местных скоростей. Расход. Средняя скорость	146
8.2.	Коэффициент Дарси при ламинарном напорном движении в трубе	151
8.3.	Линии тока и вихревые линии при ламинарном движении в круглой трубе	153
Б. Турбулентный режим движения		154
8.4.	Логарифмический закон распределения осредненных скоростей в турбулентном потоке	154

8.5.	Связь между местной, средней и максимальной скоростями в трубах	157
8.6.	Гидравлически гладкие и шероховатые трубы (русла). Толщина вязкого подслоя	160
8.7.	Экспериментальное изучение коэффициента Дарси	164
8.8.	Распределение осредненных скоростей и коэффициенты Дарси в гидравлически гладких трубах	166
8.9.	Распределение осредненных скоростей и коэффициент Дарси в гидравлически шероховатых трубах. Переходная область	169
8.10.	Коэффициенты Дарси для труб с естественной технической шероховатостью	174
8.11.	Коэффициенты Дарси для некоторых видов труб, применяемых в гидромелиорации	176
8.12.	Влияние формы сечения трубопровода на коэффициенты Дарси	178
8.13.	Влияние условий эксплуатации трубопровода на гидравлические сопротивления	179
8.14.	Способы снижения гидравлических сопротивлений	180
8.15.	Формулы для коэффициента Шези в квадратичной области сопротивления	181
Глава 9. Потери напора при неравномерном движении жидкости		183
9.1.	Общие сведения	183
9.2.	Потери напора на начальных участках	186
9.3.	Местные потери напора	187
9.4.	Коэффициент сопротивления системы	198
Глава 10. Истечение жидкости при постоянном напоре		199
10.1.	Истечение через малое незатопленное отверстие с острой кромкой	199
10.2.	Коэффициенты сжатия, скорости и расхода при истечении через незатопленное малое отверстие	205
10.3.	Экспериментальное определение коэффициентов расхода, скорости и сжатия для круглого малого отверстия с острой кромкой	209
10.4.	Истечение через большое отверстие	210
10.5.	Истечение через малое затопленное отверстие с острой кромкой	213
10.6.	Истечение через незатопленные короткие трубки (насадки)	215
10.7.	Вакуум во внешнем цилиндрическом насадке	218
10.8.	Истечение через внешний затопленный цилиндрический насадок	220
10.9.	Истечение через внутренний цилиндрический насадок	221
10.10.	Истечение через нецилиндрические насадки	222
10.11.	Сравнение гидравлических характеристик отверстий и насадков	224
10.12.	Влияние скорости потока в трубе или канале на коэффициенты расхода отверстий и насадков в стенках	225
10.13.	Коэффициент расхода системы	227
Глава 11. Истечение жидкости при переменном напоре		228
11.1.	Общая характеристика явления	229

11.2.	Истечение при переменном напоре и постоянном притоке	229
11.3.	Истечение из призматического резервуара через незатопленное и затопленное отверстия при отсутствии притока	234
11.4.	Истечение при изменении уровней в обоих резервуарах	237
Глава 12.	Гидравлические струи	239
12.1.	Классификация струи	239
12.2.	Затопленные струи	239
12.3.	Незатопленные струи	246
12.4.	Динамические свойства струи	253
Глава 13.	Гидравлические расчеты трубопроводов при установившемся напорном движении жидкости	256
13.1.	Расчет простых трубопроводов	256
13.2.	Расчет длинного трубопровода постоянного диаметра	257
13.3.	Расчет трубопровода из последовательно соединенных труб	261
13.4.	Расчет параллельно соединенных труб	262
13.5.	Расчет трубопровода с непрерывным изменением расхода по длине	263
13.6.	Расчет подводящего (всасывающего) трубопровода центробежного насоса	266
13.7.	Расчет экономически наиболее выгодного диаметра нагнетательного трубопровода	268
13.8.	Расчет распределительных водопроводных линий	272
Глава 14.	Неустановившееся движение жидкости в трубопроводах	279
14.1.	Гидравлический удар как неустановившееся движение упругой жидкости в упругих трубопроводах	279
14.2.	Гидравлический удар при мгновенном закрытии затвора	281
14.3.	Скорость распространения волны гидравлического удара	289
14.4.	Гидравлический удар при постепенном закрытии затвора	293
14.5.	Дифференциальные уравнения неустановившегося движения вязкой сжимаемой жидкости в напорных трубопроводах	297
14.6.	Гидравлический удар при резком понижении давления (с разрывом сплошности потока)	302
14.7.	Защита от воздействия гидравлических ударов	304
14.8.	Гидравлический таран	306
Глава 15.	Установившееся движение жидкости в открытых руслах	307
15.1.	Дифференциальное уравнение установившегося плавно изменяющегося движения жидкости	307
15.2.	Основные виды установившегося движения жидкости в призматическом открытом русле	311
15.3.	Удельная энергия потока и удельная энергия сечения	312
15.4.	Спокойные и бурные потоки. Критическая глубина	314
15.5.	Критический уклон	317
Глава 16.	Равномерное движение жидкости в открытых руслах (каналах)	318

16.1.	Общие сведения. Гидравлически наивыгоднейший профиль	318
16.2.	Распределение осредненных и пульсационных скоростей в безнапорных (открытых) потоках	321
16.3.	Коэффициенты Шези	323
16.4.	Допускаемые скорости движения воды в каналах	326
16.5.	Основные типы задач при расчете каналов	331
16.6.	Основы гидравлического расчета каналов в безразмерных величинах	333
16.7.	Характеристики живых сечений с различной формой. Взаимосвязи элементов живого сечения	336
16.8.	Рекомендации по выполнению расчетов каналов при равномерном движении	339
16.9.	Расчет каналов замкнутого сечения	341
Глава 17.	Установившееся неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости в открытых призматических и непризматических руслах	342
17.1.	Формы свободной поверхности потока в открытых призматических руслах с прямым уклоном дна ($i > 0$)	342
17.2.	Формы свободной поверхности потока в открытых призматических руслах с нулевым ($i = 0$) и обратным ($i < 0$) уклоном дна	348
17.3.	Интегрирование дифференциальных уравнений установившегося неравномерного движения в открытых призматических руслах	349
17.4.	Расчет кривых свободной поверхности в открытых призматических руслах	353
17.5.	Установившееся неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости в открытых непризматических руслах	358
Глава 18.	Кривые свободной поверхности при установившемся движении в естественных руслах	360
18.1.	Общая характеристика движения в реках	360
18.2.	Общие способы расчета кривых свободной поверхности	361
18.3.	Специальные способы расчета кривых свободной поверхности	365
Глава 19.	Неустановившееся движение в открытых руслах	366
19.1.	Основные понятия и определения	366
19.2.	Дифференциальные уравнения одномерного медленно изменяющегося неустановившегося движения в открытых руслах	370
19.3.	Основные сведения о методе характеристик	374
19.4.	Скорость распространения волны	377
Глава 20.	Движение наносов в открытых потоках	380
20.1.	Гидравлическая крупность наносов	380
20.2.	Движение наносов	384
Глава 21.	Гидравлический прыжок	386
21.1.	Общие сведения	386
21.2.	Виды гидравлического прыжка	388

21.3.	Структура совершенного гидравлического прыжка	392
21.4.	Совершенный гидравлический прыжок и гидравлический прыжок при наличии гасителей	394
21.5.	Прыжковая функция и расчет сопряженных глубин	396
21.6.	Сопряженные глубины совершенного гидравлического прыжка в призматических руслах	398
21.7.	Потери энергии в гидравлическом прыжке	402
21.8.	Длина совершенного гидравлического прыжка и послепрыжкового участка	404
21.9.	Влияние ряда факторов на длину гидравлического прыжка	408
21.10.	Волнистый гидравлический прыжок	409
21.11.	Гидравлический прыжок в руслах переменного по длине сечения (в непризматических руслах)	411
21.12.	Сопряжение потоков в призматических каналах при изменении уклона дна с $i > i_{кр}$ на $i < i_{кр}$	416
Глава 22.	Водосливы	418
22.1.	Классификация водосливов	418
22.2.	Формулы расхода водослива	423
22.3.	Водосливы с тонкой стенкой (с острым ребром).	425
22.4.	Боковое сжатие и подтопление водосливов с тонкой стенкой	428
22.5.	Водосливы-водомеры	430
22.6.	Истечение через водосливы с широким порогом	432
22.7.	Неподтопленный водослив с широким порогом без бокового сжатия	433
22.8.	Неподтопленный водослив с широким порогом с боковым сжатием	436
22.9.	Подтопленный водослив с широким порогом	437
22.10.	Водосливы практических профилей криволинейного очертания	442
22.11.	Расчет сжатой глубины	450
22.12.	Условия подтопления водослива	452
Глава 23.	Истечение из-под затворов	454
23.1.	Виды истечения. Сжатая глубина	454
23.2.	Свободное истечение из-под плоских и криволинейных затворов	456
23.3.	Несвободное истечение из-под затворов	463
23.4.	Истечение из-под затворов на гребне водосливов практического профиля	467
Глава 24.	Расчеты сопряжения бьефов	469
24.1.	Возможные схемы и режимы сопряжения бьефов	469
24.2.	Донный режим сопряжения	472
24.3.	Поверхностный режим сопряжения с потоком в нижнем бьефе за водосливами с вертикальным уступом	475
24.4.	Сопряжение бьефов при отбросе свободной (неподтопленной) струи	481
24.5.	Местный размыв при отбросе свободной струи	486
Глава 25.	Расчет водобойных сооружений	491
25.1.	Виды гасителей энергии	491

25.2.	Гидравлический расчет водобойного колодца	494
25.3.	Гидравлический расчет водобойной стенки	500
25.4.	Гидравлический расчет комбинированного водобойного колодца	502
25.5.	Расчетный расход	504
25.6.	Применение гасителей при донном режиме сопряжения	504
25.7.	Местный размыв в нижнем бьефе при донном режиме сопряжения	509
Глава	26. Гидравлический расчет сопрягающих сооружений	510
26.1.	Гидравлический расчет одноступенчатого и многоступенчатого перепадов	511
26.2.	Гидравлический расчет быстротока	521
26.3.	Гидравлический расчет консольного перепада (сброса)	534
Глава	27. Основы движения грунтовых вод	535
27.1.	Виды движения грунтовых вод	535
27.2.	Фильтрационные свойства грунтов	536
27.3.	Скорость фильтрации. Линейный закон фильтрации	538
27.4.	Коэффициент фильтрации	539
27.5.	Особенности плавного и резко изменяющегося движения грунтовых вод	542
27.6.	Дифференциальное уравнение установившегося неравномерного плавного изменяющегося движения грунтовых вод при линейном законе фильтрации	545
27.7.	Расчет кривых подпора и спада при ламинарной фильтрации	548
27.8.	Приток к вертикальным скважинам (колодцам)	549
27.9.	Приток к горизонтальным водоприемным устройствам	553
27.10.	Приток к горизонтальному дренажу	554
27.11.	Фильтрация из каналов	556
Глава	28. Потенциальное движение жидкости	558
28.1.	Понятие о потенциальном движении жидкости. Потенциал скорости	558
28.2.	Функция тока при плоском движении жидкости	563
28.3.	Граничные условия	566
28.4.	Примеры потенциального движения воды в гидротехнических сооружениях	569
28.5.	Простейшие случаи плоских потенциальных потоков	571
28.6.	Неплавно изменяющееся напорное движение грунтовых вод	574
Глава	29. Основы моделирования гидравлических явлений	581
29.1.	Моделирование гидравлических явлений. Законы подобия	581
29.2.	Критерии гидродинамического подобия	585
Приложения	589
Предметный указатель	623

ДАВИД ВЕНИАМИНОВИЧ ШТЕРЕНЛИХТ

Гидравлика

Редакторы **З. А. Калмыкова** и **Н. А. Петров**

Редактор издательства **Т. П. Готман**

Художественные редакторы **Б. Н. Тумин**, **Г. И. Панфилова**

Технические редакторы **А. С. Давыдова**, **О. Д. Кузнецова**

Корректор **И. А. Володяева**

ИБ № 2594

Сдано в набор 27.03.84 Подписано в печать 12.10.84 Т-18375 Формат
84×108^{1/32} Бумага типографская № 2 Гарнитура литературная Печать
высокая Усл. печ. л. 33,6 Усл. кр.-отг. 33,6 Уч.-изд. л. 34,92 Тираж
28 000 экз. Заказ 788 Цена 1 р. 50 к.

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Владимирская типография Союзполиграфпрома при Государственном
комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7