

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**ТАШКЕНТСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ИРРИГАЦИИ И
МЕХАНИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА**



ТИИИМСХ

Ташкентский Институт Инженеров
Ирригации и Механизации Сельского Хозяйства

**Методическое указание по выполнению
практических работ по курсу
ГИДРАВЛИКА**



Ташкент - 2020

Настоящее методическое указание рассмотрено на собрании Научного совета ТИИИМСХ “__” _____ 2020 года и рекомендовано к опубликованию.

Методическое указание сооставлено на основе программы предмета “Гидравлика”, рассчитано для студентов бакалавриатов, обучающихся по направлениям: «Водное хозяйство и мелиорация», «Гидротехническое строительство» и «Гидрология (водохранилищ)».

Составители:	Қ.Рахимов,	PhD, доцент
	Т.Апакхужаева	PhD, стар.преп
	З.Ибрагимова	ассистент
	Д.Аллаёров	ассистент
	Ф.Бабажанов	докторант

Рецензенты:	Ш.Байматов, д.т.н., доцент кафедры “Гидротехнические сооружения, основания и фундаменты”, ТАСИ.
--------------------	---

	Ф.Гаппаров, д.т.н., доцент кафедры “Гидрология и гидрогеология”, ТИИИМСХ.
--	---

© Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ), 2020 г.

Введение

Гидравлика - наука, изучающая законы равновесия и механического движения жидкостей и разрабатывающая методы применения этих законов для решения различных прикладных задач называется гидравликой. Главнейшие области применения гидравлики- гидротехника, мелиорация и водное хозяйство, гидроэнергетика, водоснабжение и канализация, водный транспорт и т.д. Почти во всех областях техники применяются различные гидравлические устройства, основанные на использовании гидравлических законов.

В методическом указании изложены основные понятия гидравлики, описываются гидравлические явления и приводятся основные сведения о методах и способах различных гидравлических расчетов. Рассматриваются вопросы гидравлического расчета напорных и безнапорных систем, освещается современное состояние гидравлического расчета трубопроводов.

Приводятся зависимости для определения величины потери напора в гидравлических системах. Дается гидравлический расчет трубопроводов и гидротехнических сооружений.

Настоящее методическое указание составлено в соответствии с программами предмета гидравлика для направлений бакалавриатов «Водное хозяйство и мелиорация», «Гидротехническое строительство» и «Гидрология (водохранилищ)».

Широкое развитие мелиорации и водного хозяйства в нашей стране приводит к созданию новых технически совершенных мелиоративных систем. Для обеспечения надежной работы этих систем проводятся гидравлические расчеты, которые являются важной частью комплекса инженерных расчетов объектов и сооружений, входящих в состав систем. Поэтому в методическом указании уделено большое внимание гидравлическим условиям работы гидротехнических сооружений и трубопроводов.

В методическом указании включены примеры и задачи, которые недостаточно подробно изложены в учебниках по гидравлике.

В некоторых разделах методического указания студентам рекомендуется обращаться к гидравлическим справочникам и нормативной литературе.

Предлагаемое методическое указание обладает определенной методической и научной преемственностью по отношению к другим подобным методическим указаниям.

1. Основные физические свойства жидкостей

1.1. Основные физические свойства реальной жидкости и её характеристики

Капельные жидкости обладают двумя свойствами:

1. **Текучесть** - слабое сопротивление изменению своей формы (в отличие от твердых тел), что обуславливается пренебрежимо малой величиной внутренних касательных напряжений в покоящейся жидкости $\tau \approx 0$.

2. Малое изменение объема жидкости при изменении давления и температуры (в отличие от газов).

Это свойство жидкости характеризуется коэффициентами объёмного сжатия β_V и температурного расширения β_t .

Коэффициент объёмного сжатия β_V - это относительное изменение объёма жидкости на единицу изменения давления.

$$\beta_V = \frac{\Delta V}{V \Delta p}, \quad (1.1)$$

где ΔV -изменение объёма; V - объём соответствующей изменению давления на величину ΔP .

В системе СИ величина β_V выражается в Па^{-1} и для воды при давлении до 500 ат. и температуре до 20°C

$$\beta_V \approx \frac{1}{2 \cdot 10^9} \text{Па}^{-1},$$
$$\left(\beta_V \approx \frac{1}{20000} \text{см}^2 / \text{кгс} \right),$$

Здесь Па - давление, выраженное в Паскалях (см. пункт 2.4)

Коэффициент температурного расширения β_t выражает относительное изменение объёма жидкости при изменении температуры на 1 градус:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \Delta t}. \quad (1.2)$$

Для воды в нормальных условиях можно принимать:

$$\beta_t = \frac{1}{10000} \text{ C}^{-1}.$$

Жидкости между собой различаются плотностью и удельным весом.

Плотность ρ - это распределение массы жидкости в единице объёма.

$$\rho = \frac{M}{W}. \quad (1.3)$$

Плотность пресной воды при температуре 4°С, $\rho_4 = 1000 \text{ кг} / \text{м}^3$.

Удельный вес γ - это вес единицы объёма жидкости:

$$\gamma = \frac{G}{W}. \quad (1.4)$$

Удельный вес пресной воды при температуре 4°С, $9810 \text{ н} / \text{м}^3$

$$\gamma_{4^0} = 1000 \text{ кгс} / \text{м}^3 = 1 \text{ тс} / \text{м}^3.$$

Между плотностью и удельным весом существует связь:

$$\gamma = g\rho, \quad (1.5)$$

где: g - ускорение свободного падения ($9.81 \text{ м} / \text{с}^2$).

1.2. Примерный состав задач по теме 1

Цель решения задач - закрепить знания основных физических свойств жидкостей, научить студентов свободно пользоваться основными зависимостями для определения величин ρ и γ , показать связь между этими величинами, научить студентов выражению величин в системе единиц измерения.

Пример 1.1

Сосуд наполнен жидкостью, занимающей объём $V = 3 \text{ м}^3$. На сколько уменьшится этот объём при увеличении давления на величину $\Delta P = 300 \text{ кгс} / \text{см}^2$

Решение:

Коэффициент объёмного сжатия $\beta_V = 10^{-4} \text{ см}^2 / \text{кгс}$.

Изменение объёма при увеличении давления определим из выражения:

$$\beta_V = \frac{\Delta V}{V \Delta P},$$

$$\Delta V = \beta_V \cdot V \cdot \Delta P = 3 \cdot 100^3 * 300 = \frac{900}{2} = 0,045 \text{ см}^3.$$

Пример 1.2

В отопительной системе (котёл, радиаторы, трубопроводы) небольшого дома содержится $V=0.5 \text{ м}^3$ воды. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный сосуд при нагревании от 20°C до 90°C Коэффициент объёмного расширения $\beta_t = 0.0004^\circ\text{C}^{-1}$

Решение:

Изменение объёма воды ΔV при нагревании определим из уравнения

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V\Delta t},$$

$$\Delta V = \beta_t V \Delta t^0 = 0,0004 \cdot 0,5 \cdot (90^0 - 20^0) = 0,0002 \cdot 70 = 0,014 \text{ м}^3.$$

Пример 1.3

Резервуар объёмом 300л заполнен жидкостью, плотность которой $\rho_{cu} = 0,75 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Определить удельный вес жидкости.

Решение:

1. Плотность в единицах системы СИ

$$\rho_{cu} = 0,75 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = \frac{0,75 \cdot 100^3}{1000} = 750 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

2. Удельный вес жидкости в единицах системы:

$$\text{а) СИ: } \gamma_{cu} = \rho_{cu} \cdot g = 750 \cdot 9,81 = 7360 \frac{\text{Н}}{\text{м}^3};$$

$$\text{б) МКГСС: } \gamma_T = \frac{\gamma_{cu}}{9,81} = \frac{7360}{9,81} = 750 \frac{\text{кгс}}{\text{м}^3}.$$

3. Вес жидкости в единицах систем:

$$\text{а) СИ: } G_{cu} = V \cdot \gamma_{cu} = 0,3 \cdot 7350 = 2207 \text{ Н};$$

$$\text{б) МКГСС: } G_T = V \cdot \gamma_T = 0,3 \cdot 750 = 225 \text{ кгс}.$$

2. Определение гидростатического давления в точке, способы его измерения и числового выражения

2.1. Гидростатическое давление в точке, его свойства и размерность

Гидростатическое давление в точке выражается как:

$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \left(\frac{P}{\omega} \right), \quad (2.1)$$

где : P - сила действующая на рассматриваемую площадь ω .

Гидростатическое давление имеет два свойства:

1. Гидростатическое давление действует нормально к площадке действия и направленно по внутренней нормали.
2. Величина гидростатического давления в данной точке по всем направлениям одинакова (этот закон демонстрируется на приборе Гартля).

2.2. Основное уравнение гидростатики в случае действия на жидкость только силы тяжести и его следствия

Основное уравнение гидростатического давления в дифференциальной форме имеет вид:

$$dp = \rho (Xdx + Ydy + Zdz)$$

Дифференциальное уравнение для рассматриваемого случая имеет следующий вид:

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz = -\gamma dz, \quad (2.2)$$

$$\frac{dp}{\gamma} + dz = 0. \quad (2.3)$$

Рассматриваем покоящуюся жидкость, внутри которой намечаем точку A с ординатой Z .

На поверхности жидкости действует поверхностное давление P_0 . Ордината точки на поверхности жидкости Z_0 (рис. 2.1)

После интегрирования выражения (2.3) получим:

$$\frac{P}{\gamma} + Z = \frac{P_0}{\gamma} + Z_0 = const. \quad (2.4)$$

Это уравнение называется основным уравнением гидростатики. Из этого уравнения вытекают следующие следствия:

А) Формула для определения гидростатического давления в точке

В покоящейся жидкости с удельным весом γ проведём оси координат и возьмём 2 точки; одну на поверхности жидкости, где давление P_0 , другую точку A на глубине h , давление в которой требуется определить (рис.2.1). Применяя к этим точкам уравнение (2.4) после преобразования получим:

$$P = P_0 + \gamma h. \quad (2.5)$$

Это и есть формула для определения давления в покоящейся жидкости.

Б) Поверхность равного давления. Плоскость сравнения

Поверхность, проведённая в покоящейся жидкости таким образом, показывает, что давление во всех её точках будет одинаковым и называется поверхностью равного давления.

В случае, когда объёмные силы F представлены только силами тяжести, т.е

$$F = G.$$

Дифференциальное уравнение равновесия жидкости будет иметь вид:

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz = 0, \quad (2.6)$$

т.к $g \neq 0$ и $\rho \neq 0$, то для выполнения равенства должно быть $dz = 0$, т.е

$$Z = const$$

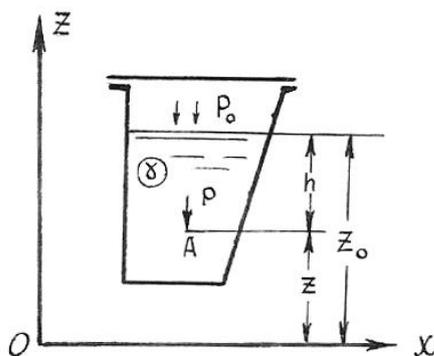


Рис. 2.1. Давление для «тяжелой жидкости»

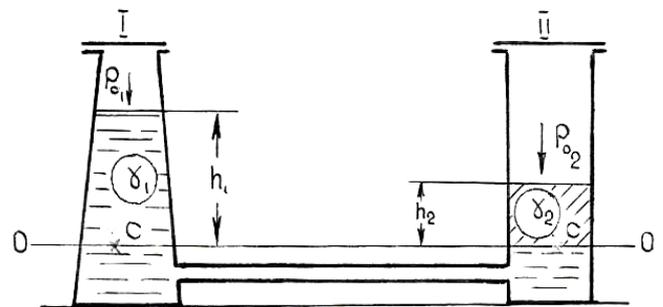


Рис. 2.2. К закону сообщающихся сосудов

Таким образом, когда на жидкость действуют только силы тяжести, поверхность равного давления будет горизонтальная плоскость. Свободная поверхность жидкости является частным случаем поверхности равного давления.

Для определения координаты Z отдельных точек жидкости используется горизонтальная плоскость, проводимая на произвольной высоте. Эта плоскость называется плоскостью сравнения и обозначается $O-O$ (рис. 2.2).

В) Закон Паскаля.

Из основного уравнения гидростатики, записанного в виде (2.5) видно, что в случае изменения поверхностного (внешнего) давления на некоторую величину ΔP_0 и на такую же величину изменится давление P во всех точках жидкости.

Согласно закону Паскаля, изменение поверхностного давления в любой точке покоящейся жидкости, не нарушающее ее равновесия, передается во все точки без изменения (пример 2.2).

Г) Сообщающиеся сосуды.

Для анализа условий равновесия жидкостей в сообщающихся сосудах (рис.2.2) применяется основное уравнение гидростатики.

Сообщающиеся сосуды 1 и 2 закрыты и наполнены различными жидкостями, не смешивающимися между собой, давления на поверхности жидкости P_{01} и P_{02}

Как видно из рис. 2.2 давление в точках «С»:

в первом сосуде
$$p_{c1} = p_{01} + \gamma_1 h_1,$$

во втором сосуде
$$p_{c2} = p_{02} + \gamma_2 h_2, \text{ но } p_{c1} = p_{c2},$$

т.к точки «С» лежат на одной горизонтальной поверхности $O-O$, являющейся плоскостью равных давлений, поэтому будет:

$$p_{01} + \gamma_1 h_1 = p_{02} + \gamma_2 h_2,$$

или

$$p_{01} - p_{02} = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1.$$

Последняя зависимость позволяет решить ряд разных задач.

Случай 1: В сосуды налита одинаковая жидкость при одинаковых давлениях на ее поверхности. Т.к $\gamma_1 = \gamma_2$ и $p_{01} = p_{02}$ то $h_1 = h_2$.

Случай 2: В сосуды налита одинаковая жидкость но давления на ее поверхности различны. При равенстве $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} = \gamma(h_2 - h_1).$$

Случай 3: В сосуды налиты различные несмешивающиеся жидкости, но давления на их поверхности одинаковы, т.е $p_{01} = p_{02}$, тогда будет равенство $\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$.

Следовательно:
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}.$$

На принципе действия сообщающихся сосудов основано устройство водомерных стекол (случай 1), приборов для измерения давления (случай 2) и определения удельного веса жидкости (случай 3).

2.3. Техническая характеристика гидростатического давления и формулы для его определения

На любую точку в жидкости действует абсолютное давление:

$$p_A = p_0 + \gamma h. \quad (2.7)$$

Если свободная поверхность жидкости открыта, то поверхностное (внешнее) давление равно атмосферному $p_0 = p_a$.

Если свободная поверхность закрыта, то P_0 может быть больше или меньше P_a

Если абсолютное давление в точке больше атмосферного $p_A > p_a$, то избыток абсолютного давления над атмосферным называется манометрическим:

$$p_m = p_A - p_a. \quad (2.8)$$

Если абсолютное давление меньше атмосферного $p_A < p_a$, недостаток до атмосферного называется вакуумметрическим давлением, величина которого равна:

$$p_{\text{вак}} = p_a - p_A. \quad (2.9)$$

Весовое давление зависит от глубины погружения точки и объёмного веса жидкости

$$p_g = \gamma \cdot h. \quad (2.10)$$

В случае когда на свободную поверхность жидкости действует атмосферное давление, весовое давление равно манометрическому

$$\gamma \cdot h = p_A - p_0 = p_m. \quad (2.11)$$

2.4. Способы числового выражения величины гидростатического давления

В системе СИ давление выражается в Паскалях (Па)

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н} / \text{м}^2$$

$$1 \text{ Па} = 0.0000102 \text{ ат. (техническая атмосфера)}$$

$$1 \text{ кгс} / \text{см}^2 = 1 \text{ ат} = 98100 \text{ Па} \approx 100 \text{ кПа (кило Паскаль)}$$

Для воды манометрическое давление на глубине $h=10\text{ м}$ равно 98.10 кПа или $\approx 100 \text{ кПа}$, или 1, ат или $10000 \text{ кгс} / \text{м}^2 = 10 \text{ тс} / \text{м}^2$

Один миллиметр ртутного столба создаёт давление, равное $132.2 \text{ Па} \approx 133 \text{ Па}$

Столбик ртути высотой 735 мм создает давление в 1 ат.

2.5. Определение давления в точке по показаниям приборов

Все приборы для измерения давления делятся на две основные группы: жидкостные (трубные) и механические.

К жидкостным приборам относят пьезометры (рис. 2.3), U - образные манометры (рис. 2.4) и вакуумметры (рис. 2.5, рис.2.6), ртутно-чашечные манометры (рис.2.7), дифференциальные манометры (рис. 2.8) и др.

Основной частью жидкостных приборов является стеклянная трубка диаметром от 10 до 20 мм по отметке уровня жидкости в которой производится измерение давления. Жидкость в трубке может быть та же что и в сосуде или другая: ртуть, спирт и т.д.

Если в измерительном приборе жидкость та же что и в сосуде, то при измерении давления необходимо определить пьезометрическую h_p или вакуумметрическую $h_{\text{вак}}$ высоту.

h_p – высота столба жидкости в открытом пьезометре или U - образном манометре над рассматриваемой точкой (рис. 2.3). Пьезометрическая высота отвечает манометрическому давлению

$$p_m = \gamma \cdot h_p.$$

Если в точке известно абсолютное давление p_A , то h_p определяется по зависимости:

$$h_p = \frac{p_A - p_a}{\gamma}. \quad (2.12)$$

Из этой зависимости по известной h_p легко определяется p_A . В жидкости, находящейся в состоянии покоя, давление в точке A (рис. 2.3) как со стороны пьезометра, так и со стороны сосуда одинаково

$$p_a + \gamma h_p = p_0 + \gamma h. \quad (2.13)$$

Откуда получаем выражение для определения пьезометрической высоты:

$$h_p = \frac{p_0 - p_a}{\gamma} + h. \quad (2.14)$$

В открытом сосуде когда $p_0 = p_a$,

$$h_p = h.$$

Если абсолютное давление в точке меньше атмосферного, то в данной точке измеряется вакуум или вакуумметрическое давление $p_{\text{вак}}$, выражаемое вакуумметрической высотой $h_{\text{вак}}$:

$$p_{\text{вак}} = \gamma \cdot h_{\text{вак}},$$

где: $h_{\text{вак}}$ - определяется как разница отметок точки, в которой измеряется давление и свободной поверхности жидкости в U - образном вакуумметре (рис. 2.5).

Дифференциальные манометры (рис. 2.8) используются для измерения разности давления в двух точках. Наиболее часто применяются дифференциальные ртутные манометры. Разница давления определяется по зависимости:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \Delta h (\gamma_{\text{рт}} - \gamma), \quad (2.15)$$

где: $\gamma_{\text{рт}}$ - удельный вес ртути;

γ - удельный вес жидкости в сосудах, где измеряется давление;

Δh - разность отметок уровня жидкости в дифференциальном манометре.

К механическим приборам относятся пружинные (рис.2.9) и мембранные (рис.2.10) манометры и вакуумметры, а также мембранный мановакуумметры (рис.2.11).

Манометрические давление или вакуум с помощью механических приборов измеряется непосредственно по показаниям приборов.

2.6. Примерный состав задач по теме 2

Пример 2.1

Определить давление на свободной поверхности в закрытом резервуаре с бензином если уровень бензина в открытом пьезометре выше уровня бензина в резервуаре на $h=2$ м, а удельный вес бензина $\gamma_{\sigma}=0.75$ гс/см³ (рис.2.3)

Решение:

1. Проведём плоскость равного давления $O-O$ по свободной поверхности в резервуаре. Давление на свободной поверхности в резервуаре и в точке S пьезометра равны между собой $p_0=p_S$.

Абсолютное давление на поверхности бензина будет:

$$p_{a(o)} = p + \gamma_{\sigma} \cdot h = 1 \text{ кгс / см}^2 + 0.75 \text{ гс / см}^3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \text{ м} \cdot 10^2 = 1.15 \text{ кгс / см}^2 = 1.15 \text{ ат} = 112800 \text{ н / м}^2 \approx 115 \text{ кПа}.$$

2. Манометрическое давление на поверхности определится так:

$$p_m = p_{a(o)} - p_a = \gamma_{\sigma} \cdot h = 0.75 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^2 = 0.15 \text{ кгс / см}^2 = 15 \text{ кПа}.$$

Пример 2.2

Определить силу, с которой гидравлический пресс будет сжимать образец (рис.2.4), если известно :

$$q=5 \text{ н}; \quad a=0.2 \text{ м}; \quad b=0.05 \text{ м}; \quad d=10 \text{ мм}; \quad D=100 \text{ мм};$$

Решение:

1. Давление манометрическое под малым поршнем будет:

$$p_m = q(a+b) / b \cdot 0.785 d^2 = 5 \cdot (0.2 + 0.05) / 0.05 \cdot 0.785 \cdot 0.01^2 = 318000 \text{ Па} = 318 \text{ кПа}.$$

2. Давление под большим поршнем считаем таким же как и под малым, и сила, сжимающая образец, будет:

$$F = Q \cdot p_m = 0.785 \cdot 0.1^2 \cdot 318000 = 2500 \text{ н} = 253 \text{ кгс}.$$

Пример 2.3

Два U - образных моновакуумметра (водяной и ртутный) подключены к резервуару, заполненному водой. Определить: А) давление на поверхности воды в

резервуаре p_0 , если $h_p = 1\text{ м}$. Б) высоту ртутного столба h_{pm} , если: $\gamma_{pm} = 13.6\text{ гс/см}^3$, $H = 3\text{ м}$.

Решение:

А) 1. Манометрическое давление на поверхности воды в резервуаре определится как:

$$p_{mo} = \gamma \cdot h_p = 0.001 \cdot 100 = 0.1\text{ кгс/см}^2 = 10\text{ кПа}.$$

2. Абсолютное давление на поверхности жидкости будет:

$$p_A = p_a + p_{mo} = 0.1 + 1 = 1.1\text{ кгс/см}^2 = 110\text{ кПа}.$$

Б) 1. Манометрическое давление в точке S на уровне раздела воды и ртути в и-образном мановакуумметре:

$$p_{m(S)} = p_{m(o)} + \gamma \cdot H = 0.1 + 0.001 \cdot 300 = 0.4\text{ кгс/см}^2 = 40\text{ кПа}.$$

2. Высота столба ртути:

$$h_{pm} = p_{m(S)} / \gamma_{pm} = 0.4 / 0.0136 = 294\text{ мм}.$$

Пример 2.4

Определить вакуум на поверхности воды в резервуаре если $h = 1\text{ м}$, $h_{pm} = 147\text{ мм}$, $\gamma_{pm} = 13.6\text{ гс/см}^3$.

Решение:

1. На уровне раздела воды и ртути в и-образном моновакуумметре (точка S) абсолютное давление будет:

$$p_{A(S)} = p_a - \gamma_{pm} \cdot h_{pm} = 1 - 0.0136 \cdot 14.7 = 0.8\text{ кгс/см}^2 = 80\text{ кПа}.$$

2. На поверхности воды в резервуаре абсолютное давление получим:

$$P_{A(o)} = p_{A(S)} - \gamma \cdot h = 0.8 - 0.001 \cdot 100 = 0.7\text{ кгс/см}^2 = 70\text{ кПа}.$$

3. Вакуум на поверхности будет:

$$p_{\text{вак}} = 1 - 0.7 = 0.3\text{ кгс/см}^2 = 30\text{ кПа}.$$

Пример 2.5

Определить разность давлений в резервуарах A и B заполненных бензином, если показание дифференциального ртутного манометра

$$h_{pm} = 100\text{ мм}, \quad \gamma_{\sigma} = 0.8\text{ гс/см}^3$$

Решение:

Составим уравнение равновесия относительно плоскости равного давления O-O:

$$p_1 + \gamma_\sigma (h + h_{pm}) = p_2 + \gamma_\sigma \cdot h + \gamma_{pm} \cdot h_{pm}.$$

Из уравнения найдем разность давлений в резервуарах

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \gamma_{pm} \cdot h_{pm} - \gamma_\sigma \cdot h_{pm} = h_{pm} (\gamma_{pm} - \gamma_\sigma),$$

$$\Delta p = 10(0.0136 - 0.0008) = 0.128 \text{ кгс/см}^2 = 12.8 \text{ кПа}.$$

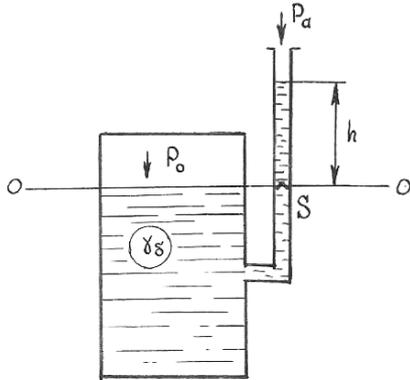


Рис. 2.3. К примеру 2.1

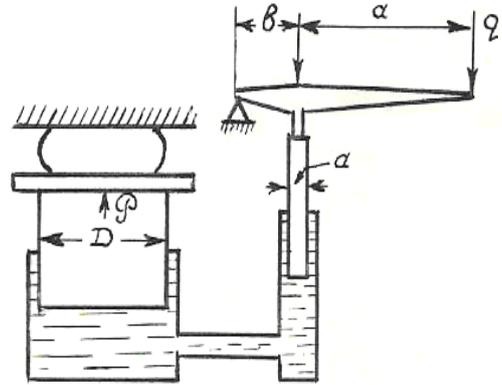


Рис. 2.4. К примеру 2.2

3. Определение силы гидростатического давления на плоские фигуры

3.1. Аналитический способ определения величины, линии действия и точки приложения (центр давления) силы гидростатического давления

Сила, действующая на плоскую фигуру произвольной формы определяется по формуле:

$$P = (p_0 + \gamma h_c) \omega, \quad (3.1)$$

где p_0 – поверхностное давление;

γ – удельный вес жидкости;

h_c – глубина центра тяжести смоченной поверхности фигуры на которую давит жидкость;

ω – площадь этой фигуры.

В случае, когда на поверхности жидкости действует атмосферное давление, определяется сила избыточного (весового) давления

$$P = \gamma \cdot h_c \cdot \omega. \quad (3.2)$$

Сила весового давления равна площади смоченной поверхности фигуры, умноженной на величину давления в центре тяжести этой фигуры. Направление

линии действия силы гидростатического давления перпендикулярно к плоскости рассматриваемой фигуры.

Положение центра давления (точки приложения силы избыточного давления) определяется по формуле (рис.3.1):

$$Y_D = Y_c + \frac{I_c}{\omega Y_c}, \quad (3.3)$$

где Y_D – координата центра давления;

Y_c - координата центра тяжести рассматриваемой фигуры;

Здесь необходимо обратить внимание студентов на положение оси OY : ось OY представляет собой линию пересечения плоскости рассматриваемой фигуры с вертикальной плоскостью.

Начало координат лежит на поверхности жидкости, где действует атмосферное давление:

$$e = \frac{I_c}{Y_c \omega} \quad (3.4)$$

I_c - момент инерции плоской фигуры относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести фигуры;

e – эксцентриситет.

3.2. Случай действия силы гидростатического давления на горизонтальную плоскость. Гидростатический парадокс

В частном случае горизонтальной плоской фигуры, когда на свободной поверхности действует атмосферное давление $p_0 = p_a$, величина силы избыточного (весового) давления определяется по формуле:

$$P = \gamma H \omega, \quad (3.5)$$

При равенстве P_0 , плотностей ρ , площадей основания ω и глубин H не зависимо от формы сосуда сила давления на горизонтальное дно будет одной и той же (гидростатический парадокс).

Здесь H - глубина рассматриваемой плоскости под свободной поверхностью.

При этом гидростатическое давление во всех точках горизонтальной плоскости распределяется равномерно, поэтому $e=0$ и центр давления совпадает с центром тяжести рассматриваемой плоскости.

3.3. Эпюра гидростатического давления

Эпюра гидростатического давления – это графическое изображение распределения давления на поверхности, ограничивающей жидкость.

Формула для определения абсолютного гидростатического давления в точке:

$$p_A = p_0 + \gamma h.$$

Изменение гидростатического давления по глубине подчиняется линейному закону.

Для построения эпюры гидростатического давления, действующего на плоскую прямоугольную фигуру, необходимо определить значения p в верхней и нижней точках рассматриваемой фигуры и отложить значение вектора p перпендикулярно к её плоскости. Концы отрезков, выражающих величину p соединить прямой линией (рис. 3.1 *а, б, в, г*).

При построении эпюры давления удобно принимать масштабы: линейный M_L в $1\text{ см} - N_M$; – масштаб давления M_p в $1\text{ см} - N_{mc}/\text{м}^2$;

3.4. Графоаналитический способ определения величины силы гидростатического давления, действующей на плоские прямоугольные фигуры с горизонтальным основанием и положения центра давления

Для графоаналитического решения задачи надо построить эпюру гидростатического давления на рассматриваемую плоскость, как указано в пункте 3.3, при этом величина силы определится по формуле:

$$P = \Omega \cdot B, \quad (3.6)$$

где: Ω - площадь эпюры гидростатического давления;

B - ширина рассматриваемой плоскости в направлении перпендикулярном к чертежу.

Величина силы определяется объемом эпюры гидростатического давления. Поэтому линия действия силы, проходит через центр тяжести эпюры и направлена перпендикулярно к рассматриваемой плоскости (рис. 3.4)

В случае действия жидкости на стенку с двух сторон, объем эпюры, выражающей величину силы, определяется путем алгебраического сложения эпюр слева и справа.

3.5. Примерный состав задач по теме 3

Пример 3.1

Определить величину и точку приложения силы гидростатического давления воды на вертикальный щит шириной $b=2\text{м}$, если глубина воды перед щитом $H=3\text{м}$ (рис. 3.4).

Решение:

1. Сила давления воды на щит :

$$P = \gamma h_c \omega = \gamma \frac{H}{2} b H = 1.0 \cdot \frac{3,0^2}{2} \cdot 2,0 = 9,0 \text{ тс} .$$

2. Координата центра давления

$$y_0 = y_c + \frac{J_c}{y_c \cdot \omega} = \frac{H}{2} + \frac{b \cdot H^3 \cdot 2}{12 \cdot H b H} = \frac{2}{3} H = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2,0 \text{ м} .$$

Пример 3.2

Определить силу давления на горизонтальное дно резервуара, заполненного бензином, удельный вес которого $\gamma_b = 0,8 \text{ тс/м}^2$. Размеры резервуара: $h_2=1\text{м}$; $a=1\text{м}$; $b=3\text{м}$; К резервуару подсоединена трубка, в которой бензин поднялся на высоту $h_1=2\text{м}$ (рис. 3).

Решение:

1. Величина силы :

$$P = \gamma \cdot h_c \cdot \omega = \gamma \cdot H \cdot \omega = \gamma (h_1 + h_2) \omega = 0.8 \cdot (2+1) \cdot 3 \cdot 1 = 7.2 \text{ тс} .$$

2. Направлена сила вертикально вниз, приложена в центре дна.

Пример 3.3

Определить силу давления воды и положение центра давления графоаналитическим способом для условий, приведенных в примере 3.2.

Решение:

1. Величина силы определяется по формуле (3.6). Построение эпюры гидростатического давления пояснена в пункте 3.3. В рассматриваемом случае площадь эпюры будет иметь треугольную форму :

$$\Omega = \frac{\gamma H^2}{2} = \frac{1,0 \cdot 3,0^2}{2} = 4,5 \text{ м} / \text{м}.$$

Сила давления :

$$P = \Omega \cdot b = 4,5 \cdot 2,0 = 9,0 \text{ тс}.$$

2. Положение центра давления

В случае треугольной эпюры центр тяжести её находится на 1 / 3 от основания, или координата центра давления будет :

$$y_{\delta} = \frac{2}{3} H = \frac{2}{3} 3,0 = 2,0 \text{ м}.$$

Пример 3.4

Определить силу давления воды на затвор донного водовыпуска эллиптической формы, оси которого равны $a=2\text{м}$, $b=1,5\text{м}$ (рис. 3.5), и точку приложения силы. Глубина воды перед плотиной $H=4\text{м}$.

Решение:

1. Сила давления на затвор

$$P = \gamma h_c \omega = \gamma \left(H - \frac{a \cdot \sin 45^\circ}{2} \right) \cdot 0,785 b a = 1,0 \left(4 - \frac{2,0 \cdot 0,707}{2} \right) \cdot 0,785 \cdot 2,0 \cdot 1,5 = 7,77 \text{ тс}.$$

2. Координата центра давления:

$$y_{\delta} = y_c + \frac{J_c}{y_c \omega} = \left(H - \frac{a \cdot \sin 45^\circ}{2} \right) \frac{1}{\sin 45^\circ} + \frac{\sin 45^\circ}{\left(H - \frac{a \cdot \sin 45^\circ}{2} \right)} \cdot \frac{\pi \cdot a^3 b}{64} \cdot \frac{4}{\pi \cdot a \cdot b} = \left(4,0 - \frac{2,0 - 0,707}{2} \right) \cdot \frac{1}{0,707} + \frac{2,0^2}{16} = 4,67 + 0,05 = 4,72 \text{ м}.$$

Пример 3.5

Щит, перекрывающий канал, расположен под углом 45° к горизонту и закреплен шарнирно к опоре над водой. Определить необходимое усилие T для открытия щита, если ширина его $B=2\text{м}$; глубина воды перед щитом $H=2,5\text{м}$ и за

щитом $h=1\text{ м}$. Шарнир расположен выше воды верхнего бьефа на $S=0.5\text{ м}$. Весом щита и трением в шарнире пренебречь.

Решение:

1. Величина силы давления воды на щит :

$$\text{слева } P_1 = \gamma h_{c1} \omega = \gamma \frac{H}{2} \frac{H}{\sin 45^\circ} b = 1,0 \frac{2,5^2 \cdot 2,0}{2 \cdot 0,707} = 8,8 \text{ тс},$$

$$\text{справа } P_1 = \gamma h_{c2} \cdot \omega = \gamma \frac{h^2 b}{2 \sin 45^\circ} = 1,0 \frac{1,0^2 \cdot 2,0}{2 \cdot 0,707} = 1,42 \text{ тс}.$$

2. Расстояние от шарнира до центра давления сил:

$$\text{слева } l_1 = \frac{S}{\sin 45^\circ} + \frac{2H}{3 \sin 45^\circ} = \frac{0,5}{0,707} + \frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot 0,707} = 2,93 \text{ м}.$$

$$\text{справа } l_2 = \frac{S+H}{\sin 45^\circ} - \frac{h}{3 \sin 45^\circ} = \frac{3,0}{0,707} - \frac{1,0}{3 \cdot 0,707} = 3,77 \text{ м}$$

3. Уравнение моментов сил относительно шарнира 0 :

$$P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2 - T \cdot t = 0$$

$$\text{откуда } T = \frac{P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2}{t} = \frac{8,8 \cdot 2,93 - 1,42 \cdot 3,77}{3,0} = 6,78 \text{ тс}.$$

Пример 3.6

Резервуар заполнен водой на глубину $H=3,0\text{ м}$. На поверхности воды действует манометрическое давление $p_c=20\text{ кПа}=0,2\text{ кг/см}^2$. Определить силу, действующую на стенку CD шириной $B=3,0\text{ м}$.

Решение:

1. Для построения эпюры давления вычислим манометрическое давление в точках C и D :

$$p_C = 0,2 \text{ кг/см}^2 = 20 \text{ кПа},$$

$$p_D = p_C + \gamma H = 0,2 + 0,001 \cdot 300 = 0,5 \text{ кгс/см}^2 = 50 \text{ кПа}.$$

По вычисленным давлениям в точках C и D строим эпюру гидростатического давления $NKCD$ площадью Ω .

2. Сила гидростатического давления

$$P = \Omega \cdot b = \frac{p_C + p_D + \gamma H}{2} \cdot Hb = \frac{0,2 + 0,2 + 0,3}{2} \cdot 3,0 \cdot 2,0 = 2,1 \text{ тс}.$$

Пример 3.7

На наклонную стенку AC действует вода с двух сторон. Слева глубина воды $H=3,0$ м., справа $h=2,0$ м. Ширина стенки $b=2,0$ м. Определить равнодействующую силу весового давления и центр ее приложения.

Решение:

1. Выполнив вычисления давления в точках A и B с левой стороны и B и C с правой стороны стенки, построим эпюры давления. Сложим площади эпюр и определим величину равнодействующей силы:

$$P = \frac{\gamma(H^2 - h^2)}{2 \sin 45^\circ} \cdot b = \frac{1(3,0^2 - 2,0^2)}{2 \cdot 0,707} \cdot 2,0 = 7,07 \text{ тс.}$$

2. Определив центр тяжести эпюры $ACDE$, как указывалось выше, проведем вектор силы P до пересечения со стенкой AC в точке ∂ .

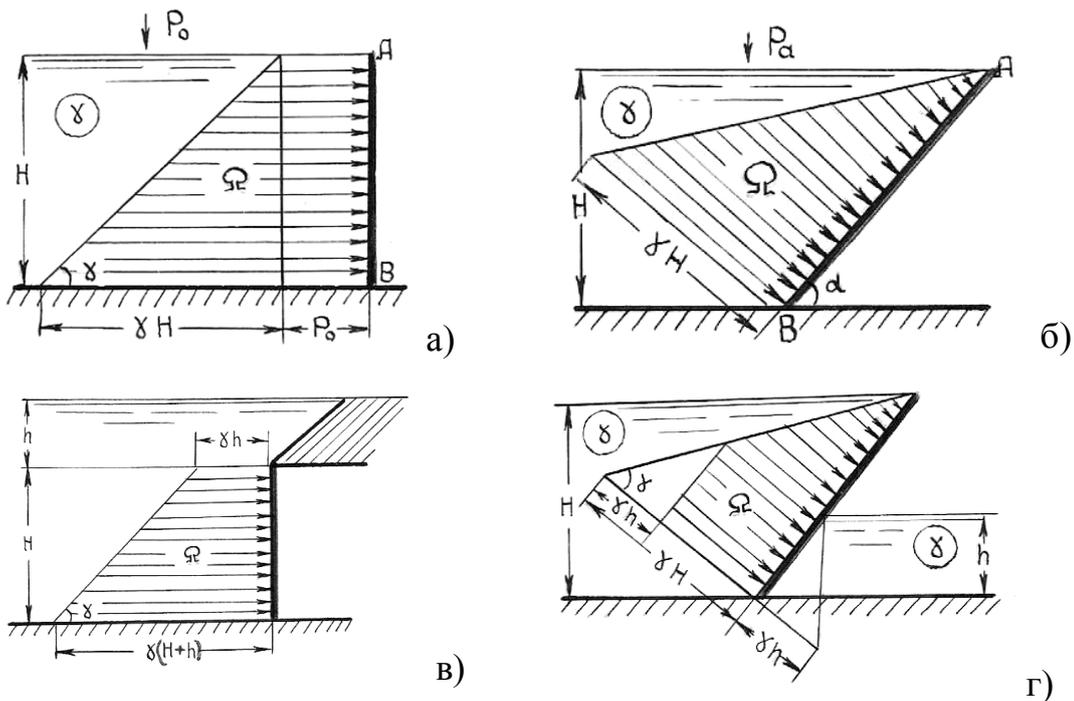


Рис. 3.1. Эпюра гидростатического давления

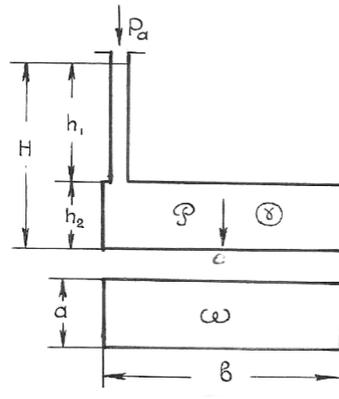


Рис. 3.2. К примеру 3.1

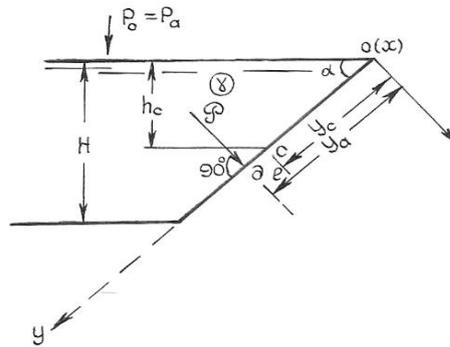


Рис. 3.3. К определению «Сила весового давление»

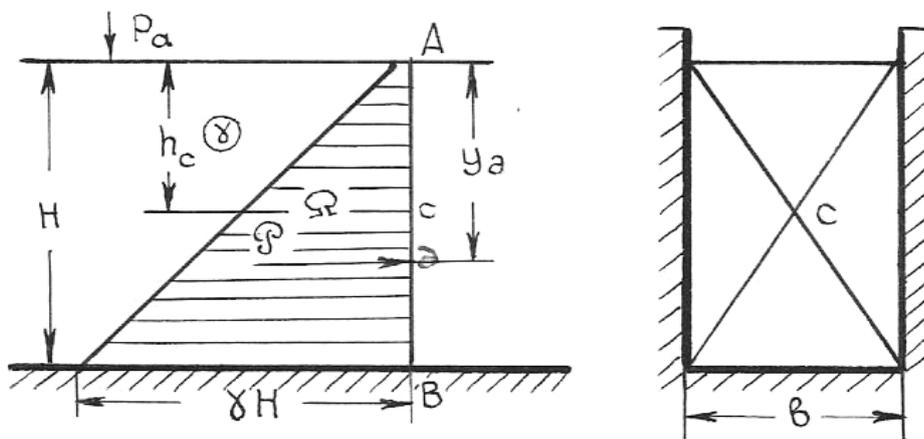


Рис 3.4. Графоаналитическое определение силы весового давления на плоские стенки

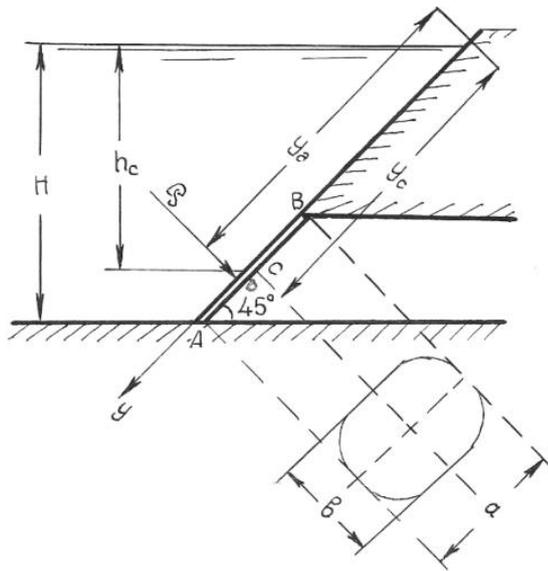


Рис 3.5. К примеру 3.4

4. Определение силы гидростатического давления на цилиндрические поверхности

4.1. Величина силы, действующей на цилиндрические поверхности

Рассмотрим частный случай действия силы избыточного (весового) давления на цилиндрическую поверхность.

Сила давления P , действующая на цилиндрическую поверхность ABC (рис.4.1) с горизонтальными образующими, определяется по формуле:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}, \quad (4.1)$$

где P_x - горизонтальная составляющая;

P_z - вертикальная составляющая силы.

4.1.1. Определение горизонтальной составляющей силы

Горизонтальная составляющая P_x равна силе давления на вертикальную проекцию цилиндрической поверхности. P_x может быть определена аналитическим или графоаналитическим способами.

При аналитическом решении P_x определяется по формуле:

$$P_x = \gamma \cdot h_c \cdot \omega_z, \quad (4.2)$$

где: h_c - глубина центра тяжести площади вертикальной проекции цилиндрической поверхности;

ω_z – площадь вертикальной проекции цилиндрической поверхности (рис.4.1).

При графоаналитическом способе P_x определяется по формуле:

$$P_x = \Omega_x \cdot v, \quad (4.3)$$

где: Ω_x – площадь эпюры давления на вертикальную проекцию цилиндрической поверхности; v - длина цилиндрической поверхности.

Порядок определения величины и точки приложения P_x аналитическим и графоаналитическим способами такой же как и при определении силы гидростатического давления P на прямоугольную вертикальную стенку с горизонтальным основанием.

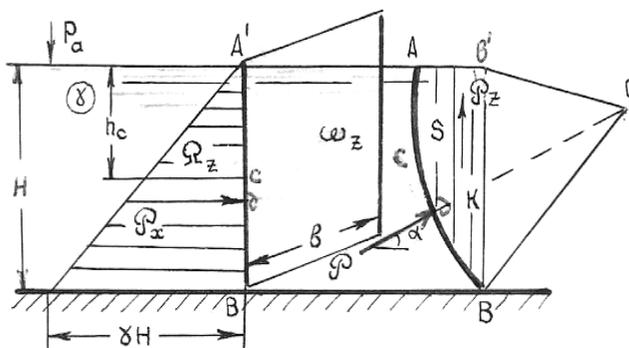


Рис. 4.1. Эпюра давления на цилиндрическую поверхность ABC

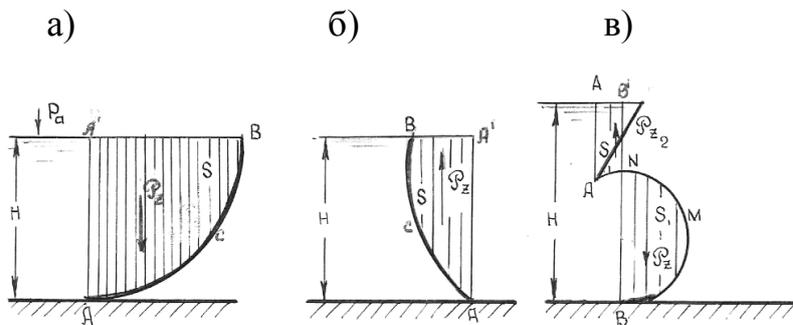


Рис. 4.2. Примеры построения тела давления

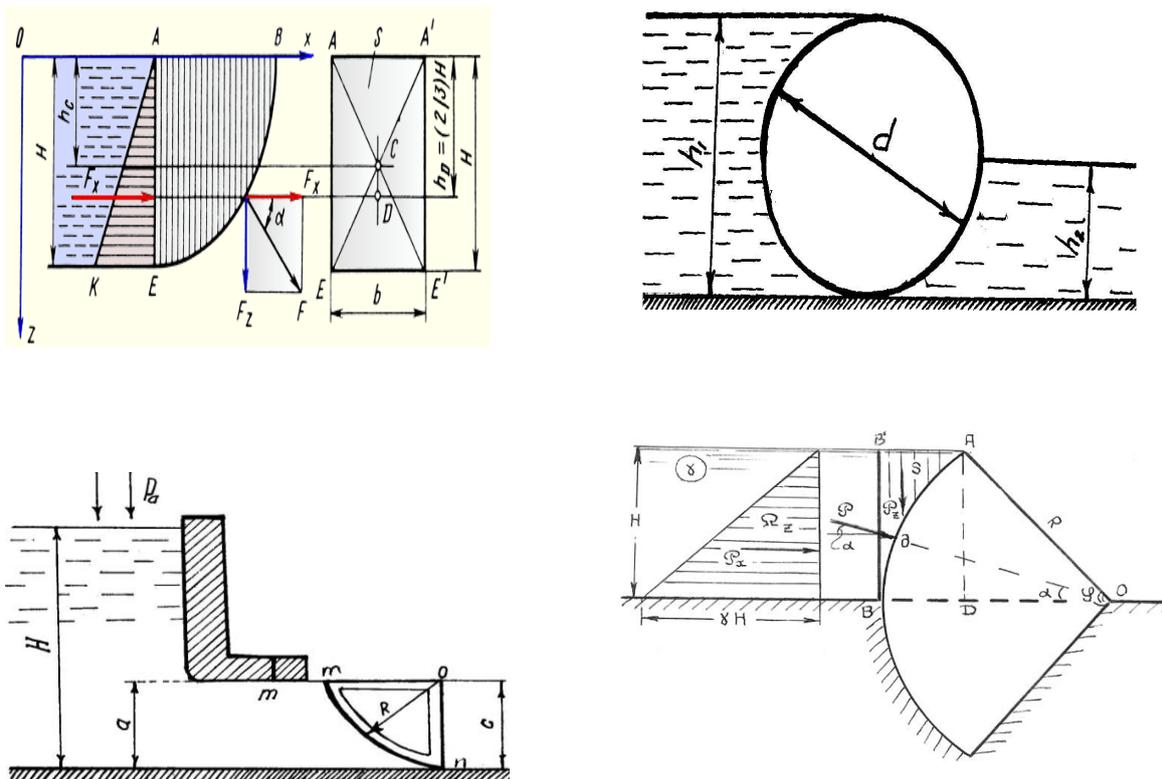


Рис. 4.3. Сила давления на круговую поверхность

4.1.2. Определение вертикальной составляющей силы

Вертикальная составляющая P_z определяется графоаналитическим способом по формуле:

$$P_z = \gamma \cdot V, \quad (4.4)$$

где: V - объём тела давления $V=S \cdot v$;

S - площадь сечения тела давления (рис.4.1;4.2, а, б, в).

Для построения тела давления необходимо из крайних образующих рассматриваемой цилиндрической поверхности, на которую действует жидкость, провести вертикальные плоскости до пересечения со свободной поверхностью жидкости или её продолжением.

Тело давления ограничивается цилиндрической поверхностью, её проекцией на свободную поверхность и вертикальными проектирующими плоскостями, проведенными через крайние образующие рассматриваемой цилиндрической поверхности.

Тело давления может быть заполнено жидкостью (рис.4.2.а), тогда вертикальная составляющая P_z направлена вниз и проходит через центр тяжести фигуры $AA'B$.

Построенное тело давления для случая, показанного на рис.4.2. б находится вне жидкости, сила P_z , проходящая через центр тяжести фигуры ABA' направлена вертикально вверх.

Если цилиндрическая поверхность AMB (рис.4.2.в) испытывает одновременно действие вертикальных сил, направленных вверх и вниз, то результирующая сила P_z определяется как алгебраическая сумма весов тел давления на каждую часть поверхности и направлена в сторону большей силы:

$$P_z = P_{z_1} - P_{z_2} = \gamma(V_{NMB} - V_{AA'B'N}). \quad (4.5)$$

4.2. Направление силы P и точки её приложения

Линия действия силы давления на цилиндрическую поверхность приходит под углом α к горизонту, определяемом по формуле:

$$\operatorname{arctg} \alpha = \frac{P_z}{P_x}. \quad (4.6)$$

В общем случае равнодействующая P проходит через точку пересечения линий действия составляющих P_x и P_z под углом α к горизонту.

Если цилиндрическая поверхность представляет собой круговой цилиндр, то сила P должна пройти через центр окружности (рис.4.3., точка O).

Выполнив, в масштабе соответствующие графические построения найдём точку приложения силы P - точку δ .

4.3. Примерный состав задач по теме 4

Пример 4.1

Определить силу давления на секторный затвор, её направление и точку приложения. Глубина воды перед затвором $H=3,0$ м., длина затвора $\nu=5,0$ м., $\angle \varphi=60^\circ$ (рис.4.3.)

Решение:

1. Горизонтальная составляющая силы давления:

$$P_x = \gamma h_c \omega_z = \gamma \frac{H}{2} H b = \gamma \frac{H^2}{2} \cdot b = 1,0 \cdot \frac{3,0^2}{2} \cdot 5,0 = 22,5 \text{ мс}$$

или

$$P_x = \Omega_c b = \gamma \frac{H^2}{2} \cdot b = 1,0 \cdot \frac{3,0^2}{2} \cdot 5,0 = 22,5 \text{ мс},$$

P_x проходит через центр тяжести эпюры Ω_x .

2. Вертикальная составляющая P_z определяется по формуле $P_z = \gamma \cdot V = \gamma \cdot S \cdot e$, где площадь поперечного сечения тела давления

$$S = \omega_{BB'AO} - \omega_{BAO}$$

радиус затвора :

$$R = \frac{H}{\sin \varphi} = \frac{3,0}{\sin 60^\circ} = \frac{3,0}{0,863} = 3,46 \text{ м}$$

$$OD = R \cdot \cos \varphi = 3,46 \cdot 0,5 = 1,73 \text{ м}$$

$$BD = R - OD = 3,46 - 1,73 = 1,73 \text{ м}$$

$$\omega_{BB'AO} = \frac{\overline{B'A} + R}{2} H = \frac{1,73 + 3,46}{2} \cdot 3,0 = 7,79 \text{ м}^2$$

$$\omega_{BAO} = \pi R^2 \frac{\varphi}{360} = 3,14 \cdot 3,462 \cdot \frac{1}{6} = 6,28 \text{ м}^2$$

Площадь тела давления:

$$S = 7,79 - 6,28 = 1,51 \text{ м}^2$$

Вертикальная составляющая:

$$P_z = 1,0 \cdot 1,51 \cdot 5,0 = 7,55 \text{ мс}$$

Сила действующая на секторный затвор :

$$P = \sqrt{22,5^2 + 7,55^2} = 23,8 \text{ мс}$$

Направление линии действия силы определяется углом α к горизонту

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_z}{P_x} = \frac{7,55}{22,5} = 0,335 \quad u < \alpha = 19,5^\circ$$

Пример 4.3

Определить силу давления воды на ее цилиндрическую поверхность ABC , направление ее и центр давления при следующих заданных величинах: $H=3.0\text{м}$; $d=1.0\text{м}$, длина затвора $b=5.0\text{м}$ (рис 4.4).

Решение:

1. Горизонтальная составляющая силы:

$$P_x = \gamma \left(H - \frac{d}{2} \right) db = 1,0 \left(3,0 - \frac{1,0}{2} \right) \cdot 1,0 \cdot 5,0 = 12,5 \text{ тс} .$$

2. Вертикальная составляющая силы:

$$P_z = \gamma \frac{\pi d^2}{4 \cdot 2} \cdot b = 1,0 \cdot 0,785 \frac{1,0^2}{2} \cdot 5,0 = 1,96 \text{ тс} .$$

3. Сила на затвор будет:

$$P = \sqrt{12,5^2 + 1,96^2} = 12,7 \text{ тс} .$$

4. Угол наклона к горизонту вектора силы F :

$$\angle \alpha = \text{arctg} \frac{1,96}{12,5} = 9^\circ .$$

5. Центр давления определяем графически, как в примере 4.2.

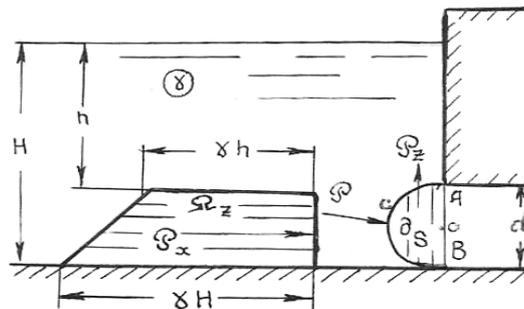


Рис. 4.4. К примеру 4.3

4.4. Закон Архимеда. Плавание тел

Закон Архимеда – закон статики жидкостей и газов, согласно которому на погруженное в жидкость (или газ) тело действует выталкивающая сила, равная весу жидкости в объеме тела.

Кубик с ребром a погружен в воду, причем и вода, и кубик неподвижны. Известно, что давление в тяжелой жидкости увеличивается пропорционально

глубине – очевидно, что более высокий столбик жидкости более сильно давит на основание. Гораздо менее очевидно (или совсем не очевидно), что это давление действует не только вниз, но и в стороны, и вверх с той же интенсивностью – это закон Паскаля.

Если рассмотреть силы, действующие на кубик, то в силу очевидной симметрии силы, действующие на противоположные боковые грани, равны и противоположно направлены – они стараются сжать кубик, но не могут влиять на его равновесие или движение. Остаются силы, действующие на верхнюю и на нижнюю грани. Пусть h – глубина погружения верхней грани, ρ – плотность жидкости, g – ускорение силы тяжести; тогда давление на верхнюю грань равно :

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h$$

а на нижнюю :

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot (h+a)$$

Сила давления равна давлению, умноженному на площадь, т.е :

$$F_1 = p_1 \cdot a^2, F_2 = p_2 \cdot a^2,$$

где a – ребро кубика, причем сила F_1 направлена вниз, а сила F_2 – вверх. Таким образом, действие жидкости на кубик сводится к двум силам – F_1 и F_2 и определяется их разностью, которая и является выталкивающей силой:

$$F_2 - F_1 = \rho \cdot g \cdot (h+a) \cdot a^2 - \rho g h a \cdot a^2 = \rho g a^3$$

Сила – выталкивающая, так как нижняя грань, естественно, расположена ниже верхней и сила, действующая вверх, больше, чем сила, действующая вниз. Величина $F_2 - F_1 = \rho g a^3$ равна объему тела (кубика) a^3 , умноженному на вес одного кубического сантиметра жидкости (если принять за единицу длины 1 см). Другими словами, выталкивающая сила, которую часто называют архимедовой силой, равна весу жидкости в объеме тела и направлена вверх. Этот закон установил античный греческий ученый Архимед, один из величайших ученых Земли.

Если тело произвольной формы занимает внутри жидкости объем V , то действие жидкости на тело полностью определяется давлением, распределенным

по поверхности тела, причем заметим, что это давление совершенно не зависит от материала тела – («жидкости все равно на что давить»).

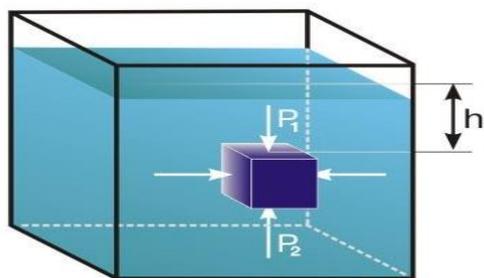


Рис. 4.5

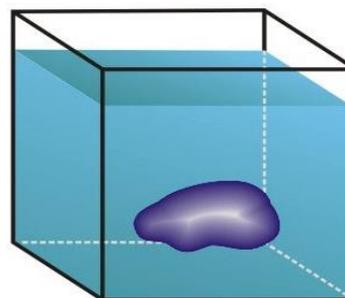


Рис. 4.6

Для определения результирующей силы давления на поверхность тела нужно мысленно удалить из объема V данное тело и заполнить (мысленно) этот объем той же жидкостью. С одной стороны, есть сосуд с жидкостью, находящейся в покое, с другой стороны внутри объема V – тело, состоящее из данной жидкости, причем это тело находится в равновесии под действием собственного веса (жидкость тяжелая) и давления жидкости на поверхность объема V . Так как вес жидкости в объеме тела равен ρgV и уравнивается равнодействующей сил давления, то величина ее равна весу жидкости в объеме V , т.е. ρgV .

Примерный состав задач по теме

Задача.

Автомобиль весом $G_a=30\text{кН}$ установлен на паром размерами $L=8\text{м}$, $B=4\text{м}$, $H=1\text{м}$. Проверить устойчивость парома, если его вес $G_{\text{п}}=50\text{кН}$ приложен на половине его высоты, а центр тяжести автомобиля находится на высоте $h_a=1\text{м}$ от верхней плоскости парома. Установить, как изменится метацентрическая высота h_m , если на автомобиль будет уложен груз $h_1=2\text{м}$ от верхней плоскости парома.

Решение.

1. Найдем положение центра части парома с автомобилем (без груза) относительно нижней плоскости парома:

$$h_{\text{ц.т.}} = \frac{G \cdot \frac{H}{2} + G_a(h_a + H)}{G_{\text{п}} + G_a} = \frac{50 \cdot \frac{1}{2} + 30(1+1)}{50+30} = 1,063 \text{ м.}$$

2. Водоизмещение парама с автомобилем (объем воды, вытесненной паром) :

$$W = \frac{G_{II} + G_a}{\rho g} = \frac{50000 + 30000}{1000 \cdot 9,81} = 8,15 \text{ м}^3.$$

3. Осадка парама:

$$h = \frac{W}{BL} = \frac{8,15}{4 \cdot 8} = 0,255 \text{ м.}$$

3. Расстояние центра водоизмещения от нижней плоскости парама :

$$h_{ц.т.} = \frac{h}{2} = \frac{0,255}{2} = 0,127 \text{ м.}$$

4. Расстояние между центром тяжести и центром водоизмещения :

$$e = h_{ц.т.} - h_{ц.в.} = 1,063 - 0,127 = 0,936 \text{ м.}$$

5. Момент инерции площади плоскости плавания :

$$I_0 = \frac{BL^3}{12} = \frac{8 \cdot 4^3}{12} = 42,7 \text{ м}^4$$

6. Метacentрическая высота:

$$h_M = \frac{I_0}{W} - e = \frac{42,7}{8,15} - 0,936 \approx 4,3 \text{ м.}$$

Так как метacentрическая высота положительна, то паром или о устойчив.

Для случая наружного автомобиля аналогично находим:

$$h'_{ц.т.} = \frac{G_{II} \frac{H}{2} + G_a (h_a + H) + G_r (h_1 + H)}{G_{II} + G_a + G_r} = \frac{50 \cdot \frac{1}{2} + 30(1+1) + 30(2+1)}{50 + 30 + 30} = 1,59 \text{ м};$$

$$W' = \frac{G_{II} + G_a + G_r}{\rho g} = \frac{50000 + 30000 + 30000}{1000 \cdot 9,81} = 11,21 \text{ м}^3;$$

$$h' = \frac{W'}{BL} = \frac{11,21}{8 \cdot 4} = 0,35 \text{ м};$$

$$h'_{ц.в.} = \frac{h'}{2} = \frac{0,35}{2} = 0,175 \text{ м};$$

$$e' = h'_{ц.т.} - h'_{ц.в.} = 1,59 - 0,175 = 1,415 \text{ м};$$

$$h'_M = \frac{I_0}{W'} - e' = \frac{42,7}{11,21} - 1,415 = 2,39 \text{ м.}$$

Следовательно, при наличии груза на автомобиле метacentрическая высота уменьшится на

$$\Delta h = h_M - h'_M = 4,3 - 2,39 = 1,91 \text{ м.}$$

Но паром и при наличии груза будет или устойчив.

ГИДРОДИНАМИКА

5. Уравнение Бернулли. сопротивления движению жидкости

5.1. Гидравлические элементы живого сечения потока. Расход и средняя скорость

Классификация потоков по характеру границ. Поток жидкости в гидравлике называют движущуюся массу жидкости, ограниченную направляющими твердыми поверхностями, поверхностями раздела жидкостей или свободными поверхностями. В зависимости от характера и сочетания ограничивающих поток поверхностей потоки делятся на безнапорные, напорные потоки и гидравлические струи.

Безнапорные потоки ограничены частично твердой, частично свободной поверхностью. Примером таких потоков может служить поток в реке или в канале, а также в трубе, работающей неполным сечением.

Напорные потоки ограничены твердыми поверхностями, например поток в трубе, все сечения которое заполнено движущейся жидкостью и при этом стенки трубы испытывают давление со стороны потока, отличающееся от давления окружающей среды (в таких случаях говорят, что труба работает полным сечением под напором).

Гидравлические струи ограничены только жидкостью или газовой средой, например струя, вытекающая из сосуда через отверстие в атмосферу, или струя воды, выбрасываемая гидромонитором при подводной разработке грунта.

Живое сечение, гидравлический радиус. Сечение потока, во всех точках которого линии тока, пересекающие эту поверхность, нормальны к ней, называется *живым сечением потока*. Разбив поток на элементарные струйки, получим, что площадь живого сечения потока равна сумме площадей $d\omega$ живых сечений элементарных струек:

$$\omega = \int d\omega .$$

Смоченный периметр представляет собой длину линии, по которой жидкость в живом сечении соприкасается с твердыми поверхностями, ограничивающими поток. При напорных потоках длина смоченного периметра χ равна длине всего периметра живого сечения, а в безнапорных потоках смоченный периметр составляет некоторую часть полного периметра. *Гидравлическим радиусом* называется отношение площади живого сечения к смоченному периметру в этом сечении:

$$R = \frac{\omega}{\chi} .$$

В напорном потоке для круглого живого сечения имеем

$$R = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4} .$$

Объемное количество жидкости, проходящей через живое сечение потока в единицу времени, называется *расходом потока* в данном сечении или просто расходом.

Расход жидкости Q -объем жидкости, проходящей в единицу времени через живое сечение. Размерность $|Q| = \frac{L^3}{t}$; измеряется расход в m^3 / c , л /с и т.д.

Важной характеристикой потока является *средняя скорость потока* в данном сечении, представляющая собой частное от деления расхода Q на площадь живого сечения ω потока:

$$v = \frac{Q}{\omega} .$$

5.2. Уравнение Бернулли для идеальной жидкости.

Значение слагаемых уравнения

В случае идеальной жидкости уравнение Бернулли имеет вид:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} . \quad (5.1)$$

Для пояснения слагаемых уравнения приводится следующая таблица 5.1.

Геометрическая и энергетическая интерпретация уравнения Бернулли.

таблица 5.1

Слагаемые уравнения	Геометрический смысл		Энергетический смысл	
обозначение	название	положение на чертеже	обозначение	название
Z	Ордината точки рассматриваемого сечения	Расстояние от плоскости $O-O$ до точки <i>по вертикали</i>	$\varepsilon_n(z)$	Удельная потенциальная энергия положения
p/γ	Пьезометрическая высота	Расстояние от точки до линии $P-P$ <i>по вертикали</i>	$\varepsilon_n(p)$	Удельная потенциальная энергия давления
$H_p = Z + p/\gamma$	Потенциальный напор	Расстояние от плоскости $O-O$ до линии $P-P$ <i>по вертикали</i>	ε_n	Удельная потенциальная энергия
$u^2/2g$	Скоростной напор	Расстояние от линии $P-P$ до $\varepsilon-\varepsilon$ <i>по вертикали</i>	ε_k	Удельная кинетическая энергия
$H_t = Z + p/\gamma + u^2/2g$	Полный напор	Расстояние от плоскости $O-O$ до линии $\varepsilon-\varepsilon$ <i>по вертикали</i>	$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_k$	Полная удельная энергия

Слагаемые уравнения Бернулли имеют линейную размерность и могут быть изображены геометрически, как это показано на рисунке 5.1. На этом рисунке студентам надо будет пояснить, как откладываются величины Z , p/γ и $u^2/2g$.

Проведя линию по горизонтам жидкости в пьезометрах получим пьезометрическую линию $P-P$.

Эта линия будет проходит на расстоянии H_p от плоскости $O-O$. Линия $P-P$ может снижаться или повышаться по течению. При этом линия $P-P$ будет иметь положительный или отрицательный уклон I_p , называемый пьезометрическим уклоном.

В гидродинамических трубках горизонты жидкости надо показывать на одной отметке. Линия, проведенная по горизонтам жидкости в этих трубках называется напорной линией ε - ε . В случае идеальной жидкости линия ε - ε будет горизонтальной линией, параллельной плоскости $O-O$.

Гидравлический уклон в случае идеальной жидкости $I_e = 0$.

Линия ε - ε будет проходить выше линии $P-P$ на величину скоростного напора $u^2/2g$.

Все слагаемые уравнения Бернулли выражают также и удельную энергию, принадлежащую единице веса жидкости.

5.3. Общая схема применения уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли может быть применено к потоку, если выполняются два основных условия:

1. Движение жидкости должно быть установившимся.
2. Движение жидкости в сечениях, соединяемых уравнением Бернулли должно быть параллельно струйным или плавно изменяющимся. Между указанными сечениями движение может быть резко изменяющимся.

Порядок применения уравнения Бернулли при решении задач надо рассматривать в начале на простой схеме, как изображено на рис. 5.2

Схема применения уравнения Бернулли следующая:

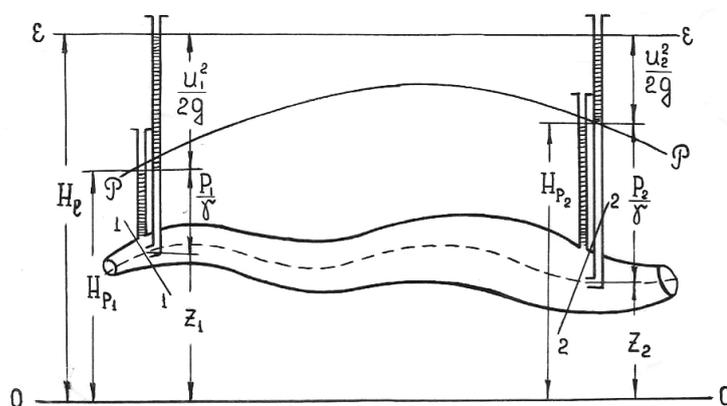


Рис. 5.1. Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли для идеальной жидкости

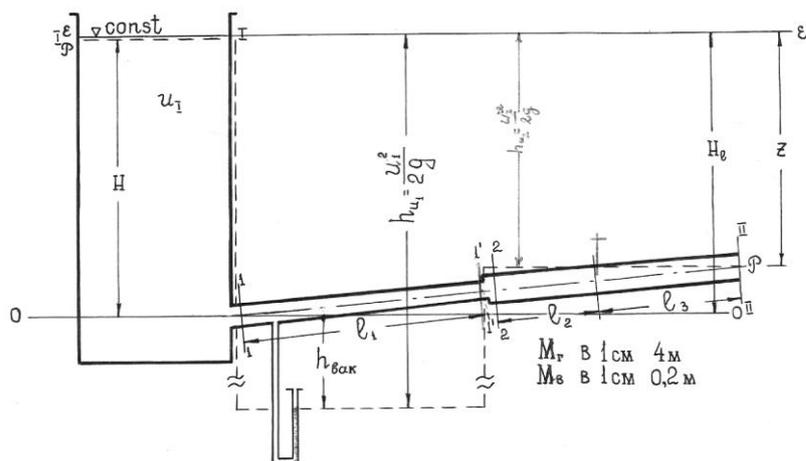


Рис. 5.2. К уравнению Бернулли для идеальной жидкости

1. Рассматриваемая гидравлическая система разбивается сечениями на участки с разными площадями поперечного сечения (при рассмотрении идеальной жидкости).

2. Проводится горизонтальная плоскость сравнения $O-O$ так, чтобы величина Z для назначенных сечений легко определялась или обращалась в ноль (особенно для начального и конечного сечений).

3. Намечаются два сечения таким образом, чтобы в составленном уравнении была только одна неизвестная величина. Остальные слагаемые должны быть известны или могли быть выражены известными величинами. Уравнение Бернулли записывается в общем виде.

4. Определяются значения слагаемых этого уравнения.

5. Найденные выражения слагаемых подставляются в уравнение Бернулли и выполняется решение относительно неизвестной величины.

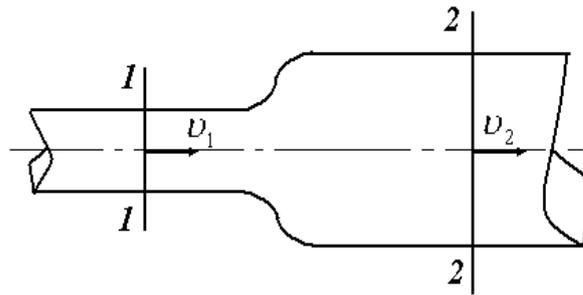
5.4. Совместное применение уравнения Бернулли и неразрывности движения при определении расхода

При установившемся движении уравнение неразрывности записывается в виде:

$$Q = \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2 = \dots = \omega v = const, \quad (5.2)$$

откуда получаем :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} . \quad (5.3)$$



Классическим примером совместного применения уравнения Бернулли и уравнения неразрывности движения является решение по определению расхода с помощью расходомера Вентури.

Пример 5.1.

На трубопроводе установлен расходомер Вентури. Диаметр трубопровода $d_1=15.0$ см диаметр горловины расходомера $d_2=7, 0$ см.

Определить расход воды, протекающий по трубопроводу, если разность показаний пьезометров $\Delta h=25$ см. При расчете потерями напора и сжатием струи в пределах расходомера пренебречь.

Решение:

1. Площадь поперечного сечения:

а) трубопровода $\omega_1=0.785 d_1^2=0.785 \cdot 15^2=177 \text{ см}^2$,

б) горловины расходомера $\omega_2=0.785 d_2^2=0.785 \cdot 7^2=38.5 \text{ см}^2$.

2. Назначив произвольно плоскость сравнения $O-O$, запишем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2; пренебрегая потерями напора:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} .$$

3. Перенесем члены, выражающие кинетическую энергию в первую часть уравнения:

$$\left(Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \right) - \left(Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \right) = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} .$$

На рис. 5.3 видно, что $\left(Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \right) - \left(Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \right) = \Delta h$,

тогда
$$\Delta h = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} .$$

4. Применив уравнение неразрывности, выразим скорость в трубопроводе v_1 через скорость в водомере v_2

$$v_1 = v_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} .$$

5. Подставим в выражение для Δh полученное значение скорости v_1

$$\Delta h = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 .$$

6. Из последнего выражения найдем скорость

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2}}$$

7. Теоретический расход, без учета потерь напора

$$Q_T = \omega_2 v_2 = \omega_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2}}$$

Для данного расходомера значение $\omega_2 \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2}}$ выражает постоянную

величину. Обозначив ее через A – постоянную расходомера, получим:

$$Q = A\sqrt{\Delta h} .$$

8. Подставив заданные значения в выражение для A , будем иметь:

$$A = 38,5 \sqrt{\frac{1962}{1 - \left(\frac{38,5}{177} \right)^2}} = 1730 \text{ см}^{2,5} / \text{с} .$$

9. Величина теоретического расхода будет:

$$Q_T = 1730 \cdot \sqrt{25} = 8650 \text{ см}^3 / \text{с} = 8,65 \text{ л} / \text{с} = 0,00865 \text{ м}^3 / \text{с} .$$

При движении реальной жидкости необходимо учитывать потери напора, тогда фактический расход будет меньше теоретического :

$$Q = \mu A \sqrt{\Delta h} ,$$

где: μ - коэффициент расхода расходомера $\mu < 1.0$ определяется опытным путем .

5.5. Построение напорной $E-E$ и пьезометрической $P-P$ линий для потока идеальной жидкости

Для наглядности этот вопрос следует пояснить на примере построения линий $\varepsilon-\varepsilon$ и $P-P$ для трубопровода с расширяющимся и сужающимся поперечным сечением аналогично изображенному на рис. 5.2.

Пример 5.2

Дано: $d_1 = 15 \text{ см}$; $d_2 = 20 \text{ см}$; $\ell_1 = 20 \text{ м}$; $\ell_2 = \ell_3 = 10 \text{ м}$; $H = 1.2 \text{ м}$; $Z = 1.0 \text{ м}$

Принимаем скорость в резервуаре $v_1 \approx 0$

Решение: 1. Назначаем сечения и плоскость сравнения $O-O$ как показано на рис.5.2

2. Составляем уравнение Бернулли для сечений 1-1, где все слагаемые известны и 2-2, где неизвестна скорость v_2

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} .$$

3. Определяем значения слагаемых уравнения и вычисляем скорость v_2 которая будет скоростью во второй трубе $v_2 = v_1$

$$Z_1 = H = 1.2 \text{ м}$$

$$p_1 = p_2 = p_a ; v_1 \approx 0, Z_2 = H - Z = 1.2 - 1.0 = 0.20 \text{ м}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = H - (H - Z) = Z = 1.0 \text{ м}$$

$$\text{и } v_2 = \sqrt{2gZ} = 4.43 \cdot 1 = 4.43 \text{ м / с}$$

4. Расход системы будет:

$$Q = v_2 \omega_2 = v_2 0.785 \quad d_2^2 = 4.43 \cdot 0.00314 = 0.139 \text{ м}^3 / \text{с} = 139 \text{ л / с} .$$

5. Используя уравнение неразрывности движения определим скорость в первой трубе:

$$v_1 = v_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = v_2 \frac{d_2^2}{d_1^2} = 4.43 \cdot 1.78 = 7.9 \text{ м / с} .$$

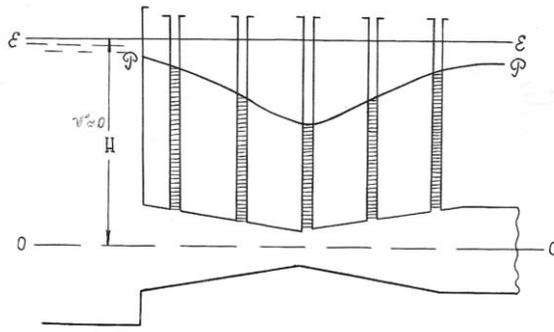


Рис. 5.3. К уравнению Бернулли для идеальной жидкости

6. Вычисляем скоростные напоры :

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{7,9^2}{19,62} = 3,18 \text{ м} , \quad \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4,43^2}{19,62} = 1,0 \text{ м}$$

7. Определяем величины гидродинамического напора (полной удельной энергии) в сечениях системы для построения линии $E-E$.

Так как силы трения в идеальной жидкости отсутствуют, то удельная энергия потока остается постоянной $H_e = const$, и линия $E-E$ представляет собой прямую горизонтальную линию. Для построения этой линии следует определить значение H_e в любом сечении системы, отложить его от плоскости сравнения $O-O$ вверх и провести прямую горизонтальную линию через полученную отметку.

В рассматриваемом случае
$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H = 1,2 \text{ м}$$

8. Определяем пьезометрический напор H_p в сечениях системы для построения линии пьезометрического напора $p-p$.

Пьезометрический напор определяется по формулам:

$$H_p = Z + \frac{p}{\gamma} , \quad (5.4)$$

или

$$H_p = H_l - \frac{v^2}{2g} . \quad (5.5)$$

Расчеты по построению линий *E-E* и *P-P* лучше выполнить в таблице следующего вида:

Расчетные величины к примеру 5.2

№ сечений	$d(м)$	$\omega(м)^2$	$v(м/с)$	$v^2/2g(м)$	$H_e(м)$	$H_p(м)$
1	-	-	0	0	1,2	1,2
1	0,15	0,0177	7,90	3,18	1,2	-1,98
2	1,5	0,0177	7,90	3,18	1,2	-1,98
3	0,20	0,0314	4,43	1,00	1,2	0,20
11	0,20	0,0314	4,43	1,00	1,2	0,20

При построении линии *P-P* значения H_p во всех сечениях системы откладываются от плоскости сравнения *O-O*: положительные значения вверх, отрицательные – вниз. Соединив полученные отметки прямыми линиями (на участках трубопровода с постоянным диаметром) или кривыми (на участках с плавно изменяющимся диаметром), получим линию *P-P*.

5.6. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

Уравнение Бернулли составляется для двух сечений, где движение параллельно струйное или плавно изменяющееся, относительно плоскости сравнения *O-O* и для потока реальной жидкости имеет вид:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_{f(1-2)}, \quad (5.6)$$

где: Z и $\frac{p}{\gamma}$ - имеют тот же смысл, что и в случае идеальной жидкости;

α - корректив кинетической энергии;

$h_{f(1-2)}$ потери напора, или полной удельной энергии, на преодоление сопротивлений движению жидкости от первого до второго сечения.

$$\dim h_f = [L] \quad м: см и т. д.$$

Следует обратить внимание студентов на то, что при движении жидкости удельная энергия (напор) вниз по течению потока уменьшается и $He_1 > He_2$ на величину h_f .

5.7. Виды потерь напора при движении реальной жидкости и формулы для их определения

Потери напора бывают двух видов:

h_e - потери напора на трение по длине и h_m - местные потери напора

Таким образом, в общем случае имеем:

$$h_f = \Sigma h_e + \Sigma h_m \quad . \quad (5.7)$$

Потеря напора по длине при установившемся равномерном движении жидкости определяется по формуле Вейсбаха – Дарси:

$$h_e = \frac{\lambda l}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad , \quad (5.8)$$

где: λ - коэффициент гидравлического трения;

l - длина потока;

R - гидравлический радиус.

Для круглых труб $4R=d$ и формула записывается в ином виде:

$$h_e = \frac{\lambda l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad , \quad (5.9.)$$

или, обозначив $\frac{\lambda l}{d} = \varphi_2$ - коэффициент сопротивления по длине, будем иметь:

$$h_e = \varphi_2 \frac{v^2}{2g} \quad . \quad (5.10)$$

В общем случае $\lambda = f(Re, \bar{\Delta})$

где: $\bar{\Delta} = \Delta/d$ - относительная шероховатость;

Δ - высота выступов шероховатости, зависит от материала труб, способа их изготовления и эксплуатационного состояния.

Величина Δ принимается по гидравлическому справочнику: ([1], стр. 138, таблица 4-2, [2] стр. 32, таблица 4-1 или таблица 2, приложение) :

Re - число Рейнольдса (безразмерная величина), определяется по формуле:

$$Re = \frac{v \cdot 4R}{\nu} , \quad (5.11)$$

где: ν - коэффициент кинематической вязкости, его значение принимается по справочным данным ([1], стр. 112 [2] стр. 13). $dim \nu = L^2 t^{-1}; m^2/c; cm^2/c; (стокс)$.

Затем кратко упоминается о существовании двух режимов движения жидкостей: ламинарного при $Re_a < Re_k$, и турбулентного при $Re_a > Re_k$. При этом следует указать, что в случае напорного движения всех жидкостей при любой температуре критическое число Рейнольдса $Re_k = 2320$.

Исследования И.Никурадзе и других учёных позволили выделить три основных зоны и три области сопротивления.

Зона I - вязкого сопротивления, движение ламинарное :

$$Re \leq 2320; \lambda = f(Re)$$

Из закона Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{Re_d} . \quad (5.12)$$

Зона II -зона неустойчивого (переходного) режима, характеризующаяся : $2320 < Re_d < 4000; \lambda = f(Re)$

Коэффициент гидравлического трения может быть определен по формуле А.Д.Альтшуля:

$$\lambda = 0,1 \left(1,46 \bar{\Delta} + \frac{100}{Re_d} \right)^{0,25} = 0,1 \left(\Delta + \frac{68}{Re_d} \right)^{0,25} \quad (5.13)$$

Зона III – зона турбулентного режима. Эта зона делится на три области.

Первая область - область гладких русел. Эта область характеризуется показателями :

$$4000 < Re_d < \frac{10}{\Delta}; \quad \lambda = f(Re); \quad he: : v^{1.75};$$

Значение λ вычисляется по формуле А.Д.Альтшуля (5.13)

Вторая область – область до квадратичного сопротивления шероховатых русел. В этой области:

$$\frac{10}{\Delta} < \text{Re}_e < \frac{560}{\Delta}; \quad \lambda = f(\text{Re}_e, \bar{\Delta})$$

Значение λ вычисляется по формуле А.Д.Альтшуля (5.13)

Третья область-область квадратичного сопротивления. В этой области $\text{Re}_e > \frac{560}{\Delta}$, $\lambda = f(\bar{\Delta})$, $h_e: :v^2$. Значения коэффициента λ можно определить также по графику, составленному на основе формулы Кольбука-Уайта.

Местные потери напора. Потери напора на местные сопротивления определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_M = \varphi_M \frac{v^2}{2g}, \quad (5.14)$$

где: φ_M – коэффициент местных сопротивлений, принимается по гидравлическому справочнику [1], [2].

Приводимые в гидравлических справочниках значения коэффициентов местных сопротивлений отнесены к скорости за сопротивлением v_2 .

Следует обратить внимание на то, что теряемый напор в каждом рассматриваемом местном сопротивлении может быть выражен в долях скоростного напора перед сопротивлением $\left(\frac{v_1^2}{2g}\right)$ или за ним $\left(\frac{v_2^2}{2g}\right)$

Например, в случае резкого расширения, коэффициент сопротивления может быть определен по формулам:

$$\varphi_{PP}^{v_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2, \quad (5.15)$$

или

$$\varphi_{PP}^{v_1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2. \quad (5.16)$$

При истечении из трубы в бассейн больших размеров, когда $\omega_2 \approx \infty$ потеря напора равна:

$$h_{PP} = \int_{PP}^{v_1} \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}$$

поскольку, как следует из формулы (5.16), $\varphi_{pp} = 1.0$

Часто встречающиеся значения коэффициентов местного сопротивления φ_m приведены в [1] (таблица №1, приложение).

5.8. Построение напорной $E-E$ и пьезометрической $P-P$ линий для потока реальной жидкости

Построение линий $E-E$ и $P-P$ следует выполнять для той же системы, которая рассматривалась в случае идеальной жидкости.

Здесь рассмотрим построение линий $E-E$ и $P-P$ для системы изображенной на рис. 5.5 .

Пример 5.3.

Дано: $Q = 1.39$ л/с; $d_1 = 15$ см; $d_2 = 20$ см;
 $\ell_1 = 20$ м; $\ell_2 = \ell_3 = 10$ м; $a = 0.20$ м;

На середине второй трубы установлена простая задвижка. Трубы стальные цельносварные $\Delta = 0.10$ мм. Температура воды $t = 10^\circ$, $\nu = 0.013$ см²/с.

Требуется определить необходимый напор в начале системы, приняв скорость в резервуаре $v_f \approx 0$ и построить линии $E-E$ и $P-P$.

Решение:

Вначале поясняется принцип назначения сечений: между двумя соседними сечениями должен быть один вид сопротивления.

Затем проводится плоскость сравнения $O-O$ так, чтобы удобно было отсчитывать величину Z для сечений системы и записывается уравнение Бернулли для начального и конечного сечений системы:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f .$$

Рассматривая слагаемые уравнения, надо подчеркнуть, что в сосуде на свободной поверхности действует атмосферное давление. При истечении в атмосферу давление в конечном сечении :

$$P_2 = p_a .$$

Поэтому при расчете такой системы давление в начале и в конце системы уравновешивается и в расчете не учитывается.

Поскольку скорость движения жидкости в сосуде по сравнению со скоростью в трубах небольшая, то можно положить $v_1 \approx 0$, и соответственно скоростной напор в этом сечении :

$$\frac{v_1^2}{2g} = 0 \quad \text{величина} \quad Z_2 = a = 0.2 \text{ м}$$

Напор в начале системы из уравнения Бернулли будет:

$$H_{e_1} = a + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \Sigma h_e + \Sigma h_M,$$

где

$$\Sigma h_e = \xi_{e_1} \frac{v_1^2}{2g} + \xi_{e_2} \frac{v_2^2}{2g} = \frac{\lambda_1 l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{\lambda(l_2 + l_3)}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g},$$

$$\Sigma h_M = h_{bk} + h_{pp} + h_3 = \xi_{bx} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \xi_{pp} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \xi_3 \cdot \frac{v_3^2}{2g}.$$

Значения коэффициента λ вычисляем по формуле А.Д.Альтшуля (5.13) и проверяем правильность вычислений по графику (I) (стр.137)

Значения коэффициентов местных сопротивлений принимаются по справочным данным (I. стр.149-169, 2. Стр.38-48) .

Расчет для построения линий *E-E* и *P-P* надо выполнять в табличной форме следующего вида:

Расчетные величины к примеру 5.3

Таблица 5.3

№	d (см)	ω (м ²)	ℓ (м)	v (м/с)	$v^2/2g$ (м)	Re	Δ	λ	h_ℓ (м)	φ_m	h_m (м)	H_ℓ (м)	H_p (м)
I				0						0.50	1.59	16.73	16.73
1	0.15	0.077		7.90	3.18					0.60	0.60	15.14	11.96
2	0.15	0.177	20	7.90	3.18	910000	0.00067	0.018	7.62			7.52	4.34
3	0.2	0.0314	-	4.43	1.0					4.02	4.02	6.92	5.92
4	0.2	0.0314	10	4.43	1.0	512000	0.0005	0.017	0.85			6.07	5.07
5	0.2	0.0314	10	4.43	1.0	512000	0.0005	0.017	0.85			2.05	1.05
II	0.20	0.0314		4.43	1.0				Σh_ℓ =9,32м		Σh_m =6,21м	1.20	0.20

Напор в начале рассматриваемой системы равен:

$$H_{e_1} = 0,20 + 1,0 + 9,32 + 6,21 = 16,73 \text{ м}.$$

Построение линии *E-E*.

Для построения линии $E-E$ величину гидродинамического напора H_ℓ в сечениях откладывают вверх от плоскости сравнения $O-O$.

Линию $E-E$ можно строить с начала или конца системы. Для этого надо вычислить гидродинамический напор в начале H_{e_1} или конце H_{e_n} системы.

При известном напоре H_{e_1} значение гидродинамического напора в сечениях, лежащих ниже по течению, определяется путем вычитания потерь напора между соответствующими сечениями.

Например:

$$H_{e_1} = 16,73 \text{ м}$$

$$H_{e_1} = H_1 - h_{6x} = 16,73 - 1,59 = 15,14 \text{ м}$$

$$H_{e_2} = H_{e_1} - h_{e_1} = 15,14 - 7,62 = 7,52 \text{ м и т.д.}$$

При известном конечном напоре H_{e_n} , значения напора вычисляются прибавлением потерь напора между соответствующими сечениями.

Например:

$$H_{e_1} = a + \frac{\alpha v_2^2}{2g} = 0,20 + 1,0 = 1,20 \text{ м}$$

$$H_{e_5} = H_{e_n} - h_{e_n} = 1,20 + 0,85 = 2,05 \text{ м}$$

$$H_{e_4} = H_{e_5} - h_{e_3} = 2,05 + 4,02 = 6,07 \text{ м и т.д.}$$

После вычисления величин гидродинамического напора для всех сечений необходимо выполнить проверку правильности решений. Для этого определяется величина H_{e_1} - в начале системы, если был известен H_{e_n} и наоборот.

$$H_{e_1} = H_{e_n} + \sum h_f = 1,20 + 9,32 + 6,21 = 16,73 \text{ м ,}$$

$$H_{e_n} = H_{e_1} - \sum h_f = 16,73 - 9,32 - 6,21 = 1,20 \text{ м .}$$

Построение линии $P-P$.

Величину пьезометрического напора определяем по формулам: (5.4) или (5.5).

Значение H_p в сечениях может быть больше или меньше нуля. Положительные величины H_p откладываются вверх от плоскости сравнения $O-O$, отрицательные значения H_p откладываются вниз от плоскости $O-O$.

Проверка правильности вычисления значений H_p выполняется по формулам (5.4) или (5.5).

По вычисленным значениям H_ℓ и H_p строятся линии $E-E$ и $P-P$ в масштабе. При этом вертикальный и горизонтальный масштабы могут быть разными.

6. Расчет коротких напорных трубопроводов с постоянным диаметром

6.1. Расчетные зависимости и основные типы задач по расчету «коротких» трубопроводов с постоянным диаметром

«Короткими» трубопроводами принято называть такие гидравлические системы, при расчете которых необходимо учитывать потери напора по длине и местные. При этом для всей системы потери напора определяются как:

$$h_f = \sum h_\ell + \sum h_m.$$

«Короткие» трубопроводы рассчитываются по формулам:

$$Q = \mu_L \omega \sqrt{2g\Delta H_L}, \quad (6.1)$$

или

$$Q = \mu_P \omega \sqrt{2g\Delta H_P}, \quad (6.2)$$

где: ω - площадь живого сечения;

μ_ℓ, μ_p - коэффициент расхода.

$$\mu_\ell = \frac{1}{\sqrt{\xi_c}}, \quad (6.3)$$

$$\mu_p = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi_c}}, \quad (6.4)$$

где: ξ_c - коэффициент сопротивления системы;

$$\xi_c = \sum \xi_\ell + \sum \xi_M$$

$$\sum \xi_\ell = \frac{\lambda L}{d},$$

здесь: L - общая длина системы;

$\sum \xi_M$ - сумма коэффициентов местных сопротивлений сооружения (каждое сооружение имеет свои местные сопротивления в зависимости от его конструкции);

$\Delta H_\ell = h_f$ - разница гидродинамического напора в начале и конце сооружения, равная суммарным потерям напора;

ΔH_p – разница потенциального напора в начале и конце сооружения.

По этим формулам можно решать следующие практические задачи:

1. Даны d и ΔH_ℓ или ΔH_p , найти Q .
2. Даны d и Q , найти ΔH_ℓ или ΔH_p .
3. Даны Q , ΔH_ℓ или ΔH_p найти $d(\omega)$.

Задача № 1 решается в следующем порядке:

а) задаем ряд значений Q , определяем соответствующие им:

$$v, \frac{v^2}{2g}, \Sigma h_\ell, \Sigma h_m, \Delta H_\ell = \Sigma h_\ell + \Sigma h_m \text{ или } \Delta H_p = \Delta H_\ell \left(\frac{v_I^2}{2g} - \frac{v_{II}^2}{2g} \right),$$

где: v_1, v_2 - скорости в сечениях ;

б) строим график зависимости $Q=f(\Delta H_\ell)$ или $Q=f'(\Delta H_p)$;

в) из графика по заданной величине ΔH_ℓ или ΔH_p находим значение Q .

Задача № 2 решается так:

а) определяем коэффициенты сопротивлений для рассматриваемой гидравлической системы;

б) подсчитываем величину потери напора

$$\Delta H_\ell = h_f = \Sigma h_m + \Sigma h_\ell,$$

или

$$\Delta H_p = h_f - \left(\frac{v_I^2}{2g} - \frac{v_{II}^2}{2g} \right).$$

Задача № 3 рассматривается на примерах определения диаметра сифона, дюкера и всасывающей трубы насосной установки (рис 6.1; 6.2; 6.3)

В этой задаче должны быть известны следующие величины:

1. Расход Q ;
2. Положение геометрического центра начального и конечного сечений сооружений;
3. Давление P_I и P_{II} и скорость v_I и v_{II} в начальном и конечном сечениях системы;

4. Длина системы L ;
5. Материал труб в соответствии с которым устанавливается Δ ;
6. Температура воды $t^{\circ}\text{C}$ по которой определяется ν .
7. Должна быть известна конструкция сооружения, для которой устанавливаются виды местных сопротивлений.

Перед решением задач необходимо пояснить принцип работы каждого сооружения. Решение задач выполняется в следующем порядке:

1. Вычисляем разность напоров ΔH_e из уравнения Бернулли, составленного для граничных сечений системы $I-I$ и $II-II$, относительно плоскости сравнения, проведенной по горизонту воды нижнего канала.

- а) для сифона $\Delta H_L = Z$;
- б) для дюкера $\Delta H_L = Z + \frac{\alpha}{2g}(v_1^2 - v_2^2)$

в) для всасывающего трубопровода насосной установки (плоскость сравнения $(o-o)$ проходит по горизонту воды в водоеме) определить ΔH_e невозможно, т.к в конечном сечении $II-II$, перед входом в насос неизвестна скорость v

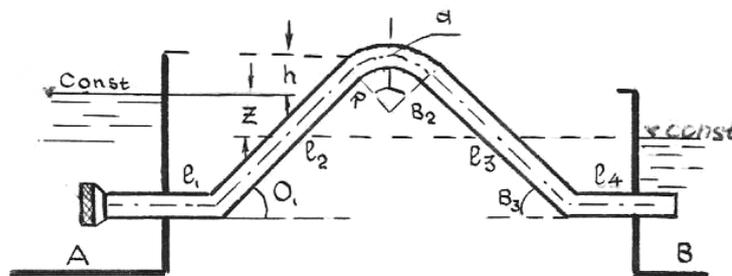


Рис. 6.1. Схема сифона

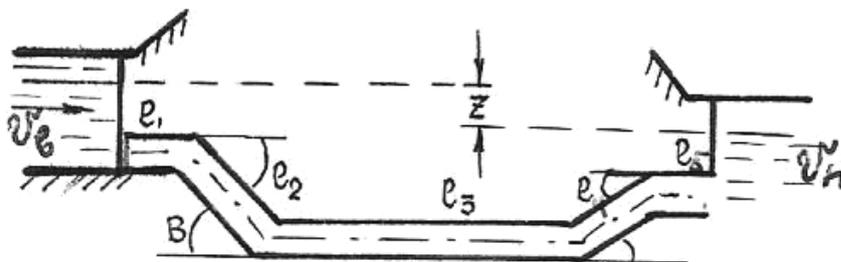


Рис. 6.2. Схема дюкера

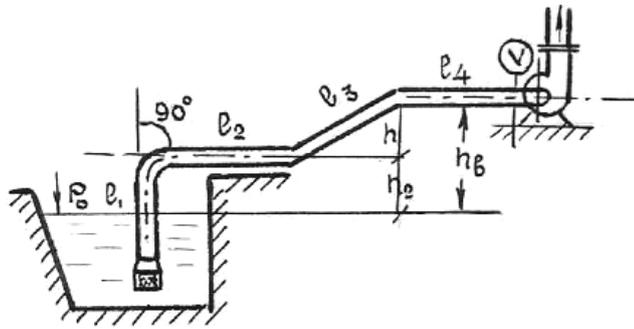


Рис. 6.3. Схема всасывающего трубопровода

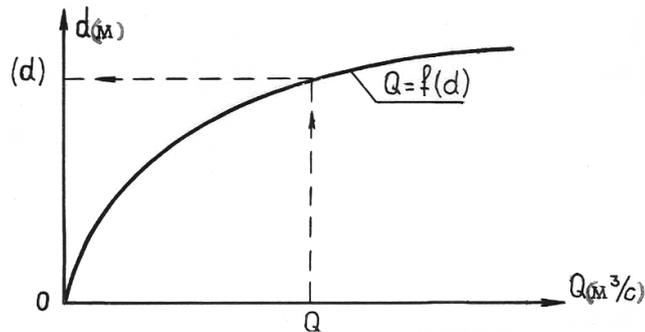


Рис. 6.4. К расчету короткой напорной системы с постоянным диаметром

В этом случае уравнение Бернулли, после подстановки в него значений слагаемых, примет

ВИД:

$$\frac{p_1 - p_a + p_{\text{вак}}}{\gamma} - h_B = \frac{v^2}{2g} (\alpha + \xi_c),$$

ИЛИ

$$\Delta H = \frac{p_1 - p_a + p_{\text{вак}}}{\gamma} - h_B,$$

где: p_1 - барометрическое давление на поверхности воды водоема (p_1 может быть больше или меньше, или равно p_a); p_a - атмосферное давление; $p_{\text{вак}}$ - вакуумметрическое давление, создаваемое насосом; h_B - высота всасывания (расстояние от поверхности воды в водоеме до оси насоса).

2. Задаем ряд значений диаметра трубопровода, и определяем величину коэффициента сопротивления системы (Рис. 6.1; 6.2; 6.3):

а) для сифона:

$$\xi_c = \sum \xi_L + \sum \xi_M = \frac{\lambda L}{d} + \xi_{\text{кл}} + 2\xi_{\text{пов}}^{\sigma_0} + \xi_{\text{пл.пов}} + \xi_{\text{вых}}.$$

б) для дюкера:

$$\xi_c = \sum \xi_L + \sum \xi_M = \frac{\lambda L}{d} + \xi_{кл} + 4\xi_{пов}^{\sigma^0} + \xi_{вых} .$$

в) для всасывающего трубопровода:

$$\xi_c = \frac{\lambda L}{d} + \xi_{кл} + \xi_{пов}^{90^0} + 2\xi_{пов}^{\sigma^0} .$$

Для упрощения определения величины $\xi_{реш}$ можно воспользоваться данными И.Е Идельчика “Гидравлического сопротивления”, 1954г., по которым при входе в прямую трубу через плоскую решетку $\varphi_{реш}$ принимается по отношению $\frac{F_1}{F}$;

где: F_1 - живое сечение решетки;

F - площадь поперечного сечения трубы.

Значения $\xi_{реш}$ приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1

$\frac{F_1}{F}$	0.40	0.50	0.60	0.70	0.800	0.90	1.0
$\xi_{реш}$	10.70	5.80	3.40	2.05	1.37	0.795	0.5

3. Вычисляем коэффициенты расхода:

а) для сифона и дюкера по формуле (6.3);

б) для всасывающего трубопровода по формуле (6.4).

4. Для каждого заданного диаметра вычисляются значения расхода:

а) для сифона и дюкера по формуле (6.1);

б) для всасывающего трубопровода по формуле (6.2).

Расчет удобно выполнять по форме таблицы 6.2

Таблица 6.2

d (м)	$\omega(m^2)$	Re	Δ	λ	ξ_l	ξ_M	ξ_c	μ	$Q(m^3/c)$
------------	---------------	------	----------	-----------	---------	---------	---------	-------	------------

5. По данным таблицы построим график $Q=f(d)$ (рис.6.4).

6. По заданным расходу из графика определяем диаметр трубопровода и округляем его до стандартного значения.

7. Проверку решения производим по формулам (6.1) или (6.2) при принятом стандартном диаметре.

7. Расчет длинного сложного незамкнутого трубопровода

7.1. Расчет длинного трубопровода

При расчете «длинных» трубопроводов местные потери напора не учитываются, т.к они не превышают 3-5% от потерь по длине.

Следует пояснить, что сложный трубопровод состоит из магистрали *АВСД* (главной линии) и ответвлений *Вв*, *Сс*, *Дд*, и т.д. (рис.7.1)

Магистраль рассматривается как «длинный» трубопровод, составленный из последовательно-соединенных труб разного диаметра со средоточенной раздачей расхода. При расчете магистрали и ответвлений учитываются только потери напора по длине:

$$h_{\ell} = \Sigma h_{\ell}.$$

Расчетная формула для длинных трубопроводов имеет вид:

$$h_{\ell} = A Q^2 \ell, \quad (7.1)$$

где: h_{ℓ} - потери напора для длинной гидравлической системы;

A – удельное сопротивление трубопровода для круглых труб:

$$A = \frac{\lambda}{d 2 g \omega^2} = \frac{\lambda}{12.09 d^5}, \quad (7.2)$$

где: d – внутренний диаметр трубы.

Для неновых стальных и чугунных водопроводных труб, работающих в квадратичной области сопротивления, когда $v \geq 1,2$ м/с по Ф.А.Шевелеву:

$$\lambda = \frac{0,0210}{d^{0,3}}, \quad (7.3)$$

а удельное сопротивление в этой области:

$$A_{кв} = \frac{0,001737}{d}. \quad (7.4)$$

Из выражения (7.4) видно, что $A_{кв} = f(d)$. Значения этой зависимости взяты из [3] и приведены в таблице 7.1.

При скорости $v < 1.2$ м/с в формуле для определения удельных сопротивлений A необходимо вводить поправочный коэффициент K_v , учитывающий неквадратичность зависимости потерь напора от средней скорости движения воды, взятую из [3] и приведенный в таблице 7.2.

В этом случае расчетная формула имеет вид:

$$h_\ell = A_{кв} K_v Q^2 \ell \text{ м.} \quad (7.5)$$

7.2. Расчет магистрали сложной незамкнутой водопроводной сети

Расчет сложной незамкнутой водопроводной сети поясняется на примере схемы, приведенной на рис.7.1.

Справочные данные к расчету «длинного» трубопровода

Таблица 7.1

d (мм)	50	75	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	600
Q (л/с)	1.5	3.3	6	10	15	30	50	75	106	145	190	245	365
$A_{кв}$ (с ² /м ⁶)	3686	929.4	172.9	76.36	30.65	6.559	2.287	0.847	0.373	0.186	0.099	0.058	0.023

Значение поправочного коэффициента K_v

Таблица 7.2

v	0.4	0.45	0.50	0.55	0.6	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	1.0	1.1	1.2
K_v	1.2	1.175	1.15	1.13	1.115	1.1	1.085	1.07	1.06	1.05	1.04	1.03	1.015	1.0

Водопроводная сеть питается из водонапорного бака B , установленного на водонапорной башне.

Для гидравлического расчета рассматриваемой сети заданы следующие величины:

1. Длины ℓ_i отдельных участков сети;
2. Отметки поверхности земли в начале и конце участков магистрали и ответвлений $\nabla_A, \nabla_B, \nabla_b, \nabla_c$ и т.д.;

3. Расчетные расходы воды, забираемые в отдельных точках сети Q_1, Q_2, Q_3 , и т.д.;

4. Расходы непрерывной раздачи на 1 м длины трубопровода q_1, q_2 ;

5. Свободный напор в конце ветвей $h_{св}$;

6. Материал труб

Требуется определить диаметр труб отдельных участков магистрали и ответвлений, а также отметку горизонта воды в водонапорном баке B , обеспечивающую подачу заданных расходов воды в заданные точки сети.

Расчет магистрали выполняется в следующем порядке.

1. Определяем расчетные расходы для отдельных участков сети. Расчетный расход для любого участка будет равен сумме расходов, забираемых из магистрали ниже (по течению) этого участка.

Например, для участка AB расчетный расход будет:

$$Q_{AB} = Q_1 + q_1 \ell_4 + Q_2 + Q_3 + q_2 \ell_5.$$

Для участка BC :

$$Q_{BC} = Q_2 + Q_3 + q_2 \ell_5.$$

Для участка CD , где имеется $Q_{mp} = Q_3$ и $Q_p = q_2 \ell_5$,

расчетный расход будет:

$$Q_{CD} = Q_3 + 0.55 q_2 \ell_5,$$

где Q_{mp} – транзитный расход на участке трубопровода;

2. Определяем диаметры труб для отдельных участков магистрали, рекомендуемые в таблице 7.1.

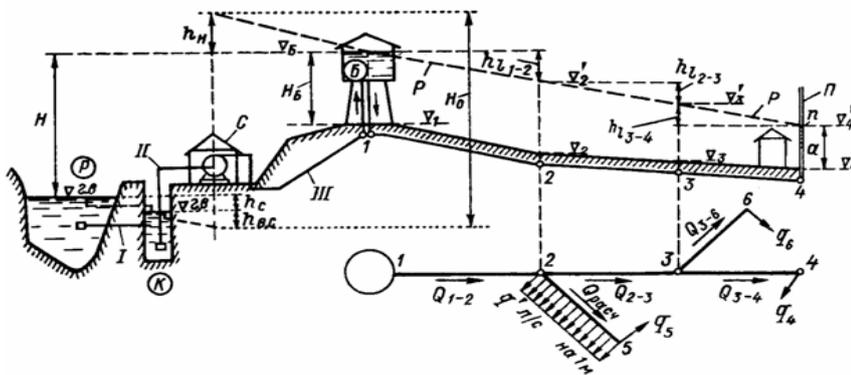


Рис. 7.1. Сложная незамкнутая водопроводная сеть

3. Определяем удельные сопротивления для квадратичной области $A_{кв}$ по диаметру из таблицы 7.1.

4. Вычисляем скорость на отдельных участках магистрали :

$$v = \frac{Q}{0,785d^2} .$$

5. По вычисленным скоростям принимаем значения K_v из таблицы 7.2.

6. Вычисляем потери напора на каждом участке магистрали по формуле

$$h_l = A_{кв} \cdot K_v \cdot Q^2 \cdot l .$$

7.3. Построение напорной линии *E-E*

В случае «длинных» трубопроводов пренебрегают скоростным напором (ввиду его малости по сравнению с потенциальным). При этом напорная и пьезометрическая линии считаются совпадающими.

Линия, в которую сливаются линии *E-E* и *P-P* называются напорной линией.

Построение линии *P-P* надо начинать с определения отметки ее в конце магистрали. Для рассматриваемой системы в начале определим отметку линии *P-P* в узле *D*.

$$\nabla p_D = \nabla_D + h_{св} .$$

Затем, идя от узла *D* против течения, определяем отметки линии *P-P* выше лежащих узлов магистрали путем прибавления потерь напора h_ℓ между узлами:

$$\nabla p_c = \nabla p_D + h_{\ell cd} \text{ и т.д.}$$

По вычисленным отметкам ∇p строим напорную линию

Отметка горизонта воды водонапорной башни ($\nabla ГВВБ$) определится как сумма отметки линии *P-P* конечного узла магистрали и общих потерь напора на магистрали:

$$\nabla ГВВБ = \nabla p_D + \Sigma h_e$$

Расчет магистрали выполняется в расчетной таблице следующей формы.

Таблица 7.1

Узлы магистрали	Длина участка(м)	Отметки узла магистрал и (м)	Расчетн ый расход (л/с)	Диаметр трубопров ода (мм)	Уделан. сопротив ления (с ² /м ⁶)	Площадь поперечног о сечения трубы (м ²)	Скоро сть (м/с)	KK_v	Потери напора (м)	Отметк а линии Р-Р
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1
A	ℓ_1	∇A	Q_{AB}	d_1	$A_{кв1}$	ω_1	v_1	K_{v_1}	h_{l_1}	∇P_A
B	ℓ_2	∇B	Q_{BC}	d_2	$A_{кв2}$	ω_2	v_2	K_{v_2}	h_{l_2}	∇P_B
C	ℓ_3	∇C	Q_{CD}	d_3	$A_{кв3}$	ω_3	v_3	K_{v_3}	h_{l_3}	∇P_c
D		∇D								∇P_D

7.4. Расчет ответвлений

Расчет ответвлений также следует выполнять в табличной форме.

1. Отметки напорной линии в узлах магистрали показывают величину напора в начале каждого ответвления. Для рассматриваемой схемы - ∇p_B и ∇p_c . Напор в конце каждого ответвления определяется как сумма отметки конечной точки ветки и свободного напора:

$$\nabla p_e = \nabla e + h_{ce}$$

$$\nabla P_c = \nabla c + h_{ce}.$$

2. Потери напора в ответвлениях равны разности напоров в начале и конце их.

$$h_{l_{B-e}} = \nabla P_B - \nabla P_e$$

$$h_{l_{C-e}} = \nabla P_C - \nabla P_e$$

3. Расчетные расходы ответвлений определяются по такому же принципу как и для магистрали.

4. Приняв работу ответвлений в квадратичной области сопротивления, определяем удельные сопротивления для ответвлений:

$$A_{кв} = A = \frac{h_e}{Q^2 \cdot l}$$

Следует обратить внимание студентов, что в этой формуле Q выражается в

$$\frac{m^3}{c} \text{ и } h_e \text{ и } l_i \text{ в м, } A_{кв} - \frac{c^2}{m^6}$$

5. Стандартный диаметр d_{cm} для ответвлений принимается по $A_{кв}$ из таблицы 7.1, причем d_{cm} берется ближайшей меньшей величины. Например : при $A_{кв}=40\text{см}^2 / \text{м}^6$, $d=125\text{мм}$

Расчет ответвлений

Таблица 7.2

Ветви	Длина (м)	Отметки линии P-P на ветви	Потери напора (м)	Расчетный расход Q ($\text{м}^3/\text{с}$)	Акв. ($\text{с}^2/\text{м}^6$)	Диаметр трубопрово да (мм)
В	l_4	∇P_B	$h_{l_{B-в}}$	$Q_{B-в}$	$A_{кв4}$	d_4
б		∇P_b				
С	l_5	∇P_C	$h_{l_{C-с}}$	$Q_{C-с}$	$A_{кв5}$	d_5
с		∇P_c				

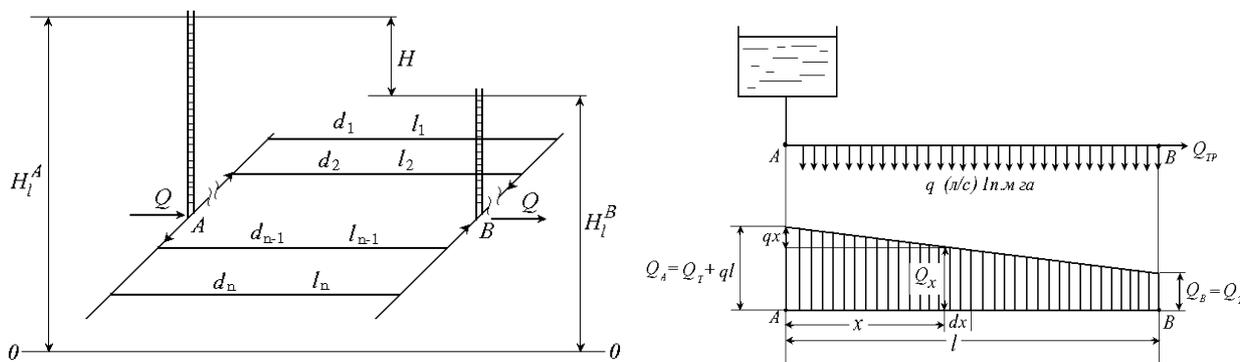


Рис. 7.2.

8. Истечение жидкости из отверстия в тонкой стенке и насадков при постоянном напоре

8.1. Истечение из малого отверстия в тонкой стенке в атмосферу и под уровень

При рассмотрении вопросов истечения жидкости из малого отверстия в тонкой стенке следует напомнить характеристику понятий «малое отверстие» и «тонкая» стенка.

Отверстие принято считать малым, если его диаметр d (круглое отверстие) или высота «а» (прямоугольное отверстие) меньше или равны $\frac{1}{10}H$ - глубины центра тяжести площади отверстия ω (рис.8.1) и $\frac{\Omega}{\omega} \geq 4$, где Ω - площадь поперечного сечения сосуда в плоскости перпендикулярной к оси отверстия.

Стенка, в которой сделано отверстие, считается «тонкой» в том случае, если её толщина δ не влияет на характер истечения. Опытами установлено, что в этом случае δ не более 1-1.5 диаметра отверстия.

На расстоянии $\ell_0 = (0.5-1)d$ от стенки образуется сжатое сечение $C-C$. в котором считается параллельно струйное течение. Давление по всей площади живого сечения $C-C$ при истечении в атмосферу $p_c = p_a$.

Площадь живого сжатого сечения $\omega_c = \varepsilon \cdot w$, где ε - коэффициент сжатия струи.

Затем следует подчеркнуть, что при расчете истечения из малого отверстия учитываются только местные потери напора

$$h_f = h_m = h_{om} = \xi_{om} \frac{v_c^2}{2g} ,$$

где: v_c – скорость в сжатом сечении;

ξ_{om} - коэффициент сопротивления при истечении из отверстия.

А. Расчетные зависимости при истечении в атмосферу.

Из уравнения Бернулли для сечений 1-1 и $C-C$ относительно плоскости $O-O$ (рис.8.1) получим выражение для скорости в сжатом сечении.

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi_{om}}} \sqrt{2gH} , \quad (8.1)$$

или

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH} ,$$

где: φ - коэффициент скорости; ($\alpha \cong 1,0$) .

При истечении через малое отверстие в атмосферу расход выражается формулой:

$$Q = \mu_0 \omega \sqrt{2gH} , \quad (8.3)$$

где: $\mu_0 = \varphi \varepsilon$ - коэффициент расхода отверстия.

Б. Расчетные зависимости при истечении под уровень.

В случае истечения под уровень (рис.8.2) из уравнения Бернулли, составленного для сечений 1-1 и 2-2, получим:

$$v_c = \varphi \sqrt{2gZ} , \quad (8.4)$$

где

$$\varphi = \frac{I}{\sqrt{\xi_{om} + \xi_{вых}}} , \quad (8.5)$$

$\xi_{вых}$ – коэффициент сопротивления н выход при $v \cong 0$

$$\xi_{вых} = 1.0$$

Расход для этого случая определяется по формуле:

$$Q = \mu_o \cdot \omega \sqrt{2gZ} , \quad (8.6)$$

где: Z - разность отметок уровня жидкости в резервуарах.

8.2. Типы сжатия струи

Сжатие струи может быть совершенным, несовершенным, неполным.

а) Совершенное сжатие будет в том случае, если боковые стенки и дно сосуда удалены от отверстия на расстояния, удовлетворяющие условию (рис.8.3):

$$m > 3a \quad n > 3a$$

В этом случае, как установлено опытами, для квадратичной области сопротивления численные значения коэффициентов будут:

$$\varepsilon = 0.63 + 0.64; \quad \varphi_{om} = 0.06; \quad I = 0.97; \quad \mu_0 = 0.62.$$

Здесь следует обратить внимание на одинаковые численные значения коэффициентов при истечении в атмосферу и под уровень.

б) Несовершенное сжатие струи получается при несоблюдении указанных выше условий (Рис.8.3). В этом случае, чем меньше размеры m и n , тем меньше сжатие струи и больше величина ε . Коэффициент расхода при этом будет:

$$(\mu_0)_{нес} \approx \mu_0 \left(1 + \frac{\tau}{100} \right) \quad (8.7)$$

где: τ – величина, зависящая от отношения $\frac{\omega}{\Omega}$;

в) Неполное сжатие струи будет, когда m или n равны нулю сжатия струи нет, за счет чего увеличивается коэффициент расхода. (рис. 8.3в). В этом случае стороне , где m или n равны нулю

$$(\mu_0)_{нет} \cong \mu_0 \left(1 + 0,4 \frac{P'}{P} \right) \quad (8.8)$$

где: P - периметр отверстия;

P' - часть периметра отверстия, где струя не испытывает сжатия.

8.3. Истечение жидкости из кругло цилиндрического насадка при постоянном напоре

Насадком называется короткая труба $\ell=(3-7)d$, присоединяемая к малому отверстию с внешней или внутренней стороны, с целью увеличения его пропускной способности за счет образования вакуума в сжатом сечении.

Основные типы насадков: цилиндрические, внешние и внутренние (рис.8.4 а, б), конические - сходящиеся и расходящиеся (рис.8.4 в, г) коноидальные (рис.8.4 д).

А. Расчетные зависимости при истечении из внешнего цилиндрического насадка (насадок Вентури).

1. Истечение в атмосферу (рис. 8.5).

Из уравнения Бернулли составленного для сечений 1-1 и В-В относительно плоскости О-О, получим формулу для определения скорости на выходе из насадка.

$$v_b = \varphi \sqrt{2gH} \quad , \quad (8.9)$$

где

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_H}} \text{ - коэффициент скорости,} \quad (8.10)$$

φ_H – коэффициент сопротивления насадки.

Формула для определения расхода имеет вид:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}. \quad (8.11)$$

2. Истечение под уровень (рис.8.6)

В этом случае из уравнения Бернулли для сечений 1-1 и 2-2, приняв скорости $v_1 = v_2 \cong 0$, получим выражение:

$$v_b = \varphi \sqrt{2gZ}, \quad (8.12)$$

где $\varphi = \frac{I}{\sqrt{\xi_H + \xi_{\text{выл}}}}$ - коэффициент скорости

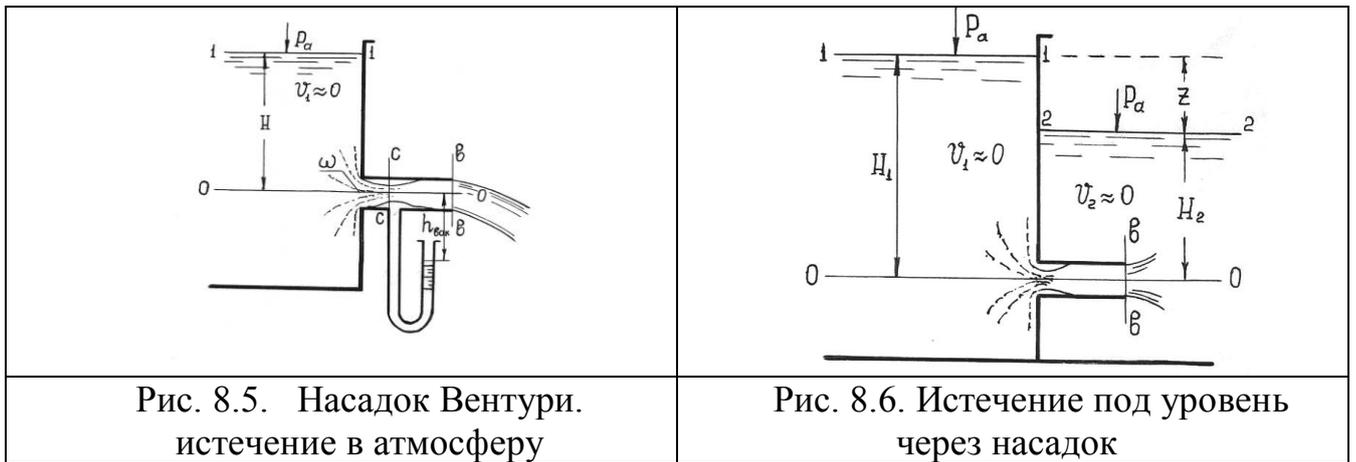
Формула для определения расхода имеет вид:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gZ}. \quad (8.13)$$

Б. Численные значения коэффициентов

$\varepsilon, \varphi_H, \xi_H, \varphi, \mu$

<p>Рис. 8.1. Истечение жидкости из малого отверстия в атмосферу</p>	<p>Рис. 8.2. Истечение жидкости из малого отверстия под уровень</p>
<p>Рис. 8.3. К вопросу о типе сжатия струй</p>	<p>Рис. 8.4. Типы насадков</p>



При истечении из цилиндрического насадка сжатие струи на выходе не происходит и коэффициент сжатия $E=1.0$

Коэффициент сопротивления насадка $\varphi_n=0.50$

Коэффициент сопротивления на выход при истечении в атмосфере $\varphi_{\text{вых}}=0$, а при истечении под уровень при $V \approx 0$, $\xi_n = 1.0$

Коэффициент скорости при истечении в атмосферу и под уровень имеет одно и то же значение $\varphi = 0.82$

Коэффициент расхода насадка при истечении в атмосферу и под уровень одинаков $\mu = \varphi I = 0.82$

Значение коэффициентов скорости и расхода для насадков прочих типов приведены в гидравлических справочниках /1/ ,(стр. 343-344)

В. Величина вакуума в сжатом сечении внешнего цилиндрического насадка.

Величина вакуума в сжатом сечении определяется из уравнения Бернулли, составленного для сечений С-С и в-в , при коэффициенте сопротивления насадка между сечениями С-С и в-в $\varphi=0.35$

Теоретическое значение вакуума равно:

При истечении в атмосферу

$$h_{\text{вак(max)}}=(0.75+0.80)H$$

При истечении под уровень

$$h_{\text{вак(max)}}=(0.75+0.80)(Z-H_2)$$

При истечении воды из насадков в атмосферу

$$h_{\text{вак(max)}} = 13.8\text{м}$$

8.4. Основные типы задач при истечении жидкости из малых отверстий

Задача 8.1

Даны размеры отверстия, напор (H или Z), известен тип сжатия струи.

Определить расход из отверстия

Решение:

1. Определяем значение коэффициента расходов μ как указано в пункте 8.2.
2. Вычисляем расход по формуле (8.3) в случае истечения в атмосферу или (8.6) при истечения под уровень.

Задача 8.2

Даны расход Q , напор (H или Z), форма отверстия и местоположение отверстия в тонкой стенке. Определить размеры отверстия.

Решение:

1. Определяем коэффициент расхода, как указано в пункте 8.2
2. Из формулы (8.3) или формулы (8.6) определяем площадь отверстия ω .
3. В соответствии с заданной формой определяем диаметр или высоту и ширину отверстия.

Задача 8.3

Даны расход Q , площадь отверстия ω , тип сжатия струи. Определить при свободном сечении напор H или разницу отметок уровней в резервуарах Z , в случае истечения под уровень.

Решение:

1. Определяем коэффициент расхода μ
2. Из формулы (8.3) определяем H или из формулы (8.6) определяем Z

8.5. Основные типы задач при истечении из насадков

Задача 8.4

Даны диаметр d короткой трубы длиной $\ell = (3/7) d$ и расход Q , вытекающий из трубы в атмосферу. Определить напор H над центром трубы и величину вакуума в сжатом сечении $h_{\text{вак}}$.

Решение:

1. Предполагая что труба работает как насадок, из формулы (8.11) определяем напор H , приняв коэффициент расхода $\mu=0.82$.

2. Проверяем правильность предположения, что труба работает как насадок, сравнивая вычисленный напор с $h_{\text{вак(max)}}$. Условие выполняется при $H \leq h_{\text{вак(max)}}$ /0,8

3. Определяем скорость в сжатом сечении, полагая $\varepsilon=0.64$

$$v_c = \frac{Q}{\varepsilon(0,785d^2)}$$

4. Из уравнения Бернулли для сечения 1-1 и C-C (рис.8.5) получим:

$$\frac{P_c}{\gamma} = H + \frac{P_a}{\gamma} - \frac{v_c^2}{2g}(\alpha + \xi_{1-c})$$

5. Величина вакуума будет: $h_{\text{вак}} = \frac{P_a - P_c}{\gamma}$

В случае, когда $h_{\text{вак}} > h_{\text{вак(max)}}$, уточняется напор H при котором $h_{\text{вак}}$ будет меньше или равным $h_{\text{вак(max)}}$.

Задача 8.5

В теле дамбы устраивается водовыпуск в виде трубы длиной ℓ . Известен напор H над центром трубы, глубина в нижнем бьефе h , через трубу пропускается расход Q . Определить диаметр трубы d .

Решение:

1. Определяем площадь поперечного сечения трубы ω из формулы (8.11), предполагая что она работает как насадок с коэффициентом расхода $\mu=0.82$ при истечении в атмосферу

2. Вычисляем диаметр трубы $d = \sqrt{\frac{\omega}{0,785}}$ и выясняем соотношение между диаметром водовыпуска и его длиной. Если $\ell = (3 - 7)d$, то задача решена верно, если $\ell > (3 - 7)d$, то расчет выполняется как для «короткой» напорной системы.

3. Определяем величину вакуума в сжатом сечении и сравниваем его с допустимым $h_{\text{вак(max)}}$.

Приложения

Таблица 1

t, °C	ν , см ² /с	t, °C	ν , см ² /с
0	0,0179	18	0,0106
2	0,0167	20	0,0101
4	0,0157	25	0,0090
6	0,0147	30	0,0080
8	0,0139	35	0,0072
10	0,0131	40	0,0065
12	0,0124	45	0,0060
14	0,0118	50	0,0055
16	0,0112	60	0,0048

Коэффициент местного сопротивления

Таблица 2

Устройство	A	$\xi_{\text{кв}}$	Устройство	A	$\xi_{\text{кв}}$
Пробочный кран	150	0,4	Тройник	150	0,3
Вентиль:					
обыкновенный	3000	6	Задвижка	75	0,15
«Косва»	900	2,5	полностью		
угловой	400	0,8	открытая:		
шаровой клапан	5000	45	n=0,75	350	0,2
Угольник:			n= 0,5	1300	2
90°	400	1,4	n= 0,25	3000	20
135°	600	0,4			
Колено 90°	130	0,2	Диафрагма:		
Выход из трубы в	30	1	n=0.64	70	1
бак			n=0,4	120	7
Вход из бака в	30	0,5	n=0,16	500	70
трубу			n=0,05	3200	800

Эквивалентная шероховатость Δ_a для труб из разных материалов

Таблица 3

Трубы	Состояние трубы	Δ_a , мм
Тянутые из стекла и цветных металлов	Новые, технически гладкие	0-0,0002
Бесшовные стальные	Новые чистые, тщательно уложенные	0,01-0,02
Стальные сварные	Новые чистые	0,03-0,1
	Умеренно заржавевшие	0,3-0,7
	Сильно заржавевшие или с большими отложениями	2-4
Оцинкованные железные	Новые чистые	0,1-0,2
Чугунные	Новые без покрытия	0,02-0,5
	Бывшие в употреблении	0,5-1,5
Асбестоцементные	Новые	0,05-0,1
Бетонные	Новые	0,15-0,3
	Бывшие в употреблении	0,3-0,8
	Из необработанного бетона	1,3
Полиэтиленовые (2-20мм)	Новые чистые	0,003

Список литературы:

1. Melvyn Kay “Practical Hydraulics”, Taylor & Francis, 2008y.-253 pages.
2. А.Арифжанов, Х.Файзиев, А.Тошхўжаев «Гидравлика», Тошкент, Фан ва технология, 2019й.-366 б.
3. Латипов К.Ш., Арифжанов А.М., Файзиев Х «Гидравлика», Тошкент, ТАҚИ, 2015 й.-459 б.
4. T.Kaletova, A.Arifjanov “Hydromechanika”, Nitra, 2019y, -160 pages.
5. К.Ш.Латипов, А.Арифжанов, Х.Кадиров, Б.Тошов «Гидравлика ва гидравлик машиналар», Навоий ш., Алишер Навоий, 2014 й. -268б.
6. А. М.Арифжанов «Гидравликадан масалалар тўплами», Тошкент, Истиклол, 2004й. -89 б.
7. А.М. Arifjanov,Q.T. Raximov, A.K. Xodjiyev, « Gidravlika ». - Toshkent, TIMI, 2016 y. -366 b.
8. А.Ю.Умаров, «Гидравлика», Тошкент. Ўзбекистон, 2002 й. -257б.
9. Hubert Chanson “Enviromental Hydraulics of open chennal flows”, Butterworth-Heinemann, UK, 2004y, 634 pages.
- 10.John Fenton “A First Course in Hydraulics”, Vienna University of Technology, Austria, 2012y, 120pages.
- 11.Chanson H “The Hydraulics of open chennal flows”, Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 1999y, 512 pages.
- 12.А.М.Арифжанов, П.Н.Гурина, Т.У.Апакхужаева “Гидравлика”, Тошкент, ТИҚХММИ, 2018г, -171 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Основные физические свойства жидкости	4
1.1 Основные физические свойства реальной жидкости и её характеристики	4
1.2 Примерный состав задач по теме.....	5
2 Определение гидростатического давления в точке, способы его измерения и числового выражения	7
2.1 Гидростатическое давление в точке, его свойства и размерность	7
2.2 Основное уравнение гидростатики в случае действия на жидкость только силы тяжести и его следствия	7
2.3 Техническая характеристика гидростатического давления и формулы для его определения	10
2.4 Способы числового выражения величины гидростатического давления	11
2.5 Определение давления в точке по показаниям приборов	11
2.6 Примерный состав задач по теме 2	13
3 Определение силы гидростатического давления на плоские фигуры	15
3.1 Аналитический способ определения величины, линии действия и точки приложения силы гидростатического давления	15
3.2 Случай действия силы гидростатического давления на горизонтальную плоскость. Гидростатический парадокс	16
3.3 Эпюра гидростатического давления	17
3.4 Графоаналитический способ определения величины силы давления, действующей на плоские прямоугольные фигуры с горизонтальным основанием и положения центра давления	17
3.5 Примерный состав задач по теме 3	18
4 Определение силы давления на цилиндрические поверхности ...	23
4.1 Величина силы, действующей на цилиндрические поверхности	23
4.1.1 Определение горизонтальной составляющей силы	23
4.1.2 Определение вертикальной составляющей силы	25
4.2 Направление силы P и точка её приложения	26
4.3 Примерный состав задач по теме 4	26
4.4 Закон Архимеда. Плавание тел	28

5	Уравнение Бернулли. Сопротивления движению жидкости.....	32
5.1	Гидравлические элементы живого сечения потока. Расход и средняя скорость	32
5.2	Уравнение Бернулли для идеальной жидкости. Значение слагаемых уравнения	33
5.3	Общая схема применения уравнения Бернулли	35
5.4	Совместное применение уравнения Бернулли и неразрывности движения при определении расхода	36
5.5	Построение напорной $E-E$ и пьезометрической $P-P$ линий для потока идеальной жидкости	39
5.6	Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости	41
5.7	Виды потерь напора при движении реальной жидкости и формулы для их определения	42
5.8	Построение напорной $E-E$ и пьезометрической $P-P$ линий для потока реальной жидкости	45
6	Расчёт «коротких» напорных трубопроводов с постоянным диаметром	48
6.1	Расчетные зависимости и основные типы задач по расчёту «коротких» трубопроводов с постоянным диаметром	48
7	Расчёт "длинного" сложного незамкнутого трубопровода	53
7.1	Расчет длинного трубопровода	53
7.2	Расчет магистрали сложной незамкнутой водопроводной сети	54
7.3	Построение напорной линии $E-E$	56
7.4	Расчет ответвлений	57
8	Истечение жидкости из отверстия в тонкой стенке и насадкой при постоянном напоре	59
8.1	Истечение из малого отверстия в тонкой стенке в атмосферу и под уровень	59
8.2	Типы сжатия струи	60
8.3	Истечение жидкости из кругло цилиндрического насадка при постоянном напоре	61
8.4	Основные типы задач при истечении жидкости при малых отверстий	64
8.5	Основные типы задач при истечении из насадов	64
	Приложения	66
	Список литературы	68

Рахимов	Кудрат	Тошботирович
Апакхужаева	Турсиной	Убайдуллаевна
Ибрагимова	Зайтуна	Искандаровна
Аллаёров	Давронжан	Шамсиддинович
Бабажанов	Фаррух	Каримович

**Методическое указание по выполнению
практических работ по курсу
ГИДРАВЛИКА**

Редактор:

М.Мустафоева

Рекомендовано к изданию: _____
Размер бумаги 60x84 1/16. Объем 4,5 б.т.
Адад: 10 копия. Заказ № _____

Распечатано в издательстве ТИИИМСХ
Ташкент, 100000. улица Кори Ниёзий, дом 39.

