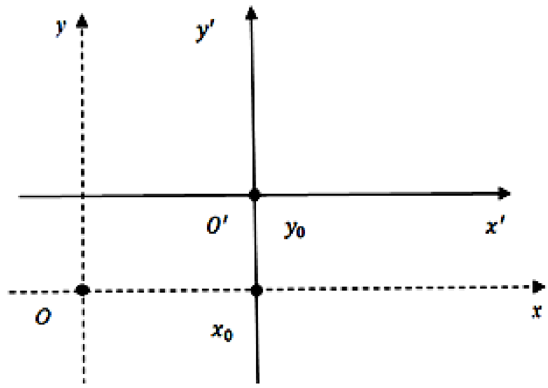
11-mavzu: Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning umumiy tenglamasi. Koordinata o‘qlarini burish va parallel ko‘chirish.

Ko’p hollarda berilgan masala yechimini soddalashtirish, chiziq tenglamasini ixcham va qulay ko’rinishda yozish uchun berilgan xOy Dekart koordinatalar sistemasidan boshqa bir $x'O'y'$ Dekart koordinatalar sistemasiga o’tishga to’g’ri keladi. Bunda quyidagi uch hol bo’lishi mumkin.

I-hol. Koordinatalar sistemasini parallel ko’chirish. Bunda berilgan xOy koordinatalar sistemasining boshi $O(0;0)$ biror $O'(x_0\,;\,y_0)$ nuqtaga parallel ko’chiriladi. Bunda Ox va Oy o’qlarning yo’nalishi va holati o’zgarmay qoladi va shu sababli bu yangi hosil bo’lgan sistemani $x'O'y'$ kabi belgilaymiz (1-chizma).

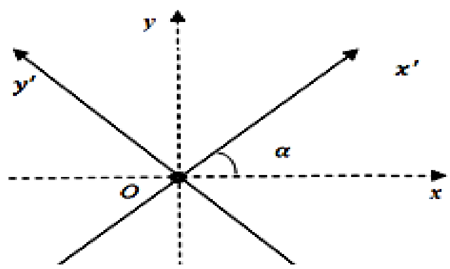


1-chizma

Bu eski xOy sistemadagi x va y koordinatalar bilan yangi $x'O'y'$ sistemadagi x' va y' koordinatalar orasidagi bog’lanish

$$\begin{cases} \;=\;\;' + \;\;_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases}, \qquad \begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y - y_0 \end{cases}$$ formulalar bilan ifodalanadi.

II-hol. Koordinatalar sistemasini burish. xOy koordinatalar sistemasining boshi $O(0;0)$ nuqta o’zgarmasdan, Ox va Oy o’qlar bir xil α burchakka buriladi. Bunda hosil bo’lgan yangi sistemani $'Oy'$ deb belgilaymiz (2-chizma).



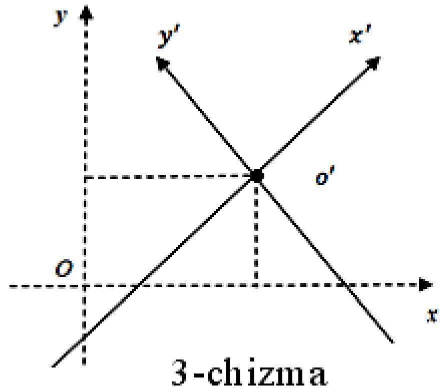
2-chizma

Bunda eski xOy sistemadagi x va y koordinatalar bilan yangi $'Oy'$ sistemadagi x' va y' koordinatalar orasidagi bog’lanish

$$\begin{cases} \;=\;\;'\cos\alpha - y'\,\sin\alpha \\ y = \;\;'\sin\alpha + y'\cos\alpha \end{cases}, \qquad \begin{cases} x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ y' = -x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{cases}$$

formulalar bilan ifodalanadi.

III-hol. Koordinatalar sistemasini parallel ko'chirish va burish. Bunda dastlab berilgan xOy koordinatalar sistemasining boshi $O(0;0)$ biror $O'(x_0;y_0)$ nuqtaga parallel ko'chiriladi. So'ngra hosil bo'lgan $x'O'y'$ sistemaning o'qlari bir xil α burchakka buriladi. Natijada yangi hosil bo'lgan sistemada ham koordinata boshi, ham o'qlar o'zgaradi (3-chizma).



3-chizma

Bunda eski xOy sistemadagi x va y koordinatalar bilan yangi $x'O'y'$ sistemadagi x' va y' koordinatalar orasidagi bo'g'lanish

$$\begin{cases} x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha + x_0 \\ y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha + y_0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x' = (x - x_0)\cos\alpha + (y - y_0)\sin\alpha \\ y' = (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = (x - x_0)\cos\alpha + (y - y_0)\sin\alpha \\ y' = -(x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha \end{cases}$$ formulalar bilan ifodalanadi.

xOy to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida ikkinchi tartibli egri chiziqlar umumiy holda

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \;\; A^2 + B^2 + C^2 \neq 0 \quad ①$$

tenglama bilan beriladi.

Agar koordinatalar boshini $O(0;0)$ nuqtadan boshqa biror nuqtaga parallel ko'chirsak, yoki Ox va Oy o'qlarni biror α burchakka burish yoki parallel ko'chirish va burish orqali yangi koordinatalar sistemasiga o'tsak, u holda berilgan tenglama quyidagi tenglamalardan biriga keladi:

1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$ Bu holda ① tenglama ellipsni ifodalaydi.
2. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1.$ Bu holda ① tenglamani birorta ham nuqta qanoatlantirmaydi. Ya'ni u bo'sh to'plamni ifodalaydi.
3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0.$ Bu holda ① tenglamani faqat $O(0;0)$ nuqta

qanoatlantiradi va u ikkita mavhum kesishuvchi to'g'ri chiziqlarni ifodalaydi.

4. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0.$ Bu holda ① tenglama kesishuvchi bir juft to'g'ri chiziqlarni ifodalaydi.

5. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$ Bu holda ① tenglama giperbolani ifodalaydi.

6. $\frac{x^2}{a^2} = 1 => x^2 = a^2 => x = \pm a.$ Bu holda ① tenglama bir juft vertikal to'g'ri chiziqlarni ifodalaydi.

7. $\frac{x^2}{a^2} = -1 => x^2 = -a^2.$ Bu holda ① tenglamani birorta ham nuqta qanoatlantirmaydi.

8. $x^2 = 0 => x = 0.$ Bu holda ① tenglama bir juft ustma-ust tushgan vertikal to'g'ri chiziqlarni ifodalaydi.

9. $\frac{y^2}{b^2} = 1 => y^2 = b^2 => y = \pm b.$ Bu holda ① tenglama bir juft gorizontal to'g'ri chiziqlarni ifodalaydi.

10. $\frac{y^2}{b^2} = -1 => y^2 = -b^2.$ Bu holda ① glamani birorta ham nuqta qanoatlantirmaydi.

11. $y^2 = 0 => y = 0.$ Bu holda t① glama bir juft ustma-ust tushgan gorizontal to'g'ri chiziqlarni ifodalaydi.

12. $y^2 = 2px.$ Bu holda ① tenglama parabolani ifodalaydi.

① ko'rinishdagi umumiy tenglamaning A, B va C koeffitsientlaridan tuzilgan

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2$$

determinanat xarakteristik determinant deyiladi.

Agar ① tenglamada $\Delta > 0$ bo'lsa, u holda tenglama elliptik turdagi tenglama deyiladi va u yuqorida ko'rib o'tilgan 1-3 kanonik tenglamalardan biriga keltiriladi.

Agar ① nglamada $\Delta < 0$ bo'lsa, u holda tenglamani giperbolik turdagi tenglmada deyiladi va u yuqorida ko'rib o'tilgan 4-5 kanonik tenglamalardan biriga keltiriladi.

Agar ① tenglamada $\Delta = 0$ bo'lsa, u holda tenglama parabolik turdagi tenglma deyiladi va u yuqorida ko'rib o'tilgan 6-12 kanonik tenglamalardan biriga keltiriladi.