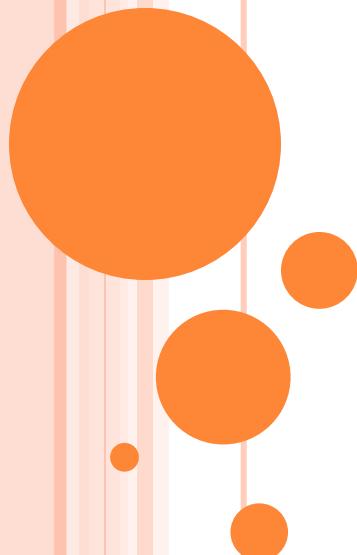


TOSHKENT MOLIYA INSTITUTI

“STATISTIKA” KAFEDRASI

STATISTIKA FANI

Mavzu. O'zaro  
bog'lanishlarni  
statistikada o'rganish



## **REJA:**

- 1. Hodisa va jarayonlarni o'zaro bog'liqligi va ularni statistik o'rganish usullari
- 2. Korrelyatsion-regression tahlil asoslari
- 3. Bog'liqlikni zichligini o'rganish metodlari



# O'ZARO BOG'LANISHLAR DEGANDA NIMANI TUSHUNASIZ?

- Hayotda barcha hodisa va jarayonlar bir-biri bilan uzviy ravishda bog'langan.
- masalan:
- Yoqilg'i-moylash mahsulotlari bahosining ortishi bashqa turdagi mahsulotlar bahosining ortishiga olib keladi
- Talabaning fan bo'yicha uy vazifalarini tayyorlashga sarflagan vaqt fanni o'zlashtirish darajasiga (olgan reyting balli)ga ta'sir ko'rsatadi



BELGILAR O'RTASIDAGI BOG'LANISHLAR  
XARAKTERIGA KO'RA QUYIDAGI TURLARGA  
BO'LINADI:

- Funktsional bog'lanish
- Korrelyatsion bog'lanish



## FUNKTSIONAL BOG'LANISH

- Funktsional bog'lanishda bir o'zgaruvchi belgining har qaysi qiymatiga boshqa o'zgaruvchi belgining aniq bitta qiymati mos keladi
- Masalan:

$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$l = 2\pi r$$

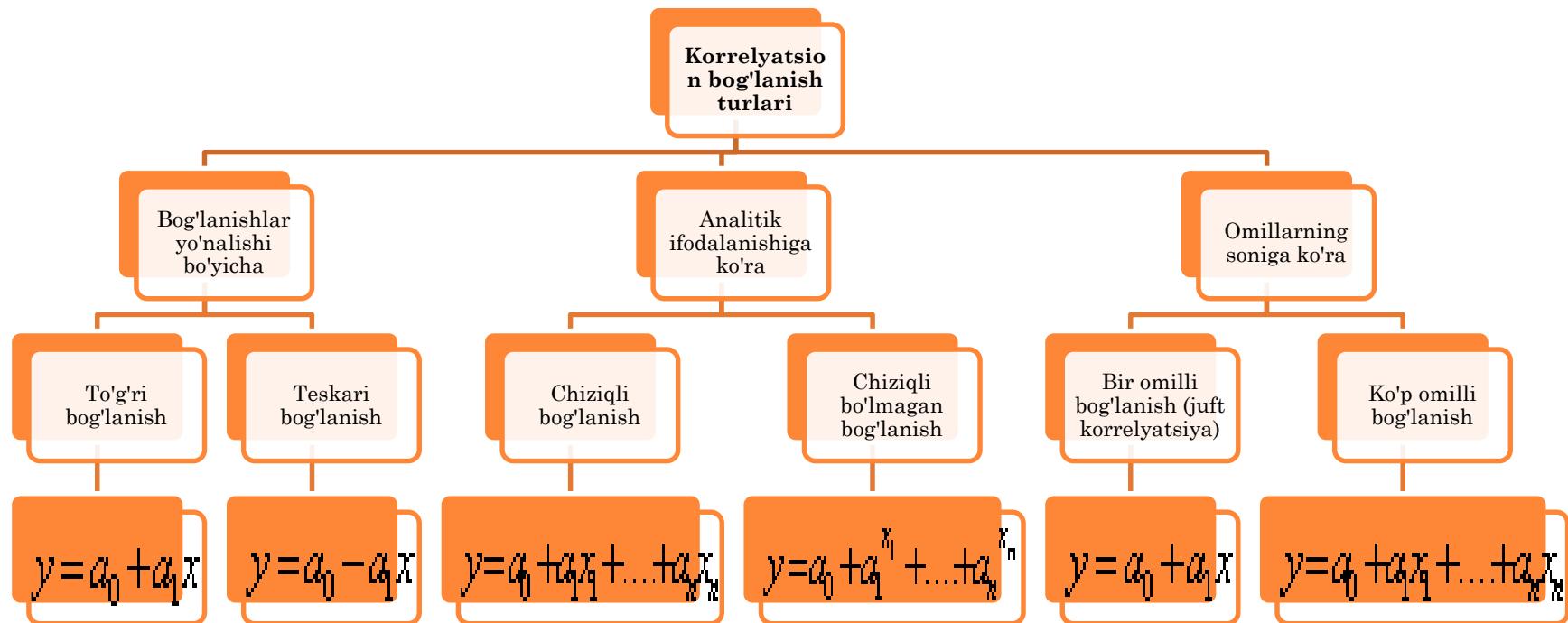


## KORRELYATSION BOG'LANISH

- Omil belgining har bir qiymatiga natijaviy belgining aniq qiymatlari emas, balki, har xil qiymatlari mos kelsa, bunday bog'lanishlar korrelyatsion bog'lanishlar deb ataladi.
- masalan:
- Soliq stakasining o'zgarishi va mahsulot ishlab chiqarish o'rtasidagi bog'liqlik
- Aholi daromadining o'zgarishi va uglevodli mahsulotlarga yoki oqsilga boy mahsulotlarga sarflaydigan xarajatlar o'rtasidagi bog'liqlik



# KORRELYATSION BOG'LANISH TURLARI



## REGRESSION VA KORRELYATSION TAHLIL

- O'zaro bog'lanishlarni o'rganishda eng keng qo'llaniladigan metodlardan biri korrelyatsion-regression tahlildir.
- O'zaro bog'lanishlarni o'rganishda belgilar quyidagicha ajratiladi:
  - Omil belgi (sabab)
  - Natijaviy belgi (oqibat)



## REGRESSION TAHLIL VAZIFALARI

- *Regression tahlil* omil belgi(lar) va natijaviy belgi orasidagi bog'liqlikning analitik ifodasini aniqlash uchun qo'llaniladi.



## KORRELYATSION TAHLIL VAZIFALARI

- *Korrelyatsion tahlil* omil belgi(lar) va natijaviy belgi orasidagi bog'liqlik zichligini aniqlash uchun qo'llaniladi.



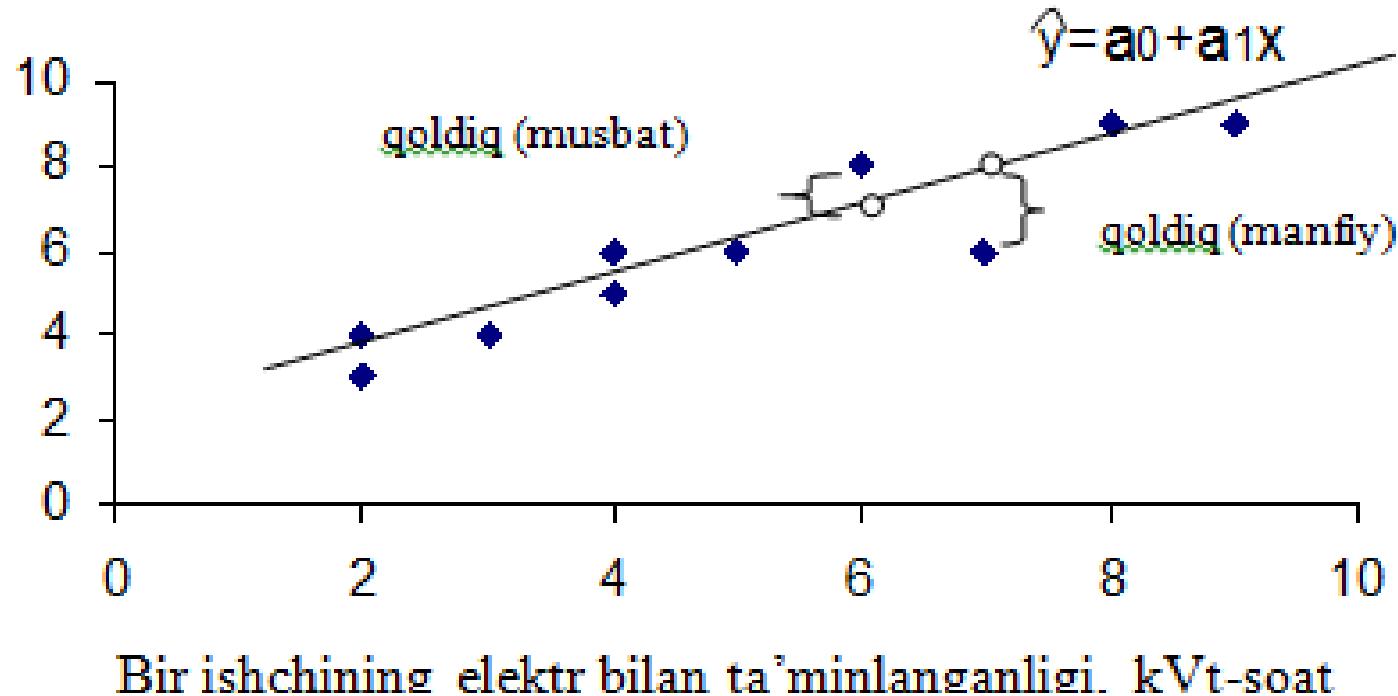
## ***REGRESSION TAHLIL VAZIFALARI***

- **Misol.** Korxonalar bo'yicha ishchilarning elektr bilan ta'minlanganligi va mehnat unumдорлиги то'г'рисида ма'lумотлар берилган

- | Korxona t/r | Bir ishchining elektr bilan ta'minlanganligi, kVt-soat | Bir ishchi ishlab chiqargan mahsulot, tonna |
|-------------|--|---|
| 1           | 2  | 3   |
| 2           | 5  | 6   |
| 3           | 3  | 4   |
| 4           | 7  | 6   |
| 5           | 2  | 4   |
| 6           | 6  | 8   |
| 7           | 4  | 6   |
| 8           | 9  | 9   |
| 9           | 8  | 9   |
| 10          | 4  | 5   |

## ***REGRESSION TAHLIL VAZIFALARI***

- Masalan: Bir ishchining elektr bilan ta'minlanganligi va mehnat unumдорлорлиги графиги



## ***REGRESSION TAHLIL VAZIFALARI***

- Omil va natijaviy belgi orasidagi bog'liqlik analitik ifodalanishiga ko'ra quyidagi ko'rinishda bo'lishi mumkin:

<i>To 'g 'ri chiziqli</i>	$\hat{y} = a_0 + a_1 x$
<i>Giperbolik</i>	$\hat{y} = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$
<i>Yarim logarifmik</i>	$\hat{y} = a_0 + a_1 \lg x$
<i>Ko 'rsatkichli</i>	$\hat{y} = a_0 x^{a_1}$ $\Rightarrow \lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x$
<i>Parabolali</i>	$\hat{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$



# TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI PARAMETRLARINI ANIQLASH

Agar qoldiqni  $u$  harfi bilan belgilasak,  $\Rightarrow u = y - \hat{y}$  bo'lsa

"Eng kichik kvadratlar usuli" quyidagicha ifodalanadi:

$$S = \sum_{i=1}^n u_i^2 \rightarrow \min \Rightarrow S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min \Rightarrow S = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 \rightarrow \min$$

$$S = \sum y_i^2 + n a_0^2 + a_1^2 \sum x_i^2 - 2 a_0 \sum y_i - 2 a_1 \sum y_i x_i + 2 a_0 a_1 \sum x_i$$



# TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI PARAMETRLARINI ANIQLASH

Funktsiyaning minimumini aniqlash uchun  $a_0$  va  $a_1$  parametrlar bo'yicha birinchi tartibli hosilalarni nolga tenglashtiramiz:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0 \Rightarrow 2na_0 - 2\sum y_i + 2a_1\sum x_i = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0 \Rightarrow 2a_1\sum x_i^2 - 2\sum y_i x_i + 2a_0\sum x_i = 0$$

normal tenglamalar sistemasi:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_i = \sum y_i \\ a_0\sum x_i + a_1\sum x_i^2 = \sum y_i x_i \end{cases}$$

# TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI PARAMETRLARINI ANIQLASH

- Bu tenglamalar sistemasidan  $a_1$  parametr quyidagicha aniqlanadi:

$$a_1 = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

- yoki 
$$a_1 = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x^2}$$

- yoki 
$$a_1 = \frac{n \sum yx - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \sum x \sum x}$$



## TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI PARAMETRLARINI ANIQLASH

- Bu tenglamalar sistemasidan  $a_0$  parametr quyidagicha aniqlanadi:

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$



# TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI

## PARAMETRLARINI ANIQLASH

- Misol.** Korxonalar bo'yicha ishchilarning elektr bilan ta'minlanganligi va mehnat unumдорлиги о'rtasidagi bog'lanishning regressiya tenglamasini tuzamiz va bog'lanish zichligini aniqlaymiz

Korxona t/r	Bir ishchining elektr bilan ta'minlan- ganligi, kvtsoat	Bir ishchi ishlab chiqargan mahsulot, tonna	x-X	(x-X) <sup>2</sup>	y-Y	(y- Y) <sup>2</sup>	(x-X)* (y-Y)	
1	2	3	-3	9	-3	9	9	
2	5	6	0	0	0	0	0	
3	3	4	-2	4	-2	4	4	
4	7	6	2	4	0	0	0	
5	2	4	-3	9	-2	4	6	
6	6	8	1	1	2	4	2	
7	4	6	-1	1	0	0	0	
8	9	9	4	16	3	9	12	
9	8	9	3	9	3	9	9	
10	4	5	-1	1	-1	1	1	
jami	50	60	0	54	0	40	43	
o'rtacha	5	6	x	5,4		4	4,3	

# TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI PARAMETRLARINI ANIQLASH

$$a_1 = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} = \frac{43}{54} =$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} = 6 - 0,796 * 5 =$$



# TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI PARAMETRLARINI ANIQLASH

$$a_1 = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} = \frac{43}{54} = 0,796 \text{ тонна}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} = 6 - 0,796 * 5 = 2,02 \text{ тонна}$$



## TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI

$$\circ Y_x = 2,02 + 0,796x$$

- $a_1$  parametrning mohiyati:
- Omil belgi bir birlikka o'zgarganda natijaviy belgi necha birlikka o'zgarishini ifodalaydi,
- ya'ni:
  - Elektr bilan ta'minlanganlik 1 kvt-soatga ortganda bir ishchi ishlab chiqargan mahsulot 0,796 tonnaga ortadi.



# TO'G'RI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI

## PARAMETRLARINI ANIQLASH

- Misol.** Korxonalar bo'yicha ishchilarning elektr bilan ta'minlanganligi va mehnat unumдорлиги о'rtasidagi bog'lanishning regressiya tenglamasini tuzamiz va bog'lanish zichligini aniqlaymiz

Korxona t/r	Bir ishchining elektr bilan ta'minlan- ganligi, kvtsoat	Bir ishchi ishlab chiqargan mahsulot, tonna	x-X	(x-X) <sup>2</sup>	y-Y	(y-Y) <sup>2</sup>	(x-X)* (y-Y)	$\bar{Y}_x = 2,02 + 0,796x$
1	2	3	-3	9	-3	9	9	3,611
2	5	6	0	0	0	0	0	6,000
3	3	4	-2	4	-2	4	4	4,407
4	7	6	2	4	0	0	0	7,593
5	2	4	-3	9	-2	4	6	3,611
6	6	8	1	1	2	4	2	6,796
7	4	6	-1	1	0	0	0	5,204
8	9	9	4	16	3	9	12	9,185
9	8	9	3	9	3	9	9	8,389
10	4	5	-1	1	-1	1	1	5,204
jami	50	60	0	54	0	40	43	60,000
o'rtacha	5	6	x	5,4		4	4,3	6,000

## KORRELYATSION TAHLIL

- Bog'lanish zichligi to'g'ri chiziqli bog'lanish uchun chiziqli korrelyatsiya koeffitsienti orqali aniqlanadi:



$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

- yoki

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y}$$

- yoki

$$r_{xy} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$



## KORRELYATSION TAHLIL

- Boshqa shakldagi bog'lanish turlari uchun nazariy korrelyatsion nisbat va korrelyatsiya indeksi aniqlanadi:
  - nazariy korrelyatsion nisbat
  - korrelyatsiya indeksi

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_{y_x}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{\frac{\sum(y_x - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}}$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_u^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - y_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}}$$



## KORRELYATSION TAHLIL

- Korrelyatsiya koeffitsienti quyidagi oraliqda mavjud bo'la oladi:

$$0 \leq |r_{xy}| \leq 1$$



## KORRELYATSION TAHLIL

- Korrelyatsiya koeffitsienti qiymatiga ko'ra bog'lanish kuchining turlari:

qiymati	0,1   -   0,3	0,3   -   0,5	0,5   -   0,7	0,7   -   0,9	0,9   va undan yoqori
bog'lanish kuchi	bo'sh	o'rtacha	sezilarli	yoqori	juda ham yoqori



## KORRELYATSION TAHLIL

- Misol shartlari bo'yicha chiziqli korrelyatsiya koeffitsientini aniqlaymiz:
- 

$$r_y = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{43}{\sqrt{54 * 40}} =$$



## KORRELYATSION TAHLIL

- Misol shartlari bo'yicha chiziqli korrelyatsiya koeffitsientini aniqlaymiz:
- 

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{43}{\sqrt{54 * 40}} = 0,925$$

## KORRELYATSION TAHLIL

- Korrelyatsiya koeffitsienti qiymatiga ko'ra bog'lanish kuchining turlari:

qiymati	0,1   -   0,3	0,3   -   0,5	0,5   -   0,7	0,7   -   0,9	0,9   va undan yoqori
bog'lanish kuchi	bo'sh	o'rtacha	sezilarli	yoqori	juda ham yoqori



# **STATISTIKADA O'ZARO BOG'LANISHLAR KUCHINI ANIQLASHNING BOSHQA USULLARI**

**G.B.Fexner koeffitsienti:**

$$F_x = \frac{M - H}{M + H}$$

**K.Spirmen ranglar korrelyatsiya koeffitsienti:**

$$P = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

**M. Kendel ranglar koeffitsienti:**

$$\tau = \frac{2 \sum S}{n(n-1)}$$

**Konkordatsiya koeffitsienti**

$$\varpi = \frac{12s}{m^2(n^3 - n)},$$

$$S = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^m r_{ij} \right)^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m r_{ij} \right)^2}{n}$$



# **STATISTIKADA O'ZARO BOG'LANISHLAR KUCHINI ANIQLASHNING BOSHQA USULLARI**

- Misol. O'nta kichik korxonalar asosiy fondlar qiymati va ishlab chiqargan mahsulot qiymati to'g'risida quyidagi ma'lumotlar keltirilgan:

Ishlab chiqarish fondlari, mln. so'm	1,5	1,8	2,0	2,2	2,3	2,6	3,0	3,1	3,5	3,8
Ishlab chiqarilgan mahsulot qiymati, mln. so'm	3,9	4,4	3,8	3,5	4.8	4,3	7,0	6,5	6,1	8,2

- Ushbu ma'lumotlar bo'yicha asosiy fondlar qiymati va ishlab chiqargan mahsulot qiymati o'rtasidagi bo'g'liqlik zichligini K.Spirmen va N.Kendel koeffisientlari bo'yicha aniqlang.

# STATISTIKADA O'ZARO BOG'LANISHLAR KUCHINI ANIQLASHNING BOSHQA USULLARI

- Ma'lumotlarni jadvalda aks ettiramiz

$x$	$y$	$X$	$Y$	$d = X - Y$	$d^2$	$P$	$Q$
1,5	3,9	1	3	-2	4	7	2
1,8	4,4	2	5	-3	9	5	3
2,0	3,8	3	2	1	1	6	1
2,2	3,5	4	1	3	9	6	0
2,3	4,8	5	6	-1	1	4	1
2,6	4,3	6	4	2	4	4	0
3,0	7,0	7	9	-2	4	1	2
3,1	6,5	8	8	0	0	1	1
3,5	6,1	9	7	2	4	1	0
3,8	8,2	10	10	0	0	-	-
$\Sigma$						35	10

## **STATISTIKADA O'ZARO BOG'LANISHLAR KUCHINI ANIQLASHNING BOSHQA USULLARI**

- Spirmen koeffitsientini hisoblaymiz:

$$P = 1 - \frac{\sigma \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 36}{10 \cdot 99} =$$

- Kendel koeffitsientini hisoblaymiz:

$$r = \frac{2 \sum S}{n(n-1)} = \frac{2 \cdot 25}{10 \cdot 9} =$$



## **STATISTIKADA O'ZARO BOG'LANISHLAR KUCHINI ANIQLASHNING BOSHQA USULLARI**

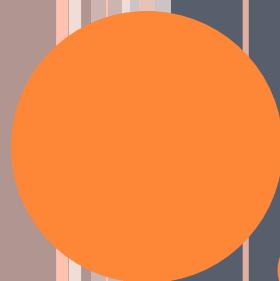
- Spirmen koeffitsientini hisoblaymiz:

$$P = 1 - \frac{\sigma \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 36}{10 \cdot 99} = 0,78$$

- Kendel koeffitsientini hisoblaymiz:

$$r = \frac{2 \sum S}{n(n - 1)} = \frac{2 \cdot 25}{10 \cdot 9} = 0,56$$





E'TIBORINGIZ UCHUN RAXMAT

