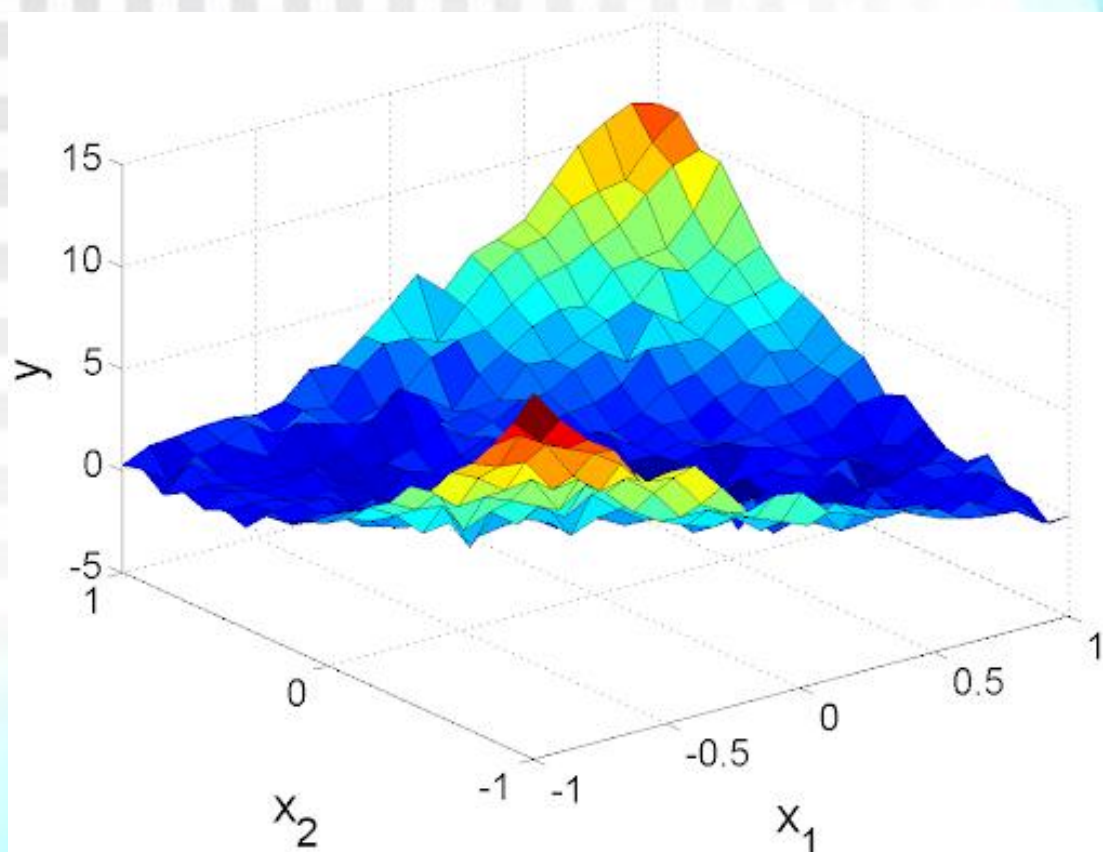




В. Балабанов
А. Ли
Н. Мартынова
З. Шарипов
Х. Абдулмажидов
Н. Умиров



ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА



Ташкент
2021



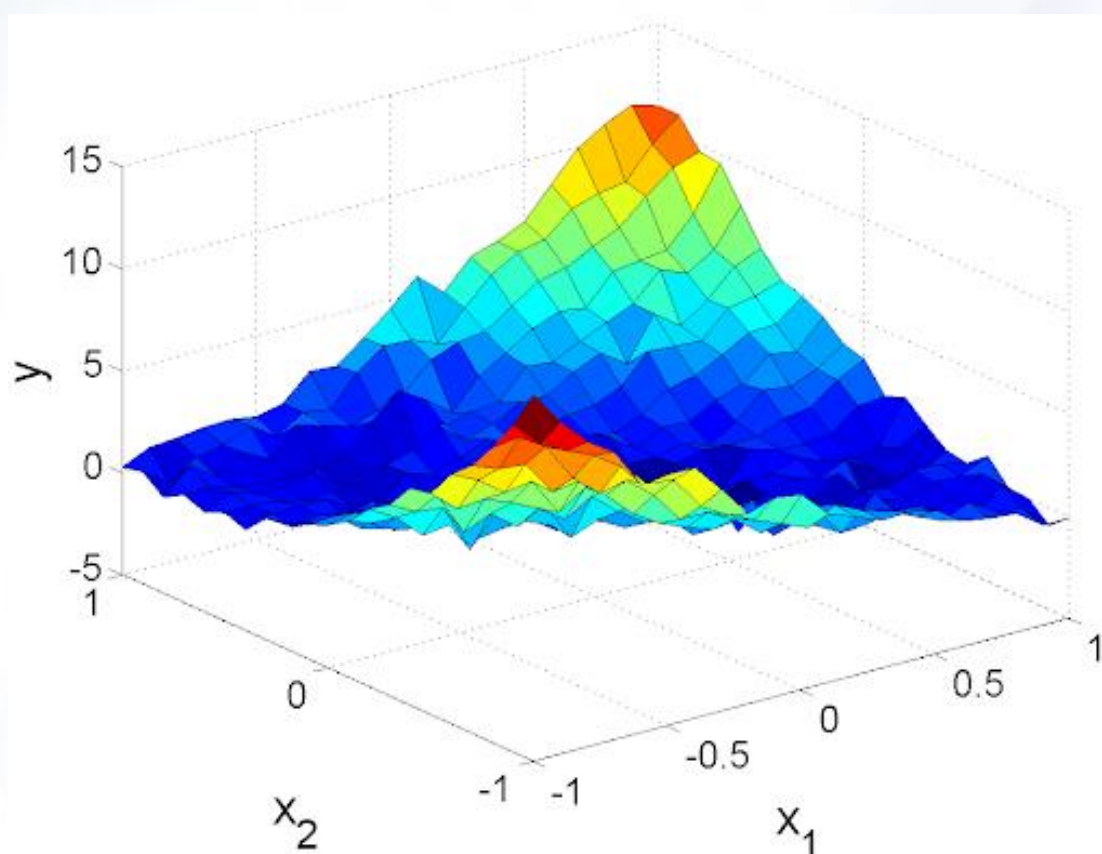
**В. Балабанов, А. Ли, Н. Мартынова,
З. Шарипов, Х. Абдулмажидов, Н. Умиров**
**/ ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТА /**
Учебное пособие



В. Балабанов
А. Ли
Н. Мартынова
З. Шарипов
Х. Абдулмажидов
Н. Умиров



ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА



Ташкент
2021



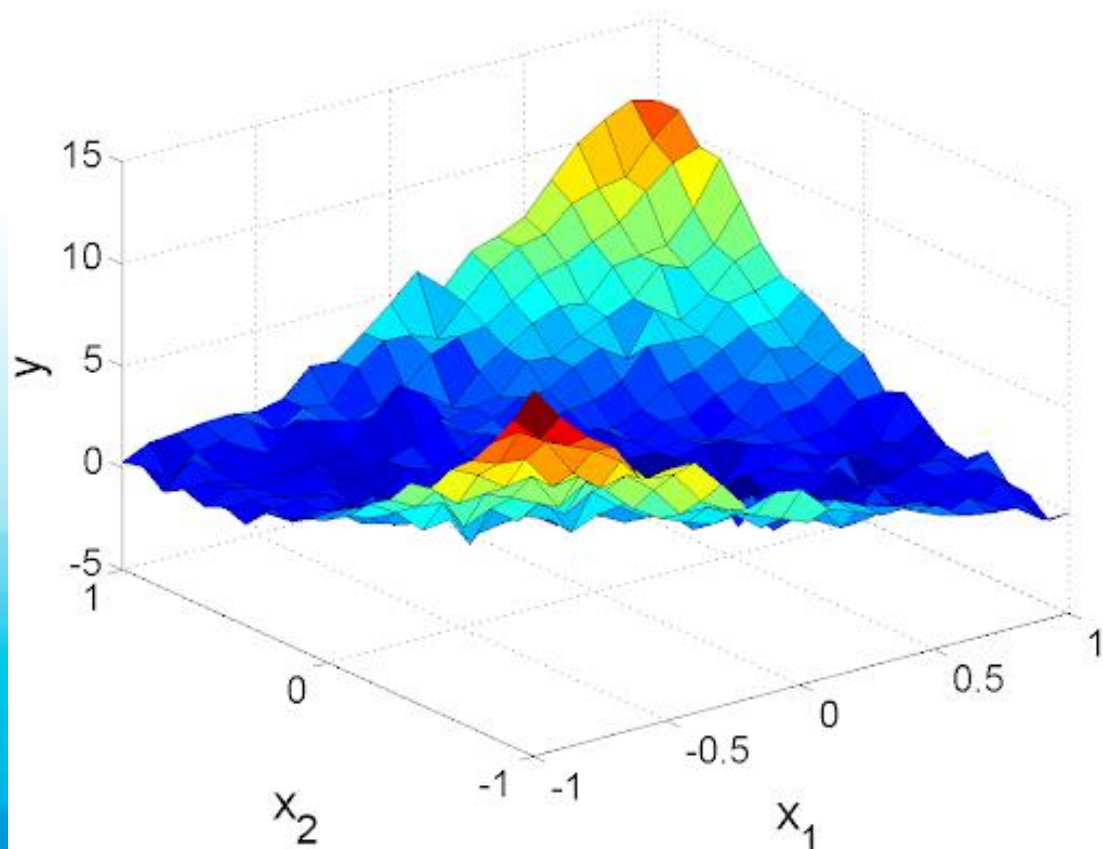
**В. Балабанов, А. Ли, Н. Мартынова,
З. Шарипов, Х. Абдулмажидов, Н. Умиров**
**/ ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТА /**
Учебное пособие



**В. Балабанов
А. Ли
Н. Мартынова
З. Шарипов
Х. Абдулмажидов
Н. Умиров**



ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА



**Ташкент
2021**



**В. Балабанов, А. Ли, Н. Мартынова,
З. Шарипов, Х. Абдулмажидов, Н. Умиров**
**/ ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТА /**
Учебное пособие

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ТАШКЕНТСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ИРРИГАЦИИ
И МЕХАНИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ –
МОСКОВСКАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ
ИМ. К.А. ТИМИРЯЗЕВА

**В. Балабанов, А. Ли, Н. Мартынова, З. Шарипов,
Х. Абдулмажидов, Н. Умиров**

ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

/ Учебное пособие /

Учебное пособие предназначено для обучающихся по программам магистратуры по направлениям: 5А450301 - «Механизация гидромелиоративных работ», 5А430101 - «Механизация сельского хозяйства», 5450300 – «Механизация водохозяйственных и гидромелиоративных работ» и 23.03.03 - «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»

**Ташкент
2021**

*Учебное пособие рассмотрено и рекомендовано к печати Научным Советом Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ)
(Протокол № 8 от 29 апреля 2021 года)*

УДК 621.77:631.3

В учебном пособии представлена методика статистического анализа опытных данных, описания факторного пространства уравнениями регрессии и оценки их достоверности при выполнении индивидуальных заданий в ходе лабораторно-практических занятий по дисциплине «Планирование и организация эксперимента».

Учебное пособие предназначено для обучающихся по программам магистратуры по направлениям: 5А450301 - «Механизация гидромелиоративных работ», 5А430101 - «Механизация сельского хозяйства», 5450300 – «Механизация водохозяйственных и гидромелиоративных работ» и 23.03.03 - «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов». Могут быть полезны для аспирантов, докторантов и соискателей, занимающихся научными исследованиями.

Рецензенты:

Кизяев Б.М., д.т.н., профессор, академик РАН, научный руководитель ФГБНУ ВНИИГиМ.

Игамбердиев А.К., д.т.н., профессор, зав. кафедры «Эксплуатация и ремонт машин» ТИИИМСХ.

В. Балабанов, А. Ли, Н. Мартынова, З. Шарипов, Х. Абдулмажидов, Н. Умиров
/ ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА /
Учебное пособие. -Т.: -2021. -121 стр.

© ТИИИМСХ 2021
© В. Балабанов
© А. Ли
© Н. Мартынова
© З. Шарипов
© Х. Абдулмажидов
© Н. Умиров

©. Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ), 2021 г.

Введение

Учебное пособие «Планирование и организация эксперимента» предназначено для самостоятельной работы студентов по изучению теоретических основ экспериментального изучения объекта исследования, формированию навыков и умений по планированию, проведению эксперимента и анализу полученных результатов.

Цель дисциплины - освоение студентами (магистрами, аспирантами) методики планирования и организации эксперимента для получения достоверной информации об исследуемом объекте при минимальных затратах труда и в кратчайшие сроки.

Задачи дисциплины – научить оценивать достоверность полученной экспериментальной информации; определять характеристики случайных величин и минимально необходимый объем выборок; выбирать и ранжировать наиболее существенные технологические факторы, влияющие на исследуемый процесс; описывать функцию отклика для выбранного факторного пространства и определять оптимальную область для исследуемого процесса; оценивать парную и множественную статистическую взаимосвязь между случайными величинами и аппроксимировать опытные данные математическими зависимостями; оценивать точность и адекватность математических моделей.

Требования к уровню освоения содержания дисциплины. В результате изучения дисциплины студент (магистр, аспирант) должен:

Иметь представление: о методах экспериментальных исследований процессов работы машин.

Знать: основы теории математической статистики и планирования эксперимента применительно к задачам формирования достоверных опытных данных об исследуемых объектах.

Уметь: оценивать достоверность результатов измерений и контроля; аппроксимировать опытные данные математическими зависимостями и оценивать их адекватность; планировать порядок проведения эксперимента при испытании с.-х. техники; обрабатывать опытные данные на ЭВМ; строить математические модели исследуемых процессов и их физическую интерпретацию.

Владеть навыками: планирования многофакторного эксперимента и обработки опытных данных; использования прикладных программ для обработки результатов экспериментов ЭВМ.

Сформированные знания, умения и навыки составляют методическую основу экспериментальных исследований сельскохозяйственных объектов и (или) процессов в процессе испытаний.

Испытания - экспериментальное определение количественных и (или) качественных характеристик свойств объекта испытаний как результата воздействия на него, при его функционировании, при моделировании объекта и (или) воздействий. Основой испытаний является опыт.

Опыт — это метод исследования, который воспроизводится в описанных условиях неограниченное количество раз, и даёт идентичный результат (воспроизводимый опыт). Совокупность опытов для достижения, поставленных задач в исследовании, представляет собой эксперимент.

Эксперимент (от лат. *Experimentum* — проба, опыт) — метод исследования некоторого явления или процесса в управляемых условиях. Отличается от наблюдения активным взаимодействием с изучаемым объектом. Обычно эксперимент проводится для проверки гипотезы, установления причинных связей между действующими факторами и откликом.

Лабораторно-практический курс при изучении дисциплины «Планирование и организация эксперимента» состоит из 9 расчетных заданий и выполняется по индивидуальным вариантам. В индивидуальных заданиях охвачены основные разделы курса планирования эксперимента и обработки статистической информации. Задания составлены таким образом, чтобы стимулировать инициативу и самостоятельную формулировку, и доказательность выводов и рекомендаций магистранта. При этом в каждом задании содержатся элементы исследовательской работы.

Задания формируются в зависимости от образовательной программы и уровня подготовки обучающегося. Результаты выполнения индивидуального задания оформляются в «Рабочей тетради».

Выполненные индивидуальные задания необходимо защитить для формирования навыков научной дискуссии.

1. Статистическая обработка одномерной выборки случайной величины

1.1. Цель и задачи

Цель – изучить методику статистической обработки одномерной выборки случайной величины.

Задачи – освоить основные понятия (случайная величина, выборка, характеристики случайной величины), методику формулировки и проверки статистических гипотез, изучить требования к выборке и методику проверки их соблюдения, научиться определять достоверные статистические характеристики случайной величины.

1.2. Основные понятия и определения

Случайная величина — это переменная, которая принимает в результате опыта одно значение из множества исходов, причём появление того или иного значения этой величины до её измерения нельзя точно предсказать.

Все возможные значения случайной величины называют *генеральной совокупностью*. Если мы проведем n повторных измерений случайной величины X , то есть получим n конкретных различных численных значений X_1, X_2, \dots, X_n , то этот результат эксперимента можно считать *выборкой* объема n из гипотетической генеральной совокупности результатов единичных измерений. Оценивая характеристики выборки, мы можем иметь представление о свойствах генеральной совокупности.

Репрезентативная выборка – точно (достоверно) отражает свойства генеральной совокупности. Чтобы выборка правильно отражала основные свойства, присущие генеральной совокупности, она должна быть *случайной*, т.е. все объекты генеральной совокупности должны иметь равные шансы попасть в выборку. Для этого выборки формируются с помощью специальных методик. Репрезентативная выборка должна быть *достаточной* по объему для обеспечения необходимой точности определяемых показателей (характеристик).

Достоверная выборка не должна содержать *грубые ошибки* (промахи, не характерные значения реализации случайной величины).

Доверительная вероятность – вероятность того, что значение рассчитываемых оценочных характеристик для генеральной совокупности попадет в доверительный интервал. Чем больше доверительная вероятность, тем больше должен быть доверительный интервал.

Для оценки случайной величины используют *характеристики положения и рассеивания*.

Характеристики положения: *математическое ожидание, мода и медиана*.

Математическое ожидание - число, вокруг которого сосредоточены значения случайной величины представляет абсциссу центра тяжести плоской фигуры, ограниченной кривой распределения и осью абсцисс. Математическое ожидание случайной величины x обозначается $M(x)$. Математическое ожидание

непрерывной случайной величины X равно $m_1(X)=M(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$, а математическое ожидание дискретной случайной величины равно $m_1(X)=M(x)=\sum_{i=1}^n x_i p_i$.

Модой дискретной случайной величины, обозначаемой Mo , называется ее наиболее вероятное значение, а модой непрерывной случайной величины – значение, при котором плотность вероятности максимальна.

Медианой непрерывной случайной величины X называется такое ее значение Me , для которого одинаково вероятно, окажется ли случайная величина меньше или больше Me , т.е. $P(X < Me) = P(X > Me)$.

Характеристики рассеивания: *дисперсия, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.*

Дисперсия случайной величины характеризует степень разброса случайной величины около ее математического ожидания и представляет собой *математическое ожидание квадрата ее отклонения*: $D(X)=M(X-M(X))^2$. Дисперсия случайной величины как характеристика разброса имеет одну неудобную особенность: ее размерность (из определения) равна квадрату размерности случайной величины X .

Средним квадратическим отклонением случайной величины X называется арифметический корень из дисперсии, т.е. $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$.

Коэффициент вариации $V[X]$ - отношение стандартного отклонения $\sigma[X]$ к математическому ожиданию $M[X]$, выраженное в процентах или в долях (в расчетах).

Для оценки приведенных выше истинных характеристик случайной величины используют некоторые оценочные функции этих величин $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, которые называются *статистиками* (или *характеристиками*). Значения статистик зависят от объема выборки и свойств случайной величины.

Математическое ожидание $M[X]$ оценивается выборочным средним:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.1)$$

Дисперсия $D[X]$ оценивается выборочной дисперсией:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1.2)$$

Оценочный коэффициент вариации вычисляется по формуле

$$V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (1.3)$$

где S – оценочное значение среднего квадратического отклонения $S_x = \sqrt{S_x^2}$.

1.3. Задание

Для сформированной на компьютере выборки объемом ($N=25$) выполнить проверки соблюдения требований к выборке:

- проверить наличие грубых ошибок в выборке;
- проверить соблюдение требований о случайном характере выборки;
- проверить соблюдения требований о достаточности выборки;
- определить оценочные статистические характеристики случайной величины.

1.4. Рекомендации по выполнению задания

1. С помощью специальной программы в среде *MathCAD* смоделируем $N=25$ значений случайной величины. Варианты индивидуального задания задаются преподавателем или задаются параметры рассеивания условной случайной величины (табл. 1.1)

Таблица 1.1

Данные для моделирования выборки на компьютере

Вариант	Параметры		Вариант	Параметры		Вариант	Параметры	
	a	b		a	b		a	b
1	15	1	6	15	2	11	15	1.75
2	18	1.5	7	18	2.5	12	18	2
3	21	2	8	21	3	13	21	2.25
4	24	2.5	9	24	3.5	14	24	2.75
5	27	3	10	27	3	15	27	3.2

2. Моделирование условной выборки:

$$N=25 \quad a=20 \quad b=1,7$$

Для вывода данных набрать команду $X: = (tom(N, a, b))$

3. Найдем статистические характеристики для полученной выборки

Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{25} \cdot 429,825 = 17,193 \quad (1.4)$$

Выборочная дисперсия:

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \Delta i^2 = \frac{1}{25-1} * 1044,72 = 44,77 \quad (1.5)$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{44,776} = 6,692 \quad (1.6)$$

4. Исключение грубых ошибок

Смоделированную на компьютере выборку представим в виде вариационного ряда, т.е. ряда упорядоченного по мере возрастания (колонка 3). Проанализируем наибольшее значение $X_{max} = 29,114$ и наименьшее значение - $X_{min} = 0,117$. Если эти значения выделяются из приведенной совокупности, то их можно считать грубыми ошибками и исключить из выборки.

Проверку этого утверждения относительно $X_{max} = 29,114$ выполним в следующем порядке:

1.5. Сформулируем основную и альтернативную статистические гипотезы:

H_0 : X_{max} является грубой ошибкой;

H_1 : X_{max} не является грубой ошибкой.

1.6. Выбираем статистический критерий, который представляет собой отношение удаления подозреваемой величины $X_{max} = 29,114$ от среднего значения $\bar{x} = 17,193$ к среднему квадратическому отклонению и находим расчетное значение

$$V_p = \frac{x_{max} - \bar{x}}{s_x} = \frac{29,114 - 17,193}{6,692} = 1,782 \quad (1.7)$$

1.7. Определяем критическое значение статистического критерия таблица 1 (приложения)

$$V_{kp} = V_{\alpha=0,05; n=25} = 2,717$$

1.8. Сравниваем расчетное значение с критическим: так как $V_p < V_{kp}$, то X_{max} не является грубой ошибкой, справедлива гипотеза H_1 .

Таблица 1.2

Расчетная таблица

№ п/п	Выборочные значения		$d_i = x_{i+1} - x_i$	d_i^2	$\Delta_i = x_i - \bar{x}$	Δ_i^2
	в порядке появления	в порядке возрастания				
1	10,723	0,117	-5,66	32,01	-6,47	41,86
2	16,381	10,353	-4,06	16,50	-0,81	0,66
3	20,4435	10,723	4,56	20,80	3,25	10,57
4	15,883	10,807	-1,80	3,25	-1,31	1,72
5	17,685	11,264	-6,09	37,08	0,49	0,24
6	23,774	11,908	2,24	5,04	6,58	43,31
7	21,53	12,276	-1,31	1,70	4,34	18,81
8	22,835	12,956	10,93	119,40	5,64	31,83
9	11,908	13,511	0,64	0,41	-5,29	27,93
10	11,264	13,854	-1,01	1,02	-5,93	35,15
11	12,276	15,883	-4,87	23,75	-4,92	24,18
12	17,149	16,381	6,34	40,22	-0,04	0,00
13	10,807	17,149	10,69	114,28	-6,39	40,78
14	0,117	17,185	-28,82	830,36	-17,08	291,59
15	28,933	17,685	3,40	11,53	11,74	137,83
16	25,538	20,443	4,54	20,58	8,35	69,64
17	21,001	21,001	8,05	64,72	3,81	14,50
18	12,956	21,53	-0,56	0,31	-4,24	17,95
19	13,511	21,944	-0,34	0,12	-3,68	13,56

№ п/п	Выборочные значения		$d_i = x_{i+1} - x_i$	d_i^2	$\Delta_i = x_i - \bar{x}$	Δ_i^2
	в порядке появления	в порядке возраста- ния				
20	13,854	22,662	-8,09	65,45	-3,34	11,15
21	21,944	22,835	4,76	22,65	4,75	22,57
22	17,185	23,774	-11,93	142,30	-0,01	0,00
23	29,114	25,538	18,76	351,98	11,92	142,11
24	10,353	28,933	-12,31	151,51	-6,84	46,79
25	22,662	29,662				
	$\sum x_i = 429,82$ 5			$\sum d_i^2 = 2076$,96		$\sum \Delta_i^2 =$ 1044,7 2

Проверяем, является ли X_{min} грубой ошибкой.

H_0 : X_{min} является грубой ошибкой

H_1 : X_{min} не является грубой ошибкой

$$V_p = \frac{\bar{x} - x_{min}}{S_x} = \frac{17,19306 - 0,117}{6,692} = 2,5517$$

Так как $V_p < V_{кр}$, то X_{min} так же не является грубой ошибкой.

3. Проверка случайности выборки

Проверку гипотезы о случайности выборки проведем на основе метода разностей. Сформируем новую случайную величину $d_i = x_{i+1} - x_i$ как разницу между предшествующим и последующим значением (в порядке получения)

3.1. Сформулируем гипотезу:

H_0 : выборка случайна;

H_1 : выборка неслучайна.

3.2. В качестве критерия возьмем отношение двух характеристик рассеивания

$$\tau_p = \frac{C_x^2}{S_x^2} \quad (1.8)$$

где C_x^2 – характеристика рассеивания случайной величины, подсчитанное по методу разностей.

$$C_x^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{24} d_i^2 = 45,151 \quad (1.9)$$

Расчетное значение критерия получим

$$\tau_p = \frac{C_x^2}{S_x^2} = 1,0084 \quad (1.10)$$

3.3. Критическое значение выбранного критерия для объема выборки $n \leq 20$ $\tau_{кр} \equiv \tau_{\alpha;n}$ находим по таблице 2 (приложения).

Для выборки объемом больше $n > 20$, τ распределено по нормальному закону распределения с параметрами:

$$m_x = 1; S_x = \sqrt{\frac{1}{n+1} \cdot \left(1 - \frac{1}{n-1}\right)} \approx \frac{1}{\sqrt{n+1}} \quad (1.11)$$

В этом случае $\tau_{кр}$ определяется из условия:

$$\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\tau_{кр}} \exp\left[-\frac{(\tau-1)^2 \cdot (n+1)}{2}\right] d\tau = \alpha \quad (1.12)$$

Для $n=25$, $\alpha=0,05$ находим параметр нормирования ЗНР $t = \frac{x-m_x}{S_x}$ по таблице 10 (приложения1) соответствующий уровню доверительной вероятности 0,95, получим $t = 1,65$, для 0,05; $t = -1,65$.

Искомое значение будет равно $\tau_{кр} = x = t \cdot S_x + m_x$. Значение $m_x = 1$, а S_x подсчитываем по формуле (1.11) $S_x = \frac{1}{\sqrt{25+1}} = 0,196$.

Тогда:

$$\tau_{кр} = \tau_{\alpha=0,05; n=25} = -1,65 * 0,196 + 1 = 0,6766 \quad (1.13)$$

3.4. Вывод: так как $\tau_p < \tau_{кр}$, то выборка случайна.

4. Проверка достаточности выборки

4.1. Рассчитаем оценочное значение среднего (1) для первых 3, 5, 10 и 25 значений (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Оценочное значение показателей

Объем выборки	3	5	10	25
$m_x = \bar{x}$	13,85	16,22	17,24	17,19

Из таблицы видно, что среднее значение зависит от анализируемой величины и от объема выборки. Для достаточной выборки должно выполняться условие:

$$P(\bar{X} - I_{до\bar{v}} \leq m_x \leq \bar{X} + I_{до\bar{v}}) = \alpha \quad (1.14)$$

где $I_{до\bar{v}}$ – доверительный интервал для нахождения среднего значения; m_x – математическое ожидание среднего значения; α – доверительная вероятность (в расчетах принимаем $\alpha = 0,95$).

Для соблюдения условия (1.14) должно выполняться условие

$$\Delta = \frac{I_{до\bar{v}}}{\bar{X}} \leq \frac{t_{\gamma;n} \cdot S_x}{\bar{X} \cdot \sqrt{n}} \quad (1.15)$$

где Δ – относительная погрешность определения среднего; $t_{\gamma;n}$ – коэффициент Стьюдента (таблица, приложения 1), $t_{\gamma=0,95;n=25} = 2,06$.

Значение относительной погрешности задается методикой испытаний или измерений (в расчетах принимаем $\Delta=10\%$ или 0,1).

4.2. Минимально необходимый объем подсчитываем из условия равенства (1.15)

$$n_p = \left(\frac{t_{\gamma;n} \cdot S_X}{\Delta \cdot \bar{X}} \right)^2 = \left(\frac{2,06 \cdot 6,692}{0,1 \cdot 17,193} \right)^2 = 64,29 \quad (1.16)$$

Полученное расчетное значение округляем до большего целого значения $n_p = 65$.

Сравниваем полученное значение минимально необходимого числа опытов с объемом выборки и делаем вывод о достаточности имеющейся выборки. В нашем примере $n_p = 65 > N = 25$, следовательно выборка не достаточная по объему. В этом случае, необходимо провести дополнительную серию опытов.

4.3. Определение минимально необходимого числа измерений при разработке методики исследования

В практической работе исследователя чаще всего встречается задача обоснования необходимого числа измерений при разработке рабочей методики испытаний. На этом этапе выборочных значений не имеем. Значения величин по формуле (1.16) найти не можем, так как каждое из них зависит от искомого объема выборки.

При выполнении задания необходимо самостоятельно разобраться и объяснить, как поступить в этом случае?

Контрольные вопросы:

1. Дать определение случайной величины и привести примеры из своей практики.
2. Как будут изменяться статистические характеристики случайной величины при увеличении и выборки?
3. Объяснить порядок проверки статистических гипотез.
4. Объяснить понятие статистического критерия.
5. Как сравнить два исследуемых идентичных процесса с разными средними и дисперсиями одного признака?

2. Статистическая обработка выборки большого объема

2.1. Основные понятия и определения

По мере увеличения объема выборки увеличивается риск ввода ошибочных данных. В практической статистике выборки более 30-40 значений относят к *выборкам большого объема*. Для определения статистических характеристик выборку в этом случае преобразуем в форму представления случайной величины в виде ряда распределения.

Ряд распределения – это таблица, ставящая в соответствие значения случайной величины и вероятности их появления.

x_i	x_1	x_2	...	x_n
p_i	p_1	p_2	...	p_n

В статистике *ряд распределения* — представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности по группам, разделяемым по определенному варьирующему признаку. В зависимости от признака, положенного в основу образования ряда распределения различают *атрибутивные* и *вариационные* ряды распределения.

Атрибутивными — называют ряды распределения, построенные по качественным признакам.

Сгруппированные данные в порядке возрастания или убывания значений количественного признака называются *вариационным рядом*. Количественный признак может иметь дискретные (целочисленные) значения или непрерывные значения. Непрерывные значения признака могут быть разбиты на интервалы и оценены частотой попадания выборочных значений в тот или иной интервал.

Ряд распределения характеризуется двумя элементами: вариантой (X) и частотой (f).

Варианта – это отдельное значение признака отдельной единицы или группы совокупности. Число, показывающее, сколько раз встречается то или иное значение признака, называется *частотой*. Сумма всех частот должна быть равна численности единиц всей совокупности. Если частота выражена относительным числом, то она называется *частотью (опытной вероятностью)*.

2.2. Задание

Для анализа методики статистической обработки выборки большого объема необходимо определить по данным из 1-ого задания:

- преобразовать выборку объемом $n = 25$ (взять из 1-ой работы) в ряд распределения;
- определить статистические характеристики;

- сравнить значения статистических характеристик, полученных в 1-ом и 2-ом задании.

2.3. Выполнение задания

1. Задаемся числом интервалов m и разбиваем весь диапазон изменения случайной величины от \min до \max на равные участки. Процедура не формализованная. Существует достаточно много эмпирических соотношений. В частности в ряде учебников приводится формула *Стерджесса* $m = 1 + 3.22 \cdot \lg N$; есть практические рекомендации: при $n < 40 \dots 50$ число интервалов выбирают в пределах $5 \dots 8$, а для большего числа – $8 \dots 12$. В нашем примере для выбора числа интервалов воспользуемся соотношением $m = \sqrt{n}$. Принимаем $n = \sqrt{25}$, $m = 5$

2. Подсчитаем ширину интервала:

$$d = \frac{R}{m} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} = \frac{29,114 - 0,117}{5} = 5,7994 \quad (2.1)$$

3. Определим левые и правые границы для каждого интервала и заполним расчетную таблицу (столбцы 2 и 3). Левая граница первого интервала равна $X_{\min} = 0,117$, правая граница будет равна $X_{\min} + d$. Для второго интервала левая граница будет равна правой границе первого интервала, правая граница равна $X_{\min} + 2d$. Правая граница последнего интервала будет равна X_{\max} .

Таблица 2.1

Преобразование выборки в ряд распределения

№	Граница		\bar{x}	n_i	p_i
	левая	правая			
1	0,117	5,9164	3,0167	1	0,04
2	5,9164	11,7158	8,8161	4	0,16
3	11,7158	17,5152	14,6155	9	0,36
4	15,5152	23,3146	20,4149	7	0,28
5	23,3146	29,114	26,2143	4	0,16

4. Определим середины интервалов x_i и запишем их в 4 столбец таблицы. Примем *допущение 1* – случайная величина может принимать любое значение в пределах интервала, но в расчетах их будем относить к середине интервала.

5. Подсчитаем число значений выборки, попадающие в каждый интервал n_i . Значения запишем в 5 столбец таблицы и проверим условие:

$$\sum_{i=1}^{m=5} n_i = N = 25.$$

6. Определим опытные вероятности $p_i = \frac{n_i}{N}$ и записываем их значения в 6 столбец таблицы. Проверим условие нормирования, так как события представляют полную группу, то сумма опытных вероятностей должна равняться 1, т.е. $\sum_{i=1}^5 p_i = 1$.

Принимаем *допущение 2* – вероятность попадания случайной величины в интервал различна для левой и правой границы, а в расчетах примем постоянной или распределенной по закону равномерной плотности. С учетом принятых допущений 1 и 2 получили *ряд распределения*.

7. Определим среднее значение:

$$\bar{x}_2 = \sum x_i \cdot p_i = 16,70328 \quad (2.2)$$

8. Определим дисперсию:

$$S_{x^2}^2 = \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 \cdot p_i = 12,77592 \quad (2.3)$$

9. Сравним значения средних значений, полученных в первом и втором задании

$$\Delta_{\bar{x}_1} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\bar{x}_1} \cdot 100 = \frac{17,193 - 16,703}{17,193} = 2,848\% \quad (2.4)$$

10. Сравним значения дисперсий, полученных в первом и втором задании:

$$\Delta_{S_x^2} = \frac{S_1^2 - S_2^2}{S_1^2} \cdot 100 = \frac{44,776 - 12,775}{44,776} \cdot 100 = 71,47\% \quad (2.5)$$

Анализ полученных данных показывает удовлетворительную разницу между средними значениями 2,85%, а для дисперсии разницу существенная – 71,47%. В этом случае необходимо проводить дополнительные опыты. Если провести дополнительные опыты невозможно, используют поправку Шепарда $\Delta_{S_x^2} = \frac{d^2}{12}$. Для приближения оценочной дисперсии S_x^2 к истинному значению при ограниченном числе опытных данных к дисперсии прибавляют поправку Шепарда.

$$S_{x^2}^2 = S_{x^2}^2 + \frac{d^2}{12} \quad (2.6)$$

Для уменьшения относительной погрешности можно попробовать увеличить число интервалов и (или) провести дополнительные опыты.

11. Опытные данные в графическом виде представляют в виде гистограммы и опытной функцией плотности распределения (*многоугольник распределения, полигон распределения*) (рис. 2.1).

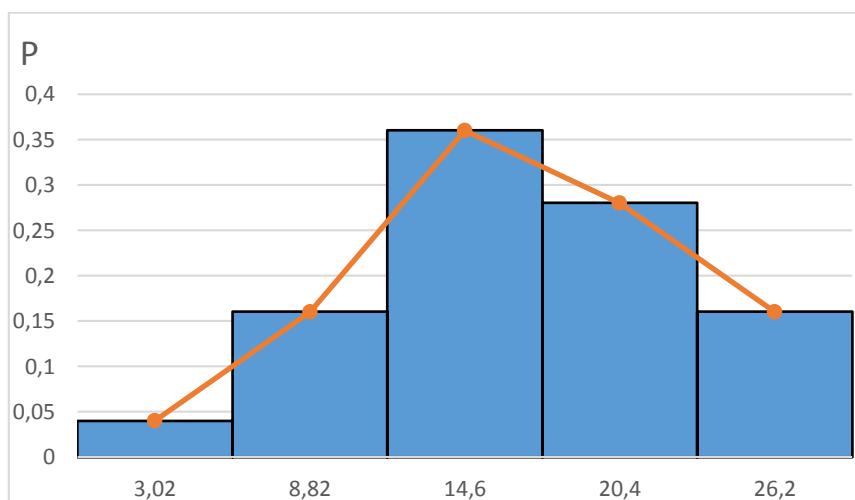


Рис. 2.1. Гистограмма распределения функции плотности распределения

Гистограмма - столбчатая диаграмма, высота столбиков которой соответствует частоте или относительной частоте (частости, опытной вероятности) попадания данных в каждый из интервалов.

Для построения гистограммы на горизонтальной оси в выбранном масштабе отметим границы соответствующих интервалов. На вертикальной оси выбирают масштаб в соответствии с максимальным значением опытной вероятности.

Строят столбчатую диаграмму, затем середины столбчатой диаграммы соединяют отрезками ломаной прямой и получают полигон распределения (рис. 2.1). Полигон представляет собой опытную функцию плотности распределения.

Опытная функция распределения (*кумулята*) показана на рис. 2.2.

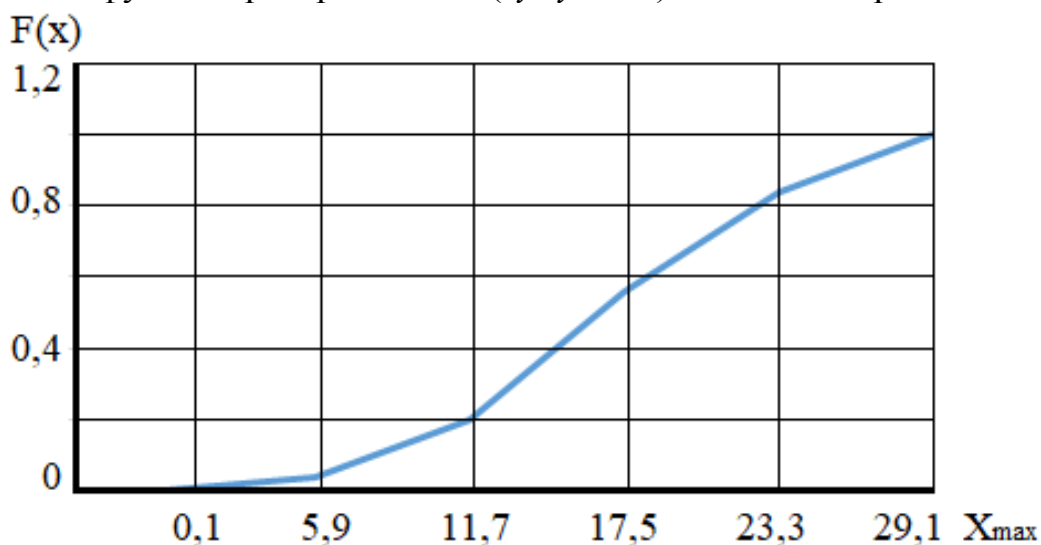


Рис. 2.2. Опытная функция распределения (кумулята)

График накопленных относительных частот представляет собой опытную функцию распределения. Для его построения по горизонтальной оси, как и для гистограммы, отмечают границы интервалов, а по вертикальной оси (ординате) в интервале (0,1) откладывают накопленные частоты из условия:

$F^*(x) = P(X < x) = \alpha$, где x – заданное значение. Так задаваясь $x=5,9$, вероятность будет равна $p_1=0,04$; при $x = 11,7$, ордината будет равна p_1+p_2 , так для всех других значений границ интервалов.

Контрольные вопросы:

1. В какой форме представлена случайная величина?
2. Какие причины могут вызвать большую относительную погрешность определения оценочной дисперсии?
3. Как будут изменяться частоты (опытные вероятности) при увеличении числа измерений?
4. Как будут изменяться частоты (опытные вероятности) при увеличении числа интервалов?
5. Как будет изменяться полигон распределения при увеличении числа измерений?

3. Выбор закона распределения случайной величины

3.1. Цель и задачи

Цель – изучить методику выбора закона распределения для описания одномерной выборки случайной величины.

Задачи – освоить основные понятия (закон распределения, функция распределения, функция плотности распределения, вероятность согласия), методику выбора закона распределения, изучить свойства функции распределения, научиться определять критические значения критериев согласия Пирсона и Колмогорова и вероятность согласия опытных данных определенному закону распределения.

3.2. Основные понятия и определения

Закон распределения – математическая зависимость, связывающая значения случайной величины и вероятности ее определения $P = f(x_i)$. По характеру этой зависимости классифицируют теоретические законы распределения (закон нормального распределения; логарифмически нормальный, *Вейбулла* и другие).

Закон распределения используется для сглаживания статистических данных. Задача сглаживания заключается в том, чтобы подобрать теоретическую плавную кривую распределения, с той или иной точки зрения наилучшим образом описывающую данное статистическое распределение. Как правило, принципиальный вид теоретической кривой выбирается заранее из соображений, связанных с существом задачи, а в некоторых случаях просто с внешним видом статистического распределения.

Функцией распределения – называется функция $F(X)$, описывающая вероятность появления значений случайной величины $P(X \leq x)$ меньше наперед заданного числа равной α .

$$F(X) = P(X \leq x) = \alpha \quad (3.1)$$

Функция распределения $F(X)$ любой случайной величины обладает следующими свойствами:

1. F_x — функция неубывающая;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F_x(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} F_x(x) = 1$$

2. F_x не прерывна справа.

Функция плотности распределения случайной величины $f(x)$ представляет собой первую производную функции распределения $F(X)$

$$f(x) = \frac{dF(X)}{dX} \quad (3.2)$$

Близость опытных данных к функции распределения оценивается вероятностью согласия.

3.3. Задание

Для имеющихся данных (задание 2, таблица 2.1)

- проверить гипотезу о возможности использования закона нормального распределения (ЗНР) для сглаживания опытных данных по критерию Пирсона (χ^2);

- проверить гипотезу о возможности использования закона нормального распределения для сглаживания опытных данных по критерию Колмогорова (λ);

- определить по одному из критериев вероятность согласия опытных данных и теоретической функции распределения с опытными параметрами.

3.4. Порядок выполнения

1. Для ряда распределения формулируем гипотезу:

H_0 : случайная величина X подчинена закону нормального распределения)

H_1 : случайная величина X не подчинена закону нормального распределения.

2. Проверяем гипотезу по критерию Пирсона (χ^2). Из таблицы 2.1 перенести значения середин интервалов X_i и опытные вероятности p_i в таблицу 3.1. Накладываем теоретическую функцию плотности распределения на полигон распределения. Для этого вычислим параметр нормирования t_i (3.3) для нормированного закона нормального распределения и запишем в столбец 4 таблицы 3.1. Параметры закона распределения $a = \bar{x}$, $b = S_x$ (среднее \bar{x} и среднее квадратическое S_x берутся из задания 1)

$$t_i = \frac{x-a}{b} = \frac{x-\bar{x}}{S_x} \quad (3.3)$$

Определим значения теоретической функции плотности распределения для закона нормального распределения для середин интервалов $f(x_i)$ по значению t_i (таблица 9, приложение 1).

Подсчитаем расчетное значение критерия Пирсона:

$$\chi_p^2 = \sum \frac{(p - f(x_i))^2}{f(x_i)} = 0,02$$

Расчетное значение критерия Пирсона является мерой расхождения теоретической функции плотности распределения для нормального закона распределения с опытными параметрами и опытной функцией распределения (полигоном распределения).

Расчетная таблица для критерия Пирсона

№	X_i	P_i	t_i	$f(x_i)$	$\frac{(p^* - f(x_i))^2}{f(x_i)}$
1	3,0167	0,04	-2,118	0,04217	0,0001
2	8,8161	0,16	-1,252	0,18266	0,0028
3	14,6155	0,36	-0,385	0,37115	0,0003
4	20,4149	0,28	0,481	0,35553	0,0160
5	26,2143	0,16	1,35	0,16039	0,0004

Найдем критическое значение критерия Пирсона по таблице 4 (приложение 1) для уровня доверительной вероятности 0,95 (ошибка 0,05) и $k=m-1=5-1=4$.

Сравниваем расчетное значение критерия Пирсона с критическим значением и делаем вывод. Если $\chi_p^2 \leq \chi_{кр}^2$, то принимаем гипотезу о том, что случайная величина подчинена нормальному закону распределения, в противном случае отвергаем эту гипотезу.

3. Проверка гипотезы по критерию Колмогорова А.Н. (λ_p). Накладываем теоретическую функцию распределения с опытными параметрами на опытную функцию (рис. 2.2). Для этого подсчитываем значения опытной функции распределения, соответствующее серединам интервалов $F^*(x_i)$

$$\begin{aligned}
 F^*(x_1) &= \frac{1}{2}p_1 ; \\
 F^*(x_2) &= p_1 + \frac{1}{2}p_2 ; \\
 F^*(x_3) &= p_1 + p_2 + \frac{1}{2}p_3 ; \\
 F^*(x_4) &= p_1 + p_2 + p_3 + \frac{1}{2}p_4 ; \\
 F^*(x_5) &= p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \frac{1}{2}p_5 .
 \end{aligned}$$

Полученные значения запишем в столбец 5 таблицы 3.2.

Определим значения теоретической функции распределения нормального закона распределения $F(x_i)$ и запишем в столбец 6 таблицы 3.2. Для этого по значениям t_i находим значения $\Phi(t_i)$ по таблице 10 (приложение 1). Необходимо учитывать особенность приведенной таблицы: при $t < 0$; $F(x) = 0,5 - \Phi(t)$, при $t > 0$; $F(x) = 0,5 + \Phi(t)$.

Расчетная таблица для критерия Колмогорова

№	X_i	P_i	t_i	$F^*(x_i)$	$F^t(x_i)$	$D_i = F^* - F^t $
1	3,0167	0,04	-2,118	0,02	0,0174	0,0026
2	8,8161	0,16	-1,252	0,12	0,1057	0,0143
3	14,6155	0,36	-0,385	0,38	0,3483	0,0317
4	20,4149	0,28	0,481	0,7	0,6844	0,0156
5	26,2143	0,16	1,35	0,92	0,9115	0,0085

Находим разницу между опытными и теоретическими значениями функции распределения по абсолютной величине

$$D_i = |F^*(x_i) - F(x_i)| \quad (3.4)$$

Выбираем максимальное значение D_i и определяем расчетное значение критерия Колмогорова А.Н.

$$\lambda_p = D_{i \max} \cdot \sqrt{m} = 0,0317 \cdot \sqrt{5} = 0,07 \quad (3.5)$$

По таблице 5 (приложение 1) находим $\lambda_{кр} = 0,52$ или вероятность согласия $P(\chi_p^2) = 1$. Так как $\lambda_p < \lambda_{кр}$, следовательно, расхождение между теоретическими и опытными значениями не превышает допустимого значения значит принимаем гипотезу о том, что случайная величина подчинена нормальному закону распределения.

Контрольные вопросы:

1. Что оценивает расчетное значение критерия Пирсона?
2. Что оценивает расчетное значение критерия Колмогорова?
3. С какой вероятностью делается вывод о справедливости проверяемой гипотезы?
4. Как определить вероятность согласия опытных данных и теоретического закона распределения?
5. Как выбрать лучший закон распределения для имеющихся опытных данных?

4. Оценка статистической взаимосвязи двух случайных величин

4.1 Цель и задачи

Цель – изучить методику статистической оценки системы случайных величин.

Задачи – освоить основные понятия (система случайных величин, эллипс рассеивания, ковариация и корреляционный момент, коэффициент парной и множественной корреляции), методику оценки статистической взаимосвязи двух случайных величин, изучить виды взаимосвязи случайных величин, научиться определять коэффициент парной корреляции и оценивать его значимость.

4.2. Основные понятия и определения

В экспериментальных исследованиях, связанных с сельскохозяйственными объектами (растениями, животными, технологическими процессами) применительно к одному и тому же объекту рассматривают две и более связи.

Связь – совокупность зависимостей свойств одного элемента от свойств других элементов системы. Установить связь между двумя элементами – это значит выявить наличие зависимостей их свойств. Связи, взаимодействующие на основе законов природы, называют *функциональными* $y = f(x)$. Для них характерно для любого x однозначное соотношение другой переменной y .

На практике чаще всего встречаются такие соотношения между переменными, когда каждому значению признака x соответствует ни одно, а множество возможных значений признака y . Такие связи в отличие от функциональных связей, называются *стохастическими (вероятностными) или корреляционными*. При изучении таких связей возникают два основных вопроса – о тесноте связи и форме связи.

Для измерения тесноты связи используют специальный статистический метод, называемый *корреляцией*.

Для анализа линейной корреляции между x и y необходимо иметь n – независимых парных наблюдений, исходом каждого из которых является пара чисел $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Эти наблюдения могут быть получены сбором статистических данных (*пассивный эксперимент*) или при измерении значений y для заданных в определенном порядке x (*активный эксперимент*). Порядок задания значений x называют *планом эксперимента*.

Для каждой переменной определяют статистические характеристики (см. задание 1), а для оценки взаимосвязи определяют *корреляционный момент* $K_{x,y}$, который является статистической оценкой *ковариации* $Cov(x,y)$

$$K_{x,y} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) \quad (4.1)$$

Для функциональной зависимости $K_{x,y} = S_x^2 = S_y^2$, а при отсутствии зависимости $K_{x,y} = 0$ (свойство среднего).

В качестве числового показателя простой линейной корреляции, указывающего на тесноту (силы) и направление связи x с y , используют коэффициент парной корреляции $r_{x,y}$.

Это безразмерная величина, изменяющаяся от -1 до +1, при этом $r_{x,y} = 1$ для функциональной зависимости и $r_{x,y} = 0$ при отсутствии зависимости. Значение коэффициента парной корреляции рассчитывают по формуле:

$$r_{x,y} = \frac{K_{x,y}}{S_x \cdot S_y} \quad (4.2)$$

Для оценки наличия взаимосвязи оценивают значимость коэффициента парной корреляции.

При наличии связи находят уравнение большой оси эллипса рассеивания

$$\hat{y} = \bar{y} + r_{x,y} \cdot \frac{S_y}{S_x} (x - \bar{x}) \quad (4.3)$$

Данное уравнение легко приводится к каноническому виду прямой

$$y = a + bx.$$

Если анализируется наличие взаимосвязи более двух случайных характеристик (множественная корреляция), то подсчитывают симметричную корреляционную матрицу с диагональными элементами равными 1.

4.3. Задание

1. Для заданного типа сельскохозяйственных машин разных марок и производителей по справочным данным выбрать два показателя (4...6 значений) и оценить их взаимосвязь.

1. Оценить значимость взаимосвязи между выбранными параметрами однотипных машин.

2. Для области рассеивания опытных данных получить уравнение большой оси эллипса рассеивания и привести его к каноническому виду.

4. Выбрать масштаб осей и нанести опытные данные на координатное поле и в пределах поля рассеивания точек нарисовать полученное уравнение.

4.4. Порядок выполнения

Исходными данными для задания представляют пары чисел, относящиеся к одному объекту или к однотипным объектам, если задачами исследования необходимо их оценить и найти зависимость между оценочными характеристиками. Такие данные можно получить измерением одной из величин для заданных значений (активный эксперимент) или выбрать из каталогов или справочников (пассивный эксперимент).

1. Проанализируем значения ширины $B_k(x_i)$ захвата (м) и мощности $N_T(y_i)$ (кВт), необходимой для выполнения технологического процесса (таблица 4.1).

Исходные данные для анализа

№	X_i	Y_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1	3	66	-1,286	1,653	-28,857	832,73
2	3.5	77	- 0,786	0,618	- 17,857	318,87
3	4	88	- 0,286	0,082	- 6,857	47,018
4	4.5	103	0,214	0,046	8,143	66,308
5	4	88	- 0,286	0,082	- 6,857	47,018
6	5	110	0,714	0,510	15,143	229,310
7	6	132	1,714	2,938	37,143	1379,60

2. Находим среднее значение x , y :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{30}{7} = 4,286 \quad (4.4)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{664}{7} = 94,857 \quad (4.5)$$

3. Определяем дисперсии X и Y :

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{5,929}{6} = 0,988 \quad (4.6)$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 = \frac{2920,857}{6} = 486,81 \quad (4.7)$$

4. Определяем средние квадратические отклонения X и Y :

$$S_x = \sqrt{0,988} = 0,994 \quad (4.8)$$

$$S_y = \sqrt{486,81} = 22,064 \quad (4.9)$$

5. Корреляционный момент:

$$K_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{131,286}{7-1} = 21,881 \quad (4.10)$$

6. Коэффициент парной корреляции:

$$R_{xy} = \frac{K_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{21,881}{0,994 \cdot 22,064} = 0,998 \quad (4.11)$$

7. Оценим значимость коэффициента парной корреляции. Для этого расчетное значение R_{xy} сравним с критическим значением $R_{кр} = 0,755$ (для $k=n-2$ и доверительной ошибки равной 0,05) (таблица 4.2). Так как $R_{xy} > R_{кр}$, следовательно между шириной захвата $B_k(x_i)$ и мощностью $N_T(y_i)$ есть статистическая взаимосвязь или эти величины взаимокоррелированы.

8. Найдем уравнение большой оси эллипса рассеивания по формуле (4.3):

$$\hat{y} = \bar{y} + r_{x,y} \cdot \frac{S_y}{S_x} (x - \bar{x}) = 94,857 + 0,998 \cdot \frac{22,064}{0,994} (x - 4,286) \\ = -0,048 + 22,14x$$

Таблица 4.2

Критические значения коэффициента парной корреляции

K=n-2	Доверительная ошибка α			K=n-2	Доверительная ошибка α		
	0.10	0.05	0.01		0.10	0.05	0.01
1	0.988	0.997	0.999	6	0.621	0.707	0.834
2	0.900	0.950	0.990	7	0.582	0.666	0.798
3	0.805	0.878	0.959	8	0.549	0.632	0.765
4	0.729	0.811	0.971	9	0.521	0.602	0.735
5	0.669	0.755	0.875	10	0.497	0.576	0.708

9. Построим график. Для этого выбираем масштаб координатных осей, затем в выбранном масштабе наносим координаты опытных точек.

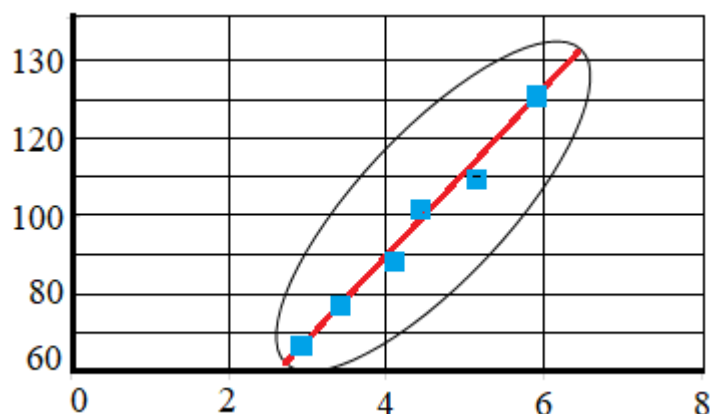


Рис. 4.1. Эллипс рассеивания опытных данных

Для функциональной зависимости эллипс рассеивания сходится к линии, а при отсутствии корреляционной связи в окружность.

Контрольные вопросы:

1. Какие могут быть виды вероятностной взаимосвязи между двумя случайными характеристиками?
2. Может ли оценить наличие значимой взаимосвязи коэффициент парной корреляции для нелинейных зависимостей?
3. Как будет изменяться коэффициент парной корреляции при увеличении объема выборки?
4. С какой достоверностью принимается или отвергается гипотеза о наличии вероятностной (стохастической) взаимосвязи между двумя случайными величинами?

5. Аппроксимация опытных данных математическими зависимостями по методу наименьших квадратов

5.1. Цель и задачи

Цель – изучить методику аппроксимации опытных данных математическими зависимостями.

Задачи – освоить основные понятия (аппроксимация, линеаризация, дисперсия адекватности, регрессия) и методику аппроксимации опытных данных математическими зависимостями и оценки их достоверности, изучить метод наименьших квадратов, научиться определять эмпирические коэффициенты и оценивать точность математических уравнений на основе дисперсионного анализа.

5.2. Основные понятия и определения

Корреляционный анализ позволяет оценить наличие линейной стохастической (вероятностной) взаимосвязи и получить одно из возможных линейных уравнений. Для анализа и описания нелинейных зависимостей используют методы регрессионного анализа.

Регрессионный анализ — это статистический метод исследования зависимости случайной величины y (*показатель, отклик*) от переменных (*аргументов, действующих факторов*) x_j ($j = 1, 2, \dots, k$) случайных величин, оцениваемых средними значениями, независимо от истинного закона распределения x_j . Методику применения регрессионного анализа рассмотрим для одномерной зависимости, т.е. для $j=1$. В этом случае уравнение регрессии будет иметь вид функции $y = f(x)$.

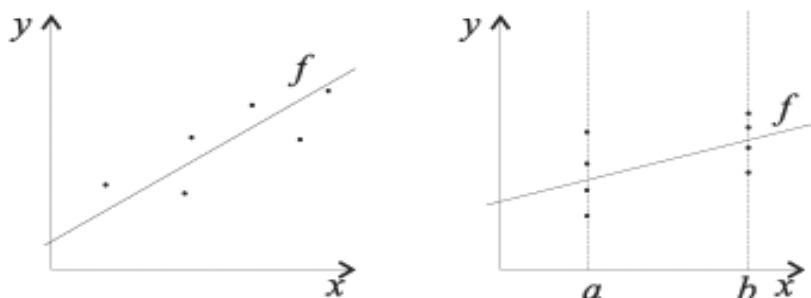


Рис. 5.1. Вид функции отклика $y = f(x)$

Для анализа о характере зависимости между x и y , как и в предыдущем задании, необходимо иметь n – независимых парных наблюдений, исходом каждого из которых является пара чисел $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$.

Задача регрессионного анализа заключается в поиске такой функции f , которая описывает эту зависимость. Регрессия может быть представлена в виде суммы неслучайной и случайной составляющих:

$$y = f(x) + v \quad (5.1)$$

где f - функция регрессионной зависимости, а v - аддитивная случайная величина с нулевым математическим ожиданием. Обычно предполагается, что величина v имеет гауссовское распределение (подчиненное нормальному закону) с нулевым средним $m_x=0$ и дисперсией $\sigma^2 (v)$.

Вид функции $y = f(x)$ может быть линейным или нелинейным.

Линейная регрессия – это такая зависимость, когда при любом значении аргумента x одинаковые приращения его вызывают одинаковые изменения функции y :

$$\hat{y} = a + b \cdot x + v \quad (5.2)$$

Если при одинаковых приращениях аргумента функция имеет неодинаковые изменения, регрессия называется криволинейной, в простейшем случае – парабола:

$$\hat{y} = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + v \quad (5.3)$$

Для нахождения лучших эмпирических коэффициентов a и b функция $F(x)$ эффективности аппроксимации опытных данных зависимостью (5.2) в виде суммы квадратов отклонений опытных значений y_i и \hat{y}_i – подсчитанных по уравнению должна быть наименьшей:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i)^2 \Rightarrow \min \quad (5.4)$$

Для нахождения минимума функции $F(x)$ двух переменных a и b возьмем две частные производные и приравняем их к нулю, получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dF(x)}{da} &= 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i)^1 \cdot (-1) = 0 \\ \frac{dF(x)}{db} &= 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i)^1 \cdot (-x_i) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Преобразуем полученную систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} a \cdot n + b \sum x_i &= \sum y_i \\ a \cdot \sum x_i + b \sum x_i^2 &= \sum y_i \cdot x_i \end{aligned} \right\} x_i \cdot \quad (5.6)$$

Решая систему (5.6) по методу Крамера, получим

$$a = \frac{\sum y_i \cdot \sum x_i^2 - \sum x_i \cdot \sum y_i x_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (5.7)$$

$$b = \frac{n \cdot \sum y_i x_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (5.8)$$

Функция (5.3) выражает суть *метода наименьших квадратов* (МНК) и является базовым методом регрессионного анализа для оценки неизвестных параметров регрессионных моделей по выборочным данным.

Важным моментом при аппроксимации является обоснование *достаточной точности* описания опытных данных той или иной зависимостью. Для этого рассмотрим *дисперсию адекватности*, оценивающую рассеивание опытных данных относительно уравнения (5.2)

$$S_{ad1}^2 = \frac{1}{f_{ad}} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (5.9)$$

где $f_{ad} = N - d - 1$ - число степеней свободы, а d количество независимых связей (для прямой $d=1$).

Повысим степень уравнения и аппроксимируем наши данные уравнением второго порядка (5.3) и определим $S_{a\partial 2}^2$. Мы получим две дисперсии, оценивающие рассеивание опытных данных для прямой $S_{a\partial 1}^2$ и параболы $S_{a\partial 2}^2$, которые можем сравнить по критерию Фишера (F критерий), представляющий собой функцию плотности распределения отношения двух дисперсий

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \text{ где } S_1^2 > S_2^2 \text{ со степенями свободы } f_1 \text{ и } f_2.$$

5.3. Задание

1. Для имеющихся данных однопородных сельскохозяйственных машин разных марок и производителей (исходные данные задания 4) найти коэффициенты уравнения (5.2) и дисперсию адекватности (5.9).

2. Для тех же данных с помощью компьютерной программы («Регрессия») найти коэффициенты уравнения параболы (5.3) и дисперсию адекватности $S_{a\partial 2}^2$ по формуле (5.9).

3. Сравнить полученные дисперсии и сделать вывод о виде зависимости, рекомендуемой для аппроксимации опытных данных.

5.4. Порядок выполнения задания

1. Для исходных данных подсчитаем значения коэффициентов системы уравнений (5.6) для определения коэффициентов a и b уравнения прямой по методу наименьших квадратов (табл. 5.1)

Таблица 5.1

Исходные данные для анализа

№	X_i	Y_i	$X_i \cdot Y_i$	X_i^2
1	3	66	198	9
2	3.5	77	269,5	12,25
3	4	88	352	16
4	4.5	103	463,5	20,25
5	4	88	352	16
6	5	110	550	25
7	6	132	792	36
	$\sum x_i = 30$	$\sum y_i = 664$	$\sum x_i y_i = 2977$	$\sum x_i^2 = 134,5$

2. Составим систему уравнений (5.6)

$$\begin{aligned} a \cdot 7 + 30b &= 664 \\ a \cdot 30 + 134,5b &= 2977 \end{aligned}$$

3. Определим значения коэффициентов по формулам (5.7 и 5.8)

$$a = \frac{\sum y_i \cdot \sum x_i^2 - \sum x_i \cdot \sum y_i x_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{664 \cdot 134,5 - 30 \cdot 2977}{7 \cdot 134,5 - (30)^2} = 0,048$$

$$b = \frac{n \cdot \sum y_i x_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{7 \cdot 2977 - 30 \cdot 664}{7 \cdot 134.5 - (30)^2} = 22,14$$

Получим уравнение прямой $\hat{y} = 0,048 + 22,14 \cdot x$.

4. Подсчитаем дисперсию адекватности для прямой по формуле (5.9)

$$S_{ad1}^2 = \frac{1}{f_{ad}} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \frac{1}{5} \cdot 13,968 = 2,794$$

Число степеней свободы равно $f_{ad} = N - d - 1 = 7 - 1 - 1 = 5$.

Таблица 5.2

Определение дисперсии адекватности для прямой

№	X _i	Y _i	\hat{y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	3	66	66,47	0,47	0,221
2	3.5	77	77,54	0,54	0,292
3	4	88	88,61	0,61	0,372
4	4.5	103	99,63	3,37	11,357
5	4	88	88,61	0,61	0,372
6	5	110	110,75	0,75	0,562
7	6	132	132,89	0,89	0,792
					$\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = 13,968$

5. Определяем коэффициенты уравнения параболы для данных таблицы 5.1. по программе «Полиномиальная регрессия» (рис. 5.2).

Имитационная модель

Полиномиальная регрессия

X: - (133 166 228 142 242)^T

Y: - (6 7,5 8 6,4 10,57)^T

S: -regress (X, Y, 1)

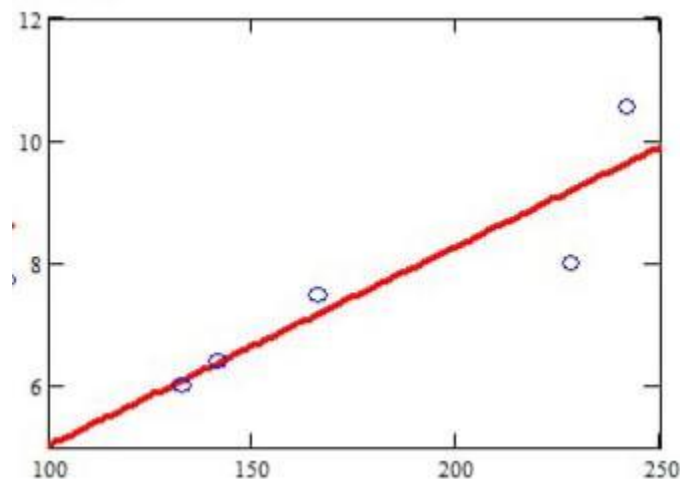
t: - 0 0,1 9000

rows (X)-5

A(t): - interp (S, X, Y, t)

i: -0 n-1

n: - rows (X)



$$\text{var}(X) - 1,995 \cdot 10^3$$

$$\text{var}(Y) - 2,589$$

$$\text{corr}(X, Y) - 0,903$$

$$X_1: -X_1$$

$$S = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1,765 \\ 0,033 \end{pmatrix} \quad f(x) := S_3 + S_4 \cdot x \quad f_1(x) := S_3 + S_4 \cdot x + S_5 \cdot x^2$$

$$\text{sad} := \frac{\sum(Y-f(x))^2}{n-2} \quad \text{sad} = 0,796$$

Рис. 5.2. Компьютерная программа «Полиномиальная регрессия»

Запускаем программу «Полиномиальная регрессия» в математическом пакете *MathCAD*. Для этого курсором нажимаем кнопку «*файл*» и в меню выбираем нужную программу.

Вводим данные:

- нажимаем курсором на вектор *X*, выделяем значения (кроме знака «*T*») вектора и удаляем;
- нажимаем курсором на иконку «матрица» и задаем число столбцов в транспонированной матрице равной числу пар данных и число строк равное 1;
- в образовавшийся макет вводим данные (в качестве разделителя дробной части ставит точку);
- вводим аналогично значения вектора *Y*;
- выписываем значения коэффициентов уравнения параболы, дисперсию адекватности (*Файл Regressiy Курилкин*)

$$\hat{y} = a + b \cdot x + c \cdot x^2 = -12,327 + 27,831 x - 0,629 x^2;$$

$$S_{ad2}^2 = 2,718$$

6. Подсчитываем расчетное значение критерия Фишера для:

$$S_{ад1}^2 > S_{ад2}^2 \quad F_p = \frac{S_{ад1}^2}{S_{ад2}^2} = \frac{2,813}{2,718} = 1,035$$

7. Находим критическое значение критерия Фишера для $\alpha=0,05$, $k_1=5$ и $k_2=4$ (таблица 7 приложения 1):

$$F_{кр} \equiv F_{\alpha=0,05;k_1=5;k_2=4} = 5,192$$

8. Сравниваем расчетное и критическое значения и делаем вывод о равенстве дисперсий. Если $F_{кр} < F_p$, то дисперсии однородны, не отличаются друг от друга, поэтому можно и прямой, и параболой описать опытные данные. В противном случае дисперсии различаются существенно и выбираем уравнение, имеющее меньшую дисперсию адекватности.

5.5. Функции, приводимые к линейному виду

Метод наименьших квадратов не может быть применим для нахождения эмпирических коэффициентов нелинейной зависимости (кроме степенных). Для таких функций подбирают порядок преобразования координат так, чтобы геометрический образ принял линейную форму (проводят *линеаризацию зависимости*).

Для вычисления параметров функции $Y=ax^b$ необходимо предварительно ее прологарифмировать $\ln Y = \ln ax^b = \ln a + b \ln x$. После чего замена $Z = \ln Y$, $X = \ln x$, $A = \ln a$ приводит заданную функцию к линейному виду $Z = bX + A$, где коэффициенты A и b вычисляются по формулам (5.7 и 5.8).

Аналогично можно подобрать параметры функции вида $Y=ae^{bx}$. Прологарифмируем заданную функцию $\ln y = \ln a + bx \ln e$, $\ln y = \ln a + bx$. Проведём замену $Y = \ln y$, $A = \ln a$ и получим линейную зависимость $Y = bx + A$.

Для подбора параметров функции (гипербола) $y = \frac{1}{ax+b}$ сделаем замену $Z = 1/Y$. В результате получим линейную зависимость $Z = ax + b$.

Аналогичными приемами (логарифмированием, заменами и т. п.) можно многие подбираемые зависимости преобразовать к такому виду, что получаемая при решении задачи оптимизации (5.4) была системой линейных алгебраических уравнений.

Контрольные вопросы:

1. В чем разница корреляционного и регрессионного уравнения?
2. В чем суть метода наименьших квадратов?
3. Если подобрать значения фактора так, что сумма будет равна нулю $\sum x_i = 0$ как изменятся формулы для определения коэффициентов?
4. Что оценивает дисперсия адекватности?
5. Как поступить, если расчетное значения критерия Фишера будет меньше 1?

6. Планирование полного факторного эксперимента (ПФЭ)²ⁿ

6.1. Цель и задачи

Цель – изучить методику планирования многофакторного эксперимента для получения линейной формы.

Задачи – освоить основные понятия планирования многофакторного эксперимента и методику дисперсионного анализа полученных результатов, метод наименьших квадратов для ортогональных матриц, научиться планировать и проводить многофакторный эксперимент и оценивать адекватность полиномиального уравнения и значимость его коэффициентов.

6.2. Основные понятия и определения

Многофакторные процессы описываются зависимостью случайной величины y (*показатель, отклик*) от переменных (*аргументов, действующих факторов*) x_j ($j = 1, 2, \dots, k$) случайных величин, оцениваемых средними значениями, независимо от истинного закона распределения x_j .

$$\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_jx_j + v \quad (6.1)$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_j$ - коэффициенты уравнения регрессии.

Факторы в физической системе имеют размерность и изменяются в диапазоне (x_{nj}, x_{vj}) . Описание искомой зависимости для области определения факторов осуществляют в нормированной системе координат

$$x_j^o = \frac{x_j - x_{oj}}{J_j} \quad (6.2)$$

где x_j - текущее значение, x_{oj} - основной уровень и J_j - интервал варьирования фактора в физической системе.

Проведение эксперимента предполагает одновременное изменение всех действующих факторов в соответствии с блоком планирования План-матрицы эксперимента (Таблица 6.2).

Для повышения точности оценочных значений коэффициентов уравнения регрессии (6.1) проводят параллельные (*воспроизводимые*) опыты (*повторности*).

Оценки коэффициентов регрессионного уравнения определяют по средним значениям показателя y , полученным в ходе эксперимента *методом наименьших квадратов (МНК)*.

6.3. Задание

С помощью имитационной модели для условного 3 факторного пространства получить линейное уравнение регрессии $\hat{y} = f(x_1; x_2; x_3)$, для этого:

- задаться диапазоном варьирования каждого фактора;
- построить план-матрицу полного факторного эксперимента (ПФЭ 2^3);
- провести имитационное моделирование в соответствии с блоком планирования план-матрицы и выбранными уровнями варьирования;

- провести дисперсионный анализ полученных результатов;
- получить уравнение регрессии и оценить его адекватность;
- оценить значимость коэффициентов уравнения.

6.4. Порядок выполнения задания

1. Выбираем уровни варьирования действующих факторов. Верхний и нижний уровень варьирования каждого действующего фактора задаются произвольно из допустимого диапазона (0,100) для условной физической системы и записывают в таблицу 6.1

Таблица 6.1

Уровни варьирования действующих факторов (от нуля до 100 произвольно)

Уровни	X_1	X_2	X_3
1. Нижний	7	13	25
2. Верхний	33	37	45
3. Нулевой	20	25	32
4. Интервал варьирования	13	12	18

2. Строим план-матрицу полного факторного эксперимента 2^3 . Область нормированного факторного пространства представляет собой куб и для проведения полной серии опытов потребуется 8 опытов. Координаты вершин куба указываются в блоке планирования. Для повышения точности оценочных коэффициентов уравнения регрессии предлагается проведение 3-х повторностей (параллельных опытов). Добавляем столбцы для записи среднего значения отклика \bar{y}_j , дисперсии для каждого опыта S_j^2 и расчетные значения \hat{y}_j , подсчитанные по уравнению регрессии.

Таблица 6.2

План-матрица ПФЭ 2^3 (файл планирование эксперимента)

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Повторности			\bar{y}_j	S_j^2	\hat{y}_j
					1	2	3			
1	+	+	+	+	8.38	8.24	8.21	8.28	0.0051	8,292
2	+	-	+	+	8.18	8.50	8.26	8.32	0.019	8,272
3	+	+	-	+	8.39	8.74	8.15	8.43	0.059	8,478
4	+	-	-	+	8.27	8.60	8.54	8.47	0.021	8,458
5	+	+	+	-	7.51	7.73	8.44	7.62	0.158	8,032
6	+	-	+	-	8.10	7.93	8.32	8.12	0.025	8,012
7	+	+	-	-	8.54	8.40	8.32	8.42	0.009	8,218
8	+	-	-	-	7.99	8.09	8.02	8.03	0.0020	8,198

3. Проведение имитационного моделирования. Проведение имитационного эксперимента осуществляется в следующем порядке.

Для каждого опыта в соответствии с блоком планирования (*столбцы переменных выделены жирной чертой*) в программе «Планирование эксперимента» (*MathCAD*, рис. 6.1) устанавливают значения переменных в физической системе (табл. 6.1) на верхнем (+1) или на нижнем (-1) уровне.

Задают моделирование трех значений ($n:=3$) центрированных случайных поправок.

Результаты моделирования заносят в таблицу 6.2:

- значения функции отклика для каждой повторности – 1,2 и 3;
- среднее [$\text{mean}(y)$];
- дисперсию [$\text{var}(y)$].

В указанном порядке проводят 8 опытов.

6.5. Планирование эксперимента

Ввод значений переменных из области определения факторов в исходной размерности:

$$X_1:=2 \qquad X_2:=12 \qquad X_3:=14$$

Ввести каждый раз число повторных опытов $n=3$

Значения функции отклика повторностях: $c:=\text{norm}(n, 0, 0.3)$ $y:=y_0+c$

$$y = \begin{pmatrix} 8,029 \\ 7,957 \\ 8,019 \end{pmatrix} \text{ среднее } \text{mean}(y)=8,001 \quad \text{дисперсия: } \text{var}(y)=1,015 \cdot 10^{-3}$$

Рис. 6.1. Программа имитационного моделирования «Планирование эксперимента»

4. Дисперсионный анализ результатов эксперимента.

3.4. Для оценки наличия грубых ошибок в полученных данных проверяют гипотезу об однородности ряда дисперсий, для этого выбирают максимальное значение дисперсий из проведенных опытов и подсчитывают расчетное значение критерия Кохрена:

$$G_p = \frac{S_{j\max}^2}{\sum S_j^2} = \frac{0,158}{0,2981} = 0,53 \quad (6.3)$$

3.5. Критические значения критерия находят по таблице 8 (приложение 1) для относительной ошибки $\alpha=0,05$, для 8 опытов и 3-х повторностей $n=3$

$$G_{кр} \equiv G_{\alpha=0.05; N=8; n-1=2} = 0,715 \quad (6.4)$$

3.6. Расчетное значение сравниваем с критическим и делаем вывод: так как $G_p < G_{кр}$ следовательно ряд дисперсий однороден и серии опытов (столбцы 6-8) не содержат грубых ошибок.

3.7. Определяем дисперсию воспроизводимости, оценивающую точность определения показателя y :

$$S_g^2 = \frac{\sum S_j^2}{N} = \frac{0,2981}{8} = 0,037 \quad (6.5)$$

Число степеней свободы для дисперсии воспроизводимости $S_{\hat{\epsilon}}^2$ равно $f_{\hat{\epsilon}} = N(n - 1) = 8 \cdot 2 = 16$.

3.8. Определяем коэффициенты a_i уравнения регрессии (6.6) по методу наименьших квадратов:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 \quad (6.6)$$

Для ортогональной матрицы ($\sum x_i = 0$) метод наименьших квадратов примет вид:

$$a_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij} \cdot \bar{y}_j \quad (6.7)$$

$$a_0 = \frac{1}{8} (65,96) = 8,245$$

$$a_1 = \frac{1}{8} (0,08) = 0,01$$

$$a_2 = \frac{1}{8} (-0,74) = -0,093$$

$$a_3 = \frac{1}{8} (1,04) = 0,13$$

Получим уравнение:

$$\hat{y} = 8,245 + 0,01x_1 - 0,093x_2 + 0,13x_3$$

3.9. Определяем дисперсию адекватности. Для этого подсчитаем значение отклика для заданных переменных:

$$\hat{y} = 8,245 + 0,01 - 0,093 + 0,13 = 8,292$$

$$\hat{y} = 8,245 - 0,01 - 0,093 + 0,13 = 8,272$$

$$\hat{y} = 8,245 + 0,01 + 0,093 + 0,13 = 8,478$$

$$\hat{y} = 8,245 - 0,01 + 0,093 + 0,13 = 8,458$$

$$\hat{y} = 8,245 + 0,01 - 0,093 - 0,13 = 8,032$$

$$\hat{y} = 8,245 - 0,01 - 0,093 - 0,13 = 8,012$$

$$\hat{y} = 8,245 + 0,01 + 0,093 - 0,13 = 8,218$$

$$\hat{y} = 8,245 - 0,01 + 0,093 - 0,13 = 8,198$$

$$S_{ad}^2 = \frac{1}{f_{ad}} \cdot \sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2 = \frac{1}{4} \cdot 0,255 = 0,064 \quad (6.8)$$

Число степеней свободы равно $f_{a\delta} = N - d - 1 = N - 3 - 1 = 4$.

3.10. Оцениваем адекватность полученного уравнения, для этого сравниваем дисперсию воспроизводимости S_{δ}^2 и дисперсию адекватности $S_{a\delta}^2$ и подсчитываем расчетное значение критерия Фишера:

$$F_p = \frac{S_{a\delta}^2}{S_{\delta}^2} = \frac{0,064}{0,037} = 1,725 \quad (6.9)$$

Критическое значение критерия находим по таблице (приложения 1) для $\alpha=0.05$; $f_{a\delta} = 4$ и $f_{\delta} = 16$:

$$F_{кр} \equiv F_{\alpha=0.05; f_{a\delta}=4; f_{\delta}=16} = 3,007 \quad (6.10)$$

Сравниваем расчетное значение с критическим и делаем вывод: так, как расчетное значение меньше критического, то делаем вывод о том, что сравниваемые дисперсии отличаются не существенно, следовательно модель адекватна. Это означает то, что провести дополнительный опыт или рассчитать значение по уравнению регрессии равнозначно.

3.11. Оцениваем значимость коэффициентов уравнения регрессии. Для этого определяем среднее квадратическое отклонение для коэффициентов:

$$S_{a_i} = \sqrt{\frac{S_{\delta}^2}{N \cdot n}} = \sqrt{\frac{0,037}{8 \cdot 3}} = 0,039 \quad (6.11)$$

Далее определяем расчетные значения критерия Стьюдента для каждого коэффициента при неизвестных:

$$t_{p1} = \frac{a_1}{S_{a_i}} = \frac{0,01}{0,039} = 0,256; t_{p2} = \frac{a_2}{S_{a_i}} = \frac{0,093}{0,039} = 2,38; t_{p3} = \frac{a_3}{S_{a_i}} = \frac{0,13}{0,039} = 3,33$$

По таблице 3 (Приложения 1) определяем критическое значение критерия Стьюдента для $\alpha=0.05$, $k = N \cdot n = 8 \cdot 3 = 24$

$$t_{кр} \equiv t_{\alpha=0.05; k=24} = 2.064$$

Сравниваем расчетные значения с критическим и делаем вывод: коэффициент $a_1=0,01$ оказался незначим, так как t_{p1} меньше критического и его можно исключить из уравнения регрессии, коэффициенты a_2 и a_3 – значимы.

Контрольные вопросы:

1. Что собой представляет нормированное факторное пространство с единичным ортом?
2. Как подсчитать значения отклика y для заданной точки факторного пространства: x_1 , x_2 и x_3 ?

7. Планирование дробного факторного эксперимента (ДФЭ) 2^{n-k}

7.1. Цель и задачи

Цель – изучить методику планирования дробного многофакторного эксперимента для получения линейной формы уравнения.

Задачи – освоить основные понятия планирования дробного многофакторного эксперимента, научиться планировать, проводить и обрабатывать результаты многофакторного эксперимента и оценивать адекватность уравнения.

7.2. Основные понятия и определения

Многофакторные процессы описываются зависимостью случайной величины y (*показатель, отклик*) от переменных (*аргументов, действующих факторов*) x_j ($j = 1, 2, \dots, k$) случайных величин, оцениваемых средними значениями, независимо от истинного закона распределения x_j .

$$\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_jx_j + v \quad (7.1)$$

где a_0, a_1, \dots, a_j - коэффициенты уравнения регрессии.

Проведение эксперимента предполагает одновременное изменение всех действующих факторов в соответствии с блоком планирования План-матрицы эксперимента (Таблица 7.2).

Для повышения точности оценочных значений коэффициентов уравнения регрессии (7.1) проводят параллельные (*воспроизводимые*) опыты (*повторности*).

7.3. Задание

С помощью имитационной модели для условного 3-х факторного пространства и диапазонов варьирования факторов, принятых при моделировании полного факторного эксперимента (задание б):

- построить план-матрицу дробного факторного эксперимента ДФЭ 2^{3-1} ;
- провести имитационное моделирование в соответствии с блоком планирования План-матрицы и заданными уровнями варьирования;
- провести дисперсионный анализ полученных результатов;
- получить уравнение регрессии и оценить его адекватность.

7.4. Порядок выполнения задания

1. Задаемся уровнями варьирования действующих факторов (таблица 7.1). В данном задании уровни варьирования факторов возьмем из задания б.

Таблица 7.1

Уровни варьирования действующих факторов

Уровни	X ₁	X ₂	X ₃
1. Нижний, x _н	7	13	24
2. Верхний, x _в	33	37	48
3. Основной, x _о	20	25	36
4. Интервал варьирования, J _i	13	12	12

2. Составим План-матрицу (таблица 7.2) дробного факторного эксперимента 2³⁻¹. Для этого берем за основу План-матрицу ПФЭ 2² и приравниваем x₃ = x₁ · x₂. Это означает, что a₃ будет учитывать одновременное влияние фактора x₃ и двух смешанных эффектов. Соответственно и коэффициенты a₁ и a₂ будут учитывать влияние на функцию отклика факторов и смешанные парные эффекты.

Таблица 7.2

План-матрица ДФЭ 2³⁻¹

№ опыта	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	\bar{y}_j	S _j ²	\hat{y}_j
1	+	+	+	+	8,172	0,045	8,172
2	+	-	+	-	8,55	0,085	8,55
3	+	+	-	-	8,577	0,005	8,577
4	+	-	-	+	8,322	0,068	8,322

3. Проведем имитационное моделирование

Проведение эксперимента осуществляется в том же порядке, что и в предыдущем задании 6.

Результаты моделирования заносят в таблицу 7.2:

- среднее [mean(y)];
- дисперсию [var(y)].

4. Дисперсионный анализ результатов эксперимента

4.1. Проверка однородности ряда дисперсий

$$G_p = \frac{S_{jmax}^2}{\sum S_j^2} = \frac{0,085}{0,203} = 0,419 \quad (7.2)$$

Критические значения критерия Кохрена находим по таблице 8 (приложения 1). Для N=4, k=n-1=3-1=2 равно

$$G_{кр} \equiv G_{\alpha=0.05; N=4; n-1=2} = 0,906 \quad (7.3)$$

Расчетное значение критерия Кохрена сравниваем с критическим и делаем вывод: так, как G_p < G_{кр}, то принимаем гипотезу о том, что ряд дисперсий однороден и, следовательно, в серии опытов грубых ошибок нет.

4.2. Определяем дисперсию воспроизводимости:

$$S_e^2 = \frac{\sum S_j^2}{N} = \frac{0,203}{4} = 0,051 \quad (7.4)$$

Число степеней свободы для дисперсии воспроизводимости S_{ϵ}^2 равно $f_{\epsilon} = N(n - 1) = 4 \cdot 2 = 8$.

4.3. Определяем коэффициенты a_i уравнения регрессии (6.6) по методу наименьших квадратов:

$$a_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij} \cdot \bar{y}_j \quad (7.5)$$

$$a_1 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 x_{1j} \cdot \bar{y}_j = 0,25(-0,123) = -0,031;$$

$$a_2 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 x_{2j} \cdot \bar{y}_j = 0,25(-0,177) = -0,044;$$

$$a_3 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 x_{3j} \cdot \bar{y}_j = 0,25(-0,633) = -0,158.$$

Получим уравнение: $\hat{y} = 8,405 - 0,031x_1 - 0,044x_2 - 0,158x_3$

4.4. Определяем дисперсию адекватности:

$$S_{ad}^2 = \frac{1}{f_{ad}} \cdot \sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2 = \frac{1}{3} \cdot 0 = 0 \quad (7.6)$$

Число степеней свободы равно $f_{ad} = N - 0 - 1 = 3$. Если дисперсия адекватности близка к 0, точки принадлежат поверхности и п. 4.5 не проводят, считаем модель адекватной.

4.5. Для оценки адекватности полученного уравнения подсчитываем расчетное значение критерия Фишера:

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_{\epsilon}^2} \quad (7.7)$$

Критическое значение критерия находим по таблице (приложения 1) для $\alpha=0.05$; $f_{ad} = 3$ и $f_{\epsilon} = 8$

$$F_{кр} \equiv F_{\alpha=0.05; f_{ad}=3; f_{\epsilon}=8} = 4,134 \quad (7.8)$$

Сравниваем расчетное значение с критическим, если дисперсия адекватности имеет численное значение.

Контрольные вопросы:

1. По какому принципу формируется блок планирования?
2. Что оцениваю коэффициенты уравнения?
3. Можно ли по значению коэффициентов однозначно утверждать о силе влияния того или иного фактора?
4. Какое преимущество и недостатки имеет метод дробного планирования?
5. Что означает ДФЭ 2^{n-k} ?

8. Поиск области экстремума функции отклика методом крутого восхождения (спуска)

8.1. Цель и задачи

Цель – изучить методику планирования многофакторного эксперимента для поиска области расположения экстремума функции.

Задачи – освоить основные понятия планирования многофакторного эксперимента по методу крутого спуска (восхождения), научиться планировать, проводить и обрабатывать результаты многофакторного эксперимента при поиске опытным путем экстремума функции.

8.2. Основные понятия и определения

Для нахождения оптимального решения гладкой дифференцируемой функции (рис.8.1), для которой нет теоретического описания, применяют экспериментальные методы многофакторного планирования. Метод крутого восхождения был предложен Боксом и Уилсоном в 1951 году, поэтому его называют также методом Бокса-Уилсона.

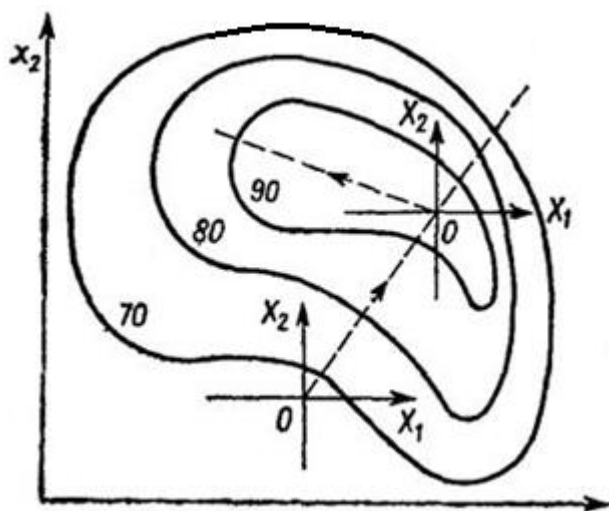


Рис. 8.1 Линии одинакового уровня для исследуемой функции и движение по градиенту

Одним из наиболее эффективных методов является *метод крутого восхождения*, который представляет собой сочетание градиентного метода оптимизации с дробным факторным экспериментом, применяемым для аппроксимации поверхности отклика полиномом первого

порядка, обеспечивающим получение оценки градиента функции отклика в заданной точке с минимальной дисперсией. *Градиентом* называют вектор, показывающий направление наискорейшего изменения некоторой величины, значение которой меняется от одной точки пространства к другой.

Порядок оптимизации:

1. Выбирается (на основе априорной информации) начальная точка x^0 , из которой будет осуществляться поиск оптимальных (близких к нему) значений входных переменных.

2. Используя эту точку как центр плана, строится полный или дробный факторный план, по результатам эксперимента, в котором строится линейная модель функции отклика:

$$y(x,b)=b_0+b_1x_1+\dots+b_kx_k \quad (8.1)$$

Вид плана выбирается таким образом, чтобы перенасыщенность его была минимальной (число точек плана по возможности ненамного превышало число определяемых коэффициентов).

Данное уравнение является уравнением гиперплоскости в $(k+1)$ -мерном пространстве, касательной к поверхности отклика в точке x^0 . Коэффициенты b_k характеризуют её наклон относительно осей координат и являются составляющими вектора *градиента*, обеспечивающего движение в области изменения переменных x_k в направлении крутого (наискорейшего) восхождения по этой гиперплоскости в сторону возрастания целевой функции:

$$\overline{grad} y = \frac{dy}{dx_2} \bar{i}_2 + \dots + \frac{dy}{dx_k} \bar{i}_k = \widetilde{b}_2 \cdot \bar{i}_2 + \widetilde{b}_k \cdot \bar{i}_k \quad (8.2)$$

где \bar{i}_2 -единичный вектор в направлении переменных x_2 (орты).

3. Осуществляется движение вдоль линии крутого восхождения, определяя в каждой точке значения функции отклика по результатам наблюдений. Движение в данном направлении осуществляется до тех пор, пока не будет достигнуто наибольшее значение функции отклика Y_{max} .

8.3. Задание

Для уровней варьирования 3-х факторов, принятые в задании 6, и уравнения регрессии (6.6):

- рассчитать допустимые смещения вдоль осей для движения вдоль вектора градиента и составить план эксперимента;
- с помощью имитационной модели для условного 3-х факторного пространства проводить опыты, начиная с центра факторного пространства;
- после каждого опыта провести анализ динамики изменения частного сечения неизвестной функции отклика и проводить опыты до достижения максимума.

8.4. Порядок выполнения задания

1. Задаемся уровнями варьирования факторов для перехода в кодированное пространство. При выполнении задания уровни варьирования возьмем из задания 6 (таблица 8.1).

2. Уравнение регрессии, полученное при проведении полного факторного эксперимента (перенести из задания 6):

$$\hat{y} = 8,245 - 0,093x_2 + 0,13x_3 \quad (8.3)$$

Таблица 8.1

Уровни варьирования действующих факторов

Уровни	X ₁	X ₂	X ₃
1. Нижний	7	13	24
2. Верхний	33	37	48
3. Основной	20	25	36
4. Интервал варьирования	13	12	12

3. Построение расчетной таблицы и матрицы планирования

3.1. В первую строчку запишем коэффициенты уравнения с соблюдением знака (учитываем только значимые значения).

3.2. Значения коэффициентов умножаем на величину интервала варьирования (табл. 8.1) и результат записываем во вторую строчку.

3.3. Находим базовый коэффициент, соответствующий минимуму абсолютных значений второй строчки.

Таблица 8.2

Расчетная таблица матрица планирования эксперимента

Показатель	X_2	X_3	Расчеты
1. Коэффициенты уравнения, a_i	-0,093	0,13	$\text{Min}\{ a_i \cdot J_i \} = 1,12$ $a_{\text{баз}} = 0,093$ Масштабный коэффициент: $k_m = 1/a_{\text{баз}} = 10,75$
2. Произведение $a_i \cdot J_i$	-1,12	1,56	
3. Расчетное смещение (шаг движения), $a_i \cdot J_i \cdot k_m$	-12,04	16,77	
4. Округленный шаг смещения Δ_i	-12	16	
-1	32	9	$y_{-1} = 8,259$
0	20	25	$y_0 = 8,296$
1	8	41	$y_1 = 8,136$

3.4. Подсчитываем масштабный коэффициент и рассчитываем расчетный шаг движения вдоль градиента (строчка 3). Расчетные значения округляют до удобного для реализации эксперимента значения Δ_i .

4. Проведение имитационного моделирования

Задать начальную точку, соответствующую центру эксперимента (точка x_{i0}). Проведение эксперимента осуществляется в том же порядке, что и задании 6.

Результаты моделирования среднее $[\text{mean}(y)]$ заносят в таблицу 8.2 и анализируем значения функции отклика. Если происходит увеличение функции, продолжаем движение вдоль градиента пока значения не начнут уменьшаться. В окрестности максимальной точки далее следует искать искомый максимум. В приведенном примере максимум функции отклика $y_{\text{max}} = 8,296$

достигается в точке 1 с координатами $X_2 = 20$; $X_3 = 25$.

Контрольные вопросы:

1. Как выбрать начальную точку планирования эксперимента?
2. Как определить направление движения в факторном пространстве?
3. Как определить шаг движения вдоль градиента?
4. При каком условии прекращается проведение эксперимента?

9. Описание области экстремума функции отклика уравнениями второго порядка

9.1. Цель и задачи

Цель – изучить методику планирования многофакторного эксперимента для описания области экстремума функции уравнениями второго порядка.

Задачи – освоить основные понятия планирования многофакторного эксперимента для планов второго порядка, научиться планировать, проводить и обрабатывать результаты многофакторного эксперимента при описании области экстремума функции уравнениями второго порядка.

9.2. Основные понятия и определения

Для достижения почти стационарной области (области наилучших значений выходной переменной) используется два подхода.

1. Методы, использующие аппроксимацию поверхности отклика в локальной области гиперплоскостью с целью определения наилучшего направления движения в сторону оптимума (например, метод крутого восхождения - при максимизации функции отклика).

2. Методы, определяющие направление движения на каждом шаге по результатам очередного наблюдения, сравнивая его с результатами предыдущих наблюдений (например, симплекс-метод).

Второй подход, по сравнению с первым, допускает применение на действующих системах (установках) за счёт незначительных отклонений от номинальных режимов работы и не приводит к недопустимым режимам (метод эволюционного планирования или промышленный эксперимент).

Для исследования почти стационарной области целесообразно аппроксимировать поверхность отклика квадратичным полиномом второго порядка. В обобщенном виде уравнение второго порядка представлено выражением:

$$\hat{y} = a_0 + \sum a_j x_j + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ij} x_i^2 \quad (9.1)$$

Для двухфакторного пространства ($x_2 \text{ constanta}$) развернутое выражение полинома второго порядка имеет вид:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{1_2} x_1 x_2 + a_{1_1} x_1^2 + a_{2_2} x_2^2 \quad (9.2)$$

Для нахождения экстремума функции найдем частные производные и решим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dx_1} &= a_1 + a_{1_2} x_2 + 2a_{1_1} x_1 = 0 \\ \frac{dy}{dx_2} &= a_2 + a_{1_2} x_1 + 2a_{2_2} x_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

Для оценивания коэффициентов регрессии в этой модели необходимо использовать 3^n - факторный эксперимент.

Для описания области экстремума применяются полиномиальные модели с учетом квадратов, а иногда и более высоких степеней факторов, кото-

рые позволяют установить точное положение экстремума методами аналитической геометрии.

Рассмотрим наиболее часто встречающийся случай построения поверхности второго порядка. Чтобы построить полином, содержащий квадраты факторов, требуется каждый фактор варьировать не менее чем на трех уровнях. Если при этом плану эксперимента необходимо придать некоторые свойства (ортогональности, рототабельности), опытные точки в факторном пространстве следует расположить специальным образом.

На практике часто используют план B_m . При выполнении задания ограничимся двух факторным пространством ($m=2$).

9.3. Задание

С помощью имитационной модели для условного 2-х факторного пространства:

- задаться уровнями варьирования факторов для области нахождения экстремума;
- построить план-матрицу эксперимента B_2 ;
- провести имитационное моделирование в соответствии с блоком планирования план-матрицы и заданными уровнями варьирования;
- рассчитать коэффициенты уравнения второго порядка и определить экстремум функции отклика.

9.4. Порядок выполнения задания

1. Задаем уровни варьирования факторов. Для этого в качестве координат центра эксперимента берем координаты точки локального экстремума, полученные в задании 8.

Максимум функции отклика вдоль градиента $Y_{\max} = 8,296$ достигается в точке 1 с координатами $X_2 = 20$; $X_3 = 25$ (значение $X_1 = 20$). Затем задаемся интервалами варьирования и рассчитываем верхний и нижний уровни варьирования факторов.

Таблица 9.1

Уровни варьирования факторов для плана B_2

Уровни	$X_1=\text{const}$	X_2	X_3
1.Основной	20	20	25
2.Интервал	15	10	15
3.Нижний	5	10	10
4.Верхний	35	30	40

2. Строим матрицу планирования эксперимента. В качестве ядра плана берем план ПФЭ 2^2 (4 опыта). В качестве звездных точек выбираем пересечение вписанной окружности в факторное пространство с координатными осями ($2n$ опытов). План-матрица B_2 приведена в таблице 9.2.

Таблица 9.2

План-матрица эксперимента B_2

	X_0	X_1	X_2	$X_1 X_2$	X_1^2	X_2^2	\bar{y}	S_j^2
1	+	+	+	+	+	+	8.199	0.001
2	+	-	+	-	+	+	8.037	0.045
3	+	+	-	-	+	+	8.54	0.085
4	+	-	-	+	+	+	8.481	0.004
5	+	+	0	0	+	0	8.379	0.068
6	+	-	0	0	+	0	8.263	0.032
7	+	0	+	0	0	+	8.174	0.005
8	+	0	-	0	0	+	8.228	0.019

3. Проведем имитационное моделирование. Проведение имитационного эксперимента по программе «Планирование эксперимента», (см. Рис. 6.1) осуществляется в том же порядке, что и в задании 6.

Результаты моделирования заносят в таблицу 9.2:

- среднее [$\text{mean}(y)$];
- дисперсию [$\text{var}(y)$].

4. Дисперсионный анализ результатов эксперимента.

4.1. Для оценки наличия грубых ошибок в полученных данных проверяем гипотезу об однородности ряда дисперсий, для этого выбираем максимальное значение дисперсии из проведенных опытов и подсчитываем расчетное значение критерия Кохрена

$$G_p = \frac{S_{jmax}^2}{\sum S_j^2} = \frac{0,085}{0,259} = 0,328 \quad (9.4)$$

4.2. Критическое значения критерия находят по таблице 8 (приложение1) для относительной ошибки $\alpha=0,05$, для 8 опытов и 3-х повторностей $n=3$

$$G_{кр} \equiv G_{\alpha=0.05; N=8; n-1=2} = 0,715 \quad (9.5)$$

4.3. Расчетное значение сравниваем с критическим и делаем вывод: так как $G_p < G_{кр}$ следовательно ряд дисперсий однороден и в серии опытов (повторности) не содержат грубых ошибок.

4.4. Определяем дисперсию воспроизводимости, оценивающую точность определения показателя y

$$S_g^2 = \frac{\sum S_j^2}{N} = \frac{0,259}{8} = 0,032 \quad (9.6)$$

Число степеней свободы для дисперсии воспроизводимости S_g^2 равно $f_g = N(n - 1) = 8 \cdot 2 = 16$.

4.5. Значения коэффициентов уравнения регрессии находим по матричному уравнению метода наименьших квадратов $B = (X^T X)^{-1} X^T y$ (Программа В2Н, рис. 9.1.).

Для расчета вводим вектор-столбец средних значений функции отклика, полученные в эксперименте и в результате получим вектор-столбец “B” значений коэффициентов уравнения регрессии (9.2) и получим уравнение:

$$\hat{y} = 8,199 + 0,056x_1 + 0,14x_2 + 0,026x_1x_2 + 0,113x_1^2 - 0,0067x_2^2$$

4.2. Определяем дисперсию адекватности (по программе)

$$S_{ad}^2 = \frac{1}{f_{ad}} \cdot \sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2 = 0,038 \quad (9.7)$$

Число степеней свободы равно $f_{ad} = N - 5 - 1 = 2$.

Для оценки адекватности полученного уравнения подсчитываем расчетное значение критерия Фишера:

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_e^2} = \frac{0,038}{0,032} = 1,187 \quad (9.8)$$

План матрица B_2 оптимального плана

$$X: - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} D: -X^T * X \\ C: -\text{geninv}(D) \\ B: -C * X^T * Y \end{matrix} \quad Y: - \begin{pmatrix} 8,7 \\ 8,75 \\ 8,34 \\ 8,5 \\ 8,52 \\ 8,54 \\ 8,53 \\ 8,51 \end{pmatrix}$$

G: -X·B

$$B: - \begin{pmatrix} 8,477 \\ -0,038 \\ 0,105 \\ 0,027 \\ 0,053 \\ 0,043 \end{pmatrix} \quad G: - \begin{pmatrix} 8,667 \\ -8,688 \\ 8,402 \\ 8,533 \\ 8,492 \\ 8,568 \\ 8,625 \\ 8,415 \end{pmatrix} \quad S: -Y-G \quad S^2: - \begin{matrix} 1,11 * 10^{-3} \\ 3,799 * 10^{-3} \\ 3,799 * 10^{-3} \\ 1,11 * 10^{-3} \\ 8,032 * 10^{-3} \\ 8,032 * 10^{-3} \\ 9,029 * 10^{-3} \\ 9,029 * 10^{-3} \end{matrix}$$

$$a_0: B_0 \quad a_1: B_1 \quad a_2: B_2 \quad a_{12}: B_3 \quad a_{11}: B_4 \quad a_{22}: B_5$$

$$Y_p(x_1, x_2): - a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2$$

Рис. 9.1. Программа нахождения коэффициентов уравнения второго порядка

Критическое значение критерия находим по таблице 7 (приложения 1) для $\alpha=0.05$; $f_{ad} = 2$ и $f_e = 16$.

$$F_{кр} \equiv F_{\alpha=0.05; f_{ad}=2; f_e=16} = 3,634 \quad (9.9)$$

Сравниваем расчетное значение критерия Фишера с критическим значением. Так, как расчетное значение меньше критического, то принимаем гипотезу об адекватности модели.

4.3. Оцениваем значимость коэффициентов уравнения регрессии. Для этого определяем среднее квадратическое отклонение для коэффициентов

$$S_{a_i} = \sqrt{\frac{S_6^2}{N \cdot n}} = \sqrt{\frac{0,038}{8 \cdot 3}} = 0,04 \quad (9.10)$$

Далее определяем расчетные значения критерия Стьюдента для каждого коэффициента при неизвестных:

$$t_{p1} = \frac{a_1}{S_{a_i}} = \frac{0,056}{0,04} = 1,4;$$

$$t_{p2} = \frac{a_2}{S_{a_i}} = \frac{0,14}{0,04} = 3,5;$$

$$t_{p12} = \frac{a_{12}}{S_{a_i}} = \frac{0,026}{0,04} = 0,65;$$

$$t_{p11} = \frac{a_{11}}{S_{a_i}} = \frac{0,113}{0,04} = 2,82.;$$

$$t_{p22} = \frac{a_{22}}{S_{a_i}} = \frac{0,0067}{0,04} = 0,167.$$

По таблице 3 (приложения 1) определяем критическое значение критерия Стьюдента для $\alpha=0.05$, $k = N \cdot n = 8 \cdot 3 = 24$

$$t_{кр} \equiv t_{\alpha=0.05; k=24} = 2.064$$

Сравниваем расчетные значения с критическим и делаем вывод: коэффициент a_1 , a_{12} , a_{22} оказались незначимыми, так как t_{pi} меньше критического.

4.4. Определяем координаты максимума функции. Для этого находим две частные производные уравнения регрессии (п.4.5)

$$\frac{dy}{dx_1} = 0.056 + 0.026x_2 + 0.226x_1 = 0$$

$$\frac{dy}{dx_2} = -0.14 + 0.026x_1 - 0.007x_2 = 0$$

В ходе решения полученной системы уравнений получим значения координат экстремума функции в кодированном виде $x_{1\text{опт}} = 1.859$ и $x_{2\text{опт}} = -0.086$. Для определения координат оптимума необходимо воспользоваться формулой кодировки системы координат (6.2).

Контрольные вопросы:

1. По какому принципу формируется план-матрица для нахождения уравнений второго порядка?
2. На что влияет выбираемая величина интервала варьирования?
3. Как повысить точность определения коэффициентов уравнения регрессии?
4. Какие виды планов второго порядка Вы знаете и опишите их особенности?
5. Как определить экстремум функции?

10. Исследование конструктивных параметров рабочего органа чизель-культиватора для поверхностной обработки почвы

10.1. Цель исследования

Цель работы: Исследование параметров рабочего органа чизель-культиватора с помощью планирования эксперимента.

10.2. Порядок работы:

1. Выбор основных параметров (факторов), влияющих на тяговую мощность и производительность агрегата.
2. Методика выполнения эксперимента.
3. Анализ полученных результатов эксперимента.

10.3. Общие понятия о планировании эксперимента

Планирование эксперимента — это процедура изменения последовательности экспериментов, которые имеют наиболее благоприятные черты ранее разработанной схемы.

Целью планирования эксперимента является установление правил и условий проведения эксперимента с использованием наиболее точной и достоверной информации при минимальных затратах труда и количественной оценки ее точности.

Каждый эксперимент можно разделить на четыре основных этапа:

-*первым шагом* является постановка экспериментальных задач (для определения цели) на основе принятой рабочей гипотезы;

-*второй этап* - планирование эксперимента, то есть определение последовательности и количества экспериментов;

-*третий этап* - подготовка и проведение эксперимента. Подбор испытательного оборудования, подготовка (тестирование и калибровка) приборов, проведение экспериментов, проверка промежуточных результатов;

-*четвертый шаг* - проанализировать результаты эксперимента и принять решения.

Эффективный экспериментальный план необходим для качественного исследования свойств объекта. Эффективность эксперимента является выходом исследуемого процесса и называется параметром оптимизации. На параметр оптимизации влияет ряд внутренних и внешних факторов.

Внешние факторы включают в себя механический фактор, климат, время движения и т. д.

Внутренние факторы включают значения и разброс параметров элементов, варианты конструктивных решений, массу, порядок работы и т. д.

Задача состоит в том, чтобы определить степень влияния параметра на критерии оптимизации т.е. найти факторы, которые наиболее значимые и

взаимозависимые относительно друг друга и характеризующие наибольшими числовыми коэффициентами. Следовательно, планирование и проведение эксперимента необходимы не только для поиска неизвестной математической модели в начале, но и для поиска оптимального плана технологического процесса. Многомерное экспериментальное исследование влияния этих факторов дают более подробную картину.

Большое внимание уделяется выбору модели при проведении экспериментов, например:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

где Y - обобщенный индекс (характеристика внешней оптимальной системы), который описывает эффективность исследуемой системы или технологического процесса и позволяет оптимизировать;

$x_1 \dots x_n$ - внешние и внутренние факторы, которые влияют на значение функции и достигают оптимального значения при экстремуми.

Задача эксперимента - найти конечные значения коэффициентов этого уравнения.

Как правило, функция выбирается в виде линейного массива, как в регрессионном анализе, в виде линейного массива, точнее, в виде ряда алгебраических полиномов. Требуемый уровень полинома основан на априорных данных. Модель должна быть достаточно понятной и простой, то есть близкой к реальным условиям.

При экспериментальных исследованиях тяговых характеристик мелиоративных (сельскохозяйственных) машин (агрегатов) часто и в основном применяют электрические устройства.

Требуемое количество повторений экспериментов определяется исходя из заданной вероятности. \mathcal{E} доверительный интервал определяется, когда вероятность известна. Значения показателя критерий Стьюдента $t(P; R)$ используется для определения доверительных интервалов только для одного отклика Y и средних значений. Где P - достоверная вероятность; R - количество степеней свободы. Это число равно количеству повторений экспериментов.

Итак:

$$\begin{aligned} \varepsilon(Y_k) &= t(P; R) \sigma(Y_k), \\ \varepsilon(Y) &= t(P; R) \sigma(Y), \end{aligned}$$

где σ - средняя ось квадрата отклика Y случайной величины.

10.4. Исследование параметров рабочего органа чизель-культиватора с помощью планирования эксперимента

В настоящее время в нашей стране большое внимание уделяется созданию рабочих органов орудия для основной обработки почвы на глубине до 40 см. Основное значение этих орудий заключается в том, что они энергосберегающие, простые по конструкции и высокоэффективные. Качество и энергетические показатели работы орудия зависят от параметров рабочего органа для глубокого рыхления почвы, поэтому эти параметры должны быть обоснованы.

Для определения показателей изменения качества и потребляемой энергии при глубокой обработке почвы, используются гибкие сменные рабочие органы и полевое динамометрическое устройство для измерения тяговой мощности. Эксперименты проводятся на полях с травянистым покровом (сорняками). Средняя влажность и твердость почвы должна составлять 18% и 3,01 МПа в горизонте 0 ... 40 см.

Различные варианты рабочих органов оцениваются по потребляемой энергии и относительной энергоемкости. Все варианты рабочих органов испытываются на глубине до 40 см (заданная глубина) и постоянной скорости движения агрегата 1,47 м/с.

Метод математического планирования эксперимента является основой при проведении экспериментальных исследований. Этот метод сводит к минимуму количество проводимых экспериментов, обеспечивающих достаточную точность полученных данных, а также контроль качества экспериментальных исследований [1, 2, 3, 4, 5].

При выборе критерия оптимизации основным требованием было минимальное энергопотребление во время глубокого рыхления рабочими органами орудия. Важным критерием также является работа рабочего органа на постоянно заданной глубине. Так как потребляемая энергия зависит от глубины обработки, и предписано в агротехнических требованиях. Поэтому критерий оптимизации должен быть описан в сопротивлении рабочего органа и угла отклонения эквивалентных сил сопротивления грунта.

Факторы (параметры) могут быть выбраны на основе априорных исследований, обзора и анализа рабочих органов мелиоративных машин (ковша):

$X_1 (V_n)$ – ширина зуба, мм;

$X_2 (\beta)$ - угол резания зуба, град;

$X_3 (\alpha)$ - наклон рукояти рабочей части, град.

На основе априорного анализа информации определены следующие интервалы и ключевые уровни факторов (табл. 1).

Таблица 10.1

Основные интервалы и ключевые уровни факторов

Факторы	$X_1 - (мм)$	$X_2 - \beta (град);$	$X_3 - \alpha (град).$
Средний уровень	80	30	67,5
Изменение интервала	30	5	22,5
Нижний уровень	50	25	45
Верхний уровень	110	35	90

11. Проведение полнофакторного эксперимента (ПФЭ). Построение Матрицы и точечного графика экспериментальных исследований

11.1. Цель исследования

Цель работы: построение матрицы и точечного графика экспериментальных исследований.

11.2. Полнофакторный эксперимент (ПФЭ)

Для проведения полнофакторного эксперимента (ПФЭ) с 6-ю факторами и 2-мя уровнями необходимо провести $2^6 = 64$ эксперимента. Для того чтобы сократить количество экспериментов, следует провести однофакторные эксперименты, в целях определения значимых факторов и исключения незначимых. Метод случайного баланса наиболее эффективен для выделения небольшого количества незначимых факторов [3, 4].

Когда количество коэффициентов равно $n = 3$, желательно построить случайную матрицу чисел. Таблица случайных чисел используется для случайного распределения. Количество экспериментов в матричных экспериментах должно быть больше, чем $n + 1$. Это значительно улучшает анализ результатов эксперимента [3]. Учитывая эти требования, мы получаем $n = 8$ и строим матрицу выборочных экспериментов (табл. 11.1).

Таблица 11.1

Матрица выборочных экспериментов

№	Факторы и их взаимодействие							
	2	3	4	5	6	7	8	9
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_{12}	X_{13}	X_{23}	X_{123}
1	+	+	+	-	+	-	-	-
2	+	+	+	+	+	+	+	+
3	+	-	+	+	-	-	+	-
4	+	-	-	-	+	+	+	-
5	+	+	-	+	-	+	-	-
6	+	+	-	-	-	-	+	+
7	+	-	+	-	-	+	-	+
8	+	-	-	+	+	-	-	+
	Показатели силы тяги				Угол наклона р/о			
1	10	11	12	13	14	15	16	17
	\bar{Y}_u	Y_{1u}	Y_{2u}	Y_{3u}	\bar{Y}'_u	Y'_{1u}	Y'_{2u}	Y'_{3u}
1	6,56	6,67	6,45	6,56	27,50	26,50	29,00	27,00
2	6,92	7, П	6,71	6,95	19,70	16,80	29,80	19,49
3	11,21	11,85	11,58	10,20	12,80	12,10	12,90	13,40
4	8,52	8,54	8,70	8,32	24,30	23,10	26,60	23,20
5	6,09	6,12	6,06	6,10	27,20	27,30	28,07	26,23
6	5,74	5,60	5,78	5,84	40,31	42,60	39,00	39,33
7	10,48	9,83	11,13	8,70	9,30	8,20	10,25	9,45
8	7,69	7,98	7,40	7,69	24,40	24,69	25,21	23,41

Построим диаграмму рассеивания для анализа результатов эксперимента рабочих органов чизеля-культиватора (рис. 11.1).

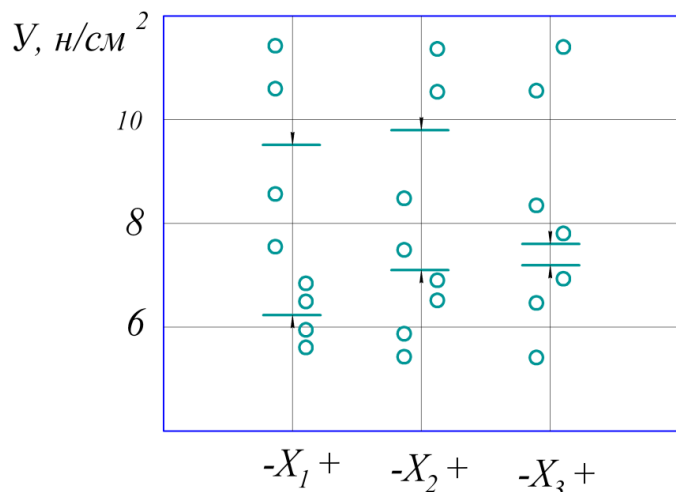


Рис. 11.1. Область рассеивания результатов эксперимента

Для этого определены экспериментальные значения критерия оптимизации. В этом случае каждый фактор строится независимо от других, а точки делятся на две группы в соответствии с фактором (+) или (-). Значение влияния того или другого фактора оценивается визуально на основе разницы между средним значением оптимальных значений, рассчитанные для каждого уровня фактора.

Медиана — это линия критерия степени оптимизации [3, 5]. Количество «точек останова» также учитывается при оценке влияния фактора. Как показано на рисунке 1, факторы X_1 , X_2 и X_3 имеют соответственно 8, 4 и 2 точки останова. Влияние факторов, количественно оценивается с использованием нескольких сводных таблиц. Ячейки в таблице оцениваются по степени вариации оцениваемых факторов и результатов экспериментов. Как видим, из-за отсутствия количества экспериментов можно построить таблицы только с двумя записями. Когда количество записей делится на два, в одной точке оцениваются только два фактора X_1 и X_2 (табл. 11.2).

Таблица 11.2

Таблица с двумя записями для расчета коэффициентов X_1 и X_2

Факторы для оценки	+ X_1	- X_1
+ X_2	6,56 <u>6,92</u> $\sum Y_1 = 13,48$ $\bar{Y}_1 = 6,74$	11,21 <u>10,48</u> $\sum Y_2 = 21,69$ $\bar{Y}_2 = 10,84$
- X_2	6,09 <u>5,74</u> $\sum Y_3 = 11,83$ $\bar{Y}_3 = 5,91$	8,52 <u>7,69</u> $\sum Y_3 = 16,21$ $\bar{Y}_4 = 8,11$

В ячейках этой таблицы обобщены результаты экспериментов, распределенных по разным смешанным уровням факторов. В каждой ячейке Y_i является средним из критерия оптимизации.

Численное значение факторов X_i рассчитывается по следующей формуле:

$$X_i = \frac{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_3 + \dots + \bar{Y}_n}{k_i} - \frac{\bar{Y}_2 + \bar{Y}_4 + \dots + \bar{Y}_{n+1}}{k_i}$$

где $\bar{Y}_1, \bar{Y}_3, \dots, \bar{Y}_n$ - оптимальные критерии для фактора (+) в каждой ячейке таблицы;

$\bar{Y}_2, \bar{Y}_4, \dots, \bar{Y}_n$ - среднее количество критериев оптимизации уровня фактора (-) в соответствующей ячейке.

Численное значение факторов X_1 и X_2 равны:

$$X_1 = \frac{6,74 + 5,91}{2} - \frac{10,84 + 8,11}{2} = 3,14$$

$$X_2 = \frac{6,74 + 10,84}{2} - \frac{5,91 + 8,11}{2} = 1,79$$

После расчета этих факторов далее рассмотрим их значение по t -критерию.

Критерий t для любого фактора определяется по формуле:

$$t = \frac{(\bar{Y}_1 + \bar{Y}_3 + \dots + \bar{Y}_n) - (Y_2 + Y_4 + \dots + Y_{n-1})}{S_R \sqrt{\frac{1}{n_i}}}$$

где S_R - среднеквадратическое отклонение, описывающее отклонение среднего значения, найденного в ячейках с несколькими входами, и определяется

по формуле:

$$S_R = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n_i - 1} - \frac{(\sum y_i)^2}{n_i(n_i - 1)}}$$

где n_i - количество i -й наблюдений из нескольких входных таблиц.

Значение t критерия для факторов X_1 и X_2 составляет:

$$t_{X_1} = \frac{(Y_1 + Y_2) - (Y_3 + Y_4)}{S_R \sqrt{\frac{1}{n_i}}} = \frac{3,75}{0,55 \cdot 1,44} = 4,832$$

$$t_{X_2} = \frac{(Y_1 + Y_3) - (Y_2 + Y_4)}{S_R \sqrt{\frac{1}{n_i}}} = \frac{-6,3}{0,55 \cdot 1,44} = -8,119$$

Результаты расчета t - критерия для факторов приведены в таблице 4. Расчетное значение t - критерия должно быть больше табличного. Значение t -критерия выбирается из таблицы исходя из заданного уровня значения и количества степеней свободы [3, 5].

Число степеней свободы, связанных с f , определяется по формуле:

$$f = \sum n_i - k$$

где k - количество ячеек в вспомогательной таблице.

В этом случае значение t при $f = \sum n_i - 4 = 4$ для показателя уровня $t_{0,05} = 2,776$ составляет 5%. Таким образом, факторы X_1 и X_2 считаются достоверными с вероятностью 0,95.

12. Корреляция результатов сравнительных экспериментов

12.1. Цель исследования

Цель работы: Исследование корреляции результатов сравнительных экспериментов.

12.2. Корреляция результатов сравнительных экспериментов

Как только влияние фактора определено, результаты эксперимента корректируются для определения влияния фактора X_3 и двойного эффекта. Корреляция факторов X_1 и X_2 добавляется к результатам первичного эксперимента. Для этого все результаты ($+X_1$) сводим в таблицу 12.1 к показателям его первичных экспериментов, а именно $(+3,14)$ и $(+1,2)$ $(-1,78)$.

Таблица 12.1

Таблица значения факторов

Взаимовлияние факторов	№	$\sum y_i$	$(\sum y_i)^2$	$\sum y_i^2$	n_i	S_i^2	$\frac{S_i^2}{n_i}$
X_1, X_2	1	13,48	181,71	90,92	2	0,07	0,035
	2	21,69	469,55	235,49	2	0,71	0,355
	3	11,83	139,95	70,04	2	0,07	0,035
	4	16,21	262,76	131,73	2	0,35	0,175
X_3, X_{13}	1	12,27	150,05	75,28	2	0,07	0,035
	2	16,26	263,38	132,27	2	0,58	0,290

Корреляционные результаты экспериментов приведены в таблице 12.2. На рисунке 12.1 приведена диаграмма рассеивания, построенная по полученным результатам.

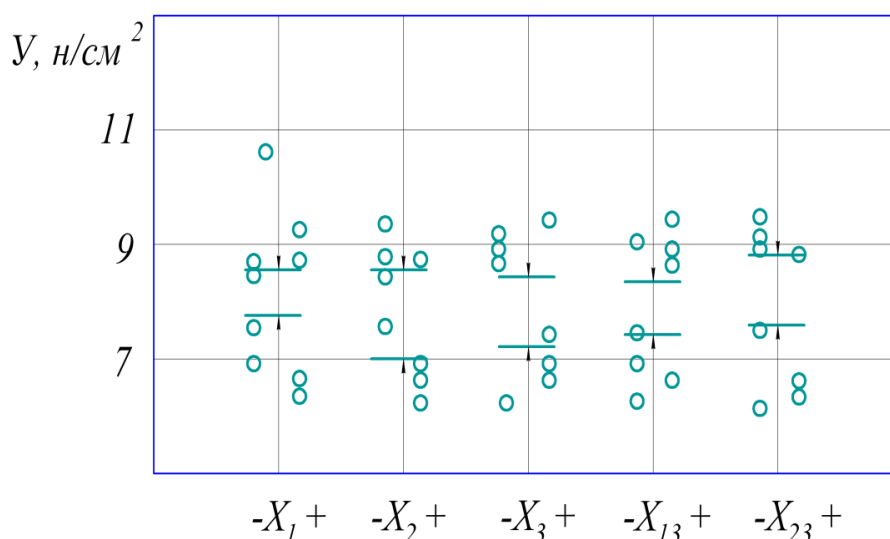


Рис. 12.1. Корреляционная диаграмма рассеяния

Анализируя диаграмму, выделяем эффекты двойного взаимодействия факторов X_{23} . Этот эффект имеет четыре отличительных момента. Предполагая, что эффект взаимодействия факторов X_{23} является важным после количественной оценки, далее определяем значение парного эффекта X_{13} .

Используя формулу (1), скомпонуйте таблицу и получите следующий результат:

$$X_3 = 1,01; X_{13} = -0,65$$

Расчет t -критерия аналогично выполняется вышеуказанным методом.

$$t_3 = 1,66; t_{13} = 2,56$$

Данные численного расчета сводят в таблицу 5.

Таблица 12.2

Численные значения факторов X_3 и X_{13}

Оценка факторов	+ X_3	- X_3
+ X_{13}	6,18	7,83
	<u>6,09</u>	<u>8,43</u>
	$\sum Y_1 = 12,27$	$\sum Y_2 = 16,26$
	$\bar{Y}_1 = 6,14$	$\bar{Y}_2 = 8,13$
- X_{13}	10,31	5,74
	<u>9,26</u>	<u>5,83</u>
	$\sum Y_3 = 19,57$	$\sum Y_4 = 11,57$
	$\bar{Y}_3 = 9,78$	$\bar{Y}_4 = 5,78$

Значение t -критерия: $t_{95} = 2,776$ и $t_{90} = 2,132$, поэтому достоверность X_3 вероятен не на 95%, а на 90%, но достоверность X_{13} достигает 90%. Следовательно, результаты сравнительных экспериментов показывают, что эффективность фактора X_3 имеет двойное значение.

Влияния угла установки стойки рабочего органа (X_3) на тяговую мощность орудия

Помимо определения тяговой мощности орудия, обосновывают угол установки стойки рабочего органа (X_3) в зависимости от глубины обработки почвы. Все факторы оцениваются в соответствии с ранее заданными критериями Y , и последующие экспериментальные исследования будут проводиться по этим обоснованным факторам. Следует отметить, что угол установки стойки рабочего органа (X_3) также взаимодействует с другими параметрами. И чтобы проверить эту гипотезу, необходимо рассмотреть диаграмму рассеяния, основанную на результатах экспериментов (табл. 12.3). Разница количеств точек деления сильно отличается между факторами X_1 и X_2 , а влияние фактора X_3 была самой минимальной. Количественно оцениваем факторы X_1 и X_2 и составляем таблицу с двумя входами 6, а таблицу 7 для расчета t -критерия.

Таблица 12.3

Расчет численных значений X_1 и X_2

Оценка факторов	+ X_1	- X_1
+ X_2	27,5 <u>19,7</u> $\sum y_1 = 47,2$ $\bar{y}_1 = 23,6$	12,8 <u>9,3</u> $\sum y_2 = 22,1$ $\bar{y}_2 = 11,05$
- X_2	27,2 <u>40,3</u> $\sum y_3 = 67,5$ $\bar{y}_3 = 33,75$	24,3 <u>24,4</u> $\sum y_4 = 48,7$ $\bar{y}_4 = 24,35$

Таблица 12.4

Оценка взаимодействий факторов и расчет t – критерий

Оценка факторов и взаимодействий	№	$\sum y_i$	$(\sum y_i)^2$	$\sum y_i^2$	n_i	S_R^2	$\frac{S_R^2}{n_i}$	$S_R^2 \sqrt{\frac{1}{\sum n_i}}$
X_1, X_2	1	47,2	2227,8	1146,5	2	36,2	16,3	3,16
	2	22,1	488,3	250,3	2	6,1	3,1	
	3	67,5	4556,3	2363,9	2	85,7	42,9	
	4	48,7	2371,7	1185,9	2	0,1	0,05	
$X_3, X_{1,3}$	1	24,96	623,0	339,6	2	20,1	14,1	5,38
	2	57,04	3253,6	1739,3	2	92,5	46,3	
	3	60,64	3677,2	1905,9	2	67,3	33,6	
	4	48,85	2386,3	1443,3	2	50,2	25,1	

Выполненные расчеты показывают, что:

$$X_1 = 10,97; \quad X_2 = -11,722$$

Следовательно, эффективность факторов X_1 и X_2 достоверны на 95%, так как $95\% = 2,447$. Минимизируем влияние этих факторов и фиксируем их скорректированные значения в таблице 12.5.

Расчет влияния факторов $X_3, X_{1,3}$

Факторы оценки	+ X_3	- X_3
+ $X_{1,3}$	8,73 <u>16,23</u> $\sum Y'_1 = 24,96$ $\bar{Y}'_1 = 12,48$	36,02 <u>21,02</u> $\sum Y'_2 = 57,04$ $\bar{Y}'_2 = 28,52$
- $X_{1,3}$	24,52 <u>36,12</u> $\sum Y'_3 = 60,64$ $\bar{Y}'_3 = 30,32$	16,52 <u>29,33</u> $\sum Y'_4 = 45,85$ $\bar{Y}'_4 = 22,93$

Построим диаграмму дисперсии для фактора X_3 и его взаимодействий исходя из таблицы 12.5 (рис. 12.2 и 12.3). После корректировки результатов количественно оцениваем линейные факторы взаимодействия X_2 и его X_{13} согласно таблице 12.5 с двумя входами:

$$X_3 = -4,33 \text{ и } X_{1,3} = -6,13$$

Поскольку табличное значение t -критерий равно 90% при 2132, то парное влияние фактора X_1 позволяет поддерживать рабочий орган на заданной глубине обработки.

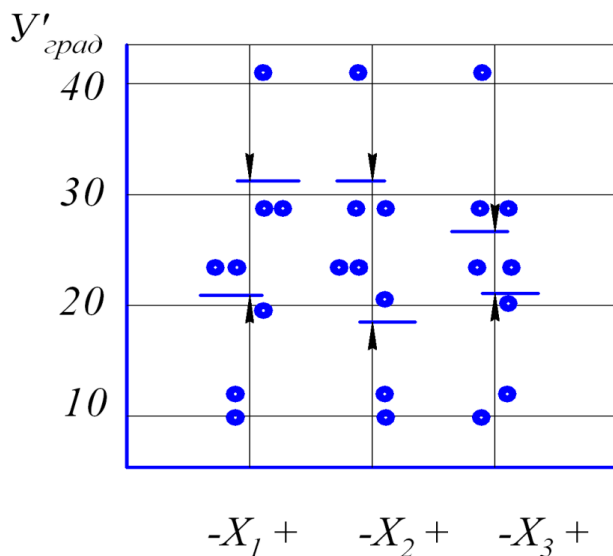


Рис. 12.2. Диаграмма рассеивания результатов экспериментов

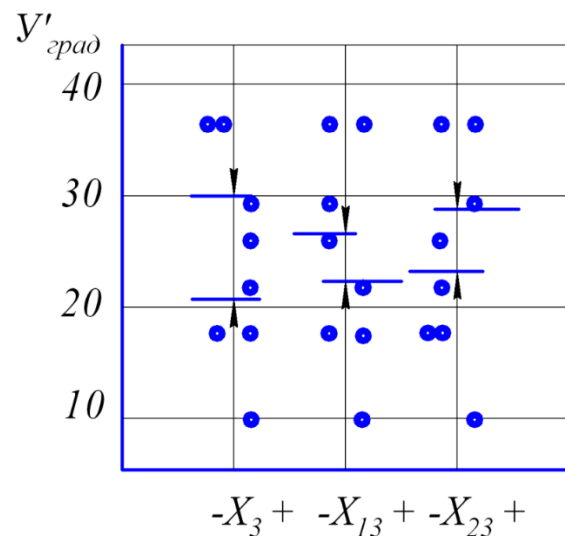


Рис. 12.3. Корректированная диаграмма рассеивания

13. Определение направления оптимального круга

13.1. Цель исследования

Цель работы: Определение направления оптимального круга.

13.2. Этапы планирования эксперимента

На первом этапе планирования экспериментов поверхность отражения представляется линейными уравнениями или описывает некоторые площади поверхности. Важно знать только направление вертикальности до оптимального значения. Линейное уравнение выглядит так:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots \quad (13.1)$$

В этом уравнении коэффициенты регрессии b_1, b_2, \dots описывают наклон поверхности относительно X_1, X_2, \dots и называются линейными эффектами факторов. Если факторы существенно не изменятся, начнется следующий этап исследования - выражение второго стационарного круга и более сложными уравнениями. Эти уравнения описывают степень кривизны поверхности [4].

Определив коэффициенты регрессии в уравнении (3), можем оценить влияние факторов на процесс глубокой обработки почвы и корректировать методику дальнейших исследований.

Эксперименты по определению коэффициентов регрессии проводятся по конкретному плану. Для 2-х факторного или 3-х факторного планирования эксперимента требуется провести $2^3 = 8$ экспериментов. Полномасштабная матрица экспериментального планирования составлена по известной методике (табл. 13.1) [1, 2, 3, 4, 5].

Таблица 13.1

Полномасштабная матрица экспериментального планирования

Признаки	Факторы и их взаимодействие										
	X_0	X_1 мм	X_2 град	X_3 град	X_{12}	X_{13}	X_{23}	\bar{Y}_u	Y_{1u}	Y_{2u}	Y_{3u}
Базовый уровень		80	30	67,5							
Изменение интервала		30	5	22,5							
Нижний уровень -1		50	25	45							
Высокий уровень +1		110	35	90							
Опыт №1	+	-	-	-	+	+	+	7,80	7,64	7,72	8,04
2	+	+	-	-	-	-	+	5,74	5,77	5,72	5,74
3	+	-	+	-	-	+	-	9,58	9,85	9,47	9,42
4	+	+	+	-	+	-	-	6,14	5,98	6,22	6,22
5	+	-	-	+	+	-	-	9,84	10,03	9,79	9,70

Признаки	Факторы и их взаимодействие										
	X_0	X_1 мм	X_2 град	X_3 град	X_{12}	X_{13}	X_{23}	\bar{Y}_u	Y_{1u}	Y_{2u}	Y_{3u}
6	+	+	-	+	-	+	-	6,09	6,13	5,86	6,27
7	+	-	+	+	-	-	+	10,74	11,28	10,03	10,92
8	+	+	+	+	+	+	+	6,79	6,20	7,11	7,06
Коэффициент регрессии	7,84	-1,638	0,473	9,525	-0,197	-0,275	-0,073				

Когда значения коэффициентов регрессии определены, получим уравнение регрессии описывающий технологический процесс глубокого рыхления:

$$Y = 7,84 - 1,64X_1 + 0,47X_2 + 0,53X_3 - 0,197X_1X_2 - 0,28X_2X_3$$

Затем ставится вопрос об оценке статистической ценности найденных значений.

Следующее неравенство используется для оценки значения коэффициентов регрессии [5]:

$$b_i > S[b_i] \cdot t_p(f) \quad (13.2)$$

где $S[b_i]$ - погрешность коэффициента регрессии;

$t_p(f)$ - коэффициент Стьюдента.

Показатель лучшего технологического процесса определялся путем определения f коэффициентов регрессии ($f = N(k-1)$, где N - число экспериментов равная $k-1$).

Находим по таблице $t_{95}(24) = 2,064$ (коэффициент Стьюдента для уровня достоверности 95% и 24 степеней свободы).

Дисперсия, описывающая погрешность определения коэффициента регрессии определяется по формуле:

$$S[b_i] = \frac{S_y}{\sqrt{N}} \quad (13.3)$$

В этом случае S_y - дисперсионные данные, представляющие ошибку эксперимента, явно связаны с русским выражением

$$S_y = \frac{\sum_{u=1}^N \sum_1^k (\bar{Y}_{iu} - \bar{Y}_u)}{N(k-1)} \quad (13.4)$$

где \bar{Y}_{iu} критерий оптимизации в параллельных экспериментах.

Для удобства все расчеты для оценки адекватности записываются в одну таблицы (табл. 13.2).

Таблица 13.2

Алгоритм оценки адекватности результатов эксперимента
с полиномом первой степени

№	\bar{Y}_u	\bar{Y}_{1u}	\bar{Y}_{2u}	\bar{Y}_{3u}	$\bar{Y}_{1u} - \bar{Y}_u$
1	2	3	4	5	6
1	7,8	7,64	7,72	8,04	0,16
2	5,74	5,77	5,71	5,74	0,03
3	9,58	9,85	9,47	9,42	0,27
4	6,14	5,98	6,22	6,22	0,16
5	9,84	10,03	9,79	9,7	0,19
6	6,09	6,13	5,86	6,27	0,04
7	10,74	11,28	10,03	10,92	0,54
8	6,79	6,20	7,11	7,06	0,59
№	$\bar{Y}_{2u} - \bar{Y}_u$	$\bar{Y}_{3u} - \bar{Y}_u$	$\sum_i^k (\bar{Y}_{1u} - \bar{Y}_u)^2$	\bar{Y}_u^2	Y_u
1	7	8	9	10	11
1	0,08	0,24	0,0896	60,84	7,24
2	0,03	0	0,0016	32,93	5,43
3	0,11	0,16	0,1106	91,78	10,01
4	0,08	0,03	0,0384	37,70	6,53
5	0,05	0,14	0,0562	96,83	9,78
6	0,23	0,18	0,0869	36,09	6,01
7	0,71	0,18	0,8281	115,35	10,82
8	0,32	0,27	0,5234	46,10	6,68
	$\sum_{u=1}^N \sum_i^k (\bar{Y}_{1u} - \bar{Y}_u)^2 = 1,7368$		$\sum_i^k (\bar{Y}_u^2 = 518.62$		

Основываясь на данных, приведенных в таблице 13.2 и принимая формулу (6), дисперсия, описывающая экспериментальную ошибку, равную $S_y = 0,269$. Поместите значение S_y в формулу (5) и получите $S[bi] = 0,1$. На основании полученной статистики проверяем, что коэффициенты регрессии (4) соответствуют неравенству. При $S[b_s] t_p(f) = 0,21$ легко проверить, что b_0, b_1, b_2, b_3 и b_{13} являются коэффициентами для уровня достоверности 95%.

После определения коэффициентов, уравнение регрессии выглядит следующим образом:

$$Y = 7,84 - 1,64 X_1 + 0,47 X_2 + 0,53 X_3 - 0,28 X_1 X_3 \quad (13.5)$$

Когда проводят полный факторный эксперимент, оцениваются коэффициенты регрессии, ошибки и их значения, то необходимо проверить гипотезу, что линейность системы может быть выражена в величинах нелинейных

квадратов. Для проверки адекватности результатов первого порядка критерий Фишера (*F-критерий*) рассчитывается по следующей формуле:

$$F = \frac{S_R^2}{S_Y^2}$$

где S_R^2 - обратная математическая модель определяется по следующей формуле:

$$S_R = \frac{\sum_{u=1}^N \bar{Y}_1^2 - N \sum_{i=1}^n b_i}{N - n - 1}$$

где n - количество факторов, $n = 0, 1, 2, \dots$;

Чтобы принять гипотезу адекватности, значение F , рассчитанное по формуле (8), должно быть меньше значения чем в таблице.

Значение критерия F в таблице равно 3, а число степеней свободы на этом рисунке выбирается как $f = N(n - 1) = 3$ с числом степеней свободы $f = N(K - 1) = 24$.

Используя таблицу 10, мы находим, что $S_R^2 = 0,16$,

В формуле (8) значение критерия Фишера равно $F = 2,22$, что меньше значения, указанного для уровня достоверности 95% в таблице. Следовательно, уравнение (7) адекватно описывает технологический процесс.

Анализ уравнения (7) показывает, что наибольшее влияние на сопротивление оказывает ширина зуба, угол его установки, наклон стойки и комбинированный эффект. Значение выходного параметра уменьшается при увеличении коэффициента X_1 и X_{13} и уменьшении коэффициента X_1 и X_3 . Основываясь на знаках и абсолютных значениях коэффициентов линейной регрессии, можно сделать вывод, что интервал варьирования факторов выбран правильно и их значение приблизительно равен оптимальному параметру экспериментов. Поэтому желательно продолжить исследование и определение площади уравнением второго порядка. В случае получения площади «квадрата», поиск влияния коэффициентов регрессии на относительное сопротивление при оптимальных условиях продолжается.

14. Описание оптимального интервала с использованием планирования центральной ортогональной композиции

14.1. Цель исследования

Цель работы. Исследование математической модели (уравнения регрессии) на адекватность и ее решение. Описание оптимального интервала с использованием планирования центральной ортогональной композиции

14.2. Центральная ортогональная композиция

Центральная составная поворотная компоновка больше подходит для исследования стационарного каркаса, поскольку поверхность эха неизвестна. В основе плана лежит эксперимент с 23-мя факторами, включает 8 экспериментов в первом плане планирования 23 типов экспериментов.

В дополнение к центральному составу планов, центр имеет n_0 звездных точек. В рамках эксперимента необходимо выбрать соответствующее число нулей, чтобы поддерживать постоянную дисперсию прогнозируемого значения Y . Для 3-х факторного эксперимента количество таких точек равно 6. В центре плана информации мало, и объем информации увеличивается. 23 должен иметь полноценный проект со значением от звездочки к плечу $\alpha = 23/4 = 1,682$, а количество звездных точек более чем вдвое превышает число факторов и 6. Таким образом, когда число факторов равно 3, общее количество экспериментов для вращающегося плана 2-го порядка составляет 20.

Определив общее количество экспериментальных точек, мы строим рабочую матрицу плана (табл. 14.1).

Таблица 14.1

План экспериментальной матрицы

Условия эксперимента	Факторы			Эффекты взаимодействия факторов						
	b_H мм	B град	A град							
Нулевой уровень	80	20	67,5							
Интервал варьирования	30	5	22,5							
Верхний уровень+1	110	35	90							
Нижний уровень -1	50	25	45							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Факторы закодированного значения X_0	X_1	X_2	X_3	X_{12}	X_{13}	X_{23}	X_1^2	X_2^2	X_3^2	
Опыт №1	+	-	-	-	+	+	+	+	+	
2 ³ Суть плана	№2	+	-	-	-	-	+	+	+	
	№3	+	-	+	-	+	-	+	+	
	№4	+	+	+	-	+	-	-	+	
	№5	+	-	-	+	+	-	-	+	
	№6	+	+	-	+	-	+	-	+	
	№7	+	-	+	+	-	-	+	+	
	№8	+	+	+	+	+	+	+	+	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Факторы закодированного значения X_0	X_1	X_2	X_3	X_{12}	X_{13}	X_{23}	X_1^2	X_2^2	X_3^2
Опыт №1 +	-	-	-	+	+	+	+	+	+
Звездные точки	№9 +	-r	o	o	o	o	o	+s	o
	№10 +	+r	o	o	o	o	o	+s	o
	№11 +	o	-r	o	o	o	o	o	+s
	№12 +	o	+r	o	o	o	o	o	+s
	№13 +	o	o	-r	o	o	o	o	o
	№14 +	o	o	+r	o	o	o	o	o
Центральные точки	№15 +	o	o	o	o	o	o	o	o
	№16 +	o	o	o	o	o	o	o	o
	№17 +	o	o	o	o	o	o	o	o
	№18 +	o	o	o	o	o	o	o	o
	№19 +	o	o	o	o	o	o	o	o
№20 +	o	o	o	o	o	o	o	o	o
Опыт №	Результаты эксперимента по сравнительной сопротивляемости				Результаты эксперимента по отклонению угла ψ				
1	11	12	13	14	15	16	17	18	
	\bar{Y}_u	Y_{1u}	Y_{2u}	Y_{3u}	\bar{Y}'_u	Y'_{1u}	Y'_{2u}	Y'_{3u}	
1	7,8	7,64	7,72	8,04	24,1	26,1	21,9	24,3	
2	5,74	5,77	5,72	5,74	40,3	41,5	40,1	39,3	
3	9,58	9,85	9,47	9,42	12,0	11,7	12,9	11,4	
4	6,14	5,98	6,22	6,22	27,5	30,1	25,8	26,6	
5	9,84	10,03	9,79	9,70	21,6	23,4	19,1	22,3	
6	6,09	6,13	5,86	6,27	27,2	26,2	24,1	29,1	
7	10,74	11,28	10,03	10,92	11,8	13,6	8,2	13,7	
8	6,79	6,20	7,11	7,06	19,7	16,1	19,4	23,6	
9	7,2	6,92	7,75	7,12	22,1	24,6	21,7	20,0	
10	5,94	6,22	5,76	5,84	23,2	21,4	27,2	21,0	
11	6,21	5,93	5,98	6,72	26,4	28,4	22,0	28,8	
12	6,80	6,74	7,23	6,43	14,6	15,3	14,1	14,4	
13	6,14	5,82	5,98	6,62	24,4	26,2	21,8	25,2	
14	6,40	6,78	6,38	6,04	31,6	18,9	20,7	25,2	
15	6,25	6,02	6,36	6,37	24,5	23,2	26,8	23,5	
16	6,71	7,04	6,53	6,56	26,7	28,3	24,4	27,4	
17	6,07	5,76	6,12	5,81	25,3	29,1	22,8	24,0	
18	6,32	6,73	6,16	6,07	24,8	24,3	26,7	23,4	
19	6,45	6,19	6,53	6,63	26,0	22,7	27,0	28,3	
20	6,27	6,74	6,10	5,97	23,7	20,2	25,2	25,7	

После эксперимента и получения значений критерия оптимизации обрабатываем данные и строим математическую модель второго порядка.

Эта модель выглядит так:

$$Y = b_o + \sum_i^n b_i X_i + \sum_{i \langle j}^n b_{ij} X_{ij} + \sum_i^n b_{ii} X_i^2$$

где b_{ij} - эффект взаимных эффектов;

b_{ii} - эффект, когда квадрат является квадратом.

Коэффициенты регрессии рассчитываются по следующим формулам:

$$b_o = a_1 \sum_{u=1}^N \bar{Y}_u - a_2 \sum_i^n \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 \bar{Y}_u; \quad b_i = a_3 \sum_{u=1}^N X_{iu} \bar{Y}_u$$

$$b_{ij} = a_4 \sum_{u=1}^N X_{iu} X_{ju} \bar{Y}_u; \quad i \neq j, i=1, 2, 3, \dots, n \quad (14.1)$$

$$b_{ii} = a_5 \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 \bar{Y}_u + a_6 \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 \bar{Y}_u - a_7 \sum_{u=1}^N \bar{Y}_u$$

где $N = 20$ - количество экспериментов;

k - количество повторений экспериментов.

Коэффициенты для 3-х факторов:

$A_1 = 0,1633$; $A_2 = 0,0568$; $A_3 = 0,0732$; $A_4 = 0,125$; $A_5 = 0,0625$; $A_6 = 0,0069$; $A_7 = 0,0568$.

Коэффициенты регрессии, рассчитанные по формулам (10), приведены в таблице 14.2.

Таблица 14.2

Значение коэффициента регрессии второго порядка

Коэффициент регрессии	b_o	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{11}	b_{22}	b_{33}
Y_1 н/м ²	6,3	-1,12	0,35	0,34	-0,20	-0,28	-0,07	-0,37	0,25	0,27
Y_1' град	25,11	3,44	-4,54	-2,07	0,20	-2,28	0,95	-0,64	-1,40	-0,52

Принимаем: $r = 1,682$; $c = 2,829$

Значение коэффициентов регрессии проверяется по критерию Стьюдента. Оценка коэффициентов регрессии определяется по следующим формулам:

$$S_{\{b_o\}}^2 = \frac{2A\lambda^2(n+2)S_y^2}{N} \quad S_{\{b_i\}}^2 = \frac{c \cdot S_o^2}{N}$$

$$S_{\{b_{ij}\}}^2 = \frac{A[(n+1)\lambda - n - 1] \cdot c^2 S_y^2}{N} \quad S_{\{b_{ii}\}}^2 = \frac{c^2 \cdot S_y^2}{\lambda N}$$

здесь

$$\lambda = \frac{N \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 X_{ju}^2}{\left(\sum_{u=1}^N X_{iu}^2\right)^2} \quad c = \frac{N}{\sum_{u=1}^N X_{iu}^2} \quad A = \frac{1}{2\lambda[(n+2)\lambda - n]}$$

Рассчитанные значения дисперсионных показателей приведены в таблице 14.3.

Результаты расчета адекватности полиномиального
эксперимента 2-го порядка

Уравне- ние	$S_{\{b_o\}}$	$S_{\{b_i\}}$	$S_{\{b_{ij}\}}$	$S_{\{b_{ii}\}}$	t_{95}	SS_{LF}	SS_R	SS_F	F_{\max}	$F_{табл}$
Y н/см ²	0,1	0,14	0,35	0,14	2,02	3,29	4,40	1,11	2,96	5,1
Y' град.	3,45	1,09	2,65	1,07	2,02	190,27	269,75	79,48	2,39	5,1

Уравнение регрессии рассчитывается путем вычитания коэффициентов:

$$Y = 6,3 - 1,12X_1 + 0,35X_2 + 0,34X_3 - 0,2X_1X_2 - 0,28X_1X_3 + 0,37X_1^2 + 0,35X_2^2 + 0,27X_3^2 \quad (14.2)$$

$$Y' = 25,11 + 3,44X_1 - 4,54X_2 - 2,07X_3 - 2,28X_1X_3 - 1,4X_2^2 \quad (14.3)$$

Здесь: $X_1 = \frac{b_H - 80}{30}$, (мм); $X_2 = \frac{\beta - 30}{5}$, (град); $X_3 = \frac{\alpha - 67,5}{22,5}$, (град)

Для проверки адекватности вторичного выражения результатов эксперимента мы используем критерий G^2 -Фишера. Этот критерий рассчитывается по следующей формуле:

$$F_{\max} = (SS_{LF} / f_{LF}) / (SS_E / f_E) \quad (14.4)$$

где SS_{LF} - сумма квадратов, связанных с дисперсией, определяющая неравенство выражения результатов эксперимента с числом степеней свободы.

$$SS_{LF} = N - \frac{(n+2)(n+1)}{2} - (n_o - 1); f_{LF} = 5$$

$$SS_{LF} = SS_R - SS_E$$

где SS_R - остаточная дисперсия, которая описывает рассеяние точек относительно найденного уравнения отражения:

$$SS_R = \sum_{u=1}^N (Y'_u - Y_u)^2$$

где SS_E - представляет собой набор квадратов, которые определяют экспериментальную ошибку:

$$SS_E = \sum_1^{n_o} (Y_{o_n} - Y_o)^2$$

Алгоритм расчета результатов экспериментов с полиномом 2-го порядка представлен в таблицах 14 и 15. Результаты отклика приведены в таблице 13 для значения 95%; представлен при $f_2 = 5 = 5$; $F_{jad} = 5,1$. Полученный результат представляет собой таблицу $G'_{his} < F_{jad}$. Поэтому модель (уравнения) можно считать адекватными.

Анализ уравнения регрессии показывает, что все факторы, рассматриваемые в исследовании, являются важными. Сравнение влияния сопротивления зуба, особенно ширины зуба и угла его установки, сильно влияет.

15. Каноническая форма уравнений регрессии для изучения поверхности отклика

15.1. Цель исследования.

Цель работы. Исследование поверхности отклика с помощью каноническая форма уравнений регрессии

15.2. Каноническая форма математической модели

В канонической форме координатная головка сначала перемещается в новую точку S, а старые стрелки слегка поворачиваются вокруг факторного пространства, что исключает линейные границы уравнения и изменяет значение свободного поля. Дифференцируем функцию отклика по любой из переменных и решаем систему уравнений, полученную путем обнуления частных производных. Координаты центра поверхности отклика равны:

$$X_{1S} = 1,569; X_{2S} = -0,052; X_{3S} = 0,184,$$

Уравнение (13) было получено для поверхностей, соответственно:

$$X_{1S} = -0,908; X_{2S} = -1,621; X_{3S} = -1,509$$

Добавьте найденные значения новых координат центра в уравнения (14.2) и (14.3) и добавьте новое значение центра критерия оптимизации:

$$V_S = 5,44 \text{ и } V'_S = 21,94$$

Когда центр координат перемещается в новую точку, уравнения выглядят следующим образом:

$$V - 5,44 = -0,2X_1X_2 - 0,28X_1X_3 + 0,37X_1^2 + 0,35X_2^2 + 0,27X_3^2 \quad (15.1)$$

$$V' - 21,94 = -2,28X_1X_3 - 1,4X_2^2 \quad (15.2)$$

V_{11} , V_{22} и V_{33} чтобы определить коэффициенты, нужно решить следующее математическое уравнение:

$$f(B) \begin{vmatrix} b_{11} & \frac{1}{2}b_{12} & \frac{1}{2}b_{13} \\ \frac{1}{2}b_{12} & b_{22} & \frac{1}{2}b_{23} \\ \frac{1}{2}b_{13} & \frac{1}{2}b_{23} & b_{33} \end{vmatrix} = 0$$

После преобразования выражения (16) и (17) получим следующее кубические уравнение:

выражения (16): $B^3 - 0,99B^2 + 0,294B - 0,0254 = 0$ (15.3)

выражения (17): $B^3 + 1,4B^2 - 1,36B - 1,89 = 0$ (15.4)

Корни уравнений (18) и (19) были определены методом Кардана по теореме Безу. Корни эквивалентны для:

уравнения (18) $V_{11} = 0,148; V_{22} = 0,347; V_{33} = 0,495,$

уравнения (19) $V_{11} = -1,15; V_{22} = 1,163; V_{33} = -1,413.$

После преобразования уравнения (16) и (17) принимают вид:

$$Y - 5,44 = 0,148X_1^2 + 0,347X_2^2 + 0,495X_3^2 \quad (15.5)$$

$$Y' - 21,94 = -1,15X_1^2 + 1,163X_2^2 - 1,413X_3^2 \quad (15.6)$$

Анализ уравнения (20) показывает, что математические полиномы имеют положительный знак и характеризует, что исследуемая отражающая поверхность является эллипсоидальной формы. Уравнение (21) по числу математических полиномов имеют разные знаки и представляют собой «минимаксимальный» тип поверхности и два гиперboloида. После выполнения канонической замены и обнаружения отражающей поверхности для удобства проведем анализ поверхности используя двумерные сечения. Чтобы получить двумерное поперечное сечение отражающей поверхности (поперечное сечение описывает относительное сопротивление по ширине захвата и углу резания), приравняем $X_3 = 0$ (12). Чтобы определить координаты нового центра, дифференцируем уравнение, полученное путем решения системы двух уравнений относительно X_2 .

$$X_{1S} = 1,459 i \quad X_{2S} = -0,073$$

После сравнения найденных значений X_{1S} и X_{2S} с уравнением, мы находим новое значение центра критерия оптимизации:

$$Y_S = 5,491$$

Когда координатная головка перемещается в новый центр, уравнение примет вид:

$$Y = 5,491 - 0,2X_1X_2 + 0,37X_1^2 + 0,35X_2^2 \quad (15.7)$$

Видно, что угол поворота оси координат в новом центре S составляет $\alpha = +42^\circ 21'$.

Поскольку угол α положительный, необходимо при повороте оси координат двигаться вверх по X_1 .

Уравнение (22) в канонической форме примет следующий вид:

$$Y - 5,49 = 0,46X_1^2 - 0,26X_2^2 \quad (15.8)$$

Возьмем уравнения соответствующих контурных кривых, уравнивая различные значения индекса сопротивления (23). Другие двумерные поверхности поперечного сечения $X_2 = 0$ и $X_1 = 0$ находятся аналогичным образом. Результаты расчета координат основных точек для построения двумерного сечения приведены в таблице 14 и приведены на рисунках 15.1, 15.2 и 15.3.

Таблица 15.1

Результаты расчета координат основных точек

№	\bar{Y}_u	Y_{1u}	Y_{2u}	Y_{3u}	$Y_{1u} - \bar{Y}_u$
1	2	3	4	5	6
1	7,8	7,64	7,72	8,04	0,16
2	5,74	5,77	5,71	5,74	0,03
3	9,58	9,85	5,47	9,42	0,27
4	6,14	5,98	6,22	6,22	0,16
5	9,84	10,03	9,79	9,70	0,19
6	6,09	6,13	5,86	6,27	0,04
7	10,74	11,28	10,03	10,92	0,54
8	6,79	6,20	7,11	7,06	0,59
9	7,2	6,92	7,55	7,13	0,28
10	5,94	6,22	5,76	5,84	0,28
11	6,21	5,93	5,98	6,72	0,08
12	6,80	6,74	7,23	5,43	0,06
13	6,14	5,82	5,98	6,62	0,32
14	6,40	6,78	6,38	6,04	0,38
15	6,25	6,02	6,36	6,37	0,23
16	6,71	7,04	6,53	6,56	0,33
17	6,07	5,76	6,12	5,61	0,31
18	6,32	6,73	6,16	6,07	0,41
10	6,45	6,19	6,53	6,63	0,26
20	6,27	6,74	6,10	5,97	0,47
№	$Y_{2u} - \bar{Y}_u$	$Y_{3u} - \bar{Y}_u$	$\sum_1^n (Y_{1u} - Y_u)^2$	\bar{Y}_u^2	Y_u
1	7	8	9	10	11
1	0,08	0,24	0,0896	69,84	0,56
2	0,03	0	0,0018	32,95	0,16
3	0,11	0,16	0,1106	91,78	0,09
4	0,08	0,08	0,0384	47,70	0,18
5	0,05	0,14	0,0582	96,83	0,21
6	0,13	0,18	0,0509	37,09	0,11
7	0,71	0,18	0,8281	115,35	0,20
8	0,32	0,27	0,5234	46,11	0,52
9	0,35	0,07	0,2058	51,84	0,48
10	0,18	0,10	0,1208	35,28	0,13
11	0,03	0,51	0,2634	38,56	0
12	0,48	0,37	0,3609	46,24	0,23
13	0,16	0,38	0,3624	37,70	0,58
14	0,02	0,36	0,2744	40,96	0,64
15	0,11	0,12	0,0794	39,06	0,57
16	6,18	0,15	0,1638	45,02	0,18
17	0,05	0,26	0,1662	36,05	0,41
18	0,16	0,25	0,2562	39,94	0,30
10	0,08	0,18	0,1064	41,60	0,12
20	0,17	0,30	0,3398	39,30	0,07

На рисунках 15.3 и 15.4 показаны двумерные отражения в поперечном сечении поверхности, отражающей угол Ψ в зависимости от факторов для анализа влияния факторов на сравнительную нагрузку рабочих органов.

Цель этой части исследования - минимизировать сравнительное сопротивление тяги. Согласно форме равносторонней линии, увеличение ширины захвата рабочего органа приводит к снижению относительного сопротивления рабочих органов. Однако при больших значениях угла резания фактор X_1 мало влияет на параметр оптимизации (при уменьшении угла наклона линии относительных положений рабочих органов находятся близко друг к другу). Это подтверждает законность уменьшения относительного сопротивления рабочего органа, так как угол вхождения уменьшается, а ширина вхождения увеличивается.

Из связанных графиков видно, что сравнительная сила сопротивления X_2 с коэффициентом наименьшей корреляции составляет от $-0,25X_2$ до $-0,5X_2$.

Этот круг еще более очевиден на простых наральниках. Наличие экстремума, наиболее выраженного при изменении фактора, подтверждается результатами исследований. В то же время, когда ширина захвата наральника была уменьшена, глубина обработки рабочего органа увеличивалось, что привело к значительному увеличению удельного сопротивления. Однако следует отметить, что, несмотря на уменьшение сопротивления, равное величине фактора X_1 , ширину наральника следует выбирать так, чтобы она соответствовала агротехническим требованиям [8]. Такое действие повысило бы энергетическую эффективность глубокой обработки почвы.

Наклон рабочего органа значительно зависит от фактора X_3 (рис. 15.1 и 15.2). Графики показывают, что фактор X_3 оказывает наибольшее влияние на параметр режущей кромки наральника (рис. 15.1). Это может быть объяснено тем, что когда значения факторов X_2 и X_3 минимальные, может повлиять на качество работы рабочего органа.

Угол Ψ разрушения пласта почвы являющийся критерием оптимизации технологического процесса размягчения почвы R_x , также является существенным показателем.

$$\sum_{u=1}^N \sum_{i=1}^k (Y_{iu} - \bar{Y}_u)^2 = 4,401 \quad \sum_{u=1}^N \bar{Y}_u^2 = 1010,2$$

$$S_y^2 = 0,11$$

Таблица 15.2

Адекватность результатов эксперимента полинома 2-го порядка

Опыт №	\bar{Y}'_u	Y'_{1u}	Y'_{2u}	Y'_{3u}	$\bar{Y}'_{1u} - \bar{Y}'_u$
1	2	3	4	5	6
1	24,1	26,13	21,9	24,27	2,03
2	40,3	41,5	40,1	39,3	1,02
3	12,0	11,7	12,9	11,4	0,3
4	27,5	30,1	25,8	26,6	2,6
5	21,6	23,4	19,1	22,3	1,8
6	27,2	28,2	24,3	29,1	1,0

Опыт №	\bar{Y}'_u	Y'_{1u}	Y'_{2u}	Y'_{3u}	$\bar{Y}'_{1u} - \bar{Y}'_u$
1	2	3	4	5	6
7	11,8	13,5	8,2	13,7	1,7
8	19,7	16,1	19,4	23,6	3,6
9	22,1	24,6	21,7	20,0	2,5
10	23,2	21,4	27,2	21,0	1,8
11	26,4	28,4	22,0	28,8	2,0
12	14,6	15,3	14,1	14,4	0,7
13	24,4	26,2	21,8	25,2	1,8
14	21,6	18,9	20,7	25,2	2,7
15	24,5	23,2	26,8	23,5	1,3
16	26,7	28,3	24,4	27,4	1,6
17	25,3	29,1	22,8	24,0	3,8
18	24,8	24,3	26,7	23,4	0,5
19	26,0	22,7	27,0	28,3	3,3
20	23,5	20,2	25,2	25,5	3,3
№	$\bar{Y}'_{2u} - \bar{Y}'_u$	$\bar{Y}'_{3u} - \bar{Y}'_u$	$\sum_1^k (\bar{Y}'_{iu} - \bar{Y}'_u)^2$	\bar{Y}'_u^2	Y_u
1	7	8	9	10	11
1	2,2	0,17	8,99	580,81	2,1
2	0,2	1,0	2,48	1624,09	0,6
3	0,9	0,6	1,26	144,0	2,0
4	1,7	0,9	10,46	756,25	1,7
5	2,5	0,7	9,98	466,56	0,8
6	2,9	1,9	13,02	739,84	1,3
7	3,6	1,9	19,46	139,24	0,7
8	0,3	3,9	28,26	388,09	0,4
9	0,4	2,1	10,82	488,41	0,9
10	4,0	2,2	24,08	538,24	1,6
11	4,4	2,4	29,12	696,96	2,5
12	0,5	0,2	0,64	213,16	3,1
13	2,6	0,8	10,64	595,36	0,4
14	0,9	3,6	21,06	466,56	2,2
15	2,3	4,0	7,98	600,25	1,5
16	2,3	0,7	8,34	712,89	0,8
17	2,5	1,3	22,38	640,09	1,1
18	1,9	1,4	5,82	615,04	1,1
19	1,0	2,3	17,18	676,0	2,4
20	1,7	2,0	17,78	552,25	0,8

$$\sum_{u=1}^N \sum_1^k (Y'_{iu} - \bar{Y}'_u)^2 = 269,75 \quad \sum_{u=1}^N \bar{Y}'_u^2 = 11614,09$$

$$S_y^2 = 6,74$$

15.3. Анализ влияния факторов на параметры

Как показано на рисунке 8, этот параметр сильно зависит от коэффициента X_2 , и с увеличением коэффициента этот параметр становится меньше. Это означает, что при увеличении угла режущей кромки β , глубина хода рабочего органа будет нестабильным. Это может быть объяснено тем, что с увеличением угла β горизонтальное и вертикальное сопротивление грунта R_x и R_z также изменяются, поскольку в этом случае грунт в передней части рабочего органа образует плотное соединение. Эта частица разрушает почву и увеличивает ее сопротивление. Как показано на рисунке 9, фактор X_3 также оказывает существенное влияние на критерии оптимизации. С уменьшением X_z параметр U' увеличивается. Но X_3 меньше X_2 с точки зрения факторной оптимизации. Уменьшение отклика оптимизации путем увеличения коэффициента X_3 можно объяснить тем фактом, что до полного выхода рабочего органа из обработанного слоя почвы, происходит взаимодействие с его стойкой. Стойка функционирует как вертикальный нож. В результате соотношения R_x и R^* нарушается, и угол Ψ изменяется.

Это означает, что Ψ оказывает существенное влияние на угол наклона стойки и, как следствие на фактор X_2 , а также на стабильность работы орудия в целом. Результаты, полученные в наших исследованиях, согласуются с выводами исследователей Синеокова Г.Н., Панова И.М., Плюшева Г.В. и др. [9, 10, 11].

Анализ показывает, что факторы имеют разные значения при оптимизации процесса сравнительного сопротивления и отклонения угла Ψ . В связи с этим необходимо оптимизировать процесс как по U и θ' так и по параметрам. Данная задача состоит в том, чтобы рабочий орган с обоснованными параметрами, мог стабильно работать на заданной глубине с минимальным сопротивлением. Для выполнения этой задачи необходимо искать экстремум функции в пределах ограничений функции θ' [4].

Таблица 15.3

Результаты расчета для построения двумерного сечения

Значение параметра	$X_1 = 0$		$X_2 = 0$		
	X_3	X_2	Значение параметра	X_3	X_1
6,2	$\pm 0,420$	0	5,5	$\pm 0,485$	0
6,2	0	$\pm 0,306$	5,5	0	$\pm 0,368$
6,5	$\pm 1,250$	0	6,0	$\pm 1,540$	0
6,5	0	$\pm 0,914$	6,0	0	$\pm 1,169$
6,8	$\pm 1,723$	0	6,5	$\pm 2,123$	0
6,8	0	$\pm 1,255$	6,5	0	$\pm 1,612$
7,1	$\pm 2,089$	0	7,0	$\pm 2,578$	0
7,1	0	$\pm 1,522$	7,0	0	$\pm 1,957$
7,4	$\pm 2,400$	0	7,5	$\pm 2,963$	0
7,4	0	$\pm 1,748$	7,5	0	$\pm 2,250$
7,7	$\pm 2,675$	0	8,0	$\pm 3,304$	0
7,7	0	$\pm 1,949$	8,0	0	$\pm 2,509$
8,0	$\pm 2,924$	0	8,5	$\pm 3,613$	0
8,0	0	$\pm 2,130$	8,5	0	$\pm 2,743$
8,3	$\pm 3,153$	0	9,0	$\pm 3,898$	0
8,3	0	$\pm 2,298$	9,0	0	$\pm 2,959$

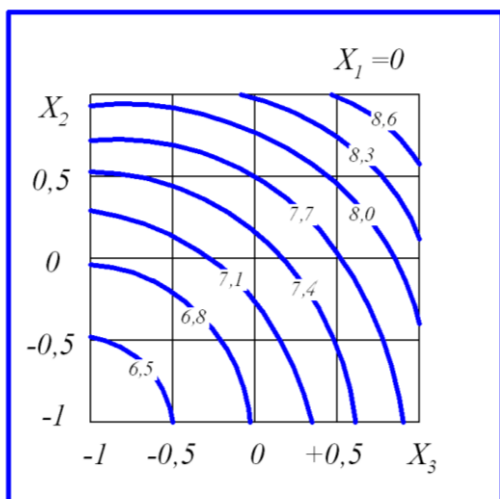


Рис. 15.1. Сопротивления почвы в зависимости от угла вхождения (X_2) и угла наклона стойки (X_3)

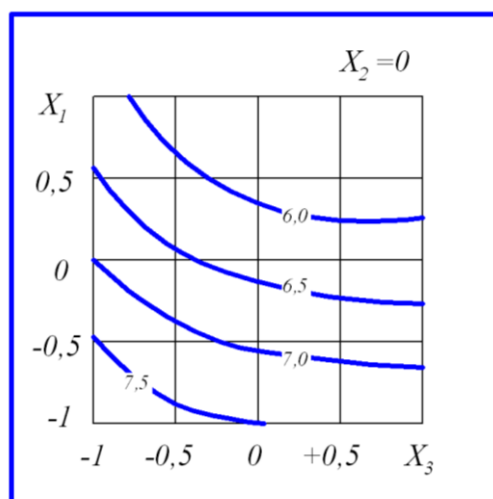


Рис. 15.2. Сопротивление почвы в зависимости от ширины захвата (X_1) и угла наклона стойки (X_3)

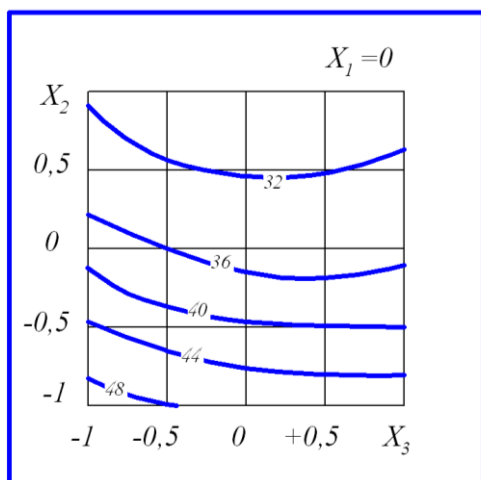


Рис. 15.3. Зависимость угла ψ от угла вхождения (X_2) и угла наклона стойки (X_3)

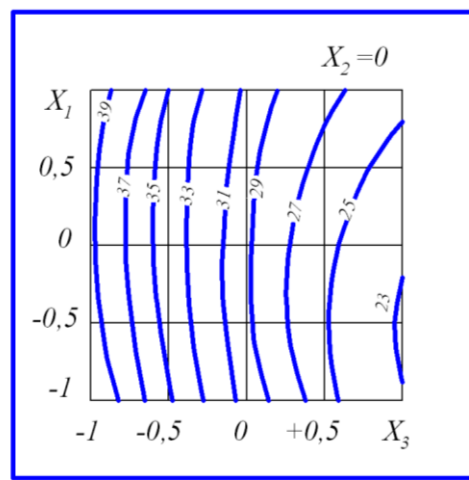


Рис. 15.4. Зависимость угла ψ от угла режущей кромки (X_1) и угла наклона стойки (X_3)

Найденные в литературе отклонения угла Ψ для симметричных рабочих органов могут не соответствовать линейной характеристике. В этом случае следует использовать результаты теоретических и экспериментальных исследований рабочего органа с постоянной глубиной обработки. В наших экспериментах угол Ψ составляет $23 \dots 28^\circ$, что соответствует агротехническим требованиям, а изменение глубины обработки варьирует в пределах 10%.

Соответственно, берем $\Psi = 28^\circ$ и предполагаем предварительное условие:

$$U' = 6,3 - 1,12X_1 + 0,35X_2 + 0,34X_3 - 0,20X_1X_2 - 0,28X_1X_3 + 0,37X_1^2 + 0,35X_2^2 + 0,27X_3^2 \quad (15.9)$$

$$28 = 25,11 + 3,44X_1 - 4,54X_2 - 2,07X_3 - 2,28X_1X_3 - 1,40X_2^2 \quad (15.10)$$

Следующая задача - помощью уравнения (15.9) и (15.10) найти оптимальные значения входящих параметров. Эта задача может быть решена с использованием законов математики с помощью уравнения Лагранжа для большого числа независимых переменных [4, 7].

Метод состоит из решения следующих уравнений:

$$Y = \varphi(X_1, X_2, \dots, X_k)$$

$$\frac{dy}{dx_1} + \lambda \frac{dy'}{dx_1} = 0$$

.....

$$\frac{dy}{dx_k} + \lambda \frac{dy'}{dx_k} = 0$$

где λ - неопределенный множитель Лангранжа.

Метод Лангранжа нелинейных множителей приводит к следующей системе уравнений

$$\begin{aligned} -1,12 - 0,2X_2 - 0,28X_3 + 0,74X_1 + \lambda(3,44 - 2,28X_3) &= 0 \\ 0,35 - 0,2X_1 + 0,7X_2 + \lambda(-4,54 - 2,8) &= 0 \\ 0,34 - 0,28X_1 + 0,54X_3 + \lambda(-2,07 - 2,28X_1) &= 0 \\ 25,11 + 3,44X_1 - 4,54X_2 - 2,07X_3 - 2,28X_1X_3 - 1,4X_2^2 \\ X_1 = 0,077; X_2 = -0,666; X_3 = 0,608; \lambda = 0,404 \end{aligned} \quad (15.11)$$

После раскодирования функций отклика получаем рациональные параметры рабочего органа чизель-культиватора: ширина захвата, $b_n = 82,3$ мм; угол вхождения, $\beta = 26,7$ град; угол наклона и $a = 53,7$ град.

Результаты динамометрирования показывают, что параметры рабочих органов являются оптимальными с точки зрения энергопотребления и соответствуют агротехническим требованиям.

Выводы:

Исследование энергопотребления в зависимости от конструктивных параметров рабочих органов чизель-культиватора позволило сделать следующие выводы:

1. Полученные уравнения регрессии, адекватно описывают технологический процесс обработки почвы рабочими органами чизель-культиватора.

2. Для минимального энергопотребления рекомендуются следующие параметры рабочих органов чизель-культиватора: *ширина захвата* $b_n = 82,3$ мм; *угол вхождения* $\beta = 26,7$ град; *угол наклона* $a = 53,7$ град.

16. Графическое представление результатов исследований

16.1. Цель занятия: Развить навыки для графического представления результатов исследований.

16.2. Задание: Постройте график для результатов исследований который описывает уравнение регрессии:

$$Y = 0,5925 + 0,3389X_1 + 0,2722X_2 + 0,0558X_1^2 + 0,1392X_1X_2 + 0,0125X_2^2$$

16.3. Порядок выполнения работы

Графики используются для качественного и количественного описания зависимостей физических величин вида $y(x)$.

Качественные графики широко применяются в учебных литературах, пособиях и научных трудах и активно используются при изложении лекционного материала и различных докладов (не научного характера). Отличительной особенностью данного вида графиков является то, что на координатных осях указываются только обозначения физических величин и отсутствует масштаб-координатная сетка.

Количественные графики отражают результаты измерений или теоретических расчетов, показывая наглядно связь и зависимость между физическими величинами с учетом их значений. Количественные графики используются не только для наглядного изображения зависимости между физическими величинами, но и для нахождения каких-либо физических величин, которые требуются для дальнейшей работы (Номограммы).

При построении количественных графиков при выполнении лабораторных работ необходимо следовать следующим правилам:

1. *Выбор бумаги.* Графики выполняют на миллиметровой бумаге размером не менее, чем $10 \times 15 \text{ см}^2$, строго выдерживая масштаб. Поле графика ограничивается прямоугольной рамкой. Готовые графики прикрепляются к отчету по лабораторной работе. Допускается выполнение графиков с помощью компьютерных программ, но и в этом случае графики должны соответствовать всем изложенным ниже требованиям (в частности, соблюдать масштаб и иметь масштаб-координатную сетку).

2. *Выбор осей.* В прямоугольной системе координат независимую переменную (аргумент), следует откладывать на горизонтальной оси (оси абсцисс), а по вертикальной оси (оси ординат) – функцию, т.е. зависимую физическую величину. Положительные значения величин откладывают на осях, как правило, вправо и вверх от точки начала отсчета. Начало координатных осей, если это не оговорено особо, может не совпадать с нулевыми значениями величин. Его выбирают таким образом, чтобы график занимал максимально возможную площадь чертежа.

3. *Выбор масштаба.* Обычно график строят на основании таблицы экспериментальных данных, откуда легко установить интервалы, в которых изменяются аргумент и функция. Их наименьшее и наибольшее значения определяют масштаб координатных осей.

3.1. Масштаб изображения может быть как линейным, так и неллинейным (например, логарифмическим). Масштаб для каждого направления может быть разным, например: по одной оси 1; 2; 3; 4; 5; ..., а по другой – 5; 10; 15; 20; или по одной оси линейный, а по другой – логарифмический. При необходимости масштаб по одной и той же оси для положительных и отрицательных значений откладываемой величины может быть выбран разным, но только в том случае, если эти значения отличаются не менее чем на порядок, т. е. в 10, 100, 1000 и более раз.

Например, вольт-амперная характеристика диода, когда прямой и обратный токи отличаются в тысячу раз (т. е. на три порядка): прямой ток составляет миллиамперы, обратный – микроамперы.

3.2. Масштаб выбирают таким образом, чтобы:

– график был равномерно растянут вдоль обеих осей (если график представляет собой прямую, то угол ее наклона к осям должен быть по возможности близок к 45°);

– положение любой точки графика можно было определить легко и быстро.

Масштаб является удобным для чтения графика, если в одном сантиметре содержится одна (или две, пять, десять, двадцать, пятьдесят и т. д.) единица величины кратная 1, 2, 5, например: 1; 2; 3; 4; 5; ... или 2; 4; 6; 8; ... или 5; 10; 15; 20; Распространенной ошибкой магистрантов является выбор неправильного масштаба: три сантиметра на единицу величины или в одном сантиметре три единицы (например, 1; 3; 6; 9; ...).

4. Нанесение шкал. На координатных осях должны быть указаны обозначения величин с единицами их измерения и шкала числовых значений.

4.1. Обозначение физических величин и их единицы измерений следует размещать в конце шкалы вместо последнего числа. Между обозначением величины и единицей измерения должна быть запятая, например: p , Па; T , К.

4.2. Числовые значения шкал следует размещать вне поля графика и располагать горизонтально. Многозначные числа выражают как кратные $10n$ (n – целое число) для данного диапазона шкалы, например: p , 10^6 Па; или p , МПа; h , 10^{-3} м или h , мм. Масштабные деления и числовые значения на координатных осях следует наносить равномерно по всей оси и без пропусков. Числовые значения должны быть высотой 3 – 5 мм.

5. Нанесение точек. Экспериментальные или расчетные точки на графике должны изображаться четко в виде кружков, крестиков и других символов (фигур). Размер символа (фигур) должен быть в 2 – 3 раза больше толщины линии. Координаты экспериментальных точек на осях не указывают и линии, определяющие их положение, не проводят. Если в одних осях строят несколько зависимостей, то обозначения точек должны отличаться друг от друга формой или цветом.

6. Проведение кривых. Кривая должна быть плавной. Кривую (прямую) следует проводить так, чтобы количество точек по обе стороны от нее было приблизительно одинаковым. Кривую (прямую) следует проводить как можно ближе к точкам, но, не обязательно пересекая их. Кривая (прямая) не должна выходить за область экспериментальных значений аргумента и функции. Форма кривой и особые точки, через которые она должна проходить,

определяются, как правило, из теоретических исследований. Если на графике представлены несколько зависимостей, то для их изображения необходимо использовать различные цвета, типы линий, либо нумерацию.

Пример. Построить график зависимости пути S от времени t при равномерном движении тела по экспериментальным данным, приведенных в табл. 1.

Таблица 16.1

График зависимости пути S от времени t

t, c	10	20	30	40	50	60
$S, м$	1,7	2,8	4,8	6,1	7,0	8,5

На рисунке 16.1 представлен правильно оформленный график функций $S(t)$.

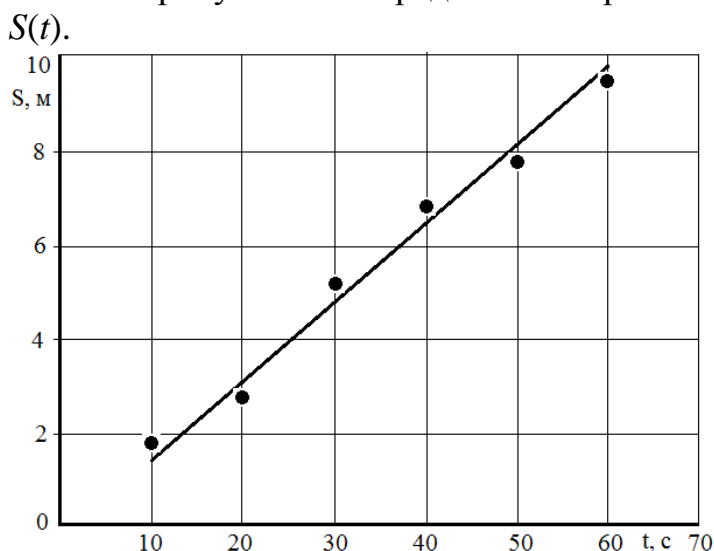


Рис. 16.1. Зависимость пути S от времени t при равномерном движении объекта

План B_2 и результаты экспериментов при изменении аргументов.

Наименование	Факторы		Значение функции отклика
	I, A	R, H	
	X_1	X_2	Y
План эксперимента			
Верхнее (+)	2400	2000	
Среднее (0)	1800	1500	
Нижнее (-)	1200	1000	
1	-1	-1	
2	1	-1	
3	-1	1	
4	1	1	
5	-1	0	
6	1	0	
7	0	-1	
8	0	1	

Отчет по работе:

Сопоставление результатов расчета.

Выводы.

17. Обработка результатов экспериментов методом математической статистики

17.1. Цель занятия: Развить навыки обработки результатов экспериментов методом математической статистики.

17.2. Задание: Обработка микрометражных данных по изменению параметров пружин:

- 1) по упругости пружин (Приложение А,Б)
- 2) по свободной высоты пружин (Приложение А, В)

17.3. Порядок выполнения работы

Рассмотрим методику обработки информации.

Информацию обрабатывают в следующем порядке.

1. Составление сводной таблицы информации в порядке возрастания показателя надежности.

2. Составление статистического ряда исходной информации для упрощения дальнейших расчетов в том случае, когда повторность информации $N > 25$, При $N < 25$ статистический ряд не составляют.

В нашем примере повторность информации $200 > 25$, следовательно, целесообразно составить статистический ряд. При этом информацию разбивают на n равных интервалов. Каждый последующий интервал должен примыкать к предыдущему без разрывов. Обычно число интервалов принимают 6 ... 10. При увеличении их числа повышается точность расчетов, но одновременно возрастает их трудоемкость.

Число интервалов статистического ряда определяют по формуле:

$$n = \sqrt{N} \pm 1$$

Полученный результат округляют до ближайшего целого числа (Табл. 1).

Таблица 17.1

Первичные показатели случайных величин

№	Интервал		Среднее значение интервала	Частота, m_i	Частость, $P_i = m_i/N$	ΣP_i
	начало	конец				
1	2	3	4	5	6	7
1	342	348				
2	348	354				
3	354	360				
4	360	366				
5	366	372				
6	372	378				
7	378	384				
8	384	390				

Продолжение таблицы 17.1

№	Интервал		Среднее значение интервала	Частота, m_i	Частость, $P_i=m_i/N$	ΣP_i
	начало	конец				
1	2	3	4	5	6	7
9	390	396				
10	396	402				
11	402	408				
12	408	414				
13	414	420				
14	420	426				
15	426	432				
Σ				200	1,00	

В первой строке указывают границы интервалов в единицах показателя надежности; во второй строке - число случаев (опытную частоту m_i), попадающих в каждый интервал. Если точка информации попадает на границу интервалов, то в предыдущий и последующий интервалы вносят по 0,5 точки; в третьей строке - опытную вероятность; в четвертой строке - накопленную опытную вероятность

3. *Определение среднего значения показателя надежности и среднего квадратического отклонения.* Среднее значение - важная характеристика показателя надежности. По среднему значению планируют работу машин, составляют потребность в запасных частях, определяют объемы ремонтных работ и т. д.

При наличии статистического ряда среднее значение показателя надежности

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^n t_{ic} P_i$$

Характеристика рассеивания показателя надежности - дисперсия или среднее квадратическое отклонение, которое определяют при отсутствии ($N < 25$) статистического ряда по уравнению:

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n (t_{ic} - \bar{t})^2 P_i}$$

где: \bar{t} - среднее арифметическое значение, N;

δ - среднее квадратическое отклонение;

t_{ic} - середина i - того интервала, N;

P_i - частость i -того интервала;

n - число статических рядов.

4. *Проверка информации на выпадающие точки.* Информация по показателям надежности, полученная в процессе испытаний или наблюдений в условиях рядовой эксплуатации, может содержать ошибочные точки, не соответствующие закону распределения случайной величины. Поэтому во время математической обработки информацию проверяют на выпадающие точки.

Грубую проверку информации на выпадающие точки проводят по правилу $t + 3\delta$ следующим образом: от полученного расчетным путем среднего значения показателя надежности последовательно вычитают и прибавляют 3δ . Если крайние точки информации не выходят за пределы $t \pm 3\delta$, то все точки информации считают действительными.

Более точно информацию на выпадающие точки проверяют по критерию Ирвина.

В тех случаях, когда после проверки исключают выпадающие точки информации, необходимо заново перестроить статистический ряд и пересчитать среднее значение и среднее квадратическое отклонение показателя надежности.

5. Выполнение графического изображения опытного распределения показателя надежности. По данным статистического ряда могут быть построены гистограмма, полигон и кривая накопленных опытных вероятностей, которые дают наглядное представление об опытном распределении показателя надежности и позволяют решать ряд инженерных задач графическими способами.

Для построения гистограммы по оси абсцисс откладывают в определенном масштабе показатель надежности, а по оси ординат — опытную частоту, или опытную вероятность.

Определение коэффициента вариации, который представляет собой относительную безразмерную величину, характеризующую рассеивание показателя надежности. Коэффициент вариации:

$$v = \frac{\delta}{t + C}$$

где C - смещение рассеивания показателя надежности - расстояние от начала координат до начала рассеивания случайной величины

Смещение рассеивания рассчитывают по уравнениям:

при наличии статистического ряда ($N > 25$):

$$C = t_{ni} - 0,5A$$

где t_{ni} - начало первого интервала статистического ряда; A - длина интервала.

Выбор теоретического закона распределения для выравнивания опытной информации. Испытания мелиоративной техники на надежность связаны с организационными трудностями и большими материальными затратами, что ограничивает как число испытываемых машин, так и длительность их испытаний. Кроме того, результаты испытаний зависят от множества факторов, например: квалификации механизаторов и полевых наблюдателей (хронометражиста); почвенных и климатических условий; сортов, качества топлива смазочных материалов и запасных частей и т. д. Перечисленные факторы не

позволяют переносить результаты испытаний на надежность на машины той же марки, не входящие в выборочную совокупность без соответствующих корректив, которые заключаются в том, что на основании первичной информации о выборочной совокупности машин определяют теоретический закон распределения показателя надежности для генеральной совокупности машин. Этот закон выражает общий характер изменения показателя надежности и исключает частные отклонения, связанные с недостатками первичной информации. Такой процесс замены опытного распределения теоретическим называют процессом выравнивания или сглаживания статистической информации.

Для выравнивания распределений показателей надежности мелиоративной техники и ее элементов наиболее широко используют закон нормального распределения (ЗНР) и закон распределения Вейбулла (ЗРВ).

В первом приближении теоретический закон распределения выбирают по коэффициенту вариации. При $v < 0,30$ выбирают ЗНР, а при $v > 0,50$ — ЗРВ. Если значение коэффициента вариации находится в интервале $0,30 \dots 0,50$, то выбирают тот закон распределения (ЗНР или ЗРВ), который лучше совпадает с распределением опытной информации.

Оценка совпадения опытного и теоретического законов распределения показателей надежности по критерию согласия. В процессе оценки совпадения определяют степень совпадения или расхождения опытной вероятности и дифференциальной функции или же накопленной опытной вероятности и интегральной функции в интервалах статистического ряда.

Для определения совпадения или расхождения выбирают различные критерии: сумму квадратов отклонения дифференциальной функции от опытной вероятности, наибольшее или суммарное отклонение кривой накопленных опытных вероятностей от интегральной кривой теоретического закона распределения и т. д.

Однако как бы не велико было совпадение, оно свидетельствует только о том, что выбранный закон не противоречит опытному распределению, но не гарантирует того, что этот закон в данном случае лучше, чем какой-либо другой, выравнивает опытную информацию. Наиболее удачно критерий согласия используют при выборе одного теоретического закона из нескольких. В этом случае наиболее приемлемым окажется тот закон распределения, совпадение которого с опытным распределением характеризуется наименьшим значением расхождения.

При обработке информации по показателям надежности мелиоративной техники наиболее часто применяют критерий согласия Пирсона χ^2 (Табл. 17.2).

Расчет критерия согласия Пирсона χ^2

№	Интервал		Среднее значение интервала	Частота, m_i	Теоретическая частота, m_{it}	χ^2
	начало	конец				
1	2	3	4	5	6	7
1	342	348				
2	348	354				
3	354	360				
4	360	366				
5	366	372				
6	372	378				
7	378	384				
8	384	390				
9	390	396				
10	396	402				
11	402	408				
12	408	414				
13	414	420				
14	420	426				
15	426	432				
Σ						

Для дальнейших расчетов выбирают тот закон распределения, у которого меньше критерий Пирсона χ^2 . Судя по значениям критериев согласия ЗНР и ЗРВ, приходим к выводу, что применительно к доремонтным ресурсам двигателя более приемлемым считают закон нормального распределения.

Отчет по работе:

1. Сопоставление результатов расчета.
2. Выводы.

18. Расчет коэффициента линейной и нелинейной корреляции

18.1. Цель занятия: Развить навыки нахождения взаимосвязи между параметрами.

18.2. Задание: Выявление функции и коэффициента корреляция по заданию (приложение В).

18.3. Порядок выполнения работы

Определение коэффициентов линейной зависимости

Разумеется, не всякая зависимость описывается уравнением прямой линии. Однако в ряде случаев можно путем несложных преобразований привести к линейному виду более сложную зависимость.

Приведем некоторые примеры:
функцию $F = kx^2$ можно представить в виде $F = ky$, если принять $y = x^2$; если имеется функция $y = \frac{k}{x} + l$, то, введя новую переменную $z = \frac{1}{x}$ получаем $y = zk + l$; функцию $y = b^x$, логарифмируя, придем к линейной связи между x и $\lg y$, а именно $\lg y = x \lg b$.

Наиболее простым является случай, когда полученная аппроксимирующая зависимость линейная, т. е. описывается уравнением $y = ax + b$, коэффициенты которой a и b неизвестны.

Рассмотрим для примера экспериментальные данные, представленные в таблице 1.

Таблица 18.1

Экспериментальные данные

x, A	1,0	2,4	4,3	5,5	6,5	8,9	9,4
y, B	72	56	48	39	26	17	6

Полученные экспериментальные данные наносят на график зависимости $y(x)$, а затем проводят прямую (рис. 18.1).

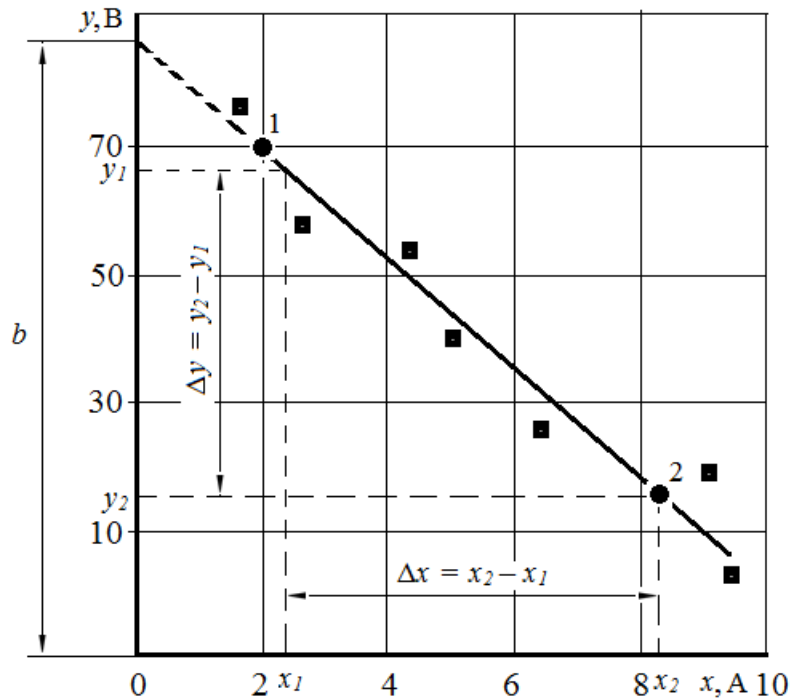


Рис. 18.1. Графическое изображение функции

При условии, что ось абсцисс начинается с нуля, отрезок, отсекаемый в результате экстраполяции прямой на оси абсцисс (на рис. 1 - пунктирная прямая), численно равен коэффициенту b . Из графика, с учетом правил считывания координат точек, определяем $b = 76,0\text{В}$.

Для определения коэффициента a , нужно на прямой выбрать две произвольные точки 1 и 2, расположенные достаточно далеко друг от друга и определить их координаты. Из графика имеем: $x_1 = 1,20\text{ А}$, $y_1 = 67,5\text{ В}$; $x_2 = 8,55\text{ А}$, $y_2 = 15,0\text{ В}$.

Тогда коэффициент a вычисляем по следующей формуле:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15,0 - 67,5}{8,55 - 1,2} = -7,14\text{ Ом}$$

В итоге получаем уравнение прямой: $y = 76,0 - 7,14x$

Корреляция и коэффициент корреляции. Диапазон значений.

Наличие зависимости между x и y немедленно вытекает из неравенства:

$$M\{(x - Mx)(y - My)\} \neq 0$$

Однако, обратное утверждение несправедливо и из равенства:

$$M\{(x - Mx)(y - My)\} = 0$$

Делать вывод о независимости величин x и y нельзя. Это значит, что на дисперсии суммы слагаемых сказывается не всякая стохастическая связь между этими величинами (ниже мы покажем это на конкретном примере).

Может быть и так, что:

$$D(x + y) \neq Dx + Dy$$

Но, это неравенство обуславливается только частью связи между x и y . Вот эта часть стохастической связи между x и y , которая вызывает отличие $D\{x+y\}$ от $Dx+Dy$, называется корреляцией.

Необходимым и достаточным условием корреляции служит неравенство:

$M\{(x-Mx)(y-My)\} \neq 0$ и поэтому величину $M\{(x-Mx)(y-My)\}$ называют корреляционным моментом. Однако эта характеристика силы стохастической связи имеет некоторую неопределенность, т.к. ее значение зависит от единиц измерения величин x и y . Поэтому, на практике и используют безразмерную величину - коэффициент корреляции:

$$\rho\{x,y\} = [\mu_{11}\{x,y\}] / (\sigma_x \sigma_y)$$

Представим выражение в виде:

$$1 = 2M\{(x-Mx)(y-My)\} / D\{x+y\}$$

$$D\{x+y\} = Dx + Dy + \frac{2M\{(x-Mx)(y-My)\}}{\sigma_x \sigma_y} \sigma_x \sigma_y$$

Тогда:

$$D\{x+y\} = Dx + Dy + 2\rho \sigma_x \sigma_y$$

где ρ - коэффициент корреляции.

Из свойств коэффициента корреляции (которые мы опишем ниже) вытекает, что при переходе к нормированной форме величин, значение коэффициента корреляции не изменяется. Поскольку дисперсии нормированных величин равны единице, то при переходе к нормированной форме величин получаем:

$$D\{x_n + y_n\} = 1 + 1 + 2\rho$$

Можно показать, что:

$$D\{x_n - y_n\} = 1 + 1 - 2\rho$$

т.е. в общем случае имеем:

$$D\{x_n \pm y_n\} = 2 \pm 2\rho = 2(1 \pm \rho)$$

Дисперсия не может быть отрицательной величиной по определению. Дисперсия равна нулю, если каждая x_i равна своему математическому ожиданию, т.е. величина x есть константа. Поэтому можно записать:

$$1 + \rho \geq 0 \quad \text{и} \quad 1 - \rho \geq 0$$

Откуда следует:

$$-1 \leq \rho \leq 1$$

что и составляет диапазон возможных значений коэффициента корреляции.

Если коэффициент корреляции отличен от нуля, то он своим значением характеризует не только наличие, но и силу стохастической связи между x и y , т.е. той части связи, которую называют корреляцией. Чем больше абсолютная величина коэффициента корреляции, тем сильнее корреляция между x и y . Максимальная корреляция при $\rho = \pm 1$ («стоцентная» корреляция) будет отвечать на наличие функциональной связи между величинами.

Если в уравнение $D\{xn \pm yn\} = 2 \pm 2\rho$ подставить крайние значения $\rho = \pm 1$, то получим $D\{xn \pm yn\} = 0$. Такой случай отвечает константе, т.е. условию $x = Mx$, $y = My$. А это означает, что выражение в фигурных скобках должно быть равно нулю. Развернем это выражение:

$$\frac{x - Mx}{\sigma_x} \pm \frac{y - My}{\sigma_y} = 0$$

откуда следует

$$y = My \mp Mx \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \pm x \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

Здесь переменными являются только величины x и y . Все остальные величины являются константами. Тогда, обозначая:

$$My \mp Mx \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \beta_0 \quad \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \beta_1$$

получим линейное уравнение:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

Таким образом, при крайних значениях ρ между величинами x и y получаем функциональную линейную связь, т.е. коэффициент корреляции есть показатель того, насколько связь между случайными величинами близка к строгой линейной зависимости.

По своей статистической природе векторы-столбцы x_1, x_2, \dots, x_k в таблице экспериментальных данных представляют собой выборочные данные, моделирующие соответствующие генеральные совокупности. Поскольку в связи с матричными расчетами при решении задач регрессии процедура включает исследование наличия линейной связи между всеми парами векторов x , постольку необходимо использовать выборочные коэффициенты корреляции r . Если неизвестны математическое ожидание и генеральная дисперсия, для расчета r приходится пользоваться их выборочными оценками, соответствующими уравнениям. Тогда выборочный корреляционный момент для первой пары векторов x_1 и x_2 будет равен

$$\frac{1}{n-1} \sum (x_{1g} - \bar{x}_1)(x_{2g} - \bar{x}_2)$$

где n - количество строк в таблице, т.е. объем выборки;
 \bar{x} - арифметическое среднее по данному вектору x .

Тогда выборочный коэффициент корреляции r будет равен

$$r_{1,2} = \frac{\sum (x_{1g} - \bar{x}_1)(x_{2g} - \bar{x}_2)}{(n-1)S_{x_1}S_{x_2}}$$

где S_x — среднеквадратичное отклонение по данному вектору x .

Поскольку выборочный коэффициент корреляции r есть величина случайная, постольку необходимо оценить значимо ли статистически его значение.

Отметим некоторые свойства коэффициентов корреляции:

- коэффициент корреляции независимых величин равен нулю;
- значение коэффициента корреляции не изменяется от прибавления к x или y каких-либо постоянных величин, а также при умножении или делении их на положительные числа. Поэтому при переходе к нормированной форме величин значение коэффициента корреляции не изменяется;
- если одну из величин, не меняя другой, умножить на минус единицу, то и значение коэффициента корреляции изменит свой знак;
- если значение коэффициента корреляции больше нуля, то коррелирующие величины одновременно возрастают или убывают, если же значение коэффициента меньше нуля, то с возрастанием одной величины другая убывает.

Отчет по работе:

1. Сопоставление результатов расчетов.
2. Выводы.

19. Обработка результатов многофакторного эксперимента

19.1. Цель работы: Развить навыки нахождения регрессионного уравнения многофакторного эксперимента.

19.2. Задание: Выявление закономерности (уравнения регрессии) описывающий процесс обработки витков пружин элетро-термомеханическим способом.

Таблица 19.1

Результаты экспериментов по плану В₂

Наименование	Факторы		Критерий оптимизации				Среднее квадратическое отклонение
	<i>I, A</i>	<i>R, H</i>	Сила, Н				
	<i>X₁</i>	<i>X₂</i>	<i>Y₁</i>	<i>Y₂</i>	<i>Y₃</i>	<i>Y_{sr}</i>	
верхнее (+)	2400	2000					
основание (0)	1800	1500					
нижнее (-)	1200	1000					
План эксперимента							
1	-1	-1	11,0000	11,5000	11,0000		
2	1	-1	35,5000	36,0000	36,0000		
3	-1	1	28,0000	27,0000	27,5000		
4	1	1	86,0000	85,0000	86,0000		
5	-1	0	19,0000	18,5000	18,5000		
6	1	0	60,5000	60,0000	60,0000		
7	0	-1	21,0000	20,5000	21,0000		
8	0	1	54,0000	53,0000	53,5000		

19.3. Порядок выполнения работы

Методика обработки результатов многофакторного эксперимента по композиционному плану В₂.

Перевод натуральных значений факторов в кодированные осуществляли по формуле:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta}$$

где x_i – кодированное значение i -го фактора;

X_i – натуральное значение i -го фактора;

X_{i0} – натуральное значение основного (нулевого) фактора;

Δ – интервал варьирования.

Для каждой строки матрицы по результатам опытов определяли среднеарифметическое значение выходного параметра оптимизации:

$$\bar{Y}_g = \frac{1}{m} \sum_{u=1}^m Y_{gu}$$

где u – номер опыта в g -й строке;

g – номер строки матрицы;

m – число параллельных опытов в g -й строке.

С целью оценки отклонения параметра оптимизации от его среднего значения для каждой строки матрицы планирования вычисляли дисперсии опытов:

$$S_g^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{u=1}^m (Y_{gu} - \bar{Y}_g)^2$$

При одинаковом количестве опытов в каждой строке матрицы планирования проверку однородности дисперсий выполняли по критерию Кохрена:

$$G_p = \frac{S_{g \max}^2}{\sum_{g=1}^N S_g^2}$$

где $S_{g \max}^2$ – наибольшая из оценок дисперсий S_g^2 .

Табличное значение G_T – критерия определяли с помощью исходных данных:

- число степеней свободы числителя $\nu_1 = m - 1$;
- число степеней свободы знаменателя $\nu_2 = N$, где N – число опытов (строк матрицы планирования);
- уровень значимости P , равный 0,05.

Дисперсии считаются однородными, если расчетное значение G_p - критерия не превышает табличное значение G_T , то есть выполняется условие $G_p < G_T$.

Дисперсию воспроизводимости результатов эксперимента определяли

по формуле:

$$S_e^2 = \sum_{g=1}^N \frac{S_g^2}{N} \quad (19.1)$$

Коэффициенты уравнения регрессии определяли по следующим формулам:

а) свободный член

$$b_0 = k_1(n) \sum_{g=1}^N \bar{Y}_g - k_2(n) \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 \bar{Y}_g \quad (19.2)$$

б) коэффициенты уравнения регрессии, характеризующие линейные эффекты

$$b_i = k_3(n) \sum_{g=1}^N x_{ig} \bar{Y}_g \quad (19.3)$$

в) коэффициенты уравнения регрессии, характеризующие эффекты взаимодействия

$$b_{if} = k_4(n) \sum_{g=1}^N x_{ig} x_{fg} \bar{Y}_g, \quad i < f \quad (19.4)$$

г) коэффициенты уравнения регрессии, характеризующие нелинейные эффекты

$$b_{ii} = k_5(n) \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 \bar{Y}_g + k_6(n) \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 \bar{Y}_g - k_7(n) \sum_{g=1}^N \bar{Y}_g \quad (19.5)$$

где k_1, k_2, \dots, k_7 – коэффициенты для плана B_2 [5];

i, f – номера факторов;

x_{ig}, x_{fg} – кодированные значения факторов i и f в g -м опыте (строке).

Дисперсии оценок коэффициентов регрессии определяли по формулам

$$S_{b_0}^2 = k_1(n) \frac{S_e^2}{m} \quad (19.6)$$

$$S_{b_i}^2 = S_{b_{ff}}^2 = k_3(n) \frac{S_e^2}{m} \quad (19.7)$$

$$S_{b_{if}}^2 = k_4(n) \frac{S_e^2}{m} \quad (19.8)$$

$$S_{b_{ii}}^2 = S_{b_{ff}}^2 = k_7(n) \frac{S_e^2}{m} \quad (19.9)$$

Значимость коэффициентов регрессии оценивали по t – критерию Стьюдента. Доверительный интервал для каждого коэффициента уравнения регрессии определяли по формуле:

$$\pm \Delta b_i = \pm t_T S_{b_i} \quad (19.20)$$

где t_T – табличное значение t – критерия при принятом уровне значимости $P=0,05$ и число степеней свободы $N(m-1)$.

Коэффициент регрессии считается значимым, если его абсолютное значение превышает величину доверительного интервала. Так как коэффициенты b_0, b_i, \dots, b_{ii} коррелированы, в случае наличия незначимых коэффициентов после их отбрасывания, пересчитывали значимые коэффициенты.

При отбрасывании незначимого коэффициента b_{ff} пересчет коэффициентов b_{ii} и b_0 производили по формулам:

$$b_{ii}^* = b_{ii} - \frac{k_6}{k_7} b_{ff} \quad (19.21)$$

$$b_0^* = b_0 - \frac{k_2}{k_7} b_{ff} \quad (19.22)$$

Для последующей проверки значимости откорректированных коэффициентов b_{ii}^* и b_0^* коэффициенты $k_1(n)$ и $k_7(n)$ пересчитывали по формулам:

$$k_1^*(n) = k_1(n) - \frac{k_2^2(n)}{k_7(n)} \quad (19.23)$$

$$k_7^*(n) = k_7(n) - \frac{k_6^2(n)}{k_7(n)} \quad (19.24)$$

Выборочную дисперсию S^2 , интегрально оценивающую степень рассеивания \hat{Y}_g относительно \bar{Y}_g , вычисляли по формуле

$$S^2 = \frac{\sum_{g=1}^N (\hat{Y}_g - \bar{Y}_g)^2}{N - d^*} \quad (19.25)$$

где \hat{Y}_g - значение отклика в точках спектра плана, рассчитанные по уравнению регрессии;

\bar{Y}_g - среднее значение отклика, полученное из опытов;

d^* - общее число значимых коэффициентов регрессии.

Проверку гипотезы адекватности модели производили по F -критерию Фишера. Табличное значение F_T -критерия для принятого уровня значимости

$P=0,05$ и чисел степеней свободы числителя $\nu_1=N-d^*$ и знаменателя $\nu_2=N(m-1)$ определяли из таблицы 1 [7].

Расчетное значение F_P - критерия вычисляли по формуле

$$F_P = \frac{m \cdot S^2}{S_e^2} \quad (19.26)$$

Математическая модель считается адекватной, если выполняется условие $F_P < F_T$.

Проверку работоспособности регрессионной модели производили по коэффициенту детерминации

$$R^2 = \frac{m \left[\sum_{g=1}^N (\bar{Y}_g - \bar{Y})^2 - (N - d^*) S^2 \right]}{m \sum_{g=1}^N (\bar{Y}_g - \bar{Y})^2 + N(m - 1) S_e^2} \quad (19.27)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{g=1}^N \bar{Y}_g}{N} \quad (19.28)$$

Регрессионная модель считается работоспособной, если выполняется условие $R^2 \geq 0,75$.

С целью оптимизации функции отклика и определения области оптимума критерия оптимизации проводили каноническое преобразование математической модели [7].

Для этого определяли координаты центра поверхности отклика (экстремум) путем взятия частных производных по каждому фактору из уравнения (4.1) и приравнивания выражений к нулю:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx_1} = b_1 + b_{12}x_2 + 2b_{11}x_1 = 0 \\ \frac{dy}{dx_2} = b_2 + b_{12}x_1 + 2b_{11}x_2 = 0 \end{cases} \quad (19.29)$$

В результате решения системы дифференциальных уравнений определили координаты центра поверхности отклика X_{1S} и X_{2S} .

Угол поворота новых осей относительно старых определяли по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{b_{if}}{b_{ii} - b_{ff}} \quad (19.30)$$

Коэффициенты регрессии в канонической форме B_{11} и B_{22} определяли решением характеристического уравнения:

$$f(B) = \begin{vmatrix} b_{11} - B & \frac{1}{2}b_{12} \\ \frac{1}{2}b_{12} & b_{22} - B \end{vmatrix} = B^2 - (b_{11} + b_{22})B + (b_{11}b_{22} - \frac{1}{4}b_{12}^2) = 0 \quad (19.31)$$

Уравнение регрессии, представленное в канонической форме, имеет вид

$$Y - Y_S = B_{11}X_1^2 + B_{22}X_2^2 \quad (19.32)$$

где Y – значение критерия оптимизации;
 Y_S – значение критерия оптимизации в точке оптимума;
 X_1, X_2 – новые оси координат, повернутые относительно старых осей x_1 и x_2 ;
 B_{11}, B_{12} – коэффициенты регрессии в канонической форме.

Таблица 19.2

Расчет режимов обработки

Коэффициент учитывающий снижения упругости от допустимых без ремонта значений, X	Добавленная упругость, Н	Режимы обработки	
		Сила тока, А	сила притяжения ролика к витку пружины, Н
1	2	3	4
1,00	20		
0,99	25		
1	20		
0,99	25		
0,97	30		
0,97	30		
0,96	35		
0,96	35		
0,96	35		
0,95	40		
0,96	35		
0,95	40		
0,94	45		
0,94	45		
0,94	45		
0,92	50		
0,92	50		
0,92	50		
0,91	55		
0,91	55		
0,91	55		
0,9	60		
0,9	60		
0,89	65		
0,89	65		
0,89	65		
0,87	70		
0,87	70		
0,86	75		
0,86	75		
0,86	75		
0,85	80		
0,85	80		
0,83	85		

Отчет по работе:

1. Сопоставление результатов расчетов
2. Выводы

20. Пример моделирования процесса работы машины для очистки семян люцерны

20.1. Обоснование типа бичей терочного аппарата

Бобы многолетних трав обрабатываются на терочных машинах с различными рабочими органами: молотковые, штифтовые, шнековые, дисковые, ленточные, прутковые и др. Эти рабочие органы хорошо изучены и классифицированы по способу их воздействия на бобы люцерны: ударные, терочные, ударно-терочные. Барабан и бичи в терочном аппарате оказывают на бобы ударно-терочные воздействия [102; С. 39-41].

Установлено, что отделение семян люцерны происходит вследствие удара и вытирания бобов. При этом терочное воздействие на бобы имеет огромное значение. Особо следует подчеркнуть, что увеличение повреждаемости семян является следствием неправильного подбора бичей в терочном аппарате [135; С. 98-102]. Для устранения данного недостатка помимо существующих, дополнительно, были изготовлены еще два вида бичей: с плоскими рифами и плоской поверхностью (рис. 4.15).

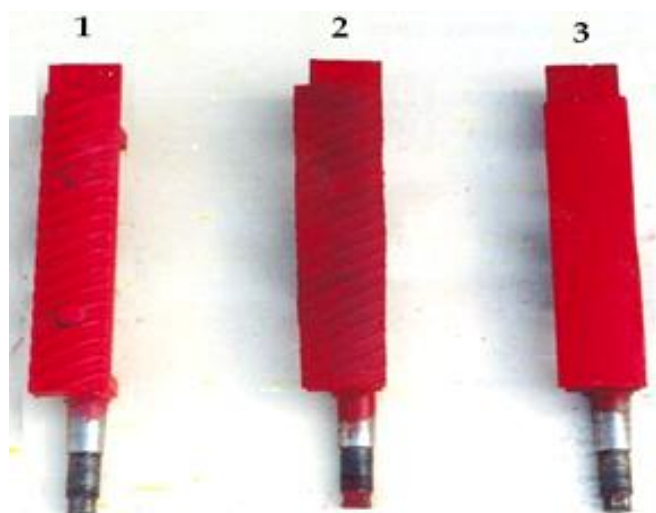


Рис. 20.1. Типы бичей:

1-дугобразным рифом; 2-плоским рифом; 3-плоской поверхностью

Бичи, размерами 230x45x15мм, изготовлены из листовой стали и отличаются друг от друга формой рабочей поверхности. Бич с плоской поверхностью имеет дугобразную форму. Высота ширина и шаг плоских рифов одинаковы по всей поверхности бича. Бич с дугобразной формой имеет рифы, отличающиеся своими формами и размерами от предыдущего.

Декаобразный барабан со щелями для просеивания семян прикреплен к валу терочного аппарата. Внутри барабана неподвижно закреплены четыре бича. При экспериментальных исследованиях зазор между барабаном и бичом составлял 35 мм, а число оборотов барабана 2000 мин⁻¹. Результаты проведенных исследований приведены в таблице 20.1.

Из таблицы 20.1 видно, что при обработке бобов люцерны бичами различных конфигурации получаются разные значения показателей. Например, в случае установки бичей с дугообразными рифами, повреждаемость семян составляет 4,2%, а полнота вытирания бобов - 97,6%, что в сравнении бичами с плоскими рифами показатель повреждаемости - больше на 2,6%, а полнота вытирания - меньше на 1,5%.

Таблица 20.1

Результаты исследований конфигурации бичей

Факторы	Типы рифов	Значения показателей		
		М _{ср.} , %	±σ, %	v, %
Повреждаемость семян, %	Дугообразные рифы	4,22	0,44	10,42
	Плоские рифы	1,63	0,42	25,76
	Плоская поверхность	0,94	0,32	34,04
Полнота вытирания бобов, %	Дугообразные рифы	97,65	0,82	0,84
	Плоские рифы	99,14	0,61	0,61
	Плоская поверхность	84,45	1,27	1,50

Очевидно, большие размеры рифов и ширина шага приводят к тому, что бобы не подвергаются вытирания или подвергаются частично. Большая площадь поверхности рифов является причиной интенсивности вытирания и повреждения свободных семян.

При исследовании терочного аппарата с бичами плоскими поверхностями рифов полнота вытирания бобов достигает 99,14%, а повреждаемость семян 1,63%. Так происходит потому, что при прохождении бобов люцерны между барабаном и бичами, рифы последних больше прижимают их, в результате чего увеличивается вытираемость и соответственно количество свободных семян. Установка бичей с плоской поверхностью (без рифов) показывает, повреждаемость семян составляет 0,94%, полнота вытирания бобов 84,4%. Полнота вытирания бобов и повреждаемость семян по сравнению с плоскими рифами снизились, соответственно, на 15% и 0,7%. Данное явление объясняется уменьшением силы давления со стороны бича с гладкой поверхностью.

Таким образом, при установке в терочный аппарат бичей разной конфигурации, повреждаемость семян значительно отличаются друг от друга. Бичи с плоской поверхностью при сравнительно меньшей повреждаемости семян, также меньше подвергают вытиранию бобов. При использованиях бичей с дугообразными рифами повреждаемость семян значительно повышается.

Проведенные однофакторные исследования терочного аппарата с различными формами поверхностей и параметрами бичей показывают о влиянии их на вытираемость бобов и повреждаемость семян. Анализ результатов исследований показывает, что у бичей с плоскими рифами самые лучшие показатели, следовательно, все дальнейшие исследования необходимо проводить с вышеназванным бичом.

20.2. Влияние высоты и угла установки рифов бича на качество вытирания семян

Высота (h) рифов бичей терочного аппарата оказывает существенное влияние на вытираемость бобов и повреждаемость семян. При исследовании бичей, высота (h) рифов соответствовала: 1 мм, 2 мм, 3 мм, 4 мм и 5 мм. Результаты исследований приведены в виде графика (рис. 20.2).

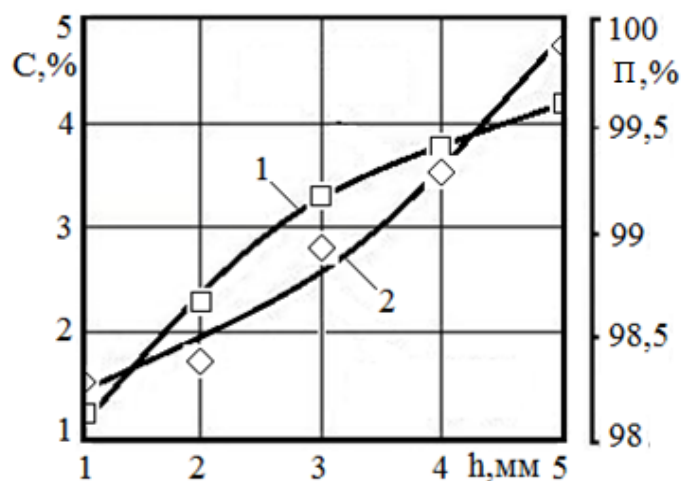


Рис. 20.2. Полнота вытираемости ($П$) и повреждаемость семян ($С$) в зависимости от высоты (h) рифов бичей: 1-повреждаемость семян; 2-полнота вытираемости бобов

Из графиков видно, что с увеличением высоты (h) рифов бичей повышается полнота вытирания бобов и повреждаемость семян. Так, при высоте рифа бичей: а) $h=1$ мм полнота вытирания бобов составляет 98,1%, а повреждаемость семян - 1,4%; б) $h = 3$ мм, соответственно, 99,2 % и 2,8%; в) $h = 5$ мм, соответственно, 99,6% и 4,7%.

Отсюда следует, что с увеличением высоты рифов бичей повышаются полнота вытирания бобов и повреждаемость семян.

Проведенные исследования показывают, что изменение угла (α) рифов бичей от 30° до 70° влечет снижение показателей полноты вытирания бобов и повреждаемости семян (рис. 20.3).

Из графика видно, что с изменением угла (α) рифов от:

а) 30° до 60° полнота вытирания бобов уменьшается с 99,5% до 99,1%;

б) 60° до 70° - полнота вытирания бобов уменьшается с 99,1% до 98,1%.

Очевидно, угол (α) рифов бичей изменяет направление движения бобов.

Результаты исследований показывают, наилучшая полнота вытираемости бобов у бичей с углами (α) рифов в пределах 30° - 60° .

Увеличение угла (α) рифов более 60° приводит к снижению показателя полноты вытираемости. Характерную зависимость показывают исследования по определению повреждаемости семян с изменением угла (α) рифов бичей в пределах 30° - 70° : а) 30° - 60° – повреждаемость снижается от 4,2 % до 1,6 %; б) 60° - 70° – соответственно, от 1,6 % до 1,5 %.

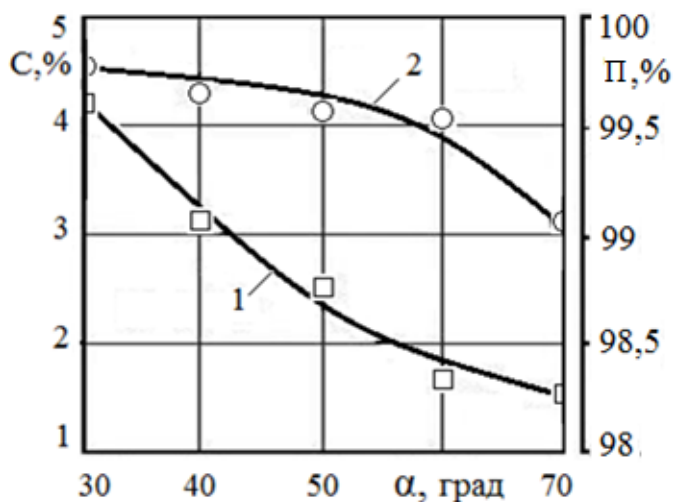


Рис. 20.3. Повреждаемость семян (C) и полнота вытираемости бобов ($П$) в зависимости от угла рифов бича (α)

1-повреждаемость семян;
2-полнота вытираемости бобов

Снижение повреждаемости семян в обоих случаях объясняется уменьшением воздействия на них рифами бича терочного аппарата.

Таким образом, с изменением угла (α) установки рифов от 60° - 70° полнота вытирания бобов уменьшается с 99,1% до 98,1%, а повреждаемость семян наоборот, хоть незначительно, увеличивается с 1,5 % до 1,6 %.

20.3. Влияние числа оборотов барабана на качества работы

Число оборотов (n) барабана терочного аппарата влияет на полноту вытирания бобов и повреждаемость семян.

Проведенные исследования показывают, увеличение числа оборотов (n) барабана с 1500 мин^{-1} до 2000 мин^{-1} приводит повышению полноты вытираемости бобов от 97,4 % до 99,3 % и повреждаемости семян от 0,9 % до 1,6 %. С увеличением числа оборотов барабана от 2000 мин^{-1} до 2500 мин^{-1} полнота вытираемости бобов повышается до 99,3 %, а повреждаемость, соответственно, до 4,26 % (рис. 20.4).

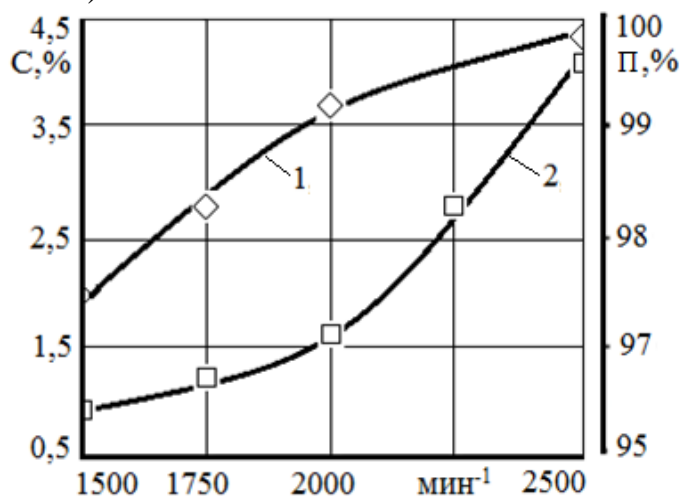


Рис. 20.4. Повреждаемость семян (C) и полнота вытираемости бобов ($П$) в зависимости от числа оборотов барабана (n)

1-полнота вытираемости бобов; 2-повреждаемость семян;

Причинно-следственной связью данного явления заключается в том, что с увеличением числа оборотов (n) барабана, соответственно возрастает

интенсивность воздействия бичей на ворох, тем самым повышаются полнота вытирания бобов и повреждаемость семян.

И так, при числе оборотов (n) барабана в пределах 1750-2000 мин⁻¹ полнота вытираемости бобов составляет 98,2-99,14 %, а повреждаемость семян - 1,2-1,6 %, что отвечают исходным требованиям. Следовательно, все последующие экспериментальные исследования необходимо проводить в пределах $n = 1750-2000$ мин⁻¹ барабана терочного аппарата.

20.4. Влияние зазора между барабаном и бичом на качество вытирания бобов

Зазор (δ) между барабаном и бичами оказывает значительное влияние на вытираемость бобов и повреждаемость семян. Результаты исследований такого характера эксперимента показывают, увеличение зазора (δ) между барабаном и бичами от 2 мм до 10 мм приводит к снижению повреждаемости семян от 2,2 % до 1,1 % и полноты вытирания бобов от 99,8 % до 96,3 %. Увеличение зазора от 4 мм и более, аналогично приводит к дальнейшему снижению повреждаемости семян до 1,6 % и достигает конечного значения 1,1 %.

Анализ результатов исследований показывает, что при равных соотношениях зазора (δ) между барабаном и бичами равной 2 мм и размерами семян, последние больше подвергаются воздействию барабана и бичей, что приводит к повышению их повреждаемости (рис. 20.5).

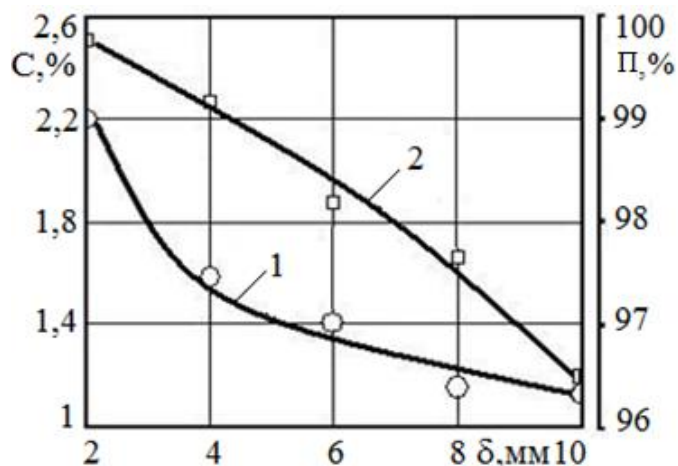


Рис. 20.5. Повреждаемость семян (C) и полнота вытираемости бобов ($П$) в зависимости от зазора между барабаном и бичами (δ)
1-повреждаемость семян; 2-полнота вытираемости бобов

По мере увеличения зазора (δ) бобы меньше подвергаются механическим воздействиям терочного аппарата, что является причиной снижения полноты вытирания. Таким образом, при зазоре $\delta = 4-6$ мм достигаются наилучшие результаты по показателям повреждаемости семян - 1,6-1,4 % и полноты вытирания бобов - 99,1-98,3 %.

20.5. Обоснование частоты и амплитуды колебаний и угла наклона решетного стана

Прежде чем проводить исследования клеверотерки, на ней монтировали решетный стан и механизм привода. В ходе проведения исследований на решетном стане меняли решето с разными диаметрами отверстий - 0,9-2,65 мм.

Экспериментальные исследования проводились в 6-ти кратной повторяемости, и полученные данные обрабатывались методом математической статистики [144; 351 с].

Из рисунка 20.6 видно, что с увеличением частоты колебаний повышается степень очистки и потери семян.

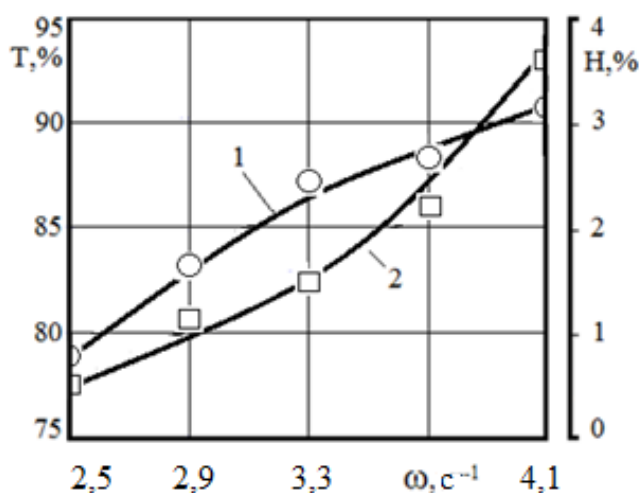


Рис. 20.6. Степень очистки (T) и потери семян (H) в зависимости от частоты колебаний (ω)

1-степень очистки; 2-потери

Так, при частоте колебаний: $\omega = 2,5 \text{ с}^{-1}$ степень очистки и потери семян составляют, соответственно 79,0 % и 0,9 %; $\omega = 4,1 \text{ с}^{-1}$, соответственно 91,0 % и 3,7 %. Отсюда следует, с увеличением частоты колебаний степень очистки и потери семян увеличиваются. Очевидно, чем больше частота колебаний, тем интенсивнее динамика семенного вороха на поверхности решета. В результате чего часть свободных семян вместе с другими компонентами попадают в отходы, что в конечном итоге составляют их потери.

Таким образом, наиболее приемлемые показатели качества работы решетного стана по степени очистки и потери семян находящиеся, соответственно, в пределах 82-89 % и 1,1-2,4 % соответствуют частоте колебаний $\omega = 2,9-3,7 \text{ с}^{-1}$. При изменении амплитуды колебаний в пределах 4-20 мм показатели потери и степени очистки семян возрастают. Так, при амплитуде: 4 мм составляют 0,5 % и 76,0 % соответственно; при 20 мм - 4,4 % и 89,1 % соответственно (рис. 20.7).

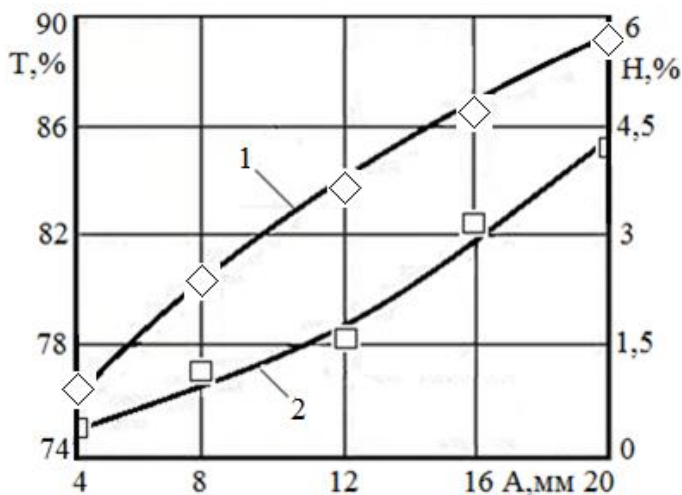


Рис. 20.7. Степень очистки (T) и потери семян (H) в зависимости от амплитуды колебаний (A)

1-степень очистки; 2-потери

Результаты исследований показывают, что с увеличением амплитуды колебаний возрастает скорость движения семян по поверхности решетного стана, которая в свою очередь влияет на их потери. Уменьшение амплитуды приводит к снижению степени очистки семян. Наилучшие показатели по критериям очистки и потери семян получены при амплитудах колебаний 8-12 мм.

Угол (β) наклона решетного стана является одним из параметров, влияющих на степень очистки и потери семян (рис. 20.8).

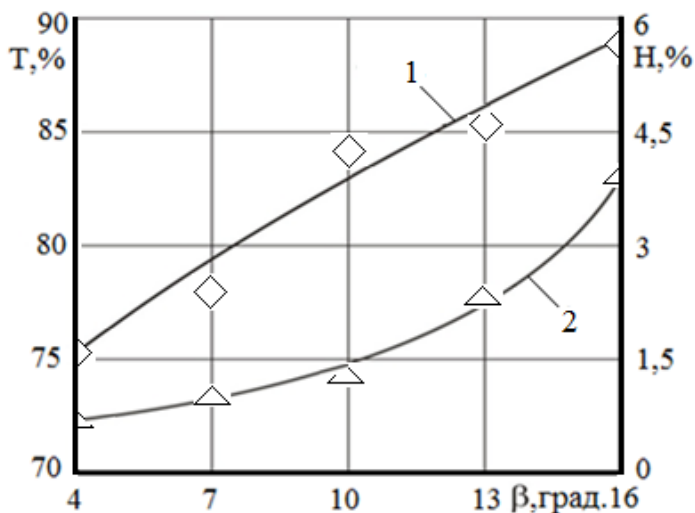


Рис. 20.8. Степень очистки (T) и потери семян (H) в зависимости от угла наклона решетного стана (β)

1-степень очистки; 2-потери

Из рисунка 20.8 видно, что с возрастанием угла (β) наклона решетного стана от 4° до 16° , потери и степень очистки увеличиваются.

Так, при угле (β) наклона решетного стана:

а) $\beta = 4^\circ$ потери и степень очистки составляют соответственно 0,8 % и 75,1 %;

б) $\beta = 16^\circ$ потери и степень очистки соответственно - 3,9 % и 89,2 %.

Экспериментами установлено, что с увеличением угла (β) семена не успевают сепарироваться, а двигаются дальше вместе с другими компонентами и попадают в отходы. Наилучшие показатели получены при угле (β) установки решетного стана в пределах $7-13^\circ$.

20.6. Оптимизация параметров терочного аппарата

Экспериментальные исследования по оптимизации параметров и режимов работы терочного аппарата клеверотерки проведены по плану B_3 .

Полнота вытирания бобов семян люцерны и потери семян зависят от числа оборотов (n) барабана, зазора (δ) между барабаном и бичами, угла (α) наклона рифов прутьев (табл. 20.2).

Таблица 20.2

Основные факторы и уровни их варьирования

№	Наименования факторов	Ед. изм.	Обозначения		Уровень факторов			Интервалы варьирования
			Натур	Кодир	-1	0	+1	
1	Число оборотов барабана	мин ⁻¹	n	X_1	1900	2000	2100	100
2	Зазор между барабаном и бичом	мм	δ	X_2	2	4	6	2
3	Угол наклона рифов бича	град	α	X_3	30	50	70	20

В качестве параметров оптимизации (отклика) выбрана максимальная вытираемость бобов U_v и минимальная повреждаемость семян люцерны U_n .

Проверка однородности дисперсии осуществлялась по критерию Кохрена. Задача исследований сводилась к тому, чтобы, варьируя значениями факторов, найти такое условие протекания технологического процесса, при котором достигается максимальная вытираемость бобов (не менее 95%) и минимальная потеря семян (не более 1,5%). Установлены экспериментальные значения критерии по полноте вытирания $F_3 = 2,36$ и табличное $F_m = 1,71$, повреждаемости семян - $F_3 = 2,44$ и $F_T = 1,99$. Так как эмпирические значения коэффициентов F_3 меньше табличных F_m , то гипотеза об адекватности уравнения регрессии для описания процесса справедлива.

После обработки экспериментальных данных получены уравнения регрессии, описывающие процесс по:

- полноте вытирания бобов, %:

$$U_v = 97,525 + 2,057X_1 - 0,697X_2 - 0,187X_3 - 0,488X_1^2 + 0,142X_1X_2 - 0,167X_2X_3, \quad (20.1)$$

- повреждаемости семян, %:

$$U_n = 1,855 + 0,873X_1 - 0,543X_2 - 0,463X_3 + 0,473X_1^2 + 0,142X_1X_3 + 0,390X_2^2 + 0,192X_2X_3, \quad (20.2)$$

Результаты решений уравнений 20.1 и 20.2, соответствующие наиболее рациональному протеканию процесса, приведены в таблице 20.3.

Таблица 20.3

Оптимальные значения варьируемых факторов

№	Факторы	Значения факторов		
		n , мин ⁻¹	δ , мм	α , град
1	Кодированное	+ 0,3613	- 0,3433	+ 0,9726
2	Натуральное	2036,13	3,31	69,45
3	Округлённое	2040	3,3	70

При параметрах терочного аппарата клеверотерки: $n=2000$ мин⁻¹; $\delta = 3,3$ мм; $\alpha = 70^\circ$ полнота вытирания бобов и повреждаемость семян достигают, соответственно 98,3 % и 1,8 %.

20.7. Оптимизация параметров решетного стана

Экспериментальные исследования по оптимизации режимов работы решетного стана клеверотерки проведены по плану B_3 .

Качественная очистка и снижение потери семян зависят от числа (ω) и амплитуды колебаний (A), и угла (β) наклона решетного стана (табл. 20.4).

Таблица 20.4

Основные факторы и интервалы их варьирования

№	Наименование факторов	Обозначения		Интервалы варьирования	Уровни варьирования		
		Код.	Натур.		-1	0	+1
1	Частота колебаний, мин ⁻¹	x_1	ω	25	175	200	225
2	Амплитуда колебаний, мм	x_2	A	10	10	20	30
3	Угол наклона, град.	x_3	β	5	5	10	15

В качестве параметров оптимизации (отклика) выбраны полнота очистки (Y_o) и потери семян (Y_n). Порядок проведения опытов рандомизирован с помощью таблицы случайных чисел. Матрица планирования и результаты экспериментов приведены в Приложении 10. Проверка однородности дисперсии осуществлялась по критерию Кохрена. Установлены экспериментальные значения критерии по: степени очистки $F_9 = 0,1706$ и $F_T = 1,9519$ и потери - $F_9 = 0,2628$ и $F_T = 0,0027$.

Однородность значений дисперсии свидетельствует о достоверности полученных результатов. После обработки экспериментальных данных получены уравнения регрессии, описывающие процесс по:

- очистке, %;

$$Y_o = 85,069 + 5,947X_1 + 3,403X_2 + 2,087X_3 - 3,052X_1^2 - 1,535X_2^2 - 1,452X_3^2, \quad (20.3)$$

- потери, %;

$$Y_{\Pi} = 0,766 + 0,558X_1 + 0,195X_2 + 0,141X_3 + 0,286X_1^2 + 0,052X_1X_2 + 0,033X_1X_3 + 0,029X_2X_3, \quad (20.4)$$

Адекватность модели процесса проверяли по критерию Фишера. Для первого уравнения регрессии расчётный коэффициент составил 2,36, а по второй 2,3038. Путем совместного решения уравнений регрессий (20.3) и (20.4) определили оптимальные параметры сепаратора клеверотерки для таких условий его работы, при которых степень очистки была бы максимальной. Результаты решений уравнений на максимум приведены в таблице 20.5.

Таблица 20.5

Оптимальные значения варьируемых факторов

№	Наименования Факторов	Значения факторов		
		ω , мин ⁻¹	A, мм	β , град
1	Кодированные	+0,0847	-0,3400	-0,0974
2	Натуральные	202,1	11,6	9,51
3	Округлённые	200	12	10

Натуральные показатели решетного стана определены при оптимальных значениях: $\omega=200$ мин⁻¹, $A=12$ мм, $\beta=10^\circ$. При этих значениях степень очистки и потери семян составляют, соответственно 85,7 % и 0,7 %.

Библиографический список

1. Шкляр М.Ф. Основы научных исследований / М.Ф. Шкляр – М.: Дашков И.К. -2013. –243 с.
2. Тарасова О.В. Математическая статистика. Практикум / О.В. Тарасова и др., -М.: РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева. -2011. -143 с.
3. Горелов С.В., В.С. Горелов и др. Основы научных исследований. Новосибирск: СГУВТ. -2016. -533 с.
4. Артемов М.Е. Основы научных исследований машинно-тракторного парка. Красноярск: КГАУ. -2010. –148 с.
5. Левшин А.Г. А.Г. Левшин и др. Планирование и организация эксперимента: Учебное пособие. -М.: Изд-во РГАУ-МСХА. -2015.- 65 с.
6. Балабанов В.И. и др. Технологии, техника и оборудование для координатного (точного) земледелия. -М.: Росинформагротех. -2016. - 240 с.
7. Ли А., Норов Б.Х., Шарипов З.Ш. Методические указания к выполнению практических занятий по дисциплине «Формирование и обработка результатов эксперимента». ТИИИМСХ. -2019. -30 с.
8. Ермаков С.М., Жигулевский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента. -М.: Наука. -1987. -319 с.
9. Адлер Ю.П. и др. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. -М.: Наука. -1976. -280 с.
10. Листопад И.А. Планирования эксперимента в исследованиях по механизации сельскохозяйственного производства. -М.: Агропромиздат. -1989. -88 с.
11. А. Ли, Б. Норов. Методические указания для практической работы по дисциплине «Планирование эксперимента». ТИИИМСХ. -2019. -38 с.
12. Аугамбаев М., Иванов А.З., Терехов Ю.И. Основы планирования научно-исследовательского эксперимента. –Ташкент: Укитувчи. -1993. – 336 с.
13. Мельников С.В., Алешкин В.Р., Роцин П.М. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов. – Ленинград: Колос. -1980. -168 с.
14. Ли А., Шарипов З.Ш., Худаев И.Ж. Методические указания к выполнению лабораторно-практических работ по дисциплине «Планирование и организация эксперимента». ТИИИМСХ. -2019. -54 с.
15. Н. Донсон, Ф. Лион. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: методы обработки данных. Пер. с англ. / Пер. Э.К. Лецкий. -М.: -Мир. -1981. -610 с.
16. Абдулмажидов Х.А. Трехмерное моделирование элементов машин природообустройства в системе «AutoCAD». -М.: МГУП. -2012. -123 с.
17. Ли А. Научно-технические основы совершенствования технических средств переработки и очистки семян люцерны. Дисс. ... док. техн. наук. -Ташкент. -2019 г. -276 с.

Приложение 1. Таблицы критических значений статистических распределений

Таблица 1

Значения $U_{\alpha; n}$ критерия V (для отбрасывания грубых ошибок при измерениях), определяемые из условия $P(V > U_{\alpha; n}) = \alpha$

n	α			n	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
3	1,406	1,412	1,414	20	2,447	2,623	2,959
5	1,791	1,869	1,955	25	2,537	2,717	3,071
7	1,974	2,093	2,265	30	2,609	2,792	3,156
10	2,146	2,294	2,540	40	2,718	2,904	3,281
15	2,326	2,493	2,800	50	2,800	2,987	3,370

Таблица 2

Критические значения $\tau_{\alpha; k}$ критерия τ , определяемые из условия $P(\tau < \tau_{\alpha; k}) = \alpha$

n	α		n	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01
4	0,390	0,256	10	0,531	0,376
5	0,410	0,269	12	0,564	0,414
6	0,445	0,281	14	0,591	0,447
7	0,468	0,307	16	0,614	0,475
8	0,491	0,331	18	0,633	0,499
9	0,512	0,354	20	0,650	0,520

Таблица 3

Критические точки распределения Стьюдента

k/ α	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6192
2	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,924
4	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208

Продолжение таблицы 3

k/ α	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
14	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460
35	1,6896	2,0301	2,4377	2,7238	3,5911
40	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
45	1,6794	2,0141	2,4121	2,6896	3,5203
50	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	3,4960
55	1,6730	2,004	2,3961	2,6682	3,4764
60	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,4602
70	1,6669	1,9944	2,3808	2,6479	3,4350
80	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,4163
90	1,6620	1,9867	2,3685	2,6316	3,4019
100	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	3,3905
110	1,6588	1,9818	2,3607	2,6213	3,3812
120	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,3735
∞	1,6448	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

Распределение t Стьюдента – это распределение случайной величины:

$$T = \frac{U\sqrt{n}}{\sqrt{X}}$$

где случайные величины U и X независимы, U имеет распределение стандартное нормальное распределение $N(0,1)$, а X – распределение хи – квадрат с n степенями свободы. При этом n называется «числом степеней свободы» распределения Стьюдента.

Кривая плотности t -распределения похожа на кривую нормального распределения, но имеет более пологую форму. При количестве степеней свободы $k \geq 30$ t -распределение переходит в нормальное с параметрами $m_x = 0$;

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{k}{k-2}}$$

Критические значения t -критерия Стьюдента можно подсчитать в Excel набрав команду: =СТЮДРАСПОБР (α ; ν), где α - уровень значимости, ν - число степеней свободы.

Таблица 4

Критические значения критерия Пирсона (χ^2)

Число степеней свободы	Уровень значимости α					
	0,01	0,05	0,1	0,90	0,95	0,99
1	6,6	3,8	2,71	0,02	0,004	0,0002
2	9,2	6,0	4,61	0,21	0,1	0,02
3	11,3	7,8	6,25	0,58	0,35	0,12
4	13,3	9,5	7,78	1,06	0,71	0,30
5	15,1	11,1	9,24	1,61	1,15	0,55
6	16,8	12,6	10,6	2,20	1,64	0,87
7	18,5	14,1	12,0	2,83	2,17	1,24
8	20,1	15,5	13,4	3,49	2,73	1,65
9	21,7	16,9	14,7	4,17	3,33	2,09
10	23,2	18,3	16,0	4,87	3,94	2,56
11	24,7	19,7	17,3	5,58	4,57	3,05
12	26,2	21,0	18,5	6,30	5,23	3,57
13	27,7	22,4	19,8	7,04	5,89	4,11
14	29,1	23,7	21,1	7,79	6,57	4,66
15	30,6	25,0	22,3	8,5	7,26	5,23
16	32,0	26,3	23,5	9,31	7,98	5,81
17	33,4	27,6	24,8	10,1	8,67	6,41
18	34,8	28,9	26,0	10,9	9,39	7,01
19	36,2	30,1	27,2	11,7	10,1	7,63
20	37,6	31,4	28,4	12,4	10,9	8,26
21	38,9	32,7	29,6	13,2	11,6	8,90
22	40,3	33,9	30,6	14,0	12,63	9,54
23	41,6	35,2	32,0	14,8	13,1	10,2
24	43,0	36,4	33,2	15,7	13,8	10,9
25	44,3	37,7	34,4	16,5	14,6	11,5
26	45,6	38,9	35,6	17,3	15,4	12,2
27	47,0	40,1	36,7	18,1	16,2	12,9
28	48,3	41,3	37,9	18,9	16,9	13,6
29	49,6	42,6	39,1	19,8	17,7	14,3
30	50,9	43,8	40,3	20,6	18,5	15,0

Распределение Пирсона χ^2 (хи - квадрат) – распределение случайной величины:

$$X = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$$

где случайные величины X_1, X_2, \dots, X_n независимы и имеют одно и тоже распределение $N(0,1)$. При этом число слагаемых, т.е. n , называется «числом степеней свободы» распределения хи – квадрат.

Таблица 5

Значения критических значений критерия Колмогорова А.Н.

$$P = \{\sqrt{n} * D_n \geq \lambda\} = 1 - K(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-k^2 \lambda^2}$$

$\lambda \leq$											
0,30	0,99999	0,51	0,9572	0,72	0,6777	0,93	0,3527	1,14	0,1486	1,35	0,0522
0,31	0,99998	0,52	0,9497	0,73	0,6609	0,94	0,3399	1,15	0,1420	1,36	0,0495
0,32	0,99995	0,53	0,9415	0,74	0,6440	0,95	0,3275	1,16	0,1356	1,37	0,0469
0,33	0,99991	0,54	0,9325	0,75	0,6272	0,96	0,3154	1,17	0,1294	1,38	0,0444
0,34	0,99993	0,55	0,9228	0,76	0,6104	0,97	0,3036	1,18	0,1235	1,39	0,0420
0,35	0,99997	0,56	0,9124	0,77	0,5936	0,98	0,2921	1,19	0,1177	1,40	0,0397
0,36	0,99995	0,57	0,9013	0,78	0,5770	0,99	0,2809	1,20	0,1122	1,41	0,0375
0,37	0,99992	0,58	0,8896	0,79	0,5605	1,00	0,2700	1,21	0,1070	1,42	0,0354
0,38	0,99987	0,59	0,8772	0,80	0,5441	1,01	0,2594	1,22	0,1019	1,43	0,0335
0,39	0,99981	0,60	0,8643	0,81	0,5280	1,02	0,2492	1,23	0,0970	1,44	0,0316
0,40	0,99972	0,61	0,8508	0,82	0,5120	1,03	0,2392	1,24	0,0924	1,45	0,0298
0,41	0,99960	0,62	0,8368	0,83	0,4962	1,04	0,2296	1,25	0,0879	1,46	0,0282
0,42	0,99945	0,63	0,8222	0,84	0,4806	1,05	0,2202	1,26	0,0836	1,47	0,0266
0,43	0,99926	0,64	0,8073	0,85	0,4653	1,06	0,2111	1,27	0,0794	1,48	0,0250
0,44	0,99903	0,65	0,7920	0,86	0,4503	1,07	0,2024	1,28	0,0755	1,49	0,0236
0,45	0,9874	0,66	0,7764	0,87	0,4355	1,08	0,1939	1,29	0,0717	1,50	0,0222
0,46	0,9840	0,67	0,7604	0,88	0,4209	1,09	0,1857	1,30	0,0681	1,51	0,0209
0,47	0,9800	0,68	0,7442	0,89	0,4067	1,10	0,1777	1,31	0,0646	1,52	0,0197
0,48	0,9753	0,69	0,7278	0,90	0,3927	1,11	0,1700	1,32	0,0613	1,53	0,0185
0,49	0,9700	0,70	0,7112	0,91	0,3791	1,12	0,1626	1,33	0,0582	1,54	0,0174

Критерий Колмогорова - статистический критерий, применяемый для проверки простой непараметрической гипотезы H_0 , согласно которой независимые одинаково распределенные случайные величины X_1, \dots, X_n имеют заданную непрерывную функцию распределения $F(x)$, причем альтернативная гипотеза H_1 предполагается двусторонней:

$$|EF_n(x) - F(x)| > 0$$

где EF_n математическое ожидание функции эмпирического распределения $F_n(x)$.

Таблица 6

Критические значения коэффициента r_{xy} корреляции Пирсона

k	Уровень значимости для двустороннего критерия					k	Уровень значимости для двустороннего критерия				
	0,05	0,25	0,01	0,005	0,0005		0,05	0,25	0,01	0,005	0,0005
	Уровень значимости для одностороннего критерия						Уровень значимости для одностороннего критерия				
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001		0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,98769	0,99692	0,9995	0,999877	0,9999988	21	0,352	0,413	0,482	0,526	0,640
2	0,90000	0,95000	0,980	0,990000	0,99900	22	0,344	0,404	0,472	0,515	0,629
3	0,8054	0,8783	0,934	0,95873	0,99116	23	0,337	0,396	0,462	0,505	0,618
4	0,7293	0,8114	0,882	0,91720	0,97406	24	0,330	0,388	0,453	0,496	0,607
5	0,6694	0,7545	0,833	0,8745	0,95074						
6	0,6215	0,7067	0,789	0,8343	0,92493	25	0,3233	0,3809	0,482	0,4869	0,5974
7	0,5822	0,6664	0,750	0,7977	0,8982	30	0,2960	0,3494	0,4487	0,4487	0,5541
8	0,5494	0,6319	0,715	0,7646	0,8721	35	0,2746	0,3246	0,4182	0,4182	0,5189
9	0,5214	0,6021	0,685	0,7348	0,8471	40	0,2573	0,3044	0,3932	0,3932	0,4896
10	0,4973	0,5760	0,658	0,7079	0,8233	45	0,2428	0,2875	0,3721	0,3721	0,4648
11	0,4762	0,5529	0,634	0,6835	0,8010	50	0,2306	0,2732	0,3541	0,3541	0,4433
12	0,4575	0,5324	0,612	0,6614	0,7800	60	0,2108	0,2500	0,3248	0,3248	0,4078
13	0,4409	0,5139	0,592	0,6411	0,7603	70	0,1954	0,2319	0,3017	0,3017	0,3799
14	0,4259	0,4973	0,574	0,6226	0,7420	80	0,1829	0,2172	0,2830	0,2830	0,3568
15	0,4124	0,4821	0,558	0,6055	0,7246	90	0,1726	0,2050	0,2673	0,2673	0,3375
						100	0,1638	0,1946	0,2540	0,2540	0,3211
16	0,4000	0,4683	0,542	0,5897	0,7084						
17	0,3887	0,4555	0,529	0,5751	0,6932	120	0,1500	0,1780	0,2100	0,2100	0,2940
18	0,3783	0,4438	0,515	0,5614	0,6787	∞	0,0730	0,0870	0,1030	0,1030	0,1460
19	0,3687	0,4329	0,503	0,5487	0,6652						
20	0,3598	0,4227	0,492	0,5368	0,6524						

$k = (N-2)$ – число степеней свободы.

Критические значения критерия *F-Фишера*
 $P=0,05$

		Степени свободы для числителя k_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	24	?
K_2	3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845	8,785	8,745	8,638	8,527
	5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,735	4,678	4,527	4,366
	7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,637	3,575	3,410	3,231
	10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	2,978	2,913	2,737	2,539
	11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,854	2,788	2,609	2,406
	12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,753	2,687	2,505	2,297
	13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,671	2,604	2,420	2,208
	14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,602	2,534	2,349	2,132
	15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,544	2,475	2,288	2,067
	16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,494	2,425	2,235	2,011
	18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,412	2,342	2,150	1,918
	20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,348	2,278	2,082	1,844
	30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,334	2,266	2,165	2,092	1,887	1,624
	40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336	2,249	2,180	2,077	2,003	1,793	1,511
	50	4,034	3,183	2,790	2,557	2,400	2,286	2,199	2,130	2,026	1,952	1,737	1,440
	70	3,978	3,128	2,736	2,503	2,346	2,231	2,143	2,074	1,969	1,893	1,674	1,355
	100	3,936	3,087	2,696	2,463	2,305	2,191	2,103	2,032	1,927	1,850	1,627	1,286
	200	3,888	3,041	2,650	2,417	2,259	2,144	2,056	1,985	1,878	1,801	1,572	1,192
∞	3,843	2,998	2,607	2,374	2,216	2,100	2,011	1,940	1,833	1,754	1,519		

$$P > 0,01$$

		Степени свободы для числителя k_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	24	?
k_2	3	34,116	30,816	29,457	28,710	28,237	27,911	27,671	27,489	27,228	27,052	26,597	26,126
	5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,967	10,672	10,456	10,289	10,051	9,888	9,466	9,022
	7	12,246	9,547	8,451	7,847	7,460	7,191	6,993	6,840	6,620	6,469	6,074	5,651
	10	10,044	7,559	6,552	5,994	5,636	5,386	5,200	5,057	4,849	4,706	4,327	3,910
	11	9,646	7,206	6,217	5,668	5,316	5,069	4,886	4,744	4,539	4,397	4,021	3,604
	12	9,330	6,927	5,953	5,412	5,064	4,821	4,640	4,499	4,296	4,155	3,780	3,362
	13	9,074	6,701	5,739	5,205	4,862	4,620	4,441	4,302	4,100	3,960	3,587	3,166
	14	8,862	6,515	5,564	5,035	4,695	4,456	4,278	4,140	3,939	3,800	3,427	3,005
	15	8,683	6,359	5,417	4,893	4,556	4,318	4,142	4,004	3,805	3,666	3,294	2,870
	16	8,531	6,226	5,292	4,773	4,437	4,202	4,026	3,890	3,691	3,553	3,181	2,754
	18	8,285	6,013	5,092	4,579	4,248	4,015	3,841	3,705	3,508	3,371	2,999	2,567
	20	8,096	5,849	4,938	4,431	4,103	3,871	3,699	3,564	3,368	3,231	2,859	2,422
	30	7,562	5,390	4,510	4,018	3,699	3,473	3,305	3,173	2,979	2,843	2,469	2,008
	40	7,314	5,178	4,313	3,828	3,514	3,291	3,124	2,993	2,801	2,665	2,288	1,806
	50	7,171	5,057	4,199	3,720	3,408	3,186	3,020	2,890	2,698	2,563	2,183	1,685
	70	7,011	4,922	4,074	3,600	3,291	3,071	2,906	2,777	2,585	2,450	2,067	1,542
	100	6,895	4,824	3,984	3,513	3,206	2,988	2,823	2,694	2,503	2,368	1,983	1,429
200	6,763	4,713	3,881	3,414	3,110	2,893	2,730	2,601	2,411	2,275	1,886	1,281	
∞	6,637	4,607	3,784	3,321	3,019	2,804	2,641	2,513	2,323	2,187	1,793		

Таблица 8

Критические значения для критерия Кохрена

p	$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$		$n = 6$	
	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %
2	-	-	0,995	0,975	0,979	0,939	0,959	0,906	0,937	0,877
3	0,993	0,967	0,942	0,871	0,883	0,798	0,834	0,746	0,793	0,707
4	0,968	0,906	0,864	0,768	0,781	0,684	0,721	0,629	0,676	0,590
5	0,928	0,841	0,788	0,684	0,696	0,598	0,633	0,544	0,588	0,506
6	0,883	0,781	0,722	0,616	0,626	0,532	0,564	0,480	0,520	0,445
7	0,838	0,727	0,664	0,561	0,568	0,480	0,508	0,431	0,466	0,397
8	0,794	0,680	0,615	0,516	0,521	0,438	0,463	0,391	0,423	0,360
9	0,754	0,638	0,573	0,478	0,481	0,403	0,425	0,358	0,387	0,329
10	0,718	0,602	0,536	0,445	0,447	0,373	0,393	0,331	0,357	0,303
11	0,684	0,570	0,504	0,417	0,418	0,348	0,366	0,308	0,332	0,281
12	0,653	0,541	0,475	0,392	0,392	0,326	0,343	0,288	0,310	0,262

Продолжение таблицы 8

p	$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$		$n = 6$	
	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %
13	0,624	0,515	0,450	0,371	0,369	0,307	0,322	0,271	0,291	0,243
14	0,599	0,492	0,427	0,352	0,349	0,291	0,304	0,255	0,274	0,232
15	0,575	0,471	0,407	0,335	0,332	0,276	0,288	0,242	0,259	0,220
16	0,553	0,452	0,388	0,319	0,316	0,262	0,274	0,230	0,246	0,208
17	0,532	0,434	0,372	0,305	0,301	0,250	0,261	0,219	0,234	0,198
18	0,514	0,418	0,356	0,293	0,288	0,240	0,249	0,209	0,223	0,189
19	0,496	0,403	0,343	0,281	0,276	0,230	0,238	0,200	0,214	0,181
20	0,480	0,389	0,330	0,270	0,265	0,220	0,229	0,192	0,205	0,174
21	0,465	0,377	0,318	0,261	0,255	0,212	0,220	0,185	0,197	0,167
22	0,450	0,365	0,307	0,252	0,246	0,204	0,212	0,178	0,189	0,160
23	0,437	0,354	0,297	0,243	0,238	0,197	0,204	0,172	0,182	0,155
24	0,425	0,343	0,287	0,235	0,230	0,191	0,197	0,166	0,176	0,149
25	0,413	0,334	0,278	0,228	0,222	0,185	0,190	0,160	0,170	0,144
26	0,402	0,325	0,270	0,221	0,215	0,179	0,184	0,155	0,164	0,140
27	0,391	0,316	0,262	0,215	0,209	0,173	0,179	0,150	0,159	0,135
28	0,382	0,308	0,255	0,209	0,202	0,168	0,173	0,146	0,154	0,131
29	0,372	0,300	0,248	0,203	0,196	0,164	0,168	0,142	0,150	0,127
30	0,363	0,293	0,241	0,198	0,191	0,159	0,164	0,138	0,145	0,124
31	0,355	0,286	0,235	0,193	0,186	0,155	0,159	0,134	0,141	0,120
32	0,347	0,280	0,229	0,188	0,181	0,151	0,155	0,131	0,138	0,117
33	0,339	0,273	0,224	0,184	0,177	0,147	0,151	0,127	0,134	0,114
34	0,332	0,267	0,218	0,179	0,172	0,144	0,147	0,124	0,131	0,111
35	0,325	0,262	0,213	0,175	0,168	0,140	0,144	0,121	0,127	0,108

p - количество лабораторий для данного уровня;

Проверка однородности дисперсий включает вычисление доли максимальной дисперсии среди всех дисперсий:

$$G = S_{MAN}^2 / \sum_i S_i^2$$

которая затем сравнивается с критическим значением $G(p, m, f)$, где f - число степеней свободы каждой дисперсии (должно быть одинаковым у всех дисперсий), m - число дисперсий, p - доверительная вероятность.

Таблица 9

Значения плотности стандартного нормального распределения

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,398942	0,398922	0,398862	0,398763	0,398623	0,398444	0,398225	0,397966	0,397668	0,397330
0,1	0,396953	0,396536	0,396080	0,395585	0,395052	0,394479	0,393868	0,393219	0,392531	0,391806
0,2	0,391043	0,390242	0,389404	0,388529	0,387617	0,386668	0,385683	0,384663	0,383606	0,382515
0,3	0,381388	0,380226	0,379031	0,377801	0,376537	0,375240	0,373911	0,372548	0,371154	0,369728
0,4	0,36827	0,366782	0,365263	0,363714	0,362135	0,360527	0,358890	0,357225	0,355533	0,353812
0,5	0,352065	0,350292	0,348493	0,346668	0,344818	0,342944	0,341046	0,339124	0,337180	0,335213
0,6	0,333225	0,331215	0,329184	0,327133	0,325062	0,322972	0,320864	0,318737	0,316593	0,314432
0,7	0,312254	0,310060	0,307851	0,305627	0,303389	0,301137	0,298872	0,296595	0,294305	0,292004
0,8	0,289692	0,287369	0,285036	0,282694	0,280344	0,277985	0,275618	0,273244	0,270864	0,268477
0,9	0,266085	0,263688	0,261286	0,258881	0,256471	0,254059	0,251644	0,249228	0,246809	0,24439
1,0	0,241971	0,239551	0,237132	0,234714	0,232297	0,229882	0,227470	0,22506	0,222653	0,220251
1,1	0,217852	0,215458	0,213069	0,210686	0,208308	0,205936	0,203571	0,201214	0,198863	0,196520
1,2	0,194186	0,19186	0,189543	0,187235	0,184937	0,182649	0,180371	0,178104	0,175847	0,173602
1,3	0,171369	0,169147	0,166937	0,164740	0,162555	0,160383	0,158225	0,15608	0,153948	0,151831
1,4	0,149727	0,147639	0,145564	0,143505	0,14146	0,139431	0,137417	0,135418	0,133435	0,131468
1,5	0,129518	0,127583	0,125665	0,123763	0,121878	0,120009	0,118157	0,116323	0,114505	0,112704
1,6	0,110921	0,109155	0,107406	0,105675	0,103961	0,102265	0,100586	0,098925	0,097282	0,095657
1,7	0,094049	0,092459	0,090887	0,089333	0,087796	0,086277	0,084776	0,083293	0,081828	0,08038
1,8	0,07895	0,077538	0,076143	0,074766	0,073407	0,072065	0,070740	0,069433	0,068144	0,066871
1,9	0,065616	0,064378	0,063157	0,061952	0,060765	0,059595	0,058441	0,057304	0,056183	0,055079
2,0	0,053991	0,052919	0,051864	0,050824	0,04980	0,048792	0,047800	0,046823	0,045861	0,044915

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,1	0,043984	0,043067	0,042166	0,041280	0,040408	0,039550	0,038707	0,037878	0,037063	0,036262
2,2	0,035475	0,034701	0,033941	0,033194	0,03246	0,031740	0,031032	0,030337	0,029655	0,028985
2,3	0,028327	0,027682	0,027048	0,026426	0,025817	0,025218	0,024631	0,024056	0,023491	0,022937
2,4	0,022395	0,021862	0,021341	0,020829	0,020328	0,019837	0,019356	0,018885	0,018423	0,017971
2,5	0,017528	0,017095	0,016670	0,016254	0,015848	0,015449	0,015060	0,014678	0,014305	0,01394
2,6	0,013583	0,013234	0,012892	0,012558	0,012232	0,011912	0,011600	0,011295	0,010997	0,010706
2,7	0,010421	0,010143	0,009871	0,009606	0,009347	0,009094	0,008846	0,008605	0,00837	0,00814
2,8	0,007915	0,007697	0,007483	0,007274	0,007071	0,006873	0,006679	0,006491	0,006307	0,006127
2,9	0,005953	0,005782	0,005616	0,005454	0,005296	0,005143	0,004993	0,004847	0,004705	0,004567
3,0	0,004432	0,004301	0,004173	0,004049	0,003928	0,003810	0,003695	0,003584	0,003475	0,00337
3,1	0,003267	0,003167	0,00307	0,002975	0,002884	0,002794	0,002707	0,002623	0,002541	0,002461
3,2	0,002384	0,002309	0,002236	0,002165	0,002096	0,002029	0,001964	0,001901	0,001840	0,001780
3,3	0,001723	0,001667	0,001612	0,001560	0,001508	0,001459	0,001411	0,001364	0,001319	0,001275
3,4	0,001232	0,001191	0,001151	0,001112	0,001075	0,001038	0,001003	0,000969	0,000936	0,000904
3,5	0,000873	0,000843	0,000814	0,000785	0,000758	0,000732	0,000706	0,000681	0,000657	0,000634
3,6	0,000612	0,00059	0,000569	0,000549	0,000529	0,000510	0,000492	0,000474	0,000457	0,000441
3,7	0,000425	0,000409	0,000394	0,000380	0,000366	0,000353	0,000340	0,000327	0,000315	0,000303
3,8	0,000292	0,000281	0,000271	0,000260	0,000251	0,000241	0,000232	0,000223	0,000215	0,000207
3,9	0,000199	0,000191	0,000184	0,000177	0,000170	0,000163	0,000157	0,000151	0,000145	0,000139
4,0	0,000134	0,000129	0,000124	0,000119	0,000114	0,000109	0,000105	0,000101	0,000097	0,000093

В таблице приведены значения плотности стандартного нормального распределения с параметрами $\mu=0$ (мат. ожидание) и $\sigma=1$ (ср. кв. отклонение). В Excel значения этой функции можно вычислить с помощью формулы =НОРМРАСП(x;0;1;0). Если рассматриваемое вами распределение отлчно от стандартного ($\mu \neq 0$ или $\sigma \neq 1$), предварительно величину нужно нормализовать: $x^* = (x-\mu)/\sigma$, а потом уже смотреть в таблице, или воспользоваться формулой в Excel =НОРМРАСП(x; μ ; σ ; 0).

Таблица 10

Значение функции Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0,00	0,00000	0,50	0,19146	1,00	0,34134	1,50	0,43319	2,00	0,47725	2,50	0,49865	3,00	0,49886
0,01	0,00399	0,51	0,19497	1,01	0,34375	1,51	0,43448	2,02	0,47831	2,51	0,49886	3,01	0,49886
0,02	0,00798	0,52	0,19847	1,02	0,34614	1,52	0,43574	2,04	0,47932	2,52	0,49903	3,02	0,49903
0,03	0,01197	0,53	0,20194	1,03	0,34849	1,53	0,43699	2,06	0,48030	2,53	0,49918	3,03	0,49918
0,04	0,01595	0,54	0,20540	1,04	0,35083	1,54	0,43822	2,08	0,48124	2,54	0,49931	3,04	0,49931
0,05	0,01994	0,55	0,20884	1,05	0,35314	1,55	0,43943	2,10	0,48214	2,55	0,49942	3,05	0,49942
0,06	0,02392	0,56	0,21226	1,06	0,35543	1,56	0,44062	2,12	0,48300	2,56	0,49952	3,06	0,49952
0,07	0,02790	0,57	0,21566	1,07	0,35769	1,57	0,44179	2,14	0,48382	2,57	0,49960	3,07	0,49960
0,08	0,03188	0,58	0,21904	1,08	0,35993	1,58	0,44295	2,16	0,48461	2,58	0,49966	3,08	0,49966
0,09	0,03586	0,59	0,22240	1,09	0,36214	1,59	0,44408	2,18	0,48537	2,59	0,49972	3,09	0,49972
0,10	0,03983	0,60	0,22575	1,10	0,36433	1,60	0,44520	2,20	0,48610	2,60	0,49977	3,10	0,49977
0,11	0,04380	0,61	0,22907	1,11	0,36650	1,61	0,44630	2,22	0,48679	2,61	0,49981	3,11	0,49981
0,12	0,04776	0,62	0,23237	1,12	0,36864	1,62	0,44738	2,24	0,48745	2,62	0,49984	3,12	0,49984
0,13	0,05172	0,63	0,23565	1,13	0,37076	1,63	0,44845	2,26	0,48809	2,63	0,49987	3,13	0,49987
0,14	0,05567	0,64	0,23891	1,14	0,37286	1,64	0,44950	2,28	0,48870	2,64	0,49989	3,14	0,49989
0,15	0,05962	0,65	0,24215	1,15	0,37493	1,65	0,45053	2,30	0,48928	2,65	0,49991	3,15	0,49991
0,16	0,06356	0,66	0,24537	1,16	0,37698	1,66	0,45154	2,32	0,48983	2,66	0,49993	3,16	0,49993
0,17	0,06749	0,67	0,24857	1,17	0,37900	1,67	0,45254	2,34	0,49036	2,67	0,49994	3,17	0,49994
0,18	0,07142	0,68	0,25175	1,18	0,38100	1,68	0,45352	2,36	0,49086	2,68	0,49995	3,18	0,49995

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,19	0,07535	0,69	0,25490	1,19	0,38298	1,69	0,45449	2,38	0,49134	3,95	0,49996		
0,20	0,07926	0,70	0,25804	1,20	0,38493	1,70	0,45543	2,40	0,49180	4,00	0,49997		
0,21	0,08317	0,71	0,26115	1,21	0,38686	1,71	0,45637	2,42	0,49224	4,05	0,49997		
0,22	0,08706	0,72	0,26424	1,22	0,38877	1,72	0,45728	2,44	0,49266	4,10	0,49998		
0,23	0,09095	0,73	0,26730	1,23	0,39065	1,73	0,45818	2,46	0,49305	4,15	0,49998		
0,24	0,09483	0,74	0,27035	1,24	0,39251	1,74	0,45907	2,48	0,49343	4,20	0,49999		
0,25	0,09871	0,75	0,27337	1,25	0,39435	1,75	0,45994	2,50	0,49379	4,25	0,49999		
0,26	0,10257	0,76	0,27637	1,26	0,39617	1,76	0,46080	2,52	0,49413	4,30	0,49999		
0,27	0,10642	0,77	0,27935	1,27	0,39796	1,77	0,46164	2,54	0,49446	4,35	0,49999		
0,28	0,11026	0,78	0,28230	1,28	0,39973	1,78	0,46246	2,56	0,49477	4,40	0,49999		
0,29	0,11409	0,79	0,28524	1,29	0,40147	1,79	0,46327	2,58	0,49506	4,45	0,50000		
0,30	0,11791	0,80	0,28814	1,30	0,40320	1,80	0,46407	2,60	0,49534	4,50	0,50000		
0,31	0,12172	0,81	0,29103	1,31	0,40490	1,81	0,46485	2,62	0,49560	4,55	0,50000		
0,32	0,12552	0,82	0,29389	1,32	0,40658	1,82	0,46562	2,64	0,49585	4,60	0,50000		
0,33	0,12930	0,83	0,29673	1,33	0,40824	1,83	0,46638	2,66	0,49609	4,65	0,50000		
0,34	0,13307	0,84	0,29955	1,34	0,40988	1,84	0,46712	2,68	0,49632	4,70	0,50000		
0,35	0,13683	0,85	0,30234	1,35	0,41149	1,85	0,46784	2,70	0,49653	4,75	0,50000		
0,36	0,14058	0,86	0,30511	1,36	0,41309	1,86	0,46856	2,72	0,49674	4,80	0,50000		
0,37	0,14431	0,87	0,30785	1,37	0,41466	1,87	0,46926	2,74	0,49693	4,85	0,50000		
0,38	0,14803	0,88	0,31057	1,38	0,41621	1,88	0,46995	2,76	0,49711	4,90	0,50000		
0,39	0,15173	0,89	0,31327	1,39	0,41774	1,89	0,47062	2,78	0,49728	4,95	0,50000		
0,40	0,15542	0,90	0,31594	1,40	0,41924	1,90	0,47128	2,80	0,49744	5,00	0,50000		
0,41	0,15910	0,91	0,31859	1,41	0,42073	1,91	0,47193	2,82	0,49760				
0,42	0,16276	0,92	0,32121	1,42	0,42220	1,92	0,47257	2,84	0,49774				
0,43	0,16640	0,93	0,32381	1,43	0,42364	1,93	0,47320	2,86	0,49788				

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,44	0,17003	0,94	0,32639	1,44	0,42507	1,94	0,47381	2,88	0,49801
0,45	0,17364	0,95	0,32894	1,45	0,42647	1,95	0,47441	2,90	0,49813
0,46	0,17724	0,96	0,33147	1,46	0,42785	1,96	0,47500	2,92	0,49825
0,47	0,18082	0,97	0,33398	1,47	0,42922	1,97	0,47558	2,94	0,49836
0,48	0,18439	0,98	0,33646	1,48	0,43056	1,98	0,47615	2,96	0,49846
0,49	0,18793	0,99	0,33891	1,49	0,43189	1,99	0,47670	2,98	0,49856

Для отрицательных значений $\Phi(-X) = -\Phi(X)$. Для $x > 5$ $\Phi(X) = 0,5$. В Excel значение функции Лапласа можно вычислить с помощью формулы =НОРМСТРАСП(число) - 0,5. По своему логическому содержанию функция Лапласа $\Phi(X)$ близка к интегральной функции нормального распределения $F(X)$, их взаимосвязь: $\Phi(X) = F(X) - 0,5$

Содержание

	Стр.
Введение.....	5
1 Статистическая оценка одномерной выборки случайной величины.....	7
2 Статистическая обработка выборки большого объема.....	14
3 Выбор закона распределения случайной величины.....	18
4 Оценка статистической взаимосвязи двух случайных величин..	22
5 Аппроксимация опытных данных методом наименьших квадратов.....	26
6 Планирование полного факторного эксперимента 2^k	32
7 Планирование дробного факторного эксперимента 2^{3-1}	37
8 Поиск области экстремума функции отклика методом крутого восхождения.....	40
9 Описание области экстремума функции отклика уравнениями второго порядка.....	43
10 Исследование конструктивных параметров рабочего органа чизель-культиватора для поверхностной обработки почвы.....	48
11 Проведение полнофакторного эксперимента. Построение матрицы и точечного графика экспериментальных исследований...	51
12 Корреляция результатов сравнительных экспериментов	54
13 Определение направления оптимального круга	58
14 Описание оптимального интервала с использованием планирования центральной ортогональной композиции	62
15 Каноническая форма уравнений регрессии для изучения поверхности отклика.....	66
16 Графическое представление результатов.....	74
17 Обработка результатов экспериментов методом математической статистики.....	77
18 Расчет коэффициента линейной и нелинейной корреляции.....	82
19 Обработка результатов многофакторного эксперимента.....	87
20 Моделирование процесса работы машины для очистки семян люцерны.....	92
Библиографический список.....	102
Приложение 1. Таблицы критических значений статистических распределений.....	103

БАЛАБАНОВ ВИКТОР ИВАНОВИЧ
ЛИ АФАНАСИЙ
МАРТЫНОВА НАТАЛЬЯ БОРИСОВНА
ШАРИПОВ ЗАЙНИДДИН
АБДУЛМАЖИДОВ ХАМЗАТ АРСЛАНБЕКОВИЧ
УМИРОВ НАШИР ТУХТАБОЕВИЧ

**ПЛАНИРОВАНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТА**

/ Учебное пособие /

Корректурa и стиль авторов сохранены

Редактор: Н. Ташходжаева

*Рассмотрено и рекомендовано к печати Научным Советом
Ташкентского института инженеров ирригации и механизации
сельского хозяйства (ТИИИМСХ)*

Подписано в печать: 29.04.2021 г. Формат 60x84 - 1/16.

Объем: 7,75 п.л. Тираж: 50 экз. Заказ № 6992 .

Отпечатано в типографии ТИИИМСХ.

Ташкент 100000, ул. Кари-Ниязова, 39.

БАЛАБАНОВ ВИКТОР ИВАНОВИЧ

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой мелиоративных и строительных машин Института мелиорации, водного хозяйства и строительства им. А.Н. Костякова Российского государственного аграрного университета-МСХА им. К.А. Тимирязева.



Родился 17 марта 1965 года в Куйбышевском районе Калужской области. В 1989 году окончил Московский институт инженеров сельскохозяйственного производства им. В.П. Горячкина.

Автор 395 научных и учебных работ, в том числе 29 монографий, научных изданий и научно-популярных книг, более 20 публикаций в системе Scopus и WoS, 22 патентов, а также 15 отчетов о научно-исследовательской

работе по проблемам механизации растениеводства, ремонта и надежности автотракторной техники, применения нанотехнологий и наноматериалов в сельском хозяйстве.

Является руководителем подкомитета ПК8 «Радионавигационные системы и средства управления в сельском хозяйстве» Технического комитета по стандартизации ТК 363 «Радионавигация» Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии, организатором и руководителем ежегодного научно-практического семинара производителей сельскохозяйственной техники, материалов и оборудования для АПК – «Агротехника» для студентов и преподавателей аграрных вузов, посвященного роботизации и применения цифровых технологий, а также членом оргкомитетов многих международных научно-практических конференций, в том числе зарубежных.

Организатор открытия в РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева Учебно-выставочных центров и лабораторий сельскохозяйственной техники компаний: Ростсельмаш (Россия); Amazone, Krone, Stihl (Германия); Kuhn (Франция); Maschio Gaspardo (Италия).

Подготовил двух докторов и шесть кандидатов наук, 18 магистров и более 30 инженеров-механиков. В настоящее время научный руководитель двух аспирантов и нескольких соискателей.

В качестве эксперта Российской академии наук, Инновационного центра «Сколково», Госкорпорации «Роснано», Седьмой рамочной программы (FP7-NMP) Евросоюза по нанотехнологиям и Национального агентства экспертизы и аккредитации (Болгария) им проведена экспертиза более 100 научно-исследовательских проектов.

Удостоен Благодарности и Почетной грамоты Минсельхоза России «За многолетний плодотворный труд и большой вклад в подготовку высококвалифицированных специалистов для агропромышленного комплекса»; награжден тремя «Золотыми медалями», «Серебряной медалью» и «Бронзовой медалью» ВДНХ; памятной медалью в честь 150-летия РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева; медалью «В честь 100-летия Ульмана» за вклад в развитие агроинженерной науки и международной памятной медалью ученых-трибологов России и Германии, а также медалью «Лауреат ВВЦ».

ЛИ АФАНАСИЙ

доктор технических наук, профессор кафедры «Механизация гидромелиоративных работ» Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ).



Родился 18 января 1958 года в село им. С. Кирова, Средне-чирчикского района, Ташкентской области, Узбекской ССР (ныне Республика Узбекистан).

В 1980 году окончил Московский институт инженеров сельскохозяйственного производства им. В.П. Горячкина (МИИСП) (ныне ФГБОУ ВПО «Российский государственный аграрный университет - Московская сельскохозяйственная академия им. К.А. Тимирязева»).

Автор 245 научных и учебных работ, в том числе 3 монографий, 5 учебных пособий, 10 публикаций в системе Scopus и WoS, 20 патентов на изобретения, из них: 3 авторских свидетельства СССР, 4 изобретения, 5 предварительных патентов, 6 патентов на Полезную модель и 2 Программные обеспечения РУз, а также более 20 отчетов о научно-исследовательской работе по проблемам механизации растениеводства, ремонта и надежности автотракторной техники, водяных насосов, хлопкоуборочной машины и измерительной аппаратуры спортивных тренажеров.

Подготовил двух кандидатов технических наук (PhD), 7 магистров, более 35 инженеров-механиков и 40 бакалавров. В настоящее время научный руководитель двух магистрантов и одного докторанта (PhD).

Являлся руководителем государственных прикладных и инновационных проектов (гранты): №К-15-019 – «Разработка технологии восстановления ресурса неподвижных соединений подшипников качения сельскохозяйственных и мелиоративных машин полимерным материалом ВК-50»; №К-15-044 – «Разработка технологий и приспособления для локального внесения органических удобрений под овоще-бахчевые культуры для повышения плодородия почвы и производства экологической чистой продукции»; №К-15-022 – «Разработка задненавесного культиватора с моно рабочим органом для возделывания хлопчатника и овощных культур»; №К-15-009 – «Разработка природоохранной, энергосберегающей технологии и машины для улучшения аридных пастбищ»; №КХИ-11-006 – «Изготовление и внедрение машин для послеуборочной обработки вороха семян люцерны»; №И-2015-2-15/1 – «Изготовление прицепной хлопкоуборочной машины и выдача рекомендаций к внедрению»; №И-2016-1-25/2 – «Разработка и внедрение измерительной аппаратуры для определения силовых показателей высококвалифицированных спортсменов»; №КХА-3-029 – «Қишлоқ хўжалиги ва мелиоратив машиналари деталлари-нинг ресурсини тиклаш ва ейилишга чидамлилигини ошириш технологиясини модернизациялаш» и №КХА-3-015–2015 – «Сув хўжалигида қўлланиладиган марказдан қочма насос деталлари ресурсини тиклаш технологиясини модернизациялаш».

ШАРИПОВ ЗАЙНИДДИН



кандидат технических наук, доцент кафедры «Механизация гидромелиоративных работ» Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ).

В 1979 году окончил Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ).

С 2012 по 2019 годы работал заведующей кафедрой «Механизация гидромелиоративных работ» Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства.

Автор более 150 научных и учебно-методических работ, в том числе 2-х монографий, 2-х учебных пособий, 2-х публикаций в системе Scopus и WoS, 8 патентов на изобретения, из них: 2 авторских свидетельства СССР, 3 изобретения Республики Узбекистан, 3 патента на Полезную модель РУз, а так же более 25 отчетов о научно-исследовательской работе по проблемам ремонта и надежности автотракторной техники и водяных насосов, улучшения условий труда ремонтных предприятий, разработкой системы машин в области растениеводства.

Подготовил 12 магистров, более 50 инженеров-механиков и 60 бакалавров. В настоящее время научный руководитель двух магистрантов и одного бакалавра.

Награжден «Бронзовой медалью» ВДНХ СССР за внедрение научной разработки и нагрудным знаком в честь ознаменования “15-летия независимости Республики Узбекистан”.

Являлся исполнителем государственных прикладных и инновационных проектов: №К-15-019 – «Разработка технологии восстановления ресурса неподвижных соединений подшипников качения сельскохозяйственных и мелиоративных машин полимерным материалом ВК-50»; №КХА-3-029 – «Қишлоқ хўжалиги ва мелиоратив машиналари деталларининг ресурсини тиклаш ва ейилишга чидамлилигини ошириш технологиясини модернизациялаш» и №КХА-3-015–2015 – «Сув хўжалигида қўлланиладиган марказдан қочма насос деталлари ресурсини тиклаш технологиясини модернизациялаш».

УМИРОВ НАШИР ТУХТАБАЕВИЧ

кандидат технических наук, доцент кафедры «Тракторы и автомобили» Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ).



Родился 4 февраля 1955 года в село им. Саид, Пскентского района, Ташкентской области, Узбекской ССР (ныне Республика Узбекистан).

В 1976 году окончил Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства (ТИИИМСХ).

Автор более 115 научных и учебно-методических работ, в том числе одна монография, девять учебных пособий, два публикаций в системе *Scopus* и *WoS*, одно авторское свидетельство СССР, а также более 5 отчетов о научно-исследовательской работе по проблемам создания алюминиевых сборных радиаторов и жидкостно-масляных теплообменников для системы охлаждения двигателей тракторов и автомобилей.

Подготовил 2 магистров, более 36 инженеров-механиков и 66 бакалавров.

В настоящее время является научным руководителем одного магистранта.

Являлся исполнителем совместного Международного государственного инновационного проекта №КХ-Итех-2018-50 – «Разработка картофелепосадочной машины, испытания и внедрения к производству» (Республика Беларусь – Республика Узбекистан).

ДЛЯ ЗАМЕТОК
