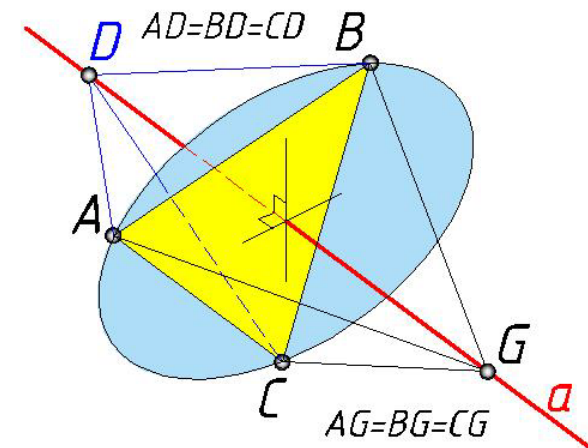
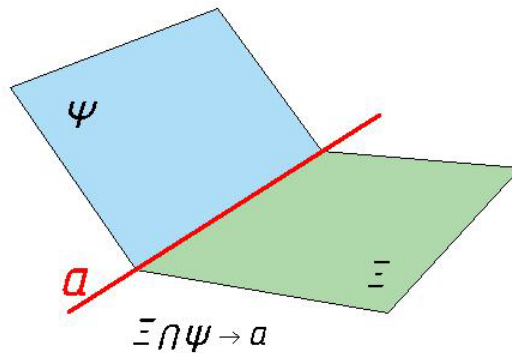
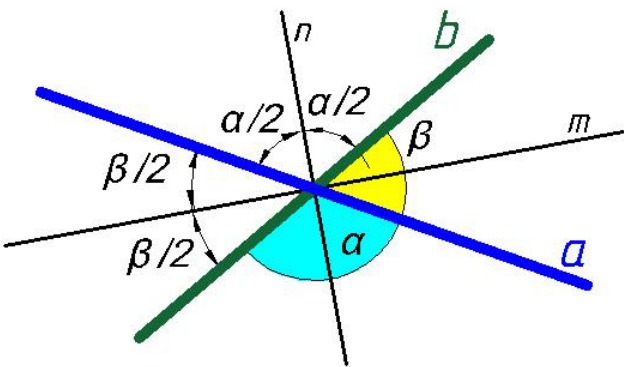


**TO'G'RI CHIZIQ; BERILISHI;
ANAIZI; VAZIYATLARI;
PROPORTSIONAL QISMALRG
BO'LISH (FALES TEOREMASI)**

Urishev Adhamjon Ergashaliyevich

To'g'ri chiziq, uning ortogonal proeksiyalari

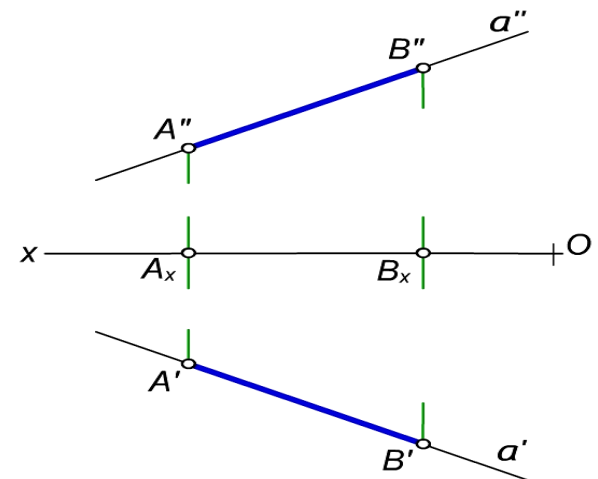
- Kesishuvchi ikki chiziqdan barobar uzoqlikda yotgan nuqtalar to'plami, tekislikda to'g'ri chiziqni beradi.
- Kesishuvchi ikki tekislikka tegishli bo'gan nuqtalar to'plami to'g'ri chiziqdir.
- Bir chiziqda yotmagan uchta nuqtadan barobar uzoqlikda yotgan nuqtalar to'plami to'g'ri chiziqdir.



To'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari.

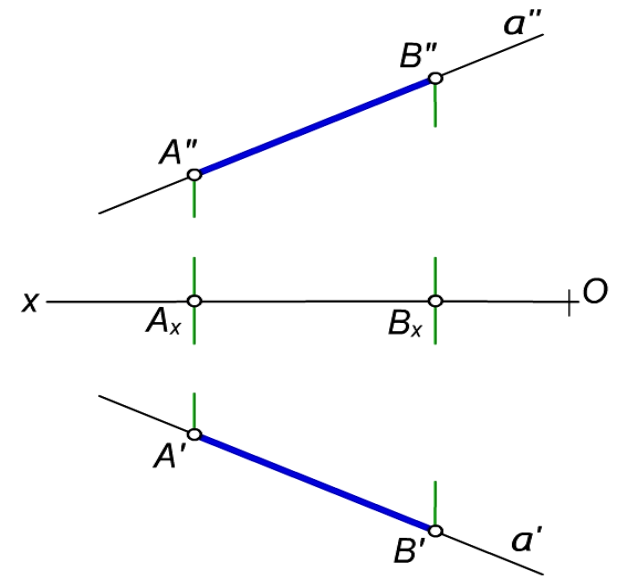
To'g'ri chiziq eng oddiy geometrik shakl hisoblanadi. Ustma-ust tushmagan ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Agar fazodagi bir-biridan farqli ikkita A va B nuqtalarni o'zaro tutashtirib, uni ikki qarama-qarshi tomonga cheksiz davom ettirilsa, a to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

To'g'ri chiziqning ikki nuqta bilan chegaralangan qismi shu *to'g'ri chiziq kesmasi* deyiladi.

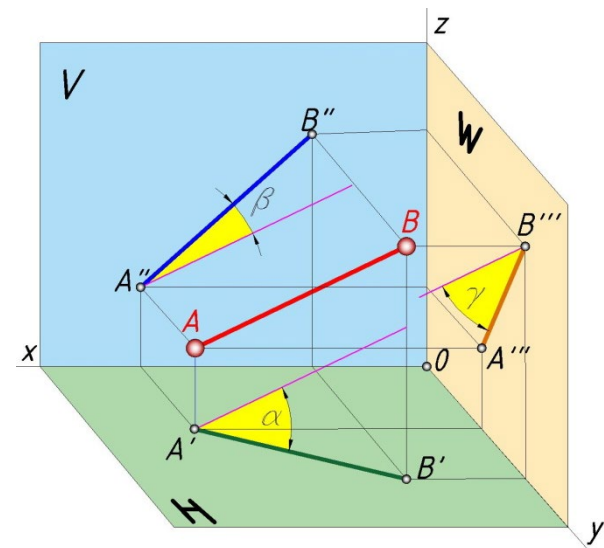
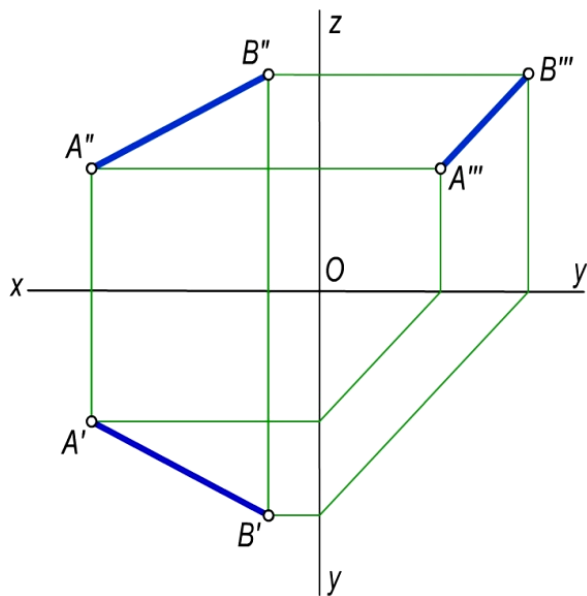
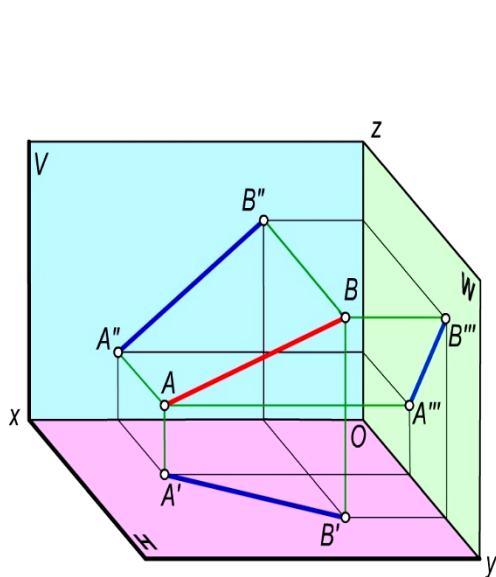


To'g'ri chiziqlar a , b , c tarzida lotin alifbosining yozma harflari bilan belgilanadi. Agar to'g'ri chiziqlar kesma shaklida berilsa, u holda AB , CD , EF, \dots tarzida lotin alifbosining bosh harflari bilan belgilanadi. To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklardagi proyeksiyalari holatini uning ikki ixtiyoriy nuqtasining proyeksiyalari aniqlaydi. Masalan, rasmda berilgan a to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalarini yasash uchun bu chiziqqa tegishli ikki A va B nuqtalarning ortogonal A' , A'' va B' , B'' proyeksiyalari yasaladi. Bu ikki nuqtaning bir nomli proyeksiyalarini tutashtiruvchi a' va a'' chiziqlar fazoda berilgan a to'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalari bo'ladi. Shuningdek, AB kesma va uning $A'B'$ va $A''B''$ proyeksiyalari a to'g'ri chiziqning fazodagi vaziyatini va uning a' , a'' proyeksiyalarini aniqlaydi.

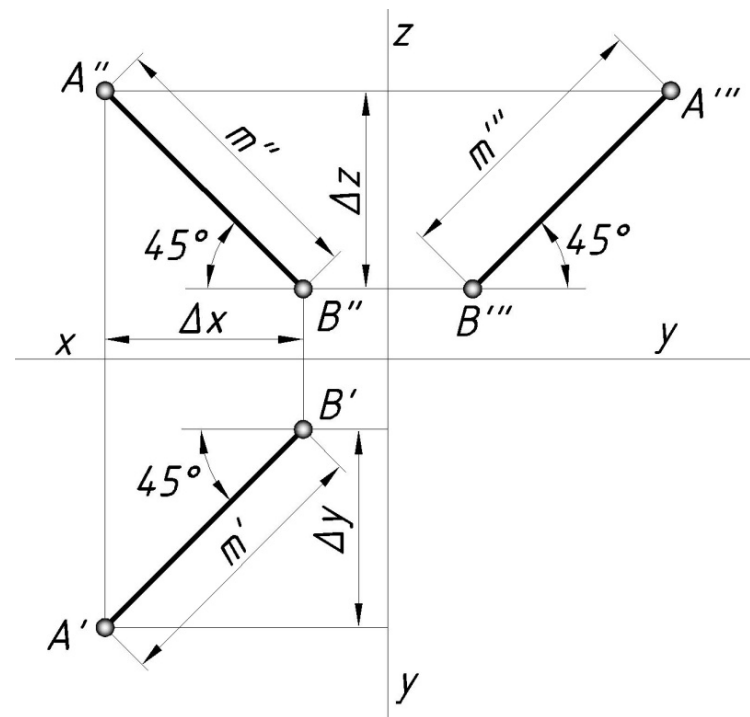
Ta'rif. Proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq umumiy vazivatdaqi to'g'ri chiziq deyiladi.



- To'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalariga asosan uning profil proyeksiyasini ham yasash mumkin. Buning uchun uning yuqorida tanlab olingan A va B nuqtalarning profil proyeksiyalari yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi.
- To'g'ri chiziq proyeksiyalari faqat uning kesmasi proyeksiyalari orqaligina emas, balki ixtiyoriy qismi bilan ham berilishi mumkin. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va ular proyeksiyalar o'qlariga nisbatan o'tkir burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklar α , β , γ harflari bilan belgilanadi.
- Bu α , β , γ burchaklar AB kesmaning H , V , W proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir, ya'ni $\alpha = AB \wedge H$, $\beta = AB \wedge V$, $\gamma = AB \wedge W$.
- Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiyalanadi.



- Proyeksiya tekisliklari bilan bir xil burchak tashkil qilgan to'g'ri chiziqlar.** Agar biror to'g'ri chiziq fazoda H, V va W lar bilan bir xil burchak hosil qilib joylashgan bo'lsa, uning AB kesmasining uchala proyeksiyalari o'zaro teng, ya'ni $AB^H=AB^V=AB^W$ bo'lsa, $A'B'=A''B''=A'''B'''$ bo'ladi. Bunda kesmaning proeksiyalari proeksiya o'qlariga nisbatan mos ravishda 45° li burchak hosil qiladi. Shu bilan birga $A'B' \parallel A'''B'''$ bo'lib, $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ bo'ladi.

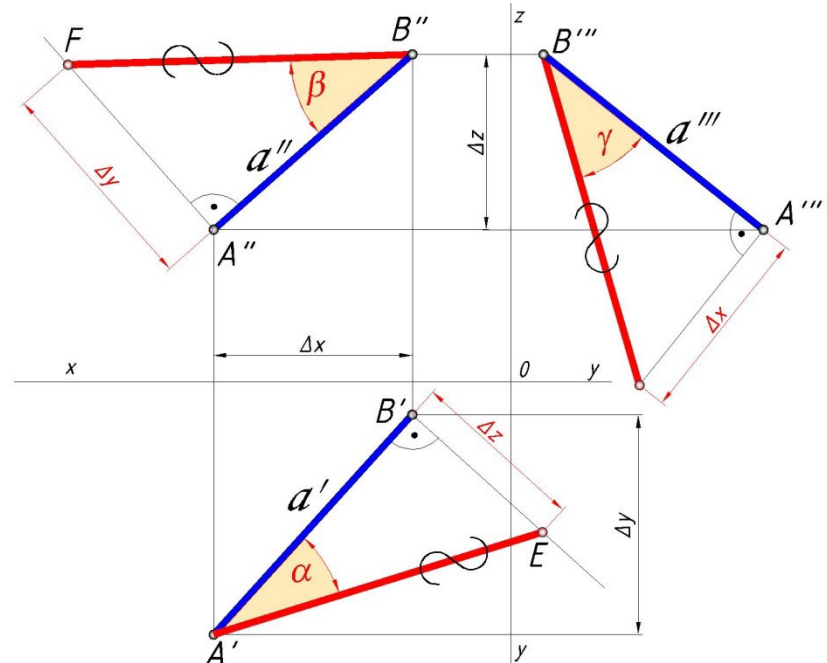
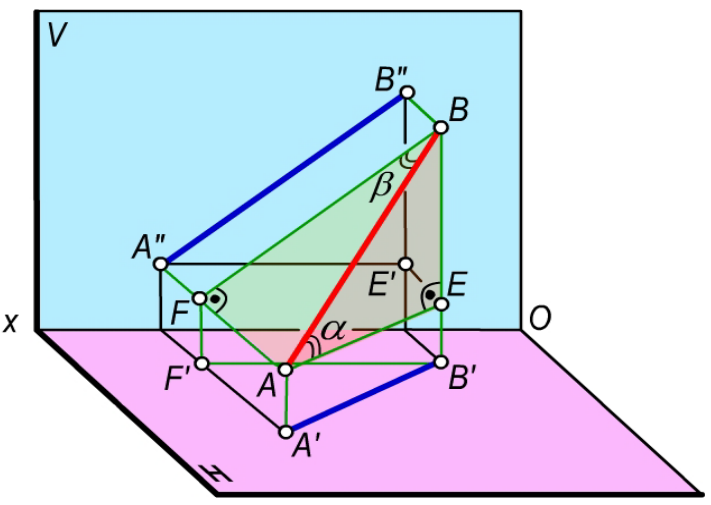


Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini va proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash

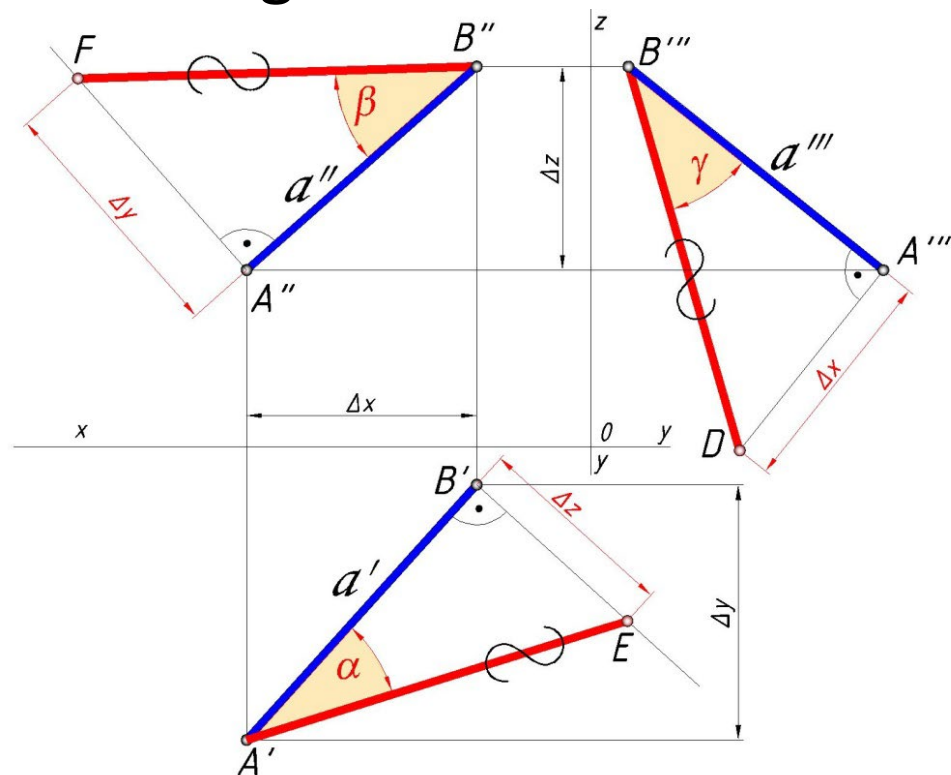
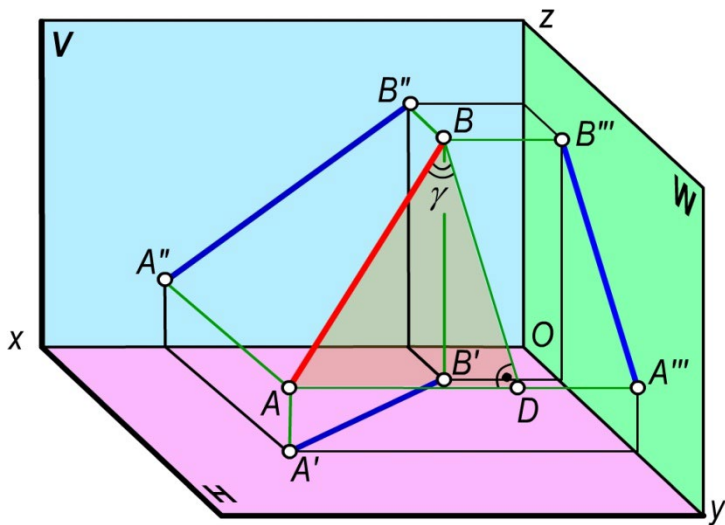
Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning uzunligi bir kateti istalgan proeksiya tekisligidagi kesma proeksiyasi bo'lgan va ikkinchisi shu tekislikka nisbatan kesma uchlarining masofalari ayirmasi tashkil qilgan to'g'ri burchakli uchburchak gipotenuzasiga teng.

Proeksiya-katet va gipotenuza orasidagi burchak kesma bilan uning proeksiyasi qurilgan tekislik orasidagi burchakka tengdir.

- AB to'g'ri chiziq kesmasi hamda uning H , V va W tekisliklardagi proyeksiyalari berilgan bo'lsin. Kesmaning A nuqtasidan $AE \parallel A'B'$ to'g'ri chiziq o'tkaziladi va to'g'ri burchakli $\triangle ABE$ ni hosil qilinadi. Bunda $BE = BB' - AA'$, bu yerda $AA' = EB'$ bo'lgani uchun $BE = BB' - EB' = \Delta z$ bo'ladi.
- To'g'ri burchakli ABE uchburchakning AB gipotenuzasi AE katet bilan α burchak hosil qiladi. Bu burchak AB kesmaning H tekislik bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.
- To'g'ri chiziq kesmasining V proyeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli ABF uchburchakdan foydalanamiz. Bu uchburchakning BF kateti AB kesmasining frontal proyeksiyasi $A''B''$ ga, ikkinchi AF kateti uning A va B uchlarning V tekislikdan uzoqliklarining ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $AF = AA'' - BB''$, bo'lib, $BB'' = FA''$ bo'lgani uchun $AF = AA'' - FA'' = \Delta y$ bo'ladi.
- To'g'ri burchakli ABF ning AB gipotenuzasi BF katet bilan hosil qilgan β burchak AB kesmaning V tekislik hosil qilgan burchagi bo'ladi.



Keyingi rasmda AB kesmaning W tekislik bilan hosil qilgan γ burchagini aniqlash ko'rsatilgan. Bu burchakni aniqlash uchun to'g'ri burchakli DAB dan foydalanamiz. Bu uchburchakning bir kateti AB kesmasining profil $A'''B'''$ proyeksiyasiga, ikkinchi AD kateti A va B uchlarning W tekislikdan uzoqliklari ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $AD=AA'''-BB'''$, bo'lib, $BB'''=DA'''$ bo'lgani uchun $AD=AA'''-DA'''=\Delta x$ bo'ladi.

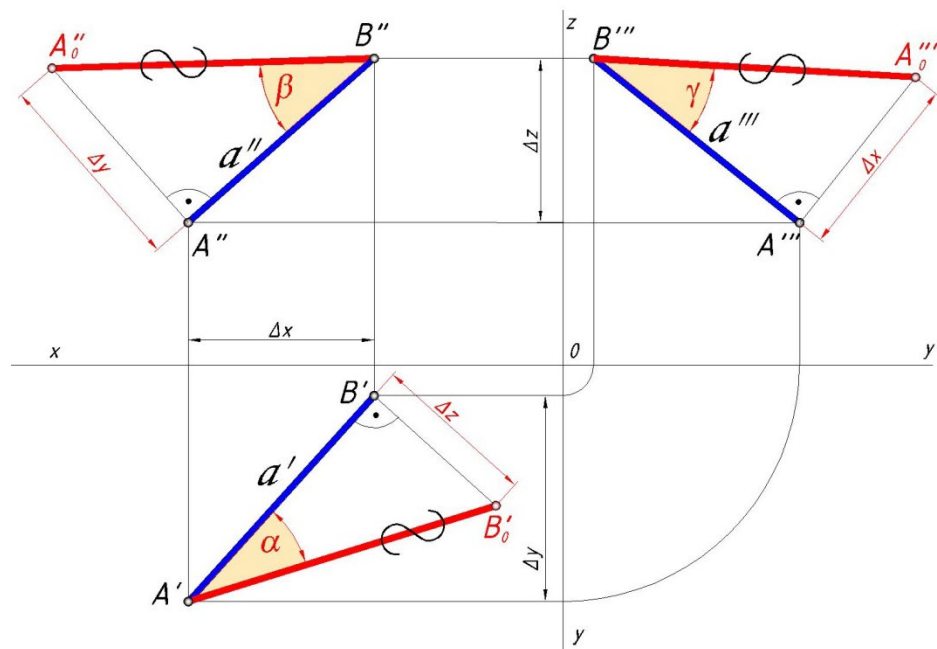


Chizmada kesmaning berilgan proyeksiyalari orqali uning haqiqiy uzunligi va proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash uchun yuqoridagi fazoviy model asosida to'g'ri burchakli uchburchaklar yasaladi. Shuning uchun bu usulni **to'g'ri burchakli uchburchak usuli** deb yuritiladi.

- Masalan, AB kesmaning $A'B'$, $A''B''$ va $A'''B'''$ proyeksiyalarga asosan uning haqiqiy o'lchami va H bilan hosil qilgan α burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $A'B'B_0$ uchburchak yasaladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning gorizontaal proyeksiyasiga, ikkinchi kateti esa kesmaning A va B uchlarning applikatalari ayirmasi Δz ga teng bo'ladi. Bu uchburchakning $A'B_0$ gipotenuzasi AB kesmaning haqiqiy o'lchami, $A'B_0=AB$ bo'lib, $AB^H=\angle B'A'B_0=\alpha$ bo'ladi.

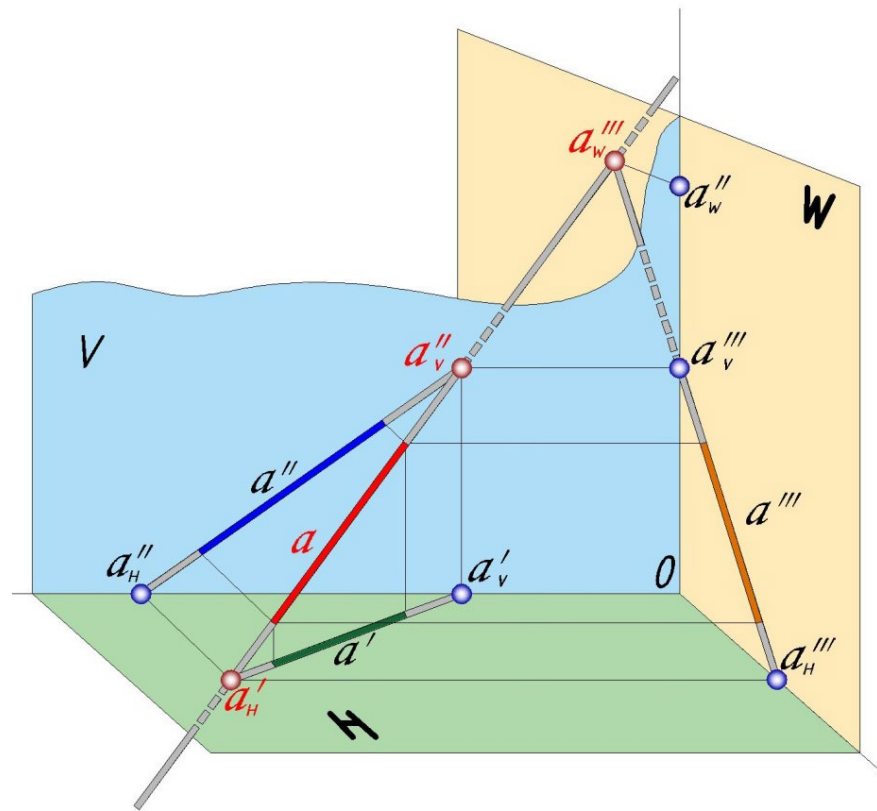
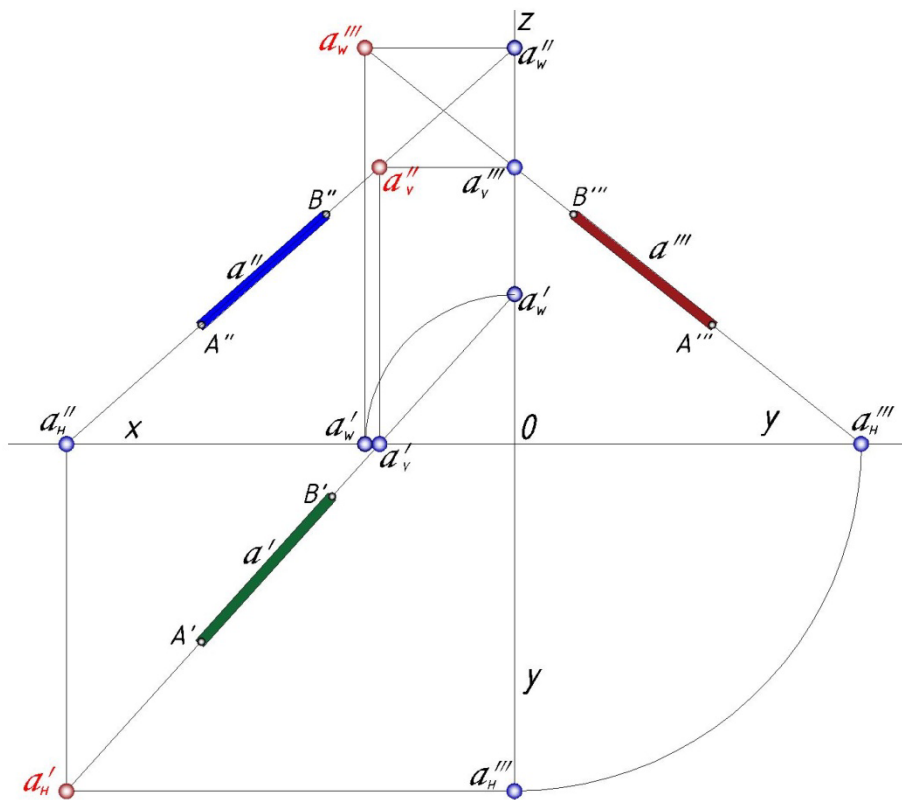
- Kesmaning V tekislik bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $\triangle A''B''A_0$ ni yasaladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning frontal $A''B''$ proyeksiyasiga, ikkinchi kateti esa AB kesma uchlari ordinatalari ayirmasi Δy ga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan $B''A_0=AB$ bo'lib, $AB^V=\angle A''B''A_0=\beta$ bo'ladi.

- AB kesmaning W tekislik bilan hosil etgan burchagini aniqlash uchun esa to'g'ri burchakli $\triangle A'''B'''A_0$ ni yasaymiz. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning profil $A'''B'''$ proyeksiyasi, ikkinchi kateti kesma uchlarning W tekislikdan uzoqliklarning absissalar ayirmasi Δx bo'ladi. Hosil bo'lgan $B'''A_0=AB$ bo'lib, $AB^W=\angle A'''B'''A_0=\gamma$ teng bo'ladi.



To'g'ri chiziqning izlari

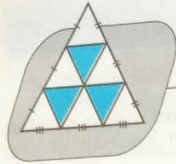
- To'g'ri chiziqning izi deb uning proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasiga aytiladi
- Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq har bir proyeksiyalar tekisligida bittadan izga ega bo'ladi.
- a to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan uchrashgan nuqtasiga uning **gorizontal izi** deb ataladi va uni $a_H(a'_H, a''_H, a'''_H)$ nuqta bilan belgilanadi; To'g'ri chiziqning V tekislik bilan uchrashgan nuqtasiga uning **frontal izi** deb ataladi va uni $a_V(a'_V, a''_V, a'''_V)$ nuqta bilan belgilanadi. To'g'ri chiziqning W tekislik bilan uchrashgan nuqtasiga uning **profil izi** deb ataladi va uni $a_W(a'_W, a''_W, a'''_W)$ nuqta bilan belgilanadi.



KONTSEPTUAL JADVAL

Tushunchaga yondashuv	Tafsif, toifa, xususiyatlar			
	<i>Ta'rif</i>	<i>Xossasi</i>	<i>Izlari</i>	<i>Og'ish burchagi</i>
Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq	Bironta ham proeksiya tekisligiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq	Barcha proeksiya tekisliklariga qisqarib proeksiyalanadi	Uchchala proeksiya tekisligini ham kesib o'tadi	Barcha proeksiya tekisliklariga nisbatan o'tkir burchak ostida bo'ladi
Satx chizig'i	Biron bir proeksiya tekisligiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq	Qaysi proeksiya tekisligiga parallel bo'lsa, shu tekislikka xaqiyqiy kattalikda proeksiyalanadi	Parallel bo'lmagan proeksiya tekisliklarini kesib o'tadi, ya'ni ikkita izi mavjud	Ikkita proeksiya tekisliklariga nisbatan o'tkir burchak ostida bo'ladi
Proeksiya-lovchi to'g'ri chiziq	Proeksiya tekisliklaridan biriga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq	Bitta proeksiyasi nuqta ko'rinishida, qolgan ikkitasi xaqiyqiy kattalikda bo'ladi	Perpendikulyar bo'lgan tekislikdagina izga ega	Bitta proeksiya tekisligi bilan to'g'ri burchak hosil qiladi. Qolgan ikkitasiga nisbatan 0° burchak ostida

Kesmani proporsional bo'laklarga bo'lish



2- §. FALES TEOREMASI VA UNING NATIJALARI

10- mavzu.

KESMALARNING NISBATI. PROPORSIONAL KESMALAR

1. Kesmalarning nisbati. Bizga o'zaro parallel l_1 va l_2 to'g'ri chiziqlar hamda ularni kesuvchi a to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin (44- rasm).

Agar kesuvchi a to'g'ri chiziq, l_1 va l_2 to'g'ri chiziqlarni A va B nuqtalarda kesib o'tsa, l_1 va l_2 parallel to'g'ri chiziqlar a to'g'ri chiziqdan AB kesma ajratadi deb aytiladi.

Uchta l_1 , l_2 va l_3 parallel to'g'ri chiziqlar a to'g'ri chiziqni A , B , C nuqtalarda kesib, AB va BC kesmalar ajratsin (45- rasm).

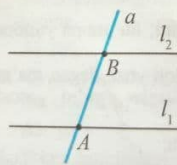
Agar $AB = BC$ bo'lsa, parallel to'g'ri chiziqlar a to'g'ri chiziqdan **teng kesmalar** ajratadi deb aytiladi (46- rasm).

Teorema.

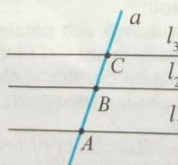
Agar $a \parallel b$ bo'lib, l_1 , l_2 va l_3 parallel to'g'ri chiziqlar a to'g'ri chiziqdan **teng kesmalar ajratsa**, b to'g'ri chiziqdan ham **teng kesmalar** ajratadi.

Isbot. To'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalarini mos ravishda A , B , C va A_1 , B_1 , C_1 harflar bilan belgilaylik (46- rasm).

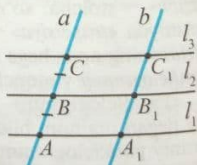
Teorema shartiga ko'ra $a \parallel b$ va $AB = BC$. $A_1B_1 = B_1C_1$ ekanini isbot qilishimiz kerak.



44- rasm.



45- rasm.



46- rasm.

- *8-sinf*
- Teorema: Agar $a \parallel b$ bo'lib, l_1, l_2, l_3 parallel to'g'ri chiziqlar a to'g'ri chiziqdan teng kesmalar ajratsa, u holda b to'g'ri chiziqdan ham teng kesmalar ajratadi.
- **Fales teoremasi: Agar burchak tomonlarini kesuvchi parallel to'g'ri chiziqlar uning bir tomonidan teng kesmalar ajratsa, u holda ular ikkinchi tomondan ham teng kesmalar ajratadi.**
- Teorema: Uchburchakning bir tomoniga parallel to'g'ri chiziq uning qolgan ikki tomonini proporsional kesmalarga ajratadi.

Kesmani proporsional bo'laklarga bo'lish

108. 1) Kesma 4 : 3 nisbatda ikki bo'lakka bo'lingan. Agar kichik bo'lak tasidan 5 sm qisqa bo'lsa, kesmaning har bir bo'lagi uzunligini toping.
 2) Uzunligi 12 sm ga teng bo'lgan AB kesmani C nuqta $AC : CB = 5 : 3$ nisbatda bo'ladi. AC va CB kesmalarning uzunligini toping.
109. 1) a bilan b va c bilan d kesmalar bir-biriga proporsional kesmalar. Agar $a = 15$ sm, $b = 50$ mm, $d = 2$ dm bo'lsa, c ni toping.
 2) $a = 2$ sm, $b = 17,5$ sm, $c = 16$ sm, $d = 35$ sm, $e = 4$ sm bo'lsa, a, b, c, d va e kesmalardan proporsional juftlarni tanlab oling.

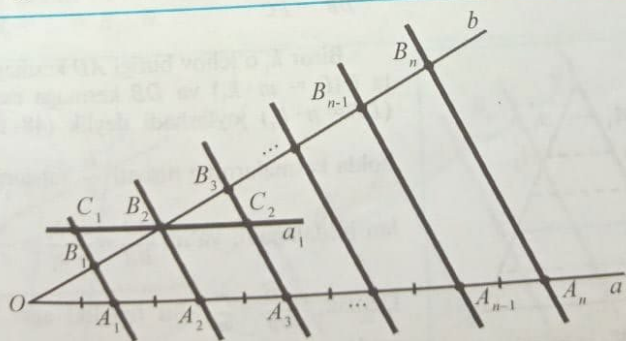
11- mavzu. FALES TEOREMASI

Teorema.

Agar burchak tomonlarini kesuvchi parallel to'g'ri chiziqlar uning bir tomonidan teng kesmalar ajratsa, ular ikkinchi tomonidan ham teng kesmalar ajratadi.

Isbot. O burchakning uchidan boshlab a nurda (tomonda) o'zaro teng $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$ kesmalar qo'yilgan va ularning oxirlari (A_1, A_2, A_3, \dots) orqali b tomonni B_1, B_2, B_3, \dots nuqtalarda kesuvchi $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, \dots$ parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan bo'lsin (47- rasm).
 Endi hosil bo'lgan $OB_1, B_1B_2, B_2B_3, \dots$ kesmalarining o'zaro tengligini isbotlash talab etiladi. Masalan, $OA_1 = A_1A_2$ bo'lsa, $OB_1 = B_1B_2$ bo'lishini isbotlaymiz.

Buning uchun B_2 nuqtadan a nurga parallel a_1 to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq A_1B_1 va A_3B_3 to'g'ri chiziqlar bilan mos ravishda C_1 va



47- rasm.

C_2 nuqtalarda kesishsin. Shartga ko'ra $OA_1 = A_1A_2$ va $A_1C_1B_2A_2$ parallelogramming qarama-qarshi tomonlari bo'lgani uchun $A_1A_2 = C_1B_2$ bo'ladi.
 $OA_1 = A_1A_2$ va $A_1A_2 = C_1B_2$ lardan esa $OA_1 = C_1B_2$ ga ega bo'lamiz.

OA_1B_1 va $B_2C_1B_1$ uchburchaklarda $OA_1 = C_1B_2$ (isbotga ko'ra), shuningdek $\angle A_1OB_1 = \angle C_1B_2B_1$ va $\angle OA_1B_1 = \angle B_2C_1B_1$ - ular a va a_1 parallel to'g'ri chiziqlarni mos ravishda b nur va A_1B_1 to'g'ri chiziq kesib o'tganda hosil bo'lgan ichki almashinuvchi burchaklardir.

Uchburchaklar tengligining ikkinchi alomatiga ko'ra bu uchburchaklar o'zaro teng: $\triangle OA_1B_1 = \triangle B_2C_1B_1$. Bundan OB_1 va B_1B_2 mos tomonlarning tengligi kelib chiqadi.

Shunday qilib, agar $OA_1 = A_1A_2$ bo'lsa, $OB_1 = B_1B_2$ bo'lishi isbotlandi.

Xuddi shunga o'xshash qolgan kesmalarining tengligi isbotlanadi.

Eslatma! Fales teoremasi shartida burchak o'rniga har qanday ikki to'g'ri chiziqni olish mumkin bo'ladi, bunda teoremaning xulosasi ilgarigicha qoladi:

Berilgan ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi va to'g'ri chiziqlarning biridan teng kesmalar ajratuvchi parallel to'g'ri chiziqlar ikkinchi to'g'ri chiziqdan ham teng kesmalar ajratadi.

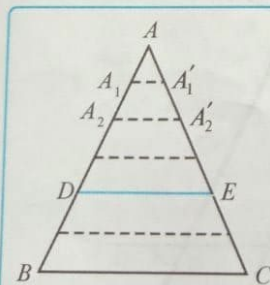
Fales teoremasi yordamida quyidagi muhim teoremani isbot qilish mumkin.

Teorema.

Uchburchakning bir tomoniga parallel to'g'ri chiziq uning qolgan ikki tomonini proporsional kesmalarga ajratadi.

Isbot. Berilgan $\triangle ABC$ da $DE \parallel BC$ bo'lsin. Isbot qilish kerak:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}.$$



48- rasm.

Biror k_1 o'lchov birligi AD kesmaga m marta ($AD = m \cdot k_1$) va DB kesmaga esa n marta ($DB = n \cdot k_1$) joylashadi deylik (48- rasm). Bu

holda kesmalarining nisbati $\frac{m}{n}$ ratsional son bilan ifodalanadi, ya'ni $\frac{AD}{DB} = \frac{m \cdot k_1}{n \cdot k_1} = \frac{m}{n}$ bo'ladi.

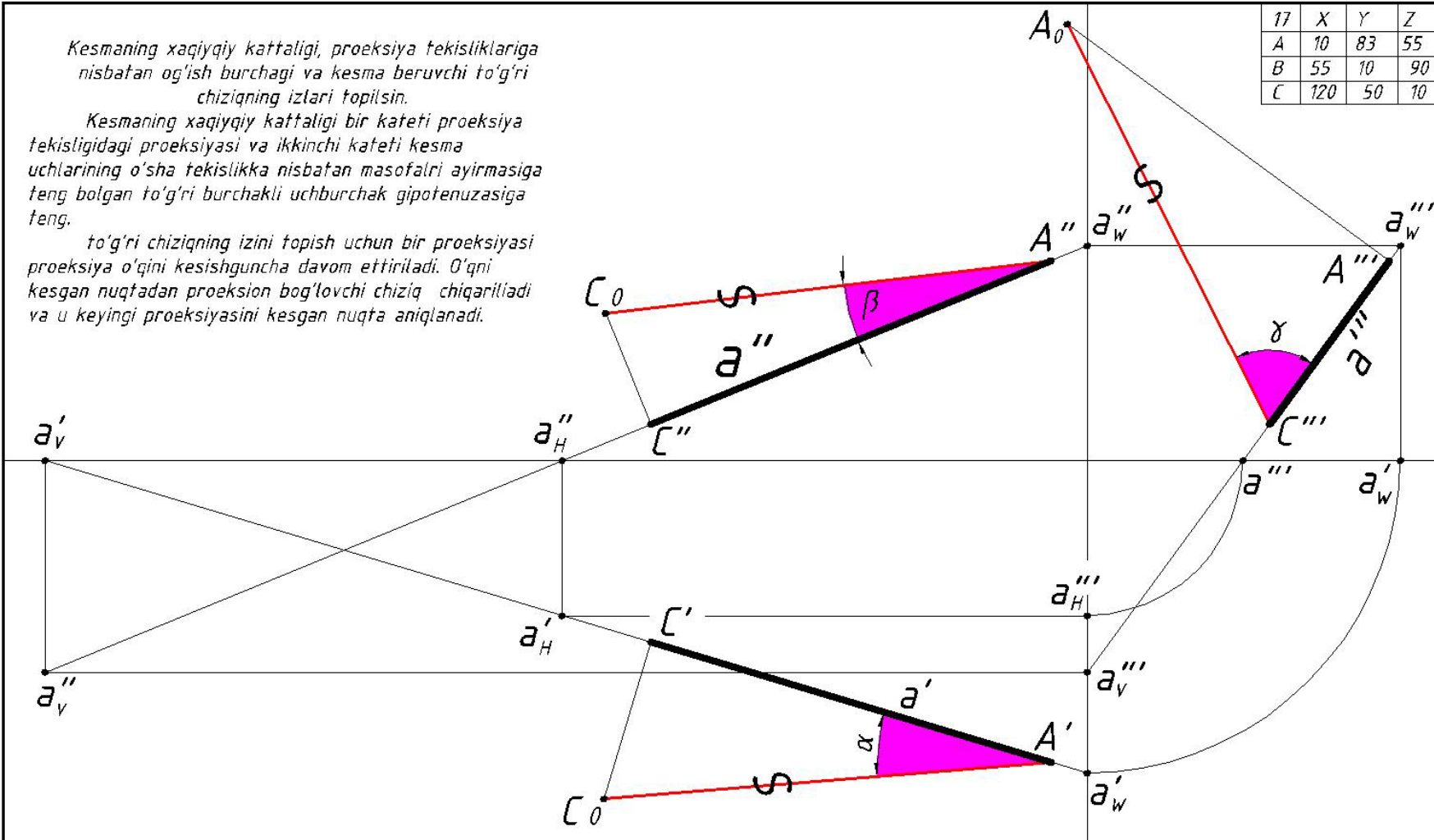
Demak, $\frac{AD}{DB} = \frac{m}{n}$. Bu tenglik, agar AD kesmada m ta teng bo'lak bo'lsa, DB kesmada bunday bo'laklardan n ta bo'lishini ko'rsatadi.

Kesmaning xaqiyyiy kattaligi, proeksiya tekisliklariga nisbatan og'ish burchagi va kesma beruvchi to'g'ri chiziqning izlari topilsin.

Kesmaning xaqiyyiy kattaligi bir kateti proeksiya tekisligidagi proeksiyasi va ikkinchi kateti kesma uchlarining o'sha tekislikka nisbatan masofalari ayirmasiga teng bolgan to'g'ri burchakli uchburchak gipotenuzasiga teng.

to'g'ri chiziqning izini topish uchun bir proeksiyasi proeksiya o'qini kesishguncha davom ettiriladi. O'qni kesgan nuqtadan proeksion bog'lovchi chiziq chiqariladi va u keyingi proeksiyasini kesgan nuqta aniqlanadi.

17	X	Y	Z
A	10	83	55
B	55	10	90
C	120	50	10



				ChG va MG 01.17.04			
O'zgi	Veraq	Xujjat	Imzo	Sana	TO'G'RI CHIZIQ ANALIZI		
Eizdi:	Ochilova M.						
Tekshirdi:	Urishhev A.				Lifera	Massa	Masshtab
							1:1
					Veraq №4	Veraqlar 6	
ChG va MG kafedrasi					IGTIQ va UF 1-3		

Keyingi darsga nazorat savollari

1. To'g'ri chiziqning proyeksiyalari qanday hosil bo'ladi?
2. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq nima?
3. Qanday xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarni bilasiz?
4. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi qanday yasaladi?
5. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari qanday bo'ladi?
6. Kesishuvchi va ayqash to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari bir-biridan qanday farqlanadi?
7. To'g'ri burchakning proyeksiyanishi haqidagi teoremani tushuntirib bering.
8. Ko'rinishlikni aniqlashda konkurent nuqtalardan qanday foydalaniladi?