

**O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi
“Toshkent irrigatsiya va qishloq xo‘jaligini mexanizatsiyalash muhandislari
instituti” Milliy tadqiqot universiteti**

“Amaliy geometriya”

**70111202-Muhandislik grafikasi va dizayn nazariyasi Magistratura
yo‘nalishi magistrantlari uchun**

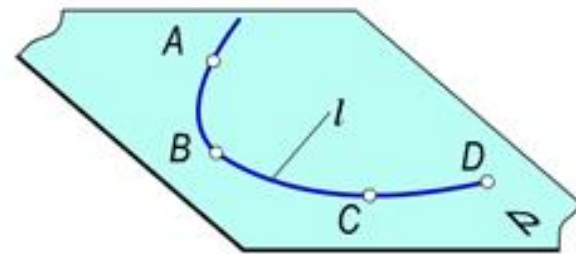
Ma‘ruzachi: t.f.d. professor Kuchkarova D.F.

11-mavzu: Algebraik va transtsendent egriliklar. Tekis va fazoviy egri chiziqlar tartibi va klassi. Platon va Arximed jisimlari. (2-coat)

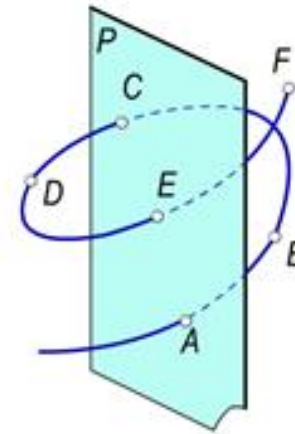
- **Reja:**

- **Tekis egri chiziqning egriligi**
- **Evolyuta va evolventa**
- **Tekis egri chiziq nuqtalarining klassifikatsiyasi**

- Chizma geometriyada egri chiziqlarning geometrik va mexanik xususiyatlaridan grafik ravishda amaliy foydalanish e'tiborga olinib, ularga oddiy kinematik ta'rif beriladi. Shuning uchun egri chiziqni fazoda yoki tekislikda ma'lum yo'nalishda uzluksiz harakatlanuvchi biror nuqtaning izi sifatida qabul qilinadi.
- Egri chiziqlar tekis (1,a-rasm) va fazoviy (1,b-rasm) egri chiziqlarga bo'linadi.



a)



b)

1-rasm

- Egri chiziqlar qonuniy va qonunsiz egri chiziq'larga bo'linadilar. Egri chiziqni tashkil qiluvchi nuqtalar to'plami ma'lum biror qonunga bo'yinsa u qonuniy, aksincha nuqtalar to'plami hech qanday qonunga asoslanmagan bo'lsa, bunday egri chiziq *qonunsiz egri chiziq* deyiladi. Qonuniy egri chiziq'larning dekart koordinatalar sistemasidagi tenglamalariga qarab algebraik va transsendent egri chiziq'larga bo'linadilar. Tenglamasi algebraik funksiya orqali ifodalangan egri chiziq *algebraik*, transsendent funksiya bilan ifodalangan egri chiziq esa *transsendent* egri chiziq deyiladi.
- Algebraik egri chiziq'larning tartib va klass tushunchalari bilan xarakterlanadi. Egri chiziq'larning tartibi uni ifodalovchi tenglamaning darajasiga teng bo'ladi.

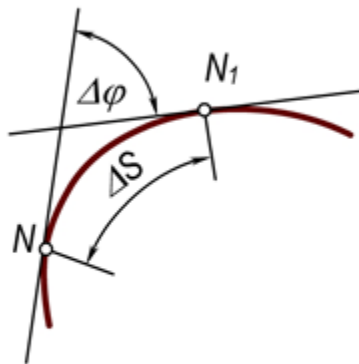
- Grafik jihatdan tekis egri chiziqlarning tartibi uning to'g'ri chiziq bilan, fazoviy egri chiziqning tartibi esa uning biror tekislik bilan maksimum kesishish nuqtalar soni orqali aniqlanadi.

- Tekis egri chiziqning klassi unga shu tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan o'tkazilgan urinmalar soni bilan, fazoviy egri chiziqning klassi unga biror to'g'ri chiziq orqali o'tkazilgan urinma tekisliklar soni bilan aniqlanadi.
- Egri chiziqning tartibi va klassi har xil bo'ladi. Faqat ikkinchi tartibli egriliklarning tartibi va klassi bir xil bo'lib, u 2 ga teng bo'ladi.

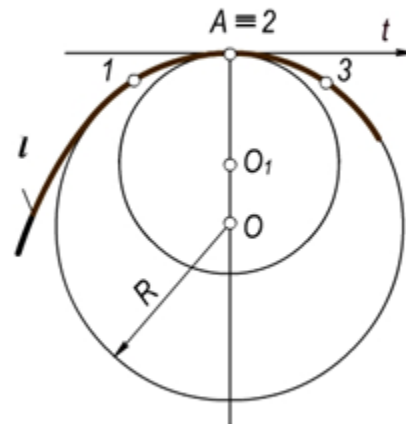
Tekis egri chiziqning egriligi

Qo'shni yarim urinmalar orasidagi α burchakni ular orasidagi s yoy uzunligiga nisbatining limiti *egri chiziqning egriligi* deyiladi (2-rasm). Egrilikni k bilan belgilasak, u quyidagicha ifodalanadi

$$k = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta S}.$$



2-rasm



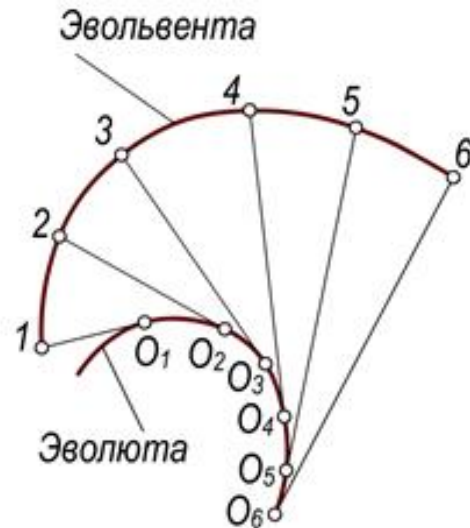
3-rasm

- Bunda φ burchak qancha katta bo'lsa, egri chiziq shuncha ko'p egilgan va, aksincha, qanchalik kichik bo'lsa, egri chiziq shuncha kam egilgan bo'ladi. Egrilik qiymati egri chiziqning har bir nuqtasida har xil bo'ladi. Aylananing hamma nuqtasidagi egrilik bir xildir, to'g'ri chiziqda esa egrilik nolga teng. Har qanday egri chiziqning egriligi aylana yordamida aniqlanadi. Bu aylana egri chiziqdagi cheksiz yaqin uchta 1, 2, 3 nuqtalardan o'tadi. Uning radiusi, ***egrilik radiusi***, markazi esa ***egrilik markazi*** deyiladi. Egrilik radiusi R va egrilik miqdori k o'zaro teskari proporsionaldir: $k=1/R$, ya'ni egrilik radiusi R qancha katta bo'lsa, k egrilik shuncha kichik va, aksincha, egrilik radiusi qancha kichik bo'lsa k egrilik shuncha katta bo'ladi. Masalan, to'g'ri chiziqda egrilik radiusi cheksiz katta bo'lganligi tufayli egrilik nolga teng.

Evolyuta va evolventa

Biror ℓ egri chiziqning hamma nuqtalari uchun egrilik markazlari yasalsa, ularning to'plami ℓ_1 egri chiziqni hosil qiladi. Bu ℓ_1 egri chiziq berilgan ℓ egri chiziqning *evolyutasi* deb ataladi (4-rasm). ℓ egri chiziq ℓ_1 evolyutaga nisbatan evolventa deyiladi).

Evolyutaning urinmalari ℓ evolventaning normallaridir. Evolyuta urinmalarida cheksiz ko'p evolventalar joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun egri chiziqning evolyutasi o'z evolventasini aniqlay olmaydi, lekin uning evolventasi o'z evolyutasini aniqlay oladi.



4-rasm

Tekis egri chiziq nuqtalarining klassifikatsiyasi

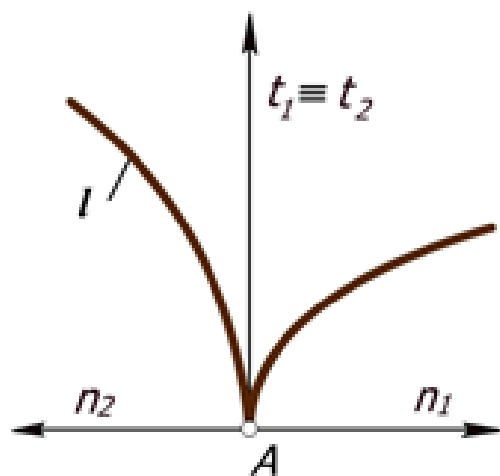
Tekis egri chiziqlar *monoton* va *ulama* chiziqlarga bo'linadi. Monoton egri chiziqning qator nuqtalarida egrilik radiusi uzluksiz o'sib yoki kamayib boradi. Monoton egri chiziq yoylaridan tashkil topgan chiziq *ulama* chiziq deyiladi. Bu yoylarning ulanish nuqtalari ulama chiziqning *uchlari*, ulanuvchi yoylarning o'zi esa ulama chiziqning tomonlari deb ataladi. YOylarning ulanish xarakteriga qarab, ulama chiziqning uchlari *oddiy* va *maxsus* nuqtalar bo'lishi mumkin. Egri chiziqning oddiy nuqtasida yarim urinmalar qarama-qarshi yo'nalishda bo'lib, bitta to'g'ri chiziq ustida yotadi va egrilik markazlari ustma-ust tushadi. Egri chiziqlarning maxsus nuqtalari quyidagilardan iborat:

Qo'sh nuqta. Yarim urinmalar qarama-qarshi yo'nalishga ega, normallar ustma-ust tushadi, egrilik markazlari esa har xil joylashadi (5-rasm).

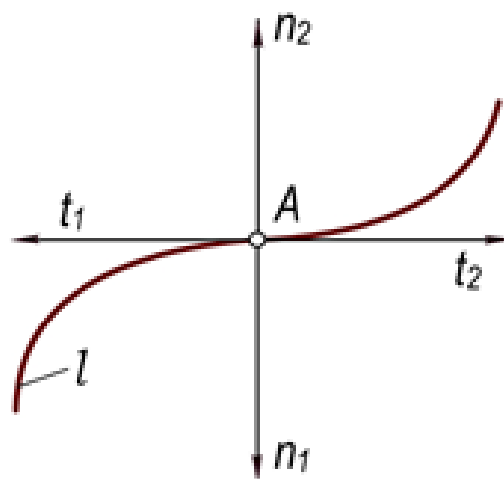
Egilib o'tish nuqtasi. Yarim urinmalar ham, normallar ham qarama-qarshi yo'nalishda bo'ladi (6-rasm).

- **Birinchi turdagi qaytish nuqtasi.** Yarim urinmalar ustma-ust tushadi va bir xil yoʻnalishda boʻladi, normallar qarama-qarshi yoʻnalishda boʻlib, bir chiziq ustida yotadi (7-rasm).

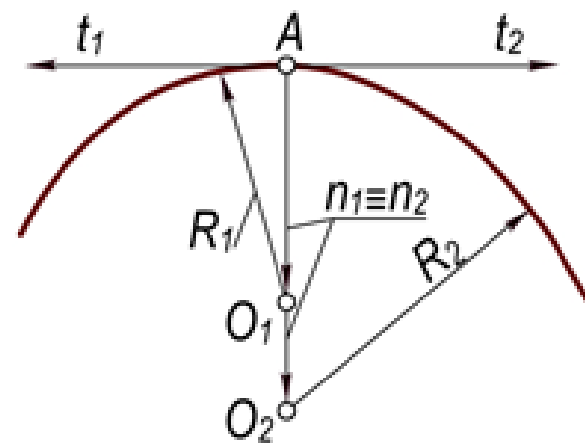
5-rasm



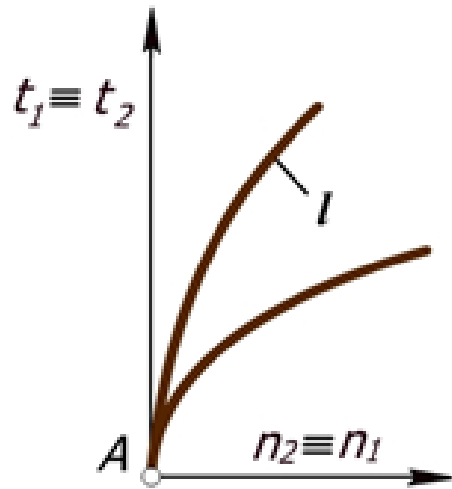
6-rasm



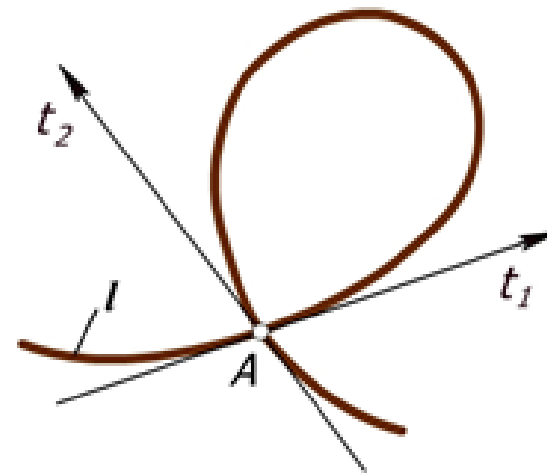
7-rasm



- **Ikkinchi turdagi qaytish nuqtasi.** Yarim urinmalar va normallar juft-juft bo‘lib bir xil yo‘nalishga ega bo‘ladi (8-rasm);
- **Sinish nuqtasi.** Yarim urinmalar va normallar har xil yo‘nalishda bo‘ladi (7-rasm);
- **Tugun nuqta.** Tugun nuqtada egri chiziq o‘zini-o‘zi bir va bir necha marta kesib o‘tadi (9-rasm).



8-rasm



9-rasm

- Tekis ko'pburchaklarning o'zaro kesishuvidan hosil bo'lgan kesmalar, ko'pyoqlikning-qirralari va qirralar orasidagi ko'pburchaklarni uning yoqlari deb ataladi. Qirralarning o'zaro kesishuv nuqtalari ko'pyoqlikning uchlari deb yuritiladi (11.1, 11.2-rasmlar).
- Ko'pyoqlikning barcha yon yoqlarining yig'indisi uning sirti deb ataladi. Ko'pyoqlikning uchlari va qirralari uning *aniqlovchilari* hisoblanadi (10-rasm). Ko'pyoqlikning bir yon yog'ida yotmagan ikki uchini birlashtiruvchi kesma uning *diagonali* deb ataladi (11-rasm). Ko'pyoqlik aniqlovchilari uning istalgan yon yog'iga (tekislikka) nisbatan bir tomonda joylashsa, uni *qabariq ko'pyoqlik*, aksincha *botiq ko'pyoqlik* deb yuritiladi. Ko'pyoqliqlarining bir necha turlari mavjud bo'lib, ulardan quyidagilarni ko'rib chiqamiz:

Piramida

Ta'rif. YOqlaridan biri tekis ko'pburchak bo'lib, qolgan yoqlari esa umumiy uchga ega bo'lgan uchburchaklardan tuzilgan ko'pyoqlik **piramida** deyiladi

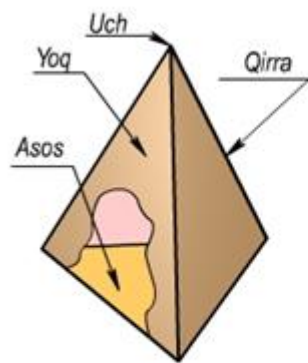
- Ko'pburchak piramidaning asosi va uchburchaklar esa uning yon yoqlari deb ataladi. YO n yoqlarining umumiy uchi piramidaning ham uchi hisoblanadi va u asos tekisligida yotmaydi. Asosi muntazam ko'pburchakli piramida *muntazam piramida* deb ataladi. Piramida balandligi asosining markazidan o'tib, unga perpendikulyar bo'lsa, uni to'g'ri piramida, perpendikulyar bo'lmasa og'ma piramida deb yuritiladi (10-rasm).

Prizma

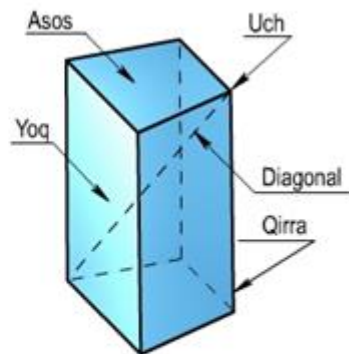
Ta'rif. YOn yoqlari to'rt burchaklardan va asosi ko'p burchakdan iborat bo'lgan ko'pyoqlik **prizma** deyiladi.

- Yon yoqlarning kesishuv chiziqlari – prizma *qirralari*, qirralar orasidagi ko'p burchaklining yoqlari deyiladi (11-rasm). Prizmani barcha qirralarini kesuvchi parallel tekisliklarda hosil bo'lgan ko'pburchaklar–prizmaning asoslari deb ataladi. YOn qirralari asosiga nisbatan og'ma yoki perpendikulyar bo'lsa, prizma ham mos ravishda *og'ma* yoki *to'g'ri prizma* deb ataladi. Asosi muntazam ko'pburchak bo'lgan prizma, *muntazam prizma* deb yuritiladi

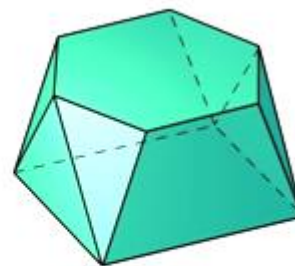
- Asoslari o‘zaro parallel tekisliklarda yotgan ikkita ko‘pburchakdan va yon yoqlari esa asos uchlaridan o‘tuvchi uchburchaklar va trapesiyalardan iborat bo‘lgan ko‘pyoqlik *prizmatoid* deyiladi (12-rasm). Ko‘pyoqliklar bir jinsli qabariq, bir jinsli botiq, yulduzsimon hamda ularning birlashishidan hosil bo‘lgan murakkab ko‘pyoqliklarga bo‘linadi. Bir jinsli qabariq ko‘pyoqliklar muntazam va yarim muntazam ko‘pyoqliklarga ajraladi. Muntazam qabariq ko‘pyoqliklar o‘zaro teng bir xil muntazam ko‘pburchaklardan iborat yoqlarga, o‘zaro teng ikki yoqli burchaklarga va o‘zaro teng qirralarga ega bo‘ladi. Bu ko‘pyoqliklar asosan besh xil bo‘lib *Platon jismlari* deb yuritiladi (1-jadval).



10-rasm

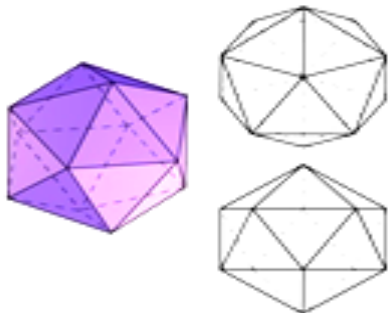


11-rasm



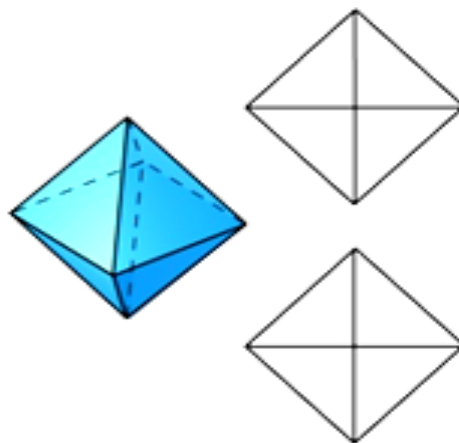
12-rasm

Ikosaedr (16-rasm)



$YO + U - Q = 2$
 YO – yoqlar soni
 U – uchlar soni
 Q – qirralar soni

Oktaedr (17-rasm)



Kesik oktaedr (18-rasm)

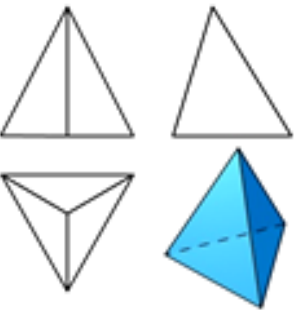
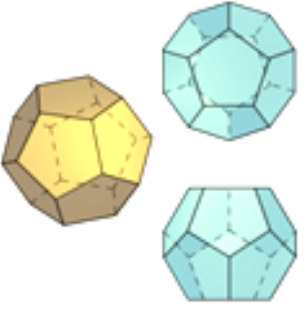
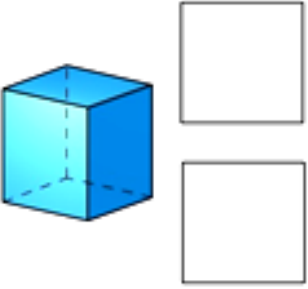


- Yon yoqlari turli rasmdagi muntazam ko'pburchaklardan iborat bo'lgan ko'pyoqlikni *yarim muntazam ko'pyoqlik* deb yuritiladi. Bu ko'pyoqliklar 18 xil bo'lib, ular *Arximed jismlari* deb yuritiladi. 19-rasmda Arximed jismlaridan biri bo'lgan kesik oktaedrning yaqqol tasviri keltirilgan.

Ko'pyoqliklarning muhim xossalaridan birini Eyler quyidagicha bayon etgan:

Eyler teoremasi. Har qanday qavariq ko'pyoqlikda yoqlar bilan uchlar sonining yig'indisidan qirralar sonining ayirmasi ikkiga teng bo'ladi (ya'ni $YO+U-Q=2$).

Muntazam ko'pyoqliklar

<p><u>Tetraedr (13-rasm)</u></p> 	<p><u>Dodekaedr (14-rasm)</u></p> 	<p><u>Kub</u> – <u>gekksaedr</u> (15-rasm)</p> 
---	--	---

- Ko‘pyoqliklar texnikada turli ko‘rinishdagi mashina detallari, ko‘pyoqli linzalar yasashda, hamda arxitektura va qurilish ishlarida keng ishlatiladi. Masalan, devor va poydevor bloklari, tom, ko‘priklarning temir-beton panellari va inshootning boshqa qismlari ko‘pyoqliklardan iborat bo‘ladi. Ko‘pyoqliklardan yana «*geodezik*» gumbazlar yasashda, keng oraliqli binolarni ustunsiz yopishda keng foydalaniladi. Qadimiy binolarda esa gumbaz, gumbaz osti, bino gumbazidan prizmatik qismiga o‘tish joylarida bezak-ornament sifatida ham qo‘llanilgan.

- **Nazorat savollari**

- Tekis va fazoviy egri chiziqlarning farqi nimada?
- Egri chiqqa urinma deb nimaga aytiladi.
- Egri chiziqning egriligi deb nimaga aytiladi?
- Egri chiziqning evolyutasi deb nimaga aytiladi?

Adabiyotlar:

- Sh.K.Murodov, Amaliy geometriya, TDPU-2020
- Sh.K.Murodov va boshqalar, Chizma geometriya, T.:, “Iqtisod-moliya”,, 2006
- I.Rahmonov, A.Valiyev. Chizmachilik, “Vorish-nashriyot” T.:,2011
- A.Valiyev. Chizmachilik (Geometrik chizmachilik) T.:, TDPU ruzografi, 2013.
- M.Xalimov. Chizma geometriya va muhandislik grafikasi.:, “Vorish-nashriyot”, 2013.