

**O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi
“Toshkent irrigatsiya va qishloq xo’jaligini mexanizatsiyalash
muhandislari instituti” Milliy tadqiqot universiteti**

“Amaliy geometriya”

**70111202-Muhandislik grafikasi va dizayn nazariyasi
Magistratura yo’nalishi magistrantlari uchun**

Ma’ruzachi: t.f.d. professor Kuchkarova D.F.

Mavzu №1. Kirish. Geometrik shakllarning holat va shakl parametrlarini aniqlash haqida umumiy tushunchalar. (2-coat).

Reja:

- Asosiy geometrik tushunchalar va shakllar geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri shakl (figura) lardir.
- Proeksiyalash usullari
- Markaziy proyeksiyalashning xossalari
- Parallel proyeksiyalash usuli
- Parallel proyeksiyalashning xossalari
- To‘g‘ri burchakli proyeksiyalash

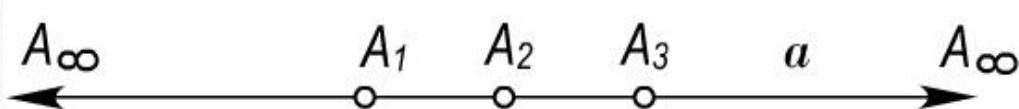
- Chizma geometriya umumiyligi geometriyaning bir shoxobchasi bo'lib, u narsalarni tasvirlash usullari yordamida ularning shakllari, o'lchamlari va o'zaro joylashishlariga tegishli pozision va metrik masalalarini yechishni o'rganadi.
- Chizma geometriya boshqa geometriyalardan o'zining asosiy usuli tasvirlash usuli bilan farq qiladi va u matematika fanlari bilan uzviy bog'liq bo'lib, umumtexnika fanlaridan hisoblanadi. U o'zining tasvirlash usullari yordamida o'quvchining fazoviy tasavvurini kengaytiradi. Tasvirlarni yasash va oldindan yasalgan tasvirlarni o'qiy bilish, hamda amaliyotdagi turli muhandislik masalalarini yechishga yordam beradi. Chizma geometriya qonun va qoidalari bilan nafaqat mavjud narsalarni, balki tasavvur qilinadigan narsalarni ham tasvirlashi mumkin.
- **Chizma geometriya fanida quyidagilar o'rganiladi:**
 - Fazoviy shakllarning tekislikdagi tasvirlarini, ya'ni tekis modellari (chizmalari) ni yasash usullari;
 - Tekis chizmada geometrik masalalarini grafik yo'l bilan yechish usullari;
 - Shakllarning berilgan tekis chizmalari bo'yicha ularning fazoviy ko'rinishini va vaziyatini tasavvur qilish hamda ularning yaqqol tasvirlarini yasash usullari;
 - Geometrik shakllarning chizmalarini bajarish va o'qish orqali o'quvchining fazoviy tasavvurini rivojlantirish usullari.

Asosiy geometrik tushunchalar va shakllar geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri shakl (figura) lardir.

Ta’rif. Har qanday tartibda joylashgan nuqtalar to‘plami geometrik shakl (figura) deyiladi.

- Geometrik shakllarni tashkil qiluvchi nuqtalar to‘plami bir nechta va cheksiz ko‘p nuqtalardan tuzilgan bo‘lishi mumkin.
- Geometrik shakllar juda ko‘p. Ammo shulardan eng asosiylari to‘g‘ri chiziq va tekislikdir. Nuqtalar, to‘g‘ri chiziqlar va tekisliklar orasida ma’lum munosabat o‘rnatalgan bo‘lib, buni yotishlilik yoki *tegishlilik* deb yuritiladi. Masalan, A nuqta a to‘g‘ri chiziqqa tegishli – $A \in a$; A nuqta P tekislikka tegishli – $A \in P$; a to‘g‘ri chiziq P tekislikka tegishli – $a \in P$ va xokazo.
- **Nuqta.** Nuqta eng boshlang‘ich geometrik tushuncha bo‘lib, u hajmsiz, yuzasiz, uzunlikka ega bo‘lmagan geometrik element deb qabul qilingan. Nuqtani chizmalarda shartli ravishda kichkina aylanacha ko‘rinishida belgilanadi.

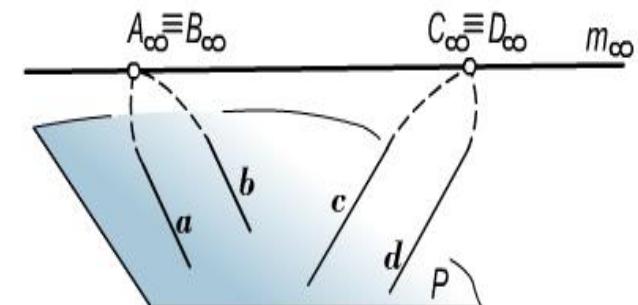
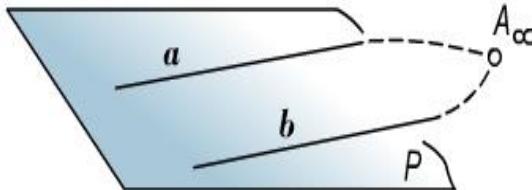
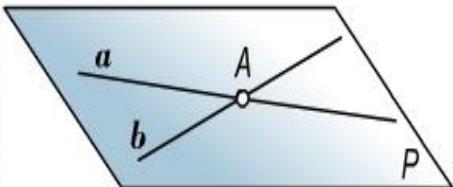
- **To‘g‘ri chiziq.** Berilgan ikki nuqtadan o‘tgan yagona geometrik shakl bu faqat to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. To‘g‘ri chiziqni bitta nurda yotuvchi nuqtalar to‘plami deb ham qarash mumkin. To‘g‘ri chiziqning uzunligini haqiqiy miqdor bilan o‘lchash mumkin emas. To‘g‘ri chiziq uzunligi cheksiz (∞) miqdordir. To‘g‘ri chiziq ikki nuqta bilan chegaralansa, to‘g‘ri chiziq kesmasi hosil bo‘ladi. To‘g‘ri chiziq kesmasi haqiqiy miqdor o‘lchoviga egadir.
- To‘g‘ri chiziq ustidagi nuqtalar to‘plamini ikki qismga – xos (chekli) va xosmas (cheksiz) nuqtalarga ajratish mumkin:
 - Xos A_1, A_2, A_3, \dots nuqtalarni berilgan a to‘g‘ri chiziq ustida belgilab yoki tanlab bo‘ladi (1-rasm).
 - Cheksiz uzoqlikda joylashgan xosmas A_∞ nuqtalarni a to‘g‘ri chiziq ustida belgilab yoki tanlab bo‘lmaydi.
 - Har bir to‘g‘ri chiziqda faqat bitta xosma nuqta mavjuddir.



Tekislik. Tekislik ustida cheksiz ko‘p nuqtalar va to‘g‘ri chiziqlar mavjuddir.

Shunga ko‘ra, tekislikni nuqtalar yoki to‘g‘ri chiziqlar to‘plamidan iborat deb qarash mumkin. Aniq sonli nuqtalar yoki to‘g‘ri chiziqlar berilganda tekislik berilgan hisoblanadi.

- Xos to‘g‘ri chiziqlarni tekislikda chizish va vaziyatini belgilash mumkin (2,a-rasm).
- Tekislikka tegishli bo‘lgan har qanday ikki to‘g‘ri chiziq umuman kesishadi. Agar bu to‘g‘ri chiziqlar o‘zaro parallel bo‘lsalar, u holda ular xosmas nuqtada (2,b-rasm), agar parallel bo‘lmasalar, u holda xos nuqtada (2,a-rasm) kesishadilar.
- Tekislikning xosmas chizig‘i tekislikda yotuvchi ikki ixtiyoriy to‘g‘ri chiziqning xosmas nuqtalarini tutashtirish bilan hosil qilinadi (2,v-rasm).

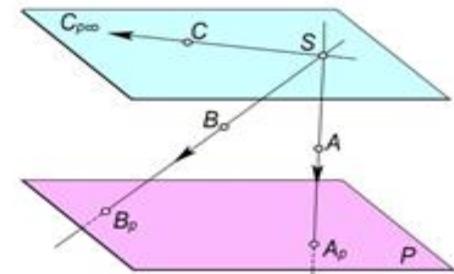


Proeksiyalash usullari

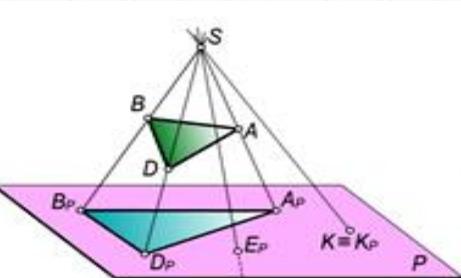
- Muhim geometrik tushunchalardan biri – shakllarni tasvirlashdir. Geometrik tasvirlash bu biror F shaklning nuqtalari bilan ikkinchi F shaklning nuqtalari orasida bir qiymatli moslik o‘rnatishdir.
- Chizma geometriyada uch o‘lchamli R_3 fazoning (tekislikning) har bir nuqtasini ikki o‘lchamli R_2 fazoning (tekislikning) har bir nuqtasiga aniq grafik qoidalar asosida mos keltirib, bir qiymatli moslik o‘rnatiladi. Shuning uchun chizma geometriyani fazoni tekislikda aks ettiruvchi grafik tasvirlash geometriyasi deb yuritish mumkin.
- Geometrik fazoni nuqtalar to‘plami deb qaralib, ularni proyeksiyalash yo‘li bilan tekislikda aks ettiriladi. Masalan, fazoda biror S nuqta tanlab, shu nuqtani fazoning hamma nuqtalari bilan birlashtiriladi. Unda markazi S nuqtada bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar dastasi hosil bo‘ladi. Shu fazoda biror P tekislikni kiritamiz. Unda S markazli chiziqlar dastasi bilan P tekislik kesishib, nuqtalar to‘plamini hosil qiladi. Tekislikdagi bu nuqtalarni fazodagi nuqtalarning tasviri (proyeksiyasi) deb yuritiladi. Bunda fazodagi nuqtalari bilan P tekislik nuqtalar orasida bir qiymatli moslik o‘rnatiladi. Agar S markazli chiziqlar dastasi fazosiga biror sirt kiritilsa, u holda bu sirda fazodagi nuqtalarning tasviri hosil bo‘ladi va fazo nuqtalari bilan sirt nuqtalari orasida bir qiymatli moslik o‘rnatiladi.

- Markaziy proyeksiyalash usuli geometrik shakllarni tekislikda proyeksiyalashning umumiy holidir.
- Markaziy proyeksiyalashda proyeksiyalar markazi S va proyeksiyalar tekisligi P beriladi (1.1-rasm). S va P sistemasida fazodagi biror A nuqta berilgan bo'lsin. A nuqtani S markaz orqali proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalaymiz. Buning uchun S markaz bilan A nuqtani to'g'ri chiziq orqali birlashtirib, uni davom ettiramiz. Hosil bo'lgan SA proyeksiyalovchi nur proyeksiyalar tekisligi P bilan A_p nuqtada kesishadi (ya'ni $A_p = SA \cap P$). Bunda A_p nuqta A nuqtaning S markaz bo'yicha proyeksiyalar tekisligidagi markaziy proyeksiyasi deb yuritiladi.
- Fazodagi ikkinchi biror ixtiyoriy B nuqta ham A nuqta singari proyeksiyalanib, $SB \cap P = B_p$ nuqtaning P proyeksiyalar tekisligidagi vaziyati aniqlanadi. Agar biror S nuqtani P proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalovchi SS nur P tekislikka parallel bo'lsa ($SS \parallel P$), u holda bu nur P tekisligi bilan cheksiz uzoqlikda kesishib, S_{P_∞} xosmas nuqtani hosil qiladi. SA, SB, SS, ... to'g'ri chiziqlar proyeksiyalovchi nurlar deb yuritiladi.
- Fazodagi biror nuqtalar to'plamini proyeksiyalash markazi S orqali P proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalanganda S markazli to'g'ri chiziqlar dastasi hosil bo'ladi. Bu dastani proyeksiyalar tekisligi P bilan kesishuvidan hosil bo'lgan nuqtalar to'plami fazodagi ma'lum bir nuqtalar to'plamining tasviri bo'ladi. Masalan, ABD uchburchakning markaziy proyeksiyasi $A_p B_p D_p$ uchburchak bo'ladi (1.2-rasm).

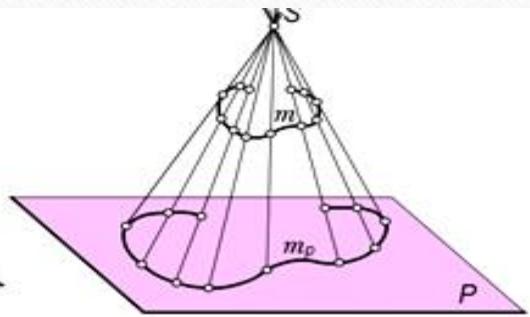
- Proyeksiyalar tekisligining ostida joylashgan E nuqtaning E_P proyeksiyasi $SE \cap P = E_P$ bilan aniqlanadi. Proyeksiyalar tekisligida yotgan K nuqtaning K_P markaziy proyeksiyasi nuqtaning o‘zi bilan ustma-ust ($K \equiv K_P$) tushadi.
- Markaziy proyeksiyalash konusli yoki qutbli proyeksiyalash, yoxud perspektiva deb ham yuritiladi. Masalan, markaziy proyeksiyalash apparatida biror m egri chiziq berilgan bo‘lsin (1.3-rasm). m egri chiziqning nuqtalari to‘plamini proyeksiyalar tekiligiga S markaz orqali proyeksiyalansa, uning proyeksiyasi m_P egri chiziq hosil bo‘ladi. U holda S markazdan o‘tuvchi proyeksiyalovchi nurlar to‘plami konus sirtini hosil qiladi.
- Markaziy proyeksiyalashda proyeksiyalash markazi va buyumning proyeksiyasiga qarab uning fazodagi vaziyatini aniqlab bo‘lmaydi.
-



1.1-rasm.



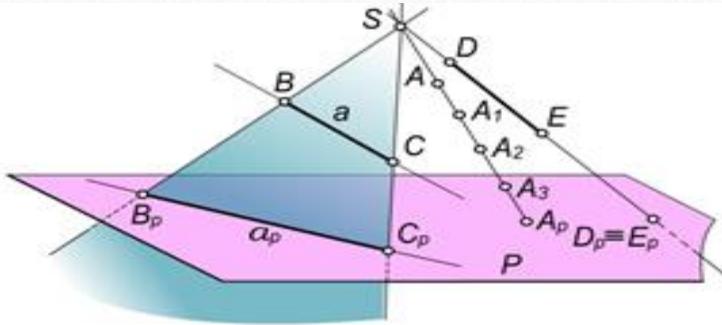
1.2-rasm.



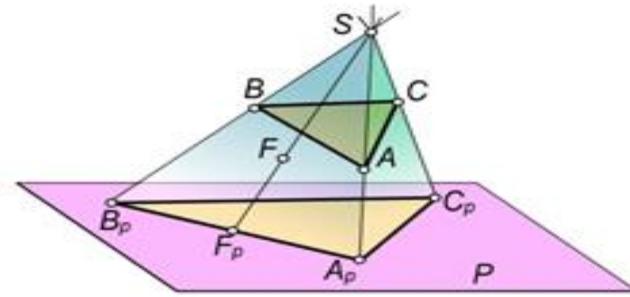
1.3-rasm

Markaziy proyeksiyalashning xossalari

- **1-xossa.** Nuqtaning markaziy proyeksiyasi nuqta bo‘ladi.
- **2-xossa.** SA nurda yotuvchi A, A_1, A_2, A_3, \dots nuqtalarning markaziy proyeksiyalari A_P nuqta bilan ustma-ust tushadi(1.4- rasm).
- **3-xossa.** Proyeksiyalash markazidan o‘tmaydigan to‘g‘ri chiziq kesmasining proyeksiyasi kesma bo‘ladi.
- Biror a to‘g‘ri chiziq BS kesmasi orqali berilgan bo‘lsin (1.4-rasm) BS kesma S markaz orqali proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalanganda SBS proyeksiyalovchi tekislik hosil bo‘ladi. Bu proyeksiyalovchi tekislik P bilan $B_P S_P$ kesma bo‘yicha kesishadi. $B_S \in a$ bo‘lgani uchun $B_P S_P \in a_P$ bo‘ladi.
- Proyeksiyalash markazi S dan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning markaziy proyeksiyasi nuqta bo‘ladi. Masalan, DE to‘g‘ri chiziq kesmasining markaziy proyeksiyasi $D_P \equiv E_P$ nuqta bo‘ladi (1.4-rasm).
- **4-xossa.** S markazdan o‘tmaydigan tekislikning markaziy proyeksiyasi tekislik bo‘ladi.Masalan,ABS uchburchak tekisligining nuqtalar to‘plamini S markaz bo‘yicha proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalanganda (1.5-rasm) SABS proyeksiyalovchi piramida xosil bo‘ladi. Bu piramidaning proyeksiyalar tekisligi P bilan kesishuvidan $A_P B_P S_P$ uchburchak hosil bo‘ladi.
- S markazdan o‘tuvchi tekislik va unga tegishli geometrik shakllarning markaziy proyeksiyalari bitta to‘g‘ri chiziqqa proyeksiyalanadi. Masalan, SAB tekisligi va unga tegishli F nuqtaning proyeksiyasi $A_P F_P B_P$ kesmada bo‘ladi (1.5-shakl).



1.4-rasm.



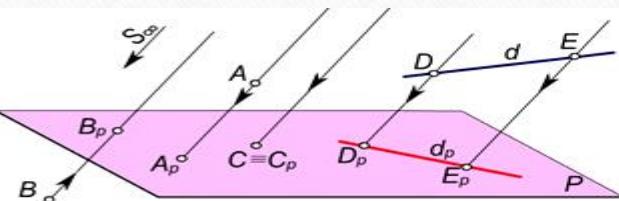
1.5-rasm

- **5-xossa.** Agar biror tekis shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, uning proyeksiyasi o'ziga o'xshash shakl bo'ladi.
- **6-xossa.** S proyeksiyalash markazidan o'tuvchi va proyeksiyalar tekisligi P ga parallel bo'lgan nurlar ustidagi nuqtalarning markaziy proyeksiyasi P ning xosmas chizig'i ustida bo'ladi.
- Markaziy proyeksiyalashda S markaz, proyeksiyalar tekisligi P va proyeksiyalanuvchi shaklning o'zaro vaziyatlariga ko'ra quyidagi xossalarni keltirish mumkin.
- **7-xossa.** Proyeksiyalanuvchi shaklning proyeksiyalar markazi bilan proyeksiyalar tekisligiga nisbatan joylashuviga qarab uning proyeksiyasi o'ziga nisbatan katta yoki kichik bo'lishi mumkin.

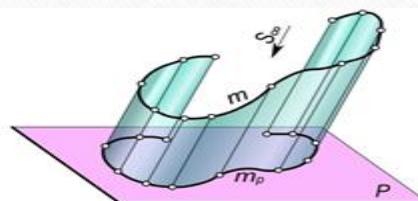
Parallel proyeksiyalash usuli

- Parallel proyeksiyalashda proyeksiyalar tekisligi P va proyeksiyalash yo‘nalishi beriladi. P va S sistemasida fazodagi biror A nuqta berilgan bo‘lsin (1.6-rasm). Bu nuqtaning proyeksiyasini yasash uchun A nuqtadan s yo‘nalishga parallel qilib nur o‘tkaziladi. Bu nurning proyeksiyalar tekisligi P bilan kesishgan nuqtasi A_p bo‘ladi. A_p nuqtani fazodagi A nuqtaning s yo‘nalish bo‘yicha P dagi parallel proyeksiyasi deb yuritiladi. Proyeksiyalar tekisligining ostida joylashgan fazodagi ixtiyoriy biror B nuqtaning s yo‘nalish bo‘yicha parallel proyeksiyasi B_p bo‘ladi. Bunda B va A nuqtalarning proyeksiyalovchi nurlari o‘zaro parallel bo‘lib, faqat ularning yo‘nalishlari qarama-qarshidir. AA_p , BB_p to‘g‘ri chiziqlar proyeksiyalovchi nurlar deb yuritiladi. Proyeksiyalar tekisligi P ga tegishli S nuqtaning proyeksiyasi shu nuqtaning o‘zida bo‘ladi. Fazodagi ixtiyoriy d to‘g‘ri chiziqni proyeksiyalar tekisligi P ga s yo‘nalish bo‘yicha proyeksiyalash uchun shu to‘g‘ri chiziq ustidagi istalgan ikki D va E nuqtalar proyeksiyalari yasalsa kifoyadir (1.6-rasm). Bunda d to‘g‘ri chiziq nuqtalari orqali o‘tuvchi parallel nurlar to‘plami proyeksiyalovchi tekislikni hosil qiladi.

- Parallel proyeksiyalashda s proyeksiyalash yo‘nalishning berilishi shartdir. Chunki s proyeksiyalash yo‘nalishi berilmagan holda ixtiyoriy A nuqtaning P proyeksiyalar tekisligidagi proyeksiyasini cheksiz ko‘p hosil qilish mumkin.
- Buyumning birgina parallel proyeksiyasi uning fazodagi ko‘rinishi va uning o‘lchamlari haqida to‘liq ma’lumot bera olmaydi. Buning uchun qo‘sishimcha shartlar berilishi lozim.
- Parallel proyeksiyalashni silindrik proyeksiyalash deb ham yuritiladi. Masalan, biror m egri chiziq berilgan bo‘lsin (1.7-rasm). Bu egri chiziq nuqtalaridan o‘tuvchi s proyeksiyalash yo‘nalishiga parallel bo‘lgan proyeksiyalovchi nurlar to‘plami silindrik sirt hosil qiladi. Bu silindrik sirt proyeksiyalar tekisligi P bilan kesishib, m_P egri chiziqni hosil qiladi.



1.6-rasm .



1.7-shakl

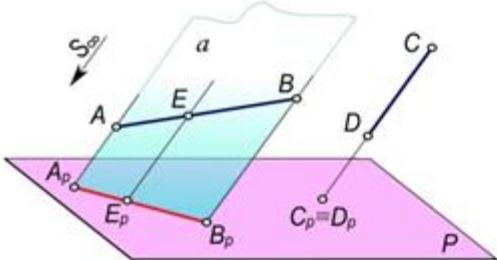
Parallel proyeksiyalash ikki xil bo‘ladi:

- Qiyshiq burchakli parallel proyeksiyalash. Bunda S proyeksiyalash yo‘nalishi P proyeksiyalar tekisligi bilan o‘tkir yoki o‘tmas burchak tashkil qiladi.
- To‘g‘ri burchakli parallel proyeksiyalash. Bunda proyeksiyalash yo‘nalishi S proyeksiyalar tekisligi P ga perpendikulyar bo‘ladi.

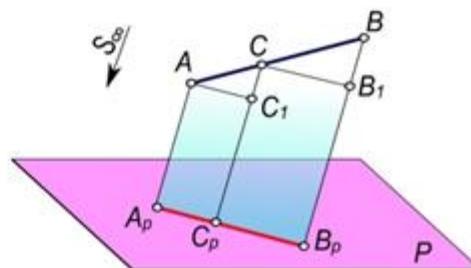
Parallel proyeksiyalashning xossalari

- Geometrik shakllarni parallel proyeksiyalashning quyidagi xossalari mavjud:
- **1-xossa.** Nuqtaning parallel proyeksiyasi nuqta bo‘ladi.
- **2-xossa.** Proyeksiyalovchi nurda yotuvchi barcha nuqtalarning proyeksiyalari bitta nuqtada bo‘ladi.
- **3-xossa.** Proyeksiyalash yo‘nalishiga parallel bo‘lmagan to‘g‘ri chiziqning proyeksiyasi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. Masalan, 1.8-rasmda s proyeksiya yo‘nalishiga parallel bo‘lmagan AB to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisligi P ga parallel proyeksiyalangan. Bunda AB kesma nuqtalaridan o‘tuvchi nurlar proyeksiyalovchi Q tekislikni hosil qiladi. Bu proyeksiyalovchi tekislik bilan P proyeksiyalar tekisligi A_pB_p kesma bo‘yicha kesishadi.
- Proyeksiyalash yo‘nalishiga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning parallel proyeksiyasi nuqta bo‘ladi. 1.8-rasmda SD to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiya yo‘nalishi s ga parallel. Uning P dagi proyeksiyasi $S_p \equiv D_p$ nuqta bo‘ladi.
- **4-xossa.** AB to‘g‘ri chiziq kesmasiga tegishli E nuqtaning parallel proyeksiyasi E_p shu to‘g‘ri chiziq proyeksiyasi A_pB_p kesmaning ustida bo‘ladi (1.8-rasm).

- **5-xossa.** Agar nuqta to‘g‘ri chiziq kesmasini biror nisbatda bo‘lsa, bu nuqtaning proyeksiyası ham kesma proyeksiyasini shunday nisbatda bo‘ladi.
- Biror S nuqta AB kesmani $AS:SB = r:q$ nisbatda bo‘lsa, unda S_p nuqta A_pB_p kesmani ham $A_pS_p:S_pB_p = r:q$ nisbatda bo‘ladi (1.9-rasm).
- AB to‘g‘ri chiziq kesmasini s yo‘nalish bo‘yicha proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalaymiz. Bunda proyeksiyalovchi tekislik bilan proyeksiyalar tekisligi P kesishib, A_pB_p kesmani hosil qiladi. Unda 4-xossaga asosan $S \in AB$ bo‘lgani uchun $S_p \in A_pB_p$ bo‘ladi.



1.8-rasm.

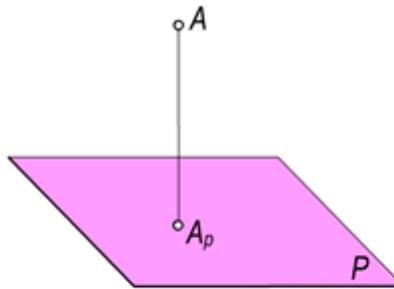


1.9-rasm

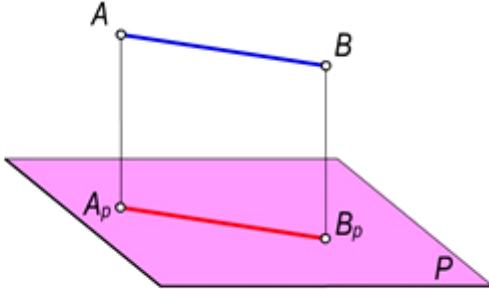
To‘g‘ri burchakli proyeksiyalash

Ta’rif. Proyeksiyalovchi nur proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo‘lsa, bunday parallel proyeksiyalashni **to‘g‘ri burchakli proyeksiyalash** deyiladi.

- To‘g‘ri burchakli proyeksiyalashni **ortogonal proyeksiyalash** deb ham yuritiladi.
- Ortogonal proyeksiyalashda proyeksiyalovchi nur yo‘nalishi ko‘rsatilmaydi. Masalan, proyeksiyalar tekisligi P va fazodagi biror A nuqta berilgan bo‘lsin. A nuqtani P tekislikka ortogonal proyeksiyalash uchun A nuqtadan (1.12-rasm) perpendikulyar tushiriladi. Bu perpendikulyarning P tekislikdagi asosi A_P nuqta fazodagi A nuqtaning ortogonal proyeksiyasi bo‘ladi.

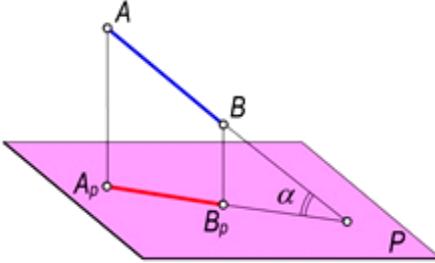


1.12-rasm

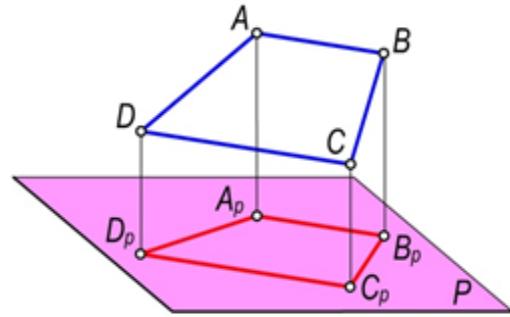


1.13-rasm

- To‘g‘ri burchakli proyeksiyalashda geometrik shakl fazoda proyeksiyalar tekisligiga nisbatan ixtiyoriy holatda joylashgan bo‘lsa, uning proyeksiyasida shaklning metrik (uzunligi, burchagi va boshqa) o‘lchamlari o‘zgaradi. Masalan, ortogonal proyeksiyalashda to‘g‘ri chiziq kesmasining proyeksiyasi o‘zidan kichik yoki teng bo‘ladi:
- Agar to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lsa, uning proyeksiyاسining uzunligi kesmaning fazodagi uzunligiga teng bo‘ladi (1.13-rasm).
- Agar to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lmasa, uning proyeksiyасining uzunligi o‘zidan kichik bo‘ladi, ya’ni $A_pB_p < AB$ bo‘lib, $AB = A_pB_p / \cos \alpha$ bo‘ladi. Bunda $\alpha = AB^P$ (1.14-rasm).



1.14-rasm



1.15-rasm

- Fazoda berilgan biror $ABSD$ trapesiya (1.15-rasm) proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lmasa, uning burchaklari va tomonlarining haqiqiy o‘lchamlari saqlanib qolmaydi. Lekin trapesiyaning $A_P B_P S_P D_P$ proyeksiyasi orasidagi ayrim xususiyatlari o‘zgarmaydi. Masalan, trapesiyaning bir-biriga parallel bo‘lgan AB va SD asoslarining $A_P B_P$ va $S_P D_P$ proyeksiyalari ham o‘zaro parallel bo‘ladi. Geometrik shakllarning proyeksiyalish jarayonida o‘zgarmagan xususiyatlari ularning ***invariant xossalari*** deb yuritiladi.

Adabiyotlar:

- U.T. Rixsiboyev va boshq. «Chizma geometriya va muxandislik grafikasi» “Tafakkur qanoti”. Toshkent, 2019y. Darslik-384 bet.
- Xalimov M.K. «Chizma geometriya va muxandislik grafikasi» Toshkent, 2013y.
- Murodov Sh.K. “Gidrotexnikalar uchun chizma geometriya kursi” – T: O’qituvchi, 1998 y.
- Murodov Sh.K. “Chizma geometriya kursidan ma’ruzalar to’plami”. – T: TIMI 2004 y.