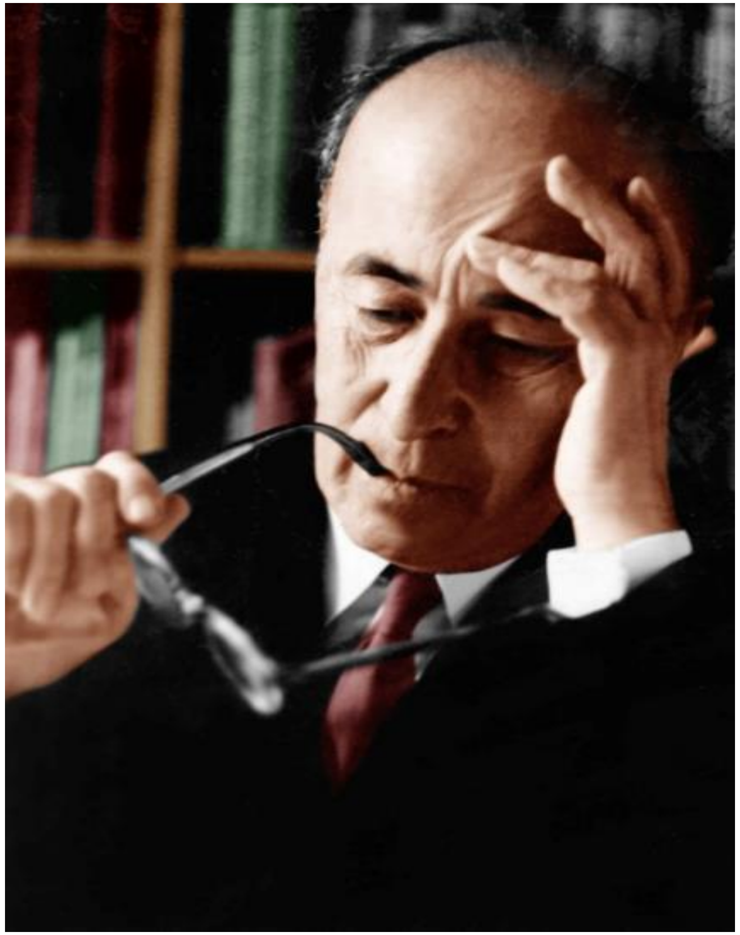
Mavzu: Matematika fani rivoji.

Toshmuhammad Niyozovich Qori-Niyoziy



Mashhur olim va ijtimoiy fan arbobi, o’zbek maktabining asoschisi va unga birinchi darslikni yaratuvchi, birinchi akademik va O’zSSR FA ning birinchi rahbari Toshmuhammad Niyozovich Qori-Niyoziy 1897 yilda Xodjand shahrida kosib oilasida tug’ilgan.

T.N. Qori-Niyoziy hayotning katta maktabligini bildi, xalqning orasidagi urf-odatlarni, borliqni yaxshi o'rgandi.

U og'ir, lekin shuhratli yo'lni bosib o'tdi.

T.N. Qori-Niyoziyning mehnat faoliyati erta boshlandi. U 1917 yilda 20 yoshida Farg'onada **birinchi o'zbek** maktabini tashkil etdi.

1920 yilning oxirida barpo etilgan maktabning va o’qituvchilik kurslari negizida u Qo’qonda pedagogika texniku-mini tashkil etdi. Bu esa, shu yillari Farg’onada pedagogik kadrlarni tayyorlash bo’yicha muhim markaz sanalardi.

1924-yili pedagogik texnikumning birinchi bitiruvchilari bitirib chiqdi. Chunki, birinchi bitiruvchilar oni o’n uch kishi- “o’n uch qaldirg’och” edi edi.

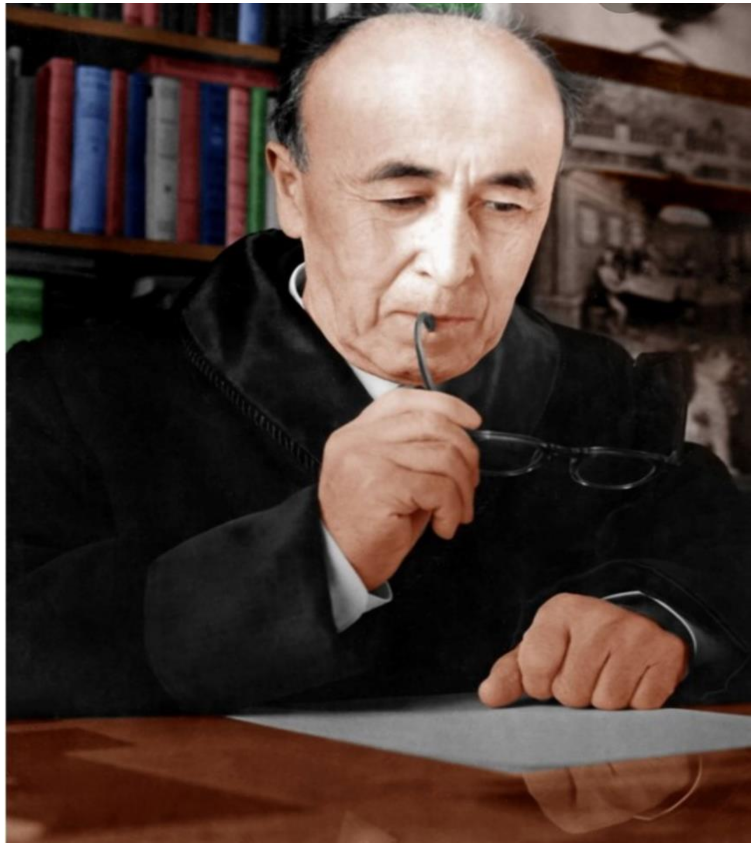
Bu o’n uchta qaldirg’ochni uchishga T.N. Qori-Niyoziy tayyorlagan.

U o’zbeklar orasida O’ODU(O’rta Osiyo Davlat Universiteti) fizika-matematika fakultetiga birinchilardan bo’lib o’qishga kirdi va 1930-yili o’qishni muvaffaqiyatli tugatdi.

1931 yildan 1933 yilgacha universitetning rektori lavozimida ishlaydi.

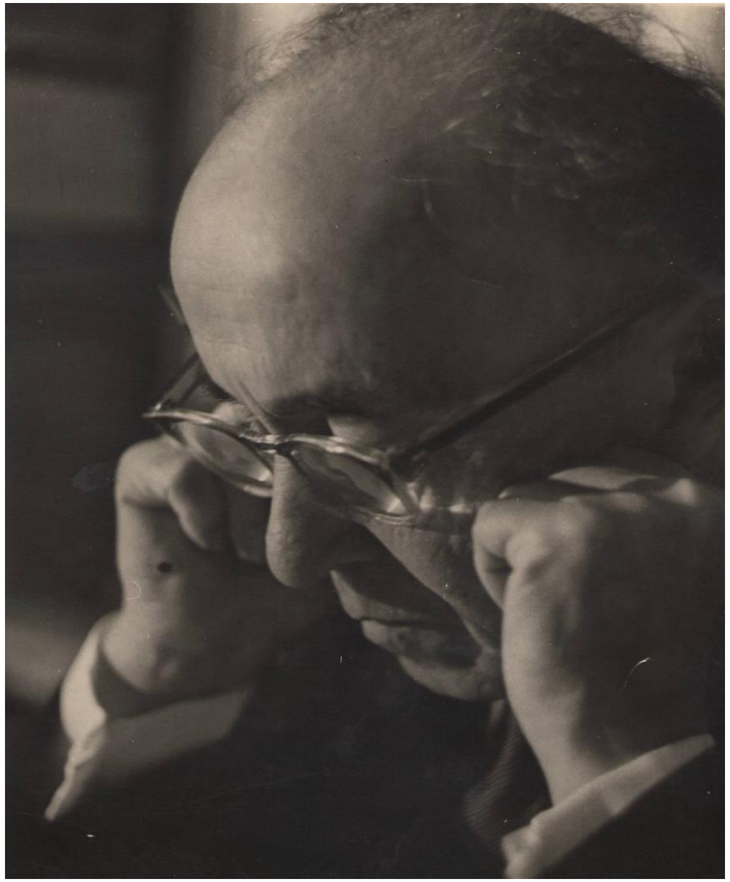
Qori-Niyoziyga o’zbeklardan **birinchi bo’lib 1931- yili professor unvoni berildi**, 1939-yilda esa fizika-matematika fanlari doktori ilmiy darajasi berildi.

1939-1943 yillar davomida T.N.Qori-Niyoziy O’zbekistonning jamoatchilik, madaniyat, maorif va jamoatchilik hayotida muvaffaqiyatli joriy etgan va kiril yozuviga asoslangan yangi o’zbek alifbosini qayta ishlashga rahbarlik qildi.



1946 yildan boshlab T.N. Qori-Niyoziy doimiy ravishda TIQXMMI (Toshkent irrigatsiya va qishloq xo’jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti) oliy matematika kafedrasi mudiri bo’lib ishladi.

T.N. Qori-Niyoziy o’zbek
matematika terminologiyasi,
oliy va o’rta o’quv muassalari
uchun haqiqiy matematik adabiyotlar
asoschisi hamda fan tarixi bo’yicha
yirik mutaxassis hisoblanadi.
Uning uch yuzdan ortiq ilmiy ishlari
nashr qilingan,



jumladan, fan sohasida olamshumul ixtiro sifatida chuqur tan olingan “Ulug’bekning astronomiya maktabi” monografiyasi 1952 yilda davlat mukofotiga sazovor bo’ldi.

T.N. Qori-Niyoziyning “Ulug’bekning astronomiya maktabi” nomli kitobi birinchi marta 1950 yilda Moskvada SSSR Fanlar Akademiyasida (rus tilida) chop etildi.

T.N. Qori-Niyoziy butun umrini ilm va madaniyatga xizmat qilishga bag'ishlagan. U jamiyat ijtimoiy va siyosiy hayotida faol ishtirok etgan,

yoshlar tarbiyasiga ko'p kuch

va quvvat sarflagan.

1937-1940-yillarda T.N. Qori-Niyoziy

O'zbekiston XKK qoshidagi

Fanlar qo'mitasi prezidumining raisi,

O'zbekistondagi SSSR FA filiali

raisi bo'lgan.

1937-1943 yillarda-O’zSSR XKK raisining fan, madaniyat va san’at bo’yicha muovini.

1943 yili akademiklikka saylangan va 1943-1947 yillarda O’zbekiston Fanlar Akademiyasi birinchi raisi bo’lgan. Toshmuhammad Niyozovich Qori-Niyozov 1970 yil 17 martida Toshkent shahrida vafot etgan.

T.N. Qori-Niyoziy vafotidan keyin “Oliy matematika” kafedrasi mudiri lavozimida ularning shogirdi E.F.Fayziboev tayinlandi. 1970 yildan 2012 yilgacha kafedraga professor

E.F.Fayziboev rahbarlik qildi.E.F.Fayziboev

100 dan ortiq ilmiy va ilmiy-metodik ishlar,

shu jumladan 2 ta o‘quv qo‘llanma chop

ettirgan. E.Fayzibaev 1958 yili O‘rta Osiyo

Davlat Universitetini «matematika»

ixtisosligi bo‘yicha tugatgan va Toshkent irrigatsiya va qishloq xo‘jaligini mexanizatsiyalashtirish institutiga ishga yuborilgan.

E.F.Fayziboev o‘z mehnat faoliyatini Toshkent qurilish texnikumida (1956-1959) o‘qituvchilikdan boshlagan. 1958-59 yillarda TIQXMII «Oliy matematika» kafedrasi assistenti, 1959-62 – yillarda Ukraina FA matematika instituti aspiranti (Kiev), 1962 – 1966 yillarda O‘zbekistan FA Matematika instituti katta ilmiy xodimi (1981-1987) – Umuminjenerlik fakulteti dekani, (1989-1996)-Umuminjenerlik markazi prorektori va 1970 yildan 1912 yilgacha «Oliy matematika» kafedrasi mudiri lavozimlarida ishlagan.

2012 yildan hozirgi kunga qadar kafedraga t.f.d. B.A.Xudayarov rahbarlik qilmoqda.

Sarimsoqov Toshmuhammad Aliyevich

Fizika-matematika fanlari doktori, matematik-olim, Sarimsoqov Toshmuhammad Aliyevich 1915 yilda Andijon viloyati Shahrixon qishlog'ida tavallud topgan. U O'zbekiston Fanlar akademiyasi asoschilaridan biri, fan va ta'lim faollaridan biri, jamoat arbobi. O'zbekiston fanlar akademiyasi akademigi(1943), Mehnat qahramoni (1990). Fizika matematika fanlari doktori (1942), professor (1942).

1936 yilda O’rta Osiyo Davlat universitetini tugatgan. Shu universitetda assistant, dotsent, professor va kafedra mudiri, universitet rektori, O’zbekiston fanlar akademiyasi vitse-prezidenti(1943-1946), prezidenti(1946-1952), O’zbekiston Oliy va O’rta maxsus ta’lim vaziri(1959-1971).

T. A. Sarimsoqovning ilmiy ishlari ehtimollar nazariyasi geofizika metereologiyasiga bag’ishlangan. Topologiya va funksional analiz bo’yicha Toshkent ilmiy maktab asoschisi. “Buyuk xizmatlari uchun” ordeni bilan mukofotlangan (2002). T. A. Sarimsoqov 1995 yilda Toshkent shahrida vafot etdi.

Sirojiddinov Sa’di Hasanovich

Matematik olim va jamoat arbobi, O’zbekiston fanlar akademiyasi akademigi Sa’di Hasanovich Sirojiddinov 1920 yilda Qo’qon shahrida tug’ilgan. 1942 yilda O’rta Osiyo Davlat universitetini tugatgan. Moskva universitetida katta ilmiy xodim (1953-56). 1956 yildan O’rta Osiyo Davlat universitetida professor, 1958 yildan kafedra mudiri, O’zbekiston Fanlar akademiyasi matematika instituti direktori(1957-67), ToshDU rektori(1966-70; 1983-87), O’zbekiston Fanlar akademiyasi vitse-prezidenti(1970-1983) bo’lib ishlagan.

S.H.Sirojiddinov ilmiy ishlari ko’p o’zgaruvchili klassik ko’phadlarning muhim xossalariga bag’ishlangan. Sirojiddinovning Markov zanjirlari uchun limit teoremalarini umumlashtirish va asimptotik yoyilmalar sohasidagi tadqiqotlari 50-yillarda Toshkent matematika maktabinining yuksalishiga olib keldi.

S.H.Sirojiddinov 1988 yilda Toshkent shahrida vafot etdi.

Mahmud Salohitdinovich Salohitdinov (1933-2018 Namangan shahri)-matematik olim, O’zbekiston Fanlar akademiyasi akademigi(1974), O’zbekistonda xizmat ko’rsatgan fan arbobi(1984), fizika-matematika fanlari doktori(1967), professor(1969). Ilmiy ishlari chiziqli

bo’lmagan xususiy hosilali differentsial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini hal qilishga, chegarada buziladigan differentsial tenglamalar uchun qo’yilgan chegaraviy masalalar nazariyasini rivojlantirdi.

Shavkat Abdullayevich Ayupov (1952.09.14, Toshkent)- matematik olim, O'zbekiston Fanlar akademiyasi akademik(1995),fizika-mat, fanlari doktori, professor(1985).

Ilmiy ishlari funksional analiz va uning zamonaviy tarmoqlaridanbiri hisoblangan operatorlar algebralari nazariyasiga A.Yordan algebralari sohasida nazariy va tadbiqiy yo'nalishda yirik tadqiqotlarni amalga oshirdi.

Shavkat Orifjonovich Alimov (1945.2.3, Nukus)-matematik olim, O'zbekiston Fanlar akademiyasi akademik(2000), fizika-mat, fanlari doktori(1973),

professor (1974). Moskva davlat

universitetini tugatgan(1967).

SamDU rektori(1985-87),

ToshDU rektori(1987-89),

O'zbekiston Respublikasi Oliy va

o'rta maxsus ta'lim vaziri(1990-91).

Tashqi ishlar vaziri o'rinbosari(1994-95).

Asosiy ilmiy ishlari matematik fizikaning xususiy hosilali differentsial tenglamalari muammolariga,xususan o’z o’ziga qo’shma elliptik operatorlarning spectral nazariyasiga, differentsial va integral tenglamalar muammolariga bag’shilangan. “Mehnat shuhrati” ordeni bilan mukofotlangan.(2019)

Azimboy Saddullaev (1947.09.01, Xorazm viloyati)- matematik olim, O’zbekiston Fanlar

akademiyasi akademik(1995), fizika-mat

fanlari doktori(1982), professor(1985).

Moskvauniversitetini tugatgan(1969).

ToshDUda kafedra mudiri(1983-92),

dekan(1985-92).UrDU rektor(1997-2002). Ilmiy ishlari ko’p o’zgaruvchili funksiyalar nazariyasiga oid kompleks potentsiallar nazariyasini yaratgan mualliflardan biri. “Mehnat shuhrati” ordeni bilan mukofotlangan(2003)

Determinantlar va ularning xossalari.
Ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar

REJA:

1. Ikkinchi tartibli determinant.
2. Uchinchi tartibli determinant.
3. Determinantlarning xossalari.Minor va algebraik to’ldiruvchilar

1. Ikkinchi tartibli determinant.

Ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad (1)$$

songa 2-tartibli determinanti deb ataladi

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} \qquad (2)$$

Determinantni tashkil qiladigan sonlar uning elementlari deb ataladi. Ikkinchi tartibli determinant ikkita satrga va ikkita ustunga ega. Istalgan elementning belgilanishida birinchi indeks shu element turgan satr tartibini, ikkinchi indeks esa ustun tartibini ko'rsatadi. a_{11}, a_{12} elementlar birinchi satrni, a_{21}, a_{22} ikkinchi satrni tashkil etadi.

a_{11}, a_{21} elementlar birinchi ustunni,

a_{12}, a_{22} elementlar ikkinchi ustunni tashkil etadi.

$a_{11}\ , a_{22}$ elementlar joylashgan diagonal determinantning *bosh diagonali*, a_{21}, a_{12}elementlarjoylashgan diagonal esa *yordamchi diagonali* deb ataladi.

Shunday qilib,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

determinant mosravishda bosh va yordamchi diagonallarda turgan elementlarning ko'paytmalari ayirmasiga,
ya'ni $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ ga teng.

1-misol. $\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 8 \cdot 5 - 3 \cdot (-1) = 40 + 3 = 43$

2. Uchinchitartibli determinant. Ushbu songa

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad \textbf{(3)}$$

uchinchi tartibli determinant deyiladi.

Uchinchi tartibli determinant bunday belgilanadi:

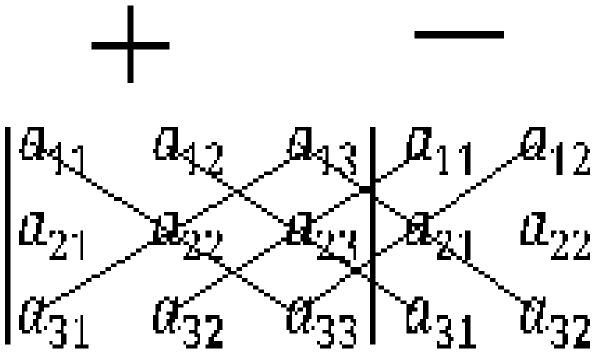
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \Delta \qquad \textbf{(4)}$$

$$\Delta = a_{11}\, a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} -$$
$$-a_{31}a_{22}a_{13} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11} \qquad (5)$$

Uchinchi tartibli determinant qiymati oltita hadlar yig‘indisidan iborat bo‘lib, ulardan uchtasi musbat, qoplgan uchtasi esa manfiy ishoralidir.
Bu hadlarni hisoblash quyidagi sxemalar yo‘rdamida ifodalansa bo‘ladi:

- Uchburchak qoidasi

- Sarryus qoidasi



$$\Delta = a_{11}\, a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{31}\, a_{22}a_{13} - a_{23}a_{32}a_{11} - a_{12}a_{21}a_{33} \qquad (5)$$

Uchinchi tartibli determinant uchun satr, ustun, bosh va yordamchi diagonallar tushunchalari ikkinchi tartibli determinantdagi kabi kiritiladi.

2-misol. Ushbu uchinchi tartibli determinantni hisoblang:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot 6 + 2 \cdot (-1) \cdot 2 + 0 \cdot 4 \cdot 3 - -3 \cdot 1 \cdot 2 - 2 \cdot 0 \cdot 6 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 0$$

3. Determinantning xossalari. Bu xossalarni uchinchitartibli determinant uchun keltiramiz.

1-xossa. Determinantning satrlaridagi elementlari va ustunlaridagi elementlari o'rinlari alamshtirilganda uning qiymati o'zgarmaydi.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Bu xossani isbotlash uchun yuqoridagi determinantlarga (5) formulani tadbiq etishy etarli.

2-xossa. Agar determinantning ikkita parallel satr (ustun) elementlarining o'rinlari almashtirilsa, uning ishorasi qarama-qarshi ishoraga almashadi. Masalan

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}$$

Bu xossa ham oldingi xossa kabi isbotlanadi.

3-xossa. Agar determinant ikkita bir xil elementli satr (ustun)ga ega bo’lsa, u nolga teng. Haqiqatan, ikkita parallel bir xil elementli qatorlarning o’rinlarini almashtirish bilan determinant o’zgarmaydi, biroq 2- xossaga asosan uning ishorasi o’zgaradi. Demak, $\Delta = -\Delta$, ya’ni, $2\Delta = 0$ yoki $\Delta = 0$. Masalan, $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0$

4-xossa. Determinant biror satr (ustun)ning barcha elementlarini istalgan λ songa ko’paytirish determinantni bu songa ko’paytirishga teng kuchlidir.

$$\begin{vmatrix} \lambda a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \lambda a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \lambda a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

5-xossa. Agar determinant nollardan iborat bo'lgan satr (ustun)ga ega bo'lsa, u nolga teng.

Bu xossa oldingi xossadan $\lambda = 0$ bo'lganda kelib chiqadi.

6-xossa. Agar determinant ikkita parallel proportsional satr (ustun) ga ega bo'lsa, u nolga teng.

Misol. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 4 \\ 7 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$

7-xossa. Agar determinant biror satr (ustun)ining har bir elementi ikkita qo'shiluvchining yig'indisidan iborat bo'lsa u holdabu determinant ikki determinant yig'indisidan iborat bo'ldi. Masalan,

$$\begin{vmatrix} a_{11}+b_1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+b_2 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}+b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Bu xossa determinantga (5) formulani qo'llash bilan tekshiriladi.

8-xossa. Agar birorsatr (ustun) elementlariga boshqa parallel satr (ustun)ning elementlarini istalgan umumiy ko'paytuvchiga ko'paytirib qo'shilsa, determinant o'zgarmaydi. Ya'ni

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}+\lambda a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+\lambda a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}+\lambda a_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} + \lambda a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + \lambda a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} + \lambda a_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \lambda a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ \lambda a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ \lambda a_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \lambda \begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + 0 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Minor va algebraik to‘ldiruvchilar

Uchinchi tartibli tartibli

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

determinant berilgan bo‘lsin. Bu determinantning biror a_{ik} $(i, k = 1,2,3)$ elementini olib, shu element turgan yo‘lni hamda ustunni o‘ziramiz. O‘zirilmay qolgan elementlardan ikkiinchi tartibli determinant hosil bo‘ladi. Unga a_{ik} elementning ***minori*** deyiladi va M_{ik} bilan belgilanadi.

Masalan, uchinchi tartibli determinantda a_{23} element turgan yo‘l va ustunni o‘chirish

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

natijasida

$$M_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

determinant hosil bo‘ladi. Bu berilgan determinant a_{23} elementining minoridir.

1-мisol. $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$ determinantning minorlarini toping.

Yechish. Determinantning elementlari soni to‘rtta bo‘lgani uchun minorlar soni ham to‘rtta bo‘ladi:
$M_{11} = 4,\ M_{12} = 1,\ M_{21} = -3,\ M_{22} = 2.$

2-мisol. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & 5 \end{vmatrix}$ determinantning M_{11}, M_{12} va M_{32} minorlarini toping.

Yechish. Determinantning elementlari soni to‘qqizta bo‘lgani uchun minorlar soni ham to‘qqizta bo‘ladi. Misol shartiga ko‘ra, M_{11}, M_{12} va M_{32} minorlarni topamiz:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}, \qquad M_{12} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} \text{ va } M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ta'rif. (7) determinant a_{ij} elementining ***algebraik to'ldiruvchisi*** deb,

$$(-1)^{i+j} M_{ij}$$

miqdorga aytiladi va A_{ij} orqali belgilanadi:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}.$$

Determinantining algebraik to'ldiruvchilari soni uning elementlari soniga teng bo'ladi.
Masalan,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

determinant elementlariga mos to'qqizta minorlar mavjud. $a_{32} = -3$ elementining algebraik to'ldiruvchisini topamiz:

$$A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -\big(1 - (-6)\big) = -7.$$

9^0. *Determinantning biror yo‘li (ustuni)dagi barcha elementlarning ularga mos algebraik to‘ldiruvchilari bilan ko‘paytmasidan tashkil topgan yig‘indi shu determinant qiymatiga teng bo‘ladi.*

Isbot. 3-tartibli determinantning 1-yo‘l bo‘yicha yoyilmasini algebraik to‘ldiruvchilar orqali ifodalaymiz:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13} =$$

$$= a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \cdot (a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12} \cdot (a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) +$$
$$+ a_{13} \cdot (a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) =$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}\,a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}\,a_{21}a_{33}.$$

10^0. *Determinantning biror yo‘li (ustuni)dagi barcha elementlari bilan boshqa yo‘l (ustun)da turgan mos elementlarning algebraik to‘ldiruvchilari ko‘paytmalaridan tashkil topgan yig‘indi nolga teng bo‘ladi.*

Isbot. 3-tartibli determinantning 2-yo‘l elementlarini 1-yo‘l elementlarining mos algebraik to‘ldiruvchilari ko‘paytmalaridan tashkil topgan yig‘indini hisoblaymiz:

$$a_{21} \cdot A_{11} + a_{22} \cdot A_{12} + a_{23} \cdot A_{13} =$$

$$= a_{21} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{22} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{23} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{21} \cdot (a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{22} \cdot (a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) +$$
$$+ a_{23} \cdot (a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) =$$
$$= a_{21}a_{22}a_{33} - a_{21}a_{23}a_{32} - a_{22}a_{21}a_{33} +$$
$$+a_{22}a_{23}a_{31} + a_{23}a_{21}a_{32} - a_{23}\,a_{22}a_{31} = 0.$$

Determinantlarning 9–xossasiga ko‘ra, *n* – tartibli $(n \geq 2)$ determinantning 1-yo‘l bo‘yicha yoyilmasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j=1}^{n} a_{1j} A_{1j} \qquad (8)$$

n - tartibli determinantning ixtiyoriy yo‘l bo‘yicha loyilmasini

$$\Delta = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij}\,, \ \left(i = \overline{1,n}\right) \qquad (9)$$

yoki ixtiyoriy ustun bo‘yicha yoyilmasini

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij}\,, \qquad \left(j = \overline{1,n}\right) \qquad (10)$$

formulalar yordamida ifodalash mumkin.

(9) va (10) formulalar ***Laplas formulalari*** deyiladi. Agar *i*=1 bo‘lsa, (9)-formula (8)-formula bilan ustma-ust tushadi.

Diagonal (quyi yoki yuqori uchburchakli) determinant qiymati bosh diagonaldagi elementlar ko‘paytmasiga teng bo‘ladi:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot \cdots \cdot a_{nn}.$$

Diagonal determinantni 1-ustun bo‘yicha yoyamiz:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{33} & \cdots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{44} & \cdots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \cdots =$$

$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot \cdots \cdot a_{nn}.$$

Misol.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 127 & 1 & 2 & 3 \\ 154 & 2 & 3 & 4 \\ 181 & 3 & 4 & 5 \\ 208 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

determinant xossalaridan foydalanib hisoblang. .

Yechish. 7^0-xossadan foydalangan holda, deteminantni yig‘indi ko‘rinishda yozamiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 100+27 & 1 & 2 & 3 \\ 100+54 & 2 & 3 & 4 \\ 100+81 & 3 & 4 & 5 \\ 100+108 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 100 & 1 & 2 & 3 \\ 100 & 2 & 3 & 4 \\ 100 & 3 & 4 & 5 \\ 100 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 27 & 1 & 2 & 3 \\ 54 & 2 & 3 & 4 \\ 81 & 3 & 4 & 5 \\ 108 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

4^0-xossaga binoan umumiy ko‘paytuvchilarni determinant oldiga chiqaramiz:

$$\Delta = 100 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 27 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}.$$

Yig‘indidagi 2-determinantning ikkita ustun elementlari bir xil. 6^0-xossaga asosan uning qiymati nolga teng:

$$\Delta = 100 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 27 \cdot 0 = 100 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

Ikkinchi ustun elementlaridan mos ravishda birinchi ustun elementlarini ayiramiz va natijani 2-ustunga yozamiz. Birinchi ustun elementlarini 2 ga ko‘paytiramiz va mos ravishda uchunchi ustun elementlaridan ayiramiz. Olingan natijani uchunchi ustunga yozamiz. Natijada determinantning 2 ta ustuni elementlari bir xil bo‘ladi. 6^0-xossaga ko‘ra, determinant qiymati nolga teng:

$$\Delta = 100 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

Mustaqil ishlash uchun misollar

1.Determinantlarni birinchi ustun elementlari bo‘yicha yoyib hisoblang:

$$a)\ \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix};\qquad b)\ \begin{vmatrix} a & 1 & a \\ -1 & a & 1 \\ a & -1 & a \end{vmatrix}.$$

2. Determinantni hisoblang.

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

3. Berilgan tenglamalar dan *x* ni toping va ildizlarni determinantga qo‘yib tekshiring:

.

$$1)\ \begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0;\qquad 2)\ \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 0 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Асосий адабиётлар

1.Claudio Canuto, Anta Tabacco. Mathematical Analysis I, (II). Springer-Verlag, Italia, Milan, 2008 (2015).

2.Б.А.Худаяров Математика. I-қисм. Чизиқли алгебра ва аналитик геометрия. Тошкент, “Фан ва технология”, 2018. -284 с.

3.Б.А.Худаяров “Математикадан мисол ва масалалар тўплами” Тошкент “Ўзбекистон” 2018 йил. 304 б.

4.Э.Ф.Файзибоев, З.И.Сулейменов, Б.А.Худаяров “Математикадан мисол ва масалалар тўплами”, Тошкент, “Ўқитувчи” 2005 й. 254 б.

5.Ф.Ражабов ва бошқ. “Олий математика”, Тошкент “Ўзбекистон” 2007 йил. 400 б.

6.П.Е.Данко ва бошқалар. “Олий математика мисол ва масалаларда” Тошкент, “Ўқитувчи” 2007 йил. 136 б.

7.Б.А.Худаяров Сборник индивидуальных заданий по математики. Ташкент. “Ўқитувчи” 2018 г. 168 с.

Қўшимча адабиётлар

8.Т.Жўраев ва бошқ. “Олий математика асослари” Тошкент “Ўзбекистон” 1995 йил 300 б.

9.Ё.Соатов “Олий математика”, Тошкент, “Ўқитувчи”, 1998 й, 456 б.

10.Т.Азралов, Х.Мансуров “Математик анализ”, Тошкент, “Ўзбекистон”, 1-қисм, 1989 йил. 268 б.

11.Н.С.Пискунов “Дифференциал ва интеграл” (русчадан таржима) Тошкент “Ўқитувчи”, 1974, 1, 2-қисм.

12.Э.Ф.Файзибоев, Н.М.Цимаракс “Интеграл ҳисоб курсидан амалий машғулотлар”, Тошкент, “Ўқитувчи”, 1982 йил. 196 б.

13.Б.А.Шоимқулов “Математик анализдан мустақил ишлар”, Тошкент, “Ўқитувчи”, 2008 йил, 226 б.