To’g’ri chiziqning umumiy , burchak koeffitsientli va o’qlardan ajratgan kesmalar bo’yicha tenglamalari. Ikki nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziq tenglamasi,

1. Chiziq va uning tenglamasi haqida. Analitik geometriyaning eng muhim tushunchalaridan biri, **chiziq tenglamasi** tushunchasidir. Tekislikda to‘g‘ri burchakli koordinatlar sistemasida L chiziq berilgan bo‘lsin(4-chizma).

Ta’rif. L chiziqda yotuvchi istalgan $M(x, y)$ nuqtaning koordinatlari

$$F(x, y) = 0 \tag{1}$$

tenglamani qanoatlantirib, unda yotmagan nuqtalarning koordinatlari qanoatlantirmasa, bu tenglama L chiziqning tenglamasi deyiladi. Bundan L chiziq, koordinatlari (1) tenglamani qanoatlantiruvchi barcha nuqtalar to‘plamidan iborat ekanligi kelib chiqadi. Chiziqning tenglamasini tuzish deganda unga tegishli ixtiyoriy $M(x, y)$ nuqtaning koordinatlari orasidagi munosabatni(bog‘lanishni) tenglama ko‘rinishida ifodalashdan iborat. Topilgan chiziq tenglamasi uchun: chiziqdagi istalgan nuqtaning koordinatlari uni qanoatlantiradi va aksincha, nuqtaning koordinatlari tenglamani qanoatlantirsa, bu nuqta shu chiziqda yotadi.

2. To‘g‘ri chiziq va uning tenglamalari. To‘g‘ri chiziq tushunchasi analitik geometriyaning asosiy tushunchalaridan biridir. Quyida har xil holatlarda to‘g‘ri chiziqning analitik ifodalarini (tenglamalarini) keltirib chiqaramiz va ular yordamida to‘g‘ri chiziqning tekislikdagi vaziyatlarini o‘rganamiz.

3). To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi va uning xususiy hollari. Ikki noma’lumli

$$Ax + By + C = 0$$

tenglamani qaraymiz.

Bundan, $By = -Ax - C$, $y = -\dfrac{A}{B}x - \dfrac{C}{B}$ bo‘lib, $k = -\dfrac{A}{B}$, $b = -\dfrac{C}{B}$ bilan belgilasak, $y = kx + b$ tenglama hosil bo‘ladi. Shunday qilib, $Ax + By + C = 0$ tenglama ham to‘g‘ri chiziq tenglamasi ekanligi kelib chiqadi.

$$Ax + By + C = 0 \tag{2}$$

tenglamaga to‘g‘ri chiziqning **umumiy tenglamasi** deyiladi.

To‘g‘ri chiziq umumiy tenglamasining hususiy hollari: 1) $A \neq 0$, $B \neq 0, C = 0$ bo‘lsa, $Ax + By = 0$ bo‘lib, to‘g‘ri chiziq koordinatlar boshidan o‘tadi, chunki $O(0;0)$ nuqtaning koordinatlari tenglamani qanoatlantiradi;

2) $A = 0$, $B \neq 0$, $C \neq 0$, bo‘lsa, $y = -\frac{C}{B}$ bo‘lib, OY o‘qdan $-\frac{C}{B}$ kesma ajratib, OX o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziq tenlamasi bo‘ladi;

3) $B = 0$, $A \neq 0$, $C \neq 0$ bo‘lsa, $x = -\frac{C}{A}$ bo‘lib, OX o‘qdan $-\frac{C}{A}$ kesma ajratib , OY o‘qiga paralllel to‘g‘ri chiziq tenglamasi bo‘ladi;

4) $A = 0$, $C = 0$, $B \neq 0$ bo‘lsa, $y = 0$ bo‘lib, OX o‘qining tenglamasi hosil bo‘ladi;

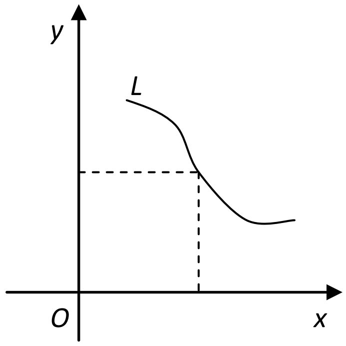
5) $B = 0$, $C = 0$, $A \neq 0$ bo‘lsa, $x = 0$ bo‘lib, OY o‘qining tenglamasi hosil bo‘ladi;

6) $A = 0$, $B = 0$, $C \neq 0$ bo‘lsa, $C = 0$ bo‘lib, o‘zgarmas miqdor, bir paytda 0 dan farqli hamda 0 ga teng kelib chiqadi, bunday bo‘lishi mumkin emas.

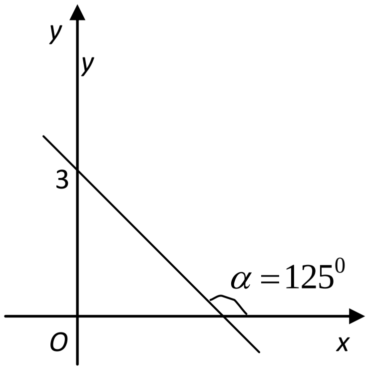
3-misol. $x - 2y + 6 = 0$ to‘g‘ri chiziq uchun k va b parametrlarni toping.

Yechish: Buning uchun berilgan tenglamani y ga nisbatan yechamiz: $2y = x + 6$, $y = 1/2 \cdot x + 3$ bundan (2) tenglama bilan taqqoslab $k = 1/2$, $b = 3$, ekanligini topamiz. Shunday qilib, to‘g‘ri chiziq umumiy tenglamasini burchak koeffitsientli tenglamaga keltirib k va b parametrlarni topdik.

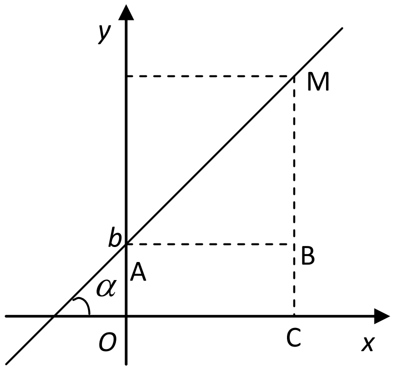
4) *To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi*. To‘g‘ri chiziqning OX o‘qi musbat yo‘nalishi bilan hosil qilgan burchagi α va to‘g‘ri chiziqning ordinatlar o‘qidan ajratgan kesmasining kattaligi b berilganda, uning tekislikdagi holati aniq bo‘ladi. Masalan, $b = 3$, $\alpha = 125^0$ bo‘lsa, uning holati aniq bo‘ladi (1-chizma).



1-chizma



2-chizma



3-chizma

Yuqoridagi miљdorlar berilganda to‘g‘ri chiziqning tenglamasini keltirib chiqaramiz. $M(x, y)$ to‘g‘ri chiziqqa tegishli ixtiyoriy nuqta bo‘lsin (3-chizma). AMB to‘g‘ri burchakli uchburchakdan

$$\frac{BM}{AB} = tg\alpha \text{, bundan } BM = ABtg\alpha$$

3–chizmadan $y = BC + BM$; yoki $y = ABtg\alpha + b$, $AB = x$ bo‘lganligi uchun $y = xtg\alpha + b$ bo‘ladi. $tg\alpha$ to‘g‘ri chiziqning **burchak koeffitsienti** deyiladi va $tg\alpha = k$ bilan belgilaymiz. Shunday qilib,

$$y = kx + b \qquad (3)$$

munosabat kelib chiqadi. Bunga to‘g‘ri chiziqning **burchak koeffitsientli tenglamasi** deyiladi. $b = 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiziq koordinatlar boshidan o‘tib, tenglamasi $y = kx$ bo‘ladi. $k = 1$ bo‘lsa, $y = x$ bo‘lib, bu birinchi koordinat- lar burchagining bissektrisasi bo‘ladi.

1-misol. OX o‘qi bilan 120^0 burchak hosil qiluvchi va OY o‘qini $A(0;\ 3)$ nuqtada kesib o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqni yasang va uning tenglamasini yozing.

Yechish. Shartga ko‘ra, to‘g‘ri chiziq OY o‘qini $A(0;\ 3)$ nuqtada kesib o‘tadi, demak $b = 3$. Bu nuqtadan OX o‘qiga parallel chiziq o‘tkazamiz, hamda shu to‘g‘ri chiziq bilan 120^0 burchak hosil qiluvchi tomon, yasalishi kerak bo‘lgan to‘g‘ri chiziq bo‘ladi .

Endi shu to‘g‘ri chiziq tenglamasini yozamiz. Bu holda $k = tg\ 120^0 = -\sqrt{3}$, $b = 3$ bo‘lganligi uchun, $y = -\sqrt{3}\,x + 3$ to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi bo‘ladi.

5). <u>To‘g‘ri chiziqning kesmalarga nisbatan tenglamasi.</u> To‘g‘ri chiziq koordinat o‘qlaridan mos ravishda a va b kesmalar ajratib o‘tsin(7-chizma). To‘g‘ri chiziq $A(a;\,0)$ va $B(0;\,b)$ nuqtalardan o‘tadi. Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasiga asosan

$$\frac{y-0}{b-0} = \frac{x-a}{0-a}\,, \qquad \frac{y}{b} = \frac{x-a}{-a}\,, \qquad \frac{y}{b} = -\frac{x}{a} + 1$$

yoki
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \qquad (4)$$

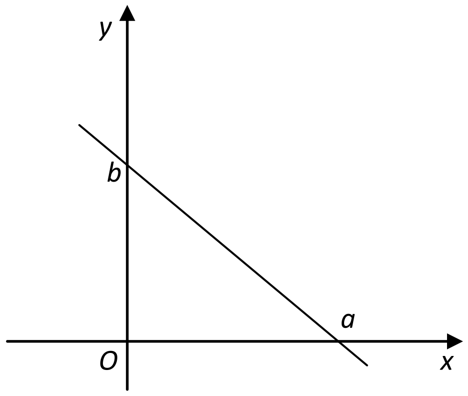
tenglama hosil bo‘ladi. Bu tenglamaga to‘g‘ri chiziqning **<u>kesmalarga nisbatan</u> tenglamasi** deyiladi.

4-misol. $3x + 5y - 15 = 0$ to‘g‘ri chiziqning kesmalarga nisbatan tenglamasini yozing va uni yasang.

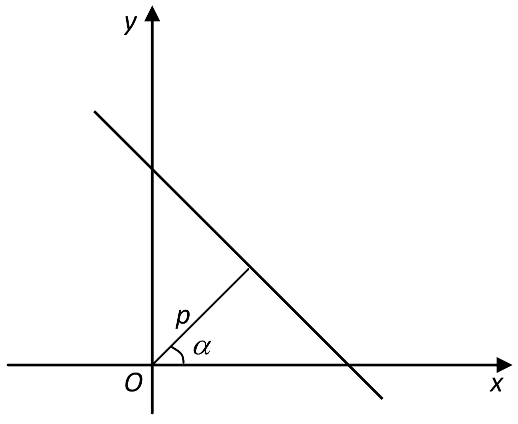
Yechish. $3x + 5y - 15 = 0$ to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini (4) ko‘rinishdagi tenglamaga keltiramiz.

$$3x + 5y = 15, \quad \frac{3x}{15} + \frac{5y}{15} = 1 \quad \text{ёки} \quad \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$$

bu to‘g‘ri chiziqning kesmalarga nisbatan tenglamasi bo‘ladi. Endi koordinat o‘qlaridan mos ravishda 5 va 3 kesmalarni ajratib, ajratilgan kesmalar oxiridan yasalishi kerak bo’lgan to‘g‘ri chiziqni o’tkazamiz.



4- chizma.



5- chizma.

6. Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

To‘g‘ri chiziq $B(x_2; y_2)$ ikkinchi nuqtadan ham o‘tsa,

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1)$$

bo‘lib,

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

bo‘ladi. k ning yuqoridagi qiymatini $y - y_1 = k(x - x_1)$ ga qo‘yib,

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \qquad (5)$$

tenglamani hosil qilamiz. (5) **berilgan ikki** $A(x_1, y_1)$ **va** $B(x_2, y_2)$ **nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi** deyiladi.

2-misol. Biror xil mahsulotdan 100 donasini ishlab chiqarishga 300 ming so‘m xarajat qilinsin. 500 donasi uchun esa xarajat 1300 ming so‘m bo‘lsin. Xarajat funksiyasi chiziqli (to‘g‘ri chiziq) bo‘lsa, shu mahsulotdan 400 dona ishlab chiqarish xarajatini toping.

Yechish. Masala sharti bo‘yicha $A(100,\ 300)$ va $B = (500,\ 1300)$ nuqtalar berilgan. Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasiga asosan,

$$\frac{y-300}{1300-300}=\frac{x-100}{500-100}\text{, yoki } y=2{,}5x+50$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Oxirgi tenglamadan $x=400$ uchun, $y=1050$ ekanligini topamiz. Demak, mahsulotdan 400 dona ishlab chiqarish uchun 1050 ming so‘m xarajat qilinadi.