TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

Фан: ОЛИЙ МАТЕМАТИКА

Мавзу 05

Функционал қаторлар. Кучайтирилган қаторлар.

Нормўминов Баходир Ашурович

Олий математика кафедраси катта ўқитувчиси

Режа:

- Функционал қаторлар.
- Кучайтирилган (мажорант) қаторлар.
- Фойдаланилган адабиётлар

Функционал қаторлар.

<u>ТАЪРИФ</u>: Агар қатор ҳадлари x ўзгарувчининг функцияси бўлса , бу қатор функционал қатор дейилади:

$$U_1(x)+U_2(x)+\ldots+U_n(x)+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}U_n(x) \qquad (1)$$

x нинг функционал қатор яқинлашадиган қийматлари тўплами шу қаторнинг яқинлашиш соҳаси дейилади.

Бу ерда $U_1(x)$ қаторнинг биринчи, $U_2(x)$ иккинчи ва $Un(x)$ n-чи ҳади деб айтилади.

Табиийки, қаторнинг яқинлашиш соҳасидаги йиғиндиси x нинг бирор функциясидир ва уни $S(x)$ билан белгилаймиз:

$$U_1(x)+U_2(x)+\ldots+U_n(x)+\ldots=S(x)$$

Мисол:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n + \ldots$$

функционал қаторнинг аниқланиш соҳаси D ва ҳадлар йиғиндиси S(x) функцияни топинг.

Ечими: Аниқланиш соҳаси D (-1;1) ораликдаги қийматлардан иборат, чунки бу қийматлар учун берилган функционал қатор олдинги маърузадаги мисолда ўрганилган чексиз камаювчи геометрик прогрессияга тенг. Унинг биринчи ҳади b=1 га ва махражи $q = x$ га тенг. Демак,

$$S(x) = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-x}$$

$x \in$(-1,1) бўлади.

ТАЪРИФ: (1) – қатор биринчи *n* та ҳадларининг йиғиндиси $S_n(x)$ билан белгиланади ва унга *n* - хусусий йиғинди деб айтилади.

$$r_n(x) = S(x) - S_n(x)$$

эса функционал қаторнинг қолдиғи деб айтилади.

Қаторнинг яқинлашиш соҳасидаги *x* нинг барча қийматлари учун

$$\lim_{n\to\infty} S_n(x) = S(x)$$

муносабат ўринлидир. Шунинг учун

$$\lim_{n\to\infty} r_n(x) = \lim_{n\to\infty}(S(x) - S_n(x)) = 0$$

муносабат ўринли бўлади.

Функционал қаторлар учун сонли қаторларнинг асосий хоссаларидан келиб чиқадиган қуйидаги хоссалар ўринли

$$U_1(x)+U_2(x)+\ldots+U_n(x)+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}U_n(x) \quad (1)$$

1-хосса. Агар (1) қаторнинг ҳар бир ҳадини нолдан фарқли сонга ёки (1) қаторнинг яқинлашиш соҳасида нолдан фарқли қиймат қабул қиладиган функцияга кўпайтирсак, қаторнинг яқинлашиш соҳаси ўзгармайди.

2-хосса. (1) функционал қаторнинг бир нечта ҳадларини олиб ташлаш ёки (1) қаторга чекли сондаги янги ҳадларни қўшиш ((1) қатор яқинлашиш соҳасида аниқланган) натижасида қаторнинг яқинлашиш соҳаси ўзгармайди.

Кучайтирилган қаторлар

ТАЪРИФ: Агар ҳадлари мусбат бўлган шундай

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$$

сонли яқинлашувчи қатор мавжуд бўлиб , x ўзгарувчининг берилган соҳадаги барча қийматлари учун

$$|U_1(x)| \leq a_1, |U_2(x)| \leq a_2, \ldots, |U_n(x)| \leq a_n, \ldots$$

муносабат бажарилса,

$$\sum_{n=1}^{\infty} U_n(x) = U_1(x) + U_2(x) + \ldots + U_n(x) + \ldots$$

функционал қатор x ўзгарувчининг ўзгариш соҳасида ***кучайтирилган қатор*** деб айтилади.

Мисол:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$$ ва $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$$ яқинлашувчи қаторлар учун

$x\in(-\infty;\infty)$ да $\left|\frac{\cos nx}{n^2}\right|\le\frac{1}{n^2},\ n=1,2,\ldots$ бажарилади.

Демак, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$ қатор $(-\infty;\infty)$ да кучайтирилган қатордир.

Қуйидаги теоремаларни исботсиз қабул қиламиз:

ТЕОРЕМА: Бирор [*a* ; *b*] кесмада кучайтирилган бўлган ва узлуксиз функциялардан тузилган функционал қаторнинг йиғиндиси шу кесмада узлуксиз функциядир.

ТЕОРЕМА: [*a* ; *b*] кесмада кучайтирилган бўлган узлуксиз функцияларнинг қуйидаги

$$\sum_{n=1}^{\infty} Un(x) = U_1(x) + U_2(x) + \ldots + U_n(x) + \ldots$$

қатори берилган ва S (*x*) шу қаторнинг йиғиндиси бўлсин. Бу ҳолда қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\int_a^x S(t)dt = \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^x U_n(t)dt$$

Бу функционал қаторни ҳадлаб интеграллаш қоидаси дейилади.

ТЕОРЕМА : Агар [*a* ; *b*] кесмада ҳосилалари узлуксиз бўлган функциялардан тузилган

$$\sum_{n=1}^{\infty} U_n(x) = U_1(x) + U_2(x) + \ldots + U_n(x) + \ldots$$

қатор шу кесмада S(*x*) йиғиндига эга бўлса ва унинг ҳадларининг ҳосилаларидан тузилган.

$$\sum_{n=1}^{\infty} U_n'(x) = U_1'(x) + U_2'(x) + \ldots + U_n'(x) + \ldots$$

қатор шу кесмада кучайтирилган бўлса, қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n'(x)$$

Бу функционал қаторни ҳадлаб дифференциаллаш қоидаси дейилади.

Адабиётлар:

1.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 1 т: 1994 й.
2.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 2 т: 1995 й.
3.Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А.,Функциялар назарияси ,Т.: "ЎАЖБНТ" маркази, 2004 й.
4.Turgunbayev R.,Matematik analiz. 2-qism,T.TDPU, 2008 y.
5.Jo‘raev T. va boshqalar,Oliy matematika asoslari. 2-q.,T.: «O‘zbekiston». 1999
6.Саъдуллаев А. ва бошқ.Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: «Ўзбекистон», 2000 й.
8.www.ziyonet.uz/
9.www.pedagog.uz/

TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

ЭЪТИБОРИНГИЗ УЧУН РАХМАТ!

Нормўминов Баходир Ашурович

Олий математика кафедраси катта ўқитувчиси

+ 998 71 237 0986

b.normuminov@tiiame.uz

@B.Normuminov