TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

FAN: OLIY MATEMATIKA

Mavzu: Vektor, uning uzunligi, kollinear va komplanar vektorlar, teng vektorlar. Vektorlar ustida chiziqli amallar, xossalari. Vektorning o‘qdagi proeksiyasi, koordinatalari. Vektorlarning skalyar ko’paytmasi.

TIQXMMI
Toshkent Irrigatsiya va Qishloq Xo'jaligini Mexanizatsiyalash Muhandislari Intituti

Reja:

1. Vektorlar va ular ustida amallar
2. Vektorlar skalyar ko’paytmasi.
3. Ikki vektor orasidagi burchak

Vektorlar va ular ustida amallar

Ta’rif. Yo‘naltirilgan $\overrightarrow{AB}$ kesma vector deyiladi. Bunda *A* nuqta vektorning boshi, *B* nuqta vektor oxiri deyiladi. Vektorlar odatda $\overrightarrow{AB}$ yoki $\vec{a}$ kabi yoziladi.Vektorning moduli (uzunligi) $|\overrightarrow{AB}|$ yoki $|\vec{a}|$ ko‘rinishda yoziladi.

Ta’rif. Bir to‘g‘ri chiziqga parallel bo‘lgan vektorlar kollinear vektorlar deyiladi.

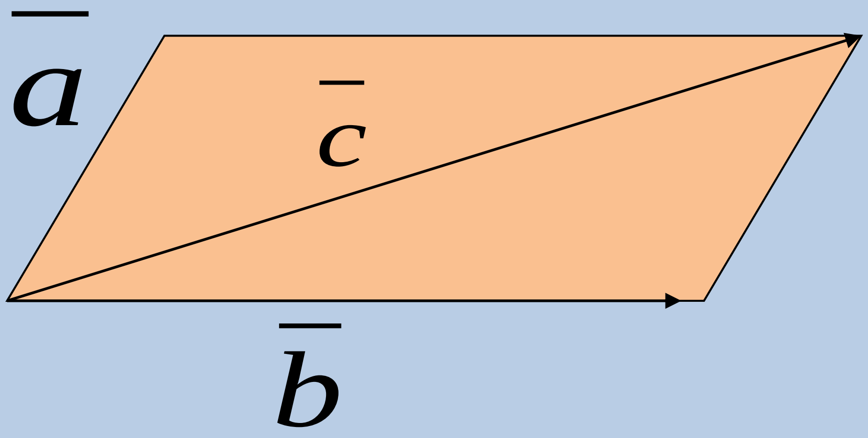
Ta’rif. Bir tekislikka parallel bo‘lgan vektorlar komplanar vektorlar deyiladi.

Ta’rif. Agar $|\vec{a}|$ va $|\vec{b}|$ vektorlar *a*) teng modulga ega, *b*) o‘zaro kollinear, *c*) bir tomonga yo‘nalgan bo‘lsa, ular o‘zaro teng vektorlar deyiladi.

Boshi va oxiri ustma-ust tushadigan vektorlar nol vektor deyiladi. Nol vektor tayin yo‘nalishga ega emas, uzunligi nolga teng.

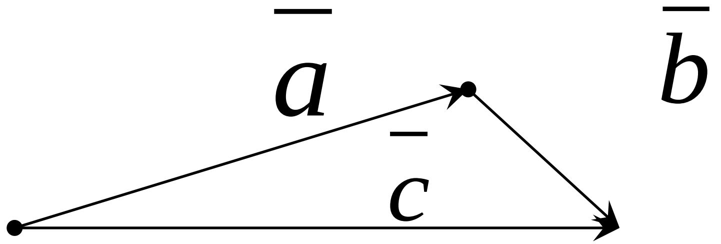
Har bir $\vec{a}$ vektor uchun (nol vektordan tashqari) qarama-qarshi vektor mavjud bo‘lib u $-\vec{a}$ kabi yoziladi. Bu vektorlarning moduli bir-biriga teng, yo‘nalishi esa qarama qarshi bo‘ladi. Uzunligi 1 ga teng vektorlar birlik vektor yoki ***ortlar*** deb ataladi.

Vektorlarni qo‘shish. (parallelogram qoidasi)

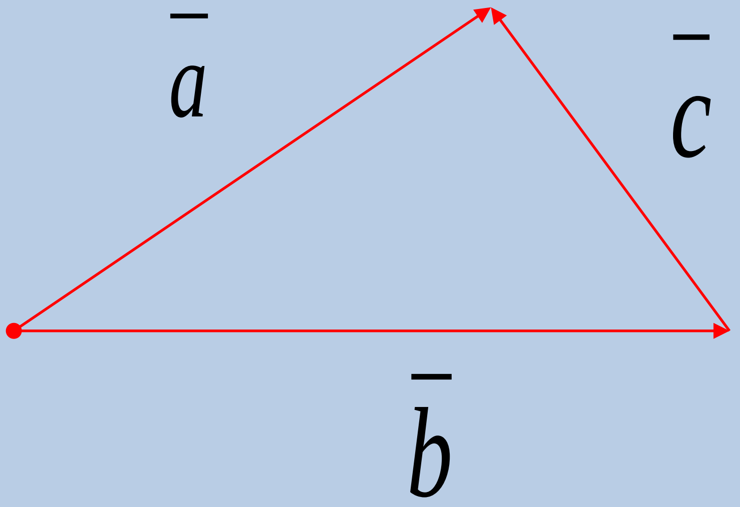


Vektorlarni qo‘shish. (uchburchak qoidasi)

$$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$$



Vektorlarni ayirish



$$\overline{c} = \overline{a} - \overline{b}$$

Xossalari

$$\overline{a} + \overline{b} = \overline{b} + \overline{a}$$

$$\overline{a} + \overline{0} = \overline{a}$$

$$\overline{a} + (\overline{b} + \overline{c}) = (\overline{a} + \overline{b}) + \overline{c}$$

$$\overline{a} + (-\overline{a}) = \overline{0}$$

TIQXMMI
Toshkent Irrigatsiya va Qishloq Xo'jaligini

Vektorni songa ko'paytirish.

$\vec{b} = \alpha\vec{a}$ bu yerda α ixtiyoriy son.

$$|\vec{b}| = |\alpha||\vec{a}|$$

a) Agar α<0 bo'lsa, $\vec{b} \uparrow\downarrow \vec{a}$ bo'ladi

b)Agar α>0 bo'lsa, $\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{a}$ bo'ladi

Xossalari

$$(\alpha\beta)\bar{a} = \alpha(\beta\bar{a}) = \beta(\alpha\bar{a})$$

$$(\alpha + \beta)\bar{a} = \alpha\bar{a} + \beta\bar{a}$$

$$\alpha(\bar{a} + \bar{b}) = \alpha\bar{a} + \alpha\bar{b}$$

$$1 \cdot \bar{a} = \bar{a}$$

$$(-1) \cdot \bar{a} = -\bar{a}$$

Vektorning o‘qdagi proyeksiyasi

$\vec{a}$ vektor OX o‘qi bilan biror φ burchak tashkil etsa. U holda vektorning o‘qdagi proeksiyasi

$$np_x \vec{a} = |\vec{a}| \cos\varphi = a \cos(\vec{a}, \wedge Ox)$$

formula bilan aniqlanadi. Bir necha vektor yig‘indisining proyeksiyasi

$$np_x (\vec{a} + \vec{b}) = np_x \vec{a} + np_x \vec{b}$$

Vektorning bazis vektorlar bo‘yicha yoyilmasi

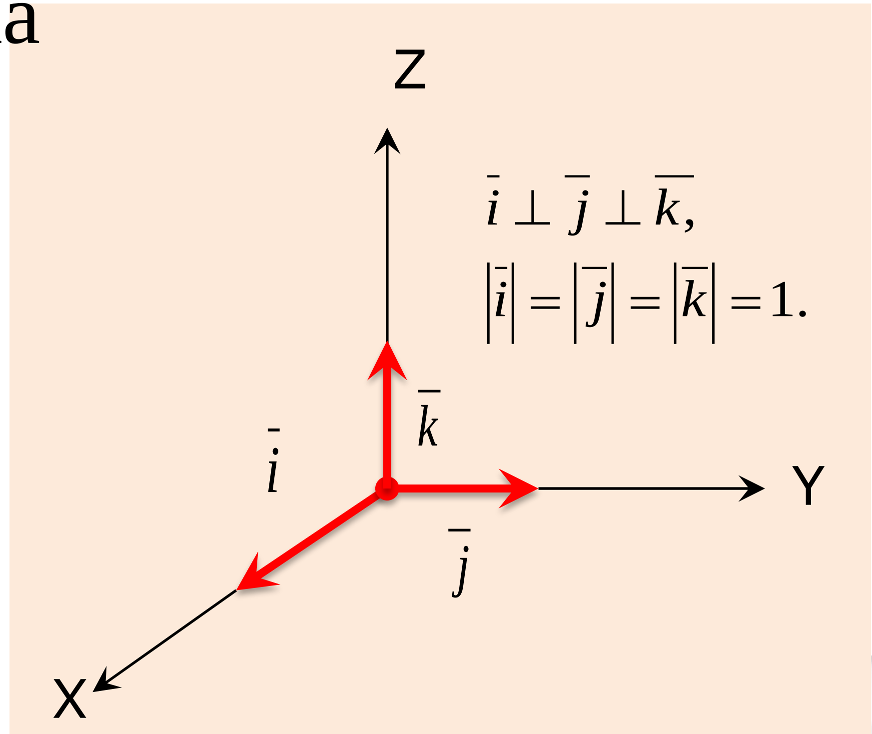
1) Bizga $\vec{a}(a_x, a_y)$ vektor berilgan bo‘lsa, bu vektorning o‘qlar bo‘yicha bazis vektorlaga yoyilmasi quyidagicha yoziladi:

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$, bu yerda $\vec{i}$ va $\vec{j}$ lar mos ravishda OX va Oy o‘qlari bo‘yicha bazis vektorlar bo‘lib, $|\vec{i}| = 1, |\vec{j}| = 1$

2) Agar $\vec{a}(a_x, a_{y,} a_z)$ ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, bu vektorning bazis vektorlar bo‘yicha yoyilmasi

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ shaklda yoziladi,

$|\vec{i}| = 1, |\vec{j}| = 1, |\vec{k}| = 1$



Bizga $\vec{a}(a_x,\ a_y, a_z)$ va $\vec{b}(b_x,\ b_y, b_z)$ vektorlar berilgan bo‘lsa,

1) $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x)\cdot \vec{i} + (a_y \pm b_y)\cdot \vec{j} + (a_z \pm b_z)\cdot \vec{k}$

2) $\overrightarrow{\lambda a} = \lambda a_x \cdot \vec{i} + \lambda a_y \cdot \vec{j} + \lambda a_z \cdot \vec{k}$

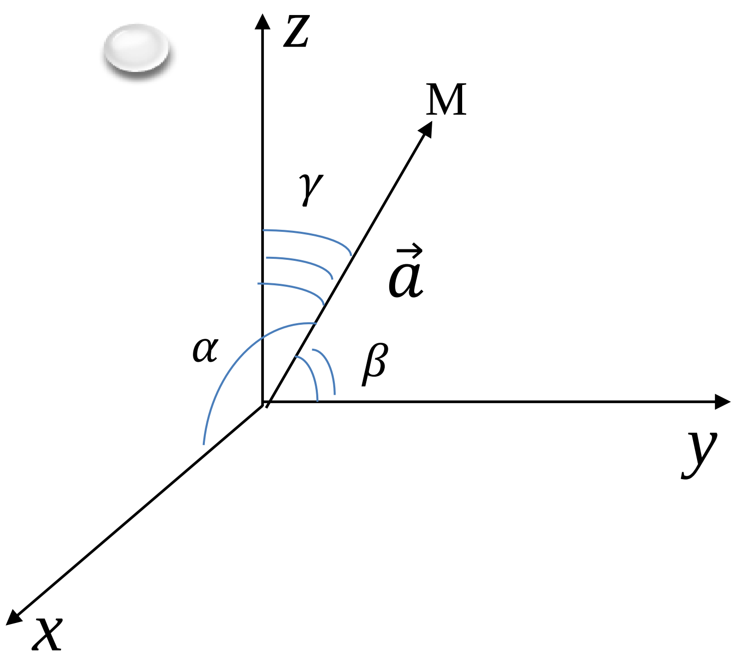
3) $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Agar $A(x_1, y_1, z_1)$ va B(x_2, y_2, z_2) berilgan bo‘lsa,

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari



$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ vector berilgan bo‘lsin,

$$a_x = np_{ox}\vec{a} = |\vec{a}|\cos\alpha$$

$$a_y = np_{oy}\vec{a} = |\vec{a}|\cos\beta$$

$$a_z = np_{oz}\vec{a} = |\vec{a}|\cos\gamma$$

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{|\overline{a}|}$$

$$\cos\beta = \frac{a_y}{|\overline{a}|}$$

$$\cos\gamma = \frac{a_z}{|\overline{a}|}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

Misol: A (1,2,3) va B (2,4,5) nuqtalar orqali o‘tuvchi $\overrightarrow{AB}$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari topilsin.

Yechish:

$$\overline{AB} = \{2-1;4-2;5-3\} = \{1;2;2\},$$

$$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{1^2+2^2+2^2} = 3,$$

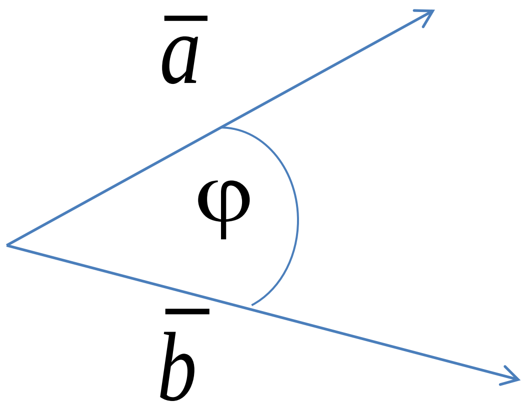
u holda

$$\cos\alpha = \frac{1}{3}, \cos\beta = \frac{2}{3}, \cos\gamma = \frac{2}{3}$$

Vektorlar skalyar ko‘paytmasi

Ta’rif: Ikki vektorning skalyar ko‘paytmasi deb, shu vektorlar modullarining ular orasidagi burchak kosinusi bilan ko‘paytmasiga aytiladi. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar skalyar ko‘paytmasi $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ko‘rinishda belgilanadi. Demak,

$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot cos\varphi$, bu yerda φ $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak.



$$cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ sondan iborat bo‘ladi.

Skalyar ko‘paytma xossalari

1) $\overline{a}\cdot\overline{b}=\overline{b}\cdot\overline{a}$

2) $\lambda\cdot\left(\overline{a}\cdot\overline{b}\right)=(\lambda\cdot\overline{a})\cdot\overline{b}=\overline{a}\cdot(\lambda\cdot\overline{b})$

3) $\left(\overline{a}+\overline{b}\right)\cdot\overline{c}=\overline{a}\cdot\overline{c}+\overline{b}\cdot\overline{c}$

4) $\overline{a}\cdot\overline{a}=\left|\overline{a}\right|^2$

5) $\overline{a}\perp\overline{b}\Leftrightarrow\overline{a}\cdot\overline{b}=0$

$a=(a_x, a_y, a_z)$ va $\overline{b}=(b_x, b_y, b_z)$ koordinatalari bilan berilgan

vektorlar skalyar ko‘paytmasi $$\overline{a}\cdot\overline{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$$

$$cos\varphi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$$

Misol. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ va $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

Yechish:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|} = \frac{2\cdot 1 - 3\cdot 2 + 6\cdot 2}{\sqrt{1+4+4}\cdot\sqrt{4+9+36}} = \frac{8}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{49}} = \frac{8}{21}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{8}{21}\right)$$

Адабиётлар:

1.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 1 т: 1994 й.
2.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 2 т: 1995 й.
3.Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А.,Функциялар назарияси ,Т.: “ЎАЖБНТ” маркази, 2004 й.
4.Turgunbayev R.,Matematik analiz. 2-qism,T.TDPU, 2008 y.
5.Jo‘raev T. va boshqalar,Oliy matematika asoslari. 2-q.,T.: «O‘zbekiston». 1999
6.Саъдуллаев А. ва бошқ.Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: «Ўзбекистон», 2000 й.,
7.Соатов Ё., Олий математика. Т., “Ўзбекистон”. 1996 й, 3 жилд
8.www.ziyonet.uz/
9.www.pedagog.uz/

TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

E‘TIBORLARINGIZ UCHUN RAXMAT

☎ + 998 71 237 0986