EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.1 | SJIF = 5.685 www.in-academy.uz

MATRITSALAR VA ULAR USTIDA AMALLAR

Juvonov Qamariddin Rizoqulovich[1]
Ilmiy rahbar assistenti.
Salomova Diyora Vahob qizi[2]
1-bosqich talabasi
[1]"TIQXMMI" Milliy Tadqiqot Universiteti
[2]"TIQXMMI" Milliy Tadqiqot Universiteti
https://doi.org/10.5281/zenodo.6749239

ARTICLE INFO

Received: 28th May 2022
Accepted: 02nd June 2022
Online: 25th June 2022

KEY WORDS

Matritsa, kvadrat matritsa, uchburchak matritsa, moslashtirilgan matritsa, matritsalar ustida amallar.

ABSTRACT

Chiziqli algebraning dastlabki masalasi chiziqli tenglamalar haqidagi masala hisoblanadi. Bunday tenglamalarni yecish jarayonida determinant tushunchasi paydo bo'ldi. Chiziqli tenglamalar sistemasi va ularning determinantlarini o'rganish natijasida matritsa tushunchasi kiritildi. G.Frobennus tomonidan matritsaning ranggi tushunchasi kiritilishi chiziqli tenglamalar sistemasining birgalikda va aniq bo'lishi shartlarini olish imkonini berdi. Shu zaylda XIX asrning oxirlariga kelib, chiziqli tenglamalar sistemasi nazariasini barpo qilish jarayoni tugatildi.

Chiziqli algebraning dastlabki masalasi chiziqli tenglamalar haqidagi masala hisoblanadi. Bunday tenglamalarni yecish jarayonida determinant tushunchasi paydo bo'ldi. Chiziqli tenglamalar sistemasi va ularning determinantlarini o'rganish natijasida matritsa tushunchasi kiritildi. G.Frobennus tomonidan matritsaning ranggi tushunchasi kiritilishi chiziqli tenglamalar sistemasining birgalikda va aniq bo'lishi shartlarini olish imkonini berdi. Shu zaylda XIX asrning oxirlariga kelib, chiziqli tenglamalar sistemasi nazariasini barpo qilish jarayoni tugatildi.

Matritsa tushunchasi 1850-yilda James Joseph Sylvester tomonidan kiritikgan. Kelining 1858-yilda chop etilgan „Matritsa nazariyasi haqida memuar" asarida matritsalar nazariyasi mufassal qilingan.

Matritsa–bu elementlar (sonlar, algebraik belgilar, matematik funksiyalar) massivining satr hamda ustunlarda berilgan va kichik qavslarga olingan to'g'ri burchakli jadvaldir. Matritsaning o'lchami uning satrlari soni va ustunlari soni bilan aniqlanadi. Matritsaning o'lchamini ifodalash uchun mxn belgi ishlatiladi. Bu belgining matritsaning m ta satr va n ta ustundan tashkil topganini bildiradi. Matritsa lotin alifbosining bosh (A, B, C, D, E, F, ...) harflaridan biri bilan belgilanadi.

Masalan,

3x2 o'lchamli matritsa	**2x3 o'lchamli matritsa**	**2x2 o'lchamli matritsa**
$A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 7 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$	|$B=\begin{pmatrix} -1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	$\mathbf{C}=\begin{pmatrix} sinx & -cosx \\ cosx & sinx \end{pmatrix}$

Matritsalarni ko'paytirish amali ushbu xossalarga ega:

1. A matritsa mxn o'lhamli va B,C matritsalar nxp o'lchamli bo'lsa, A(B+C)=AB+AC bo'ladi;
2. A,B,C matritsalar mos ravishda mxn, nxp, pxq o'lchamli bo'lsa, A(BC)=(AB)C ko'rinishida bo'ladi;
3. (4) A,B,I,O moslashtirilgan matritsalar va ƛ,μ skalyar sonlar bo'lsa, u holda:
1) (ƛA)(μB)=(ƛμ)(AB); 2) A(ƛB)=(ƛA)B=ƛ(AB);
3) AI=IA=A; 4) AO=OA=O;
4. A,I,O –n- tartibli kvadrat matritsalar va p,q manfiy bo'lmagan butun sonlar bo'lsa u holda:
1) $A^pA^q=A^{p+q}$; 2) $(A^{pq})=(A)^{pq}$; 3) A^1=A; 4) $A^0=I$.

Isboti. Xossalardan ayrimlari ta'riflar yordamida isbotlanadi va ayrimlarining to'g'riligiga misollarni yechish orqali ishonch hosil qilish mumkin.

2 – xossani to'g'riligiga misol yechish orqali ishonch hosil qilishimiz mumkin:

A=(1 2), $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 4\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-2 & 4 & 1\\ 5 & 0 & 2\end{pmatrix}$ matritsalar berilgan bo'lsin.

U holda $BC=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-2 & 4 & 1\\ 5 & 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11 & 12 & 1\\ 20 & 0 & 8\end{pmatrix}$,

A(BC) $=(1\times 2)\begin{pmatrix}-11 & 12 & 1\\ 20 & 0 & 8\end{pmatrix}$=(29 12 17),

AB=$(1\times 2)\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 4\end{pmatrix}$=(3 7),

(AB)C=(3 7)$\begin{pmatrix}-2 & 4 & 1\\ 5 & 0 & 2\end{pmatrix}$=(29 12 17);

Demak, A(BC)=(AB)C.

Matritsani songa ko'paytirish

C=ƛA ↔ $c_{ij}=ƛa_{ij}$.

Ta'rif. A=(a_{ij}) matritsaning ƛ songa ko'paytmasi deb, elementlari $c_{ij}=ƛa_{ij}$ kabi aniqlanadigan C=ƛA matritsaga aytiladi:

$$ƛ\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ƛa_{11} & ƛa_{12}\\ ƛa_{21} & ƛa_{22}\end{pmatrix}$$

Misol. A=$\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 3 & 4 & -1\end{pmatrix}$ bo'lsin. 3A ni toping.

Yechish.
3A=$3\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 3 & 4 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\times 2 & 3\times(-1) & 3\times 0\\ 3\times 3 & 3\times 4 & 3\times(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & -3 & 0\\ 9 & 12 & -3\end{pmatrix}$.

Matritsani songa ko'paytirish amali ushbu xossalarga ega:

1) kommutativlik: $ƛ\times A=A\times ƛ$
2) assotsiativlik: $(\alpha\times B)\times A=\alpha\times(B\times A)$

Matritsalarni qo'shish

Matritsalarni qo'shish va ayirish amallari bir xil o'lchamli matritsalar uchun kiritiladi. Bunda yig'indi matritsa qo'shiluvchi matritsalar bilan bir xil o'lchamga ega bo'ladi.

Ta'rif. A=(a_{ij}) va B=(b_{ij}) matritsalarning yig'indisi deb, elementlari $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$ kabi aniqlanadigan C=A+B matritsaga aytiladi.

C=A+B ↔ c=a+b

EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.1 | SJIF = 5.685 www.in-academy.uz

A=$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ va B=$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$ matritsalar berilgan bo'lsin

A+B=$\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} a_{12}+b_{12} \dots a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} a_{22}+b_{22} \dots a_{2n}+b_{2n} \\ \dots \\ a_{m1}+b_{m1} a_{m2}+b_{m2} \dots a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$

Misol. A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ va $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ bo'lsin A+B ni toping.

Yechish.

A+B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$+$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$= $\begin{pmatrix} 1+2 & -1+3 & 4+2 \\ 3+1 & 0+0 & 1+(-2) \end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Matritsalarni qo'shish amali ushbu xossalarga ega:

1) kommutativlik xossasi: A+B=B+A
2) assotsiativlik xossasi: (A+B)+=A+(B+C)
3) qo'shish amaliga nisbatan distributivlik xossasi: $\lambda\times(A+B)=\lambda A+\lambda B$
4) sonlarni qo'shishga nisbatan distributivlik xossasi:$\alpha+\beta\times A=\alpha\times A+\beta\times B$

Matritsani songa ko'paytirish va matritsalarni qo'shish amalining yuqorida aytilgan xossalari bu amallarning ta'riflari, haqiqiy sonlarni qo'shish va ko'paytirish amallarining kommutativlik va assotsiativlik xossalari hamda ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributuvlik xossasining natijasidir.

Matritsalarni ayirish.

Ta'rif. A=(a_{ij}) va B=(b_{ij}) matritsalarning ayirmasi deb C=A-B=A+(-B) matritsaga aytiladi. Bunda C matritsaning elementlari $c_{ij}=a_{ij}+(-b_{ij})=a_{ij}-b_{ij}$

A+B=$\begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} a_{12}-b_{12} \dots a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} a_{22}-b_{22} \dots a_{2n}-b_{2n} \\ \dots \\ a_{m1}-b_{m1} a_{m2}-b_{m2} \dots a_{mn}-a_{mn} \end{pmatrix}$

Misol. A=$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ va B=$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ bo'lsa A-B ni toping.

Yechish. A-B=$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$-$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix} 2-1 & -3-3 & 2-2 \\ 2-2 & -1-1 & 4-(-1) \end{pmatrix}$= $\begin{pmatrix} 1 & -6 & 0 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

Matritsalarni ko'paytirish

A – satr matritsa va B – ustun matritsa bir xil sondagi elementlarga ega bo'lsin deylik. Bunda A satrning B ustunga ko'paytmasi quyidagicha aniqlanadi:

AB=$(a_{11}\ a_{12}\ \dots\ a_{1n})\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ \dots \\ b_{1n} \end{pmatrix}=a_{11}b_{11}+$ $a_{12}b_{12}+\dots+a_{1n}b_{1n}$;

ya'ni ko'paytma matritsalarning mos elementlari ko'paytmalarning yig'indisiga teng bo'ladi. Matritsalarni ko'paytirishning bu qoidasi satrni ustunga ko'paytirish qoidasi deb yuritiladi. Ikki matritsani ko'paytirish amali moslashtirilgan matritsalar uchun kiritiladi. A matritsaning ustunlari soni B matritsaning satrlari soniga teng bo'lsa, A va B matritsalar moslashtirilgan deyiladi.

Matritsa dastlabki vaqtlarda geometrik obyektlarni almashtirish va chiziqli tenglamalarni yechish bilan bog'liq holda rivojlantirildi. Hozirgi vaqtda matritsalar matematikaning muhim tatbiqiy vositalaridan biri hisoblanadi. Matritsalar matematika, texnika va iqtisodiyotning turli sohalarida keng qo'llaniladi. Masalan, matematikada algebraik va differensial tenglamalar sistemasini yechishda, kvant nazariyasida fizik kattaliklarni oldindan aytishda, aviatsiyada zamonaviy samolyotlarni yaratishda foydalaniladi.

References:

1. Matematika Farxod Rajabov O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti Toshkent – 2007.
2. Sh.R. XURRAMOV Oliy matematika Cho'lpon nomidagi nashriyot – matbaa ijodiy uyi Toshkent – 2018.