ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

“ТОШКЕНТ ИРРИГАЦИЯ ВА ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИНИ МЕХАНИЗАЦИЯЛАШ МУҲАНДИСЛАРИ ИНСТИТУТИ” МИЛЛИЙ ТАДҚИҚОТ УНИВЕРСИТЕТИ

“ҚИШЛОҚ ВА СУВ ХЎЖАЛИГИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ”

мавзусидаги анъанавий XXI - ёш олимлар, магистрантлар ва иқтидорли талабаларнинг илмий - амалий анжумани

21

XXI - traditional Republic scientific - practical conference of young scientists, master students and talented students under the topic

“THE MODERN PROBLEMS OF AGRICULTURE AND WATER RESOURCES”

МАҚОЛАЛАР ТЎПЛАМИ

Тошкент-2022 йил, 12-13 май

IX – ШЎЪБА

Қишлоқ ва сув хўжалиги масалаларида математик моделлаштириш усуллари ва ахборот технологияларини қўллаш.

Раис: доц. Абдуллаев З.
Ҳамраис: проф. Шадманова Г.
Котиба: доц. Зиядуллаев Д.

13.	M.Yeshanova – 1-bosqich 113-guruh talaba, "TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti	Sodda iqtisod-muhandislik masalariga matritsalarning tatbiqi	1831
14.	Йулдашев Н. доц, (каф. Выс. мат.), Исомиддинов С., 1- курса студент гр.109, ЭАСХ, "ТИИИМСХ" Национальный исследовательский университет	Комплексные числа и их применение в решение задач электротехники	1834
15.	Шодмонова Г, "АТ кафедраси профессори", Искандаров Ҳ., СХТЭБ мутухассислиги магистранти, "ТИҚХММИ" Миллий тадқиқот университети	Қишлоқ хўжалик корхоналарида ресурслардан оқилона фойдаланишни математик моделлар орқали таҳлил қилиш	1839
16.	Вахобов В. Доц. Гулмухаммедов. Б. ЕРБ талабаси 1- курса 102-группа "ТИҚХММИ" Миллий тадқиқот университети	Қишлоқ хўжалик экинлари таннархини режаллаштиришда математик статистиканинг ўрни	1842
17.	Мусаева Ф. ўкитувчи-стажор, Матякубов Л.1-босқич 104-гурух ТЖИЧАБ талаба "ТИҚХММИ" Миллий тадқиқот университети	Оддий дифференциал тенгламалар учун коши масаласини тақрибий ечишнинг даражали каторлар методи	1845
18.	Хидоятова М.А. асс. Аветисян М.В. "ТИҚХММИ" Миллий тадқиқот университети	Применение степенных рядов к решению дифференциальных уравнений	1848
19.	Қ.Р. Жувонов- Асс, А.Б.Нуриллаев-Талаба. 1-босқич 106-гурух "ТИҚХММИ" Миллий тадқиқот университети	Тақрибий ҳисоблашларда дифференциалдан фойдаланиш	1852

AMALIY MASALALARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA ULARNI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR YORDAMIDA YECHISH

Odiljonov Umidjon Obidjon o'g'li
Mexanika va matematik modellashtirish bakalavr yo'nalishi 2-kurs talabasi
Ilmiy rahbar: Oliy matematika kafedrasi prof. fiz.-mat. f. doktori Ergashev T.G.
"TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti

Annotatsiya:

Mazkur maqolada bir necha amaliy masalalarning matematik modeli quriladi, model sifatida topilgan tenglamalar differensial tenglamalar nazariyasi yordamida yechiladi.

Kalit so'zlar: Tuzli aralashma; metallarning yemirilish davri; radiy; radon.

1-masalaning qo'yilishi. Idishda 100 litr namakob (sho`r suv) bor, uning 10 kilogrammi tuzdan iborat. Idishga minutiga 5 litr suv quyiladi, aralashma esa xuddi shunday tezlik bilan avvaldan toza suv bilan to`ldirilgan 100 litrli ikkinchi idishga quyilib turadi. Ikkinchi idishdagi suvning ortiqchasi uzluksiz to`kilib turadi. Ikkinchi idishdagi tuzning miqdori qachon eng katta bo`ladi? Bu miqdor nechaga teng?

Yechilishi. $Q_1(t)$ va $Q_2(t)$ - quyish boshlangandan keyingi vaqtning t momentida mos ravishda birinchi va ikkinchi idishlardagi tuzning kilogrammlardagi miqdorlari bo`lsin. U holda $\frac{5Q_1(t_{11})\Delta t}{100}$ - birinchi idishdan ikkinchi idishga $t$ dan $t+\Delta t$ gacha bo`lgan vaqt oralig'ida quyilayotgan tuzning miqdori, $\frac{5Q_2(t_{12})\Delta t}{100}$ esa shu vaqt oralig'ida ikkinchi idishdan chiqib ketayotgan tuzning miqdori, bu yerda $t_{11},\ t_{12}\in(t,t+\Delta t)$. Shunga binoan, vaqtning $t+\Delta t$ momentida ikkinchi idishdagi tuzning miqdori

$$Q_2(t+\Delta t)=Q_2(t)+\frac{5Q_1(t_{11})}{100}\cdot\Delta t-\frac{5Q_2(t_{12})}{100}\cdot\Delta t, \qquad (1)$$

vaqtning shu momentida birinchi idishdagi tuzning miqdori esa

$$Q_1(t+\Delta t)=Q_1(t)-\frac{5Q_1(t_{11})}{100}\cdot\Delta t \qquad (2)$$

formulalar bilan topiladi. (2) tenglikda $\Delta t\to 0$ da limitga o`tib, differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{dQ_1}{dt}=-0,05Q_1.$$

Bundan $Q_1=Ce^{-0,05t}$ yechimni olish qiyin emas, bu yerda t vaqt minutlarda o`lchanadi. $Q_1(0)=10$ bo`lganligi uchun, $C=10$ bo`ladi. Shunday qilib,

$$Q_1=10e^{-0,05t}. \qquad (3)$$

(1) tenglikda $\Delta t\to 0$ da limitga o`tib va (3) ni e`tiborga olib, topamiz:

$$\frac{dQ_2}{dt}=-0,05Q_2+0,5e^{-0,05t}.$$

Bu chiziqli tenglamaning umumiy yechimi $Q_2(t)=(0,5t+C)e^{-0,05t}$ ko`rinishda bo`ladi. $Q_2(0)=0$ bo`lganligi uchun, $C=0$ bo`ladi. Xullas, $Q_2(t)=0,5t\,e^{-0,05t}$.

Endi Q_2 funksiyani ekstremumga tekshiramiz: $t=20$ minutda bu funksiya o`zining eng katta qiymatiga erishadi va u $Q_2(20)=\frac{10}{e}\approx 3,68$ kilogrammga teng.

2-masalaning qo'yilishi. Δt - juda kichik miqdor bo`lib, yilning ulushlarini ifodalasin. $\Delta t$ vaqt mobaynida radiyning har bir grammidan $0,00044\Delta t$ gramm yemiriladi va $0,00043\Delta t$ gramm radon hosil bo`ladi. Radonning har bir grammidan Δt vaqt mobaynida $70\Delta t$ gramm yemiriladi. Tajriba boshlangan paytda biror x_0 miqdorda toza radiy bor edi. Hosil bo`lgan va hali yemirilib ulgurmagan radonning miqdori qachon eng katta bo`ladi?

Yechilishi. $P(t)$ va $Q(t)$ bilan mos ravishda yemirilmagan radiy va radonning yemirilish boshlangandan keyin o`tgan vaqtning $t$ momentidagi miqdorlarini belgilaymiz (vaqt yillarda hisoblanadi). U holda $P(t)-P(t+\Delta t)$ ayirma $t$ dan $t+\Delta t$ gacha bo`lgan vaqt oralig'ida yemirilgan radiyning miqdori, $Q(t+\Delta t)-Q(t)$ ayirma esa shu vaqt oralig'ida hosil bo`lgan radonning miqdori. Masala shartiga ko`ra, quyidagi tenglamalar hosil bo`ladi:

$$P(t)-P(t+\Delta t)=P(t_{11})\cdot 0,00044\Delta t, \qquad (4)$$

$$Q(t+\Delta t)-Q(t)=P(t_{11})\cdot 0,00043\Delta t-Q(t_{12})\cdot 70\,\Delta t, \qquad (5)$$

bu yerda t_{11}, $t_{12}\in(t,t+\Delta t)$. (4) va (5) tenglamalarning chap va o`ng tomonlarini $\Delta t$ ga bo`lib, so`ngra $\Delta t\to 0$ da limitga o`tib, differensial tenglamalarni hosil qilamiz:

$$\frac{dP}{dt}=-0,00044\,P(t), \qquad (6)$$

$$\frac{dP}{dt}=0,00043\,P(t)-70\,Q(t). \qquad (7)$$

(6) tenglamaning yechimi

$$P(t)=x_0e^{-0,00044t} \qquad (8)$$

ko`rinishda topiladi. (8) yechimni (7) tenglamaga qo`yganimizdan hosil bo`lgan differensial tenglamani integrallaymiz:

$$Q(t)=Ce^{-70t}+\frac{0,00043\,x_0}{69,99956}\cdot e^{-0,00044t}.$$

$Q(0)=0$ boshlang'ich shartni e`tiborga olib, $C=-\frac{0,00043\,x_0}{69,99956}$ o`zgarmasni topamiz. Shunday qilib,

$$Q(t)=\frac{0,00043\,x_0}{69,99956}\cdot\left(e^{-0,00044t}-e^{-70t}\right).$$

Endi $f(t)=e^{-0,00044t}-e^{-70t}$ funksiyani ekstremumga tekshiramiz: bu funksiya maksimumga $t=\frac{1}{69,99956}\ln\frac{70}{0,00044}\approx 0,17$ yil ≈ 62 kunda erishar ekan.

Xulosa: Fizika va kimyo qonunlaridan foydalangan holda qo'yilgan masala matematik modeli tuzildi. Modellashtirish natijasida hosil qilingan matematik masala differensial tenglamalar nazariyasi yordamida bir qiymatli yechildi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Tuhtasinov M. Ergashev T.G. Differensial tengalamalar fanidan misollar va masalalar yechish. Toshkent, 2020. 292 bet.

BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMAGA KELTIRILADIGAN MASALALAR MODELINI YARATISH

Xidoyatova M.A. ass., SHARIPOV H. Gidrotexnika qurilishi fakulteti
"TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti

Annotasiya:

Maqolada masalalarni hosila va differensial tenglamalar yordamida yechish modeli yoritilgan.

Kirish: Respublikamiz prezidenti tomonidan "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to‘g‘risida" ПҚ-4708-сон 07.05.2020., "Matematika ta'lim va fanlarini yanada rivojlantirish davlat tomonidan qo‘llab quvvatlash qabul [3] qilingan qarorlar, matematika fanidan dars beruvchi o‘qituvchilarga ta'lim berishga katta mas'uliyat bilan yondashishni talab etadi. Demak oliy ta’lmning asosiy maqsadi raqobatbardosh, malakali mutaxassilarni tayorlashdir. Buning uchun fanlaro integrasiyaga katta ahamiyat berishni, ya’ni matematikani har bir sohaga tadbiqini takomallashtirish taqozo etadi. Fanlararo aloqadorlikning izchillik shakli o‘quvchilarni matematik ko‘nikma va malakalarini shaklantirishda muxim ahamiyatga ega.

Turli sohalarga moslash mumkin bo’lgan masalalarning yana bir tipi bu optimallashtirishga oid masalalardir. Eng ko’p foyda olishdan boshlab, eng kam vaqt sarflash, eng katta uzaga ega bo’lish kabi masalalar optimallashtirishga oid masalalardir.bu masalalarni yechimi funksiyaning maksimal qiymatini topishni taqozo etadi, ya’ni funksiya hosilasi yordamida yechiladi.hosilani tadbiqi 4 masalada yoritildi.

Differensial tenglamalar nazariyasi amaliy matematika, fizika, biologiya iqtisod va h.k. larda uchraydigan ko’plab masalalarni tadqiq etishda muhim vosita hisoblanadi. Differensial tenglamalar ishlatilmaydigan fan tarmog’ni topish qiyin.

Tabiatshunoslik va texnikaning ko’pgina masalalarini hal etish qaralayotgan hodisa yoki jarayonlarni tavsiflovchi noma’lum funksiyalar va ularning hosilalalarini o’zaro bog’lovchi munosabatlar ma’lum bo’lganda bu funksiyalarni topishga keltiriladi. Bunday munosbatlar differensial tenglamalar deyiladi.

Differensial tenglamalarga olib kelinadigan masalalarga doir masalalar 1-3 masalalar yordamida yoritildi.

Masala-1. Qishloq xo‘jalik ekinlariga tushadigan xashorotlarning *t* vaqtga bog‘liq ko‘payish tezligi V=V(t) ularning miqdoriga (massasiga) proporsional bo‘ladi. Hasharotlar miqdorining *t* vaqtga bog‘liq holda ko‘payish qonuni topilsin.

Yechish. *t* momentdagi hashorotlar miqdorini *m(t)* bilan belgilaymiz. U holda

$m'(t) = \frac{dm(t)}{dt} = V(t)$ hashorotlar miqdorining ko‘payish tezligiga teng bo‘ladi. Masala shartiga ko‘ra $m'(t) = \frac{dm}{dt} = km(t)$ (1)

Bu yerda k>0, proporsionallik koeffitsienti (1) tenglamada izlanayotgan noma'lum funksiya *m(t)* va uning hosilasi $m'(t)$ ga bog‘liq tenglamadan iborat bo‘ladi. Bu tenglamani yechimi hashorotlar miqdorini ko‘payish qonunini beradi.

Masala-2. Ma'lum bo‘lishicha har bir momentda radiyning yemirilish tezligi uning miqdoriga to‘g‘ri proporsionaldir. Agar *t=0* da radiyning massasi m_0 bo’lsa, radiy massasining *t* vaqtga ko’ra o’zgarish qonuni topilsin.[2]

Yechish: radiyning massasini $m(t)$ bilan belgilaymiz. Masala shartiga ko’ra $\frac{dm(t)}{\partial t} = -km(t) \Rightarrow m'(t) = -km(t) \qquad (2)$

k- proportsionallik ko’ffisienti (k>0)

Bu tenglamani yechimi radiy miqdorining kamayish qonuni beradi. Yuqorida ko’rilgan misolda noma’lum funksiya $m(t)$ va uning hosilasi $m'(t)$ ga bog’liq tenglamaga ega bo’ldik.

Бу тенгламани ечими радий миқдори радий миқдорининг камайиш қонуни беради. Юқорида кўрилган ҳар бир икки мисолда ноамаълум функция ва унинг ҳосиласи га боғлиқ тенгламага эга бўлдик. Bunday tenglamalarni differensial tenglamalar deb yuritiladi.

Shunday qilib, biz differensial tenglamalarning turlari va ularni yechimlarini topish usullari bilan tanishamiz.

Ko‘rsatish mumkinki (1) va (2) tenglamalarning yechimlari mos ravishda $m(t) = C \cdot \ell^{kt} \ (1')$ va $m(t) = C \cdot \ell^{-kt} \ (2')$ ko‘rinishda bo‘ladi.

Masala-3. Katta o‘lchamli populatsiyada yuqumli kasallik aniqlandi, bu kasallik odamlar orasida vaqt o‘tishi bilan tarqaladi. Faraz qilaylik, $p(t)$ populatsiyada kasallik paydo bo‘lgandan keyin t yil ichida kasallangan odamlar soni bo‘lsin va kasallikning tarqalish tenglamasi $\frac{dp}{dt} + \frac{1}{3}p(t) = \frac{1}{3}$ bo‘lsa

a) $p(0)=0, \quad t>0$ bo‘lganda $p(t)$ ni toping;

b) qancha yilda kasallik hissasi 90% bo‘ladi? [1]

Yechish: Berilgan chiziqli tenglama yechimi har qanday $p(0)$ uchun

$p(t) = 1 + [p(0) - 1]\ell^{-1\frac{t}{3}}$ bo‘dadi.

a) $p(0)=0$ bo‘lsa, $p(t) = 1 - \ell^{-\frac{t}{3}}$,

b) $0{,}9 = 1 - \ell^{-\frac{t}{3}}, \quad -0{,}1 = -\ell^{-\frac{t}{3}}, \quad 0{,}1 = \ell^{-\frac{t}{3}}$ bundan

$-\ln 10 = \ln \ell^{-\frac{t}{3}}, \quad t = 3\ln 10, \quad t = 6{,}9078 \approx 7$ Shunday qilib, bu kasallik bilan kasallanuvchilar soni 7-yilda 90% ga yetadi.

Masala-4. Bir tomoni tosh devor bilan o‘ralgan to‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi yer maydoni va qolgan 3 tomoni gullar bilan ekilib yopilishi kerak. Qolgan uch tomonlarning yig‘indisi 100 metr bo‘lishini bilgan holda yer maydonini maksimal katta yuzaga ega bo‘lishi uchun tomonlar qanday kattalikda egabo’lish kerak bo‘ladi?

Yechish: Tosh bilan o‘ralgan tomonga perpedikulyar bo‘lgan tomon uzunligini *x* va tosh devorga parallel tomon uzunligini *y* deb olsak, masala shartiga ko‘ra $100 = 2x + y$ ga ega bo‘lamiz. Bu tenglamadan *y* ni topsak $y = 100 - 2x$ bo‘ladi. Endi bu maydoning yuzasi $S = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$ yoki ga teng bo‘ladi. Yuza maksimal bo‘lishi

$S = 100x - 2x^2$ funksiyaning maksimal qiymatini topishni talab etadi. Lekin *x* ning o‘zgarish oralig‘ini belgilab olish kerak bo‘ladi. Ravshanki, x>0 va y>0 . Biroq $y = 100 - 2x$ dan x<50 ni olish mumkin. Demak biz $S = 100x - 2x^2$ funksiyaning $[0;50]$ kesmadagi maksimum qiymatini topsak, masalani yechgan bo‘lamiz. Buning uchun avvalo $S'(x) = 100 - 4x$ topamiz, keyin $S'(x) = 0$ dan x=25 topamiz. Bundan esa y=50 ekanligi kelib chiqadi. Va nihoyat maydoning yuzasi uning tomonlari25,25,50,50 bo‘lganda maksimal bo‘larkan: $S = 25 \cdot 50 = 1250$

Xulosa: Matematika fanining “Hosila va Differensial tenglamalarning amaliyotga tadbiqi” mavzusini o’qitishning nazariy va amaliy masalalarini tadbiq etish, fan yuzasidan elektron o’quv moduli ishlanmasini shakllantirish hamda o’qitishni takomillashtirish bo’yicha hulosalar va takliflar ishlab chiqishdan iborat.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Piskunov N.S Differensialnoe i integralnoe ischislenie dlya VTUZov.
2. Turg’unboyev va boshqalar Differensial tenglamalar kursidan misol va masalalar to’plami o’quv qo’llanma T.2007y.
3. Prezidentning 07.05.2020 yil “Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to‘g‘risida” №4708 sonli Qarori

СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ ПРИ РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Шахобиддинова З.Б. Жамардов С.Х.

Аннотация:

В работе рассматриваются применения приближенного метода интегрирование дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов. В случаях, когда интегрирование дифференциального уравнения в элементарных функциях невозможно или способ его решения слишком сложен, решение такого уравнения следует искать в виде ряда Тейлора .

Ключевые слова: степенной ряд,ряд Тейлора,дифференциальное уравнение, коэффициент Тейлора функции, область сходимости ряда Тейлора, методом последовательного дифференцирования, методом неопределенных коэффициентов

$y=\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-x_0)^n$.Коэффициенты ряда c_n находят подстановкой ряда в уравнение и приравниванием коэффициентов при одинаковых степенях $(x-x_0)$ в обеих частях полученного равенства. Если удаётся найти все коэффициенты ряда, то полученный ряд служит решением во всей своей области сходимости. Этим способом можно интегрировать линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами.

Рядом Тейлора функции $f(x)$ относительно точки x_0 называется степенной ряд вида

$$f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3+\ldots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$$

Коэффициенты этого ряда $c_0=f(x_0),\ c_1=\frac{f'(x_0)}{1!},\ c_2=\frac{f''(x_0)}{2!},\ldots\ c_n=\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!},\ldots$

называются коэффициентами Тейлора функции $f(x)$.

Пример 1. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x-1)$ функцию $f(x)=\ln x$.

Решение.

1) Записываем ряд Тейлора, $x_0=1$:

$$f(x)=f(1)+f'(1)(x-1)+\frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2+\frac{f'''(1)}{3!}(x-1)^3+\ \ldots\ +\frac{f^{(n)}(1)}{n!}(x-1)^n+\ldots$$

2) Находим производные:

$$f(x)=\ln x;\quad f'(x)=\frac{1}{x};\quad f''(x)=(x^{-1})'=-x^{-2}=-\frac{1}{x^2};$$

$$f'''(x)=(-x^{-2})'=-1\cdot(-2)\cdot x^{-3}=\frac{1\cdot 2}{x^3};$$

$$f^{(4)}(x)=(1\cdot 2\cdot x^{-3})'=1\cdot 2\cdot(-3)\cdot x^{-4}=-\frac{1\cdot 2\cdot 3}{x^4};$$

....

$$f^{(n)}(x)=(-1)^{n-1}\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots(n-1)}{x^n}=(-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{x^n}.$$

3) Вычисляем значение функции и значения производных при $x=1$:

$$f(1)=\ln 1=0; \quad f'(1)=\left.\frac{1}{x}\right|_{x=1}=1; \quad f''(1)=-\left.\frac{1}{x^2}\right|_{x=1}=-1!;$$

$$f'''(1)=\left.\frac{1\cdot 2}{x^3}\right|_{x=1}=2!; \quad f^{(4)}(1)=-\left.\frac{1\cdot 2\cdot 3}{x^4}\right|_{x=1}=-3!;..............$$

$$f^{(n)}(1)=(-1)^{n-1}\left.\frac{(n-1)!}{x^n}\right|_{x=1}=(-1)^{n-1}(n-1)!$$

4) Подставляем найденные значения в ряд Тейлора:

$$\ln x=0+1(x-1)+\frac{-1!}{2!}(x-1)^2+\frac{2!}{3!}(x-1)^3+\frac{-3!}{4!}(x-1)^4 \ \dots \ +\frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{n!}(x-1)^n+\dots$$

$$\ln x=(x-1)-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{3}(x-1)^3-\frac{1}{4}(x-1)^4 \ \dots \ +\frac{(-1)^{n-1}}{n}(x-1)^n+\dots \qquad (1)$$

5) Находим область сходимости ряда Тейлора (1):

$R=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\frac{1}{n}\div\frac{1}{n+1}\right|=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1$, Следовательно, интервал сходимости $|x-1|<1; \quad -1<x-1<1; \quad 0<x<2$.

Исследуем ряд на концах интервала. При $x=0$ ряд (1) имеет вид

$$(0-1)-\frac{1}{2}(0-1)^2+\frac{1}{3}(0-1)^3-\frac{1}{4}(0-1)^4 \ \dots \ +\frac{(-1)^{n-1}}{n}(0-1)^n+\dots=-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\dots+\frac{(-1)^{2n-1}}{n}\dots$$

$$=-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\dots-\frac{1}{n}-\dots=-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{n}+\dots\right) - \text{ряд расходится.}$$

При $x=2$ ряд (1) имеет вид

$$(2-1)-\frac{1}{2}(2-1)^2+\frac{1}{3}(2-1)^3-\frac{1}{4}(2-1)^4 \ \dots \ +\frac{(-1)^{n-1}}{n}(2-1)^n+\dots=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\dots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}\dots$$

Это знакочередующийся ряд и, применяя признак Лейбница, получаем $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$, то есть он сходится. Так как ряд, составленный из абсолютных величин $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{n}+..$ расходится, то при $x=2$ ряд (1) сходится условно.Область сходимости ряда (1) $0<x\le 2$.

6) Записываем разложение функции $\ln x$ по степеням $(x-1)$ с указанием области сходимости:

$$\ln x=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-1)^n}{n}, \qquad 0<x\le 2.$$

Ряд Тейлора $f(0)+f'(0)x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\frac{f'''(0)}{3!}x^3+\dots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\dots=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$, при $x_0=0$, называют *рядом Маклорена*.

Степенной ряд можно почленно интегрировать и дифференцировать в любой точке его интервала сходимости.

Пример 3. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = x + x^2 + y^2$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 5$.

Решение. Для решения поставленной задачи воспользуемся методом последовательного дифференцирования. Будем искать решение с помощью ряда Маклорена.

$$y(x) = y(0) + y'(0)\cdot x + \frac{y''(0)}{2!}x^2 + \dots .$$

Из начального условия $y(0) = 5$, тогда $y'(0) = 0 + 0^2 + 5^2 = 25$. Для нахождения следующего коэффициента продифференцируем обе части уравнения $y' = x + x^2 + y^2$, получим

$$y'' = x' + \left(x^2\right)' + \left(y^2\right)',$$
$$y'' = 1 + 2x + 2y\cdot y',$$
$$y''(0) = 1 + 2\cdot 0 + 2\cdot 5\cdot 25 = 251.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид

$$y(x) = 5 + 25x + \frac{251}{2!}x^2 + \dots = 5 + 25x + 125{,}5x^2 + \dots .$$

Пример 4. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y'' = -xy$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$.

Решение. Для решения поставленной задачи воспользуемся методом последовательного дифференцирования. Будем искать решение с помощью ряда Маклорена.

$$y(x) = y(0) + y'(0)\cdot x + \frac{y''(0)}{2!}x^2 + \dots$$

Из начального условия $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$. Для нахождения следующего коэффициента продифференцируем обе части уравнения $y'' = -xy$, получим

$$y''' = -y - xy' = -1 + 0 = -1$$
$$y^{IV} = -y' - y' - xy'' = -2y' - xy'' = 0$$
$$y^{V} = -2y'' - y'' - xy''' = 0$$
$$y^{VI} = -2y''' - y''' - y''' - xy^{IV} = -4y''' - xy^{IV} = -4(-1) = 4$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид

$$y(x) = 1 + \frac{(-1)x^3}{3!} + \frac{1}{6!}x^6 + \cdots$$

Пример 5. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + xy' + y = x\cos x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$.

Решение. Для решения задачи воспользуемся методом неопределенных коэффициентов. Разложим свободный коэффициент уравнения в степенной ряд

$$x\cos x = x\left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots\right).$$

Решение уравнения будем искать в виде $y = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots$.

Тогда $\begin{aligned} y' &= c_1 + 2\cdot c_2 x + 3\cdot c_3 x^2 + \ldots \\ y'' &= 2c_2 + 2\cdot 3\cdot c_3 x + 3\cdot 4\cdot c_4 x^2 + \ldots \end{aligned}$

Из начальных условий находим: $c_0 = 0, \quad c_1 = 1.$

Для нахождения следующих коэффициентов подставляем полученные разложения для $x\cos x, \; y', \; y''$ в дифференциальное уравнение

$$\left(2c_2 + 2\cdot 3\cdot c_3 x + 3\cdot 4\cdot c_4 x^2 + \ldots\right) + x\left(c_1 + 2\cdot c_2 x + 3\cdot c_3 x^2 + \ldots\right) + \left(c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + \ldots\right) =$$
$$= x\left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots\right)$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях x:

$$x^0 : 2c_2 + c_0 = 1;$$
$$x^1 : 2\cdot 3\cdot c_3 + c_1 + c_1 = 0$$
$$x^2 : 3\cdot 4\cdot c_4 + 2\cdot c_2 + c_2 = 0$$
$$x^3 : 4\cdot 5\cdot c_5 + 3\cdot c_3 + c_3 = -\frac{1}{2}$$
$$x^4 : 5\cdot 6\cdot c_6 + 4\cdot c_4 + c_4 = 0\ldots$$

учитывая, что $c_0 = 0, \quad c_1 = 1$ находим, что $c_2 = c_4 = c_6 = \ldots = 0$, $c_3 = -\frac{1}{3!}, \; c_5 = \frac{1}{5!}, \ldots$.

Таким образом, решение уравнения имеет вид $y = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$, то есть $y = \sin x$.

Заключение

Таким образом, достигшей знанием нам легче будет решить дифференциальные уравнение используя разложения в ряды Тейлора.

Литература:

1. Н.М. Кравченко Дифференциальные уравнения и ряды Екатеринбург 2006
2. Бугров, Я.С. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. – М. : Наука, 1985
3. Бугров Я.С. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. – М. : Наука, 1985
4. С.А. Агафонов, А.Д. Герман, Т.В. Муратова Дифференциальные уравнения. - МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. -348 с. - (Математика в техническом университете)
5. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи , Наука, 1989

DIFFERENTSIAL TENGLAMALARNING AMALIY MASALALARGA TADBIQI

Ilmiy rahbar: "Oliy matematika" kafedrasi kata o'qituvchisi N.Safarbayeva
SXM fakulteti talabalari: N.Ashurov, A.Rahimov
"TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti

Fizika, kimyo, biologiya, astrofizika, kibernetika va ko'pgina fan tarmoqlarida differentsial tenglamalardan foydalanib qo'yilgan masalalarni hal qilish mumkin. Masalaning yechilishi deyilganda, qo'yilgan masalaga mos tuzilgan tenglamani qanoatlantiruvchi funktsiyani tushuniladi. Hosil bo'lgan yechim biror funktsiyani aniqlaydi. Demak, x va y orasidagi bog'lanishni $y=f(x)$ ko'rinishida olinsa, $f(x)$ ni topishga harakat qilinadi. Buning uchun bizni qiziqtirgan narsani matematik yo'ldа aniqlash, ya'ni $f(x)$ qatnashgan tenglamaning matematik modeli tuziladi.

Tuzilgan tenglamada $f(x)$ va uning $f'(x), f''(x), \dots, f^{(n)}(x)$ hosilalari qatnashgan bo'ladi, yoki $df(x), d^2f(x), \dots, d^nf(x)$ differensiallari qatnashgan bo'ladi.

Demak, noma'lum funktsiya va uning hosilalari qatnashgan tenglama ***differensial tenglama*** deyiladi.

Differensial tenglamada qatnashgan hosilaning eng yuqori tartibi, differentsial tenglamaning tartibi deyiladi.

Masalan, birinchi tartibli tenglama, umumiy holda $y' = f(x,y)$ yoki $F(x,y,y') = 0$ ko'rinishida yoziladi. Ikkinchi tartiblisi xuddi shunga o'xshash $y'' = f(x,y,y')$ yoki $F(x,y,y',y'') = 0$ va h.k. n-tartibli tenglama $y^{(n)} = f(x,y,y',\dots,y^{(n-1)})$ yoki $F\left(x,y,y',\dots,y^{(n)}\right) = 0$ ko'rinishida bo'ladi.

Differentsial tenglamalar ko'pgina sohalarda keng qo'llaniladigan oliy matematikaning muhim bir qismidir.

Birinchi tartibli differentsial tenglamalardan o'zgaruvchilari ajraluvchi, chiziqli, bir jinsli va Bernulli differensial tenglamalari mavjud bo'lib, ular yordamida ba'zi amaliy masalalarni hal qilinishini ko'rib chiqamiz.

Har qanday masalani matematik analiz yordamida yechish qoidasini quyidagi uchta qadamga ajratish mumkin.

1. Birinchi qadam ko'rilayotgan masala shartlarini matematika tiliga o'tkazish ya'ni matematik modelini tuzishdan iborat.
2. Tuzilgan modelni yechishni uddasidan chiqa bilish.
3. Olingan yechimlarni baholay bilishdan iboratdir.

Birinchi qadamni matematikaning boshlang'ich bilimlarini egallamay turib, amalga oshirish qiyin. Matematik ko'nikma va mantiqiy fikrlash darajasini mukammallashtirish uchun ham matematik bilimlar hamma soha egalari uchun zarurdir. Biz aniq masalalarni ko'rish bilan maqsadimizni amalga oshirishga harakat qilamiz.

Differensial tenglamalar tuzishning har qanday hollarga qo'llash mumkin bo'lgan universal usulini ko'rsatish mumkin emas, balki ba'zi bir umumiy ko'rsatmalarni berish mumkin. Differensial tenglamalarni tuzishda masala shartidan kelib chiqib, quyidagi uch holatdan biriga keltiriladi:

1. Differensiallar qatnashgan differensial tenglamalar;
2. Hosilali differensial tenglamalar;
3. Differensial tenglamalarda keyingi almashtirishlar bilan sodda integral tenglamalar.

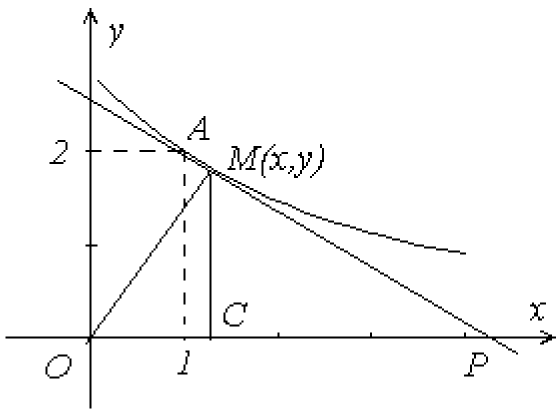
Oliy matematikaning differensial tenglamalar mavzusi shunisi bilan qiziqarliki, juda ko'p amaliy masalalar differensial tenglamalar yordamida hal qilinadi.

Quyida bir nechta, differensial tenglamalarga keltiriladigan amaliy masalalarni ko'rib chiqamiz.

Masala. Egri chiziqning istalgan M(x,y) nuqtasi uchun OM kesma, shu nuqtadan o'tkazilgan P urinma va Ox o'q hosil qilgan uchburchakning yuzi 4 ga teng. Egri chiziq *A(1,2)* nuqtadan o'tadi. Uning tenglamasini toping.

Yechish. Uchburchakning yuzi $S = \frac{1}{2}OP \cdot MC$ formula buyicha topiladi, bu yerda *MC=y* son *M* nuqtaning ordinatasi. *OP* ni topishda uning *MP* urinmaning *Ox* o'q bilan kesishish nuqtasining absissasi ekanligidan foydalanamiz, *MP* urinmaning tenglamasi ushbu ko'rinishda bo'ladi:

Y - y= (X - x).



Bu tenglamada *Y=0* desak, $X = x - \frac{y}{y'}$, $OP = x - \frac{y}{y'}$ ni hosil qilamiz.

Masalaning shartiga asosan $4 = \frac{1}{2}(x - \frac{y}{y'})y$

yoki

$$\frac{dx}{dy} - \frac{1}{y}x = -\frac{8}{y^2}$$

differensial tenglama hosil bo'ladi.

Bu *y* argumentning noma'lum *x* funksiyasiga nisbatan chiziqli differensial tenglama. *x=uv* almashtirish bajargandan so'ng umumiy integral $x = y(\frac{4}{y^2} + C)$ ni hosil qilamiz.

x=1 da *y=2* demak, $C = -\frac{1}{2}$. Natijada egri chiziqning izlanayotgan tenglamasini ushbu ko'rinishda hosil qilamiz:

$$x = \frac{4}{y} - \frac{y}{2}.$$

Javob: $x = \frac{4}{y} - \frac{y}{2}$.

Masala. 20 litr sig'imli idishda havo (80 % azot va 20 % kislorod) bor. Idishga har sekundda 0,1 litr azot qo`shilmoqda (quyilmoqda) va uzluksiz aralashmoqda hamda shuncha miqdordagi aralashma chiqib ketmoqda. Qancha vaqtdan keyin idishda 99 foiz azot bo`ladi?

Yechish. Azotning havo bilan aralashishi boshlangandan keyingi t vaqt momentida idishdagi azotning litrlardagi miqdori $Q(t)$ bo`lsin. U holda $0{,}1dt$ litrli aralashmada

$\frac{0,1Q\,dt}{20}$ litr azot bor. Masalaning shartiga ko`ra, $dt$ vaqt mobaynida idishga $0,1dt$ litr azot qo`shiladi, $\frac{0,1Q\,dt}{20}$ litr azot chiqib ketadi. Demak, dt vaqt mobaynida idishga dQ miqdorda azot qo`shiladi va idishda $0,1\left(1-\frac{Q}{20}\right)dt$ litr azot qoladi. Shunday qilib,

$$dQ = 0,1\left(1-\frac{Q}{20}\right)dt, \text{ ya`ni } \quad \frac{dQ}{20-Q} = \frac{dt}{200}$$

tenglama hosil bo`ladi, uni integrallab topamiz: $Q(t) = 20 - Ce^{-0,005t}$.

Endi C o`zgarmasni aniqlash uchun $Q(t)\big|_{t=0} = 16$ litr shartdan foydalanamiz. $C = 4$ hosil bo`ladi, natijada

$$Q(t) = 20 - 4e^{-0,005t} \qquad (1)$$

funksiya qo`yilgan masalaning yechimi bo`ladi. (1) da $t = T$ va $Q = 19,8$ litr (20 litrning 99 foizi 19,8 litrga teng) deb olsak,

$$T = 200\ln 20c = 599,2c \approx 10 \text{ minut},$$

ya`ni shuncha vaqtdan keyin idishda azot 99 foizni tashkil etadi.

Masala. Qayiq suvning qarshiligi ta`sirida o`z harakatini sekinlashtiradi. Suvning qarshiligi qayiqning tezligiga proporsional. Qayiqning boshlang'ich tezligi 1,5 m/sek va 4 sekunddan keyin 1 m/sek bo`ldi. Qachon tezlik 1,5 sm/sek bo`ladi? Qayiq to`xtab qolguncha qancha yo`l bosib o`tadi?

Yechish. Qayiqning harakat boshlangandan keyingi t vaqt momentidagi tezligi $v(t)$ bo`lsin. U holda $\frac{dv}{dt}$ esa uning tezlanishi bo`ladi. Nyutonning ikkinchi qonuniga ko`ra

$$m\frac{dv}{dt} = F, \qquad (2)$$

bu yerda $F -$ suvning qarshilik kuchi. Masala shartiga ko`ra, $F = kv$, shuning uchun (2) tenglik

$$\frac{dv}{dt} = \frac{k}{m}v = bv \quad (b = const)$$

ko`rinishni oladi. Bu tenglamani integrallab, topamiz:

$$v(t) = Ce^{bt} \qquad (3)$$

$v(0) = 1{,}5$ shartdan foydalanib, $C = 1{,}5$ ni olamiz. U holda (3) formula

$$v(t) = 1{,}5e^{bt}$$

ko`rinishni oladi, bu yerda $t$ sekundlarda hisoblanadigan miqdor. $v(4) = 1$ m/sek bo`lganligi uchun $1 = 1{,}5e^{4b}$ tenglikdan $b = 0{,}25\ln(2/3)$ kelib chiqadi. Shuning uchun qayiqning harakat tezligi

$$v(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{4}-1} \text{ m/sek} \qquad (4)$$

formula bilan ifodalanadi. Bu yerga $v = 1\,\text{sm/sek} = 0{,}01\,\text{m/sek}$ qo`yib, tegishli vaqt momentini topamiz:

$$t_1 = 4\left(1 + \frac{\ln 0{,}01}{\ln(2/3)}\right) \approx 50 \text{ sekund.}$$

So`ngra, $v(t) = \dfrac{ds(t)}{dt}$ bo`lganligi uchun (4) dan

$$s(t) = \frac{4}{\ln(2/3)}\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{4}-1} + s_0$$

tenglik kelib chiqadi, bu yerda s_0 – integrallash o`zgarmasi.

$s(0) = 0$ bo`lsin. U holda $s_0 = -\dfrac{4}{\ln(2/3)}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1}$ bo'lib, qayiqning harakat qonuni

$$s(t) = \frac{6}{\ln(2/3)}\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{4}} - 1\right)$$

ko`rinishda chiqadi.

Endi s_1 ni, ya`ni qayiq to`xtab qolguncha bosib o`tadigan yo`lni aniqlaymiz. (4) dan $\lim\limits_{t\to+\infty} v(t) = 0$ ekanligi ko`rinib turibdi. Shuning uchun qayiqning harakat qonunidan

$$s_1 = \lim_{t\to+\infty} s(t) = \frac{6}{\ln(3/2)} \approx 15 \text{ metr}$$

kelib bo'ladi.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Салоҳиддинов М.С., Насритдинов Ғ.Н. "Оддий дифференциал тенгламалар", Т., "Ўзбекистон", 1994 й.
2. Латипов Х.Р ва бошқалар "Д ифференциал тенгламаларнинг сифат назарияси ва унинг татбиқлари"., Тошкент,Ўзбекистон», 2002г
3. Элегольц Л.Э. «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление», М., «Наука», 1965г.
4. Кори Ниёзов Т.Н. Танлаган асарлар 4-том "Дифференциал тенгламалар", "Фан", Тошкент, 1968й.

Электрон таълим ресурслари

1. http://www.mathprofi.ru/lineinye_differencialnye_uravnenija.html
2. https://aim.uz/referaty/54-matematika/2459-chiziqli-differensial tenglamalar.html

FUNKSIYA GRAFIGINI YASASHNING QULAY USULLARI

Abdullaev A.A. ("TIQXMMI"-MTU, "Oliy matematika" kafedrasi assistenti)
Ashurov J.B. (SXTEB fakulteti 1- bosqich talabasi)
"TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti

Annotatsiya:

Ma'lumki iqtisodiy masalalarni matematik modellashtirishda va iqtisodiy o'sish va kamayishlar suratini aniqlashda funksiya grafiklari muhim o'rin tutadi. Funksiya tasvirini hosil qilishda funksiya xossalari, davriyligi, o'sish va kamayish oraliqlari, kritik nuqtalarini aniqlash shuningdek botiq va qavariqlik oraliqlarini aniqlab olish zaruriyati tug'iladi. Quyidagi maqolada ba'zi fuksiyalarning grafiklarini hosil qilishning qulay usullari bayon qilingan va misollar keltirilgan.

Kalit so'zlar: Dekart koordinatalar sistemasi, kvadrat funksiya, parabola, parabola uchi, vektor.

Kirish: Tabiatda ro'y beradigan hodisalarni matematik tilda bayon qilinishiga matematik model deyiladi. Algebrada funksiyalar model sifatida qaraladi. Matematik model yordamida voqea-hodisalarning natijalari qanday bo'lishi haqida bashorat qilish mumkin. Agar bashorat noaniq chiqsa yoki tajriba natijalari bilan modeldan olingan natijalar mos kelmasa, u holda modelni o'zgartirish yoki undan voz kechish kerak. Har qanday modelni qo'shimcha yangi ma'lumotlarni kiritib, qayta tuzish mumkin. Matematik model ko'pincha davomli jarayonni ifodalaydi. Masalan, aholining o'sish tezligini aniq bashorat qiluvchi matematik modellar mavjud.

Funksiya va ularnig garafiklarini yasash orqali berilgan ma’lumotlar bazasini shakllantirish va olingan natijalarni tahlil qilish, shunga ko’ra prognozlash, iqtisodiy qarorlar qabul qilish imkoniyati paydo bo’ladi. Ko’pgina iqtisodiy masalalar modellari kvadratik fuksiyalar orqali ifodalanadi. Shunig uchun quyidagi maqolada biz kvadrat funksiyalar grafiklarini yasashning qulay usullari haqida bayon qilamiz.

Kvadrat funksiya grafigini yasashning an’anaviy usuli maktab darsligida [1] bayon qilingan. Agar biz berilgan kvadrat funksiyani grafigini darslikda bayon qilinganidek chizishga urinsak unda buning uchun anchagina vaqtini sarflashiga to’g’ri keladi, ayniqsa parabola uchi koordinatasi y_0 ni va OX o’qini kesib o’tish nuqtalarini topish ma’lum hisoblashlar talab etadi.

Har qanday $y = ax^2 + bx + c$ kvadrat funksiyni to’la kvadratga ajratish yordamida

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{b^2 - 4ac}{4a},$$

ya’ni $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ ko’rinishida yozish mumkin. Bu yerda

$$x_0 = \frac{b}{2a}; \quad y_0 = y(x_0) = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

parabola uchining $(x_0; y_0)$ koordinatalaridir.

Oliy o’quv yurtlariga kirish imtixonlarida uchraydigan kvadrat funksiya bilan bog’liq ba’zi savollar va kvadrat funksiya grafigini chizishning mumkin qadar sodda usullariga to’xtalib o’tamiz.

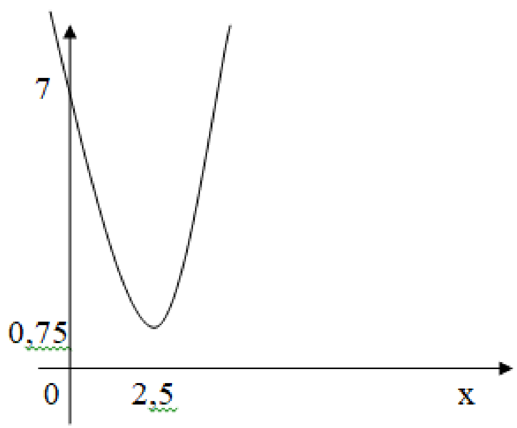
1. $y = ax^2 + bx + c$ funksiya grafigi qaysi choraklarda yotadi?

a) $a = 1$ holat uchun

$y = x^2 - 5x + 7$ kvadrat funksiya berilgan bo’lsin, uni quyidagicha tasvirlashimiz mumkin:

$$y = x^2 - 5x + 7 = \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4}\right) + 7 - \frac{25}{4} = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

Yuqorida keltirilgan munosabatga ko’ra, parabola uchining koordinatalari $(\frac{5}{2}, \frac{3}{4})$ ekanligi ma’lum bo’ladi. Bu nuqtaning har ikkala koordinatasi musbat bo’lganligi uchun u Dekart koordinatalar sistemasining I choragiga tegishlidir. Shuningdek, $a = 1 > 0$ dan parabola shoxlari yuqoriga yo’nalganligi, bulardan esa berilgan funksiya grafigi I va II choraklarda yotishi ma’lum bo’ladi. Funksiya grafigini hosil qilishda esa shu ma’lumotlarning o’zi yetarli bo’lib qoladi. Binobarin funksiya kvadratik formada bo’lganligi uchun bu parabola, a – koeffitsiyentning musbat yoki manfiyligi berilgan parabolaning shoxlarini yo’nalishini (a>0 da yuqoriga va a<0 da pastga) aniqlaydi. Ozod son c - ning (bizning holda c=7) qiymati ordinata(OY o’qi)ni qaysi joydan kesib o’tganligini aniqlaydi. Bu ma’lumotlarni aniqlashda hech qanday hisoblashlar talab etilmaydi. Yuqorida aniqlangan parabola uchi absissasi(bizning holda x_0=2,5) berilgan funksiya o’sish va kamayish oraliqlarini topish uchun yetarlidir, yani ananaga ko’ra funksiya hosilasi ishorasinig o’zgarish sohalarini topishga hojat qolmaydi. Berilgan



funksiyamiz $x \in (-\infty; 2,5)$ da kamayuvchi, $x \in (2,5; +\infty)$ da o'suvchidir. Demak, yuqoridagi og'zaki tarzda olingan ma'lumotlarga tayanib funksiya grafigini to'la hosil qilishimiz mumkin.

b) $a \neq 1$ holat uchun

$y = 3x^2 - 10x + 4$ kvadrat funksiya berilgan bo'lsin, uni quyidagicha ifodalashimiz mumkin:

$$y = 3x^2 - 10x + 4 = 3\left(x^2 - 2\cdot\frac{5}{3}x + \frac{4}{3}\right) = 3\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{13}{3}$$

Bu ifodadan ko'rinib turibdiki parabola uchining koordinatalari $(\frac{5}{3}, -\frac{13}{3})$. Bu nuqta Dekart koordinatalar sistemasining IV choragida tegishlidir. $a = 3 > 0$ shartdan parabola shoxlari yuqoriga yo'nalganligi, shuningdek $y(0) = 4$ dan ordinatalar o'qini $(0;4)$ nuqtada kesib o'tishi, berilgan funksiya grafigi I, II va IV choraklarda yotishi ma'lum bo'ladi.

Test ishlash tajribasidan ma'lumki, ko'p hollarda berilgan javoblar ham masalaning oson yechilishiga bir muncha ta'sir ko'rsatadi. Masalan:

$f(x) = -4x^2 + 2x - 1$ funksiyaning grafigi koordinatalar sistemasining qaysi choraklarida yotishini aniqlang[2,3]?

A) III; IV B)I; II; III C) I; III D) II; IV

Bu funksiya uchun $a = -4 < 0$, demak parabola shoxlari pastga yo'nalgan va $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$. Shuningdek, ordinatalar o'qini $(0;-1)$ nuqtada kesib o'tishi, berilgan funksiya grafigi I, III va IV yoki III va IV choraklarda yotishi ma'lum bo'ladi. Parabolaning I chorakda yotish yotmasligini bilish uchun, yuqoridagi metodda keltirilgan singari y_0 koordinataning ishorasini aniqlash lozim. Lekin keltirilgan javoblardan bu uchun zarurat yo'qligi ko'rinib turibdi. Demak, to'g'ri javob A) III va IV choraklar.

2. $y = ax^2 + bx + c$ funksiya grafigini $\vec{a}(a_1; a_2)$ vektorga nisbattan parallel ko'chirishda hosil bo'lgan funksiyani aniqlash.

Bu turdagi misollar maktab darsligida keltirilmagan. Lekin, oliy o'quv yurtlariga kirish imtihonida bu kabi savollarni uchratish mumkin. Masalan:

$y = x^2$ parabolani $\vec{a}(-3;2)$ vektor bo'yicha parallel ko'chirganda hosil bo'ladigan parabola tenglamasini tuzing[2,3].

Yechilishi: $y = f(x)$ funksiyaning grafigini $\vec{a}(a_1; a_2)$ vektorga nisbattan parallel ko'chirsak, u holda $y = f(x - a_1) + a_2$ funksiya hosil bo'ladi.

Bunga ko'ra, $y = f(x+3) - 2 = (x+3)^2 - 2 = x^2 + 6x + 7$. Demak $y = x^2$ parabolani $\vec{a}(-3;2)$ vektor bo'yicha paralell ko'chirganda hosil bo'ladigan parabola tenglamasi $y = x^2 + 6x + 7$ ko'rinishida bo'lar ekan.

Quyidagi misollarni o'quvchiga mustaqil yechish uchun keltiramiz:

1-misol: $y = x^2$ funksiyani (3,4) vektorga nisbattan parallel ko'chirishda hosil bo'lgan funksiyani aniqlang.

2-misol: $y = x^2 - 3x + 2$ parabolani (2,3) vektorga nisbattan parallel ko'chirishda hosil bo'lgan parabola uchi koordinatalari yig'indisini aniqlang.

3-misol: Ushbu $y = -3x^2 + 8x - 8$ funksiyaning grafigi Dekart koordinatalar sistemasining qaysi choraklarda joylashgan?

Xulosa. Funksiya grafigini hosil qilishda uni to'la o'rganish talab etiladi. Ya'ni fuksiya aniqlanish sohasi, qimatlar to'plami, o'sish va kamayish oraliqlari, kritik nuqtalari, ekstremum qiymatlari, uzilish nuqtalari, koordinata o'qlarini kesib o'tish nuqtalari, botiq va qavariqligi, hamda asimptotalarini topish talab etiladi. Topilgan ma'lumotlarga ko'ra uing grafigi hosil qilinadi. Biroq ba'zi hollarda funksiya turidan kelib chiqib unig grafigini o'gzaki topiladigan ma'lumotlarga ko'ra sodda tarzda hosil qilish mumkinligi maqolada misollar bilan bayon qilindi. Olingan natijalar va bayon qilingan usullar funksiya grafiklarini hosil qilishda ba'zi muammoli hisob kitoblarni chetlab o'tish imkoniyatini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Sh.A.Alimov, O.R.Xolmuhamedov, M.F.Mirzaahmedov "Algebra" umumiy o'rta ta'lim maktablarining 9-sinfi uchun darslik. T. "O'qituvchi" - 2010y.
2. Abdullayev J.,Muminov Z. "Matematika" Oliy o'quv yurtlariga kiruvchilar uchun uslubiy qo'llanma.//Toshkent. "Turon-Iqbol" 2011y.
3. Abdullayev, A., Hidoyatova, M. Exact method to solve finite difference equations of linear heat transfer problems (2021) AIP Conference Proceedings, 2402, № 070021. doi: 10.1063/5.0071430
4. Abdullaev, A., Hidoyatova, M. Innovative distance learning technologies. Journal of Critical Reviews, 2020, 7(11), pp. 337–339. doi: 10.31838/jcr.07.11.57

HOSILANING FIZIKA VA KIMYODAGI TADBIQLARI

Xidoyatova M.ass., Ergashev S Gidrotexnika qurilishi fakulteti 102 guruh.
"TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti

Annotatsiya:

Maqolada matematikadan amaliy darslarning samadorligini oshirishda, talabaning fanga nisbatan qiziqishini ortirish maqsadida, hosilaning fizika va kimyodagi tadbiqlari aniq masalalar yordamida yoritilgan.

Kalit so'zlar: hosila, tezlik, tezlanish, masofa, hajm.

Kirish. Hosilani tadbiqlari mavzusini yoritishda aksariyat o'qituvchilar, hosilaning taqribiy hisoblashga, funksiyani to'la tekshirishga, limitlarni hisoblashga tadbiqlari bilan cheklanib qoladilar. Aslida hosilaning tadbiqlari keng ko'lamli. Xususan bu maqolada hosilaning fizika va kimyodagi tadbiqlari masalar yordamida mukammal yoritilgan. Endi hosila ta'rifini keltirib birinch va ikkinchi tartibli hosilalarning fizik ma'nosi bilan tanishib chiqamiz.

Ta'rif: Berilgan $y = f(x)$ funksiyaning Δf orttirmasining Δx argument orttirmasiga nisbati $\Delta x \to 0$ bo'lganda chekli limitga ega bo'lsa, bu limit qiymati funksiyaning x_0 nuqtadagi ***hosilasi*** deb ataladi.

Berilgan $y = f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi $f'(x_0)$ yoki $y'(x_0)$ kabi belgilanadi va, ta'rifga asosan,

$f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ tenglik orqali aniqlanadi.

Harakat tenglamasi $S=S(t)$ funksiya bilan ifodalanadigan notekis harakatda t_0 vaqtdagi oniy tezlik uchun $v(t_0) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = S'(t_0)$ formulani hosil qilamiz. Demak, $y=f(x)$ funksiyaning hosilasi uning o'zgarish tezligini ifodalaydi va bu ***hosilani mexanik ma'nosi*** deyiladi. Nyuton hosila tushunchasiga mana shu yo'nalishdagi tadqiqotlari orqali kelgan va uni "flyuktsiya" deb atagan. Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, bu yerda "tezlik" tushunchasi faqat harakat tezligini ifodalamasdan, u keng ma'noda tushuniladi. Masalan, ximiyaviy reaksiya tezligi, texnologik jarayon tezligi, iqtisodiy islohotlarni amalga oshirish tezligi va hokazo.

Ikkinchi tartibli hosilaning mexanik ma'nosi**:** *M* modiy nuqta $S = f(t)$ qonuniyat bo'yicha to'g'ri chiziqli harakatlanayotgan bo'lsin. Bizga ma'lumki, S_t' hosila nuqtaning ma'lum paytdagi tezligiga teng: $S_t' = V$.

Yo'ldan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosila nuqtaning tezlanishiga tengligini ko'rsatamiz, ya'ni $S_t' = a$

Biror *t* vaqt mobaynida nuqtaning tezligi *V*, $t + \Delta t$ vaqtda esa $V + \Delta V$ bo'lsin, ya'ni Δt vaqt oralig'ida tezlik ΔV katalikka o'zgarsin. $\frac{\Delta V}{\Delta t}$ munosabat nuqtaning Δt vaqt mobaynidagi o'rtacha tezlanishini ifodalaydi. Bu munosabatning $\Delta t \to 0$ dagi limiti *M* nuqtaning *t* vaqtdagi tezlanishi deyiladi va a bilan belgilanadi: $a\colon \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = a$, ya'ni $V' = a$ lekin $V = S_t'$ bundan $a = (S_t')'$, yani $a = S_t''$.

Misol. Moddiy nuqta $S(t) = \frac{t^3}{3}$ qonuniyat bo‘yicha harakatlanmoqda. *t=5* vaqt mobaynidagi tezlanishini toping. Yechish: $a(t) = S'' = \left(\frac{t^3}{3}\right)''$=2t $a(5) = 2 \cdot 5 = 10$

I. 1-2 masalada fizikaga doir masalalar yoritilgan. Birinchi tartibli hosila tezlikni, ikkinchisi tartiblisi tezlanishni bildirishini ko‘pchilik biladi.

1-masala. Tormoz bosilishidan oldin mashina soatiga 40 mil tezlikda harakatlanayotgan yedi. Mashina sekundiga 10 futga (1 fut 0,3048 metr) o‘zgarmas tarzda sekinlashi ma'lum bo‘lsa, u to‘la to‘xtaguncha qancha masofa bosib o‘tadi?

Yechish: Dastlab t vaqtagi mashinaning pozitsiyasini $x(t)$ bilan belgilasak , u holda $v(t) = x'(t)$ (tezlik), $a(t) = x''(t)$ (tezlanish) bo‘ladi. Mashina shartiga ko‘ra mashina sekundiga 10 futga seknlashadi, ya'ni $a(t) = \frac{-10ft}{s^2}$ o‘zgarmasdir. Bu degani $x''^{(t)} = \frac{-10ft}{s^2}$. Bu tenglikni integrallasak

$$v(t) = x'^{(t)} = \int x''^{(t)} dt = -10t + c_1$$

bu yerda *t* sekundlarda o’lchanadi. Tormoz bosilgan paytda (*t=0*) da

$v(0) = 40\ mil/soat\ (1\ \text{мил}\ 0{,}44704\ {}^{\text{м}}/_{\text{с}})$ bo’lgani sababli $v(t) = 40 - 10t$ bo’ladi. Endi mashina tezlik 0 ga teng bo’lganda to’xtashini hisobga olsak $v(t) = 0$ dan $t = \frac{40mil/soat}{10ft/sek^2}$ kelib chiqadi. Birliklarni birxillashtirsak, ya’ni

$$t = \frac{40mil/soat}{10ft/sek^2} = \frac{40\cdot\frac{5280ft}{3600sek}}{10\cdot ft/sek^2} = 4\frac{528}{360}sek = 5{,}867sek.$$

Demak, mashina tormoz bosilganidan 5,867 sekund o’tib to’xtagan. Keying qadam shu vaqt ichida mashinaning qancha km masofa bosib o’tganini aniqlash.

Endi $v(t) = x'(t) = -10t + 58{,}57$ ni hisobga olib mashina pozitsiyasini hisoblaymiz: $x(t) = \int x'(t)dt = -5t^2 + 58{,}67t + c_2$, bu yerda boshlang’ich pozitsiyani bildiradi. Demak, mashina bosib o’tgan masofa

$s = x(t) - x(0) = -5t^2 + 58{,}67t$ formula orqali topiladi. Aniqrog’i mashina $s = -5(5{,}867)^2 + 58{,}67 \cdot 5{,}867 = 172{,}108\ fut$ masofa yurgan.

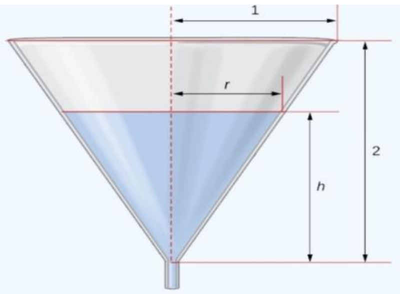
2-masala.$d(t) = 2 - 3t^2$ ifodaga mos ravishda harakatlanayotgan mashinaning 5-sekundagi tezligini toping. Bu yerda masofa metrlarda, vaqt sekundlarda o‘lchanadi.

Yechish: Bunda $v(t) = d'(t)$ ekanligini bilgan holda $t = 5$ da $v(t)$ qiymatini topish kifoya, ya'ni: $v(t) = d'^{(t)} = -6t \rightarrow v(5) = -6 \cdot 5 = -30 metr/sek.$

II. 3-masala kimyoga doir masala yoritilga.

3-masala. Konussimon voronkadan suv $0{,}03\,sm^2/sek$ tezlikda tushmoqda. Voronkaning bo‘yi *2 sm*, yuqori qismining radiusi *1 sm* ga teng bo‘lsa, suvning voronkadagi balandligi *0,5 sm* bo‘lganda uning o‘zgarish o‘zgarish tezligi qanday bo‘ladi? (1-rasmda hamma elementlar belgilangan)

1-rasm



Echish: *h* bilan voronkadagi suvning balandligini, *r* bilan voronka ustki qismi radiusi va *V* bilan voronka hajmini belgilab olamiz. Topishimiz kerak bo‘lgan kattalik $h = 0{,}5$ bo‘lgan paytda $\frac{dh}{dt}$ ning qiymatidir. Masala shartidan ma'lumki $\frac{dV}{dt} = -0{,}03\,sm^2/sek.$ boshqa tomondan esa konus hajmi $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$ Rasmdan ko’rish mumkinki (o’xshash uchburchaklar xossasiga ko’ra) $\frac{r}{h} = \frac{1}{2}$ yoki $r = \frac{h}{2}$. Hajm formulasiga olib borib qo’ysak: $V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi h^3}{12}$ ni olamiz. Suv balandligi vaqt o’tishi bilan o’zgarib borganligi uchun $h = h(t)$ deb yozib olsak bo’ladi. Endi hajmdan *t* bo’yicha hosila olsak $\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{4}h^2\frac{dh}{dt}$ teng bo’ladi. Bu yerdan esa $-0{,}03 = \frac{\pi}{4}h^2\frac{dh}{dt}$ ga ega bo’lamiz yoki $\frac{dh}{dt} = -\frac{3}{25\pi h^2}$. Suv balandligi $h = 0{,}5$ bo’lganda $\frac{dh}{dt} = -\frac{3}{25\pi(0{,}5)^2} \approx -0{,}153\,sm/sek$ kelib chiqadi.

Xulosa. “Hosila va uning tadbiqlari” bo’limni o’zlashtirish natijasida o’quvchilar:

1. funktsiya orttirmasi, hosila tushunchasiga olib keluvchi masalalar, hosila tushunchasi, uni hisoblash qoidalari, elementar funktsiyalarning hosilalari, hosilalar jadvali, hosilaning geometrik va fizik ma’nolari hosilaning tadbiqlarini bilishi;

2. funktsiyaning hosilasiga oid amaliy masalalarni yechish ko’nikma va malakalariga ega bo’lishadi.

Bu mazmunni o’qitishda kamchiliklardan biri shundaki, mavjud o’quv adabiyotlarida alohida kasbga yo’naltirilganlik yo’qligidir.

Har bir matematika o’qituvchisi “Hosila va uning tadbiqlari” bo’lim bo’yicha mazmunnidan kelib chiqqan holda (umumiylikni yo’qotmagan holda), bu mavzuni ochib beruvchi masalalarni aynan fakultet va yo’nalishlardan kelib chiqqan holda tanlanishi maqsadga muvofiq bo’lardi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. K.SH.Ruzmetov, G’.X.Jumaboyev “Matematika” darslik T.2020y.
2. https://hozir.org. hosila ta’rifi, hosilaning mexanik ma’nolari

IQTISODIY MASALALARNI MATRITSALAR YORDAMIDA YECHIMINI TOPISH

M.Xidoyatova., Samatova G. YRB 101 guruh
"TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti

Annotatsiya:

Maqolada matematikadan amaliy darslarning samadorligini oshirishda, fanlararo integratsiya o'rni yoritilib, xususan matritsalar yordamida iqtisodiy masalalarni yechilishi ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: matritsa, satr, element, sarf harajat, foyda.

Kirish: Respublikamiz prezidenti tomonidan "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to'g'risida" **ПҚ-4708-сон 07.05.2020**., "Matematika ta'lim va fanlarini yanada rivojlantirish davlat tomonidan qo'llab quvvatlash, shuningdek O'zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika to'g'risida" **ПҚ-438-сон 09.07.2019** qabul qilingan qarorlar, matematika fanidan dars beruvchi o'qituvchilarga ta'lim berishga katta mas'uliyat bilan yondashishni talab etadi. Demak oliy ta'lmning asosiy maqsadi raqobatbardosh, malakali mutaxassilarni tayorlashdir. Buning uchun fanlaro integrasiyaga katta ahamiyat berishni, ya'ni matematikani har bir sohaga tadbiqini takomallashtirish taqozo etadi. Fanlararo aloqadorlikning izchillik shakli o'quvchilarni matematik ko'nikma va malakalarini shaklantirishda muxim ahamiyatga ega.

Yuqorida keltirilgan fiklarni isboti sifatida matematik va atrofdagi dunyoning uyg'unligi haqida buyuk olim faylasuf **B. Rassel** fikrlarini keltirish mumkin: ***Matematika nafaqat haqiqatga, balki eng yuksak go'zallikka ham ega - bu nafaqat mukammal san'at namunalariga xos bo'lgan mukammal va qat'iy, ulug'vor sof va chinakam mukammallikka intiladigan go'zallikdir.***

Determinant va matritsalar nazariyasi matematika, iqtisod, fizika, mexanika, elektrotexnika, radiotexnika, qurilishda,kundalik hayotimizda va h.k.larda keng qo'llaniladi. Matritsa operatsiyalari juda og'ir emas va ortiqcha mashaqqatli ishni talab qilmaydi; aksincha, matritsa algebrasi ko'p hollarda aynan o'zining qisqaligi, soddaligi va ravshanligi uchun baholanadi. Matritsa algebrasi yordamida katta va kichik ko'pgina masalalarni o'lchamidan qat'i nazar, matematik shaklda ifodalash mumkin. Endi matritsalarni tadbiqiga doir misollar keltiramiz:

Misol 1. Korxona 3 turdagi mahsulot (P_1, P_2, P_3) ishlab chiqarishda 2 turdagi (S_1, S_2) homashyodan foydalanadi. Hom ashyoning sarflash miqdori $A = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ va tan narhi $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 45 \end{pmatrix}$ (pul birlikda) teng bo'lsa, $C = (50 \quad 60 \quad 150)$ buyurtmani bajarishga sarflanadigan hom ashyo miqdori va buyurtmaning umumiy qiymatini aniqlang.

Yechish: Hom ashyo miqdori $S = C \times A$ teng bo'ladi. Demak

$$S = (50 \quad 60 \quad 150) \times \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} = (1790 \quad 580)$$

Buyurtmaning qiymati $Q = S \times B = (CA)B = (115600)$ teng bo'ladi.

Misol 2. Tadbirkor kuniga 10 juft kattalar oyoq kiyimi, 15 juft bolalar oyoq kiyimi, 20 juft bolalar oyoq kiyimi ishlab chiqarishni rejalashtirgan.

Uni A=(10 15 20) satr-matritsa ko'rinishida qisqacha yozib olish mumkin. Bu mahsulotlarning narxi (pul birlikda) B$\begin{pmatrix} 80 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}$ ustun matritsadan iborat bo'lsa tadbirkorning kunlik daromadini hisoblang.

Yechish: Kunlik daromadni xisoblash uchun A satr-matritsani B ustun matritsaga ko'paytiramiz.

A*B=$(10\ \ 15\ \ 20) \times \begin{pmatrix} 80 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}$=$(10 \cdot 80 + 15 \cdot 50 + 20 \cdot 100)$=$(800 + 750 + 2000)$= (3550)

Demak daromad 3550 000 so'mni tashkil qilar ekan.

<u>Misol 3</u>.To'rtta yoqilg'i quyish shaxobchasi quyida A martitsa ustida ko'rsatilgan miqdorda har bir yoqilg'i quyish shaxobchasi harid qilingan yoqilg'i bo'lsin.

A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Birinchi satrda to'rtta yoqilg'i quyish shaxobchasidan olingan benzin miqdori. Ikkinchi satrda to'rtta yoqilg'i quyish shaxobchasidan olingan salyarka miqdori, uchinchi satrda to'rtta yoqilg'i quyish shaxobchasidan olingan gaz miqdori. T= $(4\ \ 3\ \ 2)$ satrlar bu yoqilg'ilarning narxi (so'm birlikda). E to'rtta birdan iborat ustun matritsa bo'lsa $T \times A, \quad TAE$

Matritsalar ko'paytmasini topaylik va ma'nosini tushuntiraylik.

Yechish: T matritsani A matritsaga ko'paytirsak

$$T \times A = (4\ \ 3\ \ 2)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} = (4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \quad 4 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 2 \quad 4 \cdot 1 + +3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \quad 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5)$$

=$(15\ \ 12\ \ 10\ \ 35)$

Satr matritsaga ega bo'lamiz. $M_1 = 15$ birinchi yoqilg'i quyish shaxobchasining olgan neft maxsuloti uchun to'langan pulning miqdorini bildiradi. Xuddi shunday $M_2 = 12$ ikkinchi shaxobchaning olgan neft mahsuloti uchun to'langan pulni bildiradi. $M_3 = 35$ to'rtinchi shaxobchaning olgan neft mahsuloti uchun to'langan pulini, bildiradi. A ni E ga ko'paytiramiz.

A*E=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$*$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$

Natija ustun-matritsadan iborat bo'lib, uning ma'nosi to'rtta xaridorning 8 ming kg benzin, 6 ming kg salyarkava 11 ming m^3 gaz olganini bildiradi T*A*E ko'paytmasini hisoblaymiz

$T \cdot (A \cdot E)$=(4 3 2) $\cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$=$(32 + 18 + 22)$ =72

$$(T \cdot A) \cdot E = (15\ 12\ 10\ 35) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = (15 + 12 + 10 + 35) = 72$$

Ikkala holda ham bir xil natijaga ega bo’ldik. Bu natija to’rtta shaxobchaning hamma mahsuloti uchun to’lagan pul miqdorini bildiradi.

Xulosa. Shunga o’xshash ko’pgina masalalarda oily matematika elementlaridan foydalanamiz. Shunday ekan matematikani o’rganishga e’tibor berishimiz lozim.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. F. B. Badalov ,, Optimallash nazariyasi va metodik programmalashtirish” Toshkent. ,,O’qituvchi” 1989. B. 62-65.
2. X. P. Latipov, Sh. I. Tojiyev, R. Rustamov “Analitik geometriya va chiziqli algebra” Toshkent ,, O’zbekiston” 1995. B. 60-63.
3. O‘zbekiston Respublikasining “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni.2020 йил
4. Toshpo’latov B.T., Dusumbyetov A.D., Qulmatov A.Q. Algyebra va sonlar nazariyasi. Ma’ruzalar matni. T., 2001 1-5- qismlar.

IQTISODIY MASALALARNI YECHISHDA CHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALAR SISTEMASINING TATBIQLARI

Talabalar: N.Esonov, N.Sarsenboyev
Ilmiy rahbar: PhD-X.M.Komilova
“TIQXMMI” Milliy tadqiqot universiteti

Annotatsiya:

Bu maqolada Iqtisodiy masalalarni yechishda chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining tatbiqlarini ko’rib o’tamiz.

Kalit so'zlar: Tenglamalar sistemasi, Kramer formulasi, Gauss usulifunksiya, yechim

Kirish: Yuqori malakali mutaxassislar tayyorlashda tabiiy fanlarning roli kattadir. Bu esa, bo’lg’usi mutaxassislardan texnika, meditsina, iqtisodiyot, qishloq xo’jaligi va boshqa sohalarga oid turli jarayonlarning matematik modellarini tuzish va ular yordamida nazariy hamda amaliy masalalarni yecha bilishlikni taqazo etadi.

Muammoning qo`yilishi.

Matematika - dunyodagi eng eski va eng elementar ilmlardan biridir. Matematika turli sohalarda keng qo'llaniladi, iqtisodiyot va qishloq xo`jaligi sohasida alohida ahamiyatga ega. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi yordamida iqtisodiyot tarmoqlariga tegishli masalalarning yechimlarini toppish mumkin. Chiziqli tenglamalar sistemasining amaliy masalalarga tatbiqini quyidagi masalalarda ko‘rib chiqamiz.

1-masala. Zavodda 3 xil turdagi temir-buyum mahsulotlari ishlab chiqariladi. Mahsulotlar uchun 3 turdagi S_1, S_2 va S_3 xom-ashyo ishlatiladi. Bitta mahsulot uchun har bir xom-ashyodan ishlatish me’yori va bir oylik xom-ashyo ishlatish hajmi 1-jadvalda berilgan. Zavodning har bir mahsulot bo‘yicha bir oylik ishlab chiqarish hajmini toping.

Yechish. Masalani chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi yordamida yechamiz.

Faraz qilaylik, zavod bir oyda x dona darvoza, y dona deraza panjarasi, z dona zinapoya to‘siqlari ishlab chiqarsin. U holda, har bir turdagi mahsulot uchun xom-ashyo sarflanishiga mos holda, quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} 2x + 3z = 69, \\ x + 2y + z = 60, \\ 5x + 4z = 120. \end{cases}$$

Bu sistemani turli usullar bilan yechish mumkin. Biz Kramer usulidan foydalanamiz. Buning uchun asosiy determinantni tuzamiz va hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 \end{vmatrix} = -14.$$

Asosiy determinant noldan farqli, demak, sistema birgalikda va yagona yechimga ega. Yordamchi determinantlarni tuzamiz va hisoblaymiz:

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 69 & 0 & 3 \\ 60 & 2 & 1 \\ 120 & 0 & 4 \end{vmatrix} = -168,$$

$$\Delta y = -231, \quad \Delta z = -210.$$

Kramer formulasiga asosan, masalaning matematik nuqtai- nazardan yechimini topamiz:

$$x = \frac{-168}{-14} = 12, \quad y = \frac{-231}{-14} = 16.5, \quad z = \frac{-210}{-14} = 15.$$

1-jadval

Xom-ashyo turlari	Bitta mahsulot ishlab chiqarish uchun xom-ashyo islatilishi me’yori (shartli birlikda)			Bir oylik xom-ashyo islatilishi (shartli birlikda)
	darvoza	deraza panjarasi	zinapoya to‘siqlari	
S_1	2	0	3	69
S_2	1	2	1	60
S_3	5	0	4	120

Masala yechimi butun bo‘lishini hisobga olsak, sistemaning noma’lumlari qiymatidan quyidagi xulosaga kelamiz, ya’ni zavod bir oyda 12 ta darvoza, 16 ta deraza va 15 ta zinapoya to‘siqlarini ishlab chiqaradi.

2-masala. Ma’lum bir sondagi o‘ramli materialdan fabrikada A- ko‘rinishda 360 ta, B-ko‘rinishdagi – 300 ta va C-ko‘rinishdagi 675 ta mahsulot tikiladi. 3- xil usuldagi bichishdan foydalanish mumkin. Har bir material o‘ramidan bichish usullari bo‘yicha mahsulotlar tayyorlash miqdori 2-jadvalda berilgan. Reja bajarilishi shartini matematik shaklda yozing.

Yechish. x, y va z bilan mos ravichda birinchi, ikkinchi va uchinchi bichish usullari bo‘yicha ishlatilgan material o‘ramlari bo‘lsin. U holda, 1-bichish usulida x ta o‘ramda $3x$ ta, 2-bichish usulida – $2y$ ta, 3-bichish usulida – z ta A turdagi mahsulotlar rejasini bajarish uchun quyidagi tenglama o‘rinli bo‘lishi kerak: $3x+2y+z=360.$ Xuddi shu yo‘l bilan $x+6y+2z=300,$ $4x+y+5z=675$ tenglamalarni hosil qilamiz. Ularni ushbu sistema ko‘rinishida ifodalaymiz:

$$\begin{cases}3x+2y+z=360,\\ x+6y+2z=300,\\ 4x+y+5z=675.\end{cases}$$

2-jadval

Mahsulot turlari	Bichish shakllari		
	1	2	3
A	3	2	1
B	1	6	2
C	4	1	5

Sistemani Gauss usulida yechamiz:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}3&2&1&360\\1&6&2&300\\4&1&5&675\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&6&2&300\\3&2&1&360\\4&1&5&675\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&6&2&300\\0&-16&-5&-550\\0&-7&2&15\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&6&2&300\\0&16&5&550\\0&-14&4&30\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&6&2&300\\0&16&5&550\\0&2&9&570\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&6&2&300\\0&2&9&570\\0&16&5&540\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&6&2&300\\0&2&9&570\\0&0&-67&-4020\end{array}\right)\sim\begin{cases}x+6y+2z=300,\\ 2y+9z=570,\\ -67z=-4020.\end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasi yuqorida masala shartiga binoan tuzilgan tenglamalar sistemasiga teng kuchlidir. Hosil bo‘lgan sistemadan $x=90,$ $y=15,$ $z=60$ qiymatlarni aniqlaymiz.

Yuqorida ko‘rilgan masalalardan ma’lumki, chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining iqtisodiy masalalarni yechishda o‘rni kattadir.

Xulosa

Хулоса ўрнида шуни айтиш мумкинки, нафақат иқтисодиётда балки қишлоқ хўжалиги ва бошқа соҳаларда хам математиканинг ўрни ва аҳамияти беқиёс дея оламиз. Bugungi kunda ko’rib turganimizdek matematik amallar, mantiqlar va hisoblashlarsiz biror bir natijaga erishib bo’lmaydi.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Гатаулин А.М., Харинтова Л.А., Гаврилов Г.В. Экономико – математические методы в планировании сельскохозяйственного производства. –М.:Колос,1986;
2. Ё.У.Соатов, Олий математика. Тошкент,1993.
3. B.A.Xudayarov, Matematika. Toshkent-2018.
4. X.Komilova, Qishloq va suv xo′jaligi masalalarini modellashtirish(o’quv qo’llanma),2021.

MAPLE 18 DASTURI YORDAMIDA ANALITIK MEXANIKA FANINING MASALARINI YECHISH VA KOORDINATA O’QIDA GRAFIGINI CHIZISH

Masaliyeva Maftuna Ergash qizi
Mexanika va matematik modellashtirish bakalavr yo’nalishi 2-kurs talabasi
“TIQXMMI” Milliy tadqiqotlar universiteti,

Annotatsiya. Mazkur maqolada Dalamber prinsipi yordamida mexanik sistemaning harakatini tahlil qilanadi.

Kalit so’zlar: Burchak tezligi, burchak tezlanishi, moment, koordinata o’qlaridagi proyeksiyalar, yuk og’irligi, sterjen og’irligi, burchak, solve, evalf, plot.

Masala sharti: Tenglamalar sistemasini EVM Maple 18 dasturi yordamida yechish uchun quyidagi parametrlarni qabul qilinadi:

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Muhamedov T., Tuproq eroziyasi dehqonchilik uchun ofat, T., 1973;

2. N Bezak, M Mikos, P Borrelli, et all., Soil erosion modeling: A bibliometric analyses, https://doi.org/10.1016/j.envres.2021.111087.

3. Eldiiar Duulatov , Xi Chen , Amobichukwu C. Amanambu, Friday U. Ochege, Rustam Orozbaev , Gulnura Issanova and Gulkaiyr Omurakunova, Projected Rainfall Erosivity Over Central Asia Based on CMIP5 Climate Models,2019, doi:10.3390/w11050897.

4. Oldeman, L. The global extent of soil degradation1. In Szabolcs I, Eds1 Soil Resilience and Sustainable Land Use1; Greenland, D.J., Ed.; CAB International: Wallingford, UK, 1994; pp. 99–1181.

5. Wischmeier, W.H.; Smith, D.D. Predicting Rainfall Erosion Losses-a Guide to Conservation Planning; Publisher: Washington, USA, 1978.

6. SH Khusen,Gafforov,B Amning, et all.,The Assessment of Climate Change on Rainfall-Runoff Erosivity in the Chirchik–Akhangaran Basin, Uzbekistan, Sustainability 2020, 12, 3369; doi:10.3390/su12083369.

7. E. Bühlmann, B. Wolfgramm, D. Maselli, H. Hurni, S.R. Sanginov, and H.P. Liniger, Geographic information system–based decision support for soil conservation planning in Tajikistan,2010, doi:10.2489/jswc.65.3.151.

8. Y Mukanov,Y Chen, S Baisholanov,et all., Estimation of annual average soil loss using the Revised Universal Soil Loss Equation (RUSLE) integrated in a Geographical InformationSystem (GIS) of the Esil River basin (ERB), Kazakhstan,2019, https://doi.org/10.1007/s11600-019-00288-0.

MATEMATIK MODELLASHTIRISH YORDAMIDA FIZIK JARAYONLARGA OID AMALIY MASALALARNI YECHISH

Rasulov Sanjar Jamshid o'g'li
Mexanika va matematik modellashtirish bakalavr yo'nalishi 2-kurs talabasi
Ilmiy rahbar: Oliy matematika kafedrasi prof. fiz.-mat. f. doktori Ergashev T.G.
"TIQXMMI" Milliy tadqiqotlar universiteti

Annotatsiya:

Mazkur maqolada bir necha fizik masalalarning matematik modellari yaratiladi va modellarni yechish usullari muhokama qilinadi.

Kalit so'zlar: Nyuton qonunlari; jismning sovish tezligi; solishtirma issiqlik sig'imi; jismning harakat tezligi; idishlarni bo'shatish masalasi.

1-masalaning qo'yilishi. Nyuton qonuniga asosan, jismning havoda sovish tezligi jism va havo haroratlari ayirmasiga proporsional ($k=-\frac{1}{9}\ln 2$). Agar havo harorati 20° va jism harorati dastlab 100° bo`lsa, qancha vaqtdan keyin u 30° gacha soviydi?

Yechilishi. Jism haroratini T va vaqtni t bilan belgilaymiz. Masala shartiga ko`ra,

$$\frac{dT}{dt}=k(t-20),\ \ T(0)=100.$$

Bu Koshi masalasining yechimini $T(t)=20+80\cdot 2^{-t/9}$ ko`rinishda topamiz.

Endi jism qancha vaqtdan keyin 30° gacha sovishini aniqlaymiz:

$$30=20+80\cdot 2^{-t/9}.$$

Bundan $t=27$ minut ekanligi kelib chiqadi. Demak, jism 27 minutda 30° gacha soviydi.

2-masalaning qo'yilishi. Harorati 20° bo`lgan 1 kg suvi bor idishga 0,5 kg massali alyuminiy predmet tushirildi. Bu alyuminiyning solishtirma issiqlik sig'imi 0,2 va harorati $75^\circ$. Bir minutdan so`ng suv 2° ga isidi. Qachon suv va predmet haroratlarining farqi 1° bo`ladi? Idishni qizdirishga sarflanadigan issiqlik sarfi va boshqalarni hisobga olmang.

Yechilishi. Bundan oldingi masaladagi kabi,

$$\frac{dT_n}{dt}=k_n(T_n-T_c),\ \frac{dT_c}{dt}=k_c(T_c-T_n),$$

bu yerda T_n va T_c – predmet va suvning haroratlari, k_n va k_c – o`zgarmas koeffitsientlar. Birinchi munosabatdan ikkinchisini hadma-had ayirib va $R=T_n-T_c$ belgilash kiritib, yozamiz:

$$\frac{dR}{dt}=kR,\ k=k_n+k_c.$$

Bundan $R=Ce^{kt}$ umumiy yechimni topamiz. Masala shartiga ko`ra, vaqtning boshlang'ich $t=0$ momentida $R=55^\circ$ bo`lganligi uchun $C=55$ bo`ladi. Shuning uchun $R=55e^{kt}$. k koeffitsientni topish uchun issiqlik balansi tenglamasidan foydalanamiz:

$$Q=cm(T_к-T_n),$$

bu yerda $c-$jismning solishtirma issiqlik sig'imi, $m-$ uning massasi. Bu formulada $Q_1=2C_{H_2O}$ va $Q_2=0,2\cdot 0,5(75-T)C_{H_2O}$ haroratlarning farqi $T_к-T_n$ bilan belgilan-gan. Bu yerda Q_1-suvdagi issiqlik miqdori, Q_2- predmet T temperaturagacha soviganda ajralib chiqqan issiqlik miqdori. Shartga ko`ra, $Q_1=Q_2$ bo`lganligi uchun $T=55^\circ$. Demak, bir minutdan keyin $R=55^\circ-22^\circ=33^\circ$ bo`ladi. U holda $33=55e^k$, bundan $k=\ln 0,6$. Shuning uchun suv va jism temperaturalarining bir-biriga yaqin kelish qonuni $R=55\cdot(0,6)^t$ ko`rinishda bo`ladi. $55\cdot(0,6)^t=1$ tenglikdan

$$t=\frac{\ln 55}{\ln 5-\ln 3}\approx 8\ \text{minut},$$

ya`ni 8 minut o`tgandan keyin jismning harorati suvning haroratidan 1° ga yuqori bo`ladi.

3-masalaning qo'yilishi. Jismning harakat tezligi u bosib o`tgan yo`lga proporsional (proporsionallik koeffitsienti $k=2$). Agar jism 10 sekundda 100 metr yo`l bosib o`tsa, uning yo`l formulasini toping.

Yechilishi. Jism tezligini $v(t)$, jism bosib o`tgan yo`lni esa $s(t)$ bilan belgilaymiz. Masala shartiga ko`ra, $v(t) = 2s(t)$. $v(t) = \dfrac{ds}{dt}$ ekanligini va masala shartini e`tiborga olib,

$$s'(t) = 2s(t),\ s(10) = 100$$

ko`rinishdagi Koshi masalasiga ega bo`lamiz. Bu masalani yechib, jismning yo`l formulasini topamiz: $s(t) = 100e^{2t-20}$.

4-masalaning qo'yilishi. Silindrik idishning diametri $2R = 1{,}8$ m va balandligi $H = 2{,}45$ m. Idishdagi hamma suv idish tubidagi $2r = 6$ sm diametrli teshikdan qancha vaqtda oqib chiqadi? Silindrning o`qi vertikal joylashgan.

Yechilishi. Idishdagi suyuqlikning $t > 0$ vaqt momentidagi sath balandligi $h(t)$ bo`lsin. Δt vaqt oralig'ida suyuqlik sathi $h(t + \Delta t)$ qiymatgacha pasayadi. Demak, idishdan $(h(t) - h(t + \Delta t))\pi R^2$ ga teng suyuqlik oqib chiqib ketadi. Boshqa tomondan, idishdagi teshikdan $\pi r^2 v(t_1)\Delta t$ miqdordagi suyuqlik oqib chiqadi, bu yerda $t_1 \in (t, t + \Delta t)$, $v(t_1)$ esa suyuqlikning $(t, t + \Delta t)$ intervalda oqish tezligining biror oraliq qiymati. Massaning saqlanish qonuniga asosan,

$$h(t + \Delta t) - h(t) = -\left(\frac{r}{R}\right)^2 v(t_1)\Delta t$$

bo'ladi. Bu tenglikning ikkala tomonini Δt ga bo`lib va $h(t)$ funksiyani differensiallanuvchi, $v(t)$ funksiyani esa uzluksiz deb faraz qilib, Δt ni nolga intiltiramiz. U holda

$$\frac{dh}{dt} = -k^2 v(t),\ k = \frac{r}{R},\ v = 0{,}6\sqrt{2gh}$$

differensial tenglamani olamiz. Bu tenglamaning yechimi

$$h(t) = \left(C - 0{,}3\sqrt{2g}\,k^2 t\right)^2,\ C = const$$

ko`rinishda topiladi.

Masala shartiga ko`ra, $h(0) = H$ bo`lganligi uchun $C = \sqrt{H}$ bo`ladi. Bundan

$$t = \frac{10\sqrt{H}}{3\sqrt{2g}}\frac{R^2}{r^2} \approx 1050 \text{ sekund } = 17{,}5 \text{ minutda } \ h(t) = 0$$ bo`lishi kelib chiqadi.

Xulosa

Tabiat qonunlaridan foydalangan holda qo'yilgan masala matematik modeli tuzildi. Modellashtirish natijasida hosil qilingan matematik masala differensial tenglamalar nazariyasi yordamida bir qiymatli yechildi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Tuhtasinov M. Ergashev T.G. Differensial tengalamalar fanidan misollar va masalalar yechish. Toshkent, 2020. 292 bet.

SODDA IQTISOD-MUHANDISLIK MASALARIGA MATRITSALARNING TATBIQI

M.Yeshanova – talaba
Ilmiy rahbar: PhD-X.M.Komilova

"TIQXMMI" Milliy tadqiqotlar universiteti

Annotatsiya:

Bu maqolada biz oliy matematika fanida o'tilayotgan mavzularining xayotiy masalalarga qo'llanilishini, sodda iqtisod-muhandislik masalariga matritsalarning tatbiqi ko'rib o'tamiz.

Kalit so'zlar: Matematika, matritsa, xarajat, resurs, maxsulot

Kirish: Oliy o'quv yurtlarida nazariy bilimlari puxta, ayni paytda undan amaliyotda keng foydalana oladigan mutaxassislar yetishtirish zarur. Bunday mutaxassislarni tayyorlashda oliy o'quv yurtlarida o'qitiladigan oliy matematikaning ahamiyati kattadir. Oliy matematikani o'rgatish talabalarni faqat qator matematik ma'lumotlarni tanishtirishdan iborat bo'lmasdan, balki mantiqiy fikrlashga, uni soha masalalariga tatbiq etishga ham qaratilgandir.

Oliy matematika fani asosida talabalarga qishloq va suv xo′jaligi hamda iqtisodiy masalalarini yechish, o'tilayotgan mavzularni amaliy masalalarga tadbiqlari qiziq va muhim o'rin tutadi. Ma'lumki, matematika hech qachon yolg'iz qolmaydi, u doimo biron narsaga tatbiq etiladi! Bu shuni ko'rsatadiki, boshqa fanlarni matematikasiz tasavvur qilish qiyin. Shuning uchun, agar insoniyat matematika dunyosini yaratmagan bo'lsa, hech qachon ILMga ega bo'lolmagan bo'lar edi! Misol tariqasida texnik taraqqiyotni olaylik. Yangi apparat paydo bo'lishi uchun ko'plab olimlar va ishlab chiquvchilar kerak. Ular orasida albatta matematik bo'ladi, chunki bunga ehtiyoj borligi shubhasiz! Demak, bizni o'rab turgan dunyo va umuman insoniyat taraqqiyotida matematikaning muhim o'rni bor.

Muammoning qo`yilishi. Matematika har doim insoniyat madaniyatining ajralmas va muhim tarkibiy qismi bo'lib kelgan, u atrofdagi dunyoni anglashning kaliti, ilmiy-texnik taraqqiyotning asosi va shaxsiyat rivojlanishining muhim tarkibiy qismidir.

Matematikada irodaviy faoliyat, spekulyativ mulohaza yuritish va estetik barkamollikka intilish xususiyatlari mavjud. Uning asosiy va o'zaro qarama-qarshi elementlari mantiq va sezgi, tahlil va qurilish, umumiylik va konkretlilikdir.

Tadqiqot usullari va yechim. Matematika insoniyat uchun juda muhim va zarur fandir. Odamlar bu xulosaga uzoq vaqt davomida kelishgan, qachonki oddiy matematik hisob-kitoblar ularga tabiiy, ba'zan shafqatsiz muhitda omon qolishlariga yordam bergan bo'lsa.

Matritsalar yordamida ba'zi iqtisodiy bog'liqlarni ifodalash mumkinligini birinchi paragrafda ko'rdik. Ehdi matritsalar yordamida ba'zi amaliy masalalarni yechishni o'rganamiz.

1-masala. "Ravot" va "Qahramon" fermer xo'jaliklarida yetishtirilgan poliz mahsulotlari shahardagi N_1, N_2 va N_3 supermarketlarga har kuni yetkasilib turiladi. Bu fermer xo'jaliklaridan kundalik poliz mahsulotlarining bir tonnasini N_1 - supermarketga yetkasib berish - 20 ming, N_2 - supermarketga yetkasib berish - 30 ming va N_3 - supermarketga yetkasib berish esa - 50 ming pul birligiga to'g'ri keladi. Har bir fermer xo'jaligining kundalik transport xarajatlarini hisoblang.

Fermer xo'jaliklari	Supermarketlarga kundalik yetkasilib berilgan poliz mahsulotlari (tonna hisobida)		
	N_1	N_2	N_3
"Ravot"	2	3	1
"Qahramon"	3	1	4

Yechish. A – matritsa bilan har kuni fermer xo'jaliklaridan supermarketlarga yetkasib berilgan polis mahsulotlari (tonna hisobida), B – matritsa esa fermer xo'jaligidan bir tonna mahsulotni supermarketga etkasib berish uchun sarflanadigan transport xarajatlari (narxlari) bo'lsin:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 50 \end{pmatrix}.$$

U holda, fermer xo'jaliklarining poliz mahsulotlarini supermarketlarga yetkasib berish uchun ketgan bir kunlik sarf xarajatlari matritsasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$C = A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 50 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 20 + 3 \cdot 30 + 1 \cdot 50 \\ 3 \cdot 20 + 1 \cdot 30 + 4 \cdot 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 180 \\ 290 \end{pmatrix}$$

Demak, "Ravot" fermer xo'jaligidan polis mahsulotlarini supermarketlarga yetkasib berish uchun kuniga 180 ming, "Qahramon" fermer xo'jaligidan esa 290 ming shartli pul birligi sarflanadi.

2-masala. Fermer xo'jaligida 10 tonna kartoshka, 3 tonna piyoz va 6 tonna pomidor yetishtirish rejalashtirilgan. $X = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ – fermer xo'jaligining rejasi; $S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ - resurslar narxi (har bir tonna uchun); $P = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ – transport xarajati (har bir tonna uchun).

1) Fermer xo'jaligi bo'yicha rejadagi qishloq xo'jalik mahsulotlarini yetishtirish uchun sarflangan har bir resurslarning miqdorini aniqlang?

2) Mahsulotlar turlari bo'yicha bir tonna qishloq xo'jalik mahsulotini yetishtirish uchun sarflangan resurs xarajatlarini aniqlang?

3) Rejani bajarish uchun sarflangan jami resurs xarajatlari miqdorini aniqlang?

4) Fermer xo'jaligi bo'yicha resurs va transport xarajatlari umumiy yig'indisini toping?

Yechish. 1) 1 tonna mahsulotni yetishtirish uchun sarflanadigan resurslar miqdorini

$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$- matritsa bilan ifodalaylik. Bu yerda a_{ij}- i-turdagi qishloq xo'jalik mahsulotining bir tonnasini yetishtirish uchun sarflangan j-turdagi T_j resurs miqdori.

Qishloq xo'jalik mahsulotlari	1 tonna mahsulotni yetishtirish uchun sarflanadigan resurslar miqdori		
	T_1	T_2	T_3

	suv (ming, litr)	mahaliy o‘g‘itlar (tonna)	mineral o‘g‘itlar (tonna)
Kartoshka	2	2	1
Piyoz	3	1	3
Pomidor	4	3	2

$$T = X \cdot A = (10 \quad 3 \quad 6) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= (10 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 6 \cdot 4 \qquad 10 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 6 \cdot 3$$

$$10 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 6 \cdot 2) = (53 \quad 41 \quad 31)$$

Demak, fermer xo‘jaligi rejadagi qishloq xo‘jalik mahsulotlarini yetishtirishga sarflagah resurslar miqdori quyidagicha: T_1– 53 ming litr; T_2 – 41 tonna; T_3 – 31 tonna.

2) Bir tonna qishloq xo‘jalik mahsulotini yetishtirish maqsadida foydalanilgan resurslar uchun ketgan sarf-xarajatlarni hisoblaymiz:

$$A \cdot S^T = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \\ 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 13 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

Demak, bir tonna qishloq xo‘jalik mahsulotini yetishtirish uchun 1-turdagi mahsulotga - 7 ming, ikkinchi va uchunchi turdagi mahsulotlar uchun -13 ming so‘m sarflanadi.

3) Fermer xo‘jaligining uch turdagi mahsulotlarni yetishtirish uchun resurslarga sarflagan harajatini aniqlaymiz:

$$X \cdot (A \cdot S^T) = (10 \quad 3 \quad 6) \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 13 \\ 13 \end{pmatrix} =$$

$$=(10 \cdot 7 + 3 \cdot 13 + 6 \cdot 13) = 187.$$

Demak, fermer xo‘jaligining rejadagi kartoshka, piyoz va pomidorni yetishtirish uchun resurslarga sarflagan xarajatlari summasi – 187 ming so‘mni tashkil qiladi.

4) Resurslarni tashish uchun ketgan transport xarajatini hisoblaymiz:

$$T \cdot P = (53 \quad 41 \quad 31) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} = 0 + 123 + 217 = 340.$$

Demak, fermer xo‘jaligining resurslar va transport xarajatlari umumiy yig‘indisini quyidagiga teng:

$$X \cdot (A \cdot S^T) + T \cdot P = 187 + 340 = 527.$$

Хулоса:

Xulosa o'rnida shuni aytish mumkinki, iqtisodiyot, qishloq xo'jaligi va boshqa sohalarda ham matematikaning o'rni va ahamiyati beqiyos deya olamiz. Bugungi kunda ko'rib turganimizdek matematik amallar, mantiqlar va hisoblashlarsiz biror bir natijaga erishib bo'lmaydi. Aslida matematika umuminsoniy bilimlar majmuasidir. Yuqoridagi masalalardan ko'rinib turibdiki o'zimiz bilgan, bilmagan holda har lahzada matematika bilan birgamiz va undan foydalanamiz. Bemalol ayta olamizki, matematikani xar qancha chuqurroq o'rganishimiz va o'rgatishimiz xar doim dolzarb masalalardan bo'lib qolaveradi.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Ё.У.Соатов, Олий математика. Тошкент,1993.
2. B.A.Xudayarov, Matematika. Toshkent-2018.
3. Гатаулин А.М., Харинтова Л.А., Гаврилов Г.В. Экономико – математические методы в планировании сельскохозяйственного производства. –М.:Колос,1986;
4. X.Komilova, Qishloq va suv xo′jaligi masalalarini modellashtirish(o'quv qo'llanma),2021.

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Йулдашев Н. доц, (каф. Выс. мат.), Исомиддинов С., студент гр.109, ЭАСХ, ТИИИМСХ

Аннотация:

В работе рассматривается применения комплексных чисел в решение электротехнических расчетах.

Во время занятия математики, студенты часто задают вопрос: зачем мы изучаем математику? Для этого необходимо установление в учебном процессе связей между математикой и другими предметами. В работе мы приводим применение комплексные числа при решение задач по предмету электротехники.

Долгое время комплексные числа не находили физического применения, поэтому их и назвали «мнимыми» числами. Однако сейчас они очень широко применяются в различных областях физики и техники: электротехнике, аэродинамике, теории упругости и др.

При изучении комплексных чисел необходимо учитывать применение математических знаний в общетехнических и специальных дисциплинах, в частности электротехнике. Применение комплексных чисел дает возможность использовать законы, формулы и методы расчетов, применяющиеся для расчета цепей переменного тока, заменив графическое решение алгебраическим.[1]

Применение комплексных чисел в электротехнических расчетах актуальна в наши дни, поскольку математика и ее методы широко используются при решении научно- технических проблем. Происходит математизация всех наук, математика глубоко проникает во все отрасли народного хозяйства. Развитие математики, в частности математического аппарата комплексных чисел служит необходимым условием ускорения научно-технического прогресса. [1]

Цель работы знакомство с действиями над комплексными числами и применением их при решении задач в электротехнике, которые имеют большое значение для энергетики.

Задачи исследования:

1. Дать развитие понятию "математический комплекс в электротехнике».

2. Рассмотреть различные методы решения электротехнических задач с использованием математического комплекса.

3. Показать важность и необходимость знаний, умений расчетов в цепях переменного тока для работы на электростанциях страны и региона.

Нам известно, что сегодня потребителей электрической энергии работает на переменном токе. В настоящее время почти вся электрическая энергия вырабатывается в виде энергии переменного тока. Это объясняется преимуществом производства и распределения этой энергии. Переменный ток получают на электростанциях, преобразуя с помощью генераторов механическую энергию в электрическую. Основное преимущество переменного тока по сравнению с постоянным заключается в возможности с помощью трансформаторов повышать или понижать напряжение, с минимальными потерями передавать электрическую энергию на большие расстояния, в трехфазных источниках питания получать сразу два напряжения: линейное и фазное. Кроме того, генераторы и двигатели переменного тока более просты по устройству, надежней в работе и проще в эксплуатации по сравнению с машинами постоянного тока. [2]

В электрических цепях переменного тока наиболее часто используют синусоидальную форму, характеризующуюся тем, что все токи и напряжения являются синусоидальными функциями времени. В генераторах переменного тока получают ЭДС, изменяющуюся во времени по закону синуса, и тем самым обеспечивают наиболее выгодный эксплуатационный режим работы электрических установок. Кроме того, синусоидальная форма тока и напряжения позволяет производить точный расчет электрических цепей сиспользованием метода комплексных чисел и приближенный расчет на основе метода векторных диаграмм. При этом для расчета используются законы Ома и Кирхгофа, но записанные в векторной или комплексной форме.

При расчетах цепей приходится проводить математические операции с комплексными числами. Для этого надо уметь выполнять следующие операции:

1) находить модуль и аргумент комплексного числа и комплексное число по модулю и аргументу;

2) переводить комплексное число из одной формы в другую;

3) производить сложение и вычитание, умножение и деление комплексных чисел.

В электротехнике тема «Переменный ток» занимает значительное место. Это объясняется тем, что большинство электротехнических установок работает на переменном токе, который изменяется синусоидально. [2]

Теория комплексных чисел позволяет объединить простоту векторных диаграмм с возможностью проводить расчеты с любой желаемой степенью точности, особенно при расчете сложных цепей, не сводящихся к последовательному или параллельному соединениям.

Рассматриваемый метод расчета непосредственно применим только в тех случаях, когда все Э.Д.С. и токи являются синусоидальными функциями времени. Если выразить ток, протекающий через участок цепи, и падение напряжения на нем в комплексной форме $\dot{I} = I\ell^{j\gamma}$, $\dot{U} = U\ell^{\gamma}$, то частное от деления напряжения на зажимах участка цепи на ток называется комплексным сопротивлением участка цепи. $Z = \dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}$ Придав выражению другой вид $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{Z}$, получим уравнение называемое законом Ома в комплексной (или в символической) форме. Следует обратить внимание, что точка над буквой Z не ставится, точка ставится только над комплексами, обозначающими синусоидально изменяющиеся величины, кроме того комплекс Z не зависит от начальных фаз тока и напряжения.

«Расчет комплексных сопротивлений в электрических цепях переменного тока» - это интегрированная часть физики и математики. [2]

Ниже приведено несколько задач с решениями

Задача 1

Определить ток i в неразветвленной части, если токи в ветвях**:**

$i_1 = 14\sin\left(\omega t + 66^o\right)$ $\quad I_{m1} = 14, \quad \varphi_1 = 66^o$

$i_2 = 6,36\sin\left(\omega t + 116,5^o\right)$ Дано: $I_{m2} = 6,36, \quad \varphi_2 = 166,5^o$

$i_3 = 8,3\sin\left(\omega t + \left(-59^o\right)\right)$ $\quad I_{m3} = 8,3, \quad \varphi = -59^o$

Решение:1.Комплексные токи в цепях**:** $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

$$I_{m1}=\frac{14}{\sqrt{2}}\ell^{j66^o}=\frac{14}{\sqrt{2}}\left(\cos 66^o+j\sin 66^o\right)=4+j9$$

$$I_{m2}=\frac{6,36}{\sqrt{2}}\ell^{j166,5^o}=\frac{6,36}{\sqrt{2}}\left(\cos 116,5^o+j\sin 116,5^o\right)=-2+j4(\mathrm{A})$$

$$I_{m3}=\frac{8,3}{\sqrt{2}}\ell^{-j59^o}=\frac{8,3}{\sqrt{2}}\left(\cos\left(-59^o\right)+j\sin\left(-59^o\right)\right)=3-j5$$

2. Комплекс тока в неразветвленной части цепи: $i=i_1+i_2+i_3+i_4=4+j9-2+j4+3-j5=5+j8$

3.Модуль тока: $|I|=\sqrt{5^2+8^2}=9,44\,(\mathrm{A})$

4.Аргумент через $tg\varphi$ **:** $tg\varphi=\frac{8}{5}=1,6$, по таблице Брадиса $\varphi=58^\circ$

Ответ**:** $i=9,44\sqrt{2}\sin\left(\omega t+58^\circ\right)$

Задача 2

Известно, что $\ell_1=10\sin\left(\omega t+30^\circ\right)$
$\ell_2=15\sin\left(\omega t+60^\circ\right)$

Найти результирующую **Э.Д.С.** $\ell_3=\ell_1+\ell_2=10\sin\left(\omega t+30\circ\right)+15\sin\left(\omega t+60^\circ\right)$

Дано**:** $E_{m1}=10,\quad \varphi=30^\circ$
$E_{m2}=15,\quad \varphi=60^\circ$

Решение**:** $E_m=\frac{\dot{E}}{\sqrt{2}}$

1**.** Комплексное Э.Д.С. в цепях**:**

$$\dot{E}_1=E_{\ell m2^{ij\varphi}}=\frac{10}{\sqrt{2}}\left(\cos 30^\circ+j\sin 30^\circ\right)=\frac{10}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+j\frac{1}{2}\right)=6+j3,5$$

$$\dot{E}_2=E_{\ell m2^{ij\varphi}}=\frac{15}{\sqrt{2}}\left(\cos 60^\circ+j\sin 60^\circ\right)=\frac{15}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=5,3+j3,5$$

2. Комплекс Э.Д.С. в неразветвленной части цепи**:** $\dot{E}_1=\dot{E}_1+\dot{E}_2=6+j3,5+5,3+j9,3=11,3+j12,7$

3.МодульЭ.Д.С.**:** $|E|=\sqrt{127,69+161,29}=\sqrt{288,98}=17$

4.Аргумент через $tg\varphi : tg\varphi = \frac{12,7}{11,3} = 1,1238$, по таблице Брадиса $\varphi = 48^\circ$

$\dot{E}_1 = 17\ell^{j48^\circ}$ Ответ: $\ell_3 = 17\sqrt{2}\sin\left(\omega t + 48^\circ\right)$

Задача 3

Пусть в точке разветвления суммарный ток i_3 равен сумме двух токов i_1 и i_2 (угловая частота при этом не изменяется)

$$\varphi_1 = 90^\circ, \quad I_{m\ell} = 20$$

Дано: $\varphi_2 = 60^\circ, \quad I_{m\ell} = 30$ найти $i_3(t) = ?$

$$\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Решение:1. Комплексные токи в цепях: $\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

$$i_1(t) = 20\sin\left(\omega t + 90^o\right) = \frac{20}{\sqrt{2}}\ell^{j90^\circ} = \frac{20}{\sqrt{2}}\left(\cos 90^\circ + j\sin 90^\circ\right) = 0 + j14,1$$

$$i_2(t) = 30\sin\left(\omega t + 60^o\right) = \frac{30}{\sqrt{2}}\ell^{j60^\circ} = \frac{30}{\sqrt{2}}\left(\cos 60^\circ + j\sin 60^\circ\right) = 10,6 + j18,3$$

2. Комплекс тока в неразветвленной части цепи:

$$i_3(t) = i_1(t) + i_2(t) = 0 + j14,1 + 10,6 + j18,3 = 10,6 + j32,4$$

3.Модуль тока: $|I| = \sqrt{112,36 + 1049,76} = \sqrt{1162,12} \approx 146$

4.Аргумент через $tg\varphi : tg\varphi = \frac{32,4}{10,6} = 3,057$, по таблице Брадиса $\varphi = 71^\circ$

$\dot{I} = 146\ell^{j71^\circ}$

Ответ: $i_2(t) = 146\sqrt{2}\sin\left(\omega t + 71^\circ\right)$

Заключение

Таким образом, достигшей знанием нам легче будет изучить предмет электротехники и решение задач по предмету.

Литература:

1.М.Л.Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. Москва 2003 г.

2.http://www.school-knyazkova.ru/’электротехника/применение %20комплексных%20чисел.html

Адабиётлар:

1. Ш.М.Мирзиёв.“ 2022—2026 йилларга мўлжалланган янги ўзбекистоннинг тараққиёт стратегияси тўғрисида” Т. 2022й.
2. Ўзбекистон Республикаси Давлат солиқ қўмитаси хузуридаги Кадастр агентлиги маълумотларидан олинган,2020 й.
3. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг қарори, 09.01.2019 йилдаги 14-сон.
4. Umurzoqov U.P., Toshboyev A.J., Toshboyev A.A. Fermer xo‘jaligi iqtisodiyoti. – T.: IQTISOD- MOLIYA, 2007. – 226 b.
5. Г.Шадманова “Иқтисодий-математик усуллар ва моделлар” –Т.: ТИМИ, 2013й.

ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИК ЭКИНЛАРИ ТАННАРХИНИ РЕЖАЛЛАШТИРИШДА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКАНИНГ ЎРНИ

Вахобов В. Доц. Гулмухаммедов. Б. ЕРБ 102-гурух талабаси

Аннотация:

Кўп холларда илмий ва амалий тадкикот натижасида олинган маълумотлар усусиятига эга бўлади. Бундай холларда тажриба натижаларини таҳлил килишда (ишлов беришда) математик статистика методларидан фойдаланилади. Буларга корреляцион, регрессион ва дисперцион таҳлил методларини кўрсатиш мумкин. Статистик маълумотларни таҳлил қилишга доир кўплаб ишлар чоп этилган бўлиб,улардан (2,4-5) адабиётларни келтириш мумкин.

Мазкур мақолада охирги 15 йил ичида етиштирилган ўртача пахта ҳосилдорлиги маълумотлари бўйича вилоят пахта ҳосили таннархини келгувси йилга режалаштириш масаласи статистик методлар ёрдамида таҳлил қилинган.

Калит сўзлари: корреляцион боғланиш, регрессия тенгламаси, регрессия коэффициенти, корреляция коэффициенти, тасодифий микдор.

Кириш. Иқтисодиёт, қишлок хўжалиги ва бошқа соҳаларга тегишли хаётий масалаларни муқобил ечимларини топишда тажриба натижасида олинган статистик маълумотлардан фойдалинилади, бу маълумотлар асосан эҳтимолий-тасодифий характерга эга бўлади. Эксперимент ёки тажриба маълумотларини қайта ишлаш яъни таҳлил қилиш эса юкорида қайд этилган корреляцион, регриссион ёки дисперсион усуллардан фойдаланишини тақоза этади.

Муммонинг қўйилиши. Кўпинча амалий масалаларни таҳлил қилишда бирор тасодифий миқдорнинг бир ёки бир нечта бошқа миқдорларга боғлиқлигини аниқлаш ва баҳолаш зарурияти туғилади.

Тасодифий миқдорлар орасидаги боғланишлар асосан функционал ёки корреляцион боғланишларга бўлинади.

Агар бир ўзгарувчининг ҳар бир қийматига бошқа ўзгарувчининг битта ва фақат битта қиймати мос келса, у ҳолда бу ўзгарувчилар орасида функционал боғланиш мавжуд дейилади. Масалан айлана узунлиги билан унинг радиуси $C = 2\pi R$ оддий функционал боғланишга эга бўлади.

Агар бир миқдорнинг ўзгаришига кўра бошқа миқдорнинг ўртача қиймати ўзгарса у ҳолда бу миқдорлар орасида корреляцион боғланиш мавжуд дейилади. Масалан, ***У*** дон ҳосили, ***Х***-ўғитлар миқдори бўлсин. Майдони бир хил бўлган майдонларга бир хил ўғит солинганда ҳам ҳар хил ҳосил олинади,яъни ***У*** миқдор ***Х*** миқдорнинг функцияси эмас. Аммо тажриба кўрсатадики, ўртача ҳосил ўғитлар миқдорининг функциясидир,яъни ***У*** миқдор ***Х*** билан корреляцион боғланиш билан боғланган бўлади.

Амалиётда асосан тўғри ва эгри чизиқли корреляцион боғланишлардан фойдаланилади.

Корреляцион таҳлил усули ёрдамида асосан 2 та масала ҳал килинади:

1) Корреляцион боғланишнинг регрессия тенгламасини параметрларини аниқлаш
2) Корреляцион боғланишни зичлигини ҳисоблашдан иборатдир.

Маълумки қишлоқ хўжалиги экинларидан олинадиган ҳосилдорлик билан таннарх орасида ушбу

$$y = a + \frac{b}{x} \quad (1)$$

эгри чизикли боғланиш мавжуд.бўлади. Бу ерда $у-1$ центнер қишлоқ хўжалиги маҳсулотини таннархи, $х-$ қишлоқ хўжалиги экинлари ҳосилдорлиги $га/_ц$, aва b коэффициентлар энг кичик квадратлар методи ёрдамида ушбу тенгламалар системасидан аниқланади:

$$\begin{cases} na + b\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i} + b\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i^2} = \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{x_i} \end{cases} \quad (2)$$

Олинган натижа: Мазкур мақолада Тошкент вилояти туманларида охирги 15 йил ичида етиштирилган ўртача ҳосилдорлик бўйича вилоят пахта ҳосилини таннархини келгуси йилга режалаштириш масаласи статистик методлар ёрдамида таҳлил қилинган.Маълумотлар ушбу жадвалда келтирилган.

1-Жадвал

$Х_{га/ц}$	15.9	24.6	19.9	19.4	23.2	20.8	26.9	27.5	28	21.0	21,7	21.8	21.0	26.0	24.2
$У_i$	10.6	7.4	8.8	8.9	7.7	8.5	6.9	6.8	6.7	8.4	8.2	8.1	8.4	7.1	7.5

Бу жадвалда келтирилган маълумотлар ёрдамида (1) формуладаги a ва b параметрларни баҳолаш учун қуйидаги 2-жадвални тўлдирамиз.

2-жадвал

Йиллар	$X_{га/ц}$	$У_i$ таннарх сум	$\frac{1}{X_i}$	$\frac{1}{X_i{}^2}$	$\frac{Y_i}{X_i}$
2007	15.9	6.2	$\frac{1}{15.9}$	$\frac{1}{252.8}$	0,39
2008	24.6	9.6	$\frac{1}{24.6}$	$\frac{1}{605.2}$	0,39
2009	19.9	6.4	$\frac{1}{19.9}$	$\frac{1}{396.01}$	0,32
2010	19.4	6.0	$\frac{1}{19.4}$	$\frac{1}{376.4}$	0,31
2011	23.2	9.2	$\frac{1}{23.2}$	$\frac{1}{538.2}$	0,39
2012	20.8	6.6	$\frac{1}{20.3}$	$\frac{1}{432.6}$	0,32
2013	26.9	10.4	$\frac{1}{26.9}$	$\frac{1}{723.6}$	0,39
2014	27.5	10.4	$\frac{1}{27.5}$	$\frac{1}{756.3}$	0,38
2015	28.0	10.8	$\frac{1}{28.0}$	$\frac{1}{784}$	0,39
2016	21.0	7.0	$\frac{1}{21.0}$	$\frac{1}{441}$	0,33
2017	21.7	7.2	$\frac{1}{21.7}$	$\frac{1}{470{,}9}$	0,33
2018	21.8	7.3	$\frac{1}{21.8}$	$\frac{1}{475.2}$	0,33
2019	21.0	7.0	$\frac{1}{21.0}$	$\frac{1}{441}$	0,33
2020	26.0	10.2	$\frac{1}{24.0}$	$\frac{1}{676}$	0,39
2021	24.2	9.4	$\frac{1}{24.2}$	$\frac{1}{585{,}6}$	0,39
$n = 15$		$\sum_{i=1}^{15} y_i = 123{,}9$	$\sum_{i=1}^{15} \frac{1}{x_i} = 0{,}672$	$\sum_{i=1}^{15} \frac{1}{x_i^2} = 0{,}031$	$\sum_{i=1}^{15} \frac{y_i}{x_i} = 5{,}38$

Энди 2- жадвални охирги қаторидаги маълумотларга кўра юкоридаги (2) системани қуйидаги

$$\begin{cases} 15a + 0.7b = 123.9 \\ 0.7a + 0.03b = 5.4 \end{cases}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу системани a ва b га нисбатан ечиб, $a = 1.575,\ b = 143{,}25$ ларни топамиз. Буларни (1) тенгламага қўйиб ҳосилдорлик билан таннарх орасидаги боғланишни регрессия тенгламаси $y = 1.575 + \frac{143{,}25}{x}$ ни топамиз.

Хулоса: 1 ва 2 жадваллардаги таннархларни таққослаш орқали уларни фарқи унчалик катта эмаслигини кузатиш мумкин. Демак $y = 1.575 + \frac{143.25}{x}$ тенглама ёрдамида вилоят (туман, фермер хўжалиги) ни пахтадан оладиган хосил таннархини келгуси йилга режалаштириш мумкин бўлади.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. А.Абдалимов «Олий математика» Тошкент, 1994 й
2. А.Я.Боярский «Математика для экономистов» Москва 1957 й.
3. В.Е.Гмурман ‘’Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика’’ Т.1977й.
4. 4.В.Ваҳобов,М.Хидоятова ‘’Статистическое моделирование и прогнозирование урожайности сельскохозяйственных AGRO ILM. Махсус son-61,2019.
5. 5.Гатаулин А.М., Харитонова Л.А.,Гаврилов Г.В. “Экономико-математические методы в планировании сельскохозяйственного производства.-М.,Колос,1986.

ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН КОШИ МАСАЛАСИНИ ТАКРИБИЙ ЕЧИШНИНГ ДАРАЖАЛИ КАТОРЛАР МЕТОДИ

Мусаева Ф. ўкитувчи-стажор, Матякубов Л. ТЖИЧАБ-104-гурух талабаси

Аннотация:

Илмий ва тақбиций масалаларда кўпинча шундай оддий дифференциал тенгламалар учрайдики, уларнинг умумий ечими квадратураларда ифодаланмайди. Ечими ошкор куринишда топиладиган дифференциал тенгламалар синфи нихоятда тор. Агарда оддий дифференциал тенгламанинг ечими квадратураларда ифодаланмаса, у холда ечим такрибий топилади. Ечимни такрибий топиш методларидан бири даражали каторлар методидир.

Калит сўзлари: оддий дифференциал тенглама, коши масаласи, даражали каторлар методи.

Кириш. Оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласи ва чегаравий масала куйилади. Коши масаласи чегаравий масалага нисбатан анча енгилдир. Шунинг учун хам айрим холларда чегаравий масала Коши масаласига келтириб ечилади.

Муммонинг қўйилиши. Ушбу биринчи тартибли

$$\frac{du}{dx} = f\left(x,u\right) \qquad (1)$$

дифференциал тенгламанинг

$$u\left(x_0\right) = u_0 \qquad (2)$$

дастлабки шартни қаноатлантирадиган ечимини топиш, Коши масаласи дейилади.

Айрим холларда биринчи ҳамда юкори тартибли оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун ечимни Тейлор ёйилмаси куринишида тасвирлаб, бу ёйилманинг маълум микдордаги ҳадлари сакланади. Даражали каторлар методи бошка методларни

$$u(x)=\sum_{p=0}^{n-1}\frac{u^{(p)}(x-x_0)}{p!}(x-x_0)^p+\sum_{p=n}^{\infty}\frac{f_p}{p!}(x-x_0)^p \qquad (11)$$

келиб чикади.

Муммонинг кўйилиши. Ушбу

$$u''-xu'+u^2-1=0 \qquad (12)$$

тенгламанинг

$$u(0)=0, \quad u'(0)=1 \qquad (13)$$

дастлабки шартларни цаноатлантирадиган ечимининг даражали катордаги ёйилмасининг бир неча хадлари топилсин.

Олинган натижа: (12) тенгламани иккинчи хосиласига нисбатан ечамиз:

$$u''-xu'+u^2-1=0$$

Бу тенгликнинг хар иккала томонини кетма-кет дифференциаллаймиз:

$$\left.\begin{aligned} u''' &= u'+xu''-2uu', \\ u^{IV} &= 2u''+xu'''-2(u')^2-2uu'', \\ u^{V} &= 3u'''+xu^{IV}-6u'u''-2uu''', \\ u^{VI} &= 4u^{IV}+xu^{V}-6(u'')^2-8u'u'''-2uu^{IV} \end{aligned}\right\}$$

Энди (12) - (13) тенгликларда $u(0)=0, u'(0)=1$ киймaтларни кўйсак,

$$u''(0)=1, u'''=(0)=1, u^{IV}(0)=0, u^{V}(0)=-1, u^{VI}(0)=-10$$

келиб читали. Бу к,ийматларни (5) га к, ўйиб, кўйидагини хосил киламиз:

$$u(x)=x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}-\frac{x^5}{40}-\frac{x^6}{360}+\dots.$$

Хулоса: Даражали каторлар методи ёрдамида умумий ечими квадратураларда ифодаланмайдиган оддий дифференциал тенгламаларнинг ечимини такрибий хисоблашимиз мумкин ва ўзимизга керакли аникликда тора оламиз.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. М. Исроилов Хисоблаш Методлари 2-Кисм То Ш К Ен Т «Iqtisod-M Oliya» 2008.
2. Www.Ziyouz.Com.

ПРИМЕНЕНИЕ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ К РЕШЕНИЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Хидоятова М.А. асс. Аветисян М.В. 107 группа УЗР

Аннотация:

В работе рассматривается применения приближенный метода интегрирование дифференциальных уравнение при помощи степенных рядов. В случаях, когда интегрирование дифференциального уравнения в элементарных функциях невозможно или способ его решения слишком сложен, решение такого уравнения следует искать в виде ряда Тейлора $y=\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-x_0)^n$.Коэффициенты ряда c_n находят подстановкой ряда в уравнение и приравниванием коэффициентов при одинаковых степенях $(x-x_0)$ в обеих частях полученного равенства. Если удаётся найти все коэффициенты ряда, то полученный ряд служит решением во всей своей области сходимости. Этим способом можно интегрировать линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами.

Рядом Тейлора функции $f(x)$ *относительно точки* x_0 называется степенной ряд вида

$$f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3+\ldots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$$

Коэффициенты этого ряда $c_0=f(x_0),\ c_1=\frac{f'(x_0)}{1!},\ c_2=\frac{f''(x_0)}{2!},\ldots\ c_n=\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!},\ldots$ называются *коэффициентами Тейлора* функции $f(x)$.

Пример 1. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x-1)$ функцию $f(x)=\ln x$.

Решение.

1) Записываем ряд Тейлора, $x_0=1$:

$$f(x)=f(1)+f'(1)(x-1)+\frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2+\frac{f'''(1)}{3!}(x-1)^3+\ \ldots\ +\frac{f^{(n)}(1)}{n!}(x-1)^n+\ldots$$

2) Находим производные:

$$f(x)=\ln x;\quad f'(x)=\frac{1}{x};\quad f''(x)=(x^{-1})'=-x^{-2}=-\frac{1}{x^2};$$

$$f'''(x)=(-x^{-2})'=-1\cdot(-2)\cdot x^{-3}=\frac{1\cdot 2}{x^3};$$

$$f^{(4)}(x)=(1\cdot 2\cdot x^{-3})'=1\cdot 2\cdot(-3)\cdot x^{-4}=-\frac{1\cdot 2\cdot 3}{x^4};$$

....

$$f^{(n)}(x)=(-1)^{n-1}\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots(n-1)}{x^n}=(-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{x^n}.$$

3) Вычисляем значение функции и значения производных при $x=1$:

$$f(1)=\ln 1=0;\quad f'(1)=\left.\frac{1}{x}\right|_{x=1}=1;\quad f''(1)=-\left.\frac{1}{x^2}\right|_{x=1}=-1!;$$

$$f'''(1)=\left.\frac{1\cdot 2}{x^3}\right|_{x=1}=2!;\quad f^{(4)}(1)=-\left.\frac{1\cdot 2\cdot 3}{x^4}\right|_{x=1}=-3!;..............$$

$$f^{(n)}(1)=(-1)^{n-1}\left.\frac{(n-1)!}{x^n}\right|_{x=1}=(-1)^{n-1}(n-1)!$$

4) Подставляем найденные значения в ряд Тейлора:

$$\ln x=0+1(x-1)+\frac{-1!}{2!}(x-1)^2+\frac{2!}{3!}(x-1)^3+\frac{-3!}{4!}(x-1)^4\ \ldots\ +\frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{n!}(x-1)^n+\ldots$$

$$\ln x=(x-1)-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{3}(x-1)^3-\frac{1}{4}(x-1)^4\ \ldots\ +\frac{(-1)^{n-1}}{n}(x-1)^n+\ldots \qquad (1)$$

5) Находим область сходимости ряда Тейлора (1):

$R=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{1}{n}\div\dfrac{1}{n+1}\right|=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=1$, Следовательно, интервал сходимости $|x-1|<1;\quad -1<x-1<1;\quad 0<x<2$.

Исследуем ряд на концах интервала. При $x=0$ ряд (1) имеет вид

$$(0-1)-\frac{1}{2}(0-1)^2+\frac{1}{3}(0-1)^3-\frac{1}{4}(0-1)^4\ \ldots\ +\frac{(-1)^{n-1}}{n}(0-1)^n+\ldots=-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\ldots+\frac{(-1)^{2n-1}}{n}\ldots$$

$$=-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\ldots-\frac{1}{n}-\ldots=-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{n}+\ldots\right)$$ – ряд расходится.

При $x=2$ ряд (1) имеет вид

$$(2-1)-\frac{1}{2}(2-1)^2+\frac{1}{3}(2-1)^3-\frac{1}{4}(2-1)^4\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}(2-1)^n+\ldots=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}\ldots$$

Это знакочередующийся ряд и, применяя признак Лейбница, получаем $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0$, то есть он сходится. Так как ряд, составленный из абсолютных величин $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\ldots+\dfrac{1}{n}+..$ расходится, то при $x=2$ ряд (1) сходится условно.Область сходимости ряда (1) $0<x\le 2$.

6) Записываем разложение функции $\ln x$ по степеням $(x-1)$ с указанием области сходимости:

$$\ln x=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-1)^n}{n},\qquad 0<x\le 2.$$

Ряд Тейлора $f(0)+f'(0)x+\dfrac{f''(0)}{2!}x^2+\dfrac{f'''(0)}{3!}x^3+\ldots+\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\ldots=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$, при $x_0=0$, называют *рядом Маклорена*.

Степенной ряд можно почленно интегрировать и дифференцировать в любой точке его интервала сходимости.

Пример 3. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = x + x^2 + y^2$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 5$.

Решение. Для решения поставленной задачи воспользуемся *методом последовательного дифференцирования*. Будем искать решение с помощью ряда Маклорена.

$$y(x) = y(0) + y'(0)\cdot x + \frac{y''(0)}{2!}x^2 + \ldots .$$

Из начального условия $y(0) = 5$, тогда $y'(0) = 0 + 0^2 + 5^2 = 25$. Для нахождения следующего коэффициента продифференцируем обе части уравнения $y' = x + x^2 + y^2$, получим

$$y'' = x' + \left(x^2\right)' + \left(y^2\right)',$$

$$y'' = 1 + 2x + 2y\cdot y',$$

$$y''(0) = 1 + 2\cdot 0 + 2\cdot 5\cdot 25 = 251.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид

$$y(x) = 5 + 25x + \frac{251}{2!}x^2 + \ldots = 5 + 25x + 125{,}5x^2 + \ldots .$$

Пример 4. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y'' = -xy$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$.

Решение. Для решения поставленной задачи воспользуемся *методом последовательного дифференцирования*. Будем искать решение с помощью ряда Маклорена.

$$y(x) = y(0) + y'(0)\cdot x + \frac{y''(0)}{2!}x^2 + \ldots$$

Из начального условия $y(0) = 1, y'(0) = 0$. Для нахождения следующего коэффициента продифференцируем обе части уравнения $y'' = -xy$,

$$y''' = -y - xy' = -1 + 0 = -1$$

$$y^{IV} = -y' - y' - xy'' = -2y' - xy'' = 0$$

получим

$$y^{V} = -2y'' - y'' - xy''' = 0$$

$$y^{VI} = -2y''' - y''' - y''' - xy^{IV} = -4y''' - xy^{IV} = -4(-1) = 4$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид

$$y(x) = 1 + \frac{(-1)x^3}{3!} + \frac{1}{6!}x^6 + \cdots$$

Пример 5. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + xy' + y = x\cos x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$.

Решение. Для решения задачи воспользуемся *методом неопределенных коэффициентов*. Разложим свободный коэффициент уравнения в степенной ряд

$$x\cos x = x\left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots\right).$$

Решение уравнения будем искать в виде $y = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + \ldots$.

Тогда
$$y' = c_1 + 2\cdot c_2 x + 3\cdot c_3 x^2 + \ldots$$
$$y'' = 2c_2 + 2\cdot 3\cdot c_3 x + 3\cdot 4\cdot c_4 x^2 + \ldots$$

Из начальных условий находим: $c_0 = 0, \quad c_1 = 1$.

Для нахождения следующих коэффициентов подставляем полученные разложения для $x\cos x, \ y', \ y''$ в дифференциальное уравнение

$$\left(2c_2 + 2\cdot 3\cdot c_3 x + 3\cdot 4\cdot c_4 x^2 + \ldots\right) + x\left(c_1 + 2\cdot c_2 x + 3\cdot c_3 x^2 + \ldots\right) + \left(c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + \ldots\right) =$$
$$= x\left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots\right)$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях x:

$$x^0 : 2c_2 + c_0 = 1;$$
$$x^1 : 2\cdot 3\cdot c_3 + c_1 + c_1 = 0$$
$$x^2 : 3\cdot 4\cdot c_4 + 2\cdot c_2 + c_2 = 0$$
$$x^3 : 4\cdot 5\cdot c_5 + 3\cdot c_3 + c_3 = -\frac{1}{2}$$
$$x^4 : 5\cdot 6\cdot c_6 + 4\cdot c_4 + c_4 = 0\ldots$$

учитывая, что $c_0 = 0, \quad c_1 = 1$ находим, что $c_2 = c_4 = c_6 = \ldots = 0$, $c_3 = -\frac{1}{3!}, \ c_5 = \frac{1}{5!}, \ldots$.

Таким образом, решение уравнения имеет вид $y = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$, то есть $y = \sin x$.

Заключение

Таким образом, достигшей знанием нам легче будет решить дифференциальные уравнение используя разложения в ряды Тейлора.

Литература:

1. Н.М. Кравченко Дифференциальные уравнения и ряды Екатеринбург 2006
2. Бугров, Я.С. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. – М. : Наука, 1985

ТАҚРИБИЙ ҲИСОБЛАШЛАРДА ДИФФЕРЕНЦИАЛДАН ФОЙДАЛАНИШ

Асс. Қ.Р. Жувонов,
А.Б.Нуриллаев (Талаба)

Аннотация:

Ушбу мақолада дифференциалнинг баъзи бир тақрибий хисоблашларга, жумладан ҳарқандай даражали илдиз чиқариш, тригонометрик ва логарифмик ёки бошқа функциянинг қийматларини тақрибий хисоблаш мумкин. Қуйида ана шундай баъзи бир функцияларнинг қийматларини хисоблаш келтирилган.

Функциянинг дифференциалини топиш масаласи ҳосилани топишга тенг кучли, чунки ҳосилани эркли ўзгарувчи орттирмасига кўпайтириб функция дифференциалига эга бўламиз. Шундай қилиб ҳосилага тегишли теоремалар ва формулаларнинг кўпчилиги дифференциаллар учун ҳам тўғри бўлиб қолаверади [1].

$y = f(x)$ функсиянинг x_0 нуқтадаги орттирмаси Δy нинг аргумент орттирмаси Δx га нисбатининг Δx нолга интилгандаги лимити мавжуд бўлса, бу лимит $y = f(x)$ функциянинг x_0 нуктадаги ҳосиласи дейилади.

Ҳосиланинг белгиланиши:

y' ёки $f'(x_0)$ ёки $\dfrac{dy}{dx}$ ёки $\dfrac{df}{dx}$.

Ҳосиланинг таърифига асосан $y = f(x)$ функсиянинг x_0 нуқтадаги ҳосиласи:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (1)$$

кўринишда бўлади [2].

Таъриф. Агар $y = f(x)$ функция x_0 нуктада чекли хосилага эга, яъни $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ чекли сон бўлса, бу функция шу нуқтада ҳосилага эга дейилади [1].

Таъриф. Агар $y = f(x)$ функция $[a,b]$ интервалнинг ҳар бир нуқтасида ҳосилага эга бўлса, у шу интервалда дифференциалланувчи дейилади [1].

$y = f(x)$ функция $[a,b]$ кесмада дифференциалланувчи бўлсин. Бу ҳар қандай $x \in [a,b]$ учун

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (2)$$

чекли ҳосила мавжуд эканини билдиради.

$f'(x_0) \neq 0$ деб фараз қилайлик, у ҳолда (2) тенгликдан

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0) + \alpha \quad (3)$$

экани келиб чиқади, бунда $\Delta x \to 0$ да $\alpha \to 0$.

(3) тенгликнинг иккала томонини Δx га кўпайтирсак

$$\Delta y = f'(x_0)\Delta x + \alpha \Delta x$$

ёки

$$\Delta y = f'(x_0)\Delta x + \beta \qquad (4)$$

тенгликка эга бўламиз.

Бунда $\beta = \alpha\Delta x$ (шу билан бирга $\Delta x \to 0$ да $\alpha, \beta \to 0$). $f'(x_0)\Delta x = dy$ эканлигини ҳисобга олсак, ушбу тенгликка эга бўламиз;

$$\Delta y = dy + \beta \qquad (5)$$

Функциянинг Δy орттирмаси ва функциянинг dy дифференциали эквивалент чексиз кичик миқдорлар бўлганлиги учун

$$\Delta y \approx dy.$$

Уни ёйиб қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \approx f'(x_0)\Delta x$$

Ёки

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x \qquad (6)$$

(6) формулалар содда тақрибий ҳисоблашлар учун асосий формула ҳисобланади [1].

x нинг қиймати нолдан етарлича кичик фарқ қилганда $\sqrt[n]{x+1}$ ни тақрибий ҳисоблаш учун формула чиқарамиз.

Бунинг учун

$$f(x) = \sqrt[n]{x+1}\,,\ x_0 = 0$$

деб фараз қиламиз. У ҳолда

$$\Delta x = x - x_0 = x,\ f(x_0) = f(0) = 1;$$

$$f'(x) = \frac{1}{n}(1+x)^{-\frac{1}{n}-1}\,,\quad f'(x_0) = f'(0) = \frac{1}{n}$$

бўлгани учун (7) формулага асосан x нинг нолга етарлича яқин қийматларида

$$\sqrt[n]{x+1} \approx 1 + \frac{1}{n}x \qquad (7)$$

формулага эга бўламиз.

Энди $\sqrt[n]{a^n + x}$ $(a > 0)$ ни тақрибий ҳисоблаш масаласини кўрайлик. (7) тақрибий тенгликдан фойдаланиб,

$$\sqrt[n]{a^n + x} = a\sqrt[n]{1 + \frac{x}{a^n}} \approx a\left(1 + \frac{1}{n}\cdot\frac{x}{a^n}\right) = a + \frac{x}{na^{n-1}}$$

Яъни

$$\sqrt[n]{a^n + x} \approx a + \frac{x}{na^{n-1}} \qquad (8)$$

формулага эга бўламиз. Бу ерда $|x|$ нинг қиймати a^n дан етарлича кичик деб фараз қилинади.

Хусусий ҳолда, (8) формулада $n = 2$ десак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\sqrt[n]{a^2 + x} \approx a + \frac{x}{2a} \qquad (9)$$

1-мисол. $\sqrt{5}$ ҳисоблансин.

Ечиш. (9) формулани қўлласак,

$$\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1} = 2 + \frac{1}{2\cdot 2} = 2,25.$$

2-мисол. $\sqrt{34}$ ҳисоблансин.

Ечиш. $\sqrt{34}=\sqrt{6^2-2}=\sqrt{6^2+(-2)}\approx 6+\dfrac{-2}{2\cdot 6}\approx 5,833.$

3-мисол. $\sqrt{120}$ ҳисоблансин.

Ечиш. $\sqrt{120}=\sqrt{11^2-1}\approx 11-\dfrac{1}{22}\approx 10,955$

Энди ушбу

$$\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x \quad (x_0\neq 0) \qquad (10)$$

тақрибий формулани исбот қиламиз.
Бунинг учун

$$f(x)=\sqrt[n]{x}$$

функсияни қараймиз. Бу ерда

$$f(x_0)=\sqrt[n]{x_0},\quad f(x_0+\Delta x)=\sqrt[n]{x_0+\Delta x},\quad f'(x_0)=\frac{1}{n}x_0^{\frac{1}{n}-1}=\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\quad (x_0\neq 0).$$

(6) формулага асосан

$$\sqrt[n]{x_0+\Delta x}-\sqrt[n]{x_0}\approx\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$$

ёки

$$\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$$

бўлиб, (11) формула ҳосил бўлади.

4-мисол. $\sqrt{4,01}$ ҳисоблансин.

Ечиш. $\sqrt{4,01}=\sqrt{4+0,01}\approx\sqrt{4}+\dfrac{\sqrt{4}}{2\cdot 2^2}\cdot 0,01=2,0025.$

5-мисол. $\sqrt[3]{27,03}$ ҳисоблансин.

Ечиш. $\sqrt[3]{27,03}=\sqrt[3]{27+0,03}\approx\sqrt[3]{27}+\dfrac{\sqrt[3]{27}}{3\cdot 27}\cdot 0,03=3,0011.$

Тригонометрик функциялар, логарифмик функцияляр ва бошқа функциларнинг тақрибий қийматларини ҳисоблашда (6) формуладан файдаланилади.

Масалан. $\sin 31^0$ ни тақрибий хисоблаш учун $y=\sin x$ функцияни (6) формуладан фойдаланиб тақрибий ҳисоблаш формуласини келтириб чиқарамиз [2].

$\sin(x+\Delta x)\approx\sin x+\cos x dx$. Бу формулада $dx\approx\Delta x=\alpha$ деб оламиз у ҳолда:

$\sin(x+\alpha)\approx\sin x+\alpha\cdot\cos x,$

$$\sin 31^0=\sin(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{180})\approx\sin\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{180}\cdot\cos\frac{\pi}{6}\approx 0,5+0,0174\cdot 0,8652\approx 0,5151$$

Худди шу каби бошқа функцияларни хам тақрибий хисоблаш мумкин.

Хулоса

Хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки функция ҳосиласи ёки функция дифференциали ёрдамида фан ва техниканинг ривожланишида айрим соҳадаги бир қанча муаммоли масалаларини ҳал қилиш мумкин.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Соатов Ё.У. Олий математика 1-қисм, Тошкент “Ўқитувчи” 1992 й. 179 б.
2. Файзибоев Э.Ф., Сулеймонов З.И., Худаяров Б.А. Олий математикадан мисол ва масалалар тўплами, Тошкент “Ўқитувчи” 2005 й. 111 б.