TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

FAN: OLIY MATEMATIKA

MAVZU 12

O‘ng tomoniga qarab xususiy yechimni topish. Oddiy differensial tenglamalar sistemasi.

JUVONOV QAMARIDDIN RIZOQULOVICH

Oiy matematika kafedrasi assistenti

Reja:

- O‘ng tomoniga qarab xususiy yechimni topish.
- Oddiy differensial tenglamalar sistemasi.

O‘ng tomoniga qarab xususiy yechimni topish.

Chiziqli bir jinsli bo’lmagan tenglamani yechish bir jinsli tenglamani yechishdan bir jinsli bo’lmagan tenglamaning birorta xususiy yechimini topish bilan farq qiladi. Chiziqli bir jinsli bo’lmagan tenglamaning xususiy yechimini topishning aniqmas koeffitsientlar usulini qarashga o’tamiz. Bu usul o’ng tomoni maxsus ko’rinishda bo’lgan tenglamalar uchun tatbiq qilinadi. Agar tenglamaning o’ng tomonida ko’rsatkichli funksiyalar, sinuslar, kosinuslar, ko’phadlar yoki ularning butun ratsional kombinatsiyalari ishtirok etayotgan bo’lsa, bu usul bir jinsli bo’lmagan tenglamaning xususiy yechimini topishga imkon beradi. Bunda, tabiiyki, xususiy yechimni o’ng tomonning shakliga o’xshash shaklda izlash kerak bo’ladi. Bundan tashqari, xususiy yechimning shakli tenglamaning chap tomoniga ham bo’g’liqdir.

Ushbu ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsientli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamani qaraymiz.

$$y'' + py' + qy = f(x) \qquad (1)$$

bu yerda p, q o'zgarmas sonlar.

Ushbu

$$k^2 + pk + q = 0 \qquad (2)$$

berilgan bir jinsli bo'lmagan (2) differensial tenglamaga mos chiziqli bir jinsli

$$y'' + py' + qy = 0$$

differensial tenglamaning xarakteristik tenglamasi bo'ladi.

(1) tenglama uchun quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. Agar y^* bir jinli tenglamaning umumiy yechimi, $\bar{y}$ esa bir jinsli bo'lmagan (1) tenglamaning xususiy yechimi bo'lsa, u holda

$$y = y^* + \bar{y}$$

bir jinli bo'lmagan tenglamaning yechimi bo'ladi.

(1) Tenglamadagi $f(x)$ funksiyani quyidagicha yozish mumkin bo'lsin.

$$f(x) = e^{\alpha x}(P_n(x)\cos\beta x + Q_m(x)\sin\beta x) \qquad (3)$$

bu yerda α, β -ma'lum sonlar, $P_n(x), Q_m(x)$ -ma'lum ko'phadlar.

Bu funksiyaning xususiy hollarini qarab chiqamiz.

I. $\alpha = 0, \beta = 0$ bo'lsin, u holda $f(x) = P_n(x)$, bu yerda $P_n(x)$ n-darajali ko'phad. $\bar{y}$ xususiy yechimni n-darajali ushbu ko'phad ko'rinishida izlaymiz:

$$\bar{y} = R_n(x) = A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_{n-1}x + A_n \qquad (4)$$

bu yerda $A_0, A_1, \ldots, A_n -$ topish kerak bo'lgan noma'lum koeffitsientlar. Ularni $\bar{y} = R_n(x)$ funksiya (1) tenlamani aynan qanoatlantirish shartidan aniqlaymiz. (4) ifodani 2 marta differensiallaymiz.

$$\bar{y}' = R_n'(x) = nA_0x^{n-1} + (n-1)A_1x^{n-2} + \ldots + A_{n-1},$$

$$\bar{y}'' = R_n''(x) = n(n-1)A_0x^{n-2} + (n-1)(n-2)A_1x^{n-3} + \ldots + 2A_{n-2}$$

$\bar{y}, \bar{y}', \bar{y}''$ larni (1) differensial tenglamaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$R_n'' + pR_n' + qR_n = P_n(x) \qquad (5)$$

bu yerda $R_n -$ n-darajali ko'phad, $R_n' - (n-1) -$ darajali ko'phad; $R_n'' - (n-2) -$ darajali ko'phad.

Mumkin bo'lgan hollarni qaraymiz.

a) $q \neq 0$ bo'lsin (ya'ni xarakteristik tenglamaning ildizlari $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$), u holda (5) tenglikning chap va o'ng tomonlarida n-darajali ko'phadlar turadiб x ning bir xil darajali oldidagi koeffitsientlarini tenglab, $n+1$ ta $A_0, A_1, \ldots, A_n$ noma'lum koeffitsientlarni aniqlash uchun $n+1$ ta tenglamadan iborat sistemani hosil qilamiz. Shunday qilib, bu holda xususiy yechim $\bar{y} = R_n(x)$ ko'rinishda bo'ladi.

b) $q=0, p\neq 0$ ((2) xarakteristik tenlamaning ildizlari $k_1=0, k_2\neq 0$) bo’lsin. Agar xususiy yechim yana $\bar{y}=R_n(x)$ shaklda izlansa, (5) tenglik quyidagi ko’rinishga keladi:

$$R_n'' + pR_n' = P_n(x) \qquad (6)$$

Chap tomonda (n-1)-darajali ko’phad, o’ng tomonda esa n –darajali ko’phad turadi. Demak, hech qanday $A_0, A_1, ..., A_n$ larda (6) ayniyat bo’la olmaydi. Shuning uchun xususiy yechimni noma’lum koeffitsientlar sonini oshirmay (n+1)-darajali ko’phad ko’rinishida olish kerak. Buning uchun $R_n(x)$ ni x ga ko’paytirish yetarli. Shunday qilib , bu holda xusisiy yechim $\bar{y}=xR_n(x)$ ko’rinishga ega bo’ladi.

v) $q=0, p=0$ ((2) xarakteristik tenglamaning ildizlari: $k_1=0, k_2=0$) bo’lsin. Agar xususiy yechimni $\bar{y}=R_n(x)$ shaklda izlaydigan bo’lsak, (5) tenglik quyidagi ko’rinishda bo’ladi.

$$R_n'' = P_n(x) \qquad (7)$$

Chap tomonda (n-2)- darajali ko'phad, o'ng tomonda esa n-darajali ko'phad turibdi. Demak, hech bir $A_0, A_1, ..., A_n$ larda (7) ayniyat bo'la olmaydi. Shuning uchun xususiy yechimni noma'lum koeffitsientlar sonini oshirmay (n-2)-darajali ko'phad shaklida olish kerak. Buning uchun $R_n(x)$ ni x^2 ga ko'paytirish yetarli. Shunday qilib, bu holda xususiy yechim $\bar{y} = x^2 R_n(x)$ ko'rinishda bo'ladi.

Xulosa.

a) Agar 0 soni xarakteristik tenglamaning ildizlari bilan ustma- ust tushmasa, $\bar{y} = R_n(x)$ bo'ladi.

b) Agar 0 soni xarakteristik tenglamaning bitta ildizi bilan ustma-ust tushsa $\bar{y} = xR_n(x)$ bo'ladi.

v) Agar 0 soni xarakteristik tenglamaning ikkala ildizi bilan ustma-ust tushsa, $\bar{y} = x^2 R_n(x)$ bo'ladi.

1-misol. Ushbu $y'' + 4y' + 3y = x$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. a) $k^2 + 4k + 3 = 0$ xarakteristik tenglama $k_1 = -1, k_2 = -3$ ildizlarga ega. Bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y^* = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$$

ko'rinishda bo'ladi.

b) Chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning o'ng tomoni $f(x) = x = P_1(x)$ ko'rinishga ega, shu bilan birga 0 soni xarakteristik tenglamaning hech qaysi ildizi bilan ustma-ust tushmaydi, shuning uchun xususiy yechimni $\bar{y} = Ax + B$ ko'rinishda izlaymiz. Noma'lum A va B larni topish uchun y funksiya va uning hosilalarining ifodalarini berilgan tenglamaga qo'yamiz va chap hamda o'ng tomondagi koeffitsientlarni taqqoslaymiz. Buning uchun $\bar{y}, \bar{y}', \bar{y}''$ larning ifodalarini va ularning tenglamaga kirgan koeffitsientlarini yozib chiqamiz. Natijada quyidagini hosil qilamiz:

$\bar{y} = Ax + B,\ \bar{y}' = A,\ \bar{y}'' = 0$ ushbu ifodalarni berilgan tenglamaga qo'yib $3(Ax + B) + 4A = x$ ga ega bo'lamiz. Bu yerdan koeffnsientlarni tenglab,

$$\begin{cases} 3A = 1 \\ 3B + 4A = 0 \end{cases}$$

sistemani hosil qilamiz. Bu sistemani yechib, $A = \frac{1}{3}, B = -\frac{4}{9}$ larni topamiz.

Shunday qilib, xususiy yechim $\bar{y} = \frac{1}{3}x - \frac{4}{9}$ bo'ladi. Umumiy yechim esa $y = y^* + \bar{y} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + \frac{1}{3}x - \frac{4}{9}$ dan iborat bo'ladi.

II. $\beta=0$ bo'lsin, u holda $f(x)=e^{\alpha x}P_n(x)$, bu yerda α–ma'lum son, $P_n(x)$ esa n-darajali ma'lum ko'phad. Differensial tenglamaning xususiy yechimini

$$\bar{y}=e^{\alpha x}R_n(x) \tag{8}$$

ko'rinishda izlaymiz, bu yerda $R_n(x)$–yuqoridagiga o'xshash n-darajali ko'phad, uning kooeffitsientlarn $A_0, A_1, ..., A_n$ – noma'lumlar. Ularni $\bar{y}=e^{\alpha x}R_n(x)$ funksiya (8) tenglamani aynan qanoatlantirishi kerak degan shartdan aniqlaymiz. (8) ifodani ikki marta differensiallaymiz:

$$\bar{y}'=e^{\alpha x}(R_n'+\alpha R_n);$$

$$\bar{y}''=e^{\alpha x}(R_n''+2\alpha R_n'+\alpha^2 R_n).$$

$\bar{y}, \bar{y}', \bar{y}''$ larni (1) tenglamaga qo'yib,

$$R_n''+(2\alpha+p)R_n'+(\alpha^2+p\alpha+q)R_n=P_n(x) \tag{9}$$

ni hosil qilamiz. Mumkin bo'lgan hollarni qarab chiqamiz.

a) α (2) xarakteristik tenglamaning ildizi bo'lmasin (ya'ni $\alpha \neq k_1, \alpha \neq k_2$). U holda (9) tenglikning chap va o'ng tomonida *n*-darajali ko'phadlar turadi. *x* ning bir xil darajalari oldidagi koeffitsientlarni tenglab, (n+1) ta $A_0, A_1, ..., A_n$ – noma'lumlarni aniqlash uchun $n+1$ ta tenglamadan iborat sistemani hosil qilamiz. Shunday qilib, bu usulda differensial tenglamaning xususiy yechimi

$$\overline{y} = e^{\alpha x} R_n(x)$$

ko'rinishda bo'ladi.

b) α (2) xarakteristik tenglamaning bir karrali ildizi bo'lsin (ya'ni $\alpha = k_1, \alpha \neq k_2$ yoki $\alpha \neq k_1, \alpha = k_2$).

Agar xususiy yechim $\overline{y} = e^{\alpha x} R_n(x)$ ko'rinishda izlanadigan bo'lsa, u holda (9) tenglik quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$R_n'' + (2\alpha + p) R_n' = P_n(x) \qquad (10)$$

Bu yerda chap tomonda (n-1)-darajali ko'phad, o'ng tomonda esa n-darajali ko'phad turibdi. Demak, hech qanday $A_0, A_1, ..., A_n$ – larda (10) ayniyat bo'lishi mumkin emas. Shuning uchun xususiy yechimda noma'lum koeffitsientlar sonini oshirmasdan $R_n(x)$ o'rniga $x \cdot R_n(x)$ ko'phadni olish kerak. Shunday qilib, bu holda differensial tenglamaning xususiy yechimi

$$\bar{y} = xe^{\alpha x} R_n(x)$$

ko'rinishda bo'ladi.

v) α (2) xarakteristik tenglamaning ikki karrali ildizi bo'lsin (ya'ni $\alpha = k_1 = k_2$). Agar xususiy yechim $\bar{y} = xe^{\alpha x} R_n(x)$ shaklda izlansa, u holda (9) tenglik quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$R_n'' = P_n(x) \qquad (11)$$

Bu yerda chap tomonda (n-2)-darajali ko'phad, o'ng tomonda esa n-darajali ko'phad turibdi. Demak, hech qanday $A_0, A_1, ..., A_n$ – larda (11) ayniyat bo'la olmaydi.

Shuning uchun xususiy yechimda noma'lum koeffitsientlar sonini oshirmasdan $R_n(x)$ o'rniga $x^2 \cdot R_n(x)$ ko'phadni olish kerak. Shunday qilib, bu holda differensial tenglamaning xususiy yechimi

$$\bar{y} = x^2 e^{\alpha x} R_n(x)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Xulosa. a) Agar $\alpha \neq k_1, k_2$ bo'lsa, $\bar{y} = e^{\alpha x} R_n(x)$.

b) Agar $\alpha = k_1 \neq k_2$ bo'lsa, $\bar{y} = x e^{\alpha x} R_n(x)$.

v) Agar $\alpha = k_1 = k_2$ bo'lsa, $\bar{y} = x^2 e^{\alpha x} R_n(x)$.

2-misol. Ushbu

$$y'' - 5y' + 6y = e^{2x}(3x - 2)$$

differensial tenglamani yeching.

Yechish. a) $k^2 - 5k + 6 = 0$ xarakteristik tenglama $k_1=2$, $k_2=3$ ildizlarga ega. Mos bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y^* = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$$

bo'ladi.

b) Differensial tenglamaning o'ng tomoni $f(x)=e^{2x}(3x-2)=e^{\alpha x}R_1(x)$ ko'rinishga ega. Bunda $\alpha=2=k_1$ shuning uchun xususiy yechim: $\bar{y}=x(Ax+B)e^{2x}$ ko'rinishda buladi. Bundan $\bar{y}',\bar{y}''$ larni topamiz:

$\bar{y}'=e^{2x}(2Ax^2+2Bx+2Ax+B)$, $\bar{y}''=e^{2x}(4Ax^2+4Bx+8Ax+4B+2A)$

Berilgan differensial tenglamaga $\bar{y},\bar{y}',\bar{y}''$ larni qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x^2(6A-10A+4A)+x(6B-10B+10A+4B+8A)+(-5B+4B+2A)=3x-2$$

x ning bir xil darajalari oldidagi koeffitsientlarini tenglaymiz, natijada:

$$\begin{cases}-2A=3\\ 2A-B=-2\end{cases}$$

Sistemam yechib, $A=-\dfrac{3}{2}$, $B=-1$ larni topamiz. Demak, xususiy yechim

$\bar{y} = e^{2x}(-\frac{3}{2}x^2 - x)$ ko'rinishda, umumiy yechim esa

$$y = y^* + \bar{y} = C_1e^{2x} + C_2e^{3x} + e^{2x}(-\frac{3}{2}x^2 - x)$$

ko'rinishda bo'ladi.

III. $\alpha, \beta \neq 0$ bo'lsin, u holda

$$f(x) = e^{\alpha x}[P_n(x)\cos\beta x + Q_m(x)\sin\beta x].$$

Xususan, agar $P_n(x) = 0$ bo'lsa, $f(x) = e^{\alpha x}Q_m(x)\sin\beta x$; agar $Q_m(x) = 0$ bo'lsa, u holda $f(x) = e^{\alpha x}P_n(x)\cos\beta x$. Yuqoridagi (I, II hollar) ga o'xshash mulohazalardan quyidagi xulosalarga kelamiz:

a) Agar $\alpha + i\beta \neq k_1, k_2$ bo'lsa (k_1, k_2 xarakteristik tenglama ildizlari), u holda xususiy yechimni o'ng tomon shaklida izlash kerak:

$$\bar{y} = e^{\alpha x}[u(x)\cos\beta x + v(x)\sin\beta x]$$

bu yerda $u(x), v(x)$ -noma'lum koeffitsientli ko'phadlar bo'lib, bu koeffitsientlar y berilgan (1) differensial tenglamani qanoatlantirishi kerak degan shartdan topiladi. $u(x)$ va $v(x)$ ko'phadlarning darajasi berilgan $P_n(x)$ va $Q_m(x)$ ko'phadlarning eng yuqori darajasiga teng ekanini qayd qilamiz.

b) Agar $\alpha + i\beta = k_1$ bo'lsa, xususiy yechimni

$$\bar{y} = xe^{\alpha x}[u(x)\cos\beta x + v(x)\sin\beta x]$$

ko'rinishda izlash kerak.

$f(x)$ funksiyada sinus yoki kosinus ishtirok etmaganda ham xususiy yechimning shakli saqlanishinib qoladi. Qaralayotgan hol uchun xususiy holni, ya'ni

$$f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x$$

bo'lgan holni qaraylik, bu yerda M, N — o'zgarmas sonlar.

a) agar $\beta i \neq k_1, k_2$ bo'lsa, xususiy yechimni

$$\bar{y} = A\cos\beta x + B\sin\beta x$$

ko'rinishda izlash kerak, bu yerda A, B — noma'lum koeffitsientlar;

b) agar $\beta i = k_1 \neq k_2$ bo'lsa, xususiy yechimni

$$\bar{y} = x(A\cos\beta x + B\sin\beta x)$$

ko'rinishda izlash kerak.

3-misol. Ushbu $y'' - 2y' + y = \sin x$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. a) $k^2 - 2k + 1 = 0$ xarakteristik tenglama $k_1 = k_2 = 1$; ildizlarga ega. Mos bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y^* = e^x (C_1 + C_2 x)$$

bo'ladi.

b) Differensial tenglamaning o'ng tomoni $f(x) = \sin x = M\cos\beta x + N\sin\beta x$

ko'rinishga ega. Bunda $\beta i = i \neq k_1, k_2$. Shuning uchuy xususiy yechimni quyidagi ko'rinishda izlaymiz:

$$\bar{y} = A\sin x + B\cos x$$

$\bar{y}', \bar{y}''$ larni topamiz.

$$\bar{y}' = A\cos x - B\sin x, \quad \bar{y}'' = -A\sin x - B\cos x\,.$$

$\bar{y}, \bar{y}', \bar{y}''$ larni berilgan differensial tenglamaga qo'yib, topamiz:

$$(A + 2B - A)\sin x + (B - 2A - B)\cos x = \sin x\,.$$

$\sin x$ va $\cos x$ lar oldidagi koeffitsientlarni taqqoslab, topamiz:

$$\begin{cases} 2B = 1 \\ -2A = 0 \end{cases}$$

Bu yerdan $A = 0, B = \dfrac{1}{2}$. Demak, tenglamaning xususiy yechimi: $\bar{y} = \dfrac{1}{2}\cos x$,

Umumiy yechimi: $y = y^* + \bar{y}$. Shuning uchun:

$$y = e^x (C_1 + C_2 x) + \frac{1}{2}\cos x$$

4-misol. $y'' + 4y = \cos 2x$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. a) $k^2 + 4 = 0$ xarakteristik tenglama $k_{1,2} = \pm 2i$ ildizlarga ega, bu yerdan $\alpha = 0, \beta = 2$. Mos bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y^* = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$$

bo'ladi.

b) Differensial tenglamaning o'ng tomoni $f(x) = \cos 2x = M \cos \beta x + N \sin \beta x$ ko'rinishga ega. Bunda: $\beta i = 2i = k_1 \neq k_2$. Shuning uchun xususiy yechimni quyidagi ko'rinishda izlash kerak:

$$\bar{y} = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$$

$\bar{y}', \bar{y}''$ larni topamiz:

$$\bar{y}' = (A + 2Bx)\cos 2x + (B - 2Ax)\sin 2x,$$

$$\bar{y}'' = (2B + 2B - 4Ax)\cos 2x + (-2A - 2A - 4Bx)\sin 2x\,.$$

$\bar{y}, \bar{y}', \bar{y}''$ larni differensial tenglamaga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$(4Ax + 2B + 2B - 4Ax)\cos 2x + (4Bx - 2A - 2A - 4Bx)\sin 2x = \cos 2x$$

larning oldidagi koeffitsientlarni tenglab:

$$\begin{cases} 4B = 1 \\ -4A = 0 \end{cases}$$

$A = 0, B = \dfrac{1}{4}$ ekanini topamiz. Xususiy yechim:

$$\bar{y} = \frac{1}{4} x \sin 2x$$

U holda differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y = \bar{y} + y^* = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \frac{1}{4} x \sin 2x$$

bo'ladi.

Oddiy differensial tenglamalar sistemasi.

Ko'p masalalarni yechishda x argument, noma'lum $y_1, y_2, \dots, y_n$ funksiyalar va ularni hosilalarini o'z ichiga oluvchi differensial tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi $y_1 = y_1(x)$, $y_2 = y_2(x)$, $, \dots, y_n = y_n(x)$ funksiyalarni topish talab etiladi.

Quyida biz birinchi tartibli tenglamalar sistemasini qaraymiz:

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \dfrac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. \\ \dfrac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{cases} \qquad (1)$$

Bu yerda $y_1, y_2, \ldots, y_n$ – izlanayotgan funksiyalar, x esa argument. Chap tomonida birinchi tartibli hosilalar turgan, o'ng tomoni hosilalarni o'z ichiga olmagan bunday tenglamalar sistemasi normal sistema deyiladi.

Agar normal sistemaning o'ng tomoni $y_1, y_2, \ldots, y_n$ funksiyalarga nisbatan chiziqli bo'lsa, u holda tenglamalar sistemasini chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi.

Ko'pincha differensial tenglamalarning normal sistemasi bitta noma'lum funksiyaga bog'liq bo'lgan bitta n – tartibli differensial tenglamaga keltiriladi. Normal sistemani bitta tenglamaga keltirish uchun sistemaning tenglamalaridan birini differensiallash va qolgan noma'lumlarni yo'qotish kerak bo'ladi.

1. $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}$ differensial tenglamalar sistemasini $x(0) = 2$, $y(0) = 0$ boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin.

Yechish: Birinchi tenglamani t bo'yicha differensiallaymiz:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}.$$

Hosil bo'lgan tenglamadagi $\frac{dy}{dt}$ ni o'rniga uning ifodasini qo'yamiz va quyidagi tenglamani hosil qilamiz.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt} + x - y.$$

Sistemaning birinchi tenglamasidan

$$y = -x + \frac{dx}{dt}$$

ni topamiz va uni o'rniga qo'yamiz. Natijada

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} - x = x - \frac{dx}{dt} \quad \text{yoki} \quad \frac{d^2x}{dt^2} - 2x = 0$$

tenglama hosil bo'ladi. Bu o'zgarmas koeffitsientli ikkinchi tartibli chiziqli bir jinsli tenglamadir. Uning harakteristik tenglamasi $k^2 - 2 = 0$ bo'lib, uning ildizlari $k_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ dan iborat. Demak, uning umumiy yechimi

$$x = c_1 e^{\sqrt{2}t} + c_2 e^{-\sqrt{2}t}$$

dan iborat.

y umumiy yechim esa

$$y = \frac{dx}{dt} - x = c_1(\sqrt{2} - 1)e^{\sqrt{2}t} - c_2(\sqrt{2} + 1)e^{-\sqrt{2}t}$$

dan iborat.

Endi berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimni topamiz:

Buning uchun berilgan shartlardan foydalanib o'zgarmas miqdorlarni topamiz:

$c_1 + c_2 = 2,\ \sqrt{2}(c_1 - c_2) - (c_1 + c_2) = 0$. Bulardan

$$c_1 = \frac{\sqrt{2}+2}{2},\ c_2 = \frac{2-\sqrt{2}}{2}.$$

Bularni o'rinlariga qo'yib

$$x = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)e^{\sqrt{2}t} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)e^{-\sqrt{2}t},\quad y = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{\sqrt{2}t} - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\sqrt{2}t}$$

xususiy yechimlarni topamiz.

Adabiyotlar:

1. Soatov Yo. U. Oliy matematika 2-tom, Toshkent “O’qituvchi’, 1994 y.

2. Soatov Yo. U. Oliy matematika 3-tom, Toshkent “O’qituvchi’, 1996 y.

3. E.F.Fayziboyev, Z.I.Suleymenov, B.A.Xudoyorov, Oliy matematikadan misol va masalalar to’plami. Toshkent “O’qituvchi” 2005 y.

4. Farxod Rajabov, Matematika, “O’zbekiston faylasuflari milliy jamiyati” Toshkent, 2007 y.

5. N.S.Piskunov, Differensial va integral hisob 2-qism, Toshkent “O’qituvchi” 1974 y.

6. https://moodle.tiiame.uz/course/view.php?id=899

TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

E'TIBORINGIZ UCHUN RAHMAT!

JUVONOV QAMARIDDIN RIZOQULOVICH

OLIY MATEMATIKA KAFEDRASI ASSISTENTI

☎ + 998 93 588 37 89

q.juvanov@tiiame.uz