E-ISSN 2181-1466
9 772181 146004

ISSN 2181-6875
9 772181 687004

@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University

1(1)/2026

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI 1930

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI

1(1)/2026

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI
SCIENTIFIC REPORTS OF BUKHARA STATE UNIVERSITY
НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК БУХАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ilmiy-nazariy jurnal
2026, № 1, yanvar

Jurnal 2003-yildan boshlab **filologiya** fanlari bo'yicha, 2015-yildan boshlab **fizika-matematika** fanlari bo'yicha, 2018-yildan boshlab **siyosiy** fanlar bo'yicha, **tarix** fanlari bo'yicha 2023-yil 29-avgustdan boshlab O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar Vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo'lgan zaruriy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2000-yilda tashkil etilgan. Jurnal 1 yilda 12 marta chiqadi.

Jurnal O'zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2020-yil 24-avgust № 1103-sonli guvohnoma bilan ro'yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti
Tahririyat manzili: 200117, O'zbekiston Respublikasi,Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy.
Elektron manzil: nashriyot_buxdu@buxdu.uz

<u>***SERIYA:***</u> **A N I Q VA T A B I I Y F A N L A R**

УДК 51

ЗАДАЧИ НЕЙМАНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В БЕСКОНЕЧНЫХ ЧАСТЯХ ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА

Аббасова Мунира Обиджоновна,
Наманганский государственный университет,
160136, Узбекистан, г. Наманган, ул. Уйчинская, 316
abbasovamunira21@gmail.com
Эргашев Тухтасин Гуламжанович,
Национальный исследовательский университет "ТИИИМСХ",
100000, Узбекистан, г. Ташкент, ул. Кары-Ниязи, 39
Институт математики имени В.И.Романовского
АН Республики Узбекистан
ergashev.tukhtasin@gmail.com

Аннотация. *Задача Неймана для уравнения Лапласа в круге является классическим объектом исследований в теории эллиптических уравнений. В данной работе рассматриваются краевые задачи типа Неймана в полупространстве, четверть пространстве, получетверть пространстве и* $1/2^n$ *-й части пространства — областях, представляющих собой части бесконечного евклидова пространства. Основное достижение работы заключается в доказательстве существования единственного решения этих задач. Единственность решений вытекает из принципа экстремума для эллиптических уравнений, а сами решения могут быть представлены в явной форме, что обеспечивает их практическую и теоретическую применимость.*

Ключевые слова: *уравнение Лапласа, задача Неймана, евклидово пространство, бесконечная область.*

NEUMANN PROBLEMS FOR THE LAPLACE EQUATION IN INFINITE PARTS OF EUCLIDEAN SPACE

Abstract. *The Neumann problem for the Laplace equation in a circle is a classic object of study in the theory of elliptic equations. This paper considers Neumann-type boundary value problems in half-space, quarter-space, half-quarter-space, and* $1/2^n$ *-th part of space—areas representing parts of infinite Euclidean space. The main achievement of this work is the proof of the existence of a unique solution to these problems. The uniqueness of the solutions follows from the extremum principle for elliptic equations, and the solutions themselves can be represented in explicit form, which ensures their practical and theoretical applicability.*

Keywords: *Laplace equation, Neumann problem, Euclidean space, infinite domain.*

YEVKLID FAZOSINING CHEKSIZ QISMLARIDA LAPLAS TENGLAMASI UCHUN NEYMAN MASALALARI

Annotatsiya. *Laplas tenglamasining doiradagi Neyman masalasi elliptik tenglamalar nazariyasida klassik tadqiqot obyektidir. Ushbu maqolada yarim fazoda, chorak fazoda, yarim-chorak fazoda va* $1/2^n$ *-chi fazodagi Neumann turidagi chegara qiymat masalalari ko'rib chiqiladi — bu hududlar cheksiz Yevklid fazosining qismlarini ifodalaydi. Ushbu ishning asosiy yutuqi shundaki, bu muammolarga yagona yechim mavjudligini isbotlashdir. Yechimlarning yagonaligi elliptik tenglamalar uchun ekstremum printsipidan kelib chiqadi va yechimlar o'zlari aniq ifoda orqali berilishi mumkin, bu esa ularning amaliy va nazariy qo'llanilishini ta'minlaydi.*

Kalit so'zlar*: Laplas tenglamasi, Neyman masalasi, Yeklid fazosi, cheksiz fazo.*

Введение. В большинстве случаев рассматривается некоторая замкнутая поверхность S, не обязательно связная, и предполагается, что S ограничивает область Ω, конечную или бесконечную. При рассмотрении как конечных, так и бесконечных областей граница области предполагается конечной; как всегда, граница состоит из конечного числа кусочно-гладких поверхностей. Однако в данном исследовании рассматриваются так называемые полубесконечные области, границы которых бесконечны. Простейшими примерами полубесконечных областей являются полупространство, четвертьпространства, получетвертьпространства и, вообще говоря, $1/2^n$-я часть m-мерного пространства.

Функция $u(x)$ называется гармонической в конечной области Ω, если она дважды непрерывно дифференцируема в этой области и удовлетворяет уравнению Лапласа.

Функция $u(x)$ называется гармонической в бесконечной области Ω, если в каждой точке этой области, находящейся на конечном расстоянии от начала координат, функция $u(x)$ дважды непрерывно дифференцируема, удовлетворяет уравнению Лапласа и на бесконечности имеет порядок $O\left(\frac{1}{R^{m-2}}\right)$ так что при достаточно больших R выполняется неравенство:

$$|u(x)| \leqslant \frac{C}{R^{m-2}} \tag{1.1}$$

где $R = \sqrt{x_1^2 + \ldots + x_m^2}$, а C — некоторая константа.

В явных формах построим решения задач Неймана для уравнения Лапласа

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2}$$

в бесконечных частях Ω_k ($k = \overline{1,n}$) евклидова пространства E_m

В случае двумерной области $(m = 2)$ условие (1.1) означает, что гармоническая функция в бесконечной области ограничена на бесконечности.

Пусть $x = (x_1, \ldots, x_m)$ и $\xi = (\xi_1, \ldots, \xi_m)$ — две точки m-мерного евклидова пространства E_m. Обозначим

$$r = |x - \xi| = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} \left(x_j - \xi_j\right)^2} \tag{1.2}$$

и рассмотрим функцию

$$q(x,\xi) = \frac{1}{r^{m-2}} \tag{1.3}$$

предполагая, что $m > 2$. Будем также считать точку ξ неподвижной, так что $v(x,\xi)$ можно рассматривать как функцию точки x. Известно [6, Ch.11], что функция $q(x,\xi)$ разрывна при $x = \xi$, и в любой области, не содержащей точку ξ, функция $q(x,\xi)$ является гармонической. При этом на бесконечности $a(x,\xi) = O\left(\frac{1}{R^{m-2}}\right)$, если рассматриваемая область бесконечна и функция $q(x,\xi)$ удовлетворяет уравнению Лапласа.

Определим теперь функцию, гармоническую в полупространстве или, вообще, в области с бесконечной границей. Распространим определение, данное для конечной области, на этот случай: в области с бесконечной границей функция называется гармонической, если в этой области функция имеет вторые производные, непрерывные в каждой точке, и удовлетворяет уравнению Лапласа.

Дополнительно введём обозначения:

$$\rho = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_j^2}, \quad \rho_k = \sqrt{\sum_{j=1,\, j\neq k}^{m} x_j^2}; \tag{1.4}$$

$$I_k = \left\{ \left(i_1, ..., i_k \right) : 1 \leqslant i_1 < ... < i_k \leqslant n \right\}, \quad \tilde{I}_{i_s} = I_k \setminus i_s, \quad 1 \leqslant s \leqslant k;$$

$$r_{I_k} = \sqrt{\sum_{j \in I_k} \left(x_j + \xi_j \right)^2 + \sum_{j \in \{1,2,...,m\} \setminus I_k} \left(x_j - \xi_j \right)^2},$$

$$R_{i_s, \tilde{I}_{i_s}} = \left(r_{I_k} \right) \Big|_{\xi_s = 0}, \quad s \in I_k,$$

$$\tilde{x}_k = x \setminus \{x_k\}, \quad \tilde{\xi}_k = \xi \setminus \{\xi_k\}, \quad d\xi = d\xi_1 ... d\xi_m, \quad d\tilde{\xi}_k = d\xi / d\xi_k.$$

Во всех обозначениях $1 \leqslant k \leqslant n \leqslant m.$ Примем $I_0 \equiv \varnothing$, поэтому $r_{I_k}\Big|_{k=0} = r.$ Например,

$$I_1 = \left\{ k : 1 \leqslant k \leqslant n \right\}, \quad I_n = \left(1, 2, ..., n \right),$$

$$r_k = \sqrt{\left(x_k + \xi_k \right)^2 + \sum\nolimits_{j=1,\, j\neq k}^{m} \left(x_j - \xi_j \right)^2}, \quad 1 \leqslant k \leqslant n, \tag{1.5}$$

$$r_{1,...,n} = \sqrt{\sum\nolimits_{j=1}^{n} \left(x_j + \xi_j \right)^2 + \sum\nolimits_{j=n+1}^{m} \left(x_j - \xi_j \right)^2}, \tag{1.6}$$

$$R_k = r_k \big|_{\xi_k = 0}, \quad R_{k,(1,...,n)\setminus k} = \left(r_{1,...,n} \right) \Big|_{\xi_k = 0}. \tag{1.7}$$

Обозначим также частей евклидова пространства E_m:

a) полупространство – $\Omega_1 = \left\{ x : x_1 > 0 \right\}$;

b) четверть пространства – $\Omega_2 = \left\{ x : x_1 > 0, x_2 > 0 \right\}$;

c) получетверть пространства – $\Omega_3 = \left\{ x : x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0 \right\}$;

d) $1/2^n$ -ая часть пространства – $\Omega_n = \left\{ x : x_1 > 0, ..., x_n > 0, n \leqslant m \right\}$.

Боковые грани области Ω_n при $x_k = 0$ обозначим через

$$S_k = \left\{ x : x_1 > 0, ..., x_{k-1} > 0, x_{k+1} > 0, ..., x_n > 0 \right\}, \quad k = 1, 2, ..., n.$$

2. Задача Неймана

2.1 Постановка задачи и теорема единственности

Задача Неймана N_n^{∞} . Найти гармоническое решение $u(x)$ уравнения Лапласа из класса функций $C\left(\overline{\Omega}_n\right) \cap C^1\left(\Omega_n \cup D_n\right) \cap C^2(\Omega_n)$, удовлетворяющее условиям:

$$\frac{\partial u}{\partial x_k}\bigg|_{x_k = 0} = \nu_k(\tilde{x}_k), \quad \tilde{x}_k \in S_k, \quad k = \overline{1, n} \tag{2.1}$$

и условию изчезнования на бесконечности,

$$\lim_{\rho\to\infty} u(x) = 0, \tag{2.2}$$

где $D_n = \bigcup_{k=1}^{n} S_k$ – объединение боковых граней; $\nu_k\left(\tilde{x}_k\right)$ – заданные функции, причём

$$\nu_k\left(\tilde{x}_k\right) = O\left(\rho_k^{-1-\varepsilon}\right), \quad \varepsilon > 0. \tag{2.3}$$

Теорема 2.1 *Задача Неймана* N_n^∞ *для уравнения (1.8) в неограниченной области* Ω_n *может иметь не более одного решения.*

Доказательство. Теорему докажем методом от противного. Предположим, что существуют два решения u_1 и u_2 задачи Неймана, разность которых обозначим через $u = u_1 - u_2$. Очевидно, что функция u удовлетворяет уравнению Лапласа, однородным граничным условиям (2.1) и условию (2.2). Исследуем задачу N^∞ для уравнения Лапласа в Ω_R, в конечной части области Ω. Выбрав радиус R достаточно большим, мы интегрируем уравнение Лапласа по области Ω_R, предварительно умножив его на функцию $u(x)$. Тогда получим:

$$\int_{\Omega_R} u \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2} dx = 0. \tag{2.4}$$

Учитывая в (2.4) следующие равенства:

$$u\frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2} = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(u\frac{\partial u}{\partial x_k}\right) - \left(\frac{\partial u}{\partial x_k}\right)^2,$$

и после применения формулы Гаусса–Остроградского имеем:

$$\int_{\Omega_R} \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)^2 dx = \int_{\sigma_R} u\frac{\partial u}{\partial \mathbf{N}} dS, \tag{2.5}$$

где

$$\frac{\partial u}{\partial \mathbf{N}} = \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial u}{\partial x_k}\cos(\mathbf{N}, x_k); \quad \cos(\mathbf{N}, x_k) dS = d\tilde{x}_k, \quad k = \overline{1, m},$$

$\mathbf{N}$ – внешняя нормаль к $\partial\Omega_R$.

В силу условия (2.2), правая часть соотношения (2.5) изчезает при $R \to \infty$:

$$\lim_{R\to\infty} \int_{\sigma_R} u\frac{\partial u}{\partial \mathbf{N}} dS = 0,$$

тогда из (2.5) следует, что

$$\int_{\Omega} \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)^2 dx = 0. \tag{2.6}$$

Из (2.6) получаем $\dfrac{\partial u}{\partial x_i} = 0, \ (i = \overline{1, m})$, что означает $u = const$. Из условия

$$\lim_{\rho\to\infty} u(x) = 0, \tag{2.7}$$

следует, что $u \equiv 0$. Итак, мы доказали теорему единственности 2.1 задачи Неймана N^∞.

2.2 Существование решения задачи Неймана

Как известно [6, гл.18], функция вида

$$q(x;\xi)=\frac{1}{r^{m-2}},\quad m>2$$

является фундаментальным (сингулярным) решением уравнения Лапласа и решение задачи Неймана D_1^{∞} в полупространстве Ω_1 даётся формулой:

$$u_0^{(1)}(x)=-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}}_{m-1}\nu_1\left(\tilde{\xi}_1\right)\frac{1}{r_1^{m-2}}\bigg|_{\xi_1=0}d\tilde{\xi}_1,$$

Следуя работе [6], нетрудно построить решения задач Неймана для уравнения Лапласа в соответствующих бесконечных частях евклидова пространства E_m:

в четверти пространства (в области Ω_2):

$$u_0^{(2)}(x)=-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int\limits_0^{\infty}\underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}}_{m-2}\nu_1\left(\tilde{\xi}_1\right)\left(\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_2^{m-2}}\right)\bigg|_{\xi_1=0}d\tilde{\xi}_1$$

$$-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int\limits_0^{\infty}\underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}}_{m-2}\nu_2\left(\tilde{\xi}_2\right)\left(\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_1^{m-2}}\right)\bigg|_{\xi_2=0}d\tilde{\xi}_2;$$

в получетверти пространства (в области Ω_3):

$$u_0^{(3)}(x)=-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty}\underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}}_{m-3}\nu_1\left(\tilde{\xi}_1\right)\left(\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_3^{m-2}}+\frac{1}{r_{23}^{m-2}}\right)\bigg|_{\xi_1=0}d\tilde{\xi}_1$$

$$-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty}\underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}}_{m-3}\nu_2\left(\tilde{\xi}_2\right)\left(\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_3^{m-2}}+\frac{1}{r_{13}^{m-2}}\right)\bigg|_{\xi_2=0}d\tilde{\xi}_2$$

$$-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty}\underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}}_{m-3}\nu_3\left(\tilde{\xi}_3\right)\left(\frac{1}{r_3^{m-2}}+\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_{12}^{m-2}}\right)\bigg|_{\xi_3=0}d\tilde{\xi}_3; \qquad (2.8)$$

в $1/16$-ой части пространства (в области Ω_4):

$$u_0^{(4)}(x)=-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty}\underbrace{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty}}_{m-4}\nu_1\left(\tilde{\xi}_1\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_3^{m-2}}+\frac{1}{r_4^{m-2}}+\frac{1}{r_{23}^{m-2}}+\frac{1}{r_{24}^{m-2}}+\frac{1}{r_{34}^{m-2}}+\frac{1}{r_{234}^{m-2}}\right)\bigg|_{\xi_1=0}d\tilde{\xi}_1$$

$$-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}}_{m-4}\nu_2\left(\tilde{\xi}_2\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_3^{m-2}}+\frac{1}{r_4^{m-2}}+\frac{1}{r_{13}^{m-2}}+\frac{1}{r_{14}^{m-2}}+\frac{1}{r_{34}^{m-2}}+\frac{1}{r_{134}^{m-2}}\right)\Bigg|_{\xi_2=0} d\tilde{\xi}_2$$

$$-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}}_{m-4}\nu_3\left(\tilde{\xi}_3\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{r_3^{m-2}}+\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_4^{m-2}}+\frac{1}{r_{12}^{m-2}}+\frac{1}{r_{14}^{m-2}}+\frac{1}{r_{24}^{m-2}}+\frac{1}{r_{124}^{m-2}}\right)\Bigg|_{\xi_3=0} d\tilde{\xi}_3$$

$$-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}}_{m-4}\nu_4\left(\tilde{\xi}_4\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{r_4^{m-2}}+\frac{1}{r_1^{m-2}}+\frac{1}{r_2^{m-2}}+\frac{1}{r_3^{m-2}}+\frac{1}{r_{12}^{m-2}}+\frac{1}{r_{13}^{m-2}}+\frac{1}{r_{23}^{m-2}}+\frac{1}{r_{123}^{m-2}}\right)\Bigg|_{\xi_4=0} d\tilde{\xi}_4;$$

(2.9)

и, вообще, в $1/2^n$ -ой части пространства (в области Ω_n):

$$u_0^{(n)}(x)=-\frac{1}{2\pi^{m/2}}\Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right)\sum_{k=1}^{n}\underbrace{\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty}_{n-1}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}}_{m-n}\nu_k\left(\tilde{\xi}_k\right)\times$$

$$\times\sum_{s=0,s\neq k}^{n}\sum_{i_1,\dots,i_s\in\tilde{I}_{i_k}}\frac{1}{r_{i_1,\dots,i_s}^{m-2}}\Bigg|_{\xi_k=0} d\tilde{\xi}_k, \qquad (2.10)$$

ЛИТЕРАТУРА:

1. *Бицадзе А.В. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. (Наука, М., 1966).*
2. *Миранда С. Уравнения с частными производными эллиптического типа. (Иностранная литература, Ленинград, 1957).*
3. *Karimov E.T. On a boundary problem with Neumann's condition for 3D singular elliptic equations //. Applied Mathematics Letters, 23, 517 – 522 (2010). DOI: 10.1016/j.aml.2010.01.002*
4. *Hasanov A., Karimov E.T. Fundamental solutions for a class of three-dimensional elliptic equations with singular coefficients //. Applied Mathematics Letters. 22, 1828 – 1832 (2009). DOI: 10.1016/j.aml.2009.07.006*
5. *Copson E.T. On Hadamard's elementary solution //. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section A: Mathematics. 69(1), 19–27 (1970).*

6. Михлин С.Г. Курс математической физики. Москва:Наука.1968

7. Abbasova M.O., Ergashev T.G., Yuldashev T.K. Dirichlet problem for the Laplace equation in the hyperoctant of a multidimensional ball //. Lobachevskii Journal of Mathematics 44(3), 1072 – 1079 (2023). DOI: 10.1134/S1995080222030022

8. Аманов Д. Некоторые краевые задачи для вырождающегося эллиптического уравнения в неограниченной области //. Известия АН УзССР, Серия физ. матем. н. 1, 8 – 13 (1984).

9. Hasanov A., Karimov E.T. Fundamental solutions for a class of three-dimensional elliptic equations with singular coefficients // Applied Mathematics Letters. 22, 1828 – 1832 (2009). DOI: 10.1016/j.aml.2009.07.006

10.Ergashev T.G. Fundamental solutions for a class of multidimensional elliptic equations with several singular coefficients // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 13(1), 48–57 (2020). DOI: 10.17516/1997-1397-2020-13-1-48-57