O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi
V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika Instituti

O‘zbekiston Matematika
Jamiyati

Matematika Instituti Byulleteni

Bulletin of the Institute of Mathematics

Бюллетень Института Математики

2024
7(4)

ISSN 2181-9483

http://mib.mathinst.uz

Конфлюэнтные гипергеометрические функции от трех переменных и соответствующие им системы дифференциальных уравнений с частными производными

Эргашев Тухтасин Гуламжанович
Кафедра высшей математики
Национальный исследовательский университет "ТИИИМСХ"
Ташкент, Узбекистан
ergashev.tukhtasin@gmail.com

Аннотация

Благодаря большим успехам в изучении теории гипергеометрической функции Гаусса (одного переменного) значительно сильно развивалась соответствующая теория для функций от двух переменных, для которых известны интегральные представления, формулы приведения, преобразования и системы дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующие к 14 полным и 20 конфлюэнтным гипергеометрическим функциям второго порядка из списка Горна. В настоящее время известны 600 (из них 205 полные и 395 конфлюэнтные) гипергеометрические функции от трех переменных второго порядка. В работах А.Хасанова и М.Ружанского установлены интегральные представления и составлены системы дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующие к 205 полным гипергеометрическим функциям от трех переменных. Кроме того в окрестности начала координат найдены линейно независимые решения (если таковые решения существуют) некоторых систем дифференциальных уравнений. Настоящая работа посвящается составлению систем дифференциальных уравнений в частных производных, удовлетворяемых 395 конфлюэнтными гипергеометрическими функциями от трех переменных.

Ключевые слова: Гипергеометрическая функция Гаусса; функции Аппеля; функции Горна; функции Гумберта; конфлюэнтные функции; гипергеометрические функции от трех переменных; системы дифференциальных уравнений в частных производных гипергеометрического типа; частные решения в окрестности начала координат.

MSC 2020: 33C05, 33C15, 33C65, 33C70

1 Введение

Гипергеометрические функции играют первостепенную роль как в анализе, так и в решении краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными, потому что важные атрибуты при решении краевых задач такие, как фундаментальные решения и функция Грина выписываются через гипергеометрические функции. Многочисленные приложения гипергеометрических функций можно найти в механике, гидромеханике, динамике упругости, электромагнетизме и акустике [1, 2]. Результаты теории гипергеометрических функций позволяют представить решение краевых задач в явных формах или в форме интегрального уравнения с известным ядром. Для задач с известными функциями Грина, выраженными гипергеометрическими функциями, формулировка интегрального уравнения приводит к мощным схемам численной аппроксимации.

Гипергеометрическая функция Гаусса представима следующим рядом

$$F(a,b;c;x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b)_n}{(c)_n}\frac{x^n}{n!},\ |x|<1, \tag{1}$$

где предполагается, что $c\neq 0,-1,-2,...$, а выражение $(\nu)_n$ обозначает символ Похгаммера:

$$(\nu)_0:=1,\ (\nu)_n:=\nu(\nu+1)...(\nu+n-1),\ n\in N,$$

записиваемый через гамма-функцию $\Gamma(\nu)$ в виде

$$(\nu)_n=\frac{\Gamma(\nu+n)}{\Gamma(\nu)},\ \ n\in\{0\}\cup N; \tag{2}$$

$N:=\{1,2,3,...\}$ - множество натуральных чисел.

Термин «гипергеометрический ряд» впервые был использован Джоном Валлисом в 1655 году в книге Arithmetica Infinitorum [3]. Гипергеометрические ряды изучались Леонардом Эйлером [4], и более подробно Карлом Гауссом [5]. В XIX веке изучение было продолжено Эрнстом Куммером [6], а Бернхард Риман [7] определил гипергеометрическую функцию через уравнение, которому она удовлетворяет.

Большие успехи в изучении теории гипергеометрической функции одного переменного стимулировали развитие соответствующих теорий для функций от двух или многих переменных. Аппель [8] определил в 1880 г. четыре гипергеометрические функции двух переменных F_1 $-F_4$ (см. ниже равенства (8) – (11)), каждая из которых аналогична известной гипергеометрической функции Гаусса. Пикар [9] указал, что одна этих функций тесна связана с функцией, изученной Похгаммером [10] в 1870 г., а Пикар [9] и Гурса [11] построили теорию функций Аппеля, которая аналогична теории Римана [7] для гауссовской гипергеометрической функции. Гумберт [12] изучил вырожденную (конфлюэнтную) гипергеометрическую функцию двух переменных. В 1893 г. Лауричелла [13] определил 4 функции, которые являются обобщениями классической гипергеометрической функции Гаусса на случай многих комплексных переменных и соответствующих им комплексных параметров. Изложение этих результатов французской школы со ссылками на оригинальную литературу, содержатся в монографии Аппеля и Кампе-де-Ферье [14], которая являлась основным трудом в этой области до середине прошлого столетия. Книга Аппеля и Кампе-де-Ферье содержит также обширную библиографию, содержащую все существенные работы до 1926 г.

Горн [15] в 1889 г. дал общее определение гипергеометрического ряда от двух переменных и установил, что, кроме некоторых рядов, выражаемых через ряды от одного переменного или через произведения двух гипергеометрических рядов, каждый из которых зависит от одного переменного, существуют 34 существенно различных (14 полных и 20 конфлюэнтных) сходящихся ряда порядка 2 (список Горна).

Профессор Калифорнийского технологического института Гарри Бейтмен в течение двух десятков лет (1927 – 1946) собирал рассеянные по различным монографиям и периодической литературе сведения о специальных функциях: их свойствах, интегральных и иных представлениях, связях между различными классами специальных функций, определенных интпегралах, содержащих специальные функции, и т.д. В результате этой работы была составлена гигантская картотека, содержавшая почти все, что касалось указанных вопросов, а также теории дифференциальных уравнений математической физики, интегральных уравнений и т.д.

Последовавшая в 1946 г. смерть Бейтмена прервала его работу над задуманной энциклопедией классического анализа. Для обработки собранного материала был создан штаб во главе с известным английским математиком Артуром Эрдейи, в который вошли немецкие ученые В.Магнус и Ф.Оберхеттингер и итальянский математик Ф.Трикоми.

Эти ученые вместе с руководимой ими группой молодых математиков создали, используя материалы Бейтмена, уникальный труд по теории специальных функций и интегральных преобразований. Он состоит из трех томов под общим названием «Высшие трансцендентные функции» [16, 17, 18] и двух томов «Интегральных преобразований» [19, 20] (имеется русский перевод, например, первый том [16] дважды переиздан на русском языке см.[21, 22]).

Например, первый том трехтомника, названный «Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра» [16] (см., также [21, 22]), охватывает некоторые классы специальных функций: гамма- и бета-функции, гипергеометрическая функция и конфлюэнтная гипергеометрическая функция, всевозможные обобщения гипергеометрических функций (функция Мейера, Мак-Роберта и др.), функции и многочлены Лежандра. В пятой главе этого тома обсуждаются дальнейшие обобщения гипергеометрической функции и §§ 5.7 – 5.14 посвящены гипергеометрическим функциям многих (точнее, двух) переменных.

Однако, следует отметить, что в §5.7 наблюдались опечатки в определениях трех конфлюэнтных гипергеометрических функций двух переменных и в § 5.9 приведены ошибочно некоторые системы дифференциальных уравнений, которым якобы удовлетворяют 8 гипергеометрические функции двух переменных. Хуже всего то, что эти опечатки и ошибки без изменения перешли на переводные издания книги (см., например, две издания русского перевода [21, 22]). Более того, в русскоязычных изданиях [21, 22] дополнительно допущена опечатка в определении еще одной функции. Возможно, вышеназванные обстоятельства явились тормозом в дальнейшем исследовании свойств некоторых гипергеометрических функций двух переменных.

На опечатки в определениях «несчастных функций» двух переменных одним из первых обратил внимание О.И.Маричев [23, 24, 25]. В известной монографии [26, стр. 22–26] устранены все недостатки, допущенные в определениях функций в § 5.7 [16, 21, 22], а истинность систем дифференциальных уравнений гипергеометрического типа, приведенных в § 5.9 с ошибками, до недавного времени полностью нигде не обсуждалась. Отметим лишь работу [27], в которой уточняются определения гипергеометрических функций двух переменных, перепроверяется истинность всех систем дифференциальных уравнений гипергеометрического типа согласно первоисточникам, а в случаях их отсутствия подробно обсуждается процесс составления систем дифференциальных уравнений с частными производными.

Теория гипергеометрических функций от трех переменных развивалась относительно медленно. В 1985 г. H.M.Srivastava Per W. Karlsson [26] установили, что, существуют 205 полных тройных рядов второго порядка. А.Хасанов и М.Ружанский построили интегральные представления [28], а также составили 205 системы дифференциальных уравнений с частными производными [29], которым удовлетворяют полные гипергеометрические функции от трех переменных, и выписали явные линейно независимые решения этих систем в начале координат, если такие решения существуют. Сравнительно мало работ посвящены исследованию конфлюэнтных гипергеометрических функций от трех переменных. Отметим, например, работу [30], в которой определены 38 конфлюэнтные гипергеометрические функции от переменных и составлены соответствующие им системы дифференциальных уравнений гипергеометрического типа, а в работе [31] автор определяет конфлюэнтные формы известных гипергеометрических функций Лауричелла от трех переменных. Некоторые тройные конфлюэнтные ряды появились при решении прикладных задач (см., например, [32]). В работе [33] составлен список из 395 *конфлюэнтных (confluent)* рядов, являющихся предельными формами для 205 полных рядов.

Основная цель настоящей работы – установление систем дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующих к 395 конфлюэнтным гипергеометрическим функциям от трех переменных.

В п. 2 кратко напомним о гипергеометрическом уравнении Гаусса, в п. 3, на примере гипергеометрической функции Куммера покажем, что любая конфлюэнтная гипергеометрическая функция есть предельная форма полной гипергеометрической функции.

В пп. 4 и 5 приводятся гипергеометрические функции от двух переменных второго порядка (список Горна) и соответствующие им системы дифференциальных уравнений в частных производных с исправлениями на основе результатов работы [27].

В п. 6 дается общее определение гипергеометрической функции от трех переменных.

П. 7 посвящается построению систем дифференциальных уравнений в частных производных для 395 конфлюэнтных гипергеометрических функций от трех переменных. Строятся частные решения этих систем в окрестности начала координат в тех случаях, если таковые решения существуют.

2 Гипергеометрическое уравнение Гаусса

Дифференциальное уравнение

$$x(1-x)\frac{d^2y}{dx^2} + [c-(a+b+1)x]\,\frac{dy}{dx} - aby = 0 \tag{3}$$

называется уравнением Гаусса или гипергеометрическим уравнением. В области $|x| < 1$ одно из решений этого уравнения имеет вид $y_1 = F(a, b; c; x)$. В этом можно убедиться прямым дифференцированием ряда (1) и подстановкой в приведенное выше дифференциальное уравнение (3). Однако, с помощью альтернативной формы записи этого уравнения

$$\frac{d}{dx}\left(x\frac{d}{dx}+c-1\right)y=\left(x\frac{d}{dx}+a\right)\left(x\frac{d}{dx}+b\right)y \tag{4}$$

можно получить другое доказательство, а именно, имеем

$$\left(x\frac{d}{dx}+a\right)y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b)_n}{(c)_n n!}(n+a)x^n.$$

Отсюда

$$\left(x\frac{d}{dx}+a\right)\left(x\frac{d}{dx}+b\right)y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+1}(b)_{n+1}}{(c)_n n!}x^n.$$

Аналогично,

$$\left(x\frac{d}{dx}+c-1\right)y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b)_n}{(c)_{n-1} n!}x^n.$$

Дифференцируя еще раз, получим

$$\frac{d}{dx}\left(x\frac{d}{dx}+c-1\right)y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b)_n}{(c)_{n-1} n!}nx^{n-1},$$

т.е.

$$\frac{d}{dx}\left(x\frac{d}{dx}+c-1\right)y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+1}(b)_{n+1}}{(c)_n n!}x^n.$$

Уравнение Гаусса (3) можно переписать в виде

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\left[\frac{c}{x(1-x)}-\frac{a+b+1}{1-z}\right]\frac{dy}{dx}-\frac{ab}{x(1-x)}y=0,$$

из чего видно, что 0 и 1 являются регулярными особенностями. Если мы напишем $1/x$ вместо x, то мы обнаружим, что бесконечность также является регулярной особенностью уравнения Гаусса.

В терминах оператора $\Delta\equiv x\dfrac{d}{dx}$, уравнение (4) может записано также в виде

$$\Delta(\Delta+c-1)y=x(\Delta+a)(\Delta+b)y.$$

3 Конфлюэнтная гипергеометрическая функция

Положим в гипергеометрическом ряде Гаусса

$$F(a,b;c;z)=1+\frac{ab}{1\cdot c}z+\frac{a(a+1)b(b+1)}{1\cdot 2\cdot c(c+1)}z^2+...$$

$z=\dfrac{x}{b}$, и предположим, что ни a, ни c не являются ни нулем, ни отрицательным целым числом. Мы получим степенной ряд по x, радиус сходимости которого равен $|b|$ и который определяет аналитическую функцию с особыми точками $x=0$, b и ∞. Если $b\to\infty$, то в пределе получаем целую функцию, для которой особая точка $x=\infty$ возникает в результате слияния двух особых точек для $F\left(a,b;c;\dfrac{x}{b}\right)$. Таким образом, появляется ряд Куммера [34]

$$\Phi(a,c;x)=1+\frac{a}{c}\frac{x}{1!}+\frac{a(a+1)}{c(c+1)}\frac{x^2}{2!}+...$$

Отметим, что ряд Куммера удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$x\frac{d^2y}{dx^2}+(c-x)\frac{dy}{dx}-ay=0. \tag{5}$$

Подстановка

$$y = x^{-c/2}e^{x/2}z, \;\; a = \frac{1}{2} - k + \mu, \;\; c = 1 + 2\mu$$

приводит (5) к стандартной форме Уиттекера

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{k}{x} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{x^2}\right)z = 0.$$

Каждое из этих уравнений называют *конфлюэнтным гипергеометрическим уравнением* и любое решение их называют *конфлюэнтной гипергеометрической функцией*; a и c (или k и μ) называют *параметрами*, x – *переменной*.

4 Гипергеометрические функции от двух переменных

Горн [15] дал следующее общее определение: двойной степенной ряд

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} A(m,n)x^m y^n \tag{6}$$

является гипергеометрическим рядом, если два отношения

$$\frac{A(m+1,n)}{A(m,n)} = f(m,n), \quad \frac{A(m,n+1)}{A(m,n)} = g(m,n)$$

– рациональные функции от m и n. Горн изучил сходимость гипергеометрических рядов от двух переменных и установил систему дифференциальных уравнений в частных производных, которым они удовлетворяют.

Горн положил

$$f(m,n) = \frac{F(m,n)}{F'(m,n)}, \quad g(m,n) = \frac{G(m,n)}{G'(m,n)}, \tag{7}$$

где F, F', G, G' – многочлены от m и n , имеющие соответственно степени p, p', q, q'. При этом предполагается, что F' имеет множитель $m+1$, а G' – множитель $n+1$; F и F' не имеют общих множителей, за исключением, быть может, $m+1$, а G и G' не имеют общих множителей, за исключением, быть может, $n+1$. Наибольшее из четырех чисел p, p', q, q' называют *порядком* гипергеометрического ряда (6). Горн исследовал, в частности, гипергеометрические ряды *второго порядка*. Он установил, что, кроме некоторых рядов, выражаемых через ряды от одного переменного или через произведения двух гипергеометрических рядов, каждый из которых зависит от одного переменного, существуют 34 существенно различных сходящихся ряда порядка 2 (список Горна).

Существуют 14 *полных (complete)* рядов, для которых $p = p' = q = q' = 2$:

Гипергеометрические функции (ряды) Аппеля [8]

$$F_1\left(a,b,b';c;x,y\right) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b)_m\left(b'\right)_n}{(c)_{m+n}m!n!}x^m y^n, \tag{8}$$

$$F_2\left(a,b,b';c,c';x,y\right) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b)_m\left(b'\right)_n}{(c)_m\left(c'\right)_n m!n!}x^m y^n, \tag{9}$$

$$F_3\left(a,a',b,b';c;x,y\right) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a)_m\left(a'\right)_n(b)_m\left(b'\right)_n}{(c)_{m+n}m!n!}x^m y^n, \tag{10}$$

$$F_4\left(a,b;c,c';x,y\right) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b)_{m+n}}{(c)_m\left(c'\right)_n m!n!}x^m y^n, \tag{11}$$

Гипергеометрические функции Горна [35]

$$G_1\left(\alpha,\beta,\beta';x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_{n-m}(\beta')_{m-n}}{m!n!}x^m y^n, \tag{12}$$

$$G_2\left(\alpha,\alpha',\beta,\beta';x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_m\left(\alpha'\right)_n(\beta)_{n-m}(\beta')_{m-n}}{m!n!}x^m y^n, \tag{13}$$

$$G_3\left(\alpha,\alpha';x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2n-m}\left(\alpha'\right)_{2m-n}}{m!n!}x^m y^n, \tag{14}$$

$$H_1\left(\alpha,\beta,\gamma;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m-n}(\beta)_{m+n}(\gamma)_n}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n, \tag{15}$$

$$H_2\left(\alpha,\beta,\gamma,\delta;\varepsilon;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m-n}(\beta)_m(\gamma)_n(\delta)_n}{(\varepsilon)_m m!n!}x^m y^n, \tag{16}$$

$$H_3\left(\alpha,\beta;\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m+n}(\beta)_n}{(\gamma)_{m+n} m!n!}x^m y^n, \tag{17}$$

$$H_4\left(\alpha,\beta;\gamma,\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m+n}(\beta)_n}{(\gamma)_m(\delta)_n m!n!}x^m y^n, \tag{18}$$

$$H_5\left(\alpha,\beta;\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m+n}(\beta)_{n-m}}{(\gamma)_n m!n!}x^m y^n, \tag{19}$$

$$H_6\left(\alpha,\beta,\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m-n}(\beta)_{n-m}(\gamma)_n}{m!n!}x^m y^n, \tag{20}$$

$$H_7\left(\alpha,\beta,\gamma;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m-n}(\beta)_n(\gamma)_n}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n, \tag{21}$$

и существуют 20 *конфлюэнтных (confluent)* рядов, которые являются предельными формами для полных рядов и для которых $p\leq p'=2$, $q\leq q'=2$, причем p и q не могут одновременно равняться двум:

Конфлюэнтные гипергеометрические функции Гумберта [12]

$$\Phi_1\left(\alpha,\beta;\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n}m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{22}$$

$$\Phi_2\left(\beta,\beta';\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\beta)_m(\beta')_n}{(\gamma)_{m+n}m!n!}x^m y^n, \tag{23}$$

$$\Phi_3\left(\beta;\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n} m!n!}x^m y^n, \tag{24}$$

$$\Psi_1\left(\alpha,\beta;\gamma,\gamma';x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_m}{(\gamma)_m(\gamma')_n m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{25}$$

$$\Psi_2\left(\alpha;\gamma,\gamma';x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}}{(\gamma)_m\left(\gamma'\right)_n m!n!}x^m y^n, \tag{26}$$

$$\Xi_1\left(\alpha,\alpha',\beta;\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_m\left(\alpha'\right)_n(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n} m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{27}$$

$$\Xi_2\left(\alpha,\beta;\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_m(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n} m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{28}$$

Конфлюэнтные гипергеометрические функции Горна [35]:

$$\Gamma_1\left(\alpha,\beta,\beta';x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_m(\beta)_{n-m}\left(\beta'\right)_{m-n}}{m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{29}$$

$$\Gamma_2\left(\beta,\beta';x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\beta)_{n-m}\left(\beta'\right)_{m-n}}{m!n!}x^m y^n, \tag{30}$$

$$\mathrm{H}_1\left(\alpha,\beta;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m-n}(\beta)_{m+n}}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{31}$$

$$\mathrm{H}_2\left(\alpha,\beta,\gamma;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m-n}(\beta)_m(\gamma)_n}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{32}$$

$$\mathrm{H}_3\left(\alpha,\beta;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m-n}(\beta)_m}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<1, \tag{33}$$

$$\mathrm{H}_4\left(\alpha,\gamma;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m-n}(\gamma)_n}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n, \tag{34}$$

$$\mathrm{H}_5\left(\alpha;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m-n}}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n, \tag{35}$$

$$\mathrm{H}_6\left(\alpha;\gamma;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m+n}}{(\gamma)_{m+n} m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<\frac{1}{4}, \tag{36}$$

$$\mathrm{H}_7\left(\alpha;\gamma,\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m+n}}{(\gamma)_m(\delta)_n m!n!}x^m y^n, |x|<\frac{1}{4}, \tag{37}$$

$$\mathrm{H}_8\left(\alpha,\beta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m-n}(\beta)_{n-m}}{m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<\frac{1}{4}, \tag{38}$$

$$\mathrm{H}_9\left(\alpha,\beta;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m-n}(\beta)_n}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<\frac{1}{4}, \tag{39}$$

$$\mathrm{H}_{10}\left(\alpha;\delta;x,y\right)=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{2m-n}}{(\delta)_m m!n!}x^m y^n,\ \ |x|<\frac{1}{4}, \tag{40}$$

$$\mathrm{H}_{11}\left(\alpha, \beta, \gamma; \delta; x, y\right) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m-n}\,(\beta)_n\,(\gamma)_n}{(\delta)_m\, m!n!} x^m y^n, \quad |y| < 1. \tag{41}$$

Горн изучил сходимость гипергеометрических рядов от двух переменных. Области определения гипергеометрических функций Аппеля и Горна, определенных в (8) – (21), можно найти, например, в [21, с. 222–223]. Области определения конфлюэнтных гипергеометрических функций значительно проще. Неравенства, необходимые для сходимости этих рядов, указаны в формулах (22) – (41).

5 Системы дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующие гипергеометрическим функциям от двух переменных

Ряды

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} A(m,n) x^m y^n,$$

где

$$\frac{A(m+1,n)}{A(m,n)} = \frac{F\,(m,n)}{F'\,(m,n)}, \quad \frac{A(m,n+1)}{A(m,n)} = \frac{G\,(m,n)}{G'\,(m,n)},$$

и $F\,(m,n)\,, F'\,(m,n)\,,\ \ G\,(m,n)\,, G'\,(m,n)$ являются такими же многочленами, как и в (7) , удовлетворяют системе линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Эту систему можно записать с помощью дифференциальных операторов

$$\delta = x\frac{\partial}{\partial x}, \quad \delta' = y\frac{\partial}{\partial y}$$

в виде

$$\begin{cases} \left[F'\left(\delta, \delta'\right) x^{-1} - F\left(\delta, \delta'\right)\right] u = 0, \\ \left[G'\left(\delta, \delta'\right) y^{-1} - G\left(\delta, \delta'\right)\right] u = 0. \end{cases}$$

В книгах [16, 21, 22] в §5.9 приводятся 34 системы дифференциальных уравнений гипергеометрического типа, которым удовлетворяют гипергеометрические функции двух переменных второго порядка. В 1991 г. В.Ф.Волкодавов и О.К.Быстрова [36] обратили внимание на ошибочность системы, соответствующей к конфлюэнтной гипергеометрической функции H_3, определенной равенством (33) в списке Горна. Авторы недавной работы [27] уточнили, что в англоязычном издании книги [16] в 26 случаях гипергеометрическая функция из списка Горна действительно удовлетворяет соответствующей системы дифференциальных уравнений, а в 8 случаях приведены ошибочно системы дифференциальных уравнений, которым якобы удовлетворяют функции H_4, H_5, H_7, Γ_1, H_2,H_3,H_5 и H_7 из списка Горна, а в двух русскоязычных изданиях [21] и [22] эта статистика меняется на 25 и 9, потому что в названных книгах во втором уравнении системы для функции H_1 допущена еще одна опечатка. Возможны, эти обстоятельства явились тормозом в приложениях этих функций.

Ниже приводится список дифференциальных уравнений в частных производных с исправлениями, в котором z является искомой функцией от x и y

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2},$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r + (1-x)ys + \left[\gamma - (\alpha+\beta+1)\,x\right]p - \beta yq - \alpha\beta z = 0 \\ y(1-y)t + x(1-y)s + \left[\gamma - (\alpha+\beta'+1)y\right]q - \beta' xp - \alpha\beta' z = 0 \end{array}\right\} F_1, \tag{42}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r - xys + \left[\gamma - (\alpha+\beta+1)\,x\right]p - \beta yq - \alpha\beta z = 0 \\ y(1-y)t - xys + \left[\gamma' - (\alpha+\beta'+1)y\right]q - \beta' xp - \alpha\beta' z = 0 \end{array}\right\} F_2, \tag{43}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = F_2\left(\alpha, \beta, \beta'; \gamma, \gamma'; x, y\right),$

$z_2 = x^{1-\gamma} F_2\left(1-\gamma+\alpha, 1-\gamma+\beta, \beta'; 2-\gamma, \gamma'; x, y\right),$

$z_3 = y^{1-\gamma'} F_2\left(1-\gamma'+\alpha, \beta, 1-\gamma'+\beta'; \gamma, 2-\gamma'; x, y\right),$

$z_4 = x^{1-\gamma} y^{1-\gamma'} F_2\left(2-\gamma-\gamma'+\alpha, 1-\gamma+\beta, 1-\gamma'+\beta'; 2-\gamma, 2-\gamma'; x, y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r + ys + \left[\gamma - (\alpha+\beta+1)\,x\right]p - \alpha\beta z = 0 \\ y(1-y)t + xs + \left[\gamma - (\alpha'+\beta'+1)y\right]q - \alpha'\beta' z = 0 \end{array}\right\} F_3, \tag{44}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r - y^2 t - 2xys + \left[\gamma - (\alpha+\beta+1)\,x\right]p - (\alpha+\beta+1)yq - \alpha\beta z = 0 \\ y(1-y)t - x^2 r - 2xys + \left[\gamma' - (\alpha+\beta+1)y\right]q - (\alpha+\beta+1)xp - \alpha\beta z = 0 \end{array}\right\} F_4, \tag{45}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = F_4\left(\alpha, \beta; \gamma, \gamma'; x, y\right),$

$z_2 = x^{1-\gamma} F_4\left(1-\gamma+\alpha, 1-\gamma+\beta; 2-\gamma, \gamma'; x, y\right),$

$z_3 = y^{1-\gamma'} F_4\left(1-\gamma'+\alpha, 1-\gamma'+\beta; \gamma, 2-\gamma'; x, y\right),$

$z_4 = x^{1-\gamma} y^{1-\gamma'} F_4\left(2-\gamma-\gamma'+\alpha, 2-\gamma-\gamma'+\beta; 2-\gamma, 2-\gamma'; x, y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1+x)r - y^2 t - ys + \left[1-\beta+(\alpha+\beta'+1)\,x\right]p + (\beta'-\alpha-1)yq + \alpha\beta' z = 0 \\ y(1+y)t - x^2 r - xs + \left[1-\beta'+(\alpha+\beta+1)y\right]q + (\beta-\alpha-1)xp + \alpha\beta z = 0 \end{array}\right\} G_1, \tag{46}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1+x)r - (1+x)ys + \left[1-\beta+(\alpha+\beta'+1)\,x\right]p - \alpha yq + \alpha\beta' z = 0 \\ y(1+y)t - x(1+y)s + \left[1-\beta'+(\alpha'+\beta+1)y\right]q - \alpha' xp + \alpha'\beta z = 0 \end{array}\right\} G_2, \tag{47}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1+4x)r - 2(1+2x)ys + y^2 t + \left[1-\alpha+2\left(2\alpha'+3\right)x\right]p - 2\alpha' yq + \alpha'\left(\alpha'+1\right)z = 0 \\ y(1+4y)t - 2x(1+2y)s + x^2 r + \left[1-\alpha'+2(2\alpha+3)y\right]q - 2\alpha xp + \alpha\left(\alpha+1\right)z = 0 \end{array}\right\} G_3, \tag{48}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r + y^2 t + \left[\delta - (\alpha+\beta+1)\,x\right]p + (1-\alpha+\beta)yq - \alpha\beta z = 0 \\ y(1+y)t - x(1-y)s + \left[1-\alpha+(\beta+\gamma+1)y\right]q + \gamma xp + \beta\gamma z = 0 \end{array}\right\} H_1, \tag{49}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = H_1\left(\alpha, \beta, \gamma; \delta; x, y\right),$

$z_2 = x^{1-\delta} H_1\left(1-\delta+\alpha, 1-\delta+\beta, \gamma; 2-\delta; x, y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r + xys + \left[\varepsilon - (\alpha+\beta+1)\,x\right]p + \beta yq - \alpha\beta z = 0 \\ y(1+y)t - xs + \left[1-\alpha+(\gamma+\delta+1)y\right]q + \gamma\delta z = 0 \end{array}\right\} H_2, \tag{50}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = H_2\left(\alpha, \beta, \gamma, \delta; \varepsilon; x, y\right),$

$z_2 = x^{1-\varepsilon} H_2\left(1-\varepsilon+\alpha, 1-\varepsilon+\beta, \gamma, \delta; 2-\varepsilon; x, y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-4x)r + (1-4x)ys - y^2 t + \left[\gamma - 2\left(2\alpha+3\right)x\right]p - 2(\alpha+1)yq - \alpha\left(\alpha+1\right)z = 0 \\ y(1-y)t + x(1-2y)s + \left[\gamma - (\alpha+\beta+1)y\right]q - 2\beta xp - \alpha\beta z = 0 \end{array}\right\} H_3, \tag{51}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-4x)r - 4xys - y^2 t + \left[\gamma - 2\left(2\alpha+3\right)x\right]p - 2(\alpha+1)yq - \alpha(\alpha+1)z = 0 \\ y(1-y)t - 2xys + \left[\delta - (\alpha+\beta)y\right]q - 2\beta xp - \alpha\beta z = 0 \end{array}\right\} H_4, \tag{52}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = H_4\left(\alpha, \beta; \gamma, \delta; x, y\right),$

$z_2 = x^{1-\gamma} H_4\left(2-2\gamma+\alpha, \beta; 2-\gamma, \delta; x, y\right),$

$z_3 = y^{1-\delta} H_4\left(1-\delta+\alpha, 1-\delta+\beta; \gamma, 2-\delta; x, y\right),$

$z_4 = x^{1-\gamma} y^{1-\delta} H_4\left(3-2\gamma-\delta+\alpha, 1-\delta+\beta; 2-\gamma, 2-\delta; x, y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1+4x)r-(1-4x)ys+y^2t+[1-\beta+2\,(2\alpha+3)\,x]\,p+2(\alpha+1)yq+\alpha(\alpha+1)z=0 \\ y(1-y)t-xys+2x^2r+[\gamma-(\alpha+\beta+1)y]\,q+(2+\alpha-2\beta)xp-\alpha\beta z=0 \end{array}\right\} H_5, \tag{53}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = H_5\,(\alpha,\beta;\gamma;x,y)\,,$

$z_2 = y^{1-\gamma}H_5\,(1-\gamma+\alpha,1-\gamma+\beta;2-\gamma;x,y)\,,$

$$\left.\begin{array}{l} x(1+4x)r-(1+4x)ys+y^2t+[1-\beta+2(2\alpha+3)x]\,p-2\alpha yq+\alpha(\alpha+1)z=0 \\ y(1+y)t-x(2+y)s+[1-\alpha+(\beta+\gamma+1)y]\,q-\gamma xp+\beta\gamma z=0 \end{array}\right\} H_6, \tag{54}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-4x)r+4xys-y^2t+[\delta-2(2\alpha+3)x]\,p+2\alpha yq-\alpha(\alpha+1)z=0 \\ y(1+y)t-2xs+[1-\alpha+(\beta+\gamma+1)y]\,q+\beta\gamma z=0 \end{array}\right\} H_7, \tag{55}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = H_7\,(\alpha,\beta,\gamma;\delta;x,y)\,,$

$z_2 = x^{1-\gamma}H_7\,(2-2\gamma+\alpha,\beta,\gamma;2-\delta;x,y)\,,$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r+(1-x)ys+[\gamma-(\alpha+\beta+1)\,x]\,p-\beta yq-\alpha\beta z=0 \\ yt+xs+(\gamma-y)q-xp-\alpha z=0 \end{array}\right\} \Phi_1, \tag{56}$$

$$\left.\begin{array}{l} xr+ys+(\gamma-x)p-\beta z=0 \\ yt+xs+(\gamma-y)q-\beta' z=0 \end{array}\right\} \Phi_2, \tag{57}$$

$$\left.\begin{array}{l} xr+ys+(\gamma-x)p-\beta z=0 \\ yt+xs+\gamma q-z=0 \end{array}\right\} \Phi_3, \tag{58}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r-xys+[\gamma-(\alpha+\beta+1)\,x]\,p-\beta yq-\alpha\beta z=0 \\ yt+(\gamma'-y)\,q-xp-\alpha z=0 \end{array}\right\} \Psi_1, \tag{59}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = \Psi_1\,(\alpha,\beta;\gamma,\gamma';x,y)\,,$

$z_2 = x^{1-\gamma}\Psi_1\,(1-\gamma+\alpha,1-\gamma+\beta;2-\gamma,\gamma';x,y)\,,$

$z_3 = y^{1-\gamma'}\Psi_1\,(1-\gamma'+\alpha,\beta;\gamma,2-\gamma';x,y)\,,$

$z_4 = x^{1-\gamma}y^{1-\gamma'}\Psi_1\,(2-\gamma-\gamma'+\alpha,1-\gamma+\beta;2-\gamma,2-\gamma';x,y)\,;$

$$\left.\begin{array}{l} xr+(\gamma-x)p-yq-\alpha z=0 \\ yt+(\gamma'-y)\,q-xp-\alpha z=0 \end{array}\right\} \Psi_2, \tag{60}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = \Psi_2\,(\alpha;\gamma,\gamma';x,y)\,,$

$z_2 = x^{1-\gamma}\Psi_2\,(1-\gamma+\alpha;2-\gamma,\gamma';x,y)\,,$

$z_3 = y^{1-\gamma'}\Psi_2\,(1-\gamma'+\alpha;\gamma,2-\gamma';x,y)\,,$

$z_4 = x^{1-\gamma}y^{1-\gamma'}\Psi_2\,(2-\gamma-\gamma'+\alpha;2-\gamma,2-\gamma';x,y)\,;$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r+ys+[\gamma-(\alpha+\beta+1)\,x]\,p-\alpha\beta z=0 \\ yt+xs+(\gamma-y)\,q-\alpha' z=0 \end{array}\right\} \Xi_1, \tag{61}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r+ys+[\gamma-(\alpha+\beta+1)\,x]\,p-\alpha\beta z=0 \\ yt+xs+\gamma q-z=0 \end{array}\right\} \Xi_2, \tag{62}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1+x)r-(x+1)ys+[1-\beta+(\alpha+\beta'+1)\,x]\,p-\alpha yq+\alpha\beta' z=0 \\ yt-xs+(1-\beta'+y)\,q-xp+\beta z=0 \end{array}\right\} \Gamma_1, \tag{63}$$

$$\left.\begin{array}{l} xr-ys+(1-\beta+x)p-yq+\beta' z=0 \\ yt-xs+(1-\beta'+y)q-xp+\beta z=0 \end{array}\right\}\Gamma_2, \tag{64}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r+y^2t+\left[\delta-(\alpha+\beta+1)\,x\right]p+(\beta-\alpha+1)yq-\alpha\beta z=0 \\ yt-xs+\left[1-\alpha+y\right]q+xp+\beta z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_1, \tag{65}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1=\mathrm{H}_1\left(\alpha,\beta;\delta;x,y\right),$

$z_2=x^{1-\delta}\mathrm{H}_1\left(1-\delta+\alpha,1-\delta+\beta;2-\delta;x,y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r+xys+\left[\delta-(\alpha+\beta+1)\,x\right]p+\beta yq-\alpha\beta z=0 \\ yt-xs+\left[1-\alpha+y\right]q+\gamma z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_2, \tag{66}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1=\mathrm{H}_2\left(\alpha,\beta,\gamma;\delta;x,y\right),$

$z_2=x^{1-\delta}\mathrm{H}_2\left(1-\delta+\alpha,1-\delta+\beta,\gamma;2-\delta;x,y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-x)r+xys+\left[\delta-(\alpha+\beta+1)\,x\right]p+\beta yq-\alpha\beta z=0 \\ yt-xs+(1-\alpha)q+z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_3, \tag{67}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1=\mathrm{H}_3\left(\alpha,\beta;\delta;x,y\right),$

$z_2=x^{1-\delta}\mathrm{H}_3\left(1-\delta+\alpha,1-\delta+\beta;2-\delta;x,y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} xr+(\delta-x)p+yq-\alpha z=0 \\ yt-xs+(1-\alpha+y)q+\gamma z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_4, \tag{68}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1=\mathrm{H}_4\left(\alpha,\gamma;\delta;x,y\right),$

$z_2=x^{1-\delta}\mathrm{H}_4\left(1-\delta+\alpha,\gamma;2-\delta;x,y\right);$

$$\left.\begin{array}{l} xr+(\delta-x)p+yq-\alpha z=0 \\ yt-xs+(1-\alpha)q+z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_5, \tag{69}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-4x)r+(1-4x)ys-y^2t+\left[\gamma-2(2\alpha+3)x\right]p-2(\alpha+1)yq-\alpha(\alpha+1)z=0 \\ yt+xs+(\gamma-y)q-2xp-\alpha z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_6, \tag{70}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-4x)r-4xys-y^2t+\left[\gamma-2(2\alpha+3)x\right]p-2(\alpha+1)yq-\alpha(\alpha+1)z=0 \\ yt+(\delta-y)q-2xp-\alpha z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_7, \tag{71}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1=\mathrm{H}_7\left(\alpha;\gamma,\delta;\mathrm{x},\mathrm{y}\right),$

$z_2=x^{1-\gamma}\mathrm{H}_7\left(2-2\gamma+\alpha;2-\gamma,\delta;\mathrm{x},\mathrm{y}\right),$

$z_3=y^{1-\delta}\mathrm{H}_7\left(1-\delta+\alpha;\gamma,2-\delta;\mathrm{x},\mathrm{y}\right),$

$z_4=x^{1-\gamma}y^{1-\delta}\mathrm{H}_7\left(3-2\gamma-\delta+\alpha;2-\gamma,2-\delta;\mathrm{x},\mathrm{y}\right);$

$$\left.\begin{array}{l} x(1+4x)r-(1+4x)ys+y^2t+\left[1-\beta+2(2\alpha+3)x\right]p-2\alpha yq+\alpha(\alpha+1)z=0 \\ yt-2xs+(1-\alpha+y)q-xp+\beta z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_8, \tag{72}$$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-4x)r+4xys-y^2t+\left[\delta-2(2\alpha+3)x\right]p+2\alpha yq-\alpha(\alpha+1)z=0 \\ yt-2xs+(1-\alpha+y)q+\beta z=0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_9, \tag{73}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = \mathrm{H}_9\left(\alpha, \beta; \delta; \mathrm{x}, \mathrm{y}\right),$

$z_2 = x^{1-\delta}\mathrm{H}_9\left(2-2\delta+\alpha, \beta; 2-\delta; \mathrm{x}, \mathrm{y}\right),$

$$\left.\begin{array}{l} x(1-4x)r + 4xys - y^2t + \left[\delta - 2(2\alpha+3)x\right]p + 2\alpha yq - \alpha(\alpha+1)z = 0 \\ yt - 2xs + (1-\alpha)q + z = 0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_{10}, \tag{74}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = \mathrm{H}_{10}\left(\alpha; \delta; \mathrm{x}, \mathrm{y}\right),$

$z_2 = x^{1-\delta}\mathrm{H}_{10}\left(2-2\delta+\alpha; 2-\delta; \mathrm{x}, \mathrm{y}\right),$

$$\left.\begin{array}{l} xr + (\delta - x)\,p + yq - \alpha z = 0 \\ y(1+y)t - xs + \left[1-\alpha+(\beta+\gamma+1)y\right]q + \beta\gamma z = 0 \end{array}\right\}\mathrm{H}_{11}, \tag{75}$$

Частные решения в окрестности начала координат:

$z_1 = H_{11}\left(\alpha, \beta, \gamma; \delta; x, y\right),$

$z_2 = x^{1-\delta}H_{11}\left(1-\delta+\alpha, \beta, \gamma; 2-\delta; x, y\right).$

Отметим, что системы (42) – (75), кроме систем (49), (52), (53), (55), (63), (66), (67), (69), (71), взаимствованы из [16, 21, 22], а системы (49), (52), (53), (55), (63), (66), (67), (69) и (71), связанные с гипергеометрическими функциями H_1, H_4, H_5, H_7, Γ_1, H_2, $\mathrm{H}_3, \mathrm{H}_5$ и H_7, соответственно, составлены в [27].

6 Общее определение гипергеометрической функции от трех переменных

Следуя Горну [15], определим гипергеометрическую функцию от трех переменных : тройной степенной ряд

$$\sum_{m,n,p=0}^{\infty} A(m,n,p)x^m y^n z^p \tag{76}$$

является гипергеометрическим рядом, если три отношения

$$\frac{A(m+1,n,p)}{A(m,n,p)} = f(m,n,p), \quad \frac{A(m,n+1,p)}{A(m,n,p)} = g(m,n,p), \quad \frac{A(m,n,p+1)}{A(m,n,p)} = h(m,n,p) \tag{77}$$

– рациональные функции от m, n и p.

Положим

$$f(m,n,p) = \frac{F(m,n,p)}{F'(m,n,p)}, \quad g(m,n,p) = \frac{G(m,n,p)}{G'(m,n,p)}, \quad h(m,n,p) = \frac{H(m,n,p)}{H'(m,n,p)}, \tag{78}$$

где F, F', G, G', H, H' – многочлены от m, n и p , имеющие соответственно степени p, p', q, q', h, h'. При этом предполагается, что F' имеет множитель $m+1$, а G' – множитель $n+1$; F и F' не имеют общих множителей, за исключением, быть может, $m+1$, G и G' не имеют общих множителей, за исключением, быть может, $n+1$, а H и H' не имеют общих множителей, за исключением, быть может, $p+1$. Наибольшее из шести чисел p, p', q, q', h, h' называют *порядком* гипергеометрического ряда (76). H.M.Srivastava Per W. Karlsson [26] исследовали, в частности, тройные гипергеометрические ряды второго порядка. Они установили, что, существуют 205 *полных (complete)* рядов, для которых $p = p' = q = q' = h = h' = 2$. А.Хасанов и М.Ружанский построили интегральные представления [28], а также составили 205 системы дифференциальных уравнений с частными производными [29], которым удовлетворяют полные гипергеометрические функции от трех переменных, и выписали явные линейно независимые решения этих систем в начале координат, если такие решения существуют. В работе [33] определены 395 *конфлюэнтные (confluent)* ряды, являющиеся предельными формами для полных рядов и для которых $p \le p' = 2$, $q \le q' = 2$, $h \le h' = 2$, причем p, q и h не могут одновременно равняться двум.

7 Системы дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующие гипергеометрическим функциям от трех переменных

Ряды

$$\sum_{m,n,p=0}^{\infty} A(m,n,p)x^m y^n z^p,$$

где

$$\frac{A(m+1,n,p)}{A(m,n,p)}=\frac{F(m,n,p)}{F'(m,n,p)},\quad \frac{A(m,n+1,p)}{A(m,n,p)}=\frac{G(m,n,p)}{G'(m,n,p)},\quad \frac{A(m,n,p+1)}{A(m,n,p)}=\frac{H(m,n,p)}{H'(m,n,p)}$$

и $F(m,n,p)$, $F'(m,n,p)$, $G(m,n,p)$, $G'(m,n,p)$, $H(m,n,p)$, $H'(m,n,p)$ являются такими же многочленами, как и в (78), удовлетворяют системе линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Эту систему можно записать с помощью дифференциальных операторов

$$\delta_x=x\frac{\partial}{\partial x},\ \ \delta_y=y\frac{\partial}{\partial y},\ \ \delta_z=z\frac{\partial}{\partial z} \tag{79}$$

в виде

$$\begin{cases} \left[F'\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)x^{-1}-F\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)\right]u=0,\\ \left[G'\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)y^{-1}-G\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)\right]u=0,\\ \left[H'\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)z^{-1}-H\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)\right]u=0. \end{cases} \tag{80}$$

Составим систему дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующей следующей конфлюэнтной гипергеометрической функции:

$$\mathrm{E}_1\left(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_m(a_3)_n(a_4)_n(a_5)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_B^{(1)}\ [30]\right). \tag{81}$$

Здесь в определении (81) и далее, в скобках упоминается первое появление данной функции в литературе, если таковое имеется.

Полагая

$$A(m,n,p)=\frac{(a_1)_m(a_2)_m(a_3)_n(a_4)_n(a_5)_p}{m!n!p!(c)_{m+n+p}},$$

определим

$$A(m+1,n,p)=\frac{(a_1)_{m+1}(a_2)_{m+1}(a_3)_n(a_4)_n(a_5)_p}{(m+1)!n!p!(c)_{m+n+p+1}},$$

$$A(m,n+1,p)=\frac{(a_1)_m(a_2)_m(a_3)_{n+1}(a_4)_{n+1}(a_5)_p}{m!(n+1)!p!(c)_{m+n+p+1}},$$

$$A(m,n,p+1)=\frac{(a_1)_m(a_2)_m(a_3)_n(a_4)_n(a_5)_{p+1}}{m!n!(p+1)!(c)_{m+n+p}}.$$

Учитывая простое свойство символа Похгаммера (2) в виде

$$(\lambda)_{\nu+1}=(\lambda)_\nu(\lambda+\nu),$$

нетрудно определить следующие три функции из (77)

$$f(m,n,p)=\frac{(a_1+m)\left(a_2+m\right)}{(m+1)\left(c+m+n+p\right)}, \tag{82}$$

$$g(m,n,p)=\frac{(a_3+n)\left(a_4+n\right)}{(n+1)\left(c+m+n+p\right)}, \tag{83}$$

$$h(m,n,p)=\frac{a_5+p}{(p+1)\left(c+m+n+p\right)}. \tag{84}$$

Теперь согласно определению (78), с учетом (82)–(84), имеем

$$F(m,n,p)=(a_1+m)\,(a_2+m)\,,\quad F'(m,n,p)=(m+1)\,(c+m+n+p), \tag{85}$$

$$G(m,n,p)=(a_3+n)\,(a_4+n)\,,\quad G'(m,n,p)=(n+1)\,(c+m+n+p)\,,, \tag{86}$$

$$H(m,n,p)=a_5+p,\qquad H'(m,n,p)=(p+1)\,(c+m+n+p)\,. \tag{87}$$

Воспользовавшись (85), составим первое уравнение системы (80)

$$F'\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)\left(\frac{u}{x}\right)-F\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)u=0.$$

Принимая во внимание определение (79) операторов δ_x, δ_y и δ_z, можно записать

$$\left(c+x\frac{\partial}{\partial x}+y\frac{\partial}{\partial y}+z\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(1+x\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{u}{x}\right)-\left(a_1+x\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(a_2+x\frac{\partial}{\partial x}\right)u=0.$$

Расскрывая скобки в последнем уравнении, получим

$$x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_1a_2u=0. \tag{88}$$

Воспользовавшись (86), составим второе уравнение системы (80)

$$G'\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)\left(\frac{u}{y}\right)-G\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)u=0,$$

которое нетрудно записать в виде

$$\left(c+x\frac{\partial}{\partial x}+y\frac{\partial}{\partial y}+z\frac{\partial}{\partial z}\right)\frac{\partial u}{\partial y}-\left(a_3+y\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(a_4+y\frac{\partial}{\partial y}\right)u=0.$$

Расскрывая скобки в последнем уравнении, получим второе уравнение системы (80)

$$y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}+\left[c-(a_3+a_4+1)\,y\right]u_y-a_3a_4u=0. \tag{89}$$

Наконец, воспользовавшись (87), составим третье уравнение системы (80)

$$H'\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)\left(\frac{u}{z}\right)-H\left(\delta_x,\delta_y,\delta_z\right)u=0,$$

т.е.

$$\left(c+x\frac{\partial}{\partial x}+y\frac{\partial}{\partial y}+z\frac{\partial}{\partial z}\right)\frac{\partial u}{\partial z}-\left(a_5+z\frac{\partial}{\partial z}\right)u=0.$$

Отсюда имеем

$$zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-a_5u=0. \tag{90}$$

Подставив уравнения (88), (89) и (90) в (80), получим систему дифференциальных уравнений в частных производных, которую удовлетворяет конфлюэнтная гипергеометрическая функция $\mathrm{E}_1\left(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5;c;x,y,z\right)$, определенная в (81):

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_1a_2u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}+\left[c-(a_3+a_4+1)\,y\right]u_y-a_3a_4u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-a_5u=0.\end{cases}$$

Аналогичным образом составляются системы дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующие конфлюэнтным гипергеометрическим функциям от трех переменных из списка [33]:

$$\mathrm{E}_2\left(a_1,a_2,a_3,a_4;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_m(a_3)_n(a_4)_n}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\quad\left({}_3\Phi_B^{(5)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_1a_2u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}+\left[c-(a_3+a_4+1)\,y\right]u_y-a_3a_4u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+cu_z-u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_3\left(a_1,a_2,a_3,a_4;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_m(a_3)_n(a_4)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_B^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_1a_2u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}+(c-y)u_y-a_3u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-a_4u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_4\left(a_1,a_2,a_3;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_m(a_3)_n}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_1a_2u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}+(c-y)u_y-a_3u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+cu_z-u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_5\left(a_1,a_2,a_3;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_B^{(3)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+(c-x)u_x-a_1u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}+(c-y)u_y-a_2u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-a_3u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_6\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_m(b)_n}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_B^{(4)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+(c-x)u_x-au=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}+(c-y)u_y-bu=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+cu_z-u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_7\left(a_1,a_2,a_3,a_4;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_m(a_3)_n(a_4)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_S^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y-a_1a_2u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}+zu_{yz}-a_3xu_x+\left[c-(a_1+a_3+1)\,y\right]u_y-a_1a_3u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-a_4u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_8\left(a_1,a_2,a_3,a_4;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_m(a_3)_p(a_4)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_S^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y-a_1a_2u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}-xu_x+(c-y)u_y-a_1u=0,\\ z(1-z)u_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+\left[c-(a_3+a_4+1)\,z\right]u_z-a_3a_4u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_9\left(a_1,a_2,a_3;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_m(a_3)_n}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_S^{(4)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y-a_1a_2u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}+zu_{yz}-a_3xu_x+\left[c-(a_1+a_3+1)\,y\right]u_y-a_1a_3u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+cu_z-u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{10}\left(a_1,a_2,a_3;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_m(a_3)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_T^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y-a_1a_2u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}-xu_x+(c-y)u_y-a_1u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-a_3u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{11}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b)_m}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\left({}_3\Phi_S^{(5)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a+b+1)\,x\right]u_x-byu_y-abu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}-xu_x+(c-y)u_y-au=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+cu_z-u=0=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{12}\left(a_1,a_2,a_3;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{n+p}(a_3)_m}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_T^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_3+1)\,x\right]u_x-a_3yu_y-a_1a_3u=0,\\ y(1-y)u_{yy}\\ \qquad+x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz}+(1-y)zu_{yz}-a_2xu_x+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}-yu_y+(c-z)u_z-a_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{13}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b)_{n+p}}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\left({}_3\Phi_T^{(3)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+zu_{xz}+(c-x)u_x-yu_y-au=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}+(1-y)zu_{yz}-xzu_{xz}-bxu_x+\left[c-(a+b+1)\,y\right]u_y-azu_z-abu=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}-yu_y+(c-z)u_z-bu=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{14}\left(a_1,a_2,a_3;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_m(a_3)_n}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_D^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+(1-x)zu_{xz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}+(1-y)zu_{yz}-a_3xu_x+\left[c-(a_1+a_3+1)\,y\right]u_y-a_3zu_z-a_1a_3u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}-xu_x-yu_y+(c-z)u_z-a_1u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{15}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}(b_1)_n(b_2)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+zu_{xz}-y^2u_{yy}+\left[c-(4a+6)\,x\right]u_x-2\,(a+1)\,yu_y-a\,(a+1)\,u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+zu_{yz}-2b_1xu_x+\left[c-(a+b_1+1)\,y\right]u_y-ab_1u=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-b_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{16}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}(b_1)_p(b_2)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+zu_{xz}-y^2u_{yy}+\left[c-(4a+6)\,x\right]u_x-2\,(a+1)\,yu_y-a\,(a+1)\,u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}-2xu_x+(c-y)u_y-au=0,\\ z(1-z)u_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+\left[c-(b_1+b_2+1)\,z\right]u_z-b_1b_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{17}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}(b)_n}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+zu_{xz}-y^2u_{yy}+\left[c-(4a+6)\,x\right]u_x-2\,(a+1)\,yu_y-a\,(a+1)\,u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+zu_{yz}-2bxu_x+\left[c-(a+b+1)\,y\right]u_y-abu=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+cu_z-u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{18}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}(b)_p}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+zu_{xz}-y^2u_{yy}+\left[c-(4a+6)\,x\right]u_x-2\,(a+1)\,yu_y-a\,(a+1)\,u=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}-2xu_x+(c-y)u_y-au=0, \\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+(c-z)u_z-bu=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{19}\,(a;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+zu_{xz}-y^2u_{yy}+\left[c-(4a+6)\,x\right]u_x-2\,(a+1)\,yu_y-a\,(a+1)\,u=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+zu_{yz}-2xu_x+(c-y)u_y-au=0, \\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}+cu_z-u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{20}\,(a,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}(b)_{n+p}}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+zu_{xz}-y^2u_{yy}+\left[c-(4a+6)\,x\right]u_x-2\,(a+1)\,yu_y-a\,(a+1)\,u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+(1-y)zu_{yz}-2xzu_{xz}-2bxu_x+\left[c-(a+b+1)\,y\right]u_y-azu_z-abu=0, \\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}-yu_y+(c-z)u_z-bu=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{21}\,(a,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n+p}(b)_{n}}{(c)_{m+n+p}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}+(1-4x)yu_{xy} \\ \qquad +(1-4x)zu_{xz}-2yzu_{yz}+\left[c-(4a+6)\,x\right]u_x-2\,(a+1)\,yu_y-2\,(a+1)\,zu_z-a\,(a+1)\,u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+(1-y)zu_{yz}-2bxu_x+\left[c-(a+b+1)\,y\right]u_y-bzu_z-abu=0, \\ zu_{zz}+xu_{xz}+yu_{yz}-2xu_x-yu_y+(c-z)u_z-au=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{22}\,(a_1,a_2,a_3,a_4;c_1,c_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_n(a_4)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\quad\left({}_3\Phi_N^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c_1-x)\,u_x-a_2u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c_1-(a_1+a_3+1)\,y\right]u_y-a_3zu_z-a_1a_3u=0, \\ z(1-z)u_{zz}-yzu_{yz}-a_4yu_y+\left[c_2-(a_1+a_4+1)\,z\right]u_z-a_1a_4u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{22}\,(a_1,a_2,a_3,a_4;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{22}\,(1-c_2+a_1,a_2,a_3,1-c_2+a_4;c_1,2-c_2;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{23}\,(a_1,a_2,a_3,a_4;c_1,c_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_m(a_4)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\quad\left({}_3\Phi_N^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+\left[c_1-(a_2+a_3+1)\,x\right]u_x-a_2a_3u=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c_1-y)\,u_y-zu_z-a_1u=0, \\ z(1-z)u_{zz}-yzu_{yz}-a_4yu_y+\left[c_2-(a_1+a_4+1)\,z\right]u_z-a_1a_4u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{23}\,(a_1,a_2,a_3,a_4;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{23}\,(1-c_2+a_1,a_2,a_3,1-c_2+a_4;c_1,2-c_2;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{24}\,(a_1,a_2,a_3,a_4;c_1,c_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_m(a_4)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+\left[c_1-(a_2+a_3+1)\,x\right]u_x-a_2a_3u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c_1-(a_1+a_4+1)\,y\right]u_y-a_4zu_z-a_1a_4u=0, \\ zu_{zz}-yu_y+(c_2-z)\,u_z-a_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{24}\left(a_1, a_2, a_3, a_4; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{24}\left(1-c_2+a_1, a_2, a_3, a_4; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{25}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_N^{(3)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + yu_{xy} + \left[c_1 - (a_2+a_3+1)\,x\right]u_x - a_2a_3u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - a_1u = 0, \\ zu_{zz} - yu_y + (c_2 - z)\,u_z - a_1u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{25}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{25}\left(1-c_2+a_1, a_2, a_3; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{26}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_P^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\,u_x - a_2u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} - yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1+a_3+1)\,y\right]u_y - a_3zu_z - a_1a_3u = 0, \\ zu_{zz} - yu_y + (c_2 - z)\,u_z - a_1u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{26}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{26}\left(1-c_2+a_1, a_2, a_3; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{27}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_M^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\,u_x - a_2u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - a_1u = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - yzu_{yz} - a_3yu_y + \left[c_2 - (a_1+a_3+1)\,z\right]u_z - a_1a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{27}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{27}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_1+a_3; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{28}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(a_3)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + c_1u_x - u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} - yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1+a_2+1)\,y\right]u_y - a_2zu_z - a_1a_2u = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - yzu_{yz} - a_3yu_y + \left[c_2 - (a_1+a_3+1)\,z\right]u_z - a_1a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{28}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{28}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_1+a_3; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{29}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_F^{(3)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\, u_x - bu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\, u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - yu_y + (c_2 - z)\, u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{29}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{29}\,(1 - c_2 + a, b; c_1, 2 - c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{30}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + c_1 u_x - u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} - yzu_{yz} + [c_1 - (a + b + 1)\, y]\, u_y - bzu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - yu_y + (c_2 - z)\, u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{30}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{30}\,(1 - c_2 + a, b; c_1, 2 - c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{31}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_M^{(4)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + c_1 u_x - u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\, u_y - zu_z - au = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - yzu_{yz} - byu_y + [c_2 - (a + b + 1)\, z]\, u_z - abu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{31}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{31}\,(1 - c_2 + a, 1 - c_2 + b; c_1, 2 - c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{32}\,(a; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \ \left({}_3\Phi_F^{(4)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + c_1 u_x - u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\, u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - yu_y + (c_2 - z)\, u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{32}\,(a; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{32}\,(1 - c_2 + a; c_1, 2 - c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{33}\,(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_{n+p}(a_3)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_R^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\, u_x - a_3 u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - z^2 u_{zz} + xu_{xy} - 2yzu_{yz} + [c_1 - (a_1 + a_2 + 1)\, y]\, u_y - (a_1 + a_2 + 1)\, zu_z - a_1 a_2 u = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - y^2 u_{yy} - 2yzu_{yz} - (a_1 + a_2 + 1)\, yu_y + [c_2 - (a_1 + a_2 + 1)\, z]\, u_z - a_1 a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{33}\,(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{33}\,(1 - c_2 + a_1, 1 - c_2 + a_2, a_3; c_1, 2 - c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{34}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b)_{n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\quad\left({}_3\Phi_R^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+c_1u_x-u=0,\\ y(1-y)u_{yy}-z^2u_{zz}+xu_{xy}-2yzu_{yz}+\left[c_1-(a+b+1)\,y\right]u_y-(a+b+1)\,zu_z-abu=0,\\ z(1-z)u_{zz}-y^2u_{yy}-2yzu_{yz}-(a+b+1)\,yu_y+\left[c_2-(a+b+1)\,z\right]u_z-abu=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{34}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{34}\left(1-c_2+a,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{35}\left(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{n+p}(a_3)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+\left[c_1-(a_1+a_3+1)\,x\right]u_x-a_3yu_y-a_1a_3u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c_1-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-yu_y+(c_2-z)\,u_z-a_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{35}\left(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{35}\left(a_1,1-c_2+a_2,a_3;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{36}\left(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{n+p}(a_3)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\quad\left({}_3\Phi_M^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+(c_1-x)\,u_x-yu_y-a_1u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c_1-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z-a_1a_2u=0,\\ z(1-z)u_{zz}-yzu_{yz}-a_3yu_y+\left[c_2-(a_2+a_3+1)\,z\right]u_z-a_2a_3u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{36}\left(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{36}\left(a_1,1-c_2+a_2,1-c_2+a_3;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{37}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b)_{n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\left({}_3\Phi_M^{(3)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+(c_1-x)\,u_x-yu_y-au=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-bxu_x+\left[c_1-(a+b+1)\,y\right]u_y-azu_z-abu=0,\\ zu_{zz}-yu_y+(c_2-z)\,u_z-bu=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{37}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{37}\left(1-c_2+a,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{38}\left(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+p}(a_2)_{n+p}(a_3)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\quad\left({}_3\Phi_P^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}-xzu_{xz}+\left[c_1-(a_1+a_3+1)\,x\right]u_x-a_3zu_z-a_1a_3u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c_1-y)\,u_y-zu_z-a_2u=0,\\ z(1-z)u_{zz}-xyu_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-a_2xu_x-a_1yu_y+\left[c_2-(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z-a_1a_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{38}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right)$,
$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{38}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, a_3; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{39}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+p}(b)_{n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_P^{(3)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\,u_x - zu_z - au = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - bu = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - xyu_{xy} - xzu_{xz} - yzu_{yz} - bxu_x - ayu_y + \left[c_2 - (a+b+1)\,z\right]u_z - abu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:
$u_1 = \mathrm{E}_{39}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right)$,
$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{39}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{40}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_m(a_3)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + (1-x)yu_{xy} - xzu_{xz} + \left[c_1 - (a_1+a_2+1)\,x\right]u_x - a_2yu_y - a_2zu_z - a_1a_2u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-y)u_{xy} - yzu_{yz} - a_3xu_x + \left[c_1 - (a_1+a_3+1)\,y\right]u_y - a_3zu_z - a_1a_3u = 0, \\ zu_{zz} - xu_x - yu_y + (c_2 - z)\,u_z - a_1u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{40}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right)$,
$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{40}\left(1-c_2+a_1, a_2, a_3; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{41}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_m(a_3)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_G^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + (1-x)yu_{xy} - xzu_{xz} + \left[c_1 - (a_1+a_2+1)\,x\right]u_x - a_2yu_y - a_2zu_z - a_1a_2u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - xu_x + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - a_1u = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - xzu_{xz} - yzu_{yz} - a_3xu_x - a_3yu_y + \left[c_2 - (a_1+a_3+1)\,z\right]u_z - a_1a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{41}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right)$,
$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{41}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+a_3; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{42}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+p}(b)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_F^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + (1-x)yu_{xy} - xzu_{xz} + \left[c_1 - (a+b+1)\,x\right]u_x - byu_y - bzu_z - abu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - xu_x + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - xu_x - yu_y + (c_2 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:
$u_1 = \mathrm{E}_{42}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right)$,
$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{42}\left(1-c_2+a, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{43}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+p}(b)_{n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_F^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c_1-x)\,u_x-yu_y-zu_z-a_1u=0,\\ y(1-y)u_{yy}-z^2u_{zz}+x(1-y)u_{xy}\\ \qquad -2yzu_{yz}-xzu_{xz}-bxu_x+[c_1-(a+b+1)\,y]\,u_y-(a+b+1)\,zu_z-abu=0,\\ z(1-z)u_{zz}-y^2u_{yy}-xyu_{xy}\\ \qquad -xzu_{xz}-2yzu_{yz}-a_2xu_x-(a+b+1)\,yu_y+[c_2-(a+b+1)\,z]\,u_z-abu=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{43}\,(a,b;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{43}\,(1-c_2+a,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{44}\,(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{2m+p}(a_2)_n(a_3)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-4xzu_{xz}-z^2u_{zz}+[c_1-(4a_1+6)\,x]\,u_x-2\,(a_1+1)\,zu_z-a_1\,(a_1+1)\,u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+[c_1-(a_2+a_3+1)\,y]\,u_y-a_2a_3u=0,\\ zu_{zz}-2xu_x+(c_2-z)\,u_z-a_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{44}\,(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{44}\,(1-c_2+a_1,a_2,a_3;c_1,2-c_2;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{45}\,(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{2m+p}(a_2)_n(a_3)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-4xzu_{xz}-z^2u_{zz}+[c_1-(4a_1+6)\,x]\,u_x-2\,(a_1+1)\,zu_z-a_1\,(a_1+1)\,u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c_1-y)\,u_y-a_2u=0,\\ z(1-z)u_{zz}-2xzu_{xz}-2a_3xu_x+[c_2-(a_1+a_3+1)\,z]\,u_z-a_1a_3u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1=\mathrm{E}_{45}\,(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{45}\,(1-c_2+a_1,a_2,1-c_1+a_3;c_1,2-c_2;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{46}\,(a,b;c_1,c_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+p}(b)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-4xzu_{xz}-z^2u_{zz}+[c_1-(4a+6)\,x]\,u_x-2\,(a+1)\,zu_z-a\,(a+1)\,u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c_1-y)\,u_y-bu=0,\\ zu_{zz}-2xu_x+(c_2-z)\,u_z-au=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{46}\,(a,b;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{46}\,(1-c_2+a,b;c_1,2-c_2;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{47}\,(a,b;c_1,c_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+p}(b)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-4xzu_{xz}-z^2u_{zz}+[c_1-(4a+6)\,x]\,u_x-2\,(a+1)\,zu_z-a\,(a+1)\,u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+c_1u_y-u=0,\\ z(1-z)u_{zz}-2xzu_{xz}-2bxu_x+[c_2-(a+b+1)\,z]\,u_z-abu=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{47}\,(a,b;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{47}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{48}\left(a; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} + yu_{xy} - 4xzu_{xz} - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right] u_x - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + c_1u_y - u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_x + (c_2 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{48}\left(a; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{48}\left(1-c_2+a; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{49}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n}(b)_{n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} + (1-4x)yu_{xy} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right] u_x - 2\,(a+1)\,yu_y - a\,(a+1)\,u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-2y)u_{xy} - 2xzu_{xz} - yzu_{yz} - 2bxu_x + \left[c_1 - (a+b+1)\,y\right] u_y - azu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - yu_y + (c_2 - z)\,u_z - bu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{49}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{49}\left(a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{50}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+p}(b)_{n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} + yu_{xy} - 4xzu_{xz} - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right] u_x - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - bu = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - 2xyu_{xy} - 2xzu_{xz} - yzu_{yz} - 2bxu_x - ayu_y + \left[c_2 - (a+b+1)\,z\right] u_z - abu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{50}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{50}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{51}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n+p}(b)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} + (1-4x)yu_{xy} - 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} \\ \qquad - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right] u_x - 2\,(a+1)\,yu_y - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-2y)u_{xy} - yzu_{yz} - 2bxu_x + \left[c_1 - (a+b+1)\,y\right] u_y - bzu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_x - yu_y + (c_2 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{51}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{51}\left(1-c_2+a, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{52}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n+p}(b)_p}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} + y(1-4x)u_{xy} - 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} \\ \qquad - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right]u_x - 2\,(a+1)\,yu_y - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - 2xu_x + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - au = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - 2xzu_{xz} - yzu_{yz} - 2bxu_x - byu_y + \left[c_2 - (a+b+1)\,z\right]u_z - abu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{52}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{52}\left(1 - c_2 + a, 1 - c_2 + b; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{53}\left(a; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n+p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} + y(1-4x)u_{xy} - 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} \\ \qquad - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right]u_x - 2\,(a+1)\,yu_y - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - 2xu_x + (c_1 - y)\,u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_x - yu_y + (c_2 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{53}\left(a; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{53}\left(1 - c_2 + a; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{54}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b)_{n+2p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\,u_x - yu_y - au = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-y)u_{xy} - 2xzu_{xz} - 2yzu_{yz} - bxu_x + \left[c_1 - (a+b+1)\,y\right]u_y - 2azu_z - abu = 0, \\ z(1-4z)u_{zz} - y^2u_{yy} - 4yzu_{yz} - 2\,(b+1)\,yu_y + \left[c_2 - (4b+6)\,z\right]u_z - b\,(b+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{54}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{54}\left(a, 2 - 2c_2 + b; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{55}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_m(a_3)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + yu_{xy} + \left[c_1 - (a_2 + a_3 + 1)\,x\right]u_x - a_2a_3u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\,u_y - 2zu_z - a_1u = 0, \\ z(1-4z)u_{zz} - y^2u_{yy} - 4yzu_{yz} - 2\,(a_1+1)\,yu_y + \left[c_2 - (4a_1+6)\,z\right]u_z - a_1\,(a_1+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{55}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{55}\left(2 - 2c_2 + a_1, a_2, a_3; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{56}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_m(a_3)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\,u_x - a_2u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} - 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1 + a_3 + 1)\,y\right]u_y - 2a_3zu_z - a_1a_3u = 0, \\ z(1-4z)u_{zz} - y^2u_{yy} - 4yzu_{yz} - 2\,(a_1+1)\,yu_y + \left[c_2 - (4a_1+6)\,z\right]u_z - a_1\,(a_1+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{56}\left(a_1, a_2, a_3; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{56}\left(2 - 2c_2 + a_1, a_2, a_3; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{57}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c_1 - x)\,u_x - bu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\,u_y - 2zu_z - au = 0, \\ z(1-4z)u_{zz} - y^2u_{yy} - 4yzu_{yz} - 2\,(a+1)\,yu_y + \left[c_2 - (4a+6)\,z\right]u_z - a\,(a+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{57}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{57}\left(2 - 2c_2 + a, b; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{58}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_n}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + c_1u_x - u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} - 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (a+b+1)\,y\right]u_y - 2bzu_z - abu = 0, \\ z(1-4z)u_{zz} - y^2u_{yy} - 4yzu_{yz} - 2\,(a+1)\,yu_y + \left[c_2 - (4a+6)\,z\right]u_z - a\,(a+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{58}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{58}\left(2 - 2c_2 + a, b; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{59}\left(a; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + c_1u_x - u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c_1 - y)\,u_y - 2zu_z - au = 0, \\ z(1-4z)u_{zz} - y^2u_{yy} - 4yzu_{yz} - 2\,(a+1)\,yu_y + \left[c_2 - (4a+6)\,z\right]u_z - a\,(a+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{59}\left(a; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{59}\left(2 - 2c_2 + a; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{60}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+2p}(b)_m}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + (1-x)yu_{xy} - 2xzu_{xz} + \left[c_1 - (a+b+1)\,x\right]u_x - byu_y - 2bzu_z - abu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - xu_x + (c_1 - y)\,u_y - 2zu_z - au = 0, \\ z(1-4z)u_{zz} - x^2u_{xx} - y^2u_{yy} - 2xyu_{xy} - 4xzu_{xz} \\ \qquad - 4yzu_{yz} - 2\,(a+1)\,xu_x - 2\,(a+1)\,yu_y + \left[c_2 - (4a+6)\,z\right]u_z - a\,(a+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{60}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = z^{1-c_2}\mathrm{E}_{60}\left(2 - 2c_2 + a, b; c_1, 2 - c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{61}\left(a; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+2n+2p}}{(c_1)_{m+n}(c_2)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c_1-x)\,u_x-2yu_y-2zu_z-au=0,\\ y(1-4y)u_{yy}-x^2u_{xx}-4z^2u_{zz}+x(1-4y)u_{xy}\\ \quad -4xzu_{xz}-8yzu_{yz}-2(a+1)xu_x+[c_1-(4a+6)y]\,u_y-(4a+6)zu_z-a(a+1)u=0,\\ z(1-4z)u_{zz}-x^2u_{xx}-4y^2u_{yy}-4xyu_{xy}\\ \quad -4xzu_{xz}-8yzu_{yz}-2\,(a+1)\,xu_x-(4a+6)\,yu_y+[c_2-(4a+6)\,z]\,u_z-a\,(a+1)\,u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{61}\,(a;c_1,c_2;x,y,z)\,,$

$u_2=z^{1-c_2}\mathrm{E}_{61}\,(2-2c_2+a;c_1,2-c_2;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{62}\,(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2,c_3;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{n+p}(a_3)_m}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\left({}_3\Phi_K^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+[c_1-(a_1+a_3+1)\,x]\,u_x-a_3yu_y-a_1a_3u=0,\\ y(1-y)u_{yy}-xyu_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-a_2xu_x+[c_2-(a_1+a_2+1)\,y]\,u_y-a_1zu_z-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-yu_y+(c_3-z)\,u_z-a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{62}\,(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2,c_3;x,y,z)\,,$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{62}\,(1-c_1+a_1,a_2,1-c_1+a_3;2-c_1,c_2,c_3;x,y,z)\,;$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{62}\,(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,a_3;c_1,2-c_2,c_3;x,y,z)\,;$

$u_4=z^{1-c_3}\mathrm{E}_{62}\,(a_1,1-c_3+a_2,a_3;c_1,c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$u_5=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{62}\,(2-c_1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,a_3;2-c_1,2-c_2,c_3;x,y,z)\,;$

$u_6=y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{62}\,(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,a_3;c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$u_7=x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{62}\,(1-c_1+a_1,1-c_3+a_2,1-c_1+a_3;2-c_1,c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$u_8=x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{62}\,(2-c_1-c_2+a_1,2-c_2-c_3+a_2,1-c_1+a_3;2-c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{63}\,(a,b;c_1,c_2,c_3;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b)_{n+p}}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\left({}_3\Phi_K^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c_1-x)\,u_x-yu_y-au=0,\\ y(1-y)u_{yy}-xyxu_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-bxu_x+[c_2-(a+b+1)\,y]\,u_y-azu_z-abu=0,\\ zu_{zz}-yu_y+(c_3-z)\,u_z-bu=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{63}\,(a,b;c_1,c_2,c_3;x,y,z)\,,$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{63}\,(1-c_1+a,b;2-c_1,c_2,c_3;x,y,z)\,;$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{63}\,(1-c_2+a,1-c_2+b;c_1,2-c_2,c_3;x,y,z)\,;$

$u_4=z^{1-c_3}\mathrm{E}_{63}\,(a,1-c_3+b;c_1,c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$u_5=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{63}\,(2-c_1-c_2+a,1-c_2+b;2-c_1,2-c_2,c_3;x,y,z)\,;$

$u_6=y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{63}\,(1-c_2+a,1-c_3+b;c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$u_7=x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{63}\,(1-c_1+a,1-c_3+b;2-c_1,c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$u_8=x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{63}\,(2-c_1-c_2+a,2-c_2-c_3+b;2-c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{64}\,(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2,c_3;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_m(a_3)_n}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},\left({}_3\Phi_A^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}-xzu_{xz}+\left[c_1-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0,\\ y(1-y)u_{yy}-xyu_{xy}-yzu_{yz}-a_3xu_x+\left[c_2-(a_1+a_3+1)\,y\right]u_y-a_3zu_z-a_1a_3u=0,\\ zu_{zz}-xu_x-yu_y+(c_3-z)\,u_z-a_1u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{64}\left(a_1,a_2,a_3;c_1,c_2,c_3;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{64}\left(1-c_1+a_1,1-c_1+a_2,a_3;2-c_1,c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{64}\left(1-c_2+a_1,a_2,1-c_2+a_3;c_1,2-c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_4=z^{1-c_3}\mathrm{E}_{64}\left(1-c_3+a_1,a_2,a_3;c_1,c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_5=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{64}\left(2-c_1-c_2+a_1,1-c_1+a_2,1-c_2+a_3;2-c_1,2-c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_6=y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{64}\left(2-c_2-c_3+a_1,a_2,1-c_2+a_3;c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_7=x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{64}\left(2-c_1-c_3+a_1,1-c_1+a_2,a_3;2-c_1,c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_8=x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{64}\left(3-c_1-c_2-c_3+a_1,1-c_1+a_2,1-c_2+a_3;2-c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{65}\left(a,b;c_1,c_2,c_3;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n+p}(b)_m}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_A^{(2)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}-xzu_{xz}+\left[c_1-(a+b+1)\,x\right]u_x-byu_y-bzu_z-abu=0,\\ yu_{yy}-xu_x+(c_2-y)\,u_y-zu_z-au=0,\\ zu_{zz}-xu_x-yu_y+(c_3-z)\,u_z-au=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{65}\left(a,b;c_1,c_2,c_3;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{65}\left(1-c_1+a,1-c_1+b;2-c_1,c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{65}\left(1-c_2+a,b;c_1,2-c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_4=z^{1-c_3}\mathrm{E}_{65}\left(1-c_3+a,b;c_1,c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_5=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{65}\left(2-c_1-c_2+a,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_6=y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{65}\left(2-c_2-c_3+a,b;c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_7=x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{65}\left(2-c_1-c_3+a,1-c_1+b;2-c_1,c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_8=x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{65}\left(3-c_1-c_2-c_3+a,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{66}\left(a;c_1,c_2,c_3;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n+p}}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\ \left({}_3\Phi_A^{(3)}\ [30],\ \ F_{A3}\ [31]\right),$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c_1-x)\,u_x-yu_y-zu_z-au=0,\\ yu_{yy}-xu_x+(c_2-y)\,u_y-zu_z-au=0,\\ zu_{zz}-xu_x-yu_y+(c_3-z)\,u_z-au=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{66}\left(a;c_1,c_2,c_3;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{66}\left(1-c_1+a;2-c_1,c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{66}\left(1-c_2+a;c_1,2-c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_4=z^{1-c_3}\mathrm{E}_{66}\left(1-c_3+a;c_1,c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_5=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{66}\left(2-c_1-c_2+a;2-c_1,2-c_2,c_3;x,y,z\right);$

$u_6=y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{66}\left(2-c_2-c_3+a;c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_7=x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{66}\left(2-c_1-c_3+a;2-c_1,c_2,2-c_3;x,y,z\right);$

$u_8 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{66}\left(3-c_1-c_2-c_3+a; 2-c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{67}\left(a, b; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+p}(b)_{m+n}}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!} \left({}_3\Phi_E^{(1)}\ [30]\right),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - 2xyu_{xy} \\ \quad - xzu_{xz} - yzu_{yz} - y^2u_{yy} + \left[c_1 - (a+b+1)\,x\right]u_x - (a+b+1)\,yu_y - bzu_z - abu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2xyu_{xy} \\ \quad - xzu_{xz} - yzu_{yz} - x^2u_{xx} - (a+b+1)\,xu_x + \left[c_2 - (a+b+1)\,y\right]u_y - bzu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - xu_x - yu_y + (c_3 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{67}\left(a, b; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{67}\left(1-c_1+a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{67}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_4 = z^{1-c_3}\mathrm{E}_{67}\left(1-c_3+a, b; c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_5 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{67}\left(2-c_1-c_2+a, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_6 = y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{67}\left(2-c_2-c_3+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_7 = x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{67}\left(2-c_1-c_3+a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_8 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{67}\left(3-c_1-c_2-c_3+a, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{68}\left(a, b; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n}(b)_{n+p}}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - 4xyu_{xy} - y^2u_{yy} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right]u_x - 2\,(a+1)\,yu_y - a\,(a+1)\,u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2xyu_{xy} - 2xzu_{xz} - yzu_{yz} - 2bxu_x + \left[c_2 - (a+b+1)\,y\right]u_y - azu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - yu_y + (c_3 - z)\,u_z - bu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{68}\left(a, b; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{68}\left(2-2c_1+a, b; 2-c_1, c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{68}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_4 = z^{1-c_3}\mathrm{E}_{68}\left(a, 1-c_3+b; c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_5 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{68}\left(3-2c_1-c_2+a, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_6 = y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{68}\left(1-c_2+a, 2-c_2-c_3+b; c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_7 = x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{68}\left(2-2c_1+a, 1-c_3+b; 2-c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_8 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{68}\left(3-2c_1-c_2+a, 2-c_2-c_3+b; 2-c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{69}\left(a, b; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n+p}(b)_{n}}{(c_1)_m(c_2)_n(c_3)_p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - 4xyu_{xy} - 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} \\ \qquad - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right]u_x - 2\,(a+1)\,yu_y - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2xyu_{xy} - yzu_{yz} - 2bxu_x + \left[c_2 - (a+b+1)\,y\right]u_y - bzu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_x - yu_y + (c_3 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{69}\left(a, b; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{69}\left(2-2c_1+a, b; 2-c_1, c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{69}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_4 = z^{1-c_3}\mathrm{E}_{69}\left(1-c_3+a, b; c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_5 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{69}\left(3-2c_1-c_2+a, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_6 = y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{69}\left(2-c_2-c_3+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_7 = x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{69}\left(3-2c_1-c_3+a, b; 2-c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_8 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{69}\left(4-2c_1-c_2-c_3+a, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{70}\left(a; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n+p}}{(c_1)_m (c_2)_n (c_3)_p} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - 4xyu_{xy} - 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} - y^2u_{yy} \\ \quad - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right]u_x - 2\,(a+1)\,yu_y - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_x + (c_2 - y)\,u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_x - yu_y + (c_3 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{70}\left(a; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{70}\left(2-2c_1+a; 2-c_1, c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{70}\left(1-c_2+a; c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_4 = z^{1-c_3}\mathrm{E}_{70}\left(1-c_3+a; c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_5 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{70}\left(3-2c_1-c_2+a; 2-c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_6 = y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{70}\left(2-c_2-c_3+a; c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_7 = x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{70}\left(3-2c_1-c_3+a; 2-c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_8 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{70}\left(4-2c_1-c_2-c_3+a; 2-c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{71}\left(a; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+2n+p}}{(c_1)_m (c_2)_n (c_3)_p} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - 8xyu_{xy} - 4xzu_{xz} - 4yzu_{yz} \\ \quad - 4y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + \left[c_1 - (4a+6)\,x\right]u_x - 2\,(2a+3)\,yu_y - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ y(1-4y)u_{yy} - 4x^2u_{xx} - z^2u_{zz} - 8xyu_{xy} \\ \quad - 4xzu_{xz} - 4yzu_{yz} - 2\,(2a+3)\,xu_x + \left[c_2 - (4a+6)\,y\right]u_y - 2\,(a+1)\,zu_z - a\,(a+1)\,u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_x - 2yu_y + (c_3 - z)\,u_z - au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{71}\left(a; c_1, c_2, c_3; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{71}\left(2-2c_1+a; 2-c_1, c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{71}\left(2-2c_2+a; c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_4 = z^{1-c_3}\mathrm{E}_{71}\left(1-c_3+a; c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_5 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{71}\left(4-2c_1-2c_2+a; 2-c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z\right);$

$u_6 = y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{71}\left(3-2c_2-c_3+a; c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_7 = x^{1-c_1}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{71}\left(3-2c_1-c_3+a; 2-c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$u_8 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}z^{1-c_3}\mathrm{E}_{71}\left(5-2c_1-2c_2-c_3+a; 2-c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{72}\left(a_1,a_2,a_3,a_4,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_n(a_4)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+\left[c-(a_2+a_3+1)\,y\right]u_y-a_2a_3u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b+z)\,u_z+a_4u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{73}\left(a_1,a_2,a_3,a_4,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_p(a_4)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)\,u_y-a_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+\left[1-b+(a_3+a_4+1)\,z\right]u_z+a_3a_4u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{74}\left(a_1,a_2,a_3,a_4,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_n(a_3)_p(a_4)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x+zu_z-bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1a_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+\left[1-b+(a_3+a_4+1)\,z\right]u_z+a_3a_4u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{75}\left(a_1,a_2,a_3,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+\left[c-(a_2+a_3+1)\,y\right]u_y-a_2a_3u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b)\,u_z+u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{76}\left(a_1,a_2,a_3,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)\,u_y-a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b+z)\,u_z+a_3u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{77}\left(a_1,a_2,a_3,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x+zu_z-bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b+z)\,u_z+a_3u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{78}\left(a_1,a_2,a_3,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)\,u_y-a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+\left[1-b+(a_2+a_3+1)\,z\right]u_z+a_2a_3u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{79}\left(a_1,a_2,a_3,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+\left[1-b+(a_2+a_3+1)\,z\right]u_z+a_2a_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{80}\left(a_1,a_2,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)\,u_y-a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{81}\left(a_1,a_2,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b+z)\,u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{82}\left(a_1,a_2,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x+zu_z-bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{83}\left(a_1,a_2,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)\,u_y-a_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b+z)\,u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{84}\left(a_1,a_2,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_p(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{85}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_m(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a+b+1)\,x\right]u_x+azu_z-abu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{86}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)\,u_y-au=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{87}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+\left(c-x\right)u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+\left(1-b+z\right)u_z+au=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{88}\left(b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}+\left(c-x\right)u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+\left(1-b\right)u_z+u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{89}\left(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_1+b+1\right)x\right]u_x-a_1yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}+yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c-\left(a_2+b+1\right)y\right]u_y+a_2zu_z-a_2bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+\left(1-b+z\right)u_z+a_3u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{90}\left(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(a_3)_p(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_1+b+1\right)x\right]u_x-a_1yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-xu_x+\left(c-y\right)u_y+zu_z-bu=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+\left[1-b+\left(a_2+a_3+1\right)z\right]u_z-a_2a_3u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{91}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_1+b+1\right)x\right]u_x-a_1yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}+yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c-\left(a_2+b+1\right)y\right]u_y+a_2zu_z-a_2bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{92}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_1+b+1\right)x\right]u_x-a_1yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-xu_x+\left(c-y\right)u_y+zu_z-bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+\left(1-b+z\right)u_z+a_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{93}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_m(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a+b+1\right)x\right]u_x-ayu_y+azu_z-abu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-xu_x+\left(c-y\right)u_y+zu_z-bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{94}\left(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_m(a_3)_p(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + (1-x)yu_{xy} + [c-(a_1+a_2+1)\,x]\,u_x - a_2yu_y - a_1a_2u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-y)u_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} - bxu_x + [c-(a_1+b+1)\,y]\,u_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b+z)\,u_z + a_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{95}\,(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(a_3)_p(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)u_x - yu_y - a_1u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-y)u_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} - bxu_x + [c-(a_1+b+1)\,y]\,u_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - yu_{yz} + [1-b+(a_2+a_3+1)\,z]\,u_z + a_2a_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{96}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_m(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + (1-x)yu_{xy} + [c-(a_1+a_2+1)\,x]\,u_x - a_2yu_y - a_1a_2u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-y)u_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} - bxu_x + [c-(a_1+b+1)\,y]\,u_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b)\,u_z + u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{97}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)u_x - yu_y - a_1u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-y)u_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} - bxu_x + [c-(a_1+b+1)\,y]\,u_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b+z)\,u_z + a_2u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{98}\,(a,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)u_x - yu_y - au = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + x(1-y)u_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} - bxu_x + [c-(a+b+1)\,y]\,u_y + azu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b)\,u_z + u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{99}\,(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_m(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + yu_{xy} + [c_1-(a_2+a_3+1)\,x]\,u_x - a_2a_3u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2u_{zz} + xu_{xy} + [c-(a_1+b+1)\,y]\,u_y + (a_1-b+1)\,zu_z - a_1bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + yu_y + (1-b+z)u_z + a_1u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{100}\,(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_p(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)\,u_x - a_2u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2u_{zz} + xu_{xy} + [c-(a_1+b+1)\,y]\,u_y + (a_1-b+1)\,zu_z - a_1bu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - y(1-z)u_{yz} + a_3yu_y + [1-b+(a_1+a_3+1)\,z]\,u_z + a_1a_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{101}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)\,u_x - a_2u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2u_{zz} + xu_{xy} + [c-(a_1+b+1)\,y]\,u_y + (a_1-b+1)\,zu_z - a_1bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + yu_y + (1-b+z)u_z + a_1u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{102}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+cu_x-u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+z^2u_{zz}+xu_{xy}+\left[c-\left(a_1+b+1\right)y\right]u_y+\left(a_1-b+1\right)zu_z-a_1bu=0, \\ z(1+z)u_{zz}-y(1-z)u_{yz}+a_2yu_y+\left[1-b+\left(a_1+a_2+1\right)z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{103}\left(a, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+cu_x-u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+z^2u_{zz}+xu_{xy}+\left[c-\left(a+b+1\right)y\right]u_y+\left(a-b+1\right)zu_z-abu=0, \\ zu_{zz}-yu_{yz}+yu_y+(1-b+z)u_z+au=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{104}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_2+b+1\right)x\right]u_x+a_2zu_z-a_2bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c-\left(a_1+a_3+1\right)y\right]u_y-a_3zu_z-a_1a_3u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{105}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_2+b+1\right)x\right]u_x+a_2zu_z-a_2bu=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-zu_z-a_1u=0, \\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+yzu_{yz}+a_3yu_y+\left[1-b+\left(a_1+a_3+1\right)z\right]u_z+a_1a_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{106}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)u_x+zu_z-bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c-\left(a_1+a_2+1\right)y\right]u_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0, \\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+yzu_{yz}+a_3yu_y+\left[1-b+\left(a_1+a_3+1\right)z\right]u_z+a_1a_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{107}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_2+b+1\right)x\right]u_x+a_2zu_z-a_2bu=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-zu_z-a_1u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{108}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)u_x+zu_z-bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c-\left(a_1+a_2+1\right)y\right]u_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{109}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)u_x+zu_z-bu=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-zu_z-a_1u=0, \\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+yzu_{yz}+a_2yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{110}\,(a,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)u_x+zu_z-bu=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-zu_z-au=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)u_z+au=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{111}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)u_x+zu_z-bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}-z^2u_{zz}+xu_{xy}-2yzu_{yz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-(a_1+a_2+1)\,zu_z-a_1a_2u=0, \\ z(1+z)u_{zz}+y^2u_{zz}-xu_{xz}+2yzu_{yz}+(a_1+a_2+1)\,yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{112}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_{m}(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-(a_2+b+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y+a_2zu_z-a_2bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}+z^2u_{zz}+x(1-y)u_{xy} \\ \qquad -xzu_{xz}-a_1xu_x+\left[c-(a_1+b+1)\,y\right]u_y+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+yu_y+(1-b+z)\,u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{113}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_{p}(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x-yu_y+zu_z-bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}+z^2u_{zz}+x(1-y)u_{xy} \\ \qquad -xzu_{xz}-a_1xu_x+\left[c-(a_1+b+1)\,y\right]u_y+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0, \\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}-y(1-z)u_{yz}+a_2yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{114}\,(a,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)\,u_x-yu_y+zu_z-bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}+z^2u_{zz}+x(1-y)u_{xy} \\ \qquad -xzu_{xz}-axu_x+\left[c-(a+b+1)\,y\right]u_y+(a-b+1)\,zu_z-abu=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+yu_y+(1-b+z)\,u_z+au=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{115}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+xzu_{xz}+yzu_{yz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x-byu_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z-a_1a_2u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)\,u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{116}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+p}(a_2)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+yu_{xy}+z^2u_{zz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-zu_z-a_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}+xyu_{xy}-x(1-z)u_{xz}+yzu_{yz}+a_2xu_x+a_1yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{117}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+z^2u_{zz}+yzu_{yz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x-byu_y+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-y)u_{xy}-yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+xu_x+yu_y+(1-b+z)\,u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{118}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+z^2u_{zz}+yzu_{yz}+\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x-byu_y+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-xu_x+(c-y)u_y-zu_z-a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-x(1-z)u_{xz}+yzu_{yz}+a_2xu_x+a_2yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{119}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n+p}(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+(1-x)yu_{xy}+z^2u_{zz}+yzu_{yz}+\left[c-(a+b+1)\,x\right]u_x-byu_y+(a-b+1)\,zu_z-abu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-xu_x+(c-y)u_y-zu_z-au=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+xu_x+yu_y+(1-b+z)\,u_z+au=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{120}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)\,u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{121}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-zu_z-a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-2xu_{xz}+yzu_{yz}+a_2yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{122}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-a_1u=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}+(1-b+z)u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{123}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y-au=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}+(1-b)u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{124}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_p(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}+(1-b+z)u_z+au=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{125}\left(b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}+cu_y-u=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}+(1-b)u_z+u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{126}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(b)_{2m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+4xzu_{xz}\\ \qquad+2yzu_{yz}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x-2(b+1)yu_y+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+yzu_{yz}-2a_1xu_x+\left[c-(a_1+b+1)\,y\right]u_y+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b+z)u_z+a_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{127}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_p(a_2)_p(b)_{2m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+4xzu_{xz}\\ \qquad+2yzu_{yz}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x-2(b+1)yu_y+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-2xu_x+(c-y)u_y+zu_z-bu=0,\\ z(1+z)u_{zz}-2xu_{xz}-yu_{yz}+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{128}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b)_{2m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+4xzu_{xz}\\ \qquad+2yzu_{yz}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x-2(b+1)yu_y+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+yzu_{yz}-2axu_x+\left[c-(a+b+1)\,y\right]u_y+azu_z-abu=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{129}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_p(b)_{2m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+4xzu_{xz}\\ \qquad+2yzu_{yz}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}+\left[c-(4b+6)x\right]u_x-2(b+1)yu_y+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-2xu_x+(c-y)u_y+zu_z-bu=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b+z)u_z+au=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{130}\left(b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(b)_{2m+n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}+4xzu_{xz} \\ \qquad +2yzu_{yz}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}+[c-(4b+6)x]\,u_x-2(b+1)yu_y+2bzu_z-b(b+1)u=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}-2xu_x+(c-y)u_y+zu_z-bu=0, \\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{131}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{2m+n}(a_2)_p(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}-y^2u_{yy}+\left[c-\left(4a_1+6\right)x\right]u_x-2\left(a_1+1\right)yu_y-a_1\left(a_1+1\right)u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+2xzu_{xz}+yzu_{yz}-2bxu_x+\left[c-\left(a_1+b+1\right)y\right]u_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ zu_{zz}-yu_{yz}+(1-b+z)u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{132}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+(1-4x)yu_{xy}-y^2u_{yy}+\left[c-(4a+6)x\right]u_x-2(a+1)yu_y-a(a+1)u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+x(1-2y)u_{xy}+2xzu_{xz}+yzu_{yz}-2bxu_x+\left[c-\left(a+b+1\right)y\right]u_y+azu_z-abu=0, \\ zu_{zz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{133}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{2m+p}(a_2)_n(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-4xzu_{xz}-z^2u_{zz}+\left[c-(4a_1+6)x\right]u_x-2\left(a_1+1\right)zu_z-a_1\left(a_1+1\right)u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+xu_{xy}+yzu_{yz}+\left[c-\left(a_2+b+1\right)y\right]u_y+a_2zu_z-a_2bu=0, \\ zu_{zz}-yu_{yz}+2xu_x+(1-b+z)u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{134}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{2m+p}(a_2)_p(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-4xzu_{xz}-z^2u_{zz}+\left[c-(4a_1+6)x\right]u_x-2\left(a_1+1\right)zu_z-a_1\left(a_1+1\right)u=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y+zu_z-bu=0, \\ z(1+z)u_{zz}+2xzu_{xz}-yu_{yz}+2a_2u_x+\left[1-b+\left(a_1+a_2+1\right)z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{135}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+p}(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}+yu_{xy}-4xzu_{xz}-z^2u_{zz}+\left[c-(4a+6)x\right]u_x-2\left(a+1\right)zu_z-a\left(a+1\right)u=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}+(c-y)u_y+zu_z-bu=0, \\ zu_{zz}-yu_{yz}+2xu_x+(1-b+z)u_z+au=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{136}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_m(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}+(c-x)u_x-a_2u=0, \\ y(1-y)u_{yy}+2z^2u_{zz}+xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c-\left(a_1+b+1\right)y\right]u_y+\left(a_1-2b+2\right)zu_z-a_1bu=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-y(1-4z)u_{yz}+2\left(a_1+1\right)yu_y+\left[1-b+\left(4a_1+6\right)z\right]u_z+a_1\left(a_1+1\right)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{137}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+2p}(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + cu_x - u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + 2z^2u_{zz} + xu_{xy} - yzu_{yz} + \left[c - (a+b+1)\,y\right] u_y + (a-2b+2)\,zu_z - abu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - y(1-4z)u_{yz} + 2\,(a+1)\,yu_y + \left[1 - b + (4a+6)\,z\right] u_z + a\,(a+1)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{138}\,(a_1, a_2, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_m(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + yu_{xy} + xzu_{xz} + \left[c - (a_2+b+1)\,x\right] u_x + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c-y)u_y - 2zu_z - a_1u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} - xu_{xz} + 4yzu_{yz} + y^2u_{yy} + 2\,(a_1+1)\,yu_y + [1 - b + (4a_1+6)\,z]u_z + a_1\,(a_1+1)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{139}\,(a_1, a_2, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)u_x + zu_z - bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} - 2yzu_{yz} + \left[c - (a_1+a_2+1)\,y\right] u_y - 2a_2u_z - a_1a_2u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} - xu_{xz} + 4yzu_{yz} + y^2u_{yy} + 2\,(a_1+1)\,yu_y + [1 - b + (4a_1+6)\,z]u_z + a_1\,(a_1+1)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{140}\,(a, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_{m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)u_x + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c-y)u_y - 2zu_z - au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} - xu_{xz} + 4yzu_{yz} + y^2u_{yy} + 2\,(a_1+1)\,yu_y + [1 - b + (4a_1+6)\,z]u_z + a_1\,(a_1+1)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{R}_{141}\,(a, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} + 4xzu_{xz} + \left[c - (4b+6)x\right] u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c-y)u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{142}\,(a, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_{2m+n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + (1-4x)yu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} + 2yzu_{yz} + \left[c - (4b+6)x\right] u_x - 2(b+1)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2u_{zz} + x(1-2y)u_{xy} \\ \qquad - 2xzu_{xz} - 2axu_x + \left[c - (a+b+1)y\right] u_y + (a-b+1)zu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} + yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{143}\,(a, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_{m+n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)u_x - yu_y + zu_z - bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2z^2u_{zz} + x(1-y)u_{xy} \\ \qquad - 2xzu_{xz} - yzu_{yz} - axu_x + \left[c - (a+b+1)y\right] u_y + (a-2b+2)zu_z - abu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} - y(1-4z)u_{yz} + 2(a+1)yu_y + \left[1 - b + (4a+6)z\right] u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{144}\,(a, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n+p}(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + (1-4x)yu_{xy} \\ \qquad - 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + [c-(4a+6)x]\,u_x - 2(a+1)yu_y - 2(a+1)zu_z - a(a+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2u_{zz} + x(1-2y)u_{xy} \\ \qquad + 2xzu_{xz} - 2bxu_x + [c-(a+b+1)y]\,u_y + (a-b+1)zu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + 2xu_x + yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{145}\,(a,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+2p}(b)_{n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} + (c-x)u_x - yu_y - 2zu_z - au = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + 2z^2u_{zz} - x(1-y)u_{xy} \\ \qquad + xzu_{xz} - yzu_{yz} - bxu_x + [c-(a+b+1)y]\,u_y + (a-2b+2)zu_z - abu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} + y^2u_{yy} + 2xyu_{xy} + 4xzu_{xz} - y(1-4z)u_{yz} \\ \qquad +2(a+1)xu_x + 2(a+1)yu_y + [1-b+(4a+6)z]\,u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{146}\,(a,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+p}(b)_{2n-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} - 4xzu_{xz} + [c-(4a+6)x]\,u_x - 2(a+1)zu_z - a(a+1)u = 0, \\ y(1-4y)u_{yy} - z^2u_{zz} + xu_{xy} + 4yzu_{yz} + [c-(4b+6)y]\,u_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ zu_{zz} - 2yu_{yz} + 2xu_x + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{147}\,(a,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} + 4xzu_{xz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c-y)\,u_y - 2zu_z - au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - 2xu_{xz} + 4yzu_{yz} + 2(a+1)yu_y + [1-b+(4a+6)z]\,u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{148}\,(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_n(a_3)_p(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} + 4xzu_{xz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} + [c-(a_1+a_2+1)y]\,u_y - a_1a_2u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + (1-b+z)u_z + a_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{149}\,(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_p(a_3)_p(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} + 4xzu_{xz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c-y)\,u_y - a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - 2xu_{xz} + [1-b+(a_2+a_3+1)\,z]\,u_z + a_2a_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{150}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_p(a_2)_p(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} + 4xzu_{xz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + cu_y - u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - 2xu_{xz} + [1-b+(a_1+a_2+1)\,z]\,u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{151}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_n(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} + 4xzu_{xz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + xu_{xy} + [c-(a_1+a_2+1)\,y]\,u_y - a_1a_2u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{152}\,(a,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_{2m-p}}{(c)_{m+n}} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + yu_{xy} + 4xzu_{xz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} + (c-y)u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{153}\,(a_1,a_2,a_3,b;c_1,c_2;;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},\, (A_1\ [32]),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + [c_1-(a_1+b+1)\,x]\,u_x - a_1yu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - xyu_{xy} + yzu_{yz} - a_2xu_x + [c_2-(a_2+b+1)\,y]\,u_y + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{153}\,(a_1,a_2,a_3,b;c_1,c_2;;x,y,z)$,

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{153}\,(1-c_1+a_1,a_2,a_3,1-c_1+b;2-c_1,c_2;;x,y,z)$;

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{153}\,(a_1,1-c_2+a_2,a_3,1-c_2+b;c_1,2-c_2;;x,y,z)$;

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{153}\,(1-c_1+a_1,1-c_2+a_2,a_3,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;;x,y,z)$;

$$\mathrm{E}_{154}\,(a_1,a_2,a_3,b;c_1,c_2;;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m(a_2)_p(a_3)_p(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + [c_1-(a_1+b+1)\,x]\,u_x - a_1yu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_x + (c_2-y)\,u_y + zu_z - bu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + [1-b+(a_2+a_3+1)\,z]\,u_z + a_2a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{154}\,(a_1,a_2,a_3,b;c_1,c_2;;x,y,z)$,

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{154}\,(1-c_1+a_1,a_2,a_3,1-c_1+b;2-c_1,c_2;;x,y,z)$;

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{154}\,(a_1,a_2,a_3,1-c_2+b;c_1,2-c_2;;x,y,z)$;

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{154}\,(1-c_1+a_1,a_2,a_3,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;;x,y,z)$;

$$\mathrm{E}_{155}\,(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m(a_2)_n(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},\, (A_2\ [32]),$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + [c_1-(a_1+b+1)\,x]\,u_x - a_1yu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - xyu_{xy} + yzu_{yz} - a_2xu_x + [c_2-(a_2+b+1)\,y]\,u_y + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{155}\,(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z)$,

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{155}\,(1-c_1+a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z)$;

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{155}\,(a_1,1-c_2+a_2,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z)$;

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{155}\,(1-c_1+a_1,1-c_2+a_2,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z)$;

$$\mathrm{E}_{156}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c_1-(a_1+b+1)\,x\right]u_x-a_1yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0,\\ yu_{yy}-xu_x+(c_2-y)\,u_y+zu_z-bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b+z)u_z+a_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{156}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{156}\left(1-c_1+a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{156}\left(a_1,a_2,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{156}\left(1-c_1+a_1,1-c_2+a_2,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{157}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_m(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c_1-(a+b+1)\,x\right]u_x-ayu_y+azu_z-abu=0,\\ yu_{yy}-xu_x+(c_2-y)\,u_y+zu_z-bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{157}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{157}\left(1-c_1+a,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{157}\left(a,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{157}\left(1-c_1+a,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{158}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_p(a_2)_p(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c_1-x)u_x-yu_y+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}-xu_x+(c_2-y)\,u_y+zu_z-bu=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{158}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{158}\left(a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{158}\left(a_1,a_2,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{158}\left(a_1,a_2,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{159}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_p(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c_1-x)u_x-yu_y+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}-xu_x+(c_2-y)\,u_y+zu_z-bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b+z)u_z+au=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{159}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{159}\left(a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{159}\left(a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{159}\left(a, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{160}\left(b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c_1 - x)u_x - yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_x + (c_2 - y)\,u_y + zu_z - bu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{160}\left(b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{160}\left(1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{160}\left(1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{160}\left(2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{161}\left(a_1, a_2, a_3, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1+b+1)\,x\right]u_x - byu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - xyu_{xy} - a_2xu_x + \left[c_2 - (a_1+a_2+1)\,y\right]u_y - a_1a_2u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + (1-b+z)u_z + a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{161}\left(a_1, a_2, a_3, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{161}\left(1-c_1+a_1, a_2, a_3, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{161}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, a_3, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{161}\left(2-c_1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, a_3, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{162}\left(a_1, a_2, a_3, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1+b+1)\,x\right]u_x - byu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_x + (c_2 - y)\,u_y - a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + \left[1-b+(a_2+a_3+1)\,z\right]u_z + a_2a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{162}\left(a_1, a_2, a_3, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{162}\left(1-c_1+a_1, a_2, a_3, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{162}\left(1-c_2+a_1, a_2, a_3, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{162}\left(2-c_1-c_2+a_1, a_2, a_3, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{163}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1+b+1)\,x\right]u_x - byu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - xyu_{xy} - a_2xu_x + \left[c_2 - (a_1+a_2+1)\,y\right]u_y - a_1a_2u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{163}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{163}\left(1-c_1+a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{163}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{163}\left(2-c_1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{164}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1+b+1)\,x\right]u_x - byu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_x + (c_2-y)\,u_y - a_1u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + (1-b+z)u_z + a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{164}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{164}\left(1-c_1+a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{164}\left(1-c_2+a_1, a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{164}\left(2-c_1-c_2+a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{165}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c_1 - (a+b+1)\,x\right]u_x - byu_y + azu_z - abu = 0, \\ yu_{yy} - xu_x + (c_2-y)\,u_y - au = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{165}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{165}\left(1-c_1+a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{165}\left(1-c_2+a, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{165}\left(2-c_1-c_2+a, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{166}\left(a_1, a_2, a_3, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_n(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xzu_{xz} + \left[c_1 - (a_2+b+1)\,x\right]u_x + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - yzu_{yz} + \left[c_2 - (a_1+a_3+1)\,y\right]u_y - a_3zu_z - a_1a_3u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_y + (1-b+z)u_z + a_1u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{166}\left(a_1, a_2, a_3, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{166}\left(a_1, 1-c_1+a_2, a_3, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{166}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+a_3, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{166}\left(1-c_2+a_1, 1-c_1+a_2, 1-c_2+a_3, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{167}\left(a_1, a_2, a_3, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xzu_{xz}+\left[c_1-(a_2+b+1)\,x\right]u_x+a_2zu_z-a_2bu=0,\\ yu_{yy}+(c_2-y)u_y-zu_z-a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+yzu_{yz}+a_3yu_y+\left[1-b+(a_1+a_3+1)\,z\right]u_z+a_1a_3u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{167}\left(a_1,a_2,a_3,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{167}\left(a_1,1-c_1+a_2,a_3,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{167}\left(1-c_2+a_1,a_2,a_3,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{167}\left(1-c_2+a_1,1-c_1+a_2,a_3,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{168}\left(a_1,a_2,a_3,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+\left(c_1-x\right)u_x+zu_z-bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}-yzu_{yz}+\left[c_2-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+yzu_{yz}+a_3yu_y+\left[1-b+(a_1+a_3+1)\,z\right]u_z+a_1a_3u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{168}\left(a_1,a_2,a_3,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{168}\left(a_1,a_2,a_3,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{168}\left(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,a_3,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{168}\left(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,a_3,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{169}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xzu_{xz}+\left[c_1-(a_2+b+1)\,x\right]u_x+a_2zu_z-a_2bu=0,\\ yu_{yy}+(c_2-y)u_y-zu_z-a_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{169}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{169}\left(a_1,1-c_1+a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{169}\left(1-c_2+a_1,a_2,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{169}\left(1-c_2+a_1,1-c_1+a_2,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{170}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+\left(c_1-x\right)u_x+zu_z-bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}-yzu_{yz}+\left[c_2-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{170}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{170}\left(a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{170}\left(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{170}\left(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{171}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+\left(c_1-x\right)u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+(c_2-y)u_y-zu_z-a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+yzu_{yz}+a_2yu_y+\left[1-b+\left(a_1+a_2+1\right)z\right]u_z+a_1a_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{171}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{171}\left(a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{171}\left(1-c_2+a_1,a_2,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{171}\left(1-c_2+a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{172}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+\left(c_1-x\right)u_x+zu_z-bu=0,\\ yu_{yy}+(c_2-y)u_y-zu_z-au=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b+z)u_z+yu_y+au=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{172}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{172}\left(a,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{172}\left(1-c_2+a,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{172}\left(1-c_2+a,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{173}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-y^2u_{yy}-2xyu_{xy}\\ \qquad+xzu_{xz}+yzu_{yz}+\left[c_1-(a+b+1)x\right]u_x-(a+b+1)yu_y+azu_z-abu=0,\\ y(1-y)u_{yy}-x^2u_{xx}-2xyu_{xy}\\ \qquad+xzu_{xz}+yzu_{yz}-(a+b+1)xu_x+\left[c_2-(a+b+1)y\right]u_y+azu_z-abu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{173}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{173}\left(1-c_1+a,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{173}\left(1-c_2+a,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{173}\left(2-c_1-c_2+a,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{174}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+\left(c_1-x\right)u_x-yu_y+zu_z-bu=0,\\ y(1-y)u_{yy}+z^2u_{zz}-xyu_{xy}-xzu_{xz}-axu_x+\left[c_2-(a+b+1)y\right]u_y+(a-b+1)zu_z-abu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+yu_y+(1-b+z)u_z+au=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{174}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{174}\left(a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{174}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{174}\left(1-c_2+a, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{175}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c_1 - x)\,u_x + zu_z - bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - z^2u_{zz} - 2yzu_{yz} + \left[c_2 - (a_1+a_2+1)\,y\right]u_y - (a_1+a_2+1)\,zu_z - a_1a_2u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + 2yzu_{yz} + (a_1+a_2+1)\,yu_y + \left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{175}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{175}\left(a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{175}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{175}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{176}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + \left[c_1 - (a_2+b+1)\,x\right]u_x - a_2yu_y + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2u_{zz} - xyu_{xy} - xzu_{xz} - a_1xu_x + \left[c_2 - (a_1+b+1)\,y\right]u_y + (a_1-b+1)zu_z - a_1bu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + yu_y + (1-b+z)u_z + a_1u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{176}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{176}\left(a_1, 1-c_1+a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{176}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{176}\left(1-c_2+a_1, 1-c_1+a_2, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{177}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c_1 - x)u_x - yu_y + zu_z - bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2u_{zz} - xyu_{xy} - xzu_{xz} - a_1xu_x + \left[c_2 - (a_1+b+1)\,y\right]u_y + (a_1-b+1)zu_z - a_1bu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} - y(1-z)u_{yz} + a_2yu_y + \left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{177}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{177}\left(a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{177}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{177}\left(1-c_2+a_1, a_2, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{178}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}-y^2u_{yy}-2xyu_{xy}+xzu_{xz} \\ \qquad +yzu_{yz}+\left[c_1-(a_1+b+1)\,x\right]u_x-(a_1+b+1)\,yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}-x^2u_{xx}-2xyu_{xy}+xzu_{xz} \\ \qquad +yzu_{yz}-(a_1+b+1)\,xu_x+\left[c_2-(a_1+b+1)\,y\right]u_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+(1-b+z)u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{178}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{178}\left(1-c_1+a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{178}\left(1-c_2+a_1,a_2,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{178}\left(2-c_1-c_2+a_1,a_2,2-c_1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{179}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+yzu_{yz}+\left[c_1-(a_1+b+1)\,x\right]u_x-byu_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}-xyu_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c_2-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z-a_1a_2u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+(1-b+z)u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{179}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{179}\left(1-c_1+a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{179}\left(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{179}\left(2-c_1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{180}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+p}(a_2)_{n+p}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+z^2u_{zz}+\left[c_1-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0, \\ yu_{yy}+(c_2-y)\,u_y-zu_z-a_2u=0, \\ z(1+z)u_{zz}+xyu_{xy}-x(1-z)u_{xz}+yzu_{yz}+a_2xu_x+a_1yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{180}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{180}\left(1-c_1+a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{180}\left(a_1,1-c_2+a_2,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{180}\left(1-c_1+a_1,1-c_2+a_2,1-c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{181}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_{n}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+z^2u_{zz}-xyu_{xy}+yzu_{yz}+\left[c_1-(a_1+b+1)\,x\right]u_x-byu_y+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0, \\ y(1-y)u_{yy}-xyu_{xy}-yzu_{yz}-a_2xu_x+\left[c_2-(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y-a_2zu_z-a_1a_2u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+xu_x+yu_y+(1-b+z)u_z+a_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{181}\left(a_1,a_2,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{181}\left(1-c_1+a_1,a_2,1-c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{181}\left(1-c_2+a_1,1-c_2+a_2,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{181}\left(2-c_1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{182}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_p(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + z^2u_{zz} - xyu_{xy} + yzu_{yz} + \left[c_1 - (a_1+b+1)\,x\right]u_x - byu_y + (a_1-b+1)\,zu_z - a_1bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_x + (c_2-y)\,u_y - zu_z - a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - x(1-z)u_{xz} + yzu_{yz} + a_2xu_x + a_2yu_y + + \left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{182}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{182}\left(1-c_1+a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{182}\left(1-c_2+a_1, a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{182}\left(2-c_1-c_2+a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{183}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+p}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + z^2u_{zz} - xyu_{xy} + yzu_{yz} + \left[c_1 - (a+b+1)\,x\right]u_x - byu_y + (a-b+1)\,zu_z - abu = 0, \\ yu_{yy} - xu_x + (c_2-y)\,u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + xu_x + yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{183}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{183}\left(1-c_1+a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{183}\left(1-c_2+a, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{183}\left(2-c_1-c_2+a, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{184}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+p}(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - y^2u_{yy} + z^2u_{zz} - 2xyu_{xy} \\ \qquad + \left[c_1 - (a+b+1)\,x\right]u_x - (a+b+1)yu_y + (a-b+1)zu_z - abu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - x^2u_{xx} + z^2u_{zz} - 2xyu_{xy} \\ \qquad - (a+b+1)xu_x + \left[c_2 - (a+b+1)y\right]u_y + (a-b+1)zu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + xu_x + yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{184}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{184}\left(1-c_1+a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{184}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{184}\left(2-c_1-c_2+a, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{185}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(b)_{2m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + 4xzu_{xz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right]u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - yzu_{yz} + \left[c_2 - (a_1+a_2+1)\,y\right]u_y - a_2zu_z - a_1a_2u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + yu_y + (1-b+z)u_z + a_1u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{185}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{185}\left(a_1, a_2, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{185}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{185}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, 2-2c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{186}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{2m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} + 4xzu_{xz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right]u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + (c_2 - y)\,u_y - zu_z - a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - 2xu_{xz} + yzu_{yz} + a_2yu_y + \left[1 - b + (a_1+a_2+1)\,z\right]u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{186}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{186}\left(a_1, a_2, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{186}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{186}\left(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, 2-2c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{187}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_p(b)_{2m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} - 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} + 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right]u_x - 2(b+1)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2xyu_{xy} + yzu_{yz} - 2a_1xu_x + \left[c_2 - (a_1+b+1)\,y\right]u_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{187}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{187}\left(a_1, a_2, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{187}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{187}\left(1-c_2+a_1, a_2, 3-2c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{188}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_p(a_2)_p(b)_{2m+n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} - 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} + 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right]u_x - 2(b+1)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_x + (c_2 - y)\,u_y + zu_z - bu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} + \left[1 - b + (a_1+a_2+1)\,z\right]u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{188}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{188}\left(a_1, a_2, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{188}\left(a_1, a_2, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{188}\left(a_1, a_2, 3-2c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{189}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_{2m+n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - z^2 u_{zz} - 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} + 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right] u_x - 2(b+1)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2xyu_{xy} + yzu_{yz} - 2axu_x + \left[c_2 - (a+b+1)y\right] u_y + azu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{189}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{189}\left(a, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{189}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{189}\left(1-c_2+a, 3-2c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{190}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p (b)_{2m+n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - z^2 u_{zz} - 4xyu_{xy} + 4xzu_{xz} \\ \qquad + 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right] u_x - 2(b+1)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_x + \left(c_2 - y\right) u_y + zu_z - bu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{190}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{190}\left(a, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{190}\left(a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{190}\left(a, 3-2c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{191}\left(b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(b)_{2m+n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - z^2 u_{zz} - 4xyu_{xy} + 4xzu_{xz} \\ \qquad + 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right] u_x - 2(b+1)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_x + \left(c_2 - y\right) u_y + zu_z - bu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{191}\left(b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{191}\left(2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{191}\left(1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{191}\left(3-2c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{192}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{2m+n} (a_2)_p (b)_{n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - 4xyu_{xy} + \left[c_1 - \left(4a_1+6\right)x\right] u_x - 2\left(a_1+1\right)yu_y - a_1\left(a_1+1\right)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2xyu_{xy} + 2xzu_{xz} + yzu_{yz} - 2bxu_x + \left[c_2 - \left(a_1+b+1\right)y\right] u_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{192}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{192}\left(2-2c_1+a_1, a_2, b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{192}\left(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{192}\left(3-2c_1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{193}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+n}(b)_{n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - 4xyu_{xy} + \left[c_1 - (4a+6)x\right]u_x - 2(a+1)yu_y - a(a+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2xyu_{xy} + 2xzu_{xz} + yzu_{yz} - 2bxu_x + \left[c_2 - (a+b+1)y\right]u_y + azu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{193}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{193}\left(2-2c_1+a, b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{193}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{193}\left(3-2c_1-c_2+a, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{194}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{2m+p}(a_2)_n(b)_{n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} - 4xzu_{xz} + \left[c_1 - \left(4a_1+6\right)x\right]u_x - 2\left(a_1+1\right)zu_z - a_1(a_1+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + yzu_{yz} + \left[c_2 - \left(a_2+b+1\right)y\right]u_y + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + 2xu_x + (1-b+z)u_z + a_1u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{194}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{194}\left(2-2c_1+a_1, a_2, b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{194}\left(a_1, 1-c_2+a_2, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{194}\left(2-2c_1+a_1, 1-c_2+a_2, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{195}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{2m+p}(a_2)_p(b)_{n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} - 4xzu_{xz} + \left[c_1 - (4a_1+6)x\right]u_x - 2(a_1+1)zu_z - a_1(a_1+1)u = 0, \\ yu_{yy} + \left(c_2 - y\right)u_y + zu_z - bu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} + 2xzu_{xz} - yu_{yz} + 2a_2xu_x + \left[1-b+\left(a_1+a_2+1\right)z\right]u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{195}\left(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{195}\left(2-2c_1+a_1, a_2, b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{195}\left(a_1, a_2, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{195}\left(2-2c_1+a_1, a_2, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{196}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+p}(b)_{n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2u_{zz} - 4xzu_{xz} + [c_1 - (4a+6)\,x]\,u_x - 2\,(a+1)\,zu_z - a(a+1)u = 0, \\ yu_{yy} + (c_2 - y)\,u_y + zu_z - bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + 2xu_x + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{196}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{196}\,(2-2c_1+a, b; 2-c_1, c_2; x, y, z)\,;$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{196}\,(a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{196}\,(2-2c_1+a, 1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{197}\,(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_m(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xzu_{xz} + [c_1 - (a_2+b+1)\,x]\,u_x + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ yu_{yy} + (c_2 - y)\,u_y - 2zu_z - a_1u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + 4yzu_{yz} + 2(a_1+1)yu_y + [1-b+(4a_1+6)z]\,u_z + a_1\,(a_1+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{197}\,(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{197}\,(a_1, 1-c_1+a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z)\,;$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{197}\,(1-c_2+a_1, a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{197}\,(1-c_2+a_1, 1-c_1+a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{198}\,(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_n(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c_1 - x)u_x + zu_z - bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - 2yzu_{yz} + [c_2 - (a_1+a_2+1)\,y]\,u_y - 2a_2zu_z - a_1a_2u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + 4yzu_{yz} + 2(a_1+1)yu_y + [1-b+(4a_1+6)\,z]\,u_z + a_1\,(a_1+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{198}\,(a_1, a_2, b; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{198}\,(a_1, a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z)\,;$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{198}\,(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, b; c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{198}\,(1-c_2+a_1, 1-c_2+a_2, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{199}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_{m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c_1 - x)\,u_x + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} + (c_2 - y)u_y - 2zu_z - au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + 4yzu_{yz} + 2(a+1)yu_y + [1-b+(4a+6)z]\,u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{199}\,(a, b; c_1, c_2; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{199}\,(a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z)\,;$

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{199}\,(1-c_2+a, b; c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{199}\,(1-c_2+a, 1-c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{200}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_{2m-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - z^2 u_{zz} + 4xzu_{xz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right] u_x + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + (c_2 - y)u_y - zu_z - au = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + yu_y + (1 - b + z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат: $u_1 = \mathrm{E}_{200}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right)$,

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{200}\left(a, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right)$;

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{200}\left(1-c_2+a, b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{200}\left(1-c_2+a, 2-2c_1+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{201}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+p}(b)_{2m+n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - z^2 u_{zz} - 4xyu_{xy} + 4xzu_{xz} \\ \qquad + 2yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right] u_x - 2(b+1)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + z^2 u_{zz} - 2xyu_{xy} - 2xzu_{xz} \\ \qquad - 2axu_x + \left[c_2 - (a+b+1)y\right] u_y + (a-b+1)zu_z - abu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} + yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{201}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right)$,

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{201}\left(a, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right)$;

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{201}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{201}\left(1-c_2+a, 3-2c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{202}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_{m+n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c_1 - x)u_x - yu_y + zu_z - bu = 0, \\ y(1-y)u_{yy} + 2z^2 u_{zz} - xyu_{xy} - 2xzu_{xz} \\ \qquad - yzu_{yz} - axu_x + \left[c_2 - (a+b+1)y\right] u_y + (a-2b+2)zu_z - abu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2 u_{yy} - xu_{xz} - y(1-4z)u_{yz} + 2(a+1)yu_y + \left[1 - b + (4a+6)z\right] u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{202}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right)$,

$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{202}\left(a, 1-c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right)$;

$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{202}\left(1-c_2+a, 1-c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{202}\left(1-c_2+a, 2-c_1-c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right)$;

$$\mathrm{E}_{203}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n+2p}(b)_{n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c_1-x)u_x-yu_y-2zu_z-au=0,\\ y(1-y)u_{yy}+2z^2u_{zz}-xyu_{xy}-yzu_{yz}\\ \qquad +xzu_{xz}-bxu_x+\left[c_2-(a+b+1)y\right]u_y+(a-2b+2)zu_z-abu=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}+2xyu_{xy}+4xzu_{xz}-y(1-4z)u_{yz}\\ \qquad +2(a+1)xu_x+2(a+1)yu_y+\left[1-b+(4a+6)z\right]u_z+a(a+1)u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{203}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{203}\left(1-c_1+a,b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{203}\left(1-c_2+a,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{203}\left(2-c_1-c_2+a,1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{204}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n+p}(b)_{n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}-4xyu_{xy}-4xzu_{xz}\\ \qquad -2yzu_{yz}+\left[c_1-(4a+6)x\right]u_x-2(a+1)yu_y-2(a+1)zu_z-a(a+1)u=0,\\ y(1-y)u_{yy}+z^2u_{zz}-2xyu_{xy}+2xzu_{xz}\\ \qquad -2bxu_x+\left[c_2-(a+b+1)y\right]u_y+(a-b+1)zu_z-abu=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+2xu_x+yu_y+(1-b+z)u_z+au=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{204}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{204}\left(2-2c_1+a,b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{204}\left(1-c_2+a,1-c_2+b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{204}\left(3-2c_1-c_2+a,1-c_2+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{205}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+2p}(b)_{2m-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c_1-(4b+6)x\right]u_x+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ yu_{yy}+\left(c_2-y\right)u_y-2zu_z-au=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-2xu_{xz}+4yzu_{yz}+2(a+1)yu_y+\left[1-b+(4a+6)z\right]u_z+a(a+1)u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{205}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c_1}\mathrm{E}_{205}\left(a,2-2c_1+b;2-c_1,c_2;x,y,z\right);$

$u_3=y^{1-c_2}\mathrm{E}_{205}\left(1-c_2+a,b;c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$u_4=x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{205}\left(1-c_2+a,2-2c_1+b;2-c_1,2-c_2;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{206}\left(a,b;c_1,c_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+p}(b)_{2n-p}}{(c_1)_m(c_2)_n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}-4xzu_{xz}+\left[c_1-(4a+6)x\right]u_x-2\left(a+1\right)zu_z-a\left(a+1\right)u=0,\\ y(1-4y)u_{yy}+z^2u_{zz}+4yzu_{yz}+\left[c_2-(4b+6)y\right]u_y+2bzu_z-b(b+1)u=0,\\ zu_{zz}-2yu_{yz}+2xu_x+(1-b+z)u_z+au=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{206}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$
$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{206}\left(2-2c_1+a, b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$
$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{206}\left(a, 2-2c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$
$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{206}\left(2-2c_1+a, 2-2c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{207}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p (b)_{2m+2n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - 4y^2 u_{yy} - z^2 u_{zz} - 8xyu_{xy} + 4xzu_{xz} \\ \qquad + 4yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right]u_x - (4b+6)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-4y)u_{yy} - 4x^2 u_{xx} - z^2 u_{zz} - 8xyu_{xy} + 4xzu_{xz} \\ \qquad + 4yzu_{yz} - (4b+6)xu_x + \left[c_2 - (4b+6)y\right]u_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - 2yu_{yz} + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{207}\left(a, b; c_1, c_2; x, y, z\right),$
$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{207}\left(a, 2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$
$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{207}\left(a, 2-2c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$
$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{207}\left(a, 4-2c_1-2c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{208}\left(b; c_1, c_2; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(b)_{2m+2n-p}}{(c_1)_m (c_2)_n} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - 4y^2 u_{yy} - z^2 u_{zz} \\ \qquad - 8xyu_{xy} + 4xzu_{xz} + 4yzu_{yz} + \left[c_1 - (4b+6)x\right]u_x - (4b+6)yu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1-4y)u_{yy} - 4x^2 u_{xx} - z^2 u_{zz} \\ \qquad - 8xyu_{xy} + 4xzu_{xz} + 4yzu_{yz} - (4b+6)xu_x + \left[c_2 - (4b+6)y\right]u_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - 2yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{208}\left(b; c_1, c_2; x, y, z\right),$
$u_2 = x^{1-c_1}\mathrm{E}_{208}\left(2-2c_1+b; 2-c_1, c_2; x, y, z\right);$
$u_3 = y^{1-c_2}\mathrm{E}_{208}\left(2-2c_2+b; c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$
$u_4 = x^{1-c_1}y^{1-c_2}\mathrm{E}_{208}\left(4-2c_1-2c_2+b; 2-c_1, 2-c_2; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{209}\left(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n (a_3)_p (b_1)_{m-n} (b_2)_{m-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} - yzu_{yz} + \left[c - (b_1+b_2+1)x\right]u_x + b_2 yu_y + b_1 zu_z - b_1 b_2 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - xu_{xy} + \left[1 - b_1 + (a_1+a_2+1)y\right]u_y + a_1 a_2 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + (1-b_2+z)u_z + a_3 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{209}\left(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$
$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{209}\left(a_1, a_2, a_3, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{210}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n (b_1)_{m-n} (b_2)_{m-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!}, \ s(1+r) < 1,$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-(b_1+b_2+1)\,x\right]u_x+b_2yu_y+b_1zu_z-b_1b_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-xu_{xy}+\left[1-b_1+(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y+a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b_2)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{210}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{210}\left(a_1,a_2,1-c+b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{211}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-(b_1+b_2+1)\,x\right]u_x+b_2yu_y+b_1zu_z-b_1b_2u=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+(1-b_1+y)u_y+a_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b_2+z)\,u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{211}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{211}\left(a_1,a_2,1-c+b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{212}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b_1)_{m-n}(b_2)_{m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-(b_1+b_2+1)\,x\right]u_x+b_2yu_y+b_1zu_z-b_1b_2u=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+(1-b_1+y)u_y+au=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b_2)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{212}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}212\left(a,1-c+b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{213}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m-n}(b)_{m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-(a+b+1)\,x\right]u_x+byu_y+azu_z-abu=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+(1-a)u_y+u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+(1-b)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{213}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}213\left(1-c+a,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{214}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+\left[c-(a_1+b_1+1)\,x\right]u_x+a_1yu_y-a_1b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[1-b_1+(a_2+b_2+1)\,y\right]u_y-a_2zu_z+a_2b_2u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+(1-b_2+z)\,u_z+a_3u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{214}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{214}\left(1-c+a_1,a_2,a_3,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{215}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(a_3)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+\left[c-\left(a_1+b_1+1\right)x\right]u_x+a_1yu_y-a_1b_1u=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+\left(1-b_1+y\right)u_y-zu_z+b_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-yu_{yz}+\left[1-b_2+\left(a_2+a_3+1\right)z\right]u_z+a_2a_3u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{215}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{215}\left(1-c+a_1,a_2,a_3,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{216}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(a_3)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x+yu_y-b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[1-b_1+\left(a_1+b_2+1\right)y\right]u_y-a_1zu_z+a_1b_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-yu_{yz}+\left[1-b_2+\left(a_2+a_3+1\right)z\right]u_z+a_2a_3u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{216}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{216}\left(a_1,a_2,a_3,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{217}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+\left[c-\left(a_1+b_1+1\right)x\right]u_x+a_1yu_y-a_1b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[1-b_1+\left(a_2+b_2+1\right)y\right]u_y-a_2zu_z+a_2b_2u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+\left(1-b_2\right)u_z+u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{217}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{217}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{218}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+\left[c-\left(a_1+b_1+1\right)x\right]u_x+a_1yu_y-a_1b_1u=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+\left(1-b_1+y\right)u_y-zu_z+b_2u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+\left(1-b_2+z\right)u_z+a_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{218}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{218}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{219}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x+yu_y-b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-xu_{xy}-yzu_{yz}+\left[1-b_1+\left(a_1+b_2+1\right)y\right]u_y-a_1zu_z+a_1b_2u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+\left(1-b_2+z\right)u_z+a_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{219}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{219}\left(a_1, a_2, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{220}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_p (a_2)_p (b_1)_{m-n} (b_2)_{n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x u_{xx} + (c-x) u_x + y u_y - b_1 u = 0, \\ y u_{yy} - x u_{xy} + (1-b_1+y) u_y - z u_z + b_2 u = 0, \\ z(1+z) u_{zz} - y u_{yz} + \left[1 - b_2 + (a_1+a_2+1) z\right] u_z + a_1 a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{220}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{220}\left(a_1, a_2, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{221}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b_1)_{m-n} (b_2)_{n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x) u_{xx} + x y u_{xy} + \left[c - (a+b_1+1) x\right] u_x + a y u_y - a b_1 u = 0, \\ y u_{yy} - x u_{xy} + (1-b_1+y) u_y - z u_z + b_2 u = 0, \\ z u_{zz} - y u_{yz} + (1-b_2) u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{221}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{221}\left(1-c+a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{222}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b_1)_{m-n} (b_2)_{n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x u_{xx} + (c-x) u_x + y u_y - b_1 u = 0, \\ y(1+y) u_{yy} - x u_{xy} - y z u_{yz} + \left[1 - b_1 + (a+b_2+1) y\right] u_y - a z u_z + a b_2 u = 0, \\ z u_{zz} - y u_{yz} + (1-b_2) u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{222}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{222}\left(a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{223}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p (b_1)_{m-n} (b_2)_{n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x u_{xx} + (c-x) u_x + y u_y - b_1 u = 0, \\ y u_{yy} - x u_{xy} + (1-b_1+y) u_y - z u_z + b_2 u = 0, \\ z u_{zz} - y u_{yz} + (1-b_2+z) u_z + a u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{223}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{223}\left(a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{224}\left(a, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m-n} (b)_{n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y - au = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-a+y)\,u_y - zu_z + bu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b)\,u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{224}\,(a, b; c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{224}\,(1-c+a, b; 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{225}\,(a_1, a_2, a_3, a_4, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_n (a_3)_p (a_4)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} + [c-(a_1+b+1)\,x]\,u_x + a_1 yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)\,u_y + a_2 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + [1-b+(a_3+a_4+1)\,z]\,u_z + a_3 a_4 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{225}\,(a_1, a_2, a_3, a_4, b, c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{225}\,(1-c+a_1, a_2, a_3, a_4, 1-c+b, 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{226}\,(a_1, a_2, a_3, a_4, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n (a_3)_p (a_4)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + [1-b+(a_1+a_2+1)\,y]\,u_y + a_1 a_2 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + [1-b+(a_3+a_4+1)\,z]\,u_z + a_3 a_4 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{226}\,(a_1, a_2, a_3, a_4, b, c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{226}\,(a_1, a_2, a_3, a_4, 1-c+b, 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{227}\,(a_1, a_2, a_3, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_n (a_3)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} + [c-(a_1+b+1)\,x]\,u_x + a_1 yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)\,u_y + a_2 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_3 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{227}\,(a_1, a_2, a_3, b, c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{227}\,(1-c+a_1, a_2, a_3, 1-c+b, 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{228}\,(a_1, a_2, a_3, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_p (a_3)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} + [c-(a_1+b+1)\,x]\,u_x + a_1 yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b)u_y + u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + [1-b+(a_2+a_3+1)\,z]\,u_z + a_2 a_3 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{228}\,(a_1, a_2, a_3, b, c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{228}\,(1-c+a_1, a_2, a_3, 1-c+b, 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{229}\left(a_1, a_2, a_3, b, c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_p (a_3)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)\,u_y + a_1 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + \left[1-b+(a_2+a_3+1)\,z\right] u_z + a_2 a_3 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{229}\left(a_1, a_2, a_3, b, c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{229}\left(a_1, a_2, a_3, 1-c+b, 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{230}\left(a_1, a_2, b, c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} + \left[c-(a_1+b+1)\,x\right] u_x + a_1 yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b)u_y + u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{230}\left(a_1, a_2, b, c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{230}\left(1-c+a_1, a_2, 1-c+b, 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{231}\left(a_1, a_2, b, c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)\,u_y + a_1 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{231}\left(a_1, a_2, b, c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{231}\left(a_1, a_2, 1-c+b, 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{232}\left(a_1, a_2, b, c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_p (a_2)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b)u_y + u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + \left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right] u_z + a_1 a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{232}\left(a_1, a_2, b, c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{232}\left(a_1, a_2, 1-c+b, 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{233}\left(a, b, c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p (b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b)u_y + u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{233}\left(a, b, c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{233}\left(a, 1-c+b, 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{234}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_p (b_1)_{m+n-p} (b_2)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} - yzu_{yz} + xzu_{xz} \\ \qquad + \left[c - \left(b_1 + b_2 + 1\right)x\right]u_x + \left(b_1 - b_2 + 1\right)yu_y + b_2 zu_z - b_1 b_2 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(1-y)u_{xy} - yzu_{yz} + a_1 xu_x \\ \qquad + \left[1 - b_2 + \left(a_1 + b_1 + 1\right)y\right]u_y - a_1 zu_z + a_1 b_1 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + \left(1 - b_1 + z\right)u_z + a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{234}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{234}\left(a_1, a_2, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{235}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_p (a_2)_p (b_1)_{m+n-p} (b_2)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} - yzu_{yz} + xzu_{xz} + \left[c - \left(b_1 + b_2 + 1\right)x\right]u_x + (b_1 - b_2 + 1)yu_y + b_2 zu_z - b_1 b_2 u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + xu_x + (1 - b_2 + y)u_y - zu_z + b_1 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + \left[1 - b_1 + \left(a_1 + a_2 + 1\right)z\right]u_z + a_1 a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{235}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{235}\left(a_1, a_2, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{236}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b_1)_{m+n-p} (b_2)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} - yzu_{yz} + xzu_{xz} + \left[c - \left(b_1 + b_2 + 1\right)x\right]u_x + (b_1 - b_2 + 1)yu_y + b_2 zu_z - b_1 b_2 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(1-y)u_{xy} - yzu_{yz} + axu_x + \left[1 - b_2 + (a + b_1 + 1)y\right]u_y - azu_z + ab_1 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + (1 - b_1)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{236}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{236}\left(a, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{237}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p (b_1)_{m+n-p} (b_2)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} + xzu_{xz} - yzu_{yz} + \left[c - \left(b_1 + b_2 + 1\right)x\right]u_x + (b_1 - b_2 + 1)yu_y + b_2 zu_z - b_1 b_2 u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + xu_x + \left(1 - b_2 + y\right)u_y - zu_z + b_1 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + \left(1 - b_1 + z\right)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{237}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{237}\left(a, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{238}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n-p}(b)_{m-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+y^2u_{yy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-\left(a+b+1\right)x\right]u_x+(a-b+1)yu_y+bzu_z-abu=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+xu_x+\left(1-b+y\right)u_y-zu_z+au=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+\left(1-a\right)u_z+u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{238}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{238}\left(1-c+a,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{239}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_1+b_1+1\right)x\right]u_x-a_1yu_y+a_1zu_z-a_1b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-(y+1)zu_{yz}+a_2xu_x+\left[1-b_2+\left(a_2+b_1+1\right)y\right]u_y-a_2zu_z+a_2b_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}-yu_y+\left(1-b_1+z\right)u_z+b_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{239}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{239}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{240}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_p(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a_1+b_1+1\right)x\right]u_x-a_1yu_y+a_1zu_z-a_1b_1u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+xu_x+\left(1-b_2+y\right)u_y-zu_z+b_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}-y(1+z)u_{yz}-a_2yu_y+\left[1-b_1+\left(a_2+b_2+1\right)z\right]u_z+a_2b_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{240}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{240}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{241}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x-yu_y+zu_z-b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-(y+1)zu_{yz}+a_1xu_x+\left[1-b_2+\left(a_1+b_1+1\right)y\right]u_y-a_1zu_z+a_1b_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}-y(1+z)u_{yz}-a_2yu_y+\left[1-b_1+\left(a_2+b_2+1\right)z\right]u_z+a_2b_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{241}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{241}\left(a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{242}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_m(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+\left[c-\left(a+b_1+1\right)x\right]u_x-ayu_y+azu_z-ab_1u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+xu_x+\left(1-b_2+y\right)u_y-zu_z+b_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}-yu_y+\left(1-b_1+z\right)u_z+b_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{242}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{242}\left(1-c+a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{243}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b_1)_{m+n-p} (b_2)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x - yu_y + zu_z - b_1 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} + xyu_{xy} - (y+1)zu_{yz} + axu_x + \left[1 - b_2 + (a + b_1 + 1)\, y\right] u_y - azu_z + ab_1 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} - yu_y + (1 - b_1 + z)\, u_z + b_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{243}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{243}\left(a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{244}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p (b_1)_{m+n-p} (b_2)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x - yu_y + zu_z - b_1 u = 0, \\ yu_{yy} - zu_{yz} + xu_x + (1 - b_2 + y)\, u_y - zu_z + b_1 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} - y(1+z)u_{yz} - ayu_y + \left[1 - b_1 + (a + b_2 + 1)\, z\right] u_z + ab_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{244}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{244}\left(a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{245}\left(a, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n-p} (b)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x - yu_y + zu_z - au = 0, \\ yu_{yy} - zu_{yz} + xu_x + (1 - b + y)\, u_y - zu_z + au = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} - yu_y + (1 - a + z)\, u_z + bu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{245}\left(a, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{245}\left(1-c+a, b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{246}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_p (b_1)_{n-p} (b_2)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} + \left[c - (a_1 + b_2 + 1)\, x\right] u_x + (a_1 - b_2 + 1)yu_y - a_1 b_2 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(1-y)u_{xy} - xzu_{xz} - yzu_{yz} + b_1 xu_x + \left[1 - b_2 + (a_1 + b_1 + 1)\, y\right] u_y - a_1 zu_z + a_1 b_1 u = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1 + z - b_1)u_z + a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{246}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{246}\left(1-c+a_1, a_2, b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{247}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n} (b_1)_{n-p} (b_2)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+y^2u_{yy}+\left[c-(a+b_2+1)\,x\right]u_x+(a-b_2+1)\,yu_y-ab_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}+b_1xu_x+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y-azu_z+ab_1u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+(1-b_1)\,u_z+u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{247}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{247}\left(1-c+a,b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{248}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_m(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+\left[c-(a_1+a_2+1)\,x\right]u_x-a_2yu_y-a_1a_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}+b_1xu_x+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z+a_1b_1u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}-yu_y+(1-b_1+z)\,u_z+b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{248}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{248}\left(1-c+a_1,1-c+a_2,b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{249}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x-yu_y-a_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}+b_1xu_x+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z+a_1b_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-y(1+z)u_{yz}-a_2yu_y+\left[1-b_1+(a_2+b_2+1)\,z\right]u_z+a_2b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{249}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{249}\left(1-c+a_1,a_2,b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{250}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x-yu_y-au=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}+b_1xu_x+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y-azu_z+ab_1u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}-yu_y+(1-b_1+z)\,u_z-b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{250}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{250}\left(1-c+a,b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{251}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(b_1)_{m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xzu_{xz}+\left[c-(a_2+b_1+1)\,x\right]u_x+a_2zu_z-a_2b_1u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+(1-b_2+y)\,u_y+zu_z+a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-y^2u_{yy}-xu_{xz}-(a_1-b_2+1)\,yu_y+\left[1-b_1+(a_1+b_2+1)\,z\right]u_z+a_1b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{251}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{251}\left(a_1,1-c+a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{252}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(b_1)_{m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x+zu_z-b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-(1-y)zu_{yz}+\left[1-b_2+(a_1+a_2+1)y\right]u_y+a_2zu_z+a_1a_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-y^2u_{yy}-xu_{xz}-\left(a_1-b_2+1\right)yu_y+\left[1-b_1+\left(a_2+b_2+1\right)z\right]u_z+a_1b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{252}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{252}\left(a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{253}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b_1)_{m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x+zu_z-b_1u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+\left(1-b_2+y\right)u_y+zu_z+au=0,\\ z(1+z)u_{zz}-y^2u_{yy}-xu_{xz}-(a-b_2+1)yu_y+\left[1-b_1+\left(a+b_2+1\right)z\right]u_z+ab_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{253}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{253}\left(a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{254}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b_1)_{m-p}(b_2)_{m-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-\left(b_1+b_2+1\right)x\right]u_x+b_1yu_y+b_2zu_z-b_1b_2u=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+\left(1-b_2+y\right)u_y+zu_z+a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}+yzu_{yz}+a_2yu_y+\left[1-b_1+\left(a_1+a_2+1\right)z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{254}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{254}\left(a_1,a_2,1-c+b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{255}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b_1)_{m-p}(b_2)_{m-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+xyu_{xy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-\left(b_1+b_2+1\right)x\right]u_x+b_1yu_y+b_2zu_z-b_1b_2u=0,\\ yu_{yy}-xu_{xy}+\left(1-b_2+y\right)u_y+zu_z+au=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_y+\left(1-b_1+z\right)u_z+au=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{255}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{255}\left(a,1-c+b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{256}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_n(b_1)_{m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+yzu_{yz}+\left[c-\left(a_1+b_1+1\right)x\right]u_x-b_1yu_y+a_1zu_z-a_1b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-zu_{yz}+a_2xu_x+\left[1-b_2+\left(a_1+a_2+1\right)y\right]u_y+a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_y+\left(1-b_1+z\right)u_z+b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{256}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{256}\left(1-c+a_1, a_2, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{257}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b_1)_{m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c - (a_1+b_1+1)\,x\right]u_x - b_1yu_y + a_1zu_z - a_1b_1u = 0, \\ yu_{yy} - zu_{yz} + xu_x + (1-b_2+y)\,u_y + a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} - yzu_{yz} - a_2yu_y + \left[1-b_1+(a_2+b_2+1)\,z\right]u_z + a_2b_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{257}\left(a_1, a_2, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{257}\left(1-c+a_1, a_2, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{258}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b_1)_{m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c - (a+b_1+1)\,x\right]u_x - b_1yu_y + azu_z - ab_1u = 0, \\ yu_{yy} - zu_{yz} + xu_x + (1-b_2+y)\,u_y + au = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_y + (1-b_1+z)\,u_z + b_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{258}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{258}\left(1-c+a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{259}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_m(a_3)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} + \left[c - (a_2+b+1)\,x\right]u_x + a_2yu_y + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)u_y + zu_z + a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + y(1+z)u_{yz} + a_3yu_y + \left[1-b+(a_1+a_3+1)\,z\right]u_z + a_1a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{259}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{259}\left(a_1, 1-c+a_2, a_3, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{260}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - xu_{xy} + (1+y)zu_{yz} + \left[1-b+(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y + a_2zu_z + a_1a_2u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + y(1+z)u_{yz} + a_3yu_y + \left[1-b+(a_1+a_3+1)\,z\right]u_z + a_1a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{260}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{260}\left(a_1, a_2, a_3, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{261}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)u_y + zu_z + a_1 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + y(1+z)u_{yz} + a_2 yu_y + [(1-b+(a_1+a_2+1)\,z])u_z + a_1 a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{261}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{261}\left(a_1, a_2, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathbf{E}_{262}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_n(a_3)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} \\ \qquad + \left[c - (1+a_1+b)\,x\right] u_x + (1+a_1-b)\,yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(1-y)u_{xy} + zu_{yz} + a_2 xu_x + \left[1-b+(a_1+a_2+1)\,y\right] u_y + a_1 a_2 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_3 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{262}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{262}\left(1-c+a_1, a_2, a_3, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{263}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(a_3)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c - (a_1+b+1)x\right] u_x + (1-b+a_1)\,yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + xu_x + (1-b+y)u_y + a_1 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + \left[1-b+(1+a_2+a_3)\,z\right] u_z + a_2 a_3 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{263}\left(a_1, a_2, a_3, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{263}\left(1-c+a_1, a_2, a_3, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{264}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_n(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c - (a_1+b+1)\,x\right] u_x + (1+a_1-b)\,yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(1-y)u_{xy} + zu_{yz} + a_2 xu_x + \left[1-b+(a_1+a_2+1)\,y\right] u_y + a_1 a_2 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{264}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{264}\left(1-c+a_1, a_2, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{265}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2 u_{yy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c - (a_1+b+1)\,x\right] u_x + (a_1-b+1)\,yu_y + a_1 zu_z - a_1 bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + xu_x + (1-b+y)u_y + a_1 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_2 u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{265}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{265}\left(1-c+a_1, a_2, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{266}\left(a, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2u_{yy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} + \left[c - (a_1+b+1)\,x\right]u_x + (a_1-b+1)\,yu_y + a_1zu_z - a_1bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + xu_x + (1-b+y)u_y + au = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{266}\left(a, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{266}\left(1-c+a, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{267}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n}(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - y^2u_{yy} - 2xyu_{xy} + xzu_{xz} + yzu_{yz} \\ \qquad + \left[c - (a+b_1+1)\,x\right]u_x - (a+b_1+1)\,yu_y + azu_z - ab_1u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} + x^2u_{xx} + 2xyu_{xy} - xzu_{xz} - (1+y)zu_{yz} \\ \qquad + (1+a+b_1)\,xu_x + \left[1-b+(1+a+b_1)\,y\right]u_y - azu_z + ab_1u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} - yu_y + (1-b_1+z)\,u_z + b_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{267}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{267}\left(1-c+a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{268}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{m+p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2u_{yy} + z^2u_{zz} - 2yzu_{yz} \\ \qquad + \left[c - (b_1+b_2+1)\,x\right]u_x + (b_1-b_2+1)\,yu_y + (b_2-b_1+1)\,zu_z - b_1b_2u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(1-y)u_{xy} - (1+y)zu_{yz} + axu_x \\ \qquad + \left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y - azu_z + ab_1u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + xu_x - yu_y + (1-b_1+z)\,u_z + b_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{268}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{268}\left(a, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{269}\left(a, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n-p}(b)_{m+p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + y^2u_{yy} + z^2u_{zz} - 2yzu_{yz} \\ \qquad + \left[c - (a+b+1)\,x\right]u_x + (a-b+1)\,yu_y + (1-a-b)\,zu_z - abu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} - zu_{yz} + xu_x + (1-b+y)\,u_y - zu_z + au = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + xu_x - yu_y + (1-a+z)\,u_z + bu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{269}\left(a, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{269}\left(1-c+a, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{270}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+p}(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+z^2u_{zz}-xyu_{xy}-yzu_{yz}+\left[c-(a+b_1+1)\,x\right]u_x-ayu_y+(a-b_1+1)\,zu_z-ab_1u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+xu_x+(1-b_2+y)\,u_y-zu_z+b_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xyu_{xy}-x(1-z)u_{xz}-y(1+z)u_{yz}\\ \qquad -b_2xu_x-ayu_y+\left[1-b_1+(a+b_2+1)\,z\right]u_z+ab_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{270}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{270}\left(1-c+a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathbf{E}_{271}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{m-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+y^2u_{yy}+xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[c-(b_1+b_2+1)\,x\right]u_x+(b_1-b_2+1)\,yu_y+b_2zu_z-b_1b_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-z^2u_{zz}-x(1-y)u_{xy}+xzu_{xz}\\ \qquad +axu_x+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y-(a-b_1+1)\,zu_z+ab_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}+yu_y+(1-b_1+z)\,u_z+au=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{271}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{271}\left(a,1-c+b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{272}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+p}(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x-zu_z-au=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+(1-b_2+y)\,u_y-zu_z+b_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xyu_{xy}+xzu_{xz}-y(1+z)u_{yz}+b_2xu_x-ayu_y+\left[1-b_1+(a+b_2+1)\,z\right]u_z+ab_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{272}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{272}\left(1-c+a,b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{273}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x-yu_y+zu_z-b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-z^2u_{zz}+xyu_{xy}+xzu_{xz}-zu_{yz}\\ \qquad +axu_x+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y-(a-b_1+1)\,zu_z+ab_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-y^2u_{yy}-xu_{xz}-yu_{yz}-(a-b_2+1)yu_y+\left[1-b_1+(a+b_2+1)\,z\right]u_z+ab_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{273}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{273}\left(a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{274}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{n+p}(b)_{m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+y^2u_{yy}+xzu_{xz}+yzu_{yz} \\ \qquad +\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+(a_1-b+1)\,yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ y(1+y)u_{yy}-x(1-y)u_{xy}+xzu_{xz}+(1+y)zu_{yz} \\ \qquad +a_2xu_x+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y+a_1zu_z+a_1a_2u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_{yz}+yu_y+(1-b+z)u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{274}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{274}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{275}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n+p}(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x-yu_y-zu_z-au=0, \\ y(1+y)u_{yy}-z^2u_{zz}+xyu_{xy}-xzu_{xz}-zu_{yz} \\ \qquad +b_1xu_x+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y-(a-b_1+1)\,zu_z+ab_1u=0, \\ z(1+z)u_{zz}-y^2u_{yy}-xyu_{xy}+xzu_{xz}-yu_{yz} \\ \qquad +b_2xu_x-(a-b_2+1)\,yu_y+\left[1-b_1+(a+b_2+1)\,z\right]u_z+ab_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{275}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{275}\left(1-c+a,b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{276}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n+p}(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+y^2u_{yy}-xzu_{xz}+yzu_{yz} \\ \qquad +\left[c-(a+b_1+1)\,x\right]u_x+(a-b_1+1)\,yu_y-b_1zu_z-ab_1u=0, \\ y(1+y)u_{yy}-z^2u_{zz}-x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz} \\ \qquad +b_2xu_x+\left[1-b_1+(a+b_2+1)\,y\right]u_y-(a-b_2+1)\,zu_z+ab_2u=0, \\ zu_{zz}-yu_{yz}+xu_x+yu_y+(1-b_2+z)u_z+au=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{276}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{276}\left(1-c+a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{277}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+y^2u_{yy}+z^2u_{zz}+2yzu_{yz} \\ \qquad +\left[c-(a_1+b+1)\,x\right]u_x+(a_1-b+1)\,yu_y+(a_1-b+1)\,zu_z-a_1bu=0, \\ yu_{yy}-xu_{xy}+zu_{yz}+xu_x+(1-b+y)\,u_y+zu_z+a_1u=0, \\ z(1+z)u_{zz}-x(1-z)u_{xz}+y(1+z)u_{yz}+a_2xu_x+a_2yu_y+\left[1-b+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{277}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{277}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{278}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_p(b_1)_{p-n}(b_2)_{2m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b_2+6)\,x\right]u_x+2b_2zu_z-b_2\,(b_2+1)\,u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+(1-b_1+y)\,u_y+a_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-2xu_{xz}-yzu_{yz}-a_2yu_y+\left[1-b_2+(a_2+b_1+1)\,z\right]u_z+a_2b_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{278}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z)\,,$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{278}\,(a_1,a_2,b_1,2-2c+b_2;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{279}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_n(b_1)_{p-n}(b_2)_{2m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b_2+6)\,x\right]u_x+2b_2zu_z-b_2\,(b_2+1)\,u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-zu_{yz}+\left[1-b_1+(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y+a_1a_2u=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_y+(1-b_2+z)\,u_z+b_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{279}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z)\,,$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{279}\,(a_1,a_2,b_1,2-2c+b_2;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{280}\,(a,b_1,b_2;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b_1)_{p-n}(b_2)_{2m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b_2+6)\,x\right]u_x+2b_2zu_z-b_2\,(b_2+1)\,u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+(1-b_1+y)\,u_y+au=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_y+(1-b_2+z)\,u_z+b_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{280}\,(a,b_1,b_2;c;x,y,z)\,,$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{280}\,(a,b_1,2-2c+b_2;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{281}\,(a,b_1,b_2;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_p(b_1)_{p-n}(b_2)_{2m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b_2+6)\,x\right]u_x+2b_2zu_z-b_2\,(b_2+1)\,u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+(1-b_1)\,u_y+u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-2xu_{xz}-yzu_{yz}-ayu_y+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,z\right]u_z+ab_1u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{281}\,(a,b_1,b_2;c;x,y,z)\,,$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{281}\,(a,b_1,2-2c+b_2;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{282}\,(a,b;c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{p-n}(b)_{2m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-(4b+6)\,x\right]u_x+2bzu_z-b\,(b+1)\,u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+(1-a)\,u_y+u=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_y+(1-b+z)\,u_z+au=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{282}\,(a,b;c;x,y,z)\,,$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{282}\,(a,2-2c+b;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{283}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{m-p}(b_2)_{2p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+xzu_{xz}+\left[c-(a_1+b_1+1)\,x\right]u_x+a_1zu_z-a_1b_1u=0,\\ yu_{yy}-2zu_{yz}+\left(1-b_2+y\right)u_y+a_2u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-xu_{xz}-4yzu_{yz}-2b_2yu_y+\left[1-b_1+(4b_2+6)\,z\right]u_z+b_2\left(b_2+1\right)u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{283}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{283}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{284}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a_1)_n(a_2)_n(b_1)_{m-p}(b_2)_{2p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x+zu_z-b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-2zu_{yz}+\left[1-b_2+(1+a_1+a_2)\,y\right]u_y+a_1a_2u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-xu_{xz}-4yzu_{yz}-2b_2yu_y+\left[1-b_1+(4b_2+6)\,z\right]u_z+b_2\left(b_2+1\right)u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{284}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{284}\left(a_1,a_2,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{285}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_m(b_1)_{m-p}(b_2)_{2p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}+xzu_{xz}+\left[c-(a+b_1+1)\,x\right]u_x+azu_z-ab_1u=0,\\ yu_{yy}-2zu_{yz}+\left(1-b_2\right)u_y+u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-xu_{xz}-4yzu_{yz}-2b_2yu_y+\left[1-b_1+(4b_2+6)\,z\right]u_z+b_2\left(b_2+1\right)u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{285}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{285}\left(1-c+a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{286}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_n(b_1)_{m-p}(b_2)_{2p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x+zu_z-b_1u=0,\\ yu_{yy}-2zu_{yz}+\left(1-b_2+y\right)u_y+au=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-xu_{xz}-4yzu_{yz}-2b_2yu_y+\left[1-b_1+(4b_2+6)\,z\right]u_z+b_2\left(b_2+1\right)u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{286}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{286}\left(a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{287}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m-p}(b)_{2p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + zu_z - au = 0, \\ yu_{yy} - 2zu_{yz} + (1-b)\,u_y + u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} - 4yzu_{yz} - 2byu_y + [1-a+(4b+6)\,z]\,u_z + b\,(b+1)\,u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{287}\,(a,b;c;x,y,z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{287}\,(1-c+a,b;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{288}\,(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_p(a_3)_p(b)_{2m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2byu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)u_y + a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - 2xu_{xz} + yu_{yz} + [1-b+(a_2+a_3+1)\,z]\,u_z + a_2a_3u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{288}\,(a_1,a_2,a_3,b;c;x,y,z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{288}\,(a_1,a_2,a_3,2-2c+b;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{289}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_p(b)_{2m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2byu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)u_y + a_1u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b+z)u_z + a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{289}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{289}\,(a_1,a_2,2-2c+b;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{290}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_n(b)_{2m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2byu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - 2xu_{xy} + zu_{yz} + [1-b+(a_1+a_2+1)\,y]\,u_y + a_1a_2u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{290}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{290}\,(a_1,a_2,2-2c+b;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{291}\,(a_1,a_2,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+p}(a_2)_p(b)_{2m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + [c-(4b+6)x]\,u_x + 2byu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)u_y + zu_z + a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - 2xu_{xz} + y(1+z)u_{yz} + a_2yu_y + [1-b+(a_1+a_2+1)\,z]\,u_z + a_1a_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{291}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{291}\left(a_1, a_2, 2-2c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{292}\left(a, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_{2m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - z^2 u_{zz} + 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + \left[c - (4b+6)x\right]u_x + 2byu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)u_y + au = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} + yu_{yz} + (1-b)u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{292}\left(a, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{292}\left(a, 2-2c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{293}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b_1)_{2p-n} (b_2)_{m+n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - xyu_{xy} + xzu_{xz} + \left[c - (a+b_2+1)x\right]u_x - ayu_y + azu_z - ab_2 u = 0, \\ yu_{yy} - 2zu_{yz} + xu_x + (1-b_1+y)u_y - zu_z + b_2 u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2 u_{yy} - xu_{xz} - y(1+4z)u_{yz} - 2b_1 yu_y + \left[1-b_2+(4b_1+6)z\right]u_z + b_1(b_1+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{293}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{293}\left(1-c+a, b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{294}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b_1)_{2p-n} (b_2)_{m+n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x - yu_y + zu_z - b_2 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} + xyu_{xy} - (y+2)zu_{yz} + axu_x + \left[1-b_1+(a+b_2+1)y\right]u_y - azu_z + ab_2 u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2 u_{yy} - xu_{xz} - y(1+4z)u_{yz} - 2b_1 yu_y + \left[1-b_2+(4b_1+6)z\right]u_z + b_1(b_1+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{294}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{294}\left(a, b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{295}\left(a, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2p-n} (b)_{m+n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x - yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - 2zu_{yz} + xu_x + (1-a+y)u_y - zu_z + bu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2 u_{yy} - xu_{xz} - y(1+4z)u_{yz} - 2ayu_y + \left[1-b+(4a+6)z\right]u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{295}\left(a, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{295}\left(a, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{296}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b_1)_{2p-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+(c-x)u_x-yu_y-au=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-xzu_{xz}-(y+2)zu_{yz}+b_2xu_x+\left[1-b_1+\left(a+b_2+1\right)y\right]u_y-azu_z+ab_2u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-y(1+4z)u_{yz}-2b_1yu_y+\left[1-b_2+\left(4b_1+6\right)z\right]u_z+b_1\left(b_1+1\right)u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{296}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{296}\left(1-c+a,b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{297}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n}(b_1)_{2p-n}(b_2)_{m-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-x)u_{xx}-xyu_{xy}+xzu_{xz}+yzu_{yz}+\left[c-\left(a+b_2+1\right)x\right]u_x-b_2yu_y+azu_z-ab_2u=0,\\ yu_{yy}-2zu_{yz}+xu_x+\left(1-b_1+y\right)u_y+au=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-xzu_{xz}-4yzu_{yz}-2b_1yu_y+\left[1-b_2+\left(4b_1+6\right)z\right]u_z+b_1\left(b_1+1\right)u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{297}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{297}\left(1-c+a,b_1,1-c+b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{298}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+p}(b_1)_{2m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}-z^2u_{zz}+4xzu_{xz}+\left[c-\left(4b_1+6\right)x\right]u_x+2b_1zu_z-b_1\left(b_1+1\right)u=0,\\ yu_{yy}-zu_{yz}+\left(1-b_2+y\right)u_y+zu_z+au=0,\\ z(1+z)u_{zz}-y^2u_{yy}-2xu_{xz}-\left(a-b_2+1\right)yu_y+\left[1-b_1+\left(a+b_2+1\right)z\right]u_z+ab_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{298}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{298}\left(a,2-2c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{299}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n}(b_1)_{2m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1-4x)u_{xx}-y^2u_{xx}-z^2u_{zz}-4xyu_{xy}+4xzu_{xz}\\ \qquad+2yzu_{yz}+\left[c-\left(4b_1+6\right)x\right]u_x-2\left(b_1+1\right)yu_y+2b_1zu_z-b_1\left(b_1+1\right)u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+2xyu_{xy}-(1+y)zu_{yz}+2axu_x+\left[1-b_2+\left(1+a+b_1\right)y\right]u_y-azu_z+ab_1u=0,\\ zu_{zz}-2xu_{xz}-yu_{yz}-yu_y+(1-b_1+z)u_z+b_2u=0;\end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{299}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{299}\left(a,2-2c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{300}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{p}(b_1)_{2m+n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{xx} - z^2u_{zz} - 4xyu_{xy} + 4xzu_{xz} \\ \qquad + 2yzu_{yz} + \left[c - (4b_1+6)\,x\right]u_x - 2\,(b_1+1)\,yu_y + 2b_1zu_z - b_1\,(b_1+1)\,u = 0, \\ yu_{yy} - zu_{yz} + 2xu_x + (1-b_2+y)\,u_y - zu_z + b_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - 2xzu_{xz} - y(1+z)u_{yz} - ayu_y + \left[1-b_1+(1+a+b_2)\,z\right]u_z + ab_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{300}\,(a, b_1, b_2; c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{300}\,(a, 2-2c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{301}\,(a, b_1, b_2; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p(b_1)_{m+2n-p}(b_2)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + 2y^2u_{yy} - xyu_{xy} + xzu_{xz} - yzu_{yz} \\ \qquad + \left[c-(b_1+b_2+1)\,x\right]u_x + (b_1-2b_2+2)\,yu_y + b_2zu_z - b_1b_2u = 0, \\ y(1+4y)u_{yy} + x^2u_{xx} + z^2u_{zz} - x(1-4y)u_{xy} - 2xzu_{xz} \\ \qquad -4yzu_{yz} + 2\,(b_1+1)\,xu_x + \left[1-b_2+(4b_1+6)\,y\right]u_y - 2b_1zu_z + b_1\,(b_1+1)\,u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - 2yu_{yz} + (1-b_1+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{301}\,(a, b_1, b_2; c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{301}\,(a, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{302}\,(a, b; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+2n-p}(b)_{m-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + 2y^2u_{yy} - xyu_{xy} + xzu_{xz} \\ \qquad -yzu_{yz} + \left[c-(a+b+1)\,x\right]u_x + (a-2b+2)\,yu_y + bzu_z - abu = 0, \\ y(1+4y)u_{yy} + x^2u_{xx} + z^2u_{zz} - x(1-4y)u_{xy} - 2xzu_{xz} \\ \qquad -4yzu_{yz} + 2\,(a+1)\,xu_x + \left[1-b+(4a+6)\,y\right]u_y - 2azu_z + a\,(a+1)\,u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - 2yu_{yz} + (1-a)\,u_z + u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{302}\,(a, b; c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{302}\,(1-c+a, 1-c+b; 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{303}\,(a, b_1, b_2; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_m(b_1)_{m+2n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - 2xyu_{xy} + xzu_{xz} + \left[c-(a+b_1+1)\,x\right]u_x - 2ayu_y + azu_z - ab_1u = 0, \\ y(1+4y)u_{yy} + x^2u_{xx} + z^2u_{zz} + 4xyu_{xy} - 2xzu_{xz} \\ \qquad -(1+4y)zu_{yz} + 2\,(b_1+1)\,xu_x + \left[1-b_2+(4b_1+6)\,y\right]u_y - 2b_1zu_z + b_1\,(b_1+1)\,u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - 2yu_{yz} - yu_y + (1-b_1+z)u_z + b_2u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{303}\,(a, b_1, b_2; c; x, y, z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{303}\,(1-c+a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z)\,;$

$$\mathrm{E}_{304}\,(a, b_1, b_2; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_p(b_1)_{m+2n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x-2yu_y+zu_z-b_1u=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}+z^2u_{zz}+4xyu_{xy}-2xzu_{xz}\\ \quad -(1+4y)zu_{yz}+2\left(b_1+1\right)xu_x+\left[1-b_2+\left(4b_1+6\right)y\right]u_y-2b_1zu_z+b_1\left(b_1+1\right)u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xu_{xz}-y(2+z)u_{yz}-ayu_y+\left[1-b_1+\left(a+b_2+1\right)z\right]u_z+ab_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{304}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{304}\left(a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{305}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+2n-p}(b)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x-2yu_y+zu_z-au=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}+z^2u_{zz}+4xyu_{xy}-2xzu_{xz}\\ \quad -(1+4y)zu_{yz}+2\left(a+1\right)xu_x+\left[1-b+\left(4a+6\right)y\right]u_y-2azu_z+a\left(a+1\right)u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-2yu_{yz}-yu_y+\left(1-a+z\right)u_z+bu=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{305}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{305}\left(1-c+a,b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{306}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+2n}(b_1)_{m-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}-2xyu_{xy}+xzu_{xz}+2yzu_{yz}+\left[c-\left(a+b_1+1\right)x\right]u_x-2b_1yu_y+azu_z-ab_1u=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}+4xyu_{xy}-zu_{yz}+2(a+1)xu_x+\left[1-b_2+(4a+6)y\right]u_y+a(a+1)u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_y+(1-b_1+z)u_z+b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{306}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{306}\left(1-c+a,1-c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{307}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n}(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-y^2u_{yy}-4xyu_{xy}+\left[c-(4a+6)x\right]u_x-2(a+1)yu_y-a(a+1)u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+2xyu_{xy}-2xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}+2b_1xu_x+\left[1-b_2+\left(a+b_1+1\right)y\right]u_y-azu_z+ab_1u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}-yu_y+(1-b_1+z)u_z+b_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{307}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{307}\left(2-2c+a,b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{308}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+2p}(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x+yu_y-b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-2z^2u_{zz}-xu_{xy}+yzu_{yz}+\left[1-b_1+\left(a+b_2+1\right)y\right]u_y-(a-2b_2+2)zu_z+ab_2u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-y(1-4z)u_{yz}+2(a+1)yu_y+\left[1-b_2+(4a+6)z\right]u_z+a(a+1)u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{308}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{308}\left(a, 1-c+b_1, b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{309}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b_1)_{m-n}(b_2)_{m-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} - yzu_{yz} + \left[c - \left(b_1 + b_2 + 1\right)x\right]u_x + b_2yu_y + b_1zu_z - b_1b_2u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1 - b_1 + y)u_y + 2zu_z + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + 4yzu_{yz} + 2(a+1)yu_y + \left[1 - b_2 + (4a+6)z\right]u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{309}\left(a, b_1, b_2; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{309}\left(a, 1-c+b_1, 1-c+b_2; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{310}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_m(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} + \left[c - \left(a_2 + b + 1\right)x\right]u_x + a_2yu_y + a_2zu_z - a_2bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1 - b + y)u_y + 2zu_z + a_1u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + y(1+4z)u_{yz} + 2(a_1+1)yu_y + \left[1 - b + (4a_1+6)z\right]u_z + a_1\left(a_1+1\right)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{310}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{310}\left(a_1, 1-c+a_2, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{311}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{n+2p}(a_2)_n(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - xu_{xy} + (1+2y)zu_{yz} + (1 - b + y(a_1 + a_2 + 1))u_y + 2a_2zu_z + a_1a_2u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + y(1+4z)u_{yz} + 2(a_1+1)yu_y + \left[1 - b + \left(4a_1 + 6\right)z\right]u_z + a_1(a_1+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{311}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{311}\left(a_1, a_2, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{312}\left(a, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{n+2p}(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + (c-x)u_x + yu_y + zu_z - bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1 - b + y)u_y + 2zu_z + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - xu_{xz} + y(1+4z)u_{yz} + 2(a+1)yu_y + \left[1 - b + \left(4a + 6\right)z\right]u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{312}\left(a, b; c; x, y, z\right),$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{312}\left(a, 1-c+b; 2-c; x, y, z\right);$

$$\mathrm{E}_{313}\left(a_1, a_2, b; c; x, y, z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+2n}(a_2)_p(b)_{m-n-p}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+2y^2u_{yy}+2yzu_{yz}-xyu_{xy}+xzu_{xz} \\ \qquad +\left[c-(a_1+b+1)x\right]u_x+(a_1-2b+2)yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}-x(1-4y)u_{xy}+zu_{yz} \\ \qquad +2\left(a_1+1\right)xu_x+\left[1-b+\left(4a_1+6\right)y\right]u_y+a_1\left(a_1+1\right)u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_{yz}+(1-b+z)u_z+a_2u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{313}\left(a_1,a_2,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{313}\left(1-c+a_1,a_2,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{314}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+2n}(b)_{m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+2y^2u_{yy}-xyu_{xy}+2yzu_{yz} \\ \qquad +xzu_{xz}+\left[c-\left(a_1+b+1\right)x\right]u_x+\left(a_1-2b+2\right)yu_y+a_1zu_z-a_1bu=0, \\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}-x(1-4y)u_{xy} \\ \qquad +zu_{yz}+2\left(a_1+1\right)xu_x+\left[1-b+\left(4a_1+6\right)y\right]u_y+a_1\left(a_1+1\right)u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{314}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{314}\left(1-c+a,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{315}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+2n-p}(b)_{m+p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+2y^2u_{yy}+z^2u_{zz}-xyu_{xy} \\ \qquad -3yzu_{yz}+\left[c-\left(a+b+1\right)x\right]u_x+\left(a-2b+2\right)yu_y+\left(b-a+1\right)zu_z-abu=0, \\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}+z^2u_{zz}-x(1-4y)u_{xy} \\ \qquad -(1+4y)zu_{yz}-2xzu_{xz}+2\left(a+1\right)xu_x+\left[1-b+\left(4a+6\right)y\right]u_y-2azu_z+a\left(a+1\right)u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}-2yu_{yz}+xu_x-yu_y+(1-a+z)u_z+bu=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{315}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{315}\left(1-c+a,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{316}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+n+2p}(b)_{m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}+y^2u_{yy}+2z^2u_{zz} \\ \qquad -xzu_{xz}+3yzu_{yz}+\left[c-\left(a+b+1\right)x\right]u_x+\left(a-b+1\right)yu_y+\left(a-2b+2\right)zu_z-abu=0, \\ yu_{yy}-xu_{xy}+zu_{yz}+xu_x+(1-b+y)u_y+2zu_z+au=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}+2xyu_{xy}-x(1-4z)u_{xz} \\ \qquad +y(1+4z)u_{yz}+2(a+1)xu_x+2(a+1)yu_y+\left[1-b+(4a+6)z\right]u_z+a(a+1)u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{316}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{316}\left(1-c+a,1-c+b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{317}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_p(b_1)_{2m-n}(b_2)_{2n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-y^2u_{yy}+4xyu_{xy}+\left[c-\left(4b_1+6\right)x\right]u_x+2b_1yu_y-b_1(b_1+1)u=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+z^2u_{zz}-2xu_{xy}-4yzu_{yz}+\left[1-b_1+\left(4b_2+6\right)y\right]u_y-2b_2zu_z+b_2\left(b_2+1\right)u=0,\\ zu_{zz}-2yu_{yz}+(1-b_2+z)u_z+au=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{317}\left(a,b_1,b_2;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{317}\left(a,2-2c+b_1,b_2;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{318}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m-n}(b)_{2n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-y^2u_{yy}+4xyu_{xy}+\left[c-\left(4a+6\right)x\right]u_x+2ayu_y-a(a+1)u=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+z^2u_{zz}-2xu_{xy}-4yzu_{yz}+\left[1-a+\left(4b+6\right)y\right]u_y-2bzu_z+b\left(b+1\right)u=0,\\ zu_{zz}-2yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{318}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{318}\left(2-2c+a,b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{319}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{m+2n-p}(b)_{2p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+(c-x)u_x-2yu_y+zu_z-au=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}+z^2u_{zz}+4xyu_{xy}\\ \qquad -2xzu_{xz}-2(1+2y)zu_{yz}+2\left(a+1\right)xu_x+\left[1-b+\left(4a+6\right)y\right]u_y-2azu_z+a(a+1)u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-xu_{xz}-2y(1+2z)u_{yz}-2byu_y+\left[1-a+\left(4b+6\right)z\right]u_z+b(b+1)u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{319}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{319}\left(1-c+a,b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{320}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{2m+n-p}(b)_{2p-n}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx}-y^2u_{yy}-z^2u_{zz}\\ \qquad -4xyu_{xy}+4xzu_{xz}+2yzu_{yz}+\left[c-\left(4a+6\right)x\right]u_x-2\left(a+1\right)yu_y+2azu_z-a\left(a+1\right)u=0,\\ yu_{yy}-2zu_{yz}+2xu_x+\left(1-b+y\right)u_y-zu_z+au=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-2xu_{xz}-y(1+4z)u_{yz}-2byu_y+\left[1-a+\left(4b+6\right)z\right])u_z+b(b+1)u=0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1=\mathrm{E}_{320}\left(a,b;c;x,y,z\right),$

$u_2=x^{1-c}\mathrm{E}_{320}\left(2-2c+a,b;2-c;x,y,z\right);$

$$\mathrm{E}_{321}\left(a,b;c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}\frac{(a)_{n+2p}(b)_{2m-n-p}}{(c)_m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - y^2u_{yy} - z^2u_{zz} + 4xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + [c-(4b+6)\,x]\,u_x + 2byu_y + 2bzu_z - b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} - 2xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b+y)u_y + 2zu_z + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + y^2u_{yy} - 2xu_{xz} + y(4z+1)u_{yz} + 2(a+1)yu_y + [1-b+(4a+6)z]\,u_z + a(a+1)u = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{321}\,(a,b;c;x,y,z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{321}\,(a,2-2c+b;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{322}\,(a,b;c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_{2m+2n-p}(b)_{p-n}}{(c)_m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1-4x)u_{xx} - 4y^2u_{yy} - z^2u_{zz} - 8xyu_{xy} \\ \qquad + 4xzu_{xz} + 4yzu_{yz} + [c-(4a+6)\,x]\,u_x - (4a+6)yu_y + 2azu_z - a(a+1)u = 0, \\ y(1+4y)u_{yy} + 4x^2u_{xx} + z^2u_{zz} + 8xyu_{xy} - 4xzu_{xz} \\ \qquad - (1+4y)zu_{xy} + (4a+6)xu_x + [1-b+(4a+6)y]\,u_y - 2azu_z + a(a+1)u = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - 2yu_{yz} - yu_y + (1-a+z)u_z + bu = 0; \end{cases}$$

частные решения в окрестности начала координат:

$u_1 = \mathrm{E}_{322}\,(a,b;c;x,y,z)\,,$

$u_2 = x^{1-c}\mathrm{E}_{322}\,(2-2c+a,b;2-c;x,y,z)\,;$

$$\mathrm{E}_{323}\,(a_1,a_2,b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{p-m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - xyu_{xy} - zu_{xz} + [1-b_3+(a_1+b_1+1)\,x]\,u_x - a_1yu_y + a_1b_1u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - xu_{xy} - yzu_{yz} + [1-b_1+(a_2+b_2+1)\,y]\,u_y - a_2zu_z + a_2b_2u = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} - xu_x + (1-b_2+z)u_z + b_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{324}\,(a,b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_m(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{p-m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - xyu_{xy} - zu_{xz} + [1-b_3+(a+b_1+1)\,x]\,u_x - ayu_y + ab_1u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-b_1+y)\,u_y - zu_z + b_2u = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} - xu_x + (1-b_2+z)u_z + b_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{325}\,(b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{p-m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} - zu_{xz} + (1-b_3+x)\,u_x - yu_y + b_1u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-b_1+y)\,u_y - zu_z + b_2u = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} - xu_x + (1-b_2+z)u_z + b_3u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{326}\,(a_1,a_2,b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_m(a_2)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{n-m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - (x+1)yu_{xy} + [1-b_3+(a_1+b_1+1)\,x]\,u_x - a_1yu_y + a_1b_1u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(y+1)u_{xy} + xzu_{xz} - yzu_{yz} - b_2xu_x + [1-b_1+(b_2+b_3+1)\,y]\,u_y - b_3zu_z + b_2b_3u = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} + (1-b_2+z)u_z + a_2u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{327}\,(a_1,a_2,b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_p(a_2)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{n-m} \frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}-yu_{xy}+(1-b_3+x)u_x-yu_y+b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-x(1+y)u_{xy}-yzu_{yz}+xzu_{xz}-b_2xu_x+\left[1-b_1+(b_2+b_3+1)\,y\right]u_y-b_3zu_z+b_2b_3u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-yu_{yz}+\left[1-b_2+(a_1+a_2+1)\,z\right]u_z+a_1a_2u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{328}\left(a,b_1,b_2,b_3;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_m(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{n-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}-(x+1)yu_{xy}+\left[1-b_3+(a+b_1+1)\,x\right]u_x-ayu_y+ab_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-x(y+1)u_{xy}-yzu_{yz}+xzu_{xz}-b_2xu_x+\left[1-b_1+(b_2+b_3+1)\,y\right]u_y-b_3zu_z+b_2b_3u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+(1-b_2)u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{329}\left(a,b_1,b_2,b_3;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_p(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{n-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}-yu_{xy}+(1-b_3+x)u_x-yu_y+b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-x(y+1)u_{xy}-yzu_{yz}+xzu_{xz}-b_2xu_x+\left[1-b_1+(b_2+b_3+1)\,y\right]u_y-b_3zu_z+b_2b_3u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+(1-b_2+z)\,u_z+au=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{330}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m-n}(b)_{n-p}(c)_{n-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}-yu_{xy}+(1-c+x)u_x-yu_y+au=0,\\ y(1+y)u_{yy}-x(y+1)u_{xy}-yzu_{yz}+xzu_{xz}-bxu_x+\left[1-a+(b+c+1)\,y\right]u_y-czu_z+bcu=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}+(1-b)u_z+u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{331}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_n(b_1)_{p-m-n}(b_2)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}+yu_{xy}-(1+x)zu_{xz}+\left[1-b_1+(a_1+b_2+1)\,x\right]u_x-a_1zu_z+a_1b_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xu_{xy}-zu_{yz}+\left[1-b_1+(a_2+a_3+1)\,y\right]u_y+a_2a_3u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-xu_x-yu_y+(1-b_2+z)\,u_z+b_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{332}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_n(a_2)_n(a_3)_p(b_1)_{p-m-n}(b_2)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}-zu_{xz}+(1-b_1+x)u_x-zu_z+b_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+xu_{xy}-zu_{yz}+\left[1-b_1+(a_1+a_2+1)\,y\right]u_y+a_1a_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-x(1+z)u_{xz}-yzu_{yz}-a_3xu_x-a_3yu_y+\left[1-b_2+(a_3+b_1+1)\,z\right]u_z+a_3b_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{333}\left(a_1,a_2,a_3,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_m(a_2)_n(a_3)_p(b_1)_{p-m-n}(b_2)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}+yu_{xy}-(1+x)zu_{xz}+\left[1-b_1+(a_1+b_2+1)\,x\right]u_x-a_1zu_z+a_1b_2u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-zu_{yz}+(1-b_1+y)u_y+a_2u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-x(1+z)u_{xz}-yzu_{yz}-a_3xu_x-a_3yu_y+\left[1-b_2+(a_3+b_1+1)\,z\right]u_z+a_3b_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{334}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{p-m-n}(b_2)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}+yu_{xy}-(1+x)zu_{xz}+\left[1-b_1+(a_1+b_2+1)\,x\right]u_x-a_1zu_z+a_1b_2u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-zu_{yz}+(1-b_1+y)u_y+a_2u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-xu_x-yu_y+(1-b_2+z)\,u_z+b_1u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{335}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_n(a_2)_n(b_1)_{p-m-n}(b_2)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - zu_{xz} + (1 - b_1 + x)u_x - zu_z + b_2 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + \left[1 - b_1 + (a_1 + a_2 + 1)\, y\right] u_y + a_1 a_2 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - xu_x - yu_y + (1 - b_2 + z)\, u_z + b_1 u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{336}\,(a_1, a_2, b_1, b_2; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_n (a_2)_p (b_1)_{p-m-n} (b_2)_{m-p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - zu_{xz} + (1 - b_1 + x)u_x - zu_z + b_2 u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + (1 - b_1 + y)u_y + a_1 u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - x(1+z)u_{xz} - yzu_{yz} - a_2 xu_x - a_2 yu_y + \left[1 - b_2 + (a_2 + b_1 + 1)\, z\right] u_z + a_2 b_1 u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{337}\,(a, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_m (b)_{p-m-n} (c)_{m-p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} + yu_{xy} - (1+x)zu_{xz} + \left[1 - b + (a + c + 1)\, x\right] u_x - azu_z + acu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + (1 - b)u_y + u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - xu_x - yu_y + (1 - c + z)\, u_z + bu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{338}\,(a, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_{p-m-n} (c)_{m-p}}{m! n! p!} x^m y^n z^p,$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - zu_{xz} + (1 - b + x)u_x - zu_z + cu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + (1 - b + y)u_y + au = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - xu_x - yu_y + (1 - c + z)u_z + bu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{339}\,(a, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_p (b)_{p-m-n} (c)_{m-p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - zu_{xz} + (1 - b + x)u_x - zu_z + cu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + (1 - b)u_y + u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - x(1+z)u_{xz} - yzu_{yz} - axu_x - ayu_y + \left[1 - c + (a + b + 1)\, z\right] u_z + abu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{340}\,(a, b; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{p-m-n} (b)_{m-p} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - zu_{xz} + (1 - a + x)u_x - zu_z + bu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + (1 - a)u_y + u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - xu_x - yu_y + (1 - b + z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{341}\,(a, b_1, b_2, b_3; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_p (b_1)_{m+n-p} (b_2)_{m-n} (b_3)_{n-m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - yu_{xy} - xzu_{xz} + yzu_{yz} \\ \qquad + \left[1 - b_3 + (b_1 + b_2 + 1)\, x\right] u_x + (b_2 - b_1 - 1)\, yu_y - b_2 zu_z + b_1 b_2 u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x^2 u_{xx} - xu_{xy} - yzu_{yz} + xzu_{xz} \\ \qquad + (b_3 - b_1 - 1)xu_x + (1 - b_2 + y(b_1 + b_3 + 1))u_y - b_3 zu_z + b_1 b_3 u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + (1 - b_1 + z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{342}\,(a, b, c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m+n-p} (b)_{m-n} (c)_{n-m} \frac{x^m}{m!} \frac{y^n}{n!} \frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2 u_{yy} - yu_{xy} - xzu_{xz} \\ \qquad + yzu_{yz} + \left[1 - c + (a + b + 1)\, x\right] u_x + (b - a - 1)\, yu_y - bzu_z + abu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x^2 u_{xx} - xu_{xy} + xzu_{xz} \\ \qquad - yzu_{yz} - (a - c + 1)xu_x + \left[1 - b + (a + c + 1)\, y\right] u_y - czu_z + acu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} + (1 - a)u_z + u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{343}\left(a, b_1, b_2, b_3; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_n(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{m-n}(b_3)_{p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}-y^2u_{yy}-(x+1)zu_{xz} \\ \qquad +yzu_{yz}+\left[1-b_3+(b_1+b_2+1)\,x\right]u_x+(b_2-b_1-1)yu_y-b_2zu_z+b_1b_2u=0, \\ y(1+y)u_{yy}-x(1-y)u_{xy}-yzu_{yz}+axu_x+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y-azu_z+ab_1u=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}-xu_x+(1-b_1+z)u_z+b_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{344}\left(a, b_1, b_2, b_3; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_p(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{m-n}(b_3)_{p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}-y^2u_{yy}-(x+1)zu_{xz} \\ \qquad +yzu_{yz}+\left[1-b_3+(b_1+b_2+1)\,x\right]u_x+(b_2-b_1-1)yu_y-b_2zu_z+b_1b_2u=0, \\ yu_{yy}-xu_{xy}+xu_x+(1-b_2+y)u_y-zu_z+b_1u=0, \\ z(1+z)u_{zz}-x(1+z)u_{xz}-yu_{yz}-axu_x+\left[1-b_1+(a+b_3+1)\,z\right]u_z+ab_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{345}\left(a, b, c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m+n-p}(b)_{m-n}(c)_{p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}-y^2u_{yy} \\ \qquad -(x+1)zu_{xz}+yzu_{yz}+\left[1-c+(a+b+1)\,x\right]u_x+(b-a-1)yu_y-bzu_z+abu=0, \\ yu_{yy}-xu_{xy}+xu_x+(1-b+y)u_y-zu_z+au=0, \\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}-xu_x+(1-a+z)u_z+cu=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{346}\left(a, b_1, b_2, b_3; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_m(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-m}(b_3)_{p-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}+xyu_{xy}-(1+x)zu_{xz}+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,x\right]u_x+ayu_y-azu_z+ab_1u=0; \\ yu_{yy}-zu_{yz}+xu_x+(1-b_3+y)u_y-zu_z+b_1u=0, \\ z(1+z)u_{zz}+xyu_{xy} \\ \qquad -x(1+z)u_{xz}-y(1+z)u_{yz}-b_3xu_x-b_2yu_y+\left[1-b_1+(b_2+b_3+1)\,z\right]u_z+b_2b_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{347}\left(a, b, c; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m+n-p}(b)_{p-m}(c)_{p-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}-zu_{xz}+(1-b+x)u_x+yu_y-zu_z+au=0, \\ yu_{yy}-zu_{yz}+xu_x+(1-c+y)u_y-zu_z+au=0, \\ z(1+z)u_{zz}+xyu_{xy}-x(1+z)u_{xz}-y(1+z)u_{yz}-cxu_x-byu_y+\left[1-a+(b+c+1)\,z\right]u_z+bcu=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{348}\left(a, b_1, b_2, b_3; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m+n}(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-n}(b_3)_{p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}-zu_{xz}+(1-b_3+x)u_x+yu_y+au=0, \\ y(1+y)u_{yy}+xyu_{xy}-xzu_{xz}-(y+1)zu_{yz}+b_1xu_x+\left[1-b_2+(a+b_1+1)\,y\right]u_y-azu_z+ab_1u=0, \\ z(1+z)u_{zz}+xyu_{xy}-xzu_{xz}-y(1+z)u_{yz}-b_2xu_x-b_3yu_y+\left[1-b_1+(b_2+b_3+1)\,z\right]u_z+b_2b_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{349}\left(a, b_1, b_2, b_3; x, y, z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m+n}(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}-y^2u_{yy}-zu_{xz}+\left[1-b_3+(a+b_1+1)\,x\right]u_x-(a-b_1+1)\,yu_y+ab_1u=0, \\ y(1+y)u_{yy}-x(1-y)u_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}+b_2xu_x+\left[1-b_1+(a+b_2+1)\,y\right]u_y-azu_z+ab_2u=0, \\ zu_{zz}-yu_{yz}-xu_x+(1-b_2+z)u_z+b_3u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{350}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1+x)u_{xx}+(1+x)yu_{xy}-(1+x)zu_{xz}+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,x\right]u_x+a_1yu_y-a_1zu_z+a_1b_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+x(1+y)u_{xy}-(1+y)zu_{yz}+a_2xu_x+\left[1-b_2+(a_2+b_1+1)\,y\right]u_y-a_2zu_z+a_2b_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}-xu_x-yu_y+(1-b_1+z)u_z+b_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{351}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_m(a_2)_p(b_1)_{m+n-p}(b_2)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1+x)u_{xx}+(1+x)yu_{xy}-(1+x)zu_{xz}+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,x\right]u_x+a_1yu_y-a_1zu_z+a_1b_1u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-zu_{yz}+xu_x+\left(1-b_2+y\right)u_y-zu_z+b_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-x(1+z)u_{xz}-y(1+z)u_{yz}-a_2xu_x-a_2yu_y+\left[1-b_1+(a_2+b_2+1)\,z\right]u_z+a_2b_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{352}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_m(b)_{m+n-p}(c)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1+x)u_{xx}+(1+x)yu_{xy}-(1+x)zu_{xz}+\left[1-c+(a+b+1)\,x\right]u_x+ayu_y-azu_z+abu=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-zu_{yz}+xu_x+\left(1-c+y\right)u_y-zu_z+bu=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}-yu_{yz}-xu_x-yu_y+(1-b+z)u_z+cu=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{353}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_{m+n}(a_2)_m(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1+x)u_{xx}+(1+x)yu_{xy}-zu_{xz}+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,x\right]u_x+a_2yu_y+a_1a_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+x(1+y)u_{xy}\\ \qquad -xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}+b_1xu_x+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z+a_1b_1u=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}-xu_x-yu_y+(1-b_1+z)u_z+b_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{354}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b_1)_{n-p}(b_2)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}-zu_{xz}+(1-b_2+x)u_x+yu_y+a_1u=0,\\ y(1+y)u_{yy}+x(1+y)u_{xy}\\ \qquad -xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}+b_1xu_x+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,y\right]u_y-a_1zu_z+a_1b_1u=0,\\ z(1+z)u_{zz}-xzu_{xz}-y(1+z)u_{yz}-a_2xu_x-a_2yu_y+\left[1-b_1+(a_2+b_2+1)\,z\right]u_z+a_2b_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{355}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m+n}(b)_{n-p}(c)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}xu_{xx}+yu_{xy}-zu_{xz}+(1-c+x)u_x+yu_y+au=0,\\ y(1+y)u_{yy}+x(1+y)u_{xy}-xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}+bxu_x+\left[1-c+(a+b+1)y\right]u_y-azu_z+abu=0,\\ zu_{zz}-yu_{yz}-xu_x-yu_y+(1-b+z)u_z+cu=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{356}\left(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_{m+n}(a_2)_p(b_1)_{n-m}(b_2)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases}x(1+x)u_{xx}-y^2u_{yy},-yu_{xy}\\ \qquad -xzu_{xz}-yzu_{yz}+\left[1-b_1+(1+a_1+b_2)\,x\right]u_x-\left(a_1-b_2+1\right)yu_y-a_1zu_z+a_1b_2u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-x^2u_{xx}-xu_{xy}+zu_{yz}-\left(a_1-b_1+1\right)xu_x+\left[1-b_2+(a_1+b_1+1)\,y\right]u_y+a_1b_1u=0,\\ zu_{zz}-xu_{xz}+yu_{yz}+(1-b_2+z)u_z+a_2u=0;\end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{357}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m+n}(b)_{n-m}(c)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2u_{yy} - yu_{xy} \\ \quad - xzu_{xz} - yzu_{yz} + [1-b+(1+a+c)\,x]\,u_x - (a-c+1)\,yu_y - azu_z + acu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x^2u_{xx} - xu_{xy} + zu_{yz} - (a-b+1)\,xu_x + [1-c+(a+b+1)\,y]\,u_y + abu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} + (1-c)u_z + u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{358}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_{m+n}(a_2)_n(b_1)_{p-m}(b_2)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2u_{yy} - (x+1)zu_{xz} \\ \quad - yzu_{yz} + [1-b_1+(1+a_1+b_2)\,x]\,u_x - (a_1-b_2+1)\,yu_y - a_1zu_z + a_1b_2u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x(1-y)u_{xy} + zu_{yz} + a_2xu_x + [1-b_2+(a_1+a_2+1)\,y]\,u_y + a_1a_2u = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} + yu_{yz} - xu_x + (1-b_2+z)u_z + b_1u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{359}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_{m+n}(a_2)_p(b_1)_{p-m}(b_2)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2u_{yy} - (x+1)zu_{xz} \\ \quad - yzu_{yz} + [1-b_1+(1+a_1+b_2)\,x]\,u_x - (a_1-b_2+1)\,yu_y - a_1zu_z + a_1b_2u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + xu_x + (1-b_2+y)u_y + a_1u = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - x(1+z)u_{xz} + yu_{yz} - a_2xu_x + [1-b_2+(a_2+b_1+1)\,z]\,u_z + a_2b_1u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{360}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m+n-p}(b)_{n+p-m}(c)_{m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2u_{yy} - yu_{xy} - (1+x)zu_{xz} \\ \quad + yzu_{yz} + [1-b+(1+a+c)\,x]\,u_x + (c-a-1)\,yu_y - czu_z + acu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - x^2u_{xx} - z^2u_{zz} - xu_{xy} \\ \quad + 2xzu_{xz} - (a-b+1)\,xu_x + [1-c+(a+b+1)\,y]\,u_y - (b-a+1)\,zu_z + abu = 0, \\ zu_{zz} - xu_{xz} - yu_{yz} - xu_x + yu_y + (1-a+z)u_z + bu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{361}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{n+p}(b)_{m+n-p}(c)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - zu_{xz} + (1-c+x)\,u_x + yu_y - zu_z + bu = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - z^2u_{zz} + x(1+y)u_{xy} \\ \quad + xzu_{xz} - zu_{yz} + axu_x + [1-c+(a+b+1)\,y]\,u_y - (a-b+1)zu_z + abu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - y^2u_{yy} - xyu_{xy} \\ \quad - x(1+z)u_{xz} - yu_{yz} - axu_x - (a-c+1)\,yu_y + [1-b+(a+c+1)\,z]\,u_z + acu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{362}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{n+p}(b)_{p-m-n}(c)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - zu_{xz} + (1-b+x)u_x - zu_z + cu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + (1-b+y)u_y + zu_z + au = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - y^2u_{yy} - xyu_{xy} - x(1+z)u_{xz} \\ \quad -axu_x - (a-b+1)\,yu_y + [1-c+(a+b+1)\,z]\,u_z + abu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{363}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m+n+p}(b)_{m-p}(c)_{p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - z^2u_{zz} + (1+x)yu_{xy} \\ \qquad - yzu_{yz} - zu_{xz} + [1-c+(a+b+1)\,x]\,u_x + byu_y - (a-b+1)\,zu_z + abu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + xu_x + (1-c+y)u_y + zu_z + au = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - x^2u_{xx} - y^2u_{yy} - 2xyu_{xy} \\ \qquad - xu_{xz} - (a-c+1)xu_x - (a-c+1)yu_y + [1-b+(a+c+1)z]\,u_z + acu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{364}\,(a,b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_n(b_1)_{m-n}(b_2)_{m-p}(b_3)_{2p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - xyu_{xy} + yzu_{yz} - (2+x)zu_{xz} + [1-b_3+(b_1+b_2+1)\,x]\,u_x - b_2yu_y - b_1zu_z + b_1b_2u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-b_1+y)u_y + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - x(1+4z)u_{xz} - 2b_3xu_x + [1-b_2+(4b_3+6)\,z]\,u_z - b_3(1+b_3)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{365}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m-n}(b)_{m-p}(c)_{2p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - xyu_{xy} - (2+x)zu_{xz} + yzu_{yz} + [1-c+(a+b+1)\,x]\,u_x - byu_y - azu_z + abu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-a)u_y + u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - x(1+4z)u_{xz} - 2cxu_x + [1-b+(4c+6)\,z]\,u_z + c\,(1+c)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{366}\,(a,b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_m(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{2p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - xyu_{xy} - 2zu_{xz} + [1-b_3+(a+b_1+1)\,x]\,u_x - ayu_y + ab_1u = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-b_1+y)u_y - zu_z + b_2u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - yu_{yz} - 4xzu_{xz} - 2b_3xu_x + [1-b_2+(4b_3+6)\,z]\,u_z + b_3\,(1+b_3)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{367}\,(a,b_1,b_2,b_3;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_n(b_1)_{m-n}(b_2)_{n-p}(b_3)_{2p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} - 2zu_{xz} + (1-b_3+x)\,u_x - yu_y + b_1u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - xu_{xy} - yzu_{yz} + [1-b_1+(a+b_2+1)\,y]\,u_y - azu_z + ab_2u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - yu_{yz} - 4xzu_{xz} - 2b_3xu_x + [1-b_2+(4b_3+6)\,z]\,u_z + b_3\,(1+b_3)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{368}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m-n}(b)_{n-p}(c)_{2p-m}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} - 2zu_{xz} + (1-c+x)\,u_x - yu_y + au = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-a+y)u_y - zu_{yz} + bu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - yu_{yz} - 4xzu_{xz} - 2cxu_x + [1-b+(4c+6)\,z]\,u_z + c\,(1+c)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{369}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{m-p}(b_2)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} + yu_{xy} - (x+2)zu_{xz} + [1-b_2+(a_1+b_1+1)\,x]\,u_x - a_1zu_z + a_1b_1u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - 2zu_{yz} + (1-b_2+y)u_y + a_2u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} + y^2u_{yy} - x(1+4z)u_{xz} \\ \qquad + 2xyu_{xy} - 4yzu_{yz} - 2b_2xu_x - 2b_2yu_y + [1-b_1+(4b_2+6)\,z]\,u_z + b_2\,(1+b_2)\,u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{370}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a_1)_n(a_2)_n(b_1)_{m-p}(b_2)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}-2zu_{xz}+(1-b_2+x)\,u_x-zu_z+b_1u=0, \\ y(1+y)u_{yy}+xu_{xy}-2zu_{yz}+[1-b_2+(a_1+a_2+1)y]\,u_y+a_1a_2u=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}-x(1+4z)u_{xz} \\ \quad +2xyu_{xy}-4yzu_{yz}-2b_2xu_x-2b_2yu_y+[1-b_1+(4b_2+6)\,z]\,u_z+b_2(1+b_2)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{371}\,(a,b,c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_m(b)_{m-p}(c)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}+yu_{xy}-(x+2)zu_{xz}+[1-c+(1+a+b)\,x]\,u_x-azu_z+abu=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}-2zu_{yz}+(1-c)u_y+u=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}-x(1+4z)u_{xz} \\ \quad +2xyu_{xy}-4yzu_{yz}-2cxu_x-2cyu_y+[1-b+(4c+6)\,z]\,u_z+c(1+c)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{372}\,(a,b,c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_n(b)_{m-p}(c)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}-2zu_{xz}+(1-c+x)\,u_x-zu_z+bu=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}-2zu_{yz}+(1-c+y)u_y+au=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}-x(1+4z)u_{xz} \\ \quad +2xyu_{xy}-4yzu_{yz}-2cxu_x-2cyu_y+[1-b+(4c+6)\,z]\,u_z+c(1+c)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{373}\,(a,b;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m-p}(b)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}-2zu_{xz}+(1-b+x)\,u_x-zu_z+au=0, \\ yu_{yy}+xu_{xy}-2zu_{yz}+(1-b)u_y+u=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}-x(1+4z)u_{xz} \\ \quad +2xyu_{xy}-4yzu_{yz}-2bxu_x-2byu_y+[1-a+(4b+6)\,z]\,u_z+b(1+b)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{374}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_m(a_2)_n(b_1)_{2p-m}(b_2)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}-xyu_{xy}-(x+2)zu_{xz}+[1-b_1+(a_1+b_2+1)\,x]\,u_x-a_1yu_y-a_1zu_z+a_1b_2u=0, \\ yu_{yy}-xu_{xy}+zu_{yz}+(1-b_2+y)u_y+a_2u=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}-x(1+4z)u_{xz}+yu_{yz}-2b_1xu_x+[1-b_2+(4b_1+6)\,z]\,u_z+b_1(1+b_1)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{375}\,(a_1,a_2,b_1,b_2;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a_1)_n(a_2)_n(b_1)_{2p-m}(b_2)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}-2zu_{xz}+(1-b_1+x)\,u_x-yu_y-zu_z+b_2u=0, \\ y(1+y)u_{yy}-xu_{xy}+zu_{yz}+[1-b_2+(a_1+a_2+1)\,y]\,u_y+a_1a_2u=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}-x(1+4z)u_{xz}+yu_{yz}-2b_1xu_x+[1-b_2+(4b_1+6)\,z]\,u_z+b_1(1+b_1)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{376}\,(a,b,c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_m(b)_{2p-m}(c)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx}-xyu_{xy}-(2+x)zu_{xz}+[1-b+(1+a+c)\,x]\,u_x-ayu_y-azu_z+acu=0, \\ yu_{yy}-xu_{xy}+zu_{yz}+(1-c)u_y+u=0, \\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}-x(1+4z)u_{xz}+yu_{yz}-2bxu_x+[1-c+(4b+6)\,z]\,u_z+b(1+b)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{377}\,(a,b,c;x,y,z)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_n(b)_{2p-m}(c)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} - 2zu_{xz} + (1-b+x)\,u_x - yu_y - zu_z + cu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-c+y)u_y + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - x(1+4z)u_{xz} + yu_{yz} - 2bxu_x + [1-c+(4b+6)\,z]\,u_z + b(1+b)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{378}\,(a,b;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{2p-m}(b)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} - 2zu_{xz} + (1-a+x)\,u_x - yu_y - zu_z + bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + (1-b)u_y + u = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - x(1+4z)u_{xz} + yu_{yz} - 2axu_x + [1-b+(4a+6)\,z]\,u_z + a(1+a)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{379}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{2p-m}(b)_{m-n}(c)_{m+n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2u_{yy} - (2+x)zu_{xz} + yzu_{yz} + [1-a+(b+c+1)\,x]\,u_x + (b-c+1)\,yu_y - bzu_z + bcu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + xu_x + (1-b+y)u_y - zu_z + cu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - x(1+4z)u_{xz} - yu_{yz} - 2axu_x + [1-c+(4a+6)\,z]\,u_z + a(1+a)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{380}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{2p-m}(b)_{m-n}(c)_{n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} - 2zu_{xz} + (1-a+x)\,u_x - yu_y + bu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + (1-b+y)u_y - zu_z + cu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - 4xzu_{xz} - yu_{yz} - 2axu_x + [1-c+(4a+6)\,z]\,u_z + a(1+a)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{381}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m}(b)_{2p-m-n}(c)_{m+n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} + (1+x)yu_{xy} - (2+x)zu_{xz} + [1-b+(1+a+c)\,x]\,u_x + ayu_y - azu_z + acu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - 2zu_{yz} + xu_x + (1-b+y)u_y - zu_z + cu = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} + y^2u_{yy} + 2xyu_{xy} \\ \qquad - x(1+4z)u_{xz} - y(1+4z)u_{xz} - 2bxu_x - 2byu_y + [1-c+(4b+6)\,z]\,u_z + b(1+b)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{382}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m+n}(b)_{2p-m-n}(c)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} + (1+x)yu_{xy} - yzu_{yz} - (x+2)zu_{xz} + [1-b+(a+c+1)\,x]\,u_x + cyu_y - azu_z + acu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - 2zu_{yz} + xu_x + (1-b+y)u_y + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} + y^2u_{yy} + 2xyu_{xy} \\ \qquad - x(1+4z)u_{xz} - 4yzu_{xz} - 2bxu_x - 2byu_y + [1-c+(4b+6)\,z]\,u_z + b(1+b)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{383}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{n}(b)_{2p-m-n}(c)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx} + yu_{xy} - 2zu_{xz} + (1-b+x)u_x - zu_z + cu = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - 2zu_{yz} + (1-b+y)u_y + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} + y^2u_{yy} + 2xyu_{xy} \\ \qquad - x(1+4z)u_{xz} - 4yzu_{xz} - 2bxu_x - 2byu_y + [1-c+(4b+6)\,z]\,u_z + b(1+b)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{384}\,(a,b,c;x,y,z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} (a)_{m+n}(b)_{2p-m}(c)_{m-n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+x)u_{xx} - y^2u_{yy} \\ \qquad -(x+2)zu_{xz} - yzu_{yz} + \left[1-b+(a+c+1)\,x\right]u_x - (a-c+1)\,yu_y - azu_z + acu = 0, \\ yu_{yy} - xu_{xy} + zu_{yz} + xu_x + (1-c+y)u_y + au = 0, \\ z(1+4z)u_{zz} + x^2u_{xx} - x(1+4z)u_{xz} + yu_{xz} - 2bxu_x + \left[1-c+(4b+6)\,z\right]u_z + b(1+b)u = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{385}\left(a,b,c;x,y,z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{2m+n-p}(b)_{n-m}(c)_{p-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx} + y^2u_{yy} + z^2u_{zz} - (1-4x)yu_{xy} \\ \qquad -4xzu_{xz} - 2yzu_{yz} + \left[1-a+(4a+6)\,x\right]u_x + 2\,(a+1)\,yu_y - 2azu_z + a(a+1)u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} - 2x^2u_{xx} + xyu_{xy} + xzu_{xz} \\ \qquad -(y+1)zu_{yz} - (a-2b+2)\,xu_x + \left[1-c+(a+b+1)\,y\right]u_y - bzu_z + abu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} - yu_y + (1-a+z)u_z + cu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{386}\left(a,b,c;x,y,z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{2m+n-p}(b)_{p-m}(c)_{p-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx} + y^2u_{yy} + z^2u_{zz} + 4xyu_{xy} - (1+4x)zu_{xz} \\ \qquad -2yzu_{yz} + \left[1-b+(4a+6)\,x\right]u_x + 2\,(a+1)\,yu_y - 2azu_z + a(a+1)u = 0, \\ yu_{yy} - zu_{yz} + 2xu_x + (1-c+y)u_y - zu_z + au = 0, \\ z(1+z)u_{zz} + xyu_{xy} - x(2+z)u_{xz} - y(z+1)u_{xz} - cxu_x - byu_y + \left[1-a+(b+c+1)\,z\right]u_z + bcu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{387}\left(a,b,c;x,y,z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{n}(b)_{p-m-n}(c)_{2m+n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx} + y^2u_{yy} + z^2u_{zz} + (1+4x)yu_{xy} \\ \qquad -(1+4x)zu_{xz} - 2yzu_{yz} + \left[1-b+(4c+6)\,x\right]u_x + 2\,(1+c)\,yu_y - 2czu_z + c(c+1)u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} + x(1+2y)u_{xy} - (1+y)zu_{yz} + 2axu_x + \left[1-b+(a+c+1)\,y\right]u_y - azu_z + acu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} - xu_x - yu_y + (1-c+z)u_z + bu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{388}\left(a,b,c;x,y,z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{p}(b)_{p-m-n}(c)_{2m+n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx} + y^2u_{yy} + z^2u_{zz} + (1+4x)yu_{xy} \\ \qquad -(1+4x)zu_{xz} - 2yzu_{yz} + \left[1-b+(4c+6)\,x\right]u_x + 2\,(1+c)\,yu_y - 2czu_z + c(c+1)u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + 2xu_x + (1-b+y)u_y - zu_z + cu = 0, \\ z(1+z)u_{zz} - x(2+z)u_{xz} - y(z+1)u_{xz} - axu_x - ayu_y + \left[1-c+(a+b+1)\,z\right]u_z + abu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{389}\left(a,b;x,y,z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{p-m-n}(b)_{2m+n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx} + y^2u_{yy} + z^2u_{zz} + (1+4x)yu_{xy} \\ \qquad -(1+4x)zu_{xz} - 2yzu_{yz} + \left[1-a+(4b+6)\,x\right]u_x + 2\,(1+b)\,yu_y - 2bzu_z + b(b+1)u = 0, \\ yu_{yy} + xu_{xy} - zu_{yz} + 2xu_x + (1-a+y)u_y - zu_z + bu = 0, \\ zu_{zz} - 2xu_{xz} - yu_{yz} - xu_x - yu_y + (1-b+z)u_z + au = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{390}\left(a,b,c;x,y,z\right) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{2m+n}(b)_{p-m-n}(c)_{n-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx} + y^2u_{yy} + (1+4x)yu_{xy} - zu_{xz} + \left[1-b+(4a+6)x\right]u_x + 2(a+1)yu_y + a(a+1)u = 0, \\ y(1+y)u_{yy} + x(1+2y)u_{xy} - (1+y)zu_{yz} - 2xzu_{xz} + 2cxu_x + \left[1-b+(a+c+1)\,y\right]u_y - azu_z + acu = 0, \\ zu_{zz} - yu_{yz} - xu_x - yu_y + (1-c+z)u_z + bu = 0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{391}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{2m+n}(b)_{n-m-p}(c)_{p-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx}+y^2u_{yy}-(1-4x)yu_{xy}+zu_{xz}+\left[1-b+(4a+6)x\right]u_x+2(1+a)yu_y+a(a+1)u=0,\\ y(1+y)u_{yy}-2x^2u_{xx}+xyu_{xy}\\ \qquad -2xzu_{xz}-(1+y)zu_{yz}-\left(a-2b+2\right)xu_x+\left[1-c+\left(a+b+1\right)y\right]u_y-azu_z+abu=0,\\ zu_{zz}+xu_{xz}-yu_{yz}-yu_y+(1-b+z)u_z+cu=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{392}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{2n-m}(b)_{2p-n}(c)_{m-p}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}-2yu_{xy}+\left(1-a+x\right)u_x-zu_z+cu=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+x^2u_{xx}-4xyu_{xy}-2zu_{yz}-2axu_x+\left[1-b+\left(4a+6\right)y\right]u_y+a\left(a+1\right)u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+y^2u_{yy}-xu_{xz}-4yzu_{yz}-2byu_y+\left[1-c+\left(4b+6\right)z\right]u_z+b(b+1)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{393}\left(a,b,c;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{m}(b)_{2n-p}(c)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}-2zu_{xz}+\left(1-c+x\right)u_x+au=0;\\ y(1+4y)u_{yy}+z^2u_{zz}+xu_{xy}-2(1+2y)zu_{yz}+\left[1-c+\left(4b+6\right)y\right]u_y-2bzu_z+b\left(b+1\right)u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}+2xyu_{xy}\\ \qquad -4xzu_{xz}-2y(1+2z)u_{xz}-2cxu_x-2cyu_y+\left[1-b+\left(4c+6\right)z\right]u_z+c(1+c)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{394}\left(a,b;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{2n-p}(b)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} xu_{xx}+yu_{xy}-2zu_{xz}+(1-b)u_x+u=0,\\ y(1+4y)u_{yy}+z^2u_{zz}+xu_{xy}-2(1+2y)zu_{yz}+\left[1-b+\left(4a+6\right)y\right]u_y-2azu_z+a\left(a+1\right)u=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}+2xyu_{xy}\\ \qquad -4xzu_{xz}-2y(1+2z)u_{xz}-2bxu_x-2byu_y+\left[1-a+\left(4b+6\right)z\right]u_z+b(1+b)u=0; \end{cases}$$

$$\mathrm{E}_{395}\left(a,b;x,y,z\right)=\sum_{m,n,p=0}^{\infty}(a)_{2m+n-p}(b)_{2p-m-n}\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!},$$

$$\begin{cases} x(1+4x)u_{xx}+y^2u_{yy}+z^2u_{zz}+(1+4x)yu_{xy}\\ \qquad -2(1+2x)zu_{xz}-2yzu_{yz}+\left[1-b+\left(4a+6\right)x\right]u_x+2\left(1+a\right)yu_y-2azu_z+a\left(a+1\right)u=0,\\ yu_{yy}+xu_{xy}-2zu_{yz}+2xu_x+(1-b+y)u_y-zu_z+au=0,\\ z(1+4z)u_{zz}+x^2u_{xx}+y^2u_{yy}+2xyu_{xy}\\ \qquad -2x(1+2z)u_{xz}-y(1+4z)u_{xz}-2bxu_x-2byu_y+\left[1-a+\left(4b+6\right)z\right]u_z+b(1+b)u=0. \end{cases}$$

Список литературы

1. Франкль Ф.И. Избранные труды по газовой динамике. 1973. Москва: Наука.
2. Niukkanen A.W. Generalised hypergeometric series arising in physical and quantum chemical applications. J.Phys. A: Math. Gen. 1983. № 16, pp. 1813-1825.
3. Wallis J. Arithmetica Infinitorum. 1655. London.
4. Euler L. Introductio in Analysis Infinitorum. Vol. 1, 1748. Lausanne.
5. Gauss C. F. Disquisitiones generales circa seriem infinitam. Thesis. 1812. Gottingen; published in Ges. Werke Gottingen. 1866. Vol. II, pp. 437-445; Vol.III, pp.123-163; Vol. III, pp. 207-209; Vol.III, pp. 446-460.

6. Kummer E.E. Uber die hypergeometrische Reihe $F(\alpha, \beta, x)$. J. für Math. 1836. Vol.15, pp. 39-83 and 127-172.
7. Riemann G.F.B. $P-$Funktionen. Ges. Math. Werke, Gottingen. 1857. pp. 67-84.
8. Appell P. Sur les séries hypergéométriques de deux variables, et sur des équations différentielles linéaires aux dérivées partielles, C.R. Acad. Sci. Paris. 1880. Vol. 90, pp. 296-298.
9. Picard É. Sur une extension aux fonctions de deux variables du probléme de Riemann relatif aux fonctions hypergéometriques. Ann. Sci. École Norm. Sup. 1881. series 2. Vol. 10, pp. 305-322.
10. Pochhammer L. Über hypergeometrische Funktionen n-ter Ordnung. J. für Math. (Crelle). 1870. Vol. 71, pp. 316-340.
11. Goursat E. Extension du probléme de Riemann á des fonctions hypergéométriques de deux variables. C.R. Acad. Sci. Paris. 1882. Vol. 95, pp. 903-1044.
12. Humbert P. The confluent hypergeometric functions of two variables. Proc. Roy. Soc.Edinburgh. 1920–21. Vol. 41, pp. 73-96.
13. Lauricella G. Sulle funzioni ipergeometriche a piu variabili. Rend. Circ. Mat. Palermo. 1893. Vol. 7, pp. 111-158.
14. Appell P. and Kampé de Fériet J. Fonctions hypergeometriques et Hypersphériques; Polynomes d'Hermite. 1926. Paris: Gauthier - Villars.
15. Horn J. Über die Convergenz der hypergeometrischen Reihen zweier und dreier Veränderlichen. Math.Ann. 1889. Vol. 34, pp. 544-600.
16. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher Transcendental Functions, Vol. I. 1953. New York, Toronto and London: McGraw Hill.
17. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher Transcendental Functions, Vol. II. 1953. New York, Toronto and London: McGraw Hill.
18. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher Transcendental Functions, Vol. III. 1955. New York, Toronto and London: McGraw Hill.
19. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Tables of integral transforms, Vol. I. 1954. New York, Toronto and London: McGraw Hill.
20. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher Transcendental Functions, Vol. II. 1954. New York, Toronto and London: McGraw Hill.
21. Бейтмен А., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Том 1. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. 1965. Москва: Наука.
22. Бейтмен А., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Том 1. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. 2-е изд. 1973. Москва: Наука.
23. Маричев О.И. Два уравнения Вольтерра с функциями Горна. ДАН СССР. 1976. Том 204, № 3, С. 546-549.
24. Маричев О.И. Сингулярные краевые задачи для обобщенного двуосесимметрического уравнения Гельмгольца. ДАН СССР. 1976. Том 230, № 3, С. 523-526.
25. Маричев О.И. Интегральное представление решений обобщенного двуоссимметрического уравнения Гельмгольца и формулы его обращения. Дифференциальные уравнения. 1978. Том 14, № 10, С. 1824-1831.
26. Srivastava H.M., Karlsson P.W. Multiple Gaussian Hypergeometric Series. 1985. New York, Chichester, Brisbane and Toronto: Halsted Press.
27. Эргашев Т.Г., Уринбоева Д.Д. К теории гипергеометрических функций двух переменных второго порядка. Научный вестник Ферганского госуниверситета. 2022. № 3, С. 201-208.
28. Хасанов А., Ружанский М.В. Интегральные представления типа Эйлера для гипергеометрических функций от трех переменных второго пордяка. Бюллетень Института математики. 2019. № 6, С. 73-223.
29. Hasanov A., Ruzhansky M. Systems of differential equations of Gaussian hypergeometric functions in three variables and their linearly-independent solutions. Bulletin of the Institute of Mathematics. 2022. Vol. 5, Issue 3, pp. 50-142.

30. Jain R.N. The confluent hypergeometric functions of three variables. Proc. Nat.Acad.Sci.India. Sect. A. 1966. Vol.36, pp.395-408.

31. Exton H. On certain confluent hypergeometric of three variables. Ganita. 1970. Vol.21, Issue 2, pp. 79-92.

32. Hasanov A. Fundamental solutions bi-axially symmetric Helmholtz equation. Complex variables and elliptic equations. 2007. Vol. 52, Issue 8, pp. 673 - 683.

33. Эргашев Т.Г., Вохобов Ф.Ф., Махмудов Б.Б. Конфлюэнтные гипергеометрические функции от трех переменных. Бюллетень института математики. 2022. Том 5, № 6, С.149-177.

34. Kummer E.E. De integralibus quibusdam definitis et seriebus infinitis. J.Reine Angew. Math. 1837. Vol. 17, pp. 228-242.

35. Horn J. Hypergeometrische Funktionen zweier Veränderlichen. Math.Ann. 1931. Vol.105, pp. 381-407.

36. Волкодавов В.Ф., Быстрова О.К. Построение функций Римана – Адамара для одного вырождающегося уравнения. Дифференциальные уравнения. 1991. Том 27, № 8, С. 1444-1446.

Uch o'zgaruvchili konfluent gipergeometrik funksiyalar va ularga mos kelgan xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemalari

Ergashev Tuxtasin

Bir o'zgaruvchili Gauss gipergeometrik funksiyalarini o'rganishda erishilgan katta yutuqlar tufayli ikki o'zgaruvchili funksiyalar uchun ham tegishli nazariyalar tez rivojlanishi natijasida Gorn ro'yxatiga kirgan ikkinchi tartibli ikki o'zgaruvchili 14 ta to'la va 20 ta konfluent gipergeometrik funksiyalar uchun integral tasvirlar, keltirish formulalari, almashtirishlar topilgan va xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemalari tuzilgan. Hozirgi kunda 600 ta (shundan 205 tasi to'la va 395 tasi konfluent) ikkinchi tartibli uch o'zgaruvchili gipergeometrik funksiyalar ma'lum bo'lib, A. Hasanov va M.Rujanskiyning ishlarida 205 ta to'la funksiyalarga mos kelgan integral tasvirlar qurilgan va xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemalari tuzilgan hamda koordinatalar boshining atrofida bu sistemalarning chiziqli erkli bo'lgan yechimlari (agar shuday yechimlar mavjud bo'lsa) topilgan. Mazkur ish 395 ta uch o'zgaruvchili konfluent gipergeometrik funksiyalarga mos kelgan xususiy hosilali differensial tengalamalar sistemalarini tuzishga bag'ishlangan.

Kalit so'zlar: Gauss gipergeometrik funksiyasi; Appel funksiyalari; Gorn funksiyalari; Gumbert funksiyalari; konfluent funksiyalar; uch o'zgaruvchili gipergeometrik funksiyalar; gipergeometrik tipdagi xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemalari.

Confluent hypergeometric functions in three variables and associated systems of partial differential equations

Ergashev Tuhtasin Gulamjanovich

Thanks to great successes in the study of the theory of the hypergeometric Gaussian function (with single variable), the corresponding theory for functions of two variables has developed significantly, for which have been obtained integral representations, reduction formulas, transformations and systems of partial differential equations, corresponding to 14 complete and 20 confluent hypergeometric second order functions from Horn's list. Currently, 600 (of which 205 are complete and 395 are confluent) hypergeometric functions of three second-order variables are known. In the works of A. Hasanov and M. Ruzhansky, for the 205 complete hypergeometric functions of three variables the systems of partial differential equations were compiled and integral representations were established. In addition, in the origin linearly independent solutions (if such solutions exist) of some systems of differential equations have been found. This work is devoted to the formulation of systems of partial differential equations satisfied by 395 confluent hypergeometric functions of three variables.

Keywords: Gauss hypergeometric function; Appel functions; Horn functions; Humbert functions; confluent functions; hypergeometric functions in three variables; systems of partial differential equations of hypergeometric type.

Получено: 11/05/2024

Принято: 07/09/2024

Cite this article

Ergashev T.G. Confluent hypergeometric functions in three variables and associated systems of partial differential equations *Bull. Inst. Math.*, 2024, Vol.7, No 4, pp. 121-215