7-mavzu: Berilgan nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziq dastasi tenglamasi. Ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak, to’g’ri chizqning normal tenglamasi, nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofa,

1) Berilgan bitta nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqlar dastasining tenglamasi.

$A(x_1, x_1)$, $B(x_2; y_2)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.

$$y = kx + b \tag{1}$$

to‘g‘ri chiziq A nuqtadan o‘tsin. Bu holda A nuqtaning koordinatlari to‘g‘ri chiziq tenglamasini qanoatlantiradi, ya’ni $y_1 = kx_1 + b$ bo‘ladi. (1) tenglikdan oxirgi tenglikni ayirsak:

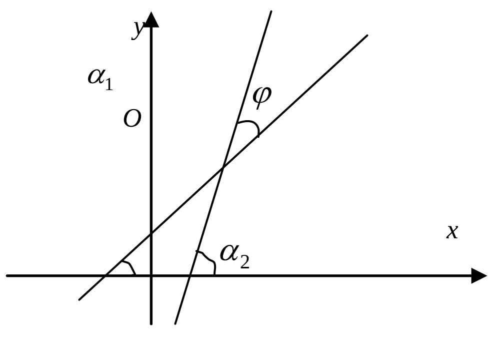
$$y - y_1 = k(x - x_1) \tag{2}$$

hosil bo‘ladi. (2) tenglamaga berilgan **bitta nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqlar dastasining tenglamasi** deyiladi.

2. Ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak. Ikkita

$$y = k_1 x + b_1,$$
$$y = k_2 x + b_2$$

to‘g‘ri chiziqlar berilgan bo‘lsin. Bunda $k_1 = tg\alpha$, $k_2 = tg\alpha_2$ bu to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘lmasin va ular orasidagi burchakni topish talab etilsin. To‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakni φ bilan belgilaymiz.



1-chizma.

Ya’ni , $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$ (1-chizma) . Ma’lumki,

$$tg\varphi = tg(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{tg\alpha_2 - tg\alpha_1}{1 + tg\alpha_1 \cdot tg\alpha_2}$$

yoki

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \qquad (3)$$

bo‘ladi. (3) ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchakning tangensini topish formulasi deb ataladi.

1-misol. $y = 3x + 1, y = 2x + 5$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

Yechish. (3) formulaga asosan,

$$\varphi = \frac{3-2}{1+2\cdot 3} = \frac{1}{7} \text{ bo‘lib, } \varphi = arctg\,{}^{1}\!/_{7} \approx arctg0.14 \approx 8^0, \varphi \approx 8^0$$

bo‘ladi.

3. To‘g‘ri chiziqlarning perpendikulyarlik va parallellik shartlari To‘g‘ri chiziqlar perpendikulyar bo‘lsa, ular orasidagi burchak

$$\varphi = 90^0 \text{ bo‘lib, } tg90^0 = \infty \quad \text{yoki} \quad \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} = \infty, \quad 1 + k_1.k_2 = 0$$

kelib chiqadi, bundan

$$k_1 = -\frac{1}{k_2}$$

bo‘ladi, bunga ikki to‘g‘ri chiziqning **<u>perpendikulyarlik</u> sharti** deyiladi.

To‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘lsa, $\varphi = 0$ bo‘lib, $tg0^0 = 0$, ,yoki

$$\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} = 0, \; k_2 - k_1 = 0 \; , \; k_1 = k_2$$

kelib chiqadi.

$$k_1 = k_2$$

tenglikka **ikki to‘g‘ri chiziqning <u>parallellik</u> sharti** deyiladi.

4. Ikkita to‘g‘ri chiziqning kesishuvi. Ikkita to‘g‘ri chiziqning kesishish nuqtasini topish uchun ularning tenglamalarini birgalikda yechib, kesishish nuqtasining koordinatlari topiladi.

2-misol. $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0, \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$

to‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtasini toping.

Yechish. Ikkinchi tenglamani (-1) ga ko‘paytirib, hosil bo‘lgan tenglamalarni hadma-had qo‘shib $x - 1 = 0$, $x = 1$ ni hosil qilamiz. $x = 1$ ni birinchi tenglamaga qo‘ysak, $2 \cdot 1 + y - 3 = 0$ yoki $y = 1$ bo‘ladi. Shunday qilib, bu to‘g‘ri chiziqlar $A(1;1)$ nuqtada kesishadi.

5. Nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa. $M(x_0; y_0)$ nuqta va $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin. Berilgan nuqtadan, berilgan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

$$d = |x_0 \cos\alpha + y_0 \sin\alpha - p| \tag{4}$$

formula yordamida topiladi. To‘g‘ri chiziq tenglamasi umumiy

$$Ax + By + C = 0$$

ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa,

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \tag{5}$$

formula bilan topiladi.

3-misol. $A(3;\ \sqrt{5})$ nuqtadan $2x + \sqrt{5}y - 2 = 0$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani toping.

Yechish. To‘g‘ri chiziq tenglamasi umumiy holda berilgan. Shuning uchun (5) formulaga asosan,

$$d = \left| \frac{2 \cdot 3 + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 2}{\pm\sqrt{2^2 + \sqrt{5}^2}} \right| = \left| \frac{6 + 5 - 2}{3} \right| = \frac{9}{3}, \qquad d = 3$$

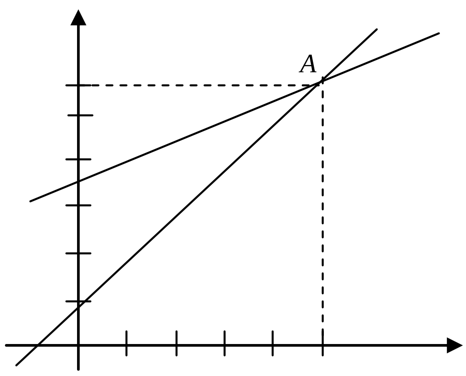
bo‘ladi.

4-misol. Ikki xil transport vositasida yuk tashish xarajatlari funksiyasi

$$y = 100 + 50x \quad \text{va} \quad y = 200 + 30x$$

bilan ifodalansin. Bunda, y transport xarajati, x har yuz kilometrga yuk tashish masofasi. Qanday masofadan boshlab 2-xil transport vositasi bilan yuk tashish tejamliroq bo‘ladi.

Yechish. Masala shartida berilgan $y = 100 + 50x$ va $y = 200 + 30x$ to‘g‘ri chiziqlar kesishadigan nuqtani topamiz: tengliklarning chap tomonlari teng bo‘lganligi uchun $100 + 50x = 200 + 30x$ tenglamani hosil qilamiz, bundan $x = 5,\quad y = 350$ bo‘ladi. Demak, to‘g‘ri chiziqlar $A(5,350)$ nuqtada kesishadi. Endi to‘g‘ri chiziqlarni yasaymiz: (2-chizma).



2- chizma

2-chizmadan ko‘rinadiki, yuk tashish masofasi 500 km dan ortiq bo‘lganda 2-xil transport vositasi bilan yuk tashilsa, xarajat kamroq bo‘ladi.

6. Ikkita parallel to‘g’ri chiziqlar orasidagi masofani topish

$$5x - 2y + 10 = 0 \quad \textbf{va} \quad 5x - 2y + 36 = 0$$

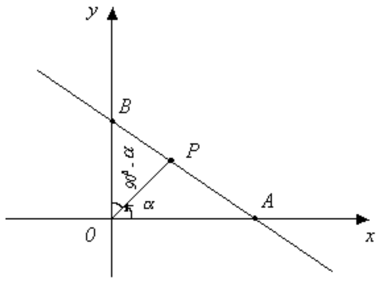
parallel to‘g’ri chiziqlar berilgan bo‘lsin. Bu to‘g’ri chiziqlar orasidagi masofani topish uchun, bu to‘g’ri chiziqlarning bittasida ixtiyoriy bir nuqtani tanlaymiz va tanlangan nuqtadan ikkinchi to‘g’ri chiziqqacha bo‘lgan masofani topamiz: birinchi to‘g’ri chiziqda $x = 4$ desak, $y = 15$ bo‘lib, $A(4,15)$ 1-to‘g’ri chiziqdagi nuqta bo‘ladi. $A(4,15)$ nuqtadan ikkinchi $5x - 2y + 36 = 0$ to‘g’ri chiziqqacha bo‘lgan masofani (5) formulaga asosan, hisoblasak,

$$d = \left| \frac{5 \cdot 4 - 2 \cdot 15 + 36}{\sqrt{5^2 + (-2)^2}} \right| = \frac{26}{\sqrt{29}} \quad , \quad d == \frac{26}{\sqrt{29}}$$

bo‘ladi.

7. To’g’ri chiziqning normal tenglamasi

Faraz qilaylik to’g’ri chiziq $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ tenglama orqali berilgan bo’lib u koordinatalar boshidan o’tmasin (3-rasm). To’g’ri chiziqqa OP perpendikulyar o’tkazib uning uzunligini p, $0P$ perpendikulyar bilan $0x$ o’q orasidagi burchakni α orqali belgilaymiz. p to’g’ri chiziqning **normali** deb ataladi.



3-rasm

Chizmadagi ΔAOP dan $\frac{OP}{OA} = \cos\alpha$;

OA=$\frac{OP}{\cos\alpha} = \frac{p}{\cos\alpha}$; $a = \frac{p}{\cos\alpha}$, chunki

$OA = a, OP = p$.

ΔOBP dan $\frac{OP}{OB} = \cos(90 - \alpha) = \sin\alpha$;

OB=$\frac{p}{\sin\alpha}$; $b = \frac{p}{\sin\alpha}$ chunki

$OB = b, OP = p$.

a va b ning ushbu qiymatlarini to’g’ri chiziqning tenglamasiga qo’ysak

$$\frac{x}{\frac{p}{\cos\alpha}} + \frac{y}{\frac{p}{\sin\alpha}} = 1 \quad \text{yoki} \quad x\cos\alpha + y\sin\alpha = p; \quad x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0 \qquad (6)$$

kelib chiqadi. (6)-**to’g’ri chiziqning normal tenglamasi** deb ataladi.

To’g’ri chiziqning normal tenglamasini o’ziga xos xususiyatlaridan biri undagi $p > 0$ va $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ bo’ladi.

8. To’gri chiziq tenglamasini normal ko’rinishiga keltirish

To’g’ri chiziq umumiy ko’rinishidagi tenglamasi Ax+By+C=0 (6) yordamida berilgan bo’lsin. Shu tenglamani (6) ko’rinishdagi normal tenglamaga keltirish mumkinligini ko’rsatamiz. Shu maqsadda (10) tenglamani shunday o’zgarmas son M ga ko’paytiramizki natijada

$$MAx+MBy+MC=0 \qquad (7)$$

to’g’ri chiziqning normal tenglamasi bo’lsin. Buni normal tenglama (6) bilan taqqoslab $M \cdot A = \cos\alpha, M \cdot B = \sin\alpha, M \cdot C = -p$ (β) ekaniga iqror bo’lamiz. Oxirgi tenglamadan M, α, p noma‘lumlarni aniqlash qiyin emas. U yerdagi birinchi ikkita tenglamani kvadratga ko’tarib hadlab qo’shsak

$$M^2A^2 + M^2B^2 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1; \quad M^2(A^2 + B^2) = 1; \quad M^2 = \frac{1}{A^2 + B^2}$$

bo’lib bundan:

$$M = \frac{1}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}} \qquad (8)$$

kelib chiqadi. M ni **normallovchi ko'paytuvchi** deb ataladi. (8) da ishora ozod had C ning ishorasiga qarama-qarshi olinadi. M ning topilgan qiymatini (β) ga qo'yib $\cos\alpha, \sin\alpha$ va p larni aniqlash mumkin:

$$\cos\alpha = \frac{A}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}, \ \sin\alpha = \frac{B}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}, \quad p = \frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}.$$

Shunday qilib koordinatalar boshidan Ax+By+C=0 to'g'ri chiziqqacha masofa

$$p = \frac{|C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \qquad (9)$$

formula yordamida topilar ekan.

1-misol. 6x+8y-5=0 to'g'ri chiziq tenglamasi normal ko'rinishda yozilsin.

Yechish. A=6, B=8, C=-5. Normallovchi ko'paytuvchi:

$$M = \frac{1}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{1}{10} \quad (C<0).$$

Berilgan tenglamani bunga ko'paytirsak

$\frac{6}{10}x + \frac{8}{10}y - \frac{5}{10} = 0$ yoki $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{1}{2} = 0$ normal tenglama hosil bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq uchun $p = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $\sin\alpha = \frac{4}{5}$.