



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI



**FAN:** OLIY MATEMATIKA

Mavzu

**04**

**Vektorlar va ular ustida amallar.**



Kucharov Olimjon  
Ruzimuratovich



Oliy matematika kafedrası  
dotsenti



# Reja:

1. Vektorlar va ular ustida amallar
2. Vektorlar skalyar ko'paytmasi.
3. Ikki vektor orasidagi burchak

# Vektorlar va ular ustida amallar

**Ta'rif.** Yo'naltirilgan  $\overrightarrow{AB}$  kesma vector deyiladi. Bunda  $A$  nuqta vektorning boshi,  $B$  nuqta vektor oxiri deyiladi. Vektorlar odatda  $\overrightarrow{AB}$  yoki  $\vec{a}$  kabi yoziladi. Vektorning moduli (uzunligi)  $|\overrightarrow{AB}|$  yoki  $|\vec{a}|$  ko'rinishda yoziladi.

**Ta'rif.** Bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan vektorlar kollinear vektorlar deyiladi.

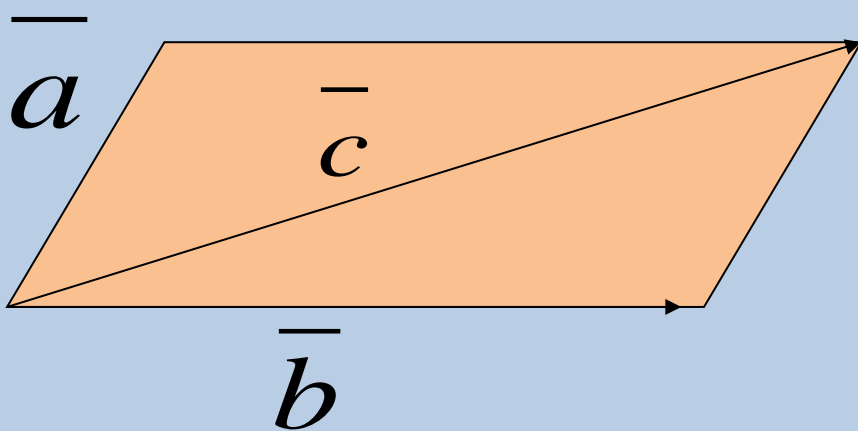
**Ta'rif.** Bir tekislikka parallel bo'lgan vektorlar komplanar vektorlar deyiladi.

**Ta'rif.** Agar  $|\vec{a}|$  va  $|\vec{b}|$  vektorlar  $a)$  teng modulga ega,  $b)$  o'zaro kollinear,  $c)$  bir tomonga yo'nalgan bo'lsa, ular o'zaro teng vektorlar deyiladi.

Boshi va oxiri ustma-ust tushadigan vektorlar nol vektor deyiladi. Nol vektor tayin yo'nalishga ega emas, uzunligi nolga teng.

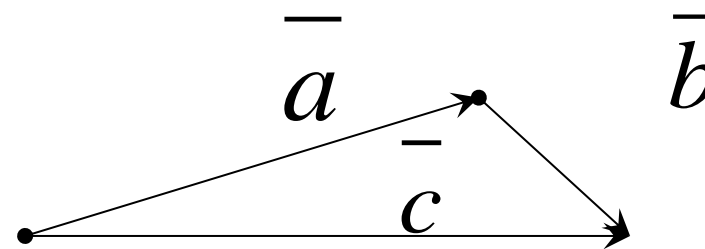
Har bir  $\vec{a}$  vektor uchun (nol vektordan tashqari) qarama-qarshi vektor mavjud bo'lib u  $-\vec{a}$  kabi yoziladi. Bu vektorlarning moduli bir-biriga teng, yo'nalishi esa qarama qarshi bo'ladi. Uzunligi 1 ga teng vektorlar birlik vektor yoki ortlar deb ataladi.

Vektorlarni qo'shish. (parallelogram qoidasi)



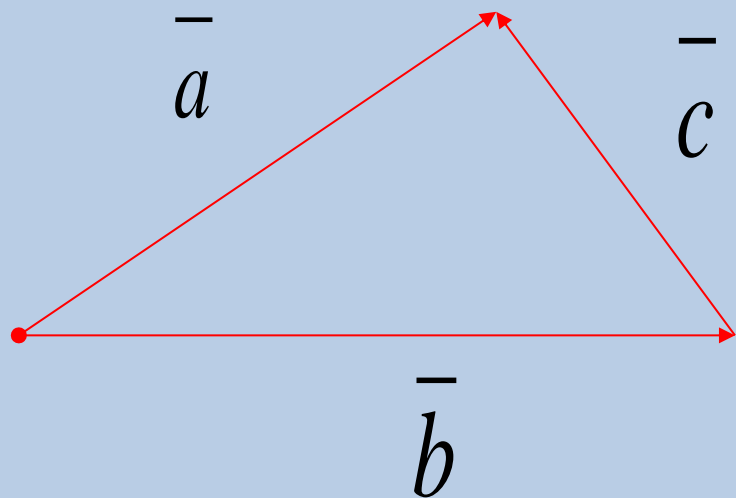
Vektorlarni qo'shish. (uchburchak qoidasi)

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$





## Vektorlarni ayirish



$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

## Xossalari

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$$

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$$

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

## *Vektorni songa ko'paytirish.*

$\vec{b} = \alpha \vec{a}$  bu yerda  $\alpha$  ixtiyoriy son.

$$|\vec{b}| = |\alpha| |\vec{a}|$$

a) Agar  $\alpha < 0$  bo'lsa,  $\vec{b} \updownarrow \vec{a}$

bo'ladi

b) Agar  $\alpha > 0$  bo'lsa,  $\vec{b} \upuparrows \vec{a}$  bo'ladi

## *Xossalari*

$$(\alpha\beta)\vec{a} = \alpha(\beta\vec{a}) = \beta(\alpha\vec{a})$$

$$(\alpha + \beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$$

$$\alpha(\vec{a} + \vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$$

$$1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$$

$$(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$$

# Vektorning o'qdagi proyeksiyasi

$\vec{a}$  vektor  $OX$  o'qi bilan biror  $\varphi$  burchak tashkil etsa. U holda vektorning o'qdagi proyeksiyasi

$$np_x \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi = a \cos(\vec{a}, \wedge OX)$$

formula bilan aniqlanadi. Bir necha vektor yig'indisining proyeksiyasi

$$np_x (\vec{a} + \vec{b}) = np_x \vec{a} + np_x \vec{b}$$

1) Bizga  $\vec{a}(a_x, a_y)$  vektor berilgan bo'lsa, bu vektorning o'qlar bo'yicha bazis vektorlarga yoyilmasi quyidagicha yoziladi:

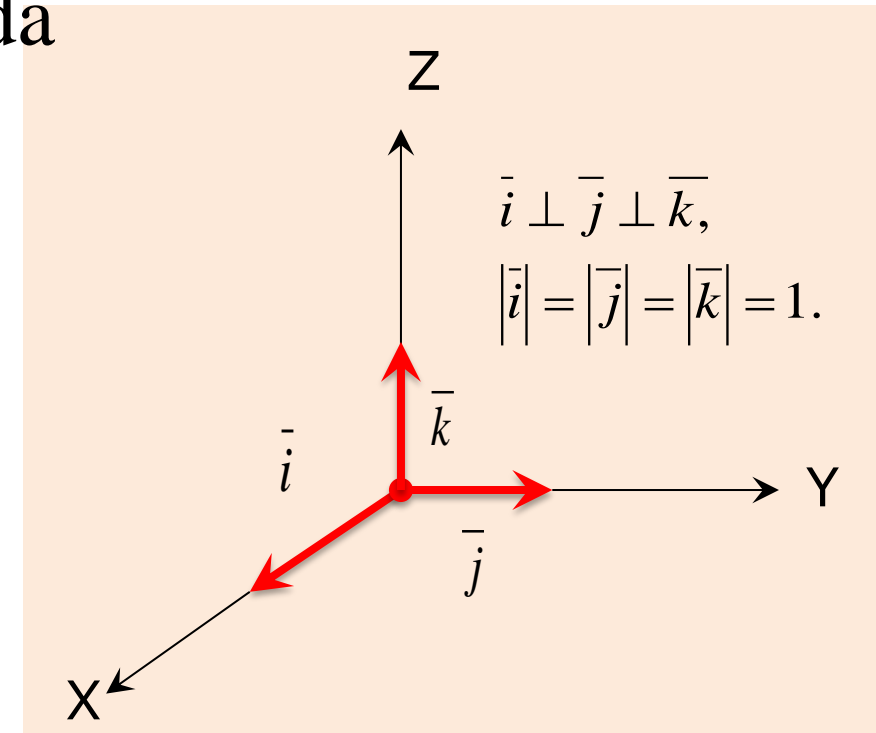
$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$ , bu yerda  $\vec{i}$  va  $\vec{j}$  lar mos ravishda

OX va Oy o'qlari bo'yicha bazis vektorlar bo'lib,  $|\vec{i}| = 1, |\vec{j}| = 1$

2) Agar  $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$  ko'rinishda berilgan bo'lsa, bu vektorning bazis vektorlar bo'yicha yoyilmasi

$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$  shaklda yoziladi,

$|\vec{i}| = 1, |\vec{j}| = 1, |\vec{k}| = 1$





Bizga  $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$  va  $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$  vektorlar berilgan bo'lsa,

$$1) \vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x) \cdot \vec{i} + (a_y \pm b_y) \cdot \vec{j} + (a_z \pm b_z) \cdot \vec{k}$$

$$2) \lambda \vec{a} = \lambda a_x \cdot \vec{i} + \lambda a_y \cdot \vec{j} + \lambda a_z \cdot \vec{k}$$

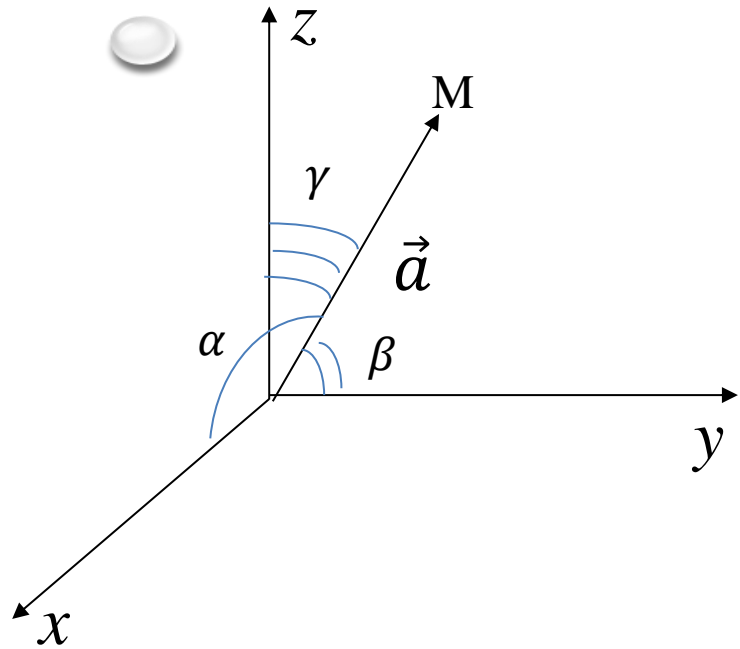
$$3) |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Agar  $A(x_1, y_1, z_1)$  va  $B(x_2, y_2, z_2)$  berilgan bo'lsa,

$$\vec{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

# Vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari



$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$  vector  
berilgan bo'lsin,

$$a_x = np_{ox} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \alpha$$

$$a_y = np_{oy} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \beta$$

$$a_z = np_{oz} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \gamma$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

**Misol:** A (1,2,3) va B (2,4,5) nuqtalar orqali o'tuvchi  $\overrightarrow{AB}$  vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

Yechish:

$$\overline{AB} = \{2 - 1; 4 - 2; 5 - 3\} = \{1; 2; 2\},$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3,$$

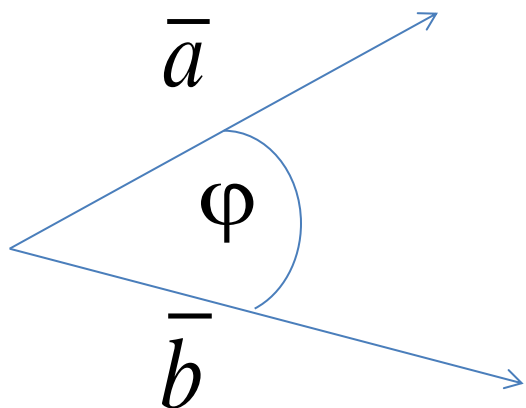
u holda

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = \frac{2}{3}, \cos \gamma = \frac{2}{3}$$

# Vektorlar skalyar ko'paytmasi

**Ta'rif:** Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi deb, shu vektorlar modullarining ular orasidagi burchak kosinusi bilan ko'paytmasiga aytiladi.  $\vec{a}$  va  $\vec{b}$  vektorlar skalyar ko'paytmasi  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  ko'rinishda belgilanadi. Demak,

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$ , bu yerda  $\varphi$   $\vec{a}$  va  $\vec{b}$  vektorlar orasidagi burchak.



$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$  sonidan iborat bo'ladi.

$$1) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$2) \quad \lambda \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\lambda \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\lambda \cdot \vec{b})$$

$$3) \quad (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$4) \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

$$5) \quad \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$  va  $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$  koordinatalari bilan berilgan

vektorlar skalyar ko'paytmasi

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

**Misol.**  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$  va  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$  vektorlar orasidagi burchakni toping.

Yechish:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 6 \cdot 2}{\sqrt{1 + 4 + 4} \cdot \sqrt{4 + 9 + 36}} = \frac{8}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{49}} = \frac{8}{21}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{8}{21}\right)$$

1. Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 1 т: 1994 й.
2. Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 2 т: 1995 й.
3. Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А.,Функциялар назарияси ,Т.: “ЎАЖБНТ” маркази, 2004 й.
4. Turgunbayev R.,Matematik analiz. 2-qism,Т.TDPU, 2008 у.
5. Jo‘raev Т. va boshqalar,Oliy matematika asoslari. 2-q.,Т.: «O‘zbekiston». 1999
6. Саъдуллаев А. ва бошқ.Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: «Ўзбекистон», 2000 й.,
7. Соатов Ё., Олий математика. Т., “Ўзбекистон”. 1996 й, 3 жилд
8. [www.ziyonet.uz/](http://www.ziyonet.uz/)
9. [www.pedagog.uz/](http://www.pedagog.uz/)



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI



# E'TIBORLARINGIZ UCHUN RAXMAT



Kucharov Olimjon  
Ruzimuratovich



Oliy matematika kafedrası  
dotsenti



+ 998 71 237 0986



[O.kucharov@tiame.uz](mailto:O.kucharov@tiame.uz)



@O. Kucharov