



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH
MUHANDISLARI INSTITUTI



FAN: OLIY MATEMATIKA

Mavzu

08

**Tekislik tushunchasi va tenglamalari.
Tekislikga doir asosiy masalalar.**



Kucharov Olimjon
Ruzimuratovich



Oliy matematika kafedrası
dotsenti



Reja:

1. Fazoda ikki nuqta orasidagi masofa.
2. Tekislik tenglamalari
3. Tekislikga doir masalalar

Fazoda ikki nuqta orasidagi masofa

Fazoda ikki A va B nuqta berilgan bo'lib, ularning koordinatlari mos ravishda $(x_1; y_1; z_1)$ va $(x_2; y_2; z_2)$ bo'lsin. Bu $A(x_1; y_1; z_1)$ va $B(x_2; y_2; z_2)$ nuqtalar orasidagi masofani topish formulasi:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (1) \text{ bo'ladi.}$$

Fazoda $A(x_1; y_1; z_1)$ va $B(x_2; y_2; z_2)$ nuqtalar berilgan bo'lib, ularni tutashtirish natijasida AB kesmani $\lambda = \frac{AC}{CB}$ nisbatda bo'luvchi nuqtaning koordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \quad z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda} \quad (2)$$

Fazoda tekislik tenglamalari

1) $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtadan o'tuvchi va $\vec{N}(A, B, C)$ vektorga perpendikulyar tekislik tenglamasi quyidagicha topiladi: $M(x, y, z)$ tekislikning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin, u holda $M_1M \perp \vec{N}$ ikki vektorning perpendikulyarlik shartiga ko'ra

$$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \quad (3) \text{ hosil bo'ladi.}$$

Bundan $Ax + By + Cz + D = 0$ (4) ekanligi kelib chiqadi. Bu yerda $-Ax_1 - By_1 - Cz_1 = D$. Bu (4) tenglama tekislikning umumiy tenglamasi deyiladi. $\vec{N}(A, B, C)$ vektorga tekislikning normal vektori deyiladi.

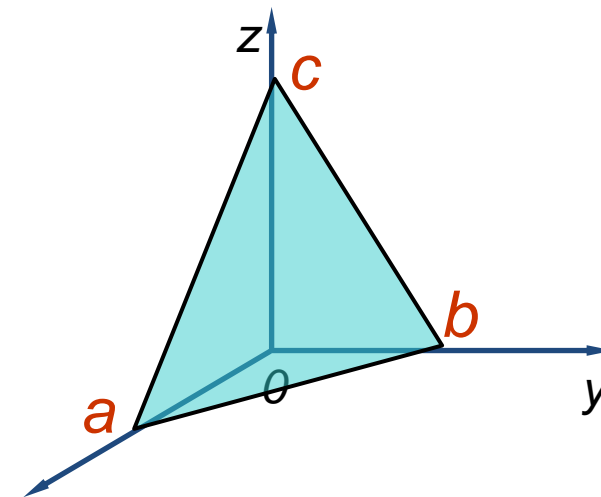
$Ax + By + Cz + D = 0$ tenglamaning xususiy hollari

1. $D=0$ bo'lganda, $Ax + By + Cz = 0$ – tekislik koordinatalar boshidan o'tadi;
2. $C=0$ bo'lganda, $Ax + By + D = 0$ – tekislik OZ o'qga parallel bo'ladi;
3. $C=D=0$ bo'lganda, $Ax + By = 0$ – tekislik OZ o'qdan o'tadi;
4. $B=C=0$ bo'lganda, $Ax + D = 0$ – tekislik YOZ tekislikga parallel bo'ladi;
5. Koordinat tekisliklarining tenglamasi $x=0$, $y=0$, $z=0$ bo'ladi.

(4) tenglamadan $Ax + By + Cz = -D$ ni hosil qilamiz. Shundan so'ng tenglamadagi barcha hadlarini $-D$ ga bo'lib,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (5)$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglama tekislikning o'qlardan ajratgan kesmalarga nisbatan tenglamasi deyiladi.



Misol: $A(2,5,0)$ va $B(5,1,12)$ nuqtalar orasidagi masofa topilsin.

Yechish: (1) formuladan foydalanib quyidagini topamiz:

$$|AB| = \sqrt{(5 - 2)^2 + (1 - 5)^2 + (12 - 0)^2} = \sqrt{169} = 13.$$

Misol: $M(2, -3, 4)$ nuqta orqali o'tuvchi va $\vec{N}(1, -1, 4)$ vektorga perpendikulyar tekislik tenglamasi tuzilsin.

Yechish: Ma'lumki, berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtadan o'tib $\vec{N}(A, B, C)$ vektorga perpendikulyar tekislik tenglamasi

$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0$ ko'rinishda bo'ladi. Misol shartiga ko'ra $x_1 = 2, y_1 = -3, z_1 = 4, A = 1, B = -1, C = 4$

Natijada,

$$\begin{aligned} 1(x - 2) - 1 \cdot (y + 3) + 4(z - 4) &= 0 \Rightarrow x - 2 - y - 3 + 4z - 16 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x - y + 4z - 21 &= 0 \end{aligned}$$

tenglama hosil bo'ladi.

Tekislikga doir asosiy masalalar

1) Ikki tekislik orasidagi burchakni topish.

Bizga $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ tekisliklar berilgan, hamda kesishish natijasida biror bir burchak hosil qilsin. Bu burchak kattalik

$$\cos\varphi = \pm \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (6) \text{ formula orqali topiladi.}$$

Agar $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ shart bajarilsa, ikki tekislik perpendikulyar bo'ladi;

Agar $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ shart bajarilsa, ikki tekislik parallel bo'ladi;

Agar $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$ shart bajarilsa, ikki tekislik ustma ust tushadi

2) Nuqtadan tekiskigacha bo'lgan masofa.

$M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan $Ax + By + Cz + D = 0$ tekisligigacha bo'lgan masofa

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{N} \quad (7) \text{ formula orqali topiladi.}$$

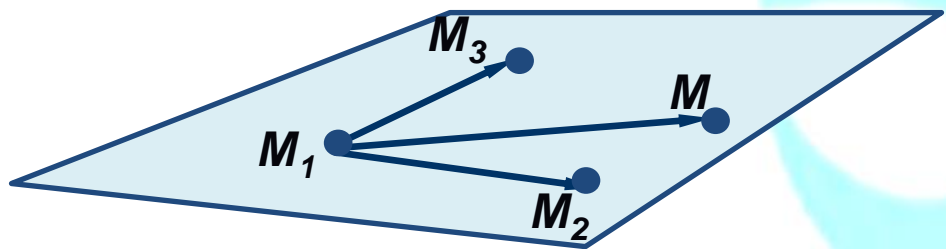
3) Berilgan ikki tekislikning kesishgan chizig'idan o'tuvchi barcha tekisliklar dastasining tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\alpha(Ax + By + Cz + D) + \beta(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) = 0 \quad (8)$$

4) Berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ va $M_3(x_3, y_3, z_3)$ nuqtalardan o'tuvchi tekislik tenglamasi

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

formula orqali topiladi.



Misol: Berilgan $2x + 3y - z + 2 = 0$ va $x + y + 5z - 1 = 0$ tekisliklar orasidagi burchakni toping.

Yechish: Ikki tekislik orasidagi burchakni topish formulasidan foydalanamiz. Shartga ko'ra, $A_1 = 2, B_1 = 3, C_1 = -1, A_2 = 1, B_2 = 1, C_2 = 5$ ga teng.

Formulaga asosan esa

$$\cos \varphi = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 1 \cdot 5}{\sqrt{4 + 9 + 1} \sqrt{1 + 1 + 25}} = \frac{0}{\sqrt{14} \sqrt{27}} = 0 \text{ hosil bo'ladi.}$$

Bundan ko'rinadiki, berilgan tekisliklar perpendikulyar.

- 1.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 1 т: 1994 й.
- 2.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 2 т: 1995 й.
- 3.Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А.,Функциялар назарияси ,Т.: “ЎАЖБНТ” маркази, 2004 й.
- 4.Turgunbayev R.,Matematik analiz. 2-qism,Т.TDPU, 2008 у.
- 5.Jo‘raev T. va boshqalar,Oliy matematika asoslari. 2-q.,Т.: «O‘zbekiston». 1999
- 6.Саъдуллаев А. ва бошқ.Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: «Ўзбекистон», 2000 й.,
- 7.Соатов Ё., Олий математика. Т., “Ўзбекистон”. 1996 й, 3 жилд
- 8.www.ziyonet.uz/
- 9.www.pedagog.uz/



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH
MUHANDISLARI INSTITUTI



E'TIBORLARINGIZ UCHUN RAXMAT



Kucharov Olimjon
Ruzimuratovich



Oliy matematika kafedrasini
dotsenti



+ 998 71 237 0986



O.kucarov@tiame.uz



@O. Kucharov