TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

FAN: OLIY MATEMATIKA

Mavzu: Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi. Tekislikda ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo‘lish. Uchburchak yuzini topish. To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi tenglamalari.

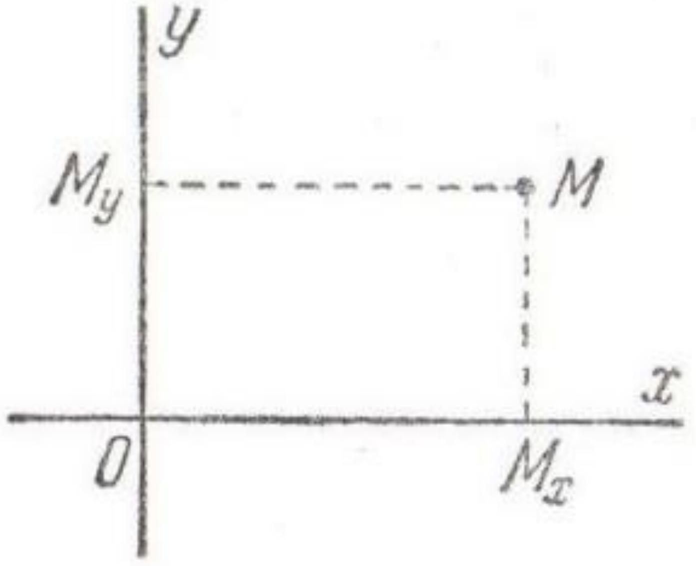
TIQXMMI
Toshkent Irrigatsiya va Qishloq Xo'jaligini Mexanizatsiyalash Muhandislari Intituti

Reja:

1. Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi.
2. Tekislikda ikki nuqta orasidagi masofa.
3. Kesma va uni berilgan nisbatda bo‘lish.
4. Uchburchak yuzini topish.
5. To‘g‘ri chiziq tenglamalari.

Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi

Tekislikdagi M nuqtadan Ox va Oy o'qlarga perpendikulyar tushiramiz va ularning asoslarini mos ravishda M_x va M_y deb belgilaymiz (rasm 1).



Расм 1

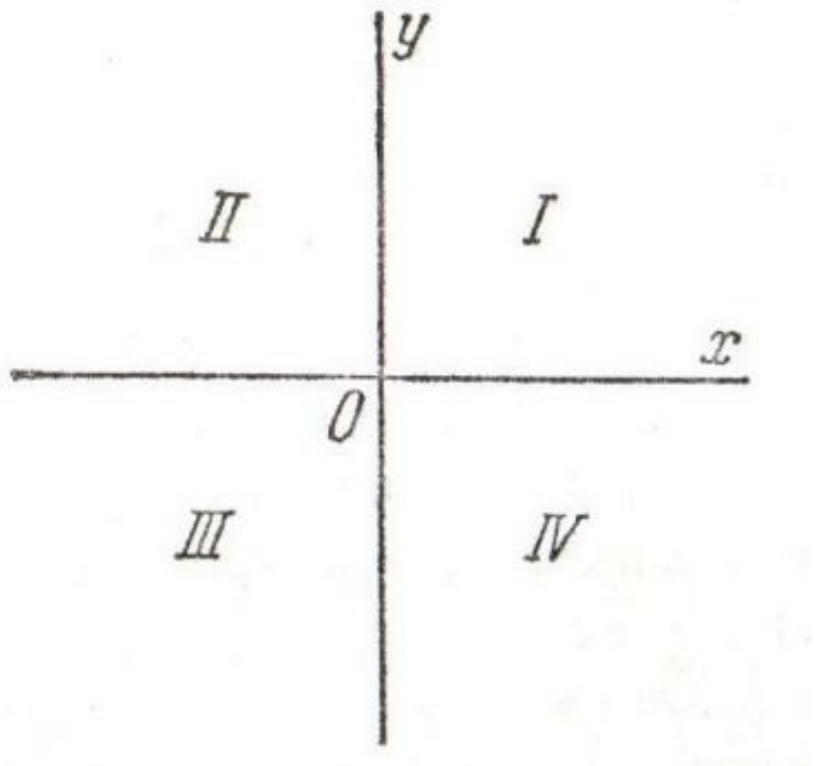
Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi

Dekart koordinatalar sistemasida M nuqtaning *koordinatalari* deb

$$x = OM_x \quad \text{va} \quad y = OM_y$$

sonlarga aytiladi. Bu yerda OM_x va OM_y , $\overline{OM_x}$ va $\overline{OM_y}$ kesmalarning Ox va Oy o'qlardagi qiymatlari; x M nuqtaning 1-*koordinatasi* ёки *abssisasi* deb, y M nuqtaning 2-*koordinatasi* yoki *ordinatasi* deb ataladi. M nuqtaning *koordinatalari* $M(x, y)$ ko'rinishida ifodalanadi.

Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi



Расм 2

Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi

Koordinata o’qlari birgalikda tekislikni to’rtta chorakka ajratadi (rasm 2). Ular koordinata choraklari deb ataladi va ma’lum tartibda nomerlanadi. Tekislikning $M(x, y)$ nuqtasi

- agar $x > 0$ va $y > 0$ bo’lsa , I chorakda yotadi,
- agar $x < 0$ va $y > 0$ bo’lsa , II chorakda yotadi,
- agar $x < 0$ va $y < 0$ bo’lsa , III chorakda yotadi,
- agar $x > 0$ va $y < 0$ bo’lsa , IV chorakda yotadi.

Tekislikda nuqta koordinatalari

Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasida A va B nuqtalar byerilgan bo‘lib. Ularning koordinatalari mos ravishda (x_1, y_1), (x_2, y_2) bo‘lsin:

$$A=A(x_1, y_1), \quad B=B(x_2, y_2),$$

A va B nuqtalarning koordinatalariga ko‘ra shu nuqtalar orasidagi masofani, ya’ni AB kesmaning uzunligini topishdan iborat. A va B nuqtalardan Ox o‘qiga perpendikulyar tushiramiz. Ularning asoslarini A_1 va B_1 bilan belgilaymiz. Ravshanki,

$$OA_1=x_1, \quad OB_1=x_2, \quad AA_1=y_1, \quad BB_1=y_2 \qquad (1)$$

A nuqtadan Ox o‘qiga parallel chiziq o‘tqazib, uning BB_1 bilan kesishgan nuqtasini C bilan belgilaymiz. Unda

$$AC=A_1B_1 \quad CB_1=AA_1 \ (2), \quad AC=x_2-x_1 \quad BC=y_2-y_1 \ (3)$$

kelib chiqadi.

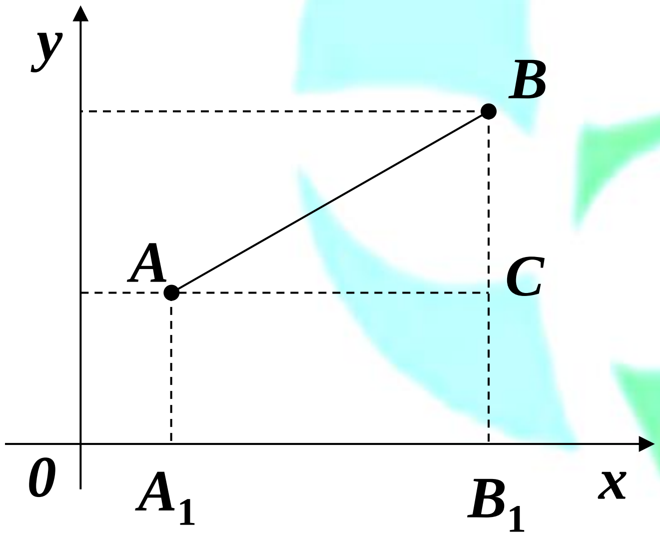
Tekislikda ikki nuqta orasidagi masofa

ΔACB – to‘g‘ri burchakli uchburchak Pifagor teoremasiga ko‘ra

$AB^2=AC^2+BC^2$ bo‘ladi. (3) munosabatdan foydalanib

$AB^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$ tenglikni va undan esa

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$



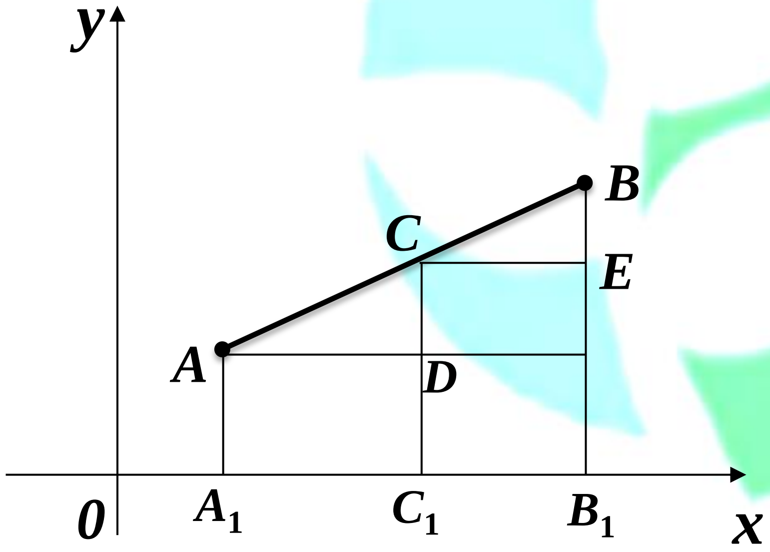
TIQXMMI
Toshkent Irrigatsiya va Qishloq Xo'jaligini Mexanizatsiyalash Muhandislari Intituti

Kesma va uni berilgan nisbatda bo‘lish

Tekislikda $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalarni tutashtiruvchi AB to‘g‘ri chiziq kesmasini qaraylik. Bu kesmada shunday C nuqta topish kerakki AC *ning* BC kesmaga nisbati berilgan λ songa teng bo‘lsin:

$$\frac{AC}{CB} = \lambda$$

Izlanayotgan nuqtaning koordinatalarini x va y deylik $C(x, y)$. A, B va C nuqtalardan Ox o‘qiga perpendikulyar tushiramiz, unda $OA_1=x_1$
$OC_1=x$, $OB_1=x_2$, $AA_1=y_1$, $CC_1=y$, $BB_1=y_2$ bo‘ladi.



$AD=A_1C_1=OC_1\text{-}OA_1=x\text{-}x_1$ $CC_1=EB_1=y$

$CE=C_1B_1=OB_1\text{-}OC_1=x_2\text{-}x$ $AA_1=DC_1=y_1$

$CD=CC_1\text{-}DC_1=y\text{-}y_1$ $BE=BB_1\text{-}EB_1=y_2\text{-}y$

ADC hamda *CEB* to‘g‘ri burchakli uchburchaklarning o‘xshashligidan quyidagini yozamiz.

$$\frac{AD}{CE}=\frac{AC}{CB}, \qquad \frac{CD}{BE}=\frac{AC}{CB}$$

Yuqoridagilar formulalardan foydalanib

$$\frac{x-x_1}{x_2-x}=\lambda \qquad \frac{y-y_1}{y_2-y}=\lambda$$

Shunday qilib *AB* kesmani λ nisbatda bo‘luvchi *C* nuqtaning koordinatalari

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \qquad y=\frac{y_1+\lambda x_2}{1+\gamma}$$

Xususiy holda agar $\lambda = 1$ bo‘lsa, yani *AC*=*BC* bo‘lsa

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ va } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

bo‘lib, bu kesmaning *o‘rta nuqtasini topish* formulasi hisoblanadi.

Misol. Uchlari *A(3;5) va B(1;-4)* nuqtalarda bo‘lgan kesmani *AC:CB=2:3* nisbatda bo‘luvchi *C* nuqtaning koordinatalarini toping.

Yechish. Shartga ko‘ra $\lambda = \frac{2}{3}$, u holda

$$x = \frac{3 + \frac{2}{3}\cdot 1}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{11}{5}; \quad y = \frac{5 + \frac{2}{3}\cdot(-4)}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{7}{5}. \qquad C\left(\frac{11}{5}; \frac{7}{5}\right).$$

Sistemaning og‘irlik markazini topish

Uchlariga turlicha massalar qo‘yilgan sistamaning og‘irlik markazini quyidagi formula orqali topiladi:

$$x = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}\ ; \quad y = \frac{y_1 m_1 + y_1 m_2 + y_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}\ .$$

Uchlari $\boldsymbol{A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3), \ldots, N(x_n; y_n)}$ ***nuqtalarda bo‘lgan ko‘pburchakning yuzi:***

$$\boldsymbol{S = \pm\frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} + \cdots + \begin{vmatrix} x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}\right)}$$

To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi

Ushbu tenglamaga

$$Ax+By+C=0$$

to‘g‘ri chiziqning *umumiy tenglamasi* deyiladi. A, B va C sonlar tenglamaning koeffitsentlari bo‘lib, ular turli qiymatlarga teng bo‘lganda turli to‘g‘ri chiziqlar hosil bo‘ladi.

Xususiy hollari

1. $A\neq 0$, $B\neq 0$, $C=0$ bo‘lsa, tenglama $Ax+By=0$ ko‘rinishni oladi. Bunday to‘g‘ri chiziqlar koordinata boshidan o‘tadi.
2. $A=0$, $B\neq 0$, $C\neq 0$ bo‘lsa, tenglama $By+C=0$ ko‘rinishni oladi. Bunday to‘g‘ri chiziqlar har bir nuqtaning ordinatasi bir xil bo‘ladi. Bu esa to‘g‘ri chiziqning Ox (absitsa) o‘qiga parallel bo‘lishini bildiradi.

3. $A \neq 0$, $B=0$, $C \neq 0$ bo‘lsa, tenglama $Ax+C=0$ ko‘rinishni oladi. Bunday to‘g‘ri chiziqlar har bir nuqtaning absitsasi bir xil bo‘ladi. Bu esa to‘g‘ri chiziqning Oy (ordinata) o‘qiga parallel bo‘lishini bildiradi.

4. $A \neq 0$, $B=0$, $C=0$ bo‘lsa, tenglama $Ax=0$ ya’ni $x=0$ ko‘rinishni oladi. Demak to‘g‘ri chiziqdagi har bir nuqtaning absitsasi nolga teng. Bu ordinata o‘qini ifodalaydi.

5. $A=0$, $B \neq 0$, $C=0$ bo‘lsa, tenglama $Ay=0$ ya’ni $y=0$ ko‘rinishni oladi. Demak to‘g‘ri chiziqdagi har bir nuqtaning ordinatasi nolga teng. Bu absitsa o‘qini ifodalaydi.

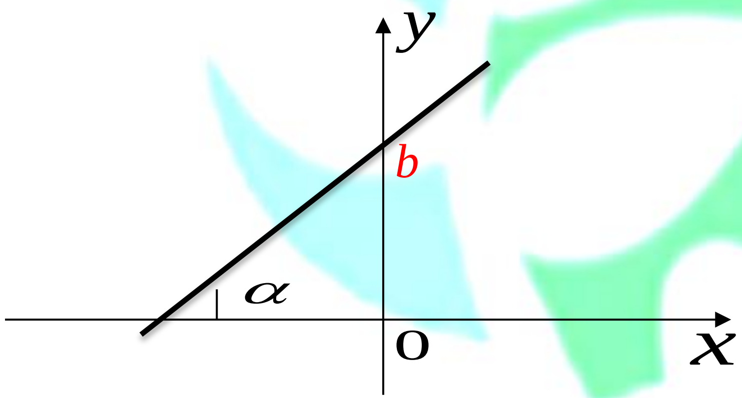
Yuqorida aytilganlardan ko‘rinadiki, tenglamada $A \neq 0$, $B \neq 0$, $C \neq 0$ bo‘lsa, tenglama ifodalagan to‘g‘ri chiziq koordinata boshidan ham o‘tmaydi, koordinata o‘qlariga parallel ham bo‘lmaydi.

To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi

Ushbu

$$y=kx+b$$

tenglama to‘g‘ri chiziqning *burchak koeffitsientli* tenglamasi deyiladi. U ikki parametr k va b ga bog‘liq. Bu yerda $k=tg\alpha$. To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi vaziyati shu parametrlar bilan to’liq aniqlanadi.

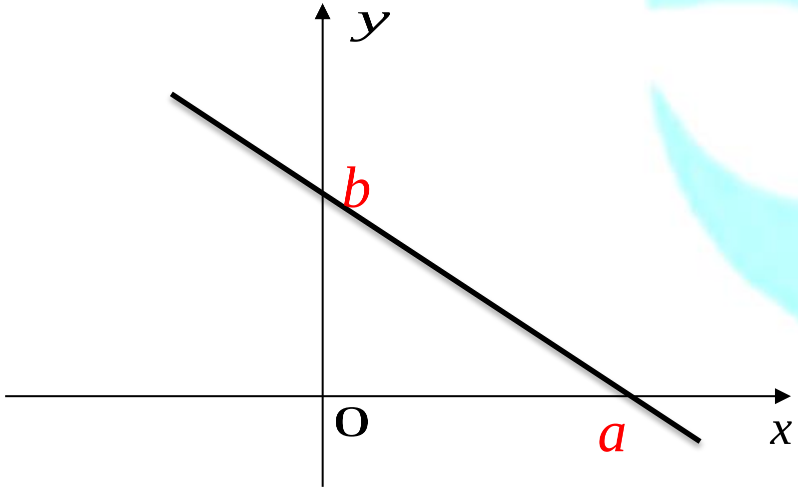


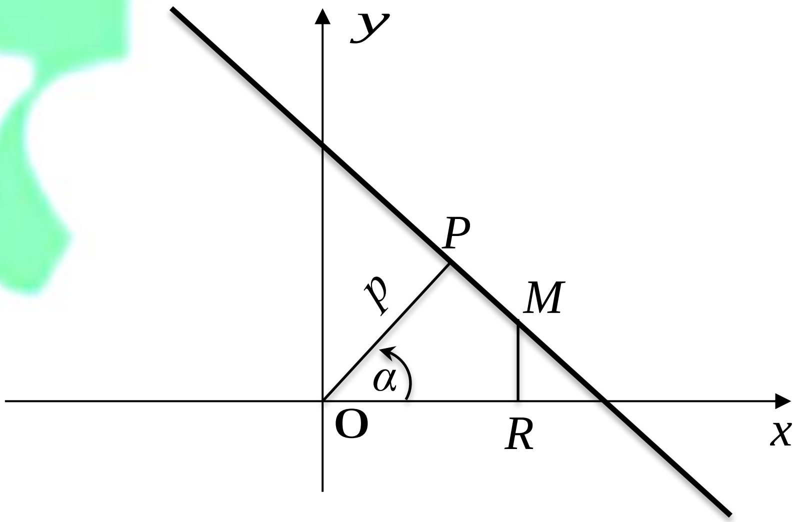
To‘g‘ri chiziqning kesmalar bo‘yicha tenglamasi

Ushbu

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

tenglama to‘g‘ri chiziqning *kesmalar bo‘yicha* tenglamasi deyiladi. U ikki parametr *a* va *b* ga bog‘liq. To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi vaziyati shu parametrlar bilan to‘liq aniqlanadi.





To‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi

Ushbu tenglama

$$x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$$

to‘g‘ri chiziqning *normal tenglamasi* deyiladi. U ikki parametr p va α ga bog‘liq.

To‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi quyidagi xossalarga ega:

1. Tenglamada x va y oldidagi koeffisientlar absolyut qiymati bo‘yicha birdan katta bo‘lmagan sonlardir.
2. Tenglamada x va y lar oldidagi koeffisientlarning kvadratlari yig‘indisi 1 ga teng.
3. Tenglamadagi ozod had manfiy son.

Misol. *Oy* o‘qidan *b=-4* kesma ajratib, *Ox* o‘qi bilan 60^0 burchak tashkil qiluvchi to‘g‘ri chiziqning tenglamasini yozing.

Yechish. $k = tg60^0 = \sqrt{3}$ bundan $y = kx + b = \sqrt{3}x - 4$ ya’ni, burchak koeffitsiyentli tenglamasini yozdik. Tenglamani umumiy ko‘rinishga keitiramiz $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$. Bundan kesmalar bo‘yicha tenglamasiga o‘tamiz

$\sqrt{3}x - y = 4$, $\frac{x}{\frac{4}{\sqrt{3}}} + \frac{y}{-4} = 1$, bu yerda $a = \frac{4}{\sqrt{3}}$, $b = -4$.

To’g’ri chiziqning tadbig’iga doir quyidagi masalani ko’rib chiqamiz:

Masala. Fermer xo‘jaligi poliz mahsulotlarini yig‘ishtirishda qo‘shimcha ishchi kuchidan foydalanadi va 1 gektarga 100 ming so‘m xarajat qiladi. 5 gektarga esa xarajat 300 ming so‘m bo‘lsin. Agar xarajat funksiyasi chiziqli (to‘g‘ri chiziq) bo‘lsa, 4 gektardagi poliz mahsulotlarini yig‘ishtirishga ketadigan xarajatni toping.

Yechish. Masala shartiga binoan, A(1, 100) va B(5; 300) belgilashlar kiritamiz. Ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasiga asosan,

$$\frac{x-1}{5-1}=\frac{y-100}{300-100} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x-1}{4}=\frac{y-100}{200} \quad \Rightarrow \quad y=50x+50.$$

Oxirgi tenglamadan $x=4$ da y ning qiymatini topamiz:

$$y=50\cdot 4+50 \quad \Rightarrow \quad y=250.$$

Адабиётлар:

1. Азларов Т., Мансуров Х., Математик анализ, Т.: “Ўқитувчи”. 1 т: 1994 й.
2. Азларов Т., Мансуров Х., Математик анализ, Т.: “Ўқитувчи”. 2 т: 1995 й.
3. Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А., Функциялар назарияси, Т.: “ЎАЖБНТ” маркази, 2004 й.
4. Turgunbayev R. Matematik analiz. 2-qism, T. TDPU, 2008 y.
5. Jo‘raev T. va boshq. Oliy matematika asoslari. 2-q., T.: “O‘zbekiston”. 1999y
6. Саъдуллаев А. ва бошқ. Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: “ Ўзбекистон ”. 2000 й.
7. Соатов Ё., Олий математика. Т., “Ўзбекистон”. 1996 й, 3 жилд
8.www.ziyonet.uz/
9.www.pedagog.uz/

TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

E‘TIBORLARINGIZ UCHUN RAXMAT!

☎ + 998 71 237 0986