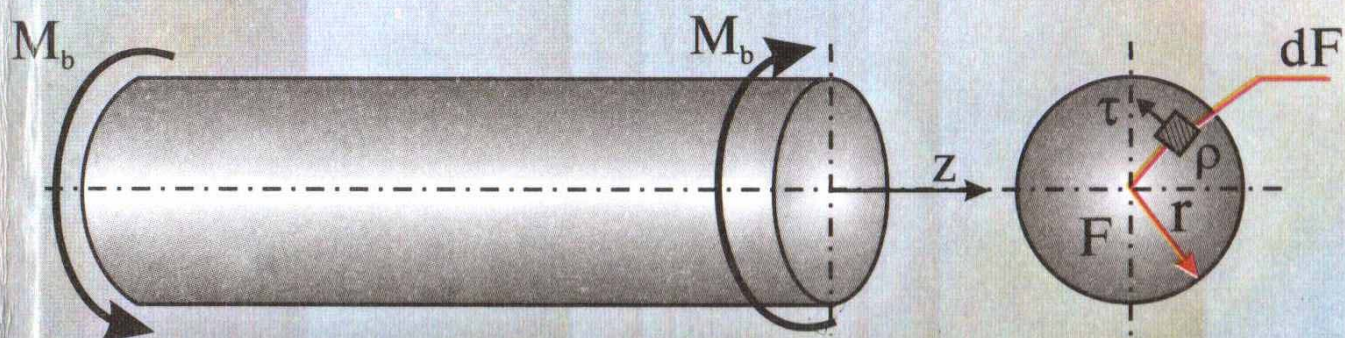


M.M. MIRSAIDOV, P.J. MATKARIMOV,
A.M. GODOVANNIKOV

MATERIALLAR QARSHILIGI



Toshkent — 2010

M.M.Mirsaidov, P.J.Matkarimov, A.M.Godovannikov. Materiallar qarshiligi. – T., «Fan va texnologiya», 2010, 420 bet.

Ushbu darslik oliy o'quv yurtlarining texnika va qurilish ta'lim yo'nalishlari bakalavriat talabalari uchun mo'ljallangan. Darslikda nazariy ma'lumotlar bilan birga, amaliy ahamiyatga ega bo'lgan turli xil masalalarni yechishda nazariy ma'lumot natijalaridan keng foydalanishga asosiy e'tibor qaratilgan. Unda an'anaviy bo'limlar bilan birga statik noaniq sistemalarni hisoblashda ko'chishlarni aniqlash va mustahkamlikni baholashda ruxsat etilgan kuchlanishlar usulidan, chegaraviy holatga o'tish usuli orqali baholash keng yoritilgan.

Taqrizchilar: K.S.Abdurashidov – texnika fanlari doktori, professor
T.M.Mavlonov – texnika fanlari doktori, professor
Sh.S.Yuldashev – texnika fanlari doktori, professor

ISBN 978–9943–10–407–5

© «Fan va texnologiya» nashriyoti, 2010.

SO‘Z BOSHI

Hozirgi kunda materiallar qarshiligi fanining barcha masalalarini qamrab oluvchi ko‘plab o‘quv adabiyotlari mavjud. Chop etilgan darslik va o‘quv qo‘llanmalarining aksariyatida texnika oliy o‘quv yurtlarida o‘rganiladigan mavzular yuqori ilmiy-metodik uslubda bayon etilgan. Ushbu darslikning yozilish sababi mamlakatimiz oliy ta‘limida bir pog‘onali tizimdan ikki pog‘onali bakalavr – magistr tizimiga o‘tilganligidir. Shu sababli fanga tegishli mavzularni shartli ravishda ikkiga ajratishga to‘g‘ri keladi – birinchi bo‘lagida nazariyaga oid ma‘lumotlarni qisqaroq berib, asosan amaliy masalalar tadbiqiga ko‘proq e‘tibor qaratish, ikkinchi bo‘lagida chuqur fundamental ta‘limga asoslangan holda fanning shu kunlarda yechim topmagan masalalarini nazariy jihatdan yorituvchi materiallarni bayon etish. Ushbu darslik fanning birinchi bo‘lagi masalalarini yoritishga mo‘ljallangan. Unda, boshqa adabiyotlardan farqli o‘laroq, turli qiyinlikdagi masalalarni amaliy yechish yo‘llari va ularning samaradorligini taqqoslash usullari keltirilgan.

Ikkinchi tomondan nuqtaning kuchlanish holati, jismdagi oquvchanlik, plastiklik tushunchalari, dinamik masalalar to‘g‘risidagi tushuncha va vaqt bo‘yicha siklik o‘zgaruvchan ta’sirlarda materiallar mustahkamligini tekshirish mavzulari qisqaroq lekin sifatli qilib berilgan.

Statik aniqmas sistemalar hisobiga oid masalalar chuqurroq tahlil etilgan. Shuningdek darslikda konstruksiya elementlarining mustahkamligini chegaraviy holatga o‘tish usuli orqali hisoblash birinchi marta keltirilgan va uning ruxsat etilgan kuchlanishlar usuli bilan o‘xshash va farqli tomonlari ko‘rsatilgan.

Ushbu darslikning ba’zi bo‘limlaridan konstruksiya mustahkamligi va dinamikasiga aloqador fanlarni o‘rganayotganda magistrantlar ham bemalol foydalanishlari mumkin.

Darslikni tayyorlashda o‘zlarining qimmatli vaqtlarini ayamasdan yordamlashganlari uchun TIMI va NamMPI xodimlari dotsentlar T.Z.Sultonov, Z.S.Mahmudov, S.M.Saidov, I.T.Shamshidinov, o‘qituvchi va xodimlar B.Sh.Yuldoshev, B.X.Urinov, N.A.Usmanova, Z.U.Ummatovalarga minnatdorchiligimizni bildiramiz.

MATERIALLAR QARSHILIGI FANIDA UCHRAYDIGAN KATTALIKLAR VA ULARNING O'LCHOV BIRLIKLARI

Hozirgi vaqtda asosiy fizik kattaliklarni o'lchashda Xalqaro SI birliklar sistemasining o'lchov birliklarini ishlatish to'g'ri deb hisoblanadi. SI sistemasining mexanik kattaliklarni o'lchash uchun ishlatiladigan birliklarini MKGSS sistemasidan prinsipial farqi shundaki, SI sistemasida massa birligi asosiy o'lchov birlik bo'lib, kuch birligi undan kelib chiqadigan birlik hisoblanadi. MKGSS sistemasida esa buning aksidir.

Materiallar qarshiligida ishlatiladigan SI sistemasining asosiy birliklari quyidagilardan iborat: uzunlik – metr (m) da, massa – kilogram (kg) da, vaqt – sekund (sek) da, yassi burchak – radian (rad) da o'lchanadi.

Bu sistemada qo'shimcha birliklar esa quyidagi o'lchov birliklarda o'lchanadi:

Yuza (F) – metr kvadrat (m^2) da

Hajm (V) – metr kub (m^3) da

Zichlik (ρ) – kilogram bo'lingan metr kub (kg/m^3) da

Tekis shaklning statik momentlari (S) va qarshilik momentlari (W) – metr kub (m^3) da

Tekis shaklning inersiya momentlari (I) – metr to'rtinchi daraja (m^4) da

Tezlik (v) – metr bo'lingan sekund (m/sek) da

Tezlanish (w) – metr bo'lingan sekund kvadrat (m/sek^2) da

Burchak tezligi (ω) – radian bo'lingan sekund (rad/sek) da

Burchak tezlanishi (w) – radian bo'lingan sekund kvadrat (rad/sek^2) da

Kuch (P) – Nyuton (N) da

Kuch momenti (M) – Nyuton ko'paytirilgan metr ($N \cdot m$) da

Kuchlanish (σ yoki τ) – Nyuton bo'lingan metr kvadrat (N/m^2) da

Ish, energiya (A, P, T) – joul (j) da

Quvvat (N) – vatt (vt) da

Solishtirma og'irlik (γ) – Nyuton bo'lingan metr kub (N/m^3) da

Chastota (f) – gers (gs) da

Davr (T) – sekund (sek) da

Elastiklik (Yung) moduli (E) – Nyuton bo'lingan metr kvadrat (N/m^2) da

Siljishdagi elastiklik moduli (G) – Nyuton bo‘lingan metr kvadrat (N/m^2) da

Absolyut deformatsiya ($\Delta \ell$) – metr (m) da

Nisbiy deformatsiya (ε) – o‘lchovsiz kattalik

Puasson koeffitsienti (μ) – o‘lchovsiz kattalik

Bu birliklarning ba’zilarini karrali yoki ulushli birliklari mavjud bo‘lib, ular shu birliklarning oldiga quyidagi qo‘shimchalarni qo‘shish orqali, ya’ni: Mega (M) – 10^6 ga, kilo (k) – 10^3 ga, detsi (d) – 10^{-1} ga, santi (s) – 10^{-2} ga, milli (m) – 10^{-3} ga, mikro (mk) – 10^{-6} ga ko‘paytirish orqali hosil qilinadi.

Materiallar qarshiligida uchraydigan ba’zi kattaliklarni odatdagi sistemaga kirmagan birliklarda o‘lchanishi ham amaliyotda ko‘p uchrab turadi. Bu holda bu birliklar orasida o‘zaro quyidagicha bog‘lanish borligini e’tiborga olish kerak.

MKGSS va SGS birliklar sistemalari va sistemaga kirmagan birliklar	SI birliklar sistemasi	MKGSS va SGS birliklar sistemalari va sistemaga kirmagan birliklar	SI birliklar sistemasi
1	2	3	4
Yuza birligi 1 sm^2 $10^{-4} m^2$ Tekis shaklning statik va qarshilik momentlari o‘lchov birligi 1 sm^3 $10^{-6} m^3$ Tekis shakl inersiya momentlarining o‘lchov birligi 1 sm^4 $10^{-8} m^4$		Hajm birligi 1 sm^3 $10^{-6} m^3$ Kuch momenti va juft kuch momentining birliklari 1 kilogramm-kuch×metr ($kgk \cdot m$) 9,81Nm≈10 Nm 1 kilogramm-kuch×santimetr ($kgk \cdot sm$) 0,0981 Nm≈ ≈$10^{-1} Nm$ Solishtirma og‘irlik birliklari 1 tk/m^3 yoki 1 gk/sm^3 9,81.10³ N/m^3 ≈ ≈ 10⁴ N/m^3 1 kgk/sm^3 9,81.10⁶ N/m^3 ≈ ≈ 10⁷ N/m^3	

1	2	3	4
Massa birliklari		Ish va energiya birliklari	
1 tonna (t)	10^3 kg	1 kilogramm-	
1 sentner (s)	10^2 kg	kuch · metr ($\text{kgk} \cdot \text{m}$)	$9,81 \approx 10 \text{ J}$
		1 kv/soat	$3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$
		1 erg	10^{-7} J
Burchak tezligining o'lchov birliklari		Quvvat birliklari	
1 minutda		1 kilogramm-	
aylanish soni	$\frac{\pi}{30} \text{ rad/sek}$	kuch×metr bo'lingan	
(ayl/min)		sekund ($\text{kgk} \cdot \text{m/sek}$)	$9,81 \approx 10 \text{ vt}$
1 ayl/sek	$2\pi \text{ rad/sek}$	1 ot kuchi (o.k.)	$735,5 \text{ vt}$
		1 erg/sek	10^{-7} vt
Kuch birliklari		Bosim yoki kuchlanishning o'lchov birliklari	
1 tonna-kuch		1 bar	10^5 N/m^2
(tk)	$9,81 \cdot 10^3 \approx 10^4 \text{ N}$	1 kgk/sm ² = 1 atm	$9,81 \cdot 10^4 \approx 10^5 \text{ N/m}^2 \approx$
1 kilogramm-			$\approx 0.1 \text{ MPa}$
kuch (kgk)	$9,81 \approx 10 \text{ N}$	1 kgk/m ²	$9,81 \approx 10 \text{ N/m}^2 \approx$
1 dina (dina)	$\approx 10^{-5} \text{ N}$		$\approx 10 \text{ Pa}$
		1 tk/m ²	$\approx 10000 \text{ Pa}$

KIRISH

Materiallar qarshiligi fani «Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasi» deb umumiy nom bilan ataluvchi fanlar tarkibiga kirib, deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasining amaliy masalalarini o'rganadi, konstruksiya va inshootlar elementlarining tashqi kuchlar ta'siridagi holatini – mustahkamligini, bikrligini va ustuvorligini baholaydi. Bu fan qurilish, mashinasozlik, aviasozlik va boshqa sohalar amaliyotida keng qo'llanilib, qator muhandislik fanlari uchun asos yaratadi.

Shu sababli materiallar qarshiligini chuqur o'rganish talaba uchun yuqori texnik tayyorgarlik kafolatini o'tab, unga ixtiyoriy amaliy masalalarni malakali yechishiga yordam beradi.

Materiallar qarshiligi fani – elastiklik nazariyasi, plastiklik nazariyasi, oquvchanlik nazariyasi, gruntlar, sochiluvchan materiallar va tog' jinslari mexanikasi, tebranishlar nazariyasi va ustuvorlik nazariyasi kabi bir qator fanlarni o'z ichiga oladi. Bu fanda o'rganiladigan ob'ektlarga konstruksiyalarning yupqa devorli elementlari, bruslar, balkalar, sterjenlar, vallar, plastina va qobiqlar kiradi.

Materiallar qarshiligini fan sifatida shakllanishi 1638-yilda Galileo Galiley tomonidan «Fanning ikki yangi tarmog'iga oid matematik isbot va suhbatlar» kitobining chop etilishi bilan boshlangan. Ushbu kitob dinamika va mustahkamlik nazariyasiga bag'ishlangan edi. Robert Guk tomonidan kuchlanish va deformatsiya orasidagi proporsionallik qonunining 1660-yilda ochilishi va 1678-yilda bu natijaning chop etilishi materiallar qarshiligi fani rivojlanishiga asos soldi.

Keyingi davrlarda balka egilishi masalasi yechimiga ko'plab taniqli olimlar ishlari bag'ishlandi, faqat 1826-yilga kelibgina Nave o'zining qurilish mexanikasi bo'yicha chop etgan kitobida deyarli 200 yil davom etgan balka egilishi masalasi yechimini e'lon qildi. Nave ushbu masalani to'g'ri yechimini topdi va birinchi bor kuchlanish tushunchasini kiritdi.

Lagranj, Koshi, Puasson, Sen-Venan kabi yirik olimlarning ishlari materiallar qarshiligi fani rivojlanishiga katta hissa qo'shdi. 1744-yilda

to'g'ri sterjenga qo'yilgan siquvchi bo'ylama kuchning kritik qiymatini aniqlagan Eyler ishlarini alohida ta'kidlash lozim. Ushbu masala yechimi ham deyarli 200 yilga cho'zildi. Gap shundaki, Eyler tomonidan taklif etilgan yechimda materiallarni chiziqli – elastiklik holati bo'yicha cheklash haqidagi faraz qo'yilgan bo'lib, u Eyler formulasini qo'llash sohasi va aniqlik darajasini ancha cheklab qo'ygan edi. Shu sababli, olingan natijaning har doim tajriba natijalari bilan mos kelmasligi ushbu formulaga muhandislar qiziqishini uncha uyg'otmadi. Faqat 1889-yildagina Engesser tomonidan masalaning proporsionallik chegarasidan tashqarida ustuvorlikning nazariy yechimi aniqlandi. Ammo, ushbu yechimning isboti keltirilmadi. 1894-yilda Yasinskiy ushbu masala isbotini keltirdi, 1910-yilda Karman ham Yasinskiyga bog'liq bo'lmagan holda masala isbotini topdi.

Shu bilan birga materiallar qarshiligi haqidagi fan rivojlanishiga va uning amaliy masalalarini yechishga quyidagi olimlar o'zlarining katta hissalarini qo'shdilar – D.I.Juravskiy, X.S.Golovin, P.F.Papkovich, I.G.Bubnov, B.G.Galerkin, S.P.Timoshenko, V.Z.Vlasov, N.B.Belyaev, A.A.Gvozdev, G.V.Kolosov, V.V.Bolotin, N.X.Arutunyan, M.A.Koltunov, L.A.Tolokonnikov, N.I.Musxelishvili, A.A.Ilyushin, Yu.N.Rabotnov, X.A.Raxmatullin, S.R.Rjanitsin, Ye.I.Shemyakin, M.T.O'rozboev, V.Q.Qobulov, B.E.Novojilov, V.V.Lure, V.V.Moskvitin, V.G.Zubchaninov, V.I.Feodosev, V.L.Biderman, I.G.Teregulov, B.E.Pobedrya, V.N.Nemirovskiy, I.E.Troyanovskiy, A.S.Kravchuk va boshqalar.

Odatda jismdagi deformatsiyalanish jarayoni inshoot ishlashiga sezilarli darajada ta'sir qilib, inshoot yaroqliligiga putur yetkazadi, ya'ni uning mustahkamligini, bikrligini yoki ustuvorligini buzishi mumkin.

Inshootning bu qobiliyatlari to'g'risida gapirilganda asosan quyidagilar tushuniladi:

mustahkamlik deganda – konstruksiya elementlarining qo'yilgan tashqi kuchlar ta'siriga chidamliligi tushuniladi,

bikrlik deganda – konstruksiya elementlarining tashqi kuchlar ta'sirida katta geometrik o'zgarishlar hosil qilmaslik qobiliyati tushuniladi,

ustuvorlik deganda – konstruksiya elementlarining tashqi kuchlar ta'sirida o'zining avvalgi holatini yo'qotmaslik qobiliyati tushuniladi.

Odatda to'g'ri loyihalangan yoki to'g'ri ishlatilayotgan konstruksiyada deformatsiya buzilish darajasigacha yetmasdan to'xtaydi, ya'ni jismda deformatsiyalanish jarayoni kechayotgan bir

vaqtda deformatsiyalanishga qarshilik ko'rsatish holati paydo bo'ladi, jism «qarshilik ko'rsatadi». «Qarshilik ko'rsatish» kattaligi deformatsiyani o'sishi bilan kuchayib boradi va shunday muvozanat holati yuz beradiki, bu holda deformatsiyalanish jarayoni to'xtaydi.

Tabiiyki, «Qarshilik ko'rsatish» effekti turli jismlar uchun har xil bo'lib, bir xil o'lchamli yog'och konstruksiyaning buzilishi metall konstruksiyaga nisbatan kamroq kuchlanishlarda ro'y beradi. Konstruksiya materialining yaxlitligini saqlash shartlarini o'rganish, «mustahkamlikka hisoblash» deb ataladi. Ba'zi konstruksiyalarda material mustahkamligidan tashqari yana deformatsiyaning talab qilingan miqdordan oshmaydigan qiymatlarini ta'minlash talab etiladi. Ushbu hisob «bikrlikka hisoblash» deb ataladi.

I bob
UMUMIY TUSHUNCHALAR

1- §. Materiallar qarshiligi fanining asosiy prinsip va farazlari

Tabiatda mavjud materiallar molekular tarkibiga ko'ra u yoki bu darajada shakllangan agregat holatida bo'lib, ularning o'lchamlari esa submikrokristalldan (mikrostrukturadan) to beton ko'rinishidagi konglomerat (makrostruktura) tuzilishgacha bo'lishi mumkin. Odatda materiallar qarshiligi fanida ob'ekt holatini o'rganganda alohida agregatlarning o'zaro ta'sirini va real materiallarning barcha xossalarini e'tiborga olib bo'lmaydi. Shuning uchun hisoblash formulalarini keltirib chiqarishda qator farazlar qabul qilinib, real jismning bir nechta asosiy xossalarini o'zida aks ettirgan ideal jism qaraladi. Bunday jismlarda tashqi kuch yoki issiqlik ta'sirida uning zarrachalarining joylashishlari o'zgaradi, lekin uning tarkibidagi moddaning umumiy miqdori (jismning massasi) o'zgarmaydi, ya'ni uning faqat o'lchamlari va shakli o'zgarishi mumkin. Demak, deformatsiya deganda, jism zarrachalarining o'zaro joylashishi natijasida uning o'lchamlari va shaklining o'zgarishi tushuniladi.

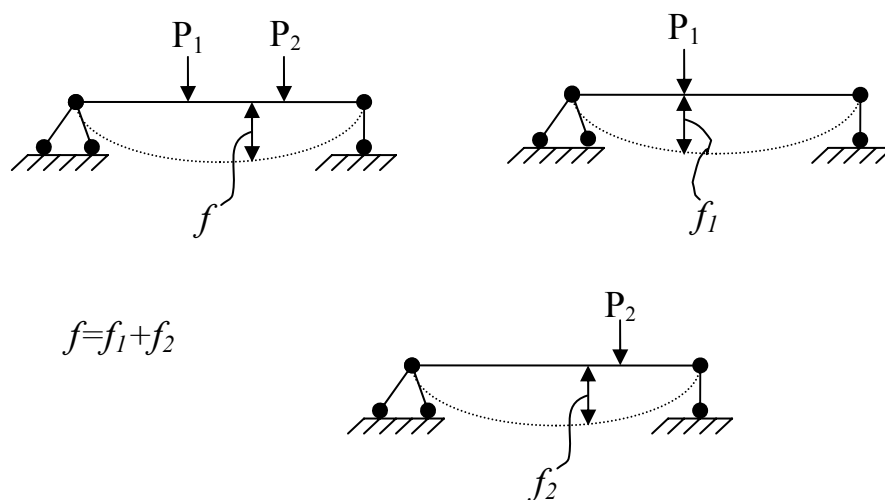
Jismlarning kuch ta'sirida deformatsiyalanib, kuch olingandan keyin, o'zining oldingi holatiga qaytishi jismning elastiklik xossasi deyiladi. Kuch olinishi bilan deformatsiyaning yo'qoladigan qismi elastik deformatsiya, qoladigan qismi qoldiq (plastik) deformatsiya deb ataladi. Agarda deformatsiya to'liq yo'qolsa jism absolyut elastik deb ataladi.

Materiallar qarshiligi fanida quyidagi xossalarga ega bo'lgan ideal jism qaralishi uchun quyidagi farazlar qabul qilingan:

1. Jism bir jinsli va yaxlit deb qaraladi, ya'ni biror nuqta atrofidan olingan cheksiz hajmdagi materialning xossalari nuqtaning o'rniga bog'liq emas va jism bir butun yaxlit tuzilgan deb qaraladi.
2. Jism absolyut elastik va izotrop deb qaraladi. Ya'ni izotrop deganda jismning xossalarini barcha yo'nalishlar bo'yicha bir

xilligi tushuniladi. (Shu bilan birga turli yo‘nalishlar bo‘yicha xossalari har xil bo‘lgan anizotrop jismlar ham ko‘p uchraydi, lekin bu darslik hajmida unday jismlar qaralmaydi).

3. Jismning deformatsiyasi uning o‘lchamlariga qaraganda ancha kichik deb qaraladi.
4. Jismga qo‘yilgan kuch ma‘lum miqdordan oshmasa, jism chiziqli deformatsiyalanadi (Guk qonuni).
5. Bir nechta kuch ta‘siridan hosil bo‘ladigan deformatsiya yoki ko‘chishning qiymati, har qaysi kuch alohida ta‘siridan hosil bo‘ladigan qiymatlarning yig‘indisiga teng (kuchlar ta‘sirining mustaqillik prinsipi) (1.1-rasm).



1.1-rasm. Kuchlar ta‘sirining mustaqillik prinsipi.

6. Deformatsiyadan oldin tekis bo‘lgan kesim, deformatsiyadan keyin ham tekis bo‘lib qoladi (Bernulli gipotezasi).

Bu qabul qilingan gipoteza va farazlarni qo‘llash nazariy tekshirishlarda differensial va integral hisob apparatidan keng foydalanish imkoniyatini yaratib, keyinchalik hisob ishlarini birmuncha soddalashtirish imkoniyatini beradi.

2- §. Hisob sxemasini tuzish

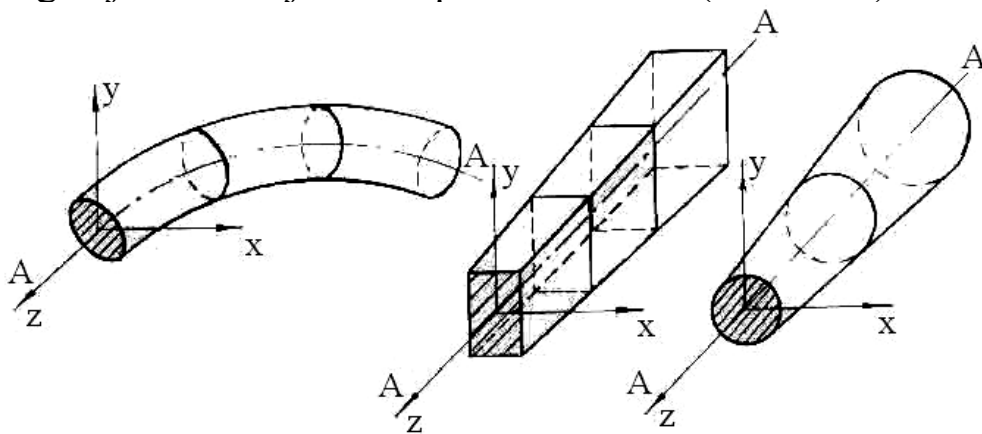
Materiallar qarshiligining ixtiyoriy masalasini yechish, hisob sxemasini tanlashdan boshlanadi, ya‘ni shunday soddalashtirgan sxema tanlanadiki, unda bir tomondan konstruksiyaning asosiy xususiyatlari e‘tiborga olinadi, ikkinchi tomondan yakuniy natijaga sezilarli ta‘sir

etmaydigan ikkilamchi omillar tashlab yuboriladi. Ushbu holat tashqi kuchlarni hisoblashda ham, ko‘rilayotgan elementni geometrik jihatdan belgilayotganda ham va konstruksiya materiali modeliga ham tegishlidir.

Misol uchun lift arqoniga tushayotgan kuchlanishni aniqlanayotganda kabina og‘irligi, ko‘tarilayotgan yuk og‘irligi, inersiya kuchlari, arqon og‘irligi kabi omillar hisobga olingan holda, havoning qarshilik kuchi, barometrik bosimning farqi, havo haroratining yuqoriga ko‘tarilishi bilan bog‘liq omillar ikkinchi darajali deb tashlab yuboriladi.

Temir yo‘l ko‘prigini hisoblashda poezd sostavining og‘irligi, harakat paytida hosil bo‘ladigan dinamik kuchlar hisobga olinadi, shamolning qarshiligi hisobga olinmaydi. Teleradio translyatori machtasini hisoblashda esa machta bo‘ylab harakatlanayotgan odamlar og‘irligini hisobga olmay, shamol bosimini hisobga olish kerak va hokazo.

Konstruksiya qismlari. Hisob sxemasini tuzishda konstruksiya geometriyasini soddalashtirish uchun konstruksiyaning ayrim qismlarini (elementlarini) ikki o‘lchami (eni va bo‘yi) uchinchi o‘lchami (uzunligi)dan ko‘p (8 va undan ortiq) marta kam bo‘lsa sterjenga keltirib olinadi. Demak, sterjen deb ikki o‘lchami bir o‘lchamiga nisbatan bir necha marta kichik bo‘lgan konstruksiya elementiga aytiladi. Demak, biror tekis kesimni A–A o‘qi atrofida aylantirishdan hosil bo‘lgan jismni sterjen deb qarash mumkin (1.2-rasm).



1.2-rasm. Sterjen.

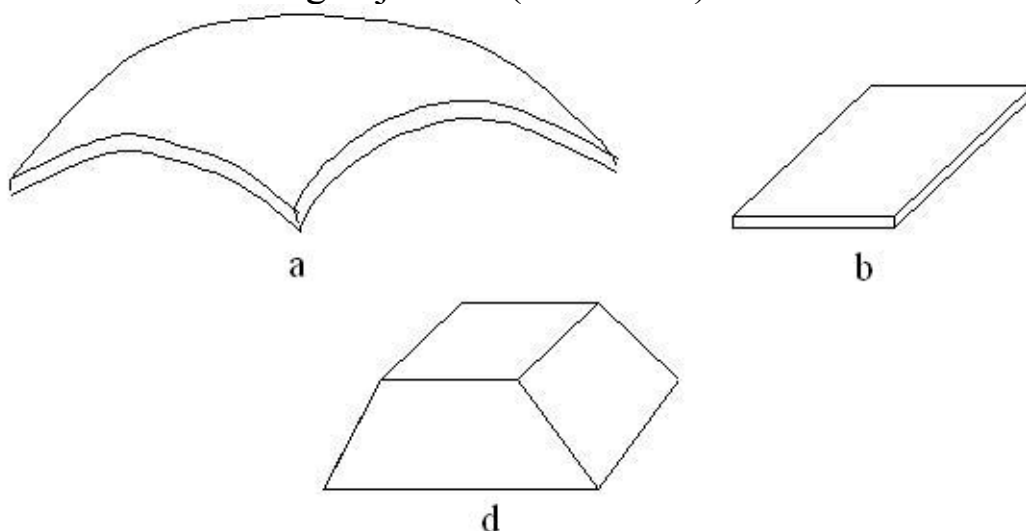
«A–A» o‘qi sterjenning bo‘ylama o‘qi deyiladi, og‘irlik markazidan o‘tuvchi, bo‘ylama o‘qqa tik joylashgan tekis kesim – sterjenning ko‘ndalang kesimi deyiladi. Sterjen nuqtalarining koordinatalari $Oxyz$ to‘g‘ri burchakli sanoq sistemasiga nisbatan

aniqlanadi, odatda z o'qi, bo'ylama o'q yo'nalishi bo'yicha yo'naltiriladi, x va y o'qlari esa sterjen ko'ndalang kesimi tekisligida yotadi.

Sterjenlar bo'ylama o'qi shaklidan kelib chiqib to'g'ri chiziqli, egri chiziqli, sinig yoki fazoviy egilgan ko'rinishlarda bo'lishi mumkin. Fazoviy egilgan egri chiziqli sterjenga vintli prujina misol bo'lishi mumkin. Hisoblash sxemasini tuzayotganda sterjen ko'ndalang kesim yuzasi shaklidan qat'iy nazar bo'ylama o'q ko'rinishida tasvirlanadi. Ba'zi hollarda, ya'ni sterjen kuchlar sistemasi bilan yuklangan bo'lsa, hisob sxemasida tashqi kuchlarni aniqroq ko'rsatish uchun sterjen o'zining aniq geometrik o'lchamlari bilan tasvirlanadi.

Materiallar qarshiligida sterjenlardan tashqari plastinka va qobiqlar hisobining ham eng sodda hollari ko'riladi.

Bir o'lchami (qalinligi) qolgan ikki o'lchamidan ko'p marta kam bo'lgan va ma'lum egrilik radiusiga ega bo'lgan jismga (1.3a-rasm) qobiq deyiladi, agar qobiq sirti tekislikdan iborat bo'lib, egrilik radiusi cheksiz katta bo'lsa, u (1.3b-rasm) plastinka deyiladi. Uchta o'lchami ham bir xil tartibda bo'lgan jismlar (1.3d-rasm) esa massiv deb ataladi.

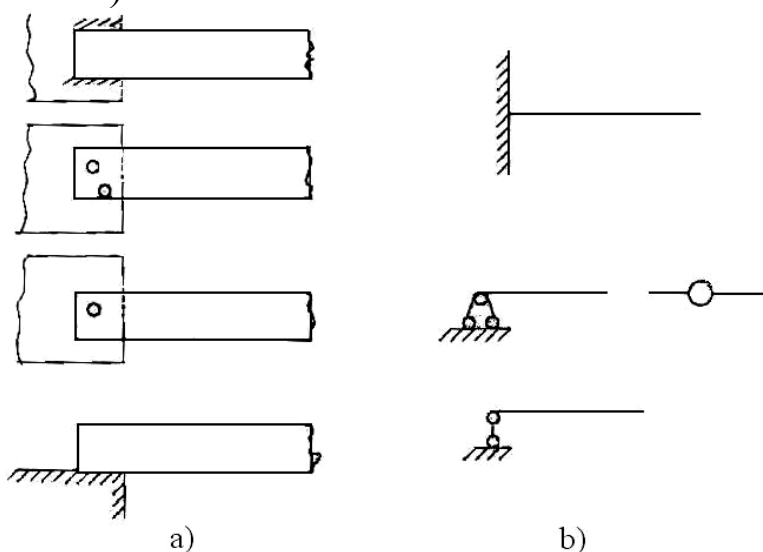


1.3-rasm. Konstruksiya elementlari:

a) qobiq; b) plastinka; d) massiv.

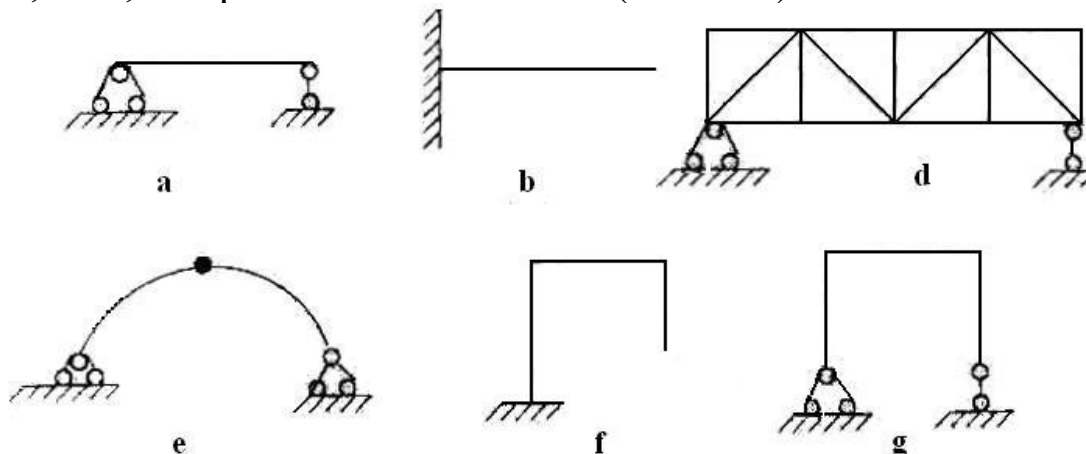
Konstruksiya qismlarining bog'lanishlari. Sterjenlardan yaxlit inshoot yasash uchun turli biriktirish vositalari – bolt, parchin mix, payvand va qirqib kirgizishlardan foydalaniladi. Hisob sxemasida ushbu usullar yordamida biriktirish shartli ravishda nazariy mexanikada mavjud bo'lgan qistirib mahkamlangan, qo'zg'aluvchi yoki

qo'zg'almas sharnir, oraliq sharnir, yoki silliq sirt bog'lanishlariga keltiriladi (1.4-rasm).



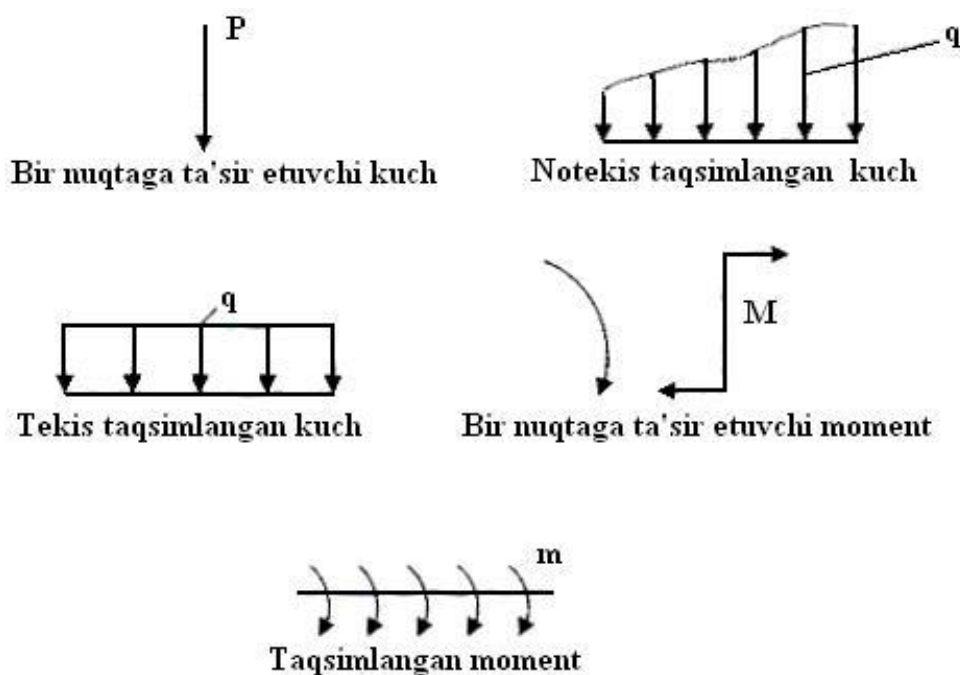
1.4-rasm. Konstruksiya elementlarining bog'lanishlari:
a) bog'lanishlar; b) hisob sxemasi.

Konstruksiyaning xillari. Inshootni tashkil etuvchi sterjenlar o'q shakliga, tutashtirish usuliga, tayanch turlariga qarab bir qancha turlarga bo'linadi, ular ichida eng ko'p tarqalganlari: balka, konsol, ferma, arka, siniq konsol va ramalardir (1.5 rasm).



1.5-rasm. Konstruksiya turlari:
a–balka; b–konsol; d–ferma; e–arka; f–siniq konsol; g–rama.

Konstruksiyaga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar. Inshootga ta'sir qilayotgan tashqi kuchlar ham turlicha bo'lishi mumkin, lekin ularni bir necha turlarga ajratish mumkin – bir nuqtaga ta'sir etuvchi yoki to'plangan kuch, yoyilgan kuch (tekis yoki notekis), yoyilgan yoki bir nuqtaga qo'yilgan juft kuch – moment (1.6-rasm).



1.6-rasm. Tashqi kuch turlari.

Ob'ekt yuzasiga nisbatan ancha kichik yuzaga qo'yilgan yoyilgan kuchlar, bir nuqtaga ta'sir etuvchi yoki to'plangan kuchlarni tashkil etib, ular N , kN , kgk , tk larda o'lchanadi.

Tekis taqsimlangan kuchlar ko'rilyotgan ob'ekt yuzalari bo'yicha teng ta'sir etuvchi parallel kuchlar sistemasidan iborat bo'ladi.

Agarda bu kuchlar uzunlik bo'yicha taqsimlangan bo'lsa u holda yoyilgan kuch xarakteristikasi sifatida uning intensivligi q olinadi va bu – **kuch/masofa** birligida (N/sm , kN/m , kgk/sm , tk/m va hokazolarda) o'lchanadi. Bunga devor og'irligining fundamentga ta'siri misol bo'lishi mumkin.

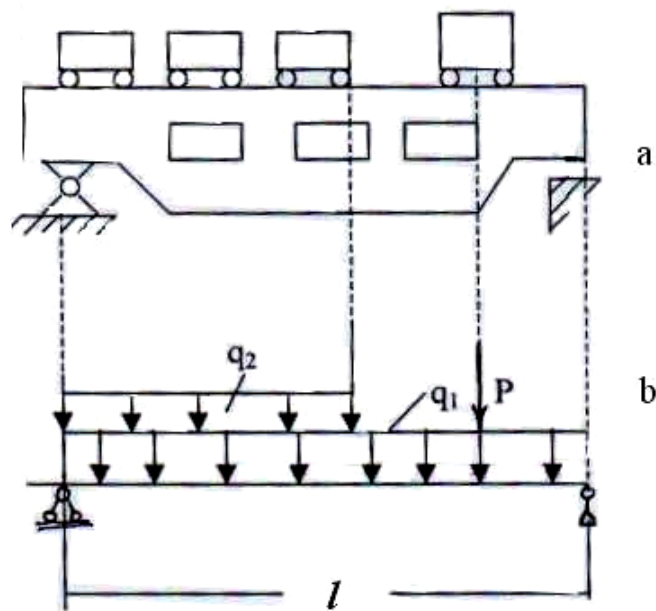
Agarda kuch yuza bo'yicha taqsimlangan bo'lsa u holda bu kuch – **kuch/yuza** birligida (N/sm^2 , kN/m^2 , kgk/sm^2 , tk/m^2 larda) o'lchanadi. Bu kuchga yoqqan qor og'irligini tekis tomga ta'siri misol bo'lishi mumkin.

Tekis taqsimlangan kuchning teng ta'sir etuvchisini topish uchun kuch intensivligini ta'sir etish masofasiga ko'paytiriladi ($q \cdot \ell$) notekis taqsimlangan kuch ham parallel kuchlar sistemasidan iborat bo'lib, uning kattaligi kuch qo'yilish nuqtasidan boshlab masofa funksiyasi sifatida o'zgaradi. Notekis taqsimlangan kuchga oddiy misol sifatida uchburchak qonuni bo'yicha taqsimlangan gidrostatik bosimni keltirish mumkin.

Kuch intensivligining epyurasi deb, taqsimlangan kuchning mos masshtabdagi grafik tasviriga aytiladi. Taqsimlangan kuchning teng ta'sir etuvchisi miqdor jihatidan kuch intensivligining epyurasi maydoniga teng bo'lib, epyuraning og'irlik markaziga qo'yilgan bo'ladi. Bir nuqtaga qo'yilgan moment M ni miqdorlari teng, o'zaro parallel va qarama-qarshi tomonga yo'nalgan juft kuchlar ko'rinishida tasvirlash mumkin.

Hisob sxemasini tuzish. Yuqoridagi soddalashtirishlarni e'tiborga olib, ko'priknings soddalashtirgan hisob sxemasini quyidagi ko'rinishda tuzish mumkin (1.7-rasm).

Bu yerdagi q_1 kuch ko'priknings og'irligi bo'lib, q_2 va P kuchlari kattaliklariga qarab hisobga olinishi yoki olinmasligi mumkin bo'lgan kuchlardir.



1.7-rasm. Ko'priknings soddalashtirgan hisob sxemasi:
a) hisoblanayotgan ob'ektnings haqiqiy ko'rinishi; b) hisob sxemasi.

Ko'rilayotgan ob'ekt hisob sxemasini tuzishda «geometrik» jihatdan soddalashtirishdan tashqari konstruksiya materialini ichki sxemalash ham o'tkaziladi.

3- §. Kesish usuli. Ichki kuchlarni aniqlash

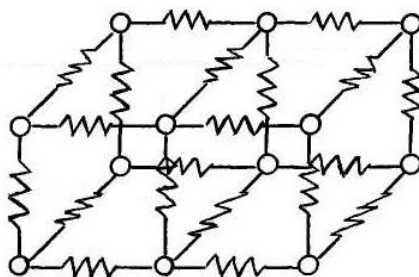
Kuchlarning turlari. Konstruksiyaga qo'yilgan tashqi kuchlar ta'sirida tayanch nuqtalarida reaktiv kuchlar (tayanch reaksiya kuchlari) hosil bo'ladi. Tashqi va reaktiv kuchlar ta'sirida konstruksiya muvozanatda turadi, ya'ni bu holda statikanings muvozanat tenglamalari

o'rinli bo'ladi. Ikkinchi tomondan sistema tashqi kuchlar ta'sirida muvozanatda ekanligi ma'lum bo'lsa, statika tenglamalarini qo'llab noma'lum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash mumkin. Bu holda shuni e'tiborga olish lozimki, tayanchlardagi noma'lum reaksiya kuchlarining soni statika tenglamalari sonidan ortiq bo'lsa, masala statik noaniq bo'lib, konstruksiya esa statik noaniq sistema bo'lishi mumkin. Ushbu sistemalarda tayanch reaksiyalarini topish uchun maxsus usullardan foydalaniladi.

Ba'zi hollarda tashqi kuchlarni aktiv kuchlar, bog'lanish reaksiya kuchlarini reaktiv kuchlar deb ataladi. Aktiv va reaktiv kuchlari birgalikda tashqi kuchlar deb ataladi.

Tashqi kuchlar ta'sirida (agar inshoot konstruksiyasi buzilmasa) inshoot qismlari deformatsiyalanadi. Bu hol inshootning deformatsiyalanish jarayonida unga qarshilik ko'rsatuvchi ichki kuchlarning paydo bo'lganligini anglatadi.

Ichki kuchlarning hosil bo'lishini ko'z oldimizga keltirishimiz uchun jismni prujinalar yordamida tutashtirilgan alohida-alohida zarrachalar to'plamidan iborat deb qarashimiz kerak bo'ladi (1.8-rasm).



1.8-rasm. Ichki kuchning modeli.

Zarrachalar orasidagi boshlang'ich masofa o'zgarmasa, ya'ni tashqi kuchlar ta'sir etmaganda, mos ravishda deformatsiya va prujinalardagi zo'riqish nolga teng bo'ladi. Sistemaga tashqi kuchlar ta'sir etganda zarrachalar orasidagi masofalar o'zgaradi, ular orasidagi bog'lanish vazifasini o'tovchi prujinalar cho'ziladi yoki siqiladi, bu hol sistemaning deformatsiyalanish jarayoniga ko'rsatayotgan qarshiligini bildiradi. Shuni ta'kidlash lozimki, ushbu qurilgan model (1.8-rasm) tutash muhit gipotezasiga (jismni yaxlit butunligiga) mos kelmaydi, biroq holatni tushuntirishga qulaydir. Ta'sir etayotgan kuchni ko'paytirish yoki kamaytirish natijasida prujinaning uzunligi proporsional ravishda o'zgaradi. Ushbu holat R.Gukga 1660 yilda

materiallar qarshiligi, elastiklik nazariyasi fanlari uchun asos bo'lgan quyidagi qonunni bayon qilishga olib keldi: «Kuch qanday bo'lsa, cho'zilish ham shu kabidir». Ushbu tasdiq keyinchalik Guk qonuni deb aytila boshlandi.

Ma'lum chegaragacha cho'zilgan yoki siqilgan prujinalar, kuch olinishi bilan o'zining boshlang'ich holatiga qaytadi va bu hol ko'p marta qaytarilishi mumkin. Bu holda material elastiklik bosqichida ishlamoqda yoki «Guk qonuniga bo'ysunmoqda» deyiladi. Agar prujina ma'lum bir qiymatdan ortiq cho'zilsa yoki siqilsa, kuch ta'siri to'xtatilgandan so'ng boshlang'ich holatga qaytmaydi, balki «qoldiq» cho'zilish (siqilish) deb ataluvchi masofaga farq qiladi. Ushbu holatda prujina materiali elastiklik bosqichidan tashqarida (Guk qonuni ta'sir doirasidan tashqarida) ishlamoqda deyiladi. Deformatsiyaning juda katta qiymatlarida modeldagi prujina uziladi, bu hol materialning buzilishini, ya'ni mustahkamligi yetmaganligini anglatadi.

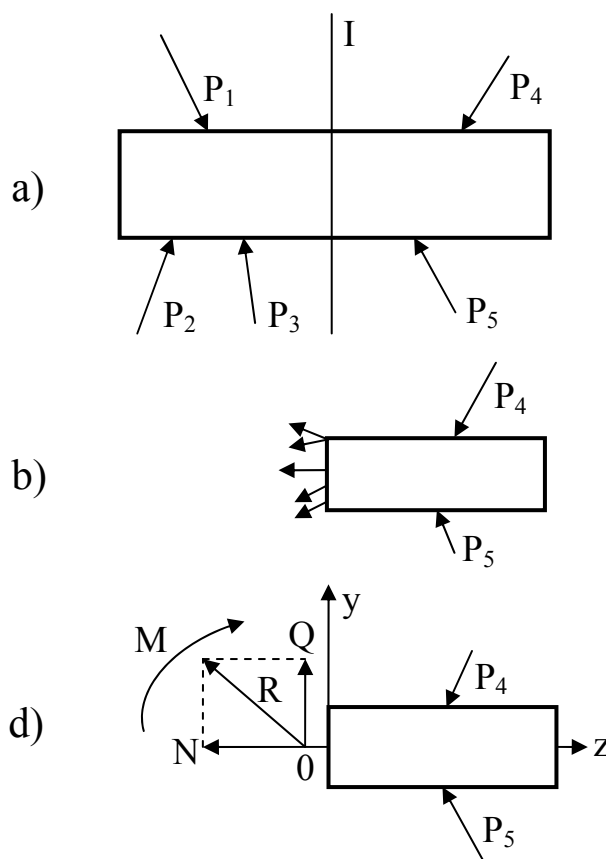
Kesish usuli. Tekis kuchlar sistemasi ta'sirida hosil bo'ladigan ichki kuchlar. Sterjenning u yoki bu kesimida hosil bo'luvchi ichki kuchlarning miqdorini aniqlash uchun qurilish mexanikasining kesish usuli qo'llaniladi, ushbu usul «*K. T. A. M.*» usuli deb ataladi. Ushbu nom ichki kuchlarni topish uchun bajarilayotgan amallarning bosh harflari qisqartmasidan iborat va quyidagicha o'qiladi: Kesamiz; Tashlab yuboramiz yoki qoldiramiz; Almashtiramiz; Muvozanatini «tekshiramiz».

Faraz qilaylik, sterjen shaklidagi jism bir tekislikda yotuvchi $P_1, P_2 \dots P_n$ kuchlar sistemasi ta'sirida muvozanatda bo'lsin (1.9-rasm).

Bir tekislikda yotuvchi tashqi kuchlar sistemasi deganda shakl tekisligida yotuvchi barcha kuchlarni tushunamiz.

Ichki kuchlarni aniqlash uchun sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan $I-I$ kesim o'tkazib, sterjenni ikki bo'lakka ajratamiz. Sterjenning chap yoki o'ng qismini tashlab yuborib, tashlab yuborilgan qismi ta'sirini ichki kuchlar sistemasi orqali almashtiramiz (1.9b-rasm). Odatda sterjenning tashqi kuchlar ko'proq qo'yilgan qismi tashlab yuboriladi. Kesilgan kesimda hosil bo'lgan ichki kuchlar, ko'ndalang kesim tekisligi bo'ylab ixtiyoriy ravishda yo'nalgan bo'ladi. Bu ixtiyoriy kuchlarning soni cheksiz ko'p bo'lganligi uchun ular bilan ishlash ko'p noqulayliklarni tug'diradi. Shuni e'tiborga olib bu kuchlar sistemasini nazariy mexanika fanidan ma'lum bo'lgan, bosh vektor R va bosh moment M ga keltiriladi (1.9d-rasm). Bu bosh vektor R va bosh moment M lar kesimning og'irlik markaziga (O nuqtaga) qo'yiladi. Bosh vektor

R ni sterjen o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'ylama N va unga tik yo'nalgan ko'ndalang Q tashkil etuvchilarga ajratamiz. (ya'ni z va y o'qlariga proeksiyalarini olamiz). Hozircha M ni tashkil etuvchilarga ajratmasdan, faqat R ni ajratdik. Bo'ylama tashkil etuvchi N ni – bo'ylama ichki kuch, ko'ndalang tashkil etuvchi Q ni ko'ndalang ichki kuch deb ataymiz.



1.9-rasm. Kesish usuli:

- a) muvozanatdagi sterjen; b) qoldirilgan qism;
 d) ichki kuchlar bosh va bosh momentga keltirilgan.

Shunday qilib, bir tekislikda yotuvchi tashqi kuchlar ta'siridan umumiy holda uchta ichki kuch M , Q , N lar paydo bo'ladi.

Sterjenning qoldirilgan qismi, unga ta'sir qilayotgan tashqi kuchlar va $I-I$ kesimga qo'yilgan ichki kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'ladi. Statikaning muvozanat tenglamalariga asosan yozishimiz mumkin:

$$\sum X_k = 0; \quad \sum X_k = 0; \quad \sum Z_k = 0; \quad \sum M_{0k} = 0 \quad (1.1)$$

Ushbu tenglamalarni tuzib $I-I$ kesimda hosil bo'lgan ichki kuchlarni topamiz:

$$\sum Z_k = N + \sum P_z^* = 0, \quad N = -\sum P_z^*,$$

$$\begin{aligned}\sum Y_k &= Q + \sum P_y^* = 0, & Q &= -\sum P_y^*, \\ \sum M_{0k} &= M + \sum M_0(P^*) = 0, & M &= -\sum M_0(P^*).\end{aligned}\quad (1.2)$$

Bu yerda,

$\sum P_z^*$ – sterjenning qoldirilgan qismiga ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlarning bo'ylama o'qdagi proeksiyalari yig'indisi;

$\sum P_y^*$ – sterjenning qoldirilgan qismiga ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlarning ko'ndalang o'qdagi proeksiyalari yig'indisi;

$\sum M_0(P^*)$ – sterjenning qoldirilgan qismiga ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlardan kesim og'irlik markaziga nisbatan olingan momentlar yig'indisi.

Bu yerda (1.2) ifodadagi (–) ishora sterjenning ko'rilayotgan qismiga ta'sir etayotgan ichki kuchlar vektorining yo'nalishi, tashqi kuchlar vektori yo'nalishiga qarama-qarshi ekanligini bildiradi.

Shunday qilib, bo'ylama ichki kuchlar N va ko'ndalang ichki kuchlar Q mos ravishda sterjenning qoldirilgan qismiga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning bo'ylama va ko'ndalang o'qlardagi proeksiyalari yig'indisiga teng ekan. Ichki kuchlar momenti M esa sterjen qoldirilgan qismi kesimining og'irlik markaziga nisbatan tashqi kuchlardan olingan momentlari yig'indisiga teng bo'ladi.

Fazoviy kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan ichki kuchlar.

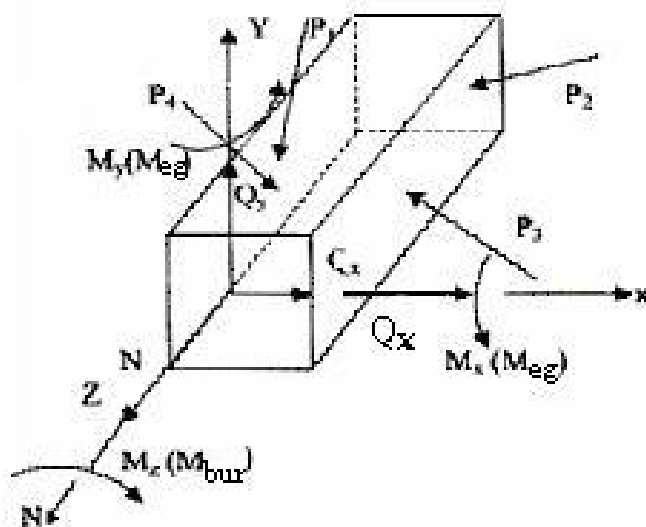
Agarda sterjenga fazoviy tashqi kuchlar sistemasi ta'sir etsa, u holda sterjen kesimida oltita ichki kuchning tashkil etuvchilari (komponentalari) N , Q_x , Q_y , M_x , M_y , M_z hosil bo'ladi (1.10-rasm). Bu yerdagi N – bo'ylama kuch, Q_x , Q_y – lar esa ko'ndalang yoki kesuvchi kuchlar, M_z – burovchi moment (odatda u M_{bur} ko'rinishda belgilanadi), M_x , M_y – eguvchi momentlar deyiladi.

Agar tashqi kuchlar ta'sirida sterjen ko'ndalang kesimida faqat bitta ichki kuch paydo bo'lsa, u holda oddiy qarshilik, agar ikki va undan ortiq (noldan farqli) ichki kuchlar paydo bo'lsa murakkab qarshilik hosil bo'ladi.

Sterjen kesimida paydo bo'ladigan ichki kuchlar turiga qarab bir nechta oddiy qarshilik ko'rinishlari hosil bo'lishi mumkin, ya'ni N kuchi o'q bo'ylab cho'zilish yoki siqilishni vujudga keltiradi, ko'ndalang kuch Q – siljishni, burovchi moment M_{bur} – buralishni, M_x (yoki M_y) momenti – sof egilish deformatsiyalarini hosil qiladi.

Murakkab qarshilikka misol qilib bir vaqtning o'zida sterjen ko'ndalang kesimda hosil bo'ladigan bo'ylama kuch (N) va eguvchi moment (M_x yoki M_y) keltirish mumkin. Bu kuchlar bir vaqtning o'zida

cho‘zilish bilan egilish deformatsiyasini yoki ikkita eguvchi moment M_x bilan M_y qiyshiq egilishni hosil qilishi mumkin.



1.10-rasm. Fazoviy kuchlar ta‘sirida hosil bo‘ladigan ichki kuchlar ko‘rinishi.

Murakkab qarshilikda ichki kuchning bitta tashkil etuvchisi boshqalaridan ancha katta bo‘lib, konstruksiya elementining mustahkamligiga asosiy ta‘sirni shu ko‘rsatadigan bo‘lsa u holda qaralayotgan holatni oddiy qarshilik deb qarash mumkin. Bunga balkaning ko‘ndalang egilishini misol qilish mumkin, ya‘ni bu holda balka ko‘ndalang kesimida ikkita ichki kuch – eguvchi moment M , ko‘ndalang kuch Q bir vaqtda hosil bo‘ladi. Lekin bu holda balkaning mustahkamligini baholaganda ko‘pincha ko‘ndalang kuch Q e‘tiborga olinmasdan, hisob ishlari faqat eguvchi moment orqali bajariladi. Xuddi shunday, vintli prujina kesimlarida bir vaqtning o‘zida 4 ta ichki kuch komponentalari M_{eg} , M_{bur} , N , Q paydo bo‘ladi, ammo hisob ishlari bajarilganda faqat burovchi moment M_{bur} e‘tiborga olinadi, ya‘ni masala oddiy qarshilik holatiga keltiriladi.

Sterjen kesimlarida hosil bo‘ladigan ichki kuchlarning miqdori kesimning sterjendagi holatiga – ta‘sir qilayotgan tashqi kuchlarning z o‘qi bo‘yicha o‘zgarishiga bog‘liq bo‘ladi (qabul qilingan sanoq sistemasida z o‘qi sterjen bo‘ylama o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan) ya‘ni:

$$N = f_1(z); \quad Q = f_2(z); \quad M_{eg} = f_3(z); \quad M_{bur} = f_4(z).$$

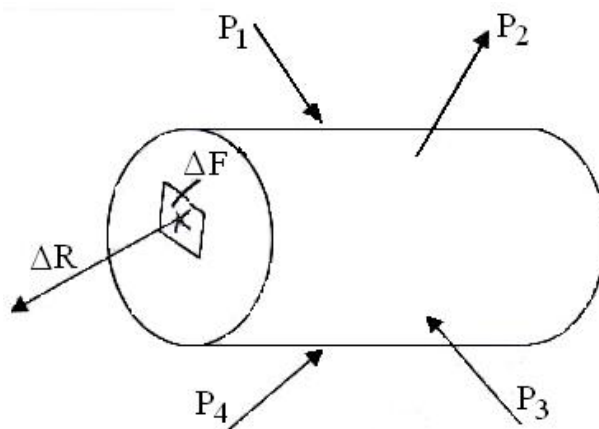
Ushbu funksiyalarning grafiklari ichki kuchlarning z o‘qi bo‘yicha o‘zgarishini ifodalab ichki kuchlarning epyuralari deb ataladi. Umuman olganda, materiallar qarshiligida epyura deb, tekshirilayotgan

kattalikning sterjen uzunligi yoki kesim yuzasi bo‘ylab o‘zgarishini ko‘rsatuvchi grafikka aytiladi. Ichki kuchlar epyurasiga qarab ichki kuchlarning ekstremal qiymatlari sterjenning qaysi kesimlariga to‘g‘ri kelishini aniqlash mumkin. Ichki kuchlar epyurasini qurish materiallar qarshiligi fanida aksariyat masalalarning asosiy va kerakli bosqichi hisoblanadi. Epyuralarni qurish qoidasi va tartibi keyinchalik keltiriladi.

4- §. Kuchlanishlar to‘g‘risida tushuncha

Kesish usuli yordamida qurilgan ichki kuchlar epyurasidan foydalanib sterjenning har bir kesimida hosil bo‘ladigan ichki kuchlarning absolyut miqdorini aniqlash mumkin. Ammo, har bir absolyut kattalik kabi ichki kuch kattaligi ham hodisani to‘liq baholashga me‘yor bo‘laolmaydi. Masalan, temir yo‘l ko‘prigi fermasi sterjenida hosil bo‘luvchi bo‘ylama kuch $N=5tk$, material mustahkamligi nuqtai nazaridan juda ham kichik bo‘lishi, ammo shu kuch ingichkaroq po‘lat trosni muqarrar buzilishiga olib kelishi mumkin. Shuning uchun materiallar mustahkamligini baholaganda nisbiy kattaliklar ishlatiladi va ular materiallar qarshiligida kuchlanish deb ataladi.

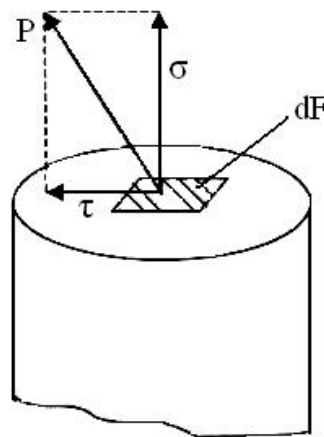
Kuchlanishlarning turlari. Biror jismning kesimini ko‘raylik (1.11-rasm). Kesimdagi K nuqta atrofidan elementar yuzacha ΔF ni ajratamiz. Shu yuzachaga ta‘sir qilayotgan ichki kuchni $\Delta \vec{R}$ deb belgilaymiz. Bu holda quyidagi kattalik $\bar{P}_{o'r} = \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta F}$, ΔF yuzachadagi o‘rtacha kuchlanish deb olinadi.



1.11-rasm. Jism ko‘ndalang kesimidagi kuchlanish.

ΔF yuzachani kichraytira borib K nuqtaga intiltiramiz, ya'ni (ko'rilayotgan muhitimiz uzluksiz bo'lganligi sababli) $\Delta F \rightarrow 0$ bo'lsa u holda $\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta F} = \vec{P}$ natija vektor kattalik bo'lib, sterjen kesimining K nuqtasidagi to'la kuchlanishni ifodalaydi. Demak kuchlanish **kuch/yuza** o'lchov birligida o'lchanar ekan. Kuchlanish odatda kgk/sm^2 , kgk/mm^2 , N/mm^2 , kN/sm^2 , Pa , MPa va x.k.z.larda o'lchanadi. Demak, kuchlanish vektor kattalik bo'lib ichki kuchlarning yuza birligidagi miqdori ekan.

To'la kuchlanishning kesimga perpendikulyar o'qdagi proeksiyasi normal kuchlanish σ (sigma), kesimda yotuvchi o'qdagi proeksiyasi esa urinma kuchlanish τ (tau) deb ataladi (1.12-rasm)



1.12-rasm. Yuzadagi normal va urinma kuchlanishlar.

Kesimda hosil bo'ladigan kuchlanishlar (normal yoki urinma kuchlanishlar) yuzaga ta'sir qilayotgan ichki kuchlarning tashkil etuvchilariga va kesimning bo'ylama o'qqa nisbatan joylashishiga bog'liq. Masalan: bo'ylama kuch N va eguvchi moment M_{eg} ta'sirida sterjen ko'ndalang kesimida faqat normal kuchlanish, ko'ndalang kuch Q va burovchi moment M_{bur} ta'sirida urinma kuchlanish paydo bo'ladi.

Sterjen ko'ndalang kesimi bilan mos kelmaydigan kesimlarda kuchlanishlarning boshqa komponentalari ham hosil bo'lishi mumkin.

Ruxsat etilgan kuchlanishlar va mustahkamlikni baholash. Materiallar qarshiligida konstruksiya elementlarining mustahkamligi bo'yicha fikr yuritish uchun nazariy va tajriba yo'llari bilan har bir material uchun kuchlanishlarning chegaraviy qiymatlari aniqlanadi. Chunki kuchlanishlar ushbu qiymatlardan oshib ketganda konstruksiya materiali normal ishlashi mumkin emas. Bu kuchlanishlarga eng katta normal kuchlanish $\sigma_{m.ch.}$ – materialning mustahkamlik chegarasidagi

normal kuchlanish, ruxsat etilgan normal $[\sigma]$ va ruxsat etilgan urinma $[\tau]$ kuchlanishlar kiradi. Mustahkamlik chegarasidagi normal kuchlanish $\sigma_{m.ch.}$ materialning uzilishi oldidan unda hosil bo'lishi mumkin bo'lgan eng katta kuchlanish bo'lib, uning ta'siridan keyin material ishga yaroqsiz bo'lib qoladi. Bu kuchlanish qiymati materialning xossalariga bog'liqdir.

Konstruksiya materiali normal ishlashi uchun har doim quyidagi shart bajarilishi lozim:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] \text{ yoki } \tau_{\max} \leq [\tau].$$

Ushbu shartlar mustahkamlik shartlari deb ataladi.

Tabiatda mavjud materiallar deformatsiyalanish davrida o'zini turlicha tutishiga qarab shartli ravishda plastik va mo'rt materiallarga ajratiladi. Plastik materiallarga kam uglerodli po'lat, mis, alyuminiy va boshqa metallarni misol qilish mumkin.

Mo'rt materiallarga misol qilib cho'yan, tabiiy va sun'iy toshlar va hokazolarni keltirish mumkin. Plastik materiallar deformatsiyalanish jarayonida cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatadi, ya'ni $[\sigma]_{ch} = [\sigma]_s$. Mo'rt materiallarning cho'zilishga qarshiligi, siqilishga qarshiligiga qaraganda ancha kam bo'ladi, ya'ni $[\sigma]_{ch} < [\sigma]_s$.

Bu holda mustahkamlikning qo'shimcha shartlaridan foydalanish kerak:

$$\begin{aligned} \sigma_{ch}^{\max} &\leq [\sigma]_{ch} \\ \sigma_s^{\max} &\leq [\sigma]_s \end{aligned}$$

Ba'zi materiallar uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ ning qiymati 1.1-jadvalda keltirilgan. Agar jadvalda berilgan ma'lumotlarda $[\sigma]$ cho'zilishga yoki siqilishga tegishliligi aytilmagan bo'lsa, u holda berilgan ma'lumot faqat $[\sigma]_{ch}$ ga tegishli bo'ladi. Ruxsat etilgan kuchlanishlar haqidagi to'la ma'lumotlar maxsus ma'lumotnomalarda berilgan.

Shunday qilib konstruksiya elementini mustahkamlikka hisoblash uchun uning kesimlarida hosil bo'ladigan kuchlanishlarning eng katta qiymatlarini topish kerak ekan.

Eng katta kuchlanishlar hosil bo'ladigan kesim xavfli kesim deyiladi.

Ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan sterjenlarda xavfli kesimni ichki kuchlar epyurasidan aniqlash mumkin, ko'ndalang kesimi o'zgaruvchan sterjenlarda xavfli kesimni aniqlash uchun eng katta kuchlanishlar epyurasini butun sterjen uzunligi bo'yicha qurish kerak va

Asosiy materiallar uchun ruxsat etilgan normal kuchlanish $[\sigma]$ ning chegaraviy qiymatlari

1.1-jadval

Material	Ruxsat etilgan kuchlanish kgk/sm^2	
	Choʻzilishda $[\sigma]_{ch}$	Siqilishda $[\sigma]_s$
Kul rang choʻyan	28 ... 800	1200 ... 1500
Poʻlat St 0 va St 2	1400	
Poʻlat St 3	1600	
Poʻlat St 3 (koʻpriklarda)	1400	
Uglerodli poʻlat (mashinasozlikda)	600 ... 2500	600 ... 2500
Ligerlangan poʻlat (mashinasozlikda)	1000 ... 4000	va yuqori
Mis	300 ... 1200	
Latun	700 ... 1400	
Bronza	600 ... 1200	
Alyuminiy	300 ... 800	
Alyuminli bronza	800 ... 1200	
Dyuralyumin	800 ... 1500	
Tekstolit	300 ... 400	
Getinaks	500 ... 700	
Fanera	400 ... 500	
Qaragʻay tolalar boʻylab tolalarga koʻndalang	70 ... 100	100 ... 120
	—	15 ... 20
Dub tolalar boʻylab tolalarga koʻndalang	90 ... 130	130 ... 150
	—	20 ... 35
Tosh devor	3 gacha	4 ... 40
gʻisht devor	2 gacha	6 ... 25

undan eng katta kuchlanish sterjenning qaysi kesimiga to'g'ri kelayotganini aniqlash kerak.

Barcha hollarda sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan kuchlanishni quyidagi ifoda yordamida aniqlash mumkin:

$$kuchlanish = \frac{ichki\ kuch}{ko'ndalang\ kesimining\ geometrik\ xarakteristikasi}$$

Kesimdagi ichki kuchlarning kattaligi ichki kuchlar epyurasidan aniqlanadi.

Ko'ndalang kesimning geometrik xarakteristikasi deganda uning o'lchamlari va shaklini matematik usulda bayon qilish hamda ularni biror sanoq sistemasiga nisbatan aniqlash tushuniladi.

Yuqorida qayd etib o'tilganidek, mustahkamlikni ta'minlash uchun kuchlanishning eng katta qiymatlari ruxsat etilgan kuchlanishga teng yoki undan kichik bo'lishi kerak.

$$\sigma^{max}\ yoki\ \tau^{max} = \frac{ichki\ kuchlar}{ko'ndalang\ kesimining\ geometrik\ xarakteristikasi} \leq [\sigma]\ yoki\ [\tau]$$

Ushbu ifoda mustahkamlik sharti deb ataladi va materiallar qarshiligining aksariyat masalalarini yechish uchun asos bo'lib xizmat qiladi. Ushbu usul ruxsat etilgan kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlikni hisoblash usuli deyiladi.

Yuqorida aytib o'tilgan fikrlardan kelib chiqib, konstruksiya elementining mustahkamligini baholash uchun yana bir bor quyidagi xulosalarni eslatib o'tish zarur: birinchi ko'ndalang kesimlarida paydo bo'ladigan ichki kuchlarning qiymatlari aniqlanadi, ikkinchi ko'ndalang kesimlarda hosil bo'ladigan kuchlanishlarning qiymatlari aniqlanadi, uchinchi xavfli kesim aniqlanadi (eng katta kuchlanishning qiymatiga qarab), to'rtinchi konstruksiyaning xavfli kesimidagi mustahkamligi mustahkamlik shartidan foydalanib baholanadi.

II bob

ICHKI KUCHLAR EPYURALARINI QURISH

1- §. Ichki kuchlar epyuralarini qurish tartibi

Yuqorida aytib o'tilganidek, ichki kuchlar epyurasi deb sterjen o'qi bo'ylab ichki kuchlar o'zgarishini ifodalovchi grafikka aytiladi. Kesish usuliga asoslangan holda epyuralarni qurish quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

1. Tayanch reaksiyalari aniqlanadi. Buning uchun hisob sxemasida tashqi kuchlar va tayanch reaksiya kuchlari ko'rsatilib, butun sistema uchun statikaning muvozanat tenglamalari tuziladi va ulardan noma'lum tayanch reaksiyalari topiladi.

2. Sterjen o'qi uchastkalarga ajratiladi. Uchastkalar chegarasi sifatida kuch va momentlarning qo'yilish nuqtalari, yoyilgan kuchlarning boshi va oxiri, kuch intensivligining o'zgarish nuqtalari va sterjen o'qlarining burchaklarini o'zgarish joylari olinadi.

3. Har bir uchastkadan kesim o'tkazib, uchastka 2 ta qismga ajratiladi va ulardan biri tashlab yuboriladi. Sterjenning qoldirilgan qismi boshiga $y_n - z_n$ sanoq sistemasi o'tkaziladi (bu yerda n – uchastka tartib raqami, z_n – sterjenning bo'ylama o'qi bilan mos keluvchi o'q). Mos ravishda o'tkazilgan kesim uchastka boshidan z_n masofada yotadi.

4. Sterjenning qoldirilgan qismi uchun muvozanat tenglamalaridan foydalanib, kesimdagi ichki kuchlar kattaliklarining ordinatasi z_n ning funksiyasi sifatida topiladi, ya'ni

$$M_n^{eg} = f_1(z_n); \quad N_n = f_2(z_n); \quad M_n^{bur} = f_3(z_n); \quad Q_n = f_4(z_n)$$

5. Sterjenning o'qi bo'ylab yuqoridagi funksiyalarning grafiklari chiziladi, bu grafiklar esa ichki kuchlarning epyurasi hisoblanadi. Epyuraning har bir ordinatasi (ichki kuchning kattaligi) shu ordinataga mos keluvchi sterjen ko'ndalang kesimidagi ichki kuchning miqdorini ko'rsatadi.

6. Qurilgan epyuralarning to'g'riligini tekshirib, ichki kuchlarning eng katta va eng kichik qiymatlarga to'g'ri keladigan sterjenning kesimlari aniqlanadi.

Shular asosida quyidagi xulosani aytish mumkin: uchastka deb sterjenning shunday qismiga aytiladiki, unda $M^{eg} = f_1(z)$, $M^{bur} = f_2(z)$, $N = f_3(z)$, $Q = f_4(z)$ funksiyalar uzluksiz va differensiallanuvchi bo'lishi kerak.

2- §. Cho'zilish va siqilishda ichki kuchlar epyuralarini qurish

Agar tashqi kuchlar ta'sirida sterjen ko'ndalang kesimida faqat bo'ylama ichki kuch N hosil bo'lsa, bu holda cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasi paydo bo'lib, bu holat markaziy cho'zilish yoki siqilish deyiladi. Cho'zilish va siqilishda faqat N kuchining epyurasi quriladi.

Shartli ravishda cho'zilishga doir barcha kattaliklarni (+), siqilishga doir kattaliklarni esa (–) ishora bilan qabul qilamiz.

1-misol. Berilgan sterjen (2.1a-rasm) uchun bo'ylama kuch N ning epyurasi qurilsin. $\ell_1 = 3\text{ m}$, $\ell_2 = 1\text{ m}$, $P_1 = 4\text{ tk}$, $P_2 = 6\text{ tk}$.

Tayanchdagi reaksiya kuchi R_1 ni aniqlaymiz (bu tayanchda gorizontal reaksiya kuchi va reaktiv moment 0 ga teng bo'ladi):

$$\sum Z_1 = -P_1 + P_2 + R_1 = 0, \quad R_1 = P_1 - P_2 = 4\text{tk} - 6\text{tk} = -2\text{tk}$$

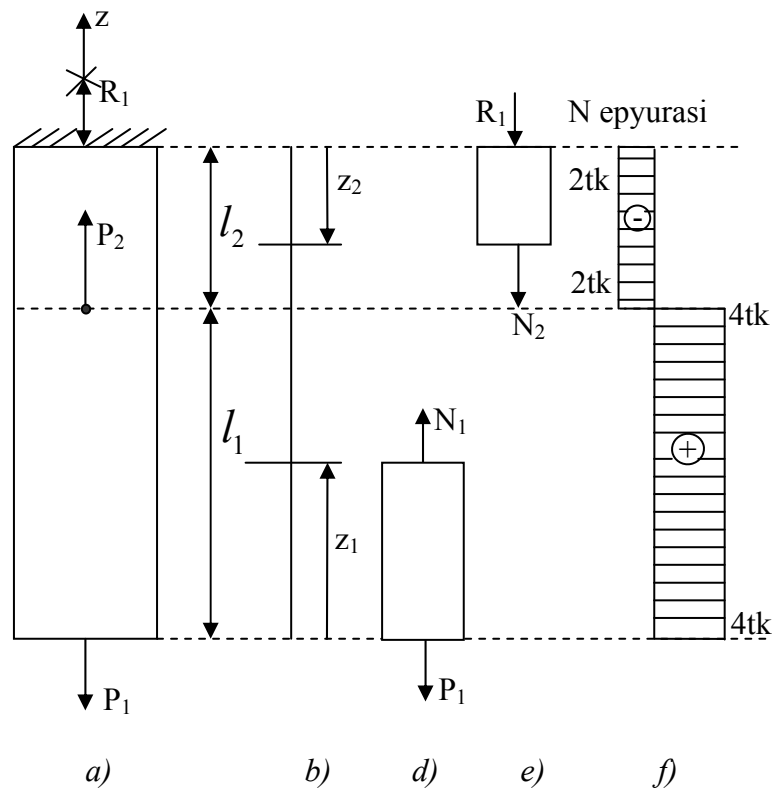
Yechimdagi (–) ishora tayanch reaksiyasining haqiqiy yo'nalishi shaklda ko'rsatilgan yo'nalishga qarama-qarshi ekanligini bildiradi.

Agar R reaksiya kuchida strelka ikki tomonga yo'nalgan bo'lib, bitta yo'nalishga (x) belgi qo'yilgan bo'lsa, u holda bu yo'nalish reaksiya kuchi qiymatini topishdan oldin qo'yilgan yo'nalish bo'lib, belgi qo'yilmagan yo'nalish reaksiya kuchi qiymati topilgandan keyingi haqiqiy yo'nalishdir. Bu holda $R_2 = 2\text{tk}$ bo'ladi.

Bu sterjenni 2 ta uchastkadan iborat deb qarash mumkin.

1. Sterjenning I uchastkasidan ($0 \leq z_1 \leq \ell_1$) kesim (2.1b- rasm) o'tkazib pastki qismini qoldiramiz (2.1d-rasm), yuqori qismini esa tashlab yuboramiz (2.1b-rasm). Tashlab yuborilgan qismining ta'sirini N_1 ichki kuch orqali belgilaymiz va uni cho'zuvchi deb hisoblab, qoldirilgan qismi uchun muvozanat shartlarini yozamiz:

$$\sum Z_1 = N_1 - P_1 = 0, \text{ bundan } N_1 = P_1 = 4\text{ tk bo'ladi.}$$



2.1-rasm. Bir nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar ta'sirida sterjenning cho'zilishi va siqilishi:
a) berilgan sterjen; b) o'tkazilgan kesimlar; d), e) qoldirilgan uchastkalar;
f) bo'ylama kuch epyurasi.

Hosil bo'lgan natijani $N_1=f(z_1)$ funksiyasi ko'rinishida ifodalaydigan bo'lsak, unda z_1 ordinata nolinci darajada ishtirok etmoqda. Bu esa sterjenning ℓ – uchastkasida N_1 bo'ylama kuchni butun ℓ – uchastka uzunligi bo'ylab o'zgarmas ekanligini bildiradi.

2. Sterjenning II – uchastkasidan ($0 \leq z \leq \ell_2$) kesim (2.1b-rasm) o'tkazamiz. Bu yerda kesimning yuqori qismini qoldirib, pastki qismini tashlab yuborish qulayroq (2.1e-rasm) bo'ladi. Tashlab yuborilgan qismining ta'sirini N_2 bilan belgilab, muvozanat shartlarini yozamiz:

$$\sum Z_2 = N_2 + R_1 = 0, \text{ bundan } N_2 = -P_1 = -2tk \text{ bo'ladi.}$$

Yechimdagi (–) ishora N_2 kuchning yo'nalishini noto'g'ri ko'rsatganimizni, ya'ni N_2 kuch cho'zuvchi emas balki siquvchi ekanligini anglatadi. Bu holda ham $N_2=f(z_2)$ funksiya II -uchastkaning butun uzunligi bo'yicha o'zgarmas ekan.

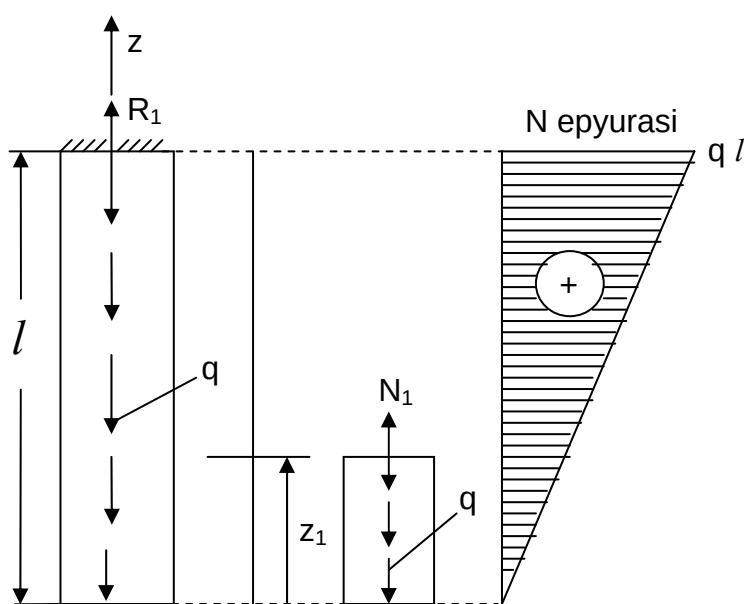
Ushbu funksiyalarning grafiklarini chizamiz.

Buning uchun epyuraning nol o'qini sterjen bo'ylama o'qiga parallel ravishda o'tkazamiz (2.1f-rasm). « N » kuchining o'qini bu o'qqa

perpendikulyar joylashtirib, $N_1=f(z_1)$ va $N_2=f(z_2)$ funksiyalarning grafiklarini quramiz. Qurilgan grafik, epyura o'qiga tik ravishda tekis shtrix chiziqlar bilan shtrixlanadi. Bu grafik (2.1f-rasm) bo'ylama kuch N ning epyurasi deyiladi.

Epyuradan ko'rinib turibdiki, eng katta cho'zuvchi kuch $N_1 = 4 \text{ tk}$, eng katta siquvchi kuch esa $N_2=2 \text{ tk}$ ekan. Shu bilan birga, P_2 kuch ta'sir etuvchi nuqtada shu kuch miqdoriga teng bo'lgan sakrash hosil bo'lmoqda.

2-misol. Yoyilgan q kuch ta'siridagi sterjen (2.2-rasm) uchun bo'ylama kuch N epyurasini quring (Sterjenning o'z og'irligi ushbu q kuchga misol bo'lishi mumkin).



2.2-rasm. Yoyilgan q kuch ta'siridagi sterjen uchun bo'ylama kuch epyurasini qurish.

Bu holda tayanchda faqat bitta $R_1 = ql$ ga teng reaksiya kuchi hosil bo'ladi. Bu sterjenni bir uchastkadan iborat deb qarash mumkin. Undan bitta kesim o'tkazib, yuqori qismini tashlab yuboramiz.

$\sum Z_1 = N_1 - qz_1 = 0$, bundan $N_1=qz_1$ bo'lib, $N_1=f(z_1) = qz_1$ ko'rinishga ega bo'ladi.

$N_1=qz_1$ funksiyasi yordamida bo'ylama kuch N ning epyurasini quramiz.

$$\begin{aligned} z_1 = 0 \text{ da ; } N_1 &= 0 \\ z_1 = l \text{ da ; } N_1 &= ql \text{ bo'ladi.} \end{aligned}$$

Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi bo'ylama ichki kuch N epyurasi, epyura o'qiga nisbatan og'ma to'g'ri chiziqdan iborat bo'lar ekan (2.2-rasm). Bu kuch cho'zuvchi kuch bo'lib, uning eng katta qiymati ql , tayanchda hosil bo'lar ekan. N kuchining og'ish burchagi yoyilgan kuch intensivligi q orqali aniqlanadi.

Bo'ylama kuch epyurasini qurishda sterjen vertikal yoki gorizontal turishining ahamiyati yo'q.

3-misol. Markaziy kuchlar sistemasi qo'yilgan sterjen (2.3-rasm) uchun bo'ylama kuch N epyurasi qurilsin.

$$l_1 = 1\text{m}, l_2 = 2\text{m}, l_3 = 1\text{m}, l_4 = 2\text{m}, P = 6\text{ tk}, q = 2\text{ tk/m}.$$

Bu holda ham tayanchda bitta reaksiya kuchi R paydo bo'ladi ya'ni:

$$\sum Z = -q l_2 + P + R = 0, \quad \text{bundan} \quad R = q l_2 - P = -2\text{ tk}.$$

Yechimdagi $(-)$ ishora tayanchdagi reaksiya kuchi R ning yo'nalishi noto'g'ri ko'rsatilganini va uni teskari tomonga o'zgartirish kerakligini bildiradi. U holda $R = 2\text{tk}$ bo'ladi.

Bu sterjenni 4 ta uchastkadan iborat deb qarash kerak bo'ladi. N kuchining epyurasini qurish uchun har bir uchastkadan kesim o'tkazib N ning qiymatini aniqlaymiz ya'ni:

$$\text{I-uchastka uchun: } \sum Z_1 = N_1 = 0, \quad N_1 = 0, \quad (0 \leq z_1 \leq \ell_1);$$

$$\text{II-uchastka uchun: } \sum Z_2 = N_2 - q z_2 = 0, \quad N_2 = q z_2, \\ (0 \leq z_2 \leq \ell_2),$$

$$\text{bundan, } z_2 = 0 \text{ da: } N_2 = 0,$$

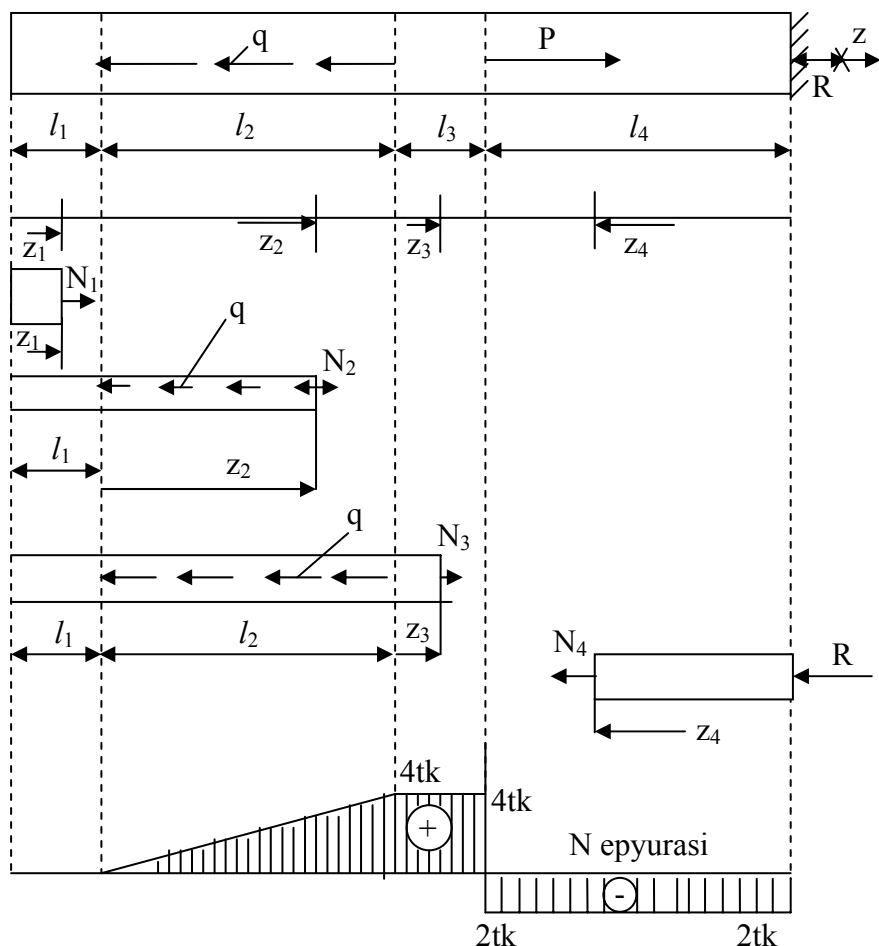
$$z_2 = \ell_2 = 2\text{m da: } N_2 = 4\text{ tk bo'ladi.}$$

$$\text{III-uchastka uchun: } \sum Z_3 = -q \ell_2 + N_3 = 0, \quad N_3 = q \ell_2 = 4\text{tk}, \\ (0 \leq z_3 \leq \ell_3);$$

$$\text{IV-uchastka uchun: } \sum Z_4 = R + N_4 = 0, \quad N_4 = -R = -2\text{tk}, \\ (0 \leq z_4 \leq \ell_4).$$

Yuqoridagi funksiyalardan foydalanib N kuchining epyurasini qursak, u 2.3-rasmdagi ko'rinishga ega bo'ladi.

Bo'ylama kuch N epyurasidan ko'rinib turibdiki eng katta cho'zuvchi kuchning qiymati 4 tk , eng katta siquvchi kuchniki 2 tk ga teng.

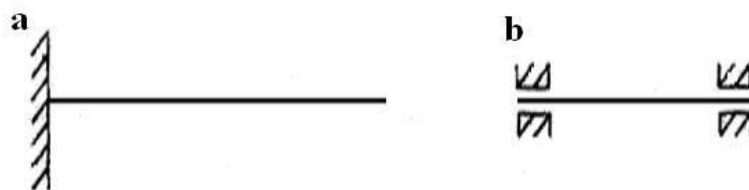


2.3-rasm. Markaziy kuchlar ta'sir etganda kuch epyurasini qurish.

Bu ko'rgan uchta misollarimizdagi sterjenlarning ko'ndalang kesim yuzalari o'zgarmas bo'lganligi uchun N ning epyurasidan xavfli kesimni aniqlashimiz mumkin: 1-misolimizda sterjenning I-uchastkasida, 2-misolda sterjenning tayanchga yaqin joyida, 3-misolda esa sterjenning III-uchastkasida xavfli kesim hosil bo'lar ekan.

3- §. Buralishda ichki kuchlar epyurasini qurish

Agar tashqi kuchlar ta'sirida sterjen ko'ndalang kesim yuzasida ichki kuchlarning faqat bitta komponenti burovchi moment, ya'ni $M_z = M_{bur}$ hosil bo'lsa (1.10-rasmga qarang), u holda buralish deformatsiyasi sodir bo'ladi va bu hol sof buralish deyiladi. Buralishga ishlayotgan sterjenlar odatda vallar deyilib, ularning hisob sxemasini ikki asosiy tipga bo'lish mumkin – burovchi momentlar qo'yilgan konsol vallar (2.4a-rasm) va podshipnikli tayanchlarda turuvchi vallar (2.4b-rasm).



2.4-rasm. Vallar:
a) konsol val; b) podshipnikli val.

Buralish hodisasi faqat tekis konstruksiyalarda emas fazoviy konstruksiya elementlarida ham hosil bo‘ladi.

Buralishda ham ichki kuch (ya’ni val kesimlarida hosil bo‘ladigan burovchi moment – M_{bur}) epyurasini qurish asosiy ishlardan biri hisoblanadi. Ularni qurish quyida keltiriladigan misollarda batafsil ko‘rsatilgan.

Buralishda epyuralarni qurishning o‘ziga xos tomoni shundaki, burovchi momentning (+) yoki (–) ishora bilan olish formal ahamiyatga ega bo‘lib, biror fizik asosga ega emas, shu sababli ularni ixtiyoriy olish mumkin. Burovchi moment epyurasini qurishda z_n o‘qini doimo bir tomonga yo‘naltirish zarur.

1-misol. Tasvirlangan konsol val uchun (2.5-rasm) burovchi moment epyurasi qurilsin.

$$M_1=200 \text{ kgk}\cdot\text{m}, M_2=400 \text{ kgk}\cdot\text{m}, M_3=100 \text{ kgk}\cdot\text{m}.$$

Misolni yechishni tayanchda hosil bo‘ladigan burovchi momentni aniqlashdan boshlaymiz, buning uchun z o‘qiga nisbatan butun valga ta’sir etuvchi momentlarning algebraik yig‘indisini olib uni nolga tenglaymiz, ya’ni:

$$\sum M_z = -M_R + M_1 - M_2 + M_3 = 0, \text{ bundan}$$

$$M_R = M_1 - M_2 + M_3 = 200 - 400 + 100 = -100 \text{ kgk}\cdot\text{m} \text{ bo‘ladi.}$$

Demak, tayanchdagi moment M_R (–) ishorali bo‘lgani uchun biz bu yo‘nalish oldiga (x) qo‘yib, uning haqiqiy yo‘nalishini belgisiz teskari tomonga yo‘naltiramiz. U holda $M_R=100 \text{ kgk}\cdot\text{m}$ bo‘ladi. Valni 3 ta uchastkadan iborat deb, z_1, z_2, z_3 o‘qlarini o‘ngdan chapga yo‘naltiramiz.

$$\text{I-uchastkada: } M_I = M_1 = 200 \text{ kgk}\cdot\text{m}.$$

$$\text{II- uchastkada: } M_{II} = M_1 - M_2 = 200 - 400 = -200 \text{ kgk}\cdot\text{m}.$$

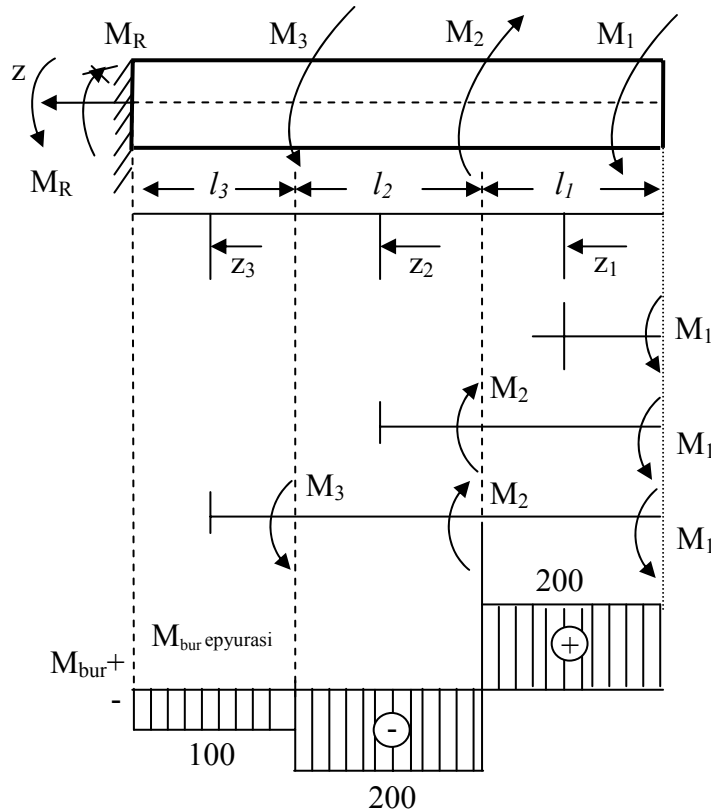
$$\text{III-uchastkada: } M_{III} = M_1 - M_2 + M_3 = 200 - 400 + 100 = -100 \text{ kgk}\cdot\text{m}.$$

Bu natijalar asosida ichki kuchning, ya’ni burovchi momentning epyurasini qursak u yuqoridagi ko‘rinishga (2.5-rasm) ega bo‘ladi. Biz bu natijalarni hisoblaganimizda o‘ngdan chapga qarab hisoblash ishlarini bajarib bordik.

Xuddi shunday yo‘l bilan epyura qurishni valning chap oxiridan o‘ngga qarab ham bajarishimiz mumkin (chunki biz tayanchdagi reaksiya kuchi M_R ni aniqlaganmiz) ya’ni tayanchga yaqin turgan uchastkani I, keyingisini II, undan keyingisini III desak u holda:

$$M_I = M_R = 100 \text{ kgk}\cdot\text{m}, M_{II} = M_R + M_3 = 100 + 100 = 200 \text{ kgk}\cdot\text{m},$$

$$M_{III} = M_R + M_3 - M_2 = 100 + 100 - 400 = -200 \text{ kgk}\cdot\text{m} \text{ bo‘ladi.}$$

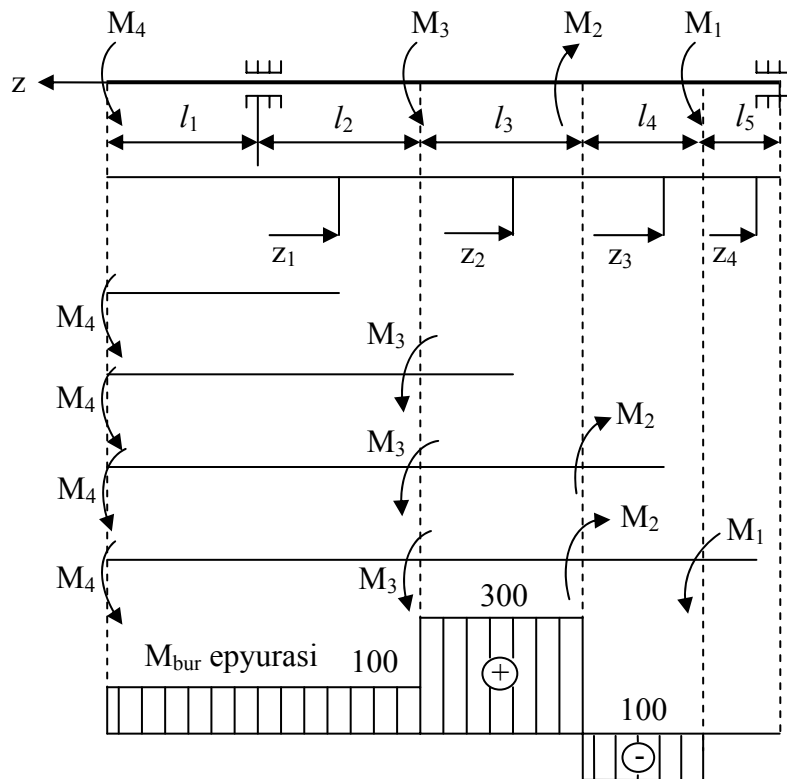


2.5-rasm. Konsol val uchun burovchi moment epyurasini qurish.

Ko‘rinib turibdiki, bu holda burovchi momentning epyurasi oldingi holdagi qiymatlardan faqat ishoralari bilangina farq qiladi, ammo ishora buralishda faqat formal ahamiyatga ega deb yuqorida aytilgan edi. Bu holda ham epyura yuqoridagi ko‘rinishga ega bo‘lib, oldingi epyurani epyura o‘qiga nisbatan aksi ko‘rinishini ifodalaydi.

Podshipnikli tayanchli vallar uchun burovchi moment epyurasini qurayotganda shuni e’tiborga olish lozimki, tayanchlar qanday yasalganidan (siljish yoki dumalash podshipniklaridan) qat’iy nazar burovchi momentni qabul qilmaydi, ya’ni bu tayanchlarda burovchi momentning qiymati nolga teng bo‘ladi. Shu sababli burovchi moment epyurasini qurishda ularni hisobga olinmaydi. Ammo bu holda tashqi ta’sir qilayotgan burovchi momentlarning yig‘indisi nolga teng bo‘lishi kerak, aks holda val muvozanatda turmaydi.

2-misol. To'rtta burovchi moment bilan yuklangan (2.6-rasm) val uchun burovchi M_{bur} moment epyurasi qurilsin. $M_1=100 \text{ kgk}\cdot\text{m}$, $M_2=400 \text{ kgk}\cdot\text{m}$, $M_3=200 \text{ kgk}\cdot\text{m}$, $M_4=100 \text{ kgk}\cdot\text{m}$.



2.6-rasm. Podshipnikli val uchun burovchi moment epyurasini qurish.

Bu holda tayanch reaksiyalarini aniqlash kerak emas, chunki podshipniklarda burovchi momentlar hosil bo'lmaydi, lekin val muvozanatda bo'lishi kerak:

$$\sum M_z = M_1 - M_2 + M_3 + M_4 = 100 - 400 + 200 + 100 = 0$$

Demak val muvozanatda turibdi.

Burovchi momentning epyurasini qurish uchun valni to'rtta uchastkaga ajratamiz:

I-uchastkada: $M_I = M_4 = 100 \text{ kgk}\cdot\text{m}$.

II-uchastkada: $M_{II} = M_4 + M_3 = 100 + 200 = 300 \text{ kgk}\cdot\text{m}$.

III-uchastkada: $M_{III} = M_4 + M_3 - M_2 = 100 + 200 - 400 = -100 \text{ kgk}\cdot\text{m}$

IV-uchastkada: $M_{IV} = M_4 + M_3 - M_2 + M_1 = 100 + 200 - 400 + 100 = 0$

Bu natijalar asosida qurilgan burovchi momentning epyurasi 2.6-rasmida ko'rsatilgan.

Bu ko'rgan ikkita misolimizdan ko'rinadiki: birinchi misolda tashqi kuchlar momentining eng katta qiymati 400 kgk·m ekanligiga qaramasdan ichki kuchlar burovchi momentining eng katta qiymati 200 kgk·m ni tashkil qilgani, qurilgan epyuradan ko'rinib turibdi; ikkinchi misolda esa tashqi kuchlar burovchi momenti 400 kgk·m bo'lib, ichki kuchlar burovchi momenti 300 kgk·m ni tashkil qilmoqda. Demak, ichki kuchlar momentining eng katta qiymati tashqi kuchlar momentidan kichik, teng yoki katta bo'lishi mumkin ekan.

4- §. Egilishda ichki kuchlar epyuralarini qurishning umumiy qoidalari

Agar sterjen ko'ndalang kesimlarida tashqi kuchlar ta'siridan faqat ichki kuchlarning eguvchi momentlari M_x yoki M_y (1.10-rasmga qarang) hosil bo'lsa, egilish deformatsiyasi vujudga keladi. Bu egilish x yoki y markaziy o'qlariga nisbatan sof egilish deyiladi.

Agar sterjen ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment (M_x yoki M_y) bilan birga Q ko'ndalang kuch ham paydo bo'lsa, bu holda ko'ndalang egilish sodir bo'ladi.

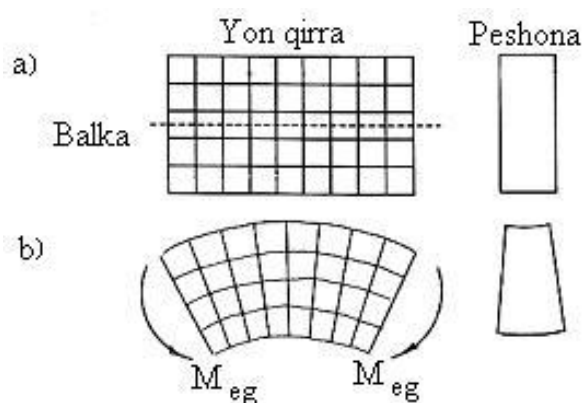
Egilishga ishlayotgan sterjenlar odatda balkalar deb ataladi.

Sof egilish amalda kam uchraganligi sababli, egiluvchi elementlar uchun M_x va Q ichki kuchlarning epyuralarini qurish kerak bo'ladi.

Siniq yoki egri chiziqli balkalar uchun M_{eg} (*eguvchi moment*), Q (*ko'ndalang kuch*), N (*bo'ylama kuch*) dan iborat 3 ta, fazodagi balkalar uchun esa $M_{x\,eg}$, $M_{y\,eg}$, Q , N dan iborat 4 ta ichki kuchlar epyurasini qurish lozim.

Balka egilishida hosil bo'ladigan deformatsiyalar xarakterini aniq tasavvur qilish uchun yumshoq elastik materialdan yasalgan balkaning yon yog'iga o'zaro tik to'g'ri chiziqlardan to'r yasaymiz (2.7a-rasm) va bu balkaning uchlariga eguvchi momentni qo'yib, uning deformatsiyasini tekshiramiz (2.7b-rasm).

Agar bo'ylama chiziqlarni balkaning tolalari deb qarasak u holda, deformatsiyalanish natijasida (2.7b-rasm), balkaning yuqori tolalari cho'ziladi, pastki tolalar esa siqiladi. Tashqi eguvchi moment M_{eg} yo'nalishining o'zgarishi bilan tolalarning deformatsiyalari ham o'zgaradi, ya'ni yuqoridagi tolalar siqiladi, pastdagi tolalar esa cho'ziladi.



2.7-rasm. Egilishda hosil bo‘ladigan deformatsiyalarni o‘rganish:
a) balka yon yog‘iga to‘r chiziqlar chizilgan; b) balka uchlariga eguvchi momentning ta‘siri.

Balka ko‘ndalang kesimlarida bir paytning o‘zida ham cho‘zilish, ham siqilishning paydo bo‘lishi egilishga xos xususiyatdir.

Eguvchi moment epyurasini balkaning cho‘zilgan sohasidan boshlab qurishni kelishib olamiz. Ammo ba’zi mualliflar (A.V.Darkov, V.I.Feodorev) epyura qurishni siqilgan sohadan boshlab qurishni tavsiya etishadi.

Eslatib o‘tamiz:

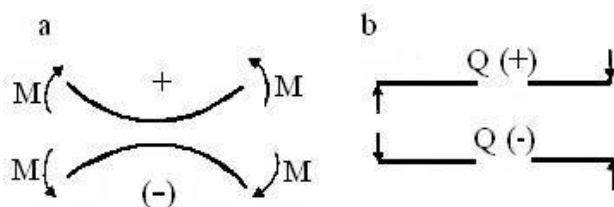
– ixtiyoriy mn kesimdagi eguvchi moment M , balkaning qoldirilgan qismiga ta‘sir etuvchi barcha kuchlardan ko‘ndalang kesim markaziga nisbatan olingan momentlarining algebraik yig‘indisiga teng.

– ixtiyoriy mn kesimdagi ko‘ndalang kuch Q , balkaning qoldirilgan qismiga ta‘sir qilayotgan barcha tashqi kuchlardan balka ko‘ndalang o‘qiga nisbatan olingan proeksiyalarning algebraik yig‘indisiga teng.

M va Q larning ishoralari uchun quyidagi qoidani qabul qilamiz:

A) agar kesimni chap tomondagi barcha kuchlarning teng ta‘sir etuvchi momenti soat strelkasi bo‘yicha aylansa, eguvchi momentni musbat ishora bilan olamiz. Bu moment gorizontalk balkani pastga qavariq holda egadi. Balkaning egilishi qarama-qarshi tomonga bo‘lgan holda, kesimda manfiy ishorali eguvchi moment ta‘sir etadi deyiladi (2.8a-rasm).

B) agar kesimdan chapdagi barcha kuchlarning teng ta‘sir etuvchisi yuqoriga yo‘nalgan bo‘lsa, ko‘ndalang kuch musbat ishora bilan olinadi. Teng ta‘sir etuvchi pastga yo‘nalgan bo‘lsa, ko‘ndalang kuch manfiy ishora bilan olinadi (2.8b-rasm).



2.8-rasm. Ichki kuchlarning ishoralari:
a) eguvchi moment uchun; b) ko'ndalang kuch uchun.

Egilishga hisoblashning ba'zi bir masalalarida balkaning chap qismidan ko'ra, kamroq kuchlar ta'sir etayotgan o'ng qismini qoldirish qulayroq bo'ladi, chunki yechim kamroq hisoblashlar orqali bajariladi.

Bu holda, ya'ni balkaning o'ng qismining muvozanatini ko'rayotganda eguvchi moment va ko'ndalang kuch uchun yuqorida qabul qilingan qoidaga amal qilish uchun ularning ishoralarini quyidagicha olish kerak:

A) eguvchi moment musbat ishora bilan olinadi, agarda u soat strelkasiga teskari yo'nalishda bo'lib, balkani pastga qavariq holda egga;

B) ko'ndalang kuch musbat ishora bilan olinadi, agarda u pastga yo'nalgan bo'lsa.

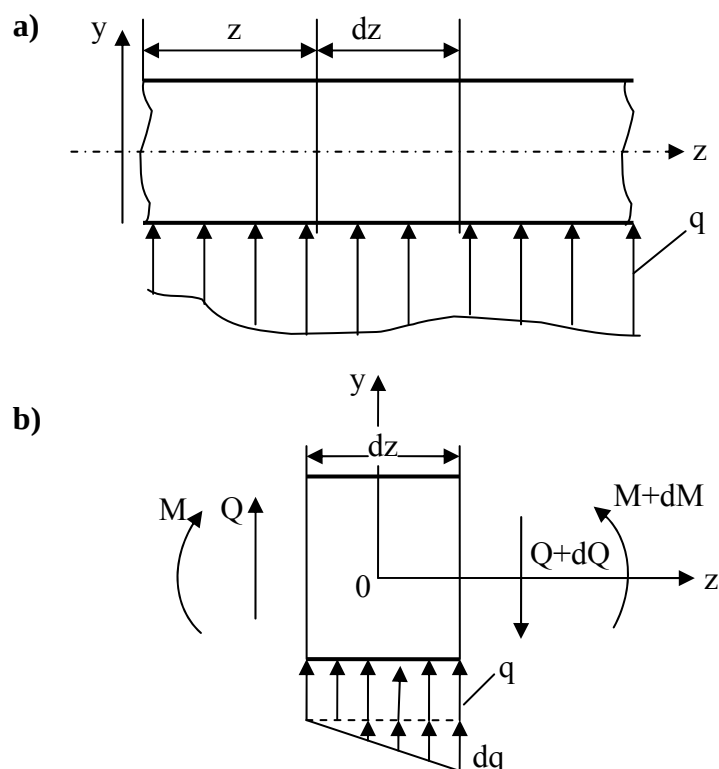
Shunday qilib berilgan balkaning qaysi qismi ko'rilishidan qat'iy nazar, eguvchi moment va ko'ndalang kuchni bir xil ishorali qiymatlarini beruvchi qoidani qabul qildik.

5- §. Juravskiyning differensial bog'lanishlari

Qurilgan epyuralarning to'g'riligini tekshirish va olingan natijalarni muhokama qilish uchun tashqi kuch intensivligi q bilan, balka ko'ndalang kesimlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlar, ya'ni eguvchi moment M va ko'ndalang kuch Q o'rtasidagi muhim bog'lanishlarning mavjudligi katta ahamiyatga ega.

Ixtiyoriy yoyilgan kuch q bilan yuklangan balkani (2.9a-rasm) ko'ramiz. Undan ikkita kesim o'tkazib uzunligi dz bo'lgan element ajratamiz (2.9b-rasm). Ajratilgan elementning chap qirrasi bo'yicha M va Q ichki kuchlar, o'ng qirrasi bo'yicha esa $M + dM$, $Q + dQ$ kuchlar ta'sir qilsin.

Tashqi kuchlarning ajratilgan elementga ta'sirini chiziqli qonunga bo'ysunadi deb hisoblaymiz. (Ajratilgan elementga ta'sir etuvchi barcha ichki va tashqi kuchlarni musbat deb olamiz).



2.9-rasm. Sterjen elementining muvozanati:
a) ajratilgan element; b) elementga ta'sir etayotgan ichki kuchlar

Ajratilgan elementning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum Y = Q - (Q + dQ) + qdz + \frac{dqdz}{2} = 0$$

$$\sum M_o = -M - Q dz + \frac{dq \cdot dz}{2} \left(\frac{dz}{2} - \frac{dz}{3} \right) + (M + dM) - \frac{1}{2} dQ dz = 0$$

Ushbu tenglamalardan ikkinchi va uchinchi darajali cheksiz kichik miqdorlarni tashlab yuborsak, quyidagi munosabat hosil bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ}{dz} &= q \\ \frac{dM}{dz} &= Q \end{aligned} \right\} \text{bo'lib,} \quad (2.1)$$

$$\text{bundan, } \frac{d^2 M}{dz^2} = q \quad (2.2)$$

kelib chiqadi.

Bu munosabatlar Juravskiyning differensial bog'lanishlari deb ataladi.

Agar shakldagi y o'qining yo'nalishi o'zgarsa, q va Q kattaliklarning oldidagi ishoralar ham teskarisiga almashadi.

Juravskiy bog'lanishlari yoyilgan bo'ylama kuch q va ichki bo'ylama kuch N orasida ham bajariladi, ammo bo'ylama ichki kuch N ning epyurasini qurishda va uni tahlil qilishda kam ishlatiladi.

Ma'lumki, $y=f(x)$ funksiya grafigi ekstremum (max yoki min) qiymatlariga, ushbu funksiya hosilasi nolga teng bo'ladigan nuqtalarda erishadi. Demak, ichki kuch momentining eng katta yoki eng kichik qiymati ham ko'ndalang kuch Q nolga teng bo'lgan kesimda hosil bo'ladi.

Bundan tashqari Juravskiy differensial bog'lanishlari M va Q epyuralariga tegishli qator xulosalarni ham chiqarish imkoniyatini yaratadi, ya'ni:

1. Balkaning ko'ndalang kuch o'zgaras bo'lgan uchastkasida (yoyilgan kuch bo'lmasa) M ning epyurasi to'g'ri chiziqli bo'ladi.

2. Balkaga tekis taqsimlangan yoyilgan q kuchi ta'sir etayotgan uchastkasida Q ning epyurasi chiziqli qonun bo'yicha o'zgaradi (epyura to'g'ri chiziqli bo'ladi). M ning epyurasi esa egri chiziqli bo'lib, uni qurish uchun kamida 3 ta nuqtadagi qiymat ma'lum bo'lishi kerak.

3. Agar qo'shni uchastkalar chegarasida bir nuqtaga ta'sir etuvchi tashqi kuch P berilgan bo'lsa, u holda Q ning epyurasida shu kuchga teng sakrash hosil bo'lib, M ning epyurasida esa egilish nuqtasi hosil bo'ladi. Agar Q ning epyurasida sakrash bo'lmasa, u holda qo'shni uchastkalar orasida M ning epyurasi silliq o'zgaradi.

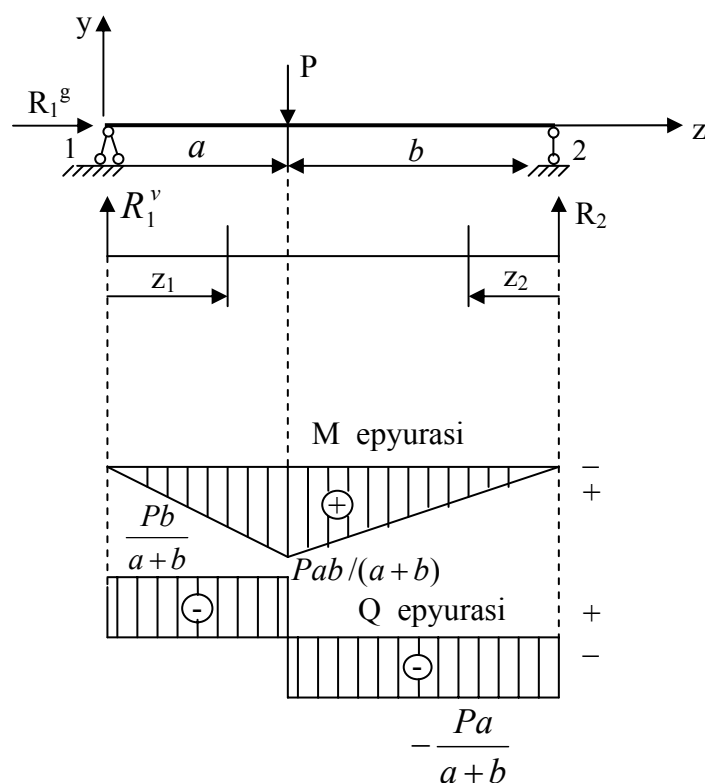
4. Agar balkaga bir nuqtaga qo'yilgan tashqi moment ta'sir qilsa, u holda M epyurasining moment ta'sir qilgan joyida sakrash yuz beradi, uning kattaligi tashqi moment qiymatiga teng bo'ladi, Q ning epyurasida esa qo'shni uchastkalardagi Q ni qiymatlari o'zaro teng bo'ladi.

6- §. Egilishda ichki kuchlar epyuralarini qurish

Har xil kuchlar bilan yuklangan ikki tayanchli to'g'ri chiziqli balkalar. Har xil tashqi kuchlar bilan oddiy yuklangan ikkita tayanchda turuvchi balka ko'ndalang kesimlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlarning epyuralarini qurishni ko'ramiz.

1-misol. Bir nuqtaga qo'yilgan P kuch bilan yuklangan balka uchun (2.10-rasm) ichki kuch M va Q larning epyurasi qurilsin.

Statikani muvozanat tenglamalaridan foydalanib, balka tayanchlarida hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.



2.10-rasm. Bir nuqtaga qo'yilgan kuch ta'sirida balkadagi eguvchi moment (M) va ko'ndalang kuch (Q) epyuralarini qurish.

Umuman olganda, qo'zg'aluvchan va qo'zg'almas sharnirli tayanchlarga mahkamlangan to'g'ri chiziqli balkaga vertikal kuch ta'sir etsa qo'zg'almas tayanchdagi reaksiya kuchining gorizontali tashkil etuvchisi nolga teng bo'ladi ya'ni:

$$\sum Z = R_1^g = 0, \quad R_1^g = 0.$$

Tayanch reaksiya kuchlarining vertikal tashkil etuvchisini aniqlash uchun, 1 va 2 sharnirlar markaziga nisbatan balkaga ta'sir etayotgan barcha kuchlardan momentlar olib ularning yig'indisini nolga tenglaymiz, ya'ni:

$$\sum M_1 = -Pa + R_2(a+b) = 0, \quad R_2 = \frac{Pa}{a+b};$$

$$\sum M_2 = Pb - R_1^v(a+b) = 0, \quad R_1^v = \frac{Pb}{a+b} \text{ bo'ladi.}$$

Olingan natijalar to'g'riligini tekshirish uchun balkaga ta'sir qilayotgan barcha kuchlarning \$y\$ o'qidagi proeksiyalari yig'indisini nolga teng bo'lishini tekshiramiz:

$$\sum Y = R_1^v + R_2 - P = \frac{Pb}{a+b} + \frac{Pa}{a+b} - P = \frac{P(a+b)}{a+b} - P = 0$$

Balkaga ta'sir qilayotgan barcha kuchlarning vertikal o'qdagi proeksiyalari yig'indisining nolga tengligi, tayanch reaksiyalarini to'g'ri topganimizni ko'rsatadi.

Ichki kuchlar, eguvchi moment M va ko'ndalang kuch Q epyurasini qurish uchun balkani 2 uchastkadan iborat ekanligini qiymatlariga aniqlab olamiz. Birinchi - I ($0 \leq z_1 \leq a$) uchastkada (z_1 – masofadan) kesim o'tkazib, uni ikki qismga ajratamiz. Tashqi kuch qo'yilgan o'ng qismini tashlab yuboramiz va chap qismining muvozanatini tekshiramiz. U holda sanoq boshi chap tayanch bilan ustma – ust tushadi. Uchastkaning shu qismi uchun muvozanat shartlarini yozsak, u holda bu qismda hosil bo'layotgan eguvchi moment M va ko'ndalang kuch Q quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= R_1^v z_1 = \frac{Pb}{a+b} z_1 \\ Q_1 &= R_1^v = \frac{Pb}{a+b} \end{aligned} \right\} (0 \leq z_1 \leq a) \text{ bo'lib,}$$

bu natijalardan ko'rinadiki, Q ning epyurasi I-uchastka uzunligi bo'yicha o'zgarmas qiymatga ega, M ning epyurasi to'g'ri chiziqli bo'lib, uni qurish uchun 2 ta nuqtadagi qiymatni topish yetarli ya'ni:

$$\begin{aligned} z_1 &= 0 \text{ da,} & M_1 &= 0; \\ z_1 &= a \text{ da,} & M_1 &= \frac{Pb}{a+b} \cdot a \text{ bo'ladi.} \end{aligned}$$

Ikkinchi - II ($0 \leq z_2 \leq b$) uchastkada (z_2 masofadan) kesim o'tkazamiz. Bu holda chap qismini tashlab yuborib, o'ng qismining muvozanatini qarash qulay bo'ladi. Sanoq boshi o'ng tayanch bilan ustma-ust tushib, z_2 o'qi esa chapga yo'naladi.

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= R_2 z_2 = \frac{Pa}{a+b} z_2 \\ Q_2 &= -R_2 = -\frac{Pa}{a+b} \end{aligned} \right\} (0 \leq z_2 \leq b).$$

Bu uchastka uchun ham Q ning epyurasi o'zgarmas qiymatga ega bo'lib, M ning epyurasi chiziqli o'zgaradi, ya'ni:

$$z_2 = 0 \text{ da,} \quad M_2 = 0;$$

$$z_2 = b \text{ da, } M_2 = \frac{Pab}{a+b} \text{ bo'ladi.}$$

Bu hisob ishlari bo'yicha qurilgan epyuralar 2.10-rasmda keltirilgan.

Ko'rinib turibdiki, M ning epyurasida birinchi hamda ikkinchi uchastkalar chegaralarida eguvchi moment M ning qiymatlari o'zaro teng ya'ni $\frac{Pab}{a+b}$, Q ning epyurasida esa P kuch ostida sakrash hosil bo'lib, uning miqdori $\frac{Pb}{a+b} - (-\frac{Pa}{a+b}) = P$ ga teng, ya'ni Q miqdorining ta'sir etuvchi P kuchga tengligi, qurilgan epyuraning to'g'riligini ko'rsatadi.

2-misol. Balkani bir nuqtasiga qo'yilgan moment ta'sirida (2.11-rasm) hosil bo'ladigan ichki kuch M , Q larning epyuralari qurilsin.

Tayanchdagi reaksiya kuchlarini topamiz: $\sum Z = R_1^g = 0$

$$\sum M_1 = -M + R_2(a+b) = 0, \quad R_2 = \frac{M}{a+b};$$

$$\sum M_2 = -R_1^v(a+b) - M = 0, \quad R_1^v = -\frac{M}{a+b}.$$

R_1^v tayanch reaksiyasi oldidagi $(-)$ ishora uning haqiqiy yo'nalishi pastga qaraganligini anglatadi (reaksiya kuchini (x) belgi bilan belgilangani biz oldin tanlab olgan yo'nalishni bildiradi, haqiqiysida belgi qo'yilmagan bo'ladi). Haqiqiy $R_1^v = -\frac{M}{a+b}$ bo'ladi.

Reaksiya kuchlarini to'g'ri topilganligini tekshiramiz:

$$\sum Y = -\frac{M}{a+b} + \frac{M}{a+b} = 0$$

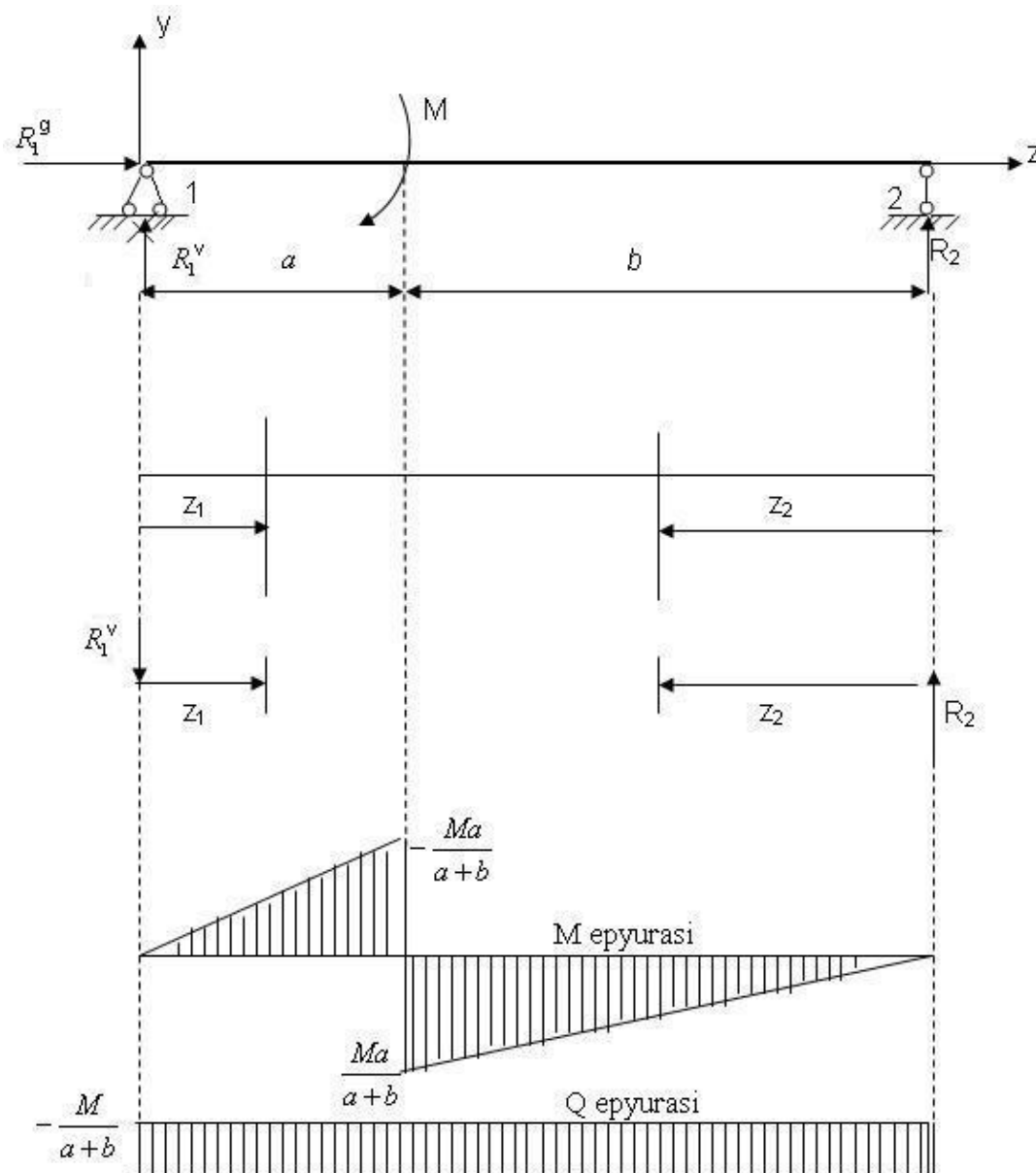
Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

Balkani 2 uchastkadan iborat deb qarash mumkin: Birinchi - I ($0 \leq z_1 \leq a$) uchastkadan (z_1 masofadan) kesim o'tkazib, o'ng qismini tashlab yuborib, qolgan uchastkaning muvozanatini tekshiramiz. Bu holda:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -\frac{M}{a+b} z_1 \\ Q_1 &= -\frac{M}{a+b} \end{aligned} \right\} (0 \leq z_1 \leq a) \text{ bo'lib,}$$

$$z_1 = 0 \text{ да, } M = 0;$$

$$z_1 = a \text{ да, } M_1 = -\frac{Ma}{a+b} \text{ bo'ladi.}$$



2.11-rasm. Bir nuqtaga qo'yilgan moment ta'siridagi balkada eguvchi moment (M) va ko'ndalang kuch (Q) epyuralarini qurish.

Ikkinchi - II ($a \leq z_2 \leq b$) uchastkada z_2 masofadan kesim o'tkazib, chap qismini tashlab yuboramiz. Bu holda

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= \frac{M}{a+b} z_2 \\ Q_2 &= -\frac{M}{a+b} \end{aligned} \right\} (0 \leq z_2 \leq b) \text{ bo'lib,}$$

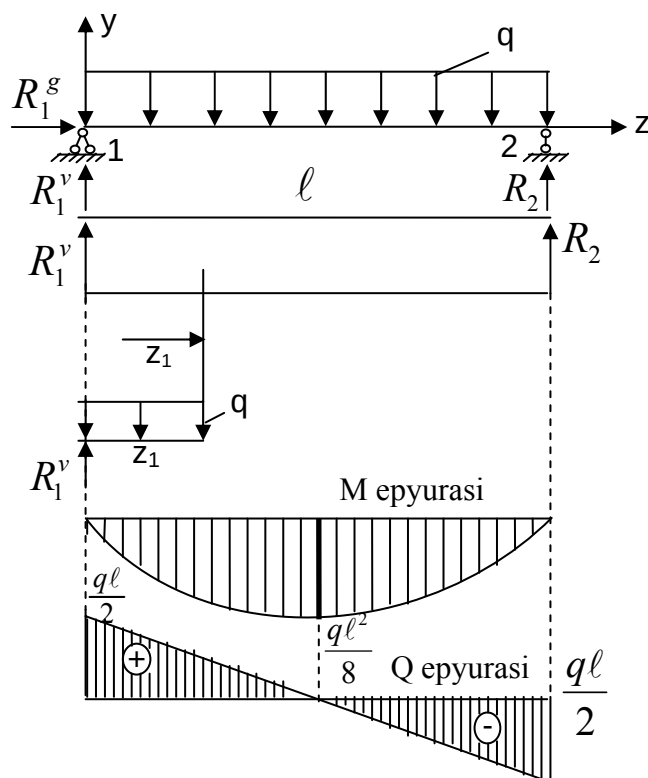
$$z_2 = 0 \text{ да , } M_2 = 0 ,$$

$$z_2 = b \text{ да , } M_2 = \frac{Mb}{a+b} \text{ bo'ladi.}$$

M ning epyurasidagi sakrash $\frac{Ma}{a+b} - \left(\frac{-Mb}{a+b} \right) = M$ ga, ya'ni tashqi momentning kattaligiga teng. Balkaga faqat tashqi moment ta'sir qilsa Q ning epyurasi balka uzunligi bo'yicha o'zgarmas qiymatga ega bo'ladi.

Yuqoridagi ifodalar yordamida qurilgan ichki kuch – M , Q lar epyuralari 2.11-rasmida ko'rsatilgan.

3-misol. Balkaga tekis taqsimlangan q yuki ta'sir etgan holat uchun (2.12 rasm) ichki kuch M , Q larning epyurasi qurilsin.



2.12-rasm. Balkaga taqsimlangan kuch ta'sir etganda eguvchi moment (M) va ko'ndalang kuch (Q) epyurasini qurish.

Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz $\sum Z = R_1^g = 0$

$$\sum M_1 = -ql \frac{l}{2} + R_2 l = 0, \quad R_2 = \frac{ql}{2};$$

$$\sum M_2 = -R_1^v l + ql \frac{l}{2} = 0, \quad R_1^v = \frac{ql}{2}$$

(ql – tekis taqsimlangan yukning teng ta'sir etuvchisi, $\frac{l}{2}$ – uning yelkasi).

Bu holda, balka bir ($0 \leq z_1 \leq \ell$) uchastkadan iborat. Bu balka z_1 masofadan kesib ikki qismga ajratamiz va uning o'ng tomonini tashlab yuborib, chap qismining muvozanatini ko'ramiz.

Qoldirilgan qismda tekis taqsimlangan yukning teng ta'sir etuvchisi qz_1 ga, uning yelkasi $z_1/2$ ga teng bo'ladi.

Balkaning qoldirilgan qismi uchun muvozanat shartlarini yozib, ulardan shu qismda hosil bo'ladigan eguvchi moment M va ko'ndalang kuch Q ni aniqlaymiz ya'ni:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= R_1^v z_1 - qz_1 \frac{z_1}{2} = \frac{ql}{2} z_1 - \frac{qz_1^2}{2} \\ Q_1 &= R_1^v - qz_1 = \frac{ql}{2} - qz_1 \end{aligned} \right\}, (0 \leq z_1 \leq \ell)$$

Olingan natijalardan ko'rinadiki, M ning epyurasi egri chiziqli bo'lib, uni qurish uchun kamida 3 ta nuqta olish kerak ya'ni:

$$\begin{aligned} z_1 = 0 \text{ da, } \quad M &= 0, \quad Q = \frac{ql}{2}; \\ z_1 = \frac{\ell}{2} \text{ da, } \quad M &= \frac{q\ell^2}{8}, \quad Q = \frac{q\ell}{2} - \frac{q\ell}{2} = 0; \\ z_1 = \ell \text{ da } \quad M &= 0, \quad Q = -\frac{ql}{2}. \end{aligned}$$

Sterjen kesimida $Q = 0$, ya'ni $\frac{ql}{2} - qz_1 = 0$ bo'lsa chap tayanchdan $z_1 = \frac{l}{2}$ masofada joylashgan kesimda M_{max} ga erishadi. Eguvchi momentni topish formulasiga $z_1 = \frac{l}{2}$ ni qo'yib M_{max} ni qiymatini aniqlaymiz:

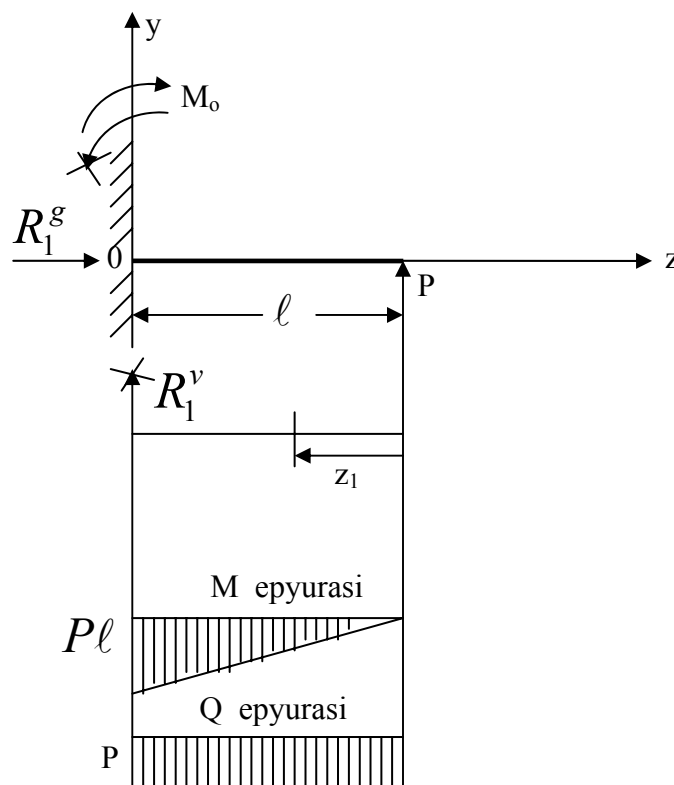
$$M_{max} = \frac{ql}{2} \frac{l}{2} - \frac{q(l/2)^2}{2} = \frac{ql^2}{8}.$$

Topilgan qiymatlar yordamida M va Q epyuralarini qursak u 2.12-rasmdagi ko'rinishga ega bo'ladi.

Har xil kuchlar bilan yuklangan to'g'ri chiziqli konsol balkalar.

Har xil tashqi kuchlar bilan oddiy yuklangan konsol balka kesimlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlarning epyuralarini qurishni ko'ramiz.

1-misol. Bir nuqtaga qo'yilgan kuch ta'sirida, konsol balkada (2.13-rasm) hosil bo'ladigan M , Q epyuralari qurilsin.



2.13-rasm. Bir nuqtaga qo'yilgan kuch ta'siridagi konsol balka uchun eguvchi moment (M) va ko'ndalang kuch (Q) epyuralarini qurish.

Tayanch reaksiyalarini topamiz:

$$\begin{aligned}\sum Z &= R_1^g = 0, & R_1^g &= 0; \\ \sum Y &= R_1^v + P = 0, & R_1^v &= -P; \\ \sum M_0 &= -M + Pl = 0, & M &= -Pl.\end{aligned}$$

Javobdagi M moment va R_1^v kuchlari oldidagi $(-)$ ishora, ularni haqiqiy yo'nalishlari rasmda ko'rsatilgan yo'nalishga qarama-qarshi ekanligini bildiradi. Ularning yo'nalishlarini o'zgartirganimizdan keyin $R_1^v = P$, $M = P \cdot \ell$ bo'ladi.

Sterjen I ta uchastkadan iborat. Bu balkadagi ichki kuchlarni aniqlash uchun uchastkani (z_1 masofada) kesib ikki qismga ajratamiz. Uning o'ng qismi muvozanatidan

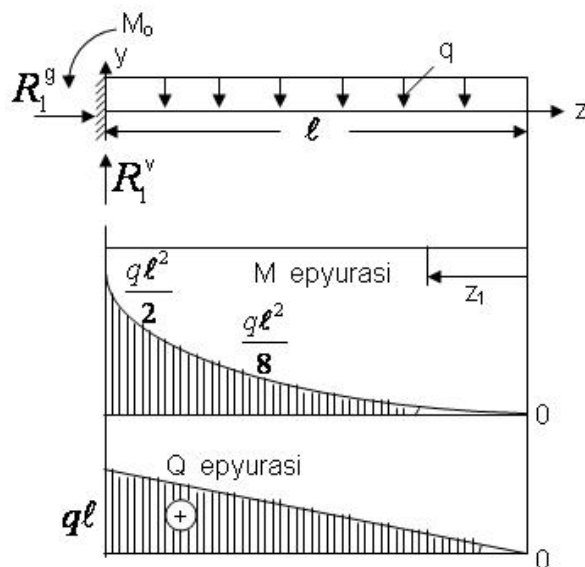
$$\left. \begin{array}{l} M_1 = Pz_1 \\ Q_1 = -P \end{array} \right\} (0 \leq z \leq \ell) \text{ bo'ladi.}$$

Bu holda

$$\begin{array}{l} z_1 = 0 \text{ da, } M = 0, \quad Q = -P; \\ z_1 = \ell \text{ da, } M = Pl, \quad Q = -P \text{ bo'ladi.} \end{array}$$

Olingan qiymatlar bilan M va Q larning epyuralarini qursak, u 2.13-rasmdagi ko'rinishga ega bo'ladi.

2-misol. Tekis taqsimlangan yoyilgan kuch q ta'sirida, konsol balkada (2.14-rasm) hosil bo'ladigan ichki kuchlarning epyurasi qurilsin.



2.14-rasm. Tekis taqsimlangan yoyilgan kuch (q) ta'sirida konsol balkada eguvchi moment (M) va ko'ndalang kuch (Q) epyuralarini qurish.

Tayanch reaksiyalarini topamiz.

$$\begin{array}{ll} \sum Z = R_1^g = 0, & R_1^g = 0; \\ \sum Y = R_1^v - ql = 0, & R_1^v = ql; \\ \sum M_0 = M_0 - ql \frac{l}{2} = 0, & M_0 = \frac{ql^2}{2}. \end{array}$$

Sterjen bir uchastkadan iborat. Shu uchastkani z_1 - masofada ikki qismga ajratib, o'ng qismi muvozanatini tekshirsak u holda:

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = -\frac{qz_1^2}{2}, \\ Q = qz_1 \end{array} \right\} (0 \leq z_1 \leq \ell)$$

$$z_I = 0 \text{ da, } M = 0, \quad Q = 0;$$

$$z_I = \ell \text{ da, } M = -\frac{ql^2}{2}; \quad Q = ql.$$

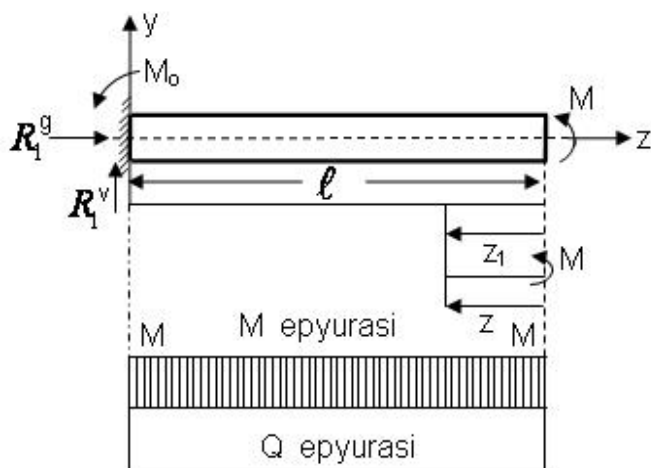
Q kuchning epyurasida nollik nuqtaning yoʻqligi M epyurasida ekstremal nuqtalar mavjud emasligini koʻrsatadi. M ning epyurasini qurish uchun kamida yana bitta nuqtada uning qiymatini topish kerak. Buning uchun z_I ni ihtiyoriy qiymati, yaʼni $z = 0,5\ell$ uchun M ning qiymatini hisoblaymiz, u holda $M = \frac{ql^2}{8}$ boʻladi. Topilgan qiymatlar asosida qurilgan M va Q ning epyurasi 2.14-rasmda koʻrsatilgan.

3-misol. Bir nuqtaga qoʻyilgan moment taʼsirida, konsol balkada (2.15-rasm) hosil boʻladigan ichki kuchlarning epyuralari qurilsin.

Tayanch reaksiyalarini topamiz.

$$\begin{aligned} \sum Z = R_I^z &= 0, & R_I^z &= 0; \\ \sum Y = R_I^y &= 0, & R_I^y &= 0; \\ \sum M_0 = M_0 - M &= 0, & M_0 &= M. \end{aligned}$$

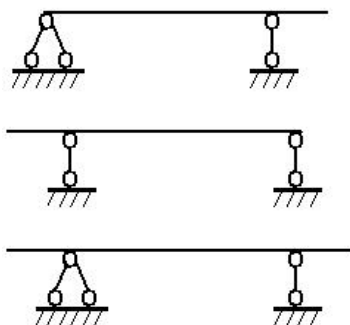
Balka bir uchastkadan iborat. M va Q epyuralarini qurish uchun bu uchastkani z_I masofada kesib, oʻng qismini qaraymiz. U holda M ning epyurasi oʻzgarmas, yaʼni $M = -M_0$ boʻlib, Q ning epyurasi esa nolga teng boʻladi. Bu epyuralar 2.15-rasmda koʻrsatilgan.



2.15-rasm. Bir nuqtaga qoʻyilgan kuch taʼsirida konsol balkada ichki kuchlarning epyurasini qurish.

Demak, konsol balkalar uchun tayanch reaksiyalarini aniqlamasdan ham ichki kuchlarning epyuralarini qurish mumkin ekan, chunki uchastkadan kesim o'tkazilganda balkaning tayanch qismi tashlab yuborilishi mumkin.

Ikkita tayanchda turuvchi to'g'ri chiziqli murakkab balkalar. Tabiiyki, amaliy masalalarni yechishda balkaga ta'sir qilayotgan tashqi kuchlar turli xil ko'rinishda bo'lib, konstruksiyalar ham turli xil konsol va ikkita tayanchlarda turuvchi balkalardan tashkil topgan bo'lishi mumkin (2.16-rasm).



2.16-rasm. Balka turlari.

Shunday sistemalar (2.16-rasm) uchun ichki kuchlar epyuralarini qurishga qator misollarni ko'rib chiqamiz.

1 - misol. Har xil kuchlar bilan yuklangan balka (2.17-rasm) uchun ichki kuchlar epyuralari qurilsin.

$$q=2 \text{ tk/m}, P=6 \text{ tk}, a=6\text{m}, b=2\text{m}.$$

Tayanch reaksiyalarini topamiz:

$$\sum Z = R_1^g = 0;$$

$$\sum M_1 = -q \cdot a \cdot \frac{a}{2} + R_2 \cdot a - P(a+b) = 0, \quad R_2 = \frac{q \cdot \frac{a^2}{2} + P(a+b)}{a} = \frac{2 \cdot \frac{6^2}{2} + 6(6+2)}{6} = 14 \text{ tk};$$

$$\sum M_2 = -R_1^v \cdot a + q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - Pb = 0, \quad R_1^v = \frac{q \cdot \frac{a^2}{2} - Pb}{a} = \frac{2 \cdot \frac{6^2}{2} - 6 \cdot 2}{6} = 4 \text{ tk}.$$

Tayanch reaksiyalarining to'g'ri topilganligini tekshiramiz:

$$\sum Y = R_1^v - q \cdot a + R_2 - P = 4 - 2 \cdot 6 + 14 - 6 = 0$$

$$0 = 0.$$

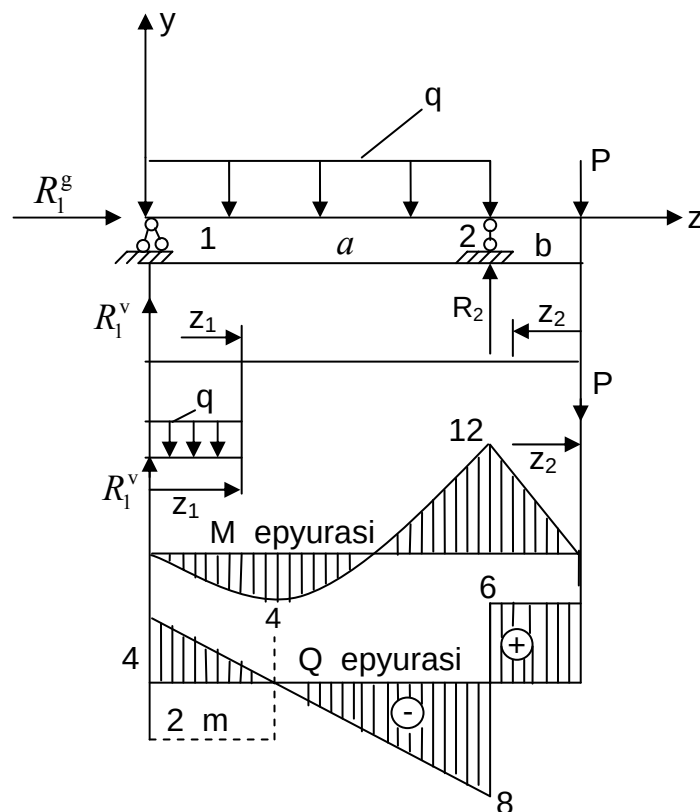
Demak, to'g'ri topilgan.

M va Q epyuralarini quramiz. Bu balka 2 uchastkadan iborat:

I - uchastkada ($0 \leq z_1 \leq a$):

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= R_1^v z_1 - \frac{q z_1^2}{2}; \\ Q_1 &= R_1^v - q z_1; \end{aligned} \right\} (0 \leq z_1 \leq a) \text{ bo'lib,}$$

bundan $z_1 = 0$ da, $M_1 = 0$, $Q_1 = R_1^v = 4 \text{ tk}$;
 $z_1 = 6\text{m}$ da, $M_1 = -12 \text{ tk}\cdot\text{m}$, $Q_1 = -8 \text{ tk}$.



2.17-rasm. Turli kuchlar bilan yuklangan balka uchun ichki kuch epyuralarini qurish.

Uchastka boshidan $z_1 = 2\text{m}$ masofada Q nolga teng bo'lib, $M = 4\text{tk}\cdot\text{m}$ qiymatga ega bo'ladi.

I I - uchastkada ($0 \leq z_2 \leq b$):

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= -P z_2 \\ Q_2 &= P \end{aligned} \right\} (0 \leq z_2 \leq b) \text{ bo'lib,}$$

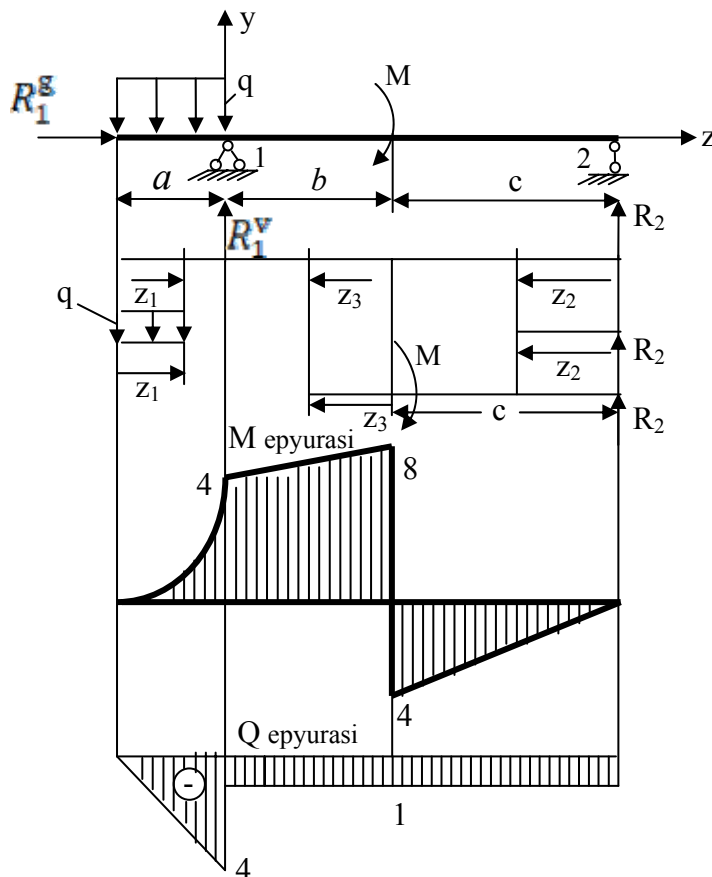
bunda $z_2 = 0$ da, $M_2 = 0$, $Q_2 = P = 6 \text{ tk}$;
 $z_2 = 2\text{m}$ da, $M_2 = -12 \text{ tk}\cdot\text{m}$, $Q_2 = P = 6 \text{ tk}$ qiymatga ega bo'ladi.

Demak, epyurada ichki kuchlar momenti M ning eng katta qiymati balkaning o'ng tayanch kesim yuzasiga to'g'ri kelib, uning qiymati 12

tk·m ga teng bo‘ladi. Q ning epyurasidagi sakrashlar miqdori qo‘yilgan kuchlar va tayanch reaksiyalarining qiymatlariga teng ekan.

2-misol. Quyidagi balka (2.18-rasm) uchun ichki kuchlarning epyurasi qurilsin.

$$q=2\text{tk/m}, \quad M=12\text{tk}\cdot\text{m}, \quad a=2\text{m}, \quad b=4\text{m}, \quad c=4\text{m}$$



2.18-rasm. Turli kuchlar bilan yuklangan balka uchun ichki kuch epyuralarini qurish.

Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

$$\sum Z = R_1^s = 0;$$

$$\sum M_1 = q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - M + R_2 \cdot (b+c) = 0, \quad R_2 = \frac{-q \frac{a^2}{2} + M}{b+c} = \frac{-2 \cdot \frac{2^2}{2} + 12}{4+4} = 1 \text{ tk};$$

$$\sum M_2 = q \cdot a \cdot \left(b+c+\frac{a}{2}\right) - R_1^v \cdot (b+c) - M = 0, \quad R_1^v = \frac{q \cdot a \left(b+c+\frac{a}{2}\right) - M}{b+c} = \frac{2 \cdot 2 \left(4+4+\frac{2}{2}\right) - 12}{4+4} = 3 \text{ tk}.$$

Tayanch reaksiyalarining to‘g‘ri topilganligini tekshiramiz:

$$\sum Y = -q \cdot a + R_1^v + R_2 = -2 \cdot 2 + 3 + 1 = 0, \\ 0 = 0,$$

Demak, to'g'ri topilgan.

Bu balka 3 ta uchastkadan iborat. Shuni e'tiborga olib, M , Q larning qiymatlarini aniqlaymiz:

I – uchastkada ($0 \leq z_1 \leq a$):

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -\frac{qz_1^2}{2}; \\ Q_1 &= -qz_1 \end{aligned} \right\} (0 \leq z_1 \leq a).$$

$$\begin{aligned} \text{Bundan} \quad z_1 = 0 \text{ da,} \quad M_1 &= 0, & Q_1 &= 0; \\ z_1 = 1 \text{ m da,} \quad M_1 &= -1 \text{ tk}\cdot\text{m}, & Q_1 &= -2 \text{ tk}; \\ z_1 = 2 \text{ m da,} \quad M_1 &= -4 \text{ tk}\cdot\text{m}, & Q_1 &= -4 \text{ tk} \end{aligned}$$

bo'ladi.

II – uchastkada ($0 \leq z_2 \leq s$):

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= R_2 Z_2; \\ Q_2 &= -R_2 \end{aligned} \right\} (0 \leq z_2 \leq c).$$

$$\begin{aligned} \text{Bundan,} \quad z_2 = 0 \text{ da,} \quad M_2 &= 0, & Q_2 &= -1 \text{ tk}; \\ z_2 = 4 \text{ m da,} \quad M_2 &= 4 \text{ tk}\cdot\text{m}, & Q_2 &= -1 \text{ tk} \end{aligned} \text{ bo'ladi.}$$

III – uchastkada ($0 \leq z_3 \leq b$):

$$\left. \begin{aligned} M_3 &= R_2(z_3 + c) - M_2; \\ Q_3 &= -R_2 \end{aligned} \right\} (0 \leq z_3 \leq b).$$

$$\begin{aligned} \text{Bundan,} \quad z_3 = 0 \text{ da,} \quad M_3 &= -8 \text{ tk}\cdot\text{m}, & Q_3 &= -1 \text{ tk}; \\ z_3 = 4 \text{ m da,} \quad M_3 &= -4 \text{ tk}\cdot\text{m}, & Q_3 &= -1 \text{ tk} \end{aligned} \text{ bo'ladi.}$$

Bu natijalardan foydalanib M , Q larning epyuralarini quramiz (2.18-rasm).

Bir nuqtaga qo'yilgan tashqi moment M ta'siridan, shu nuqtada moment M miqdoriga teng sakrash hosil bo'lganligi epyuradan ko'rinib turibdi. Ichki kuchlar momentining $M_3 = 8 \text{ tk}\cdot\text{m}$ ga teng eng katta qiymati tashqi moment M qo'yilgan nuqtaning chap kesimida hosil bo'lmoqda.

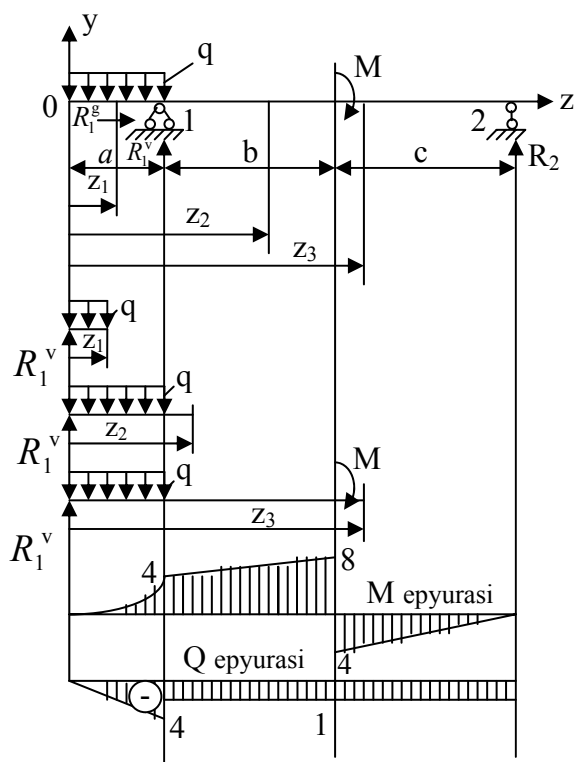
Ichki kuchlar epyurasini qurishni qo'zg'almas sanoq sistemasiga nisbatan ham hisoblash mumkin. Bu holda sanoq boshi balkaning chap yoki o'ng tomonida olinadi.

3-misol. Oldingi misoldagi (2.18-rasm) ichki kuchlar epyurasini qo'zg'almas sanoq sistemasiga nisbatan qurishni ko'ramiz.

Bu misolda $q = 2 \text{ tk/m}$, $M = 12 \text{ tk}\cdot\text{m}$, $a = 2 \text{ m}$, $b = 4 \text{ m}$, $c = 4 \text{ m}$ edi.

Reaksiya kuchlari 2-misolda topilgan bo'lib, ular $R_1^g = 0$, $R_1^v = 3 \text{ tk}$, $R_2 = 1 \text{ tk}$ chiqqan edi. Hisob ishlarini boshlash

uchun sanoq boshini balkaning chap chetidan olamiz (2.19 rasm). Sanoq sistemasi o'zgarsa ham balkadagi uchastkalar soni o'zgarmaydi.



2.19-rasm. Turli kuchlar bilan yuklangan balka uchun ichki kuch epyuralarini qurish.

Demak, bu holda ham balkani 3 ta uchastkadan iborat deb qarash mumkin. Shuni e'tiborga olib, har bir uchastka uchun M , Q larning qiymatlarini aniqlaymiz.

I – uchastkada ($0 \leq z_1 \leq a$):

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -\frac{q z_1^2}{2} \\ Q_1 &= -q z_1 \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_1 \leq a) \text{ bo'lib,}$$

bundan,

$$\begin{aligned} z_1 &= 0 \text{ da, } M_1 = 0, & Q_1 &= 0; \\ z_1 &= 1\text{m da, } M_1 = -1 \text{ tk}\cdot\text{m}, & Q_1 &= -2 \text{ tk}; \\ z_1 &= 2\text{m da, } M_1 = -4 \text{ tk}\cdot\text{m}, & Q_1 &= -4 \text{ tk} \text{ bo'ladi.} \end{aligned}$$

II – uchastkada ($a \leq z_2 \leq (a+b)$):

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= -qa\left(z_2 - \frac{a}{2}\right) + R_1^y(z_2 - a) \\ Q_2 &= -qa + R_1^y \end{aligned} \right\}, \quad (a \leq z_2 \leq a+b) \quad \text{bo'lib,}$$

bundan,

$$z_2 = a = 2\text{ m da,} \quad M_2 = -4 \text{ tk}\cdot\text{m,} \quad Q_2 = -1\text{ tk};$$

$$z_2 = a+b = 6\text{ m da,} \quad M_2 = 8 \text{ tk}\cdot\text{m,} \quad Q_2 = -1\text{ tk}; \quad \text{bo'ladi.}$$

III– uchastkada $(a+b) \leq z_3 \leq (a+b+c)$:

$$\left. \begin{aligned} M_3 &= -qa\left(z_3 - \frac{a}{2}\right) + R_1^y(z_3 - a) + M \\ Q_3 &= -qa + R_1^y \end{aligned} \right\}, \quad (a+b \leq z_3 \leq (a+b+c)) \quad \text{bo'lib,}$$

bundan,

$$z_3 = a+b = 6\text{ m da,} \quad M_3 = 4 \text{ tk}\cdot\text{m,} \quad Q_3 = -1\text{ tk};$$

$$z_3 = a+b+c = 10\text{ m da,} \quad M_3 = 0, \quad Q_3 = -1\text{ tk}; \quad \text{bo'ladi.}$$

M , Q ning topilgan qiymatlari asosida epyura quradigan bo'lsak, u 2.19-rasmdagi ko'rinishga ega bo'ladi.

2.18- va 2.19-rasmlardagi epyuralarni solishtirsak, ular bir xil, ammo qo'zg'almas koordinatalar sistemasida hisoblash formulalari ancha murakkab bo'lib ketishi mumkin ekan.

Siniq chiziqli murakkab balkalar. Ichki kuchlar epyurasini siniq chiziqli sterjenlar uchun qurishda, qo'zg'almas sanoq sistemi yanada noqulay bo'lganligi sababli, u deyarli qo'llanilmaydi. Tekis masala holatida ham bu tipdagi sterjenlarning ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment M va ko'ndalang kuch Q dan tashqari bo'ylama kuch N ham paydo bo'lishi mumkin. Bu holda 3 ta ichki kuch M , Q , N larning epyurasini qurish kerak bo'ladi.

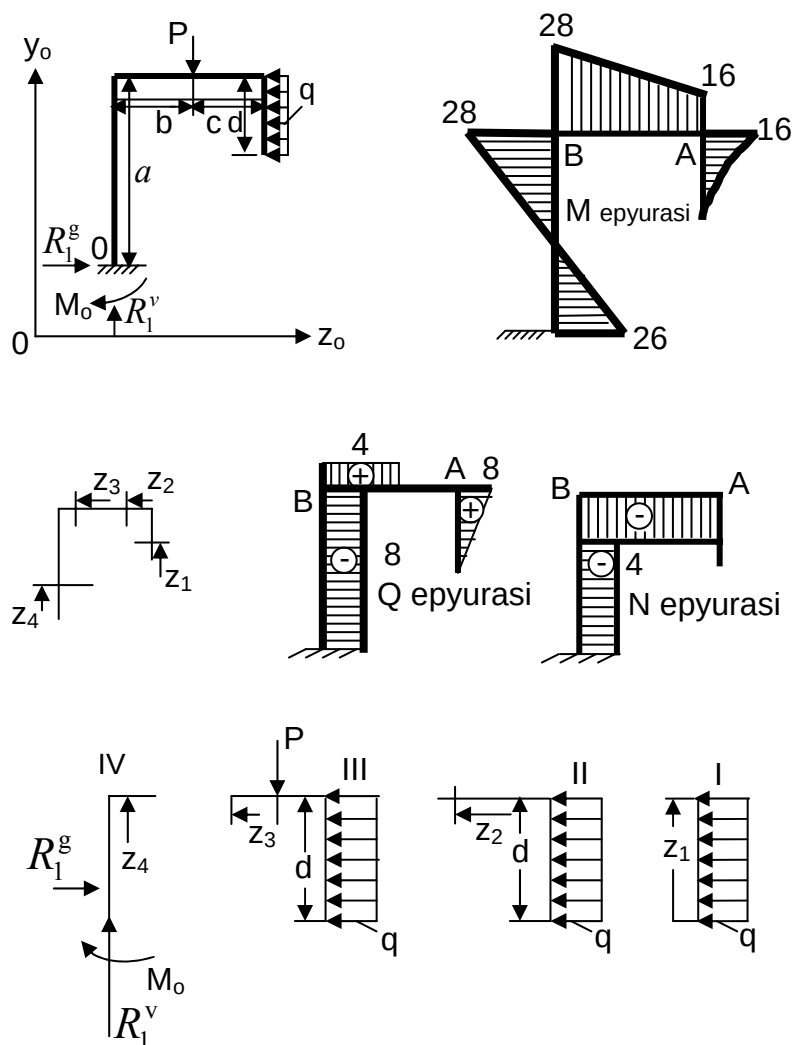
1-misol. Bir nechta sterjendan tashkil topgan (2.20-rasm) sterjenli sistema uchun ichki kuchlarning epyurasi qurilsin. $P = 4\text{ tk}$, $q = 2\text{ tk/m}$, $a = 6\text{ m}$, $b = 3\text{ m}$, $c = 2\text{ m}$, $d = 4\text{ m}$.

Qo'zg'almas Y_0 , Z_0 sanoq sistemasidan foydalanib tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$\sum Z_0 = R_1^z - q \cdot d = 0, \quad R_1^z = qd = 2 \cdot 4 = 8 \text{ tk};$$

$$\sum Y_0 = R_1^y - P = 0, \quad R_1^y = P = 4 \text{ tk};$$

$$\sum M_0 = -M_0 - Pb + qd\left(a - \frac{d}{2}\right) = 0, \quad M_0 = -Pb + qd\left(a - \frac{d}{2}\right) = -4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot \left(6 - \frac{4}{2}\right) = 20 \text{ tk}\cdot\text{m}$$



2.20-rasm. Turli xil kuchlar bilan yuklangan siniq chiziqli sterjenlar uchun ichki kuch epyuralarini qurish.

Bu sistema 4 ta uchastkadan iborat.

Sistemaning har bir uchastkasida hosil bo'ladigan ichki kuchlarni aniqlash uchun yuqorida (2.8-rasmda) keltirilgan qoidadan foydalanamiz.

Birinchi uchastkada – I:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -\frac{qz_1^2}{2} \\ Q_1 &= qz_1 \\ N_1 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_1 \leq d).$$

Bundan, $z_1 = 0$ da, $M_1 = 0$, $Q_1 = 0$, $N_1 = 0$;
 $z_1 = 2\text{m}$ da, $M_1 = -4 \text{ tk}\cdot\text{m}$, $Q_1 = 4 \text{ tk}$, $N_1 = 0$;
 $z_1 = 4\text{m}$ da, $M_1 = -16 \text{ tk}\cdot\text{m}$, $Q_1 = 8 \text{ tk}$, $N_1 = 0$.

Ikkinchi uchastkada – II:

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= -q \cdot d \cdot \frac{d}{2} \\ Q_2 &= 0 \\ N_2 &= -qd \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_2 \leq c)$$

Bundan, $z_2 = 0$ da, $M_2 = -16\text{tk} \cdot \text{m}$, $Q_2 = 0$, $N_2 = -8\text{tk}$;
 $z_2 = 2\text{m}$, $M_2 = -16\text{tk} \cdot \text{m}$, $Q_2 = 0$, $N_2 = -8\text{tk}$.

Uchinchi uchastkada – III:

$$\left. \begin{aligned} M_3 &= -qd \frac{d}{2} - Pz_3 \\ Q_3 &= P \\ N_3 &= -qd \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_3 \leq b)$$

Bundan, $z_3 = 0$ da, $M_3 = -16\text{tk} \cdot \text{m}$, $Q_3 = 4\text{tk}$, $N_3 = -8\text{tk}$;
 $z_3 = 3\text{m}$ da, $M_3 = -28\text{tk} \cdot \text{m}$, $Q_3 = 4\text{tk}$, $N_3 = -8\text{tk}$.

To'rtinchi uchastkada – IV:

$$\left. \begin{aligned} M_4 &= M_o - R_1^g z_4 \\ Q_4 &= -R_1^g \\ N_4 &= -R_1^v \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_4 \leq a)$$

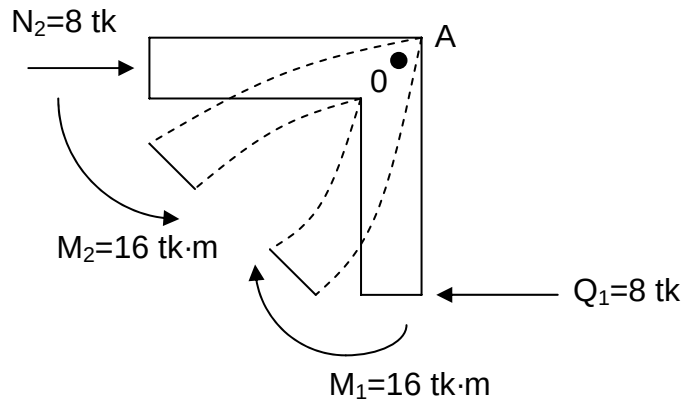
Bundan, $z_4 = 0$ da, $M_4 = 20\text{tk} \cdot \text{m}$, $Q_4 = -8\text{tk}$, $N_4 = -4\text{tk}$;
 $z_4 = 6\text{m}$ da, $M_4 = -28\text{tk} \cdot \text{m}$, $Q_4 = -8\text{tk}$, $N_4 = -4\text{tk}$.

Olingan natijalar bo'yicha M , Q , N ichki kuchlarning epyurasini quramiz (2.20-rasm).

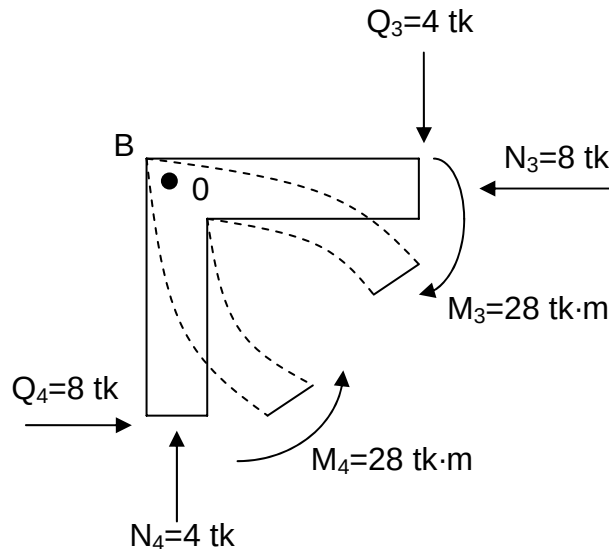
Siniq chiziqli sterjenlar uchun qurilgan ichki kuchlar epyurasini qurishda, sterjen tugunlarining muvozanatini ham tekshirib ko'rish kerak bo'ladi.

Buning uchun tugun yaqinidan o'tkazilgan 2 ta kesim orqali sterjendan bu tugun ajratib olinib, unga kesimlardagi ichki kuchlar va tugunga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar qo'yiladi (2.21a,b-rasm).

Bu holda ichki kuch Q , N , M larning ishoralari quyidagi tartibda olinadi. Agarda Q kesib olingan tugunni soat strelkasi bo'yicha aylantirsa musbat (+) N kuchi esa sterjenni cho'zsa musbat (+) deb olinadi. Agarda M epyurasi sterjenning cho'ziluvchi tolalar tomoniga qurilgan bo'lsa, u ham musbat (+) ishorali bo'ladi. Bu qoidalarni tugunlarga qo'llab, ularning muvozanatini tekshiramiz.



2.21a-rasm. A tugunga ta'sir qiluvchi ichki kuchlar.



2.21b-rasm. B tugunga ta'sir qiluvchi ichki kuchlar.

A-tugun (o'ng tomondagi tugun):

Bu tugunning vertikal sterjeniga M_1 shunday qo'yilganki, u tashqi tomondagi tolalarni cho'zib, soat strelkasi bo'yicha aylanadi. Gorizontall sterjenda esa M_2 yuqoridagi tolalarni cho'zib, soat strelkasiga qarshi aylanadi. Q_1 kuchi vertikal sterjenga qo'yilgan bo'lib, u tugunni soat strelkasi bo'ylab aylantiradi, ya'ni musbat ishorali. N_2 kuchi epyura bo'yicha manfiy ishorali bo'lib, gorizontall sterjenni siqadi (2.21a-rasm). Shunga asosan

$$\sum M_0 = M_1 - M_2 = 16 - 16 = 0;$$

$$\sum Z = N_2 - Q_1 = 8 - 8 = 0 \text{ bo'ladi.}$$

B-tugun (chap tomondagi tugun): xuddi shunday (2.21b-rasm).

$$\sum M_0 = M_3 - M_4 = 28 - 28 = 0;$$

$$\sum Z = Q_4 - N_3 = 8 - 8 = 0;$$

$$\sum Y = N_4 - N_3 = 4 - 4 = 0.$$

Demak, tugunlar muvozanatda turibdi, qurilgan epyuralar to'g'ri ekan.

2-misol. Quyidagi (2.22-rasm) sterjenli sistema uchun ichki kuchlarning epyurasi qurilsin:

$$q=2 \text{ tk/m}, \quad P=5 \text{ tk}, \quad a=10 \text{ m}, \quad c=1 \text{ m}, \quad d=1 \text{ m}, \quad b=5 \text{ m}.$$

Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$\sum Z_0 = -R_1^g - P + q \cdot a = 0,$$

$$R_1^g = -D + q \cdot a = -5 + 2 \cdot 10 = 15 \text{ tk};$$

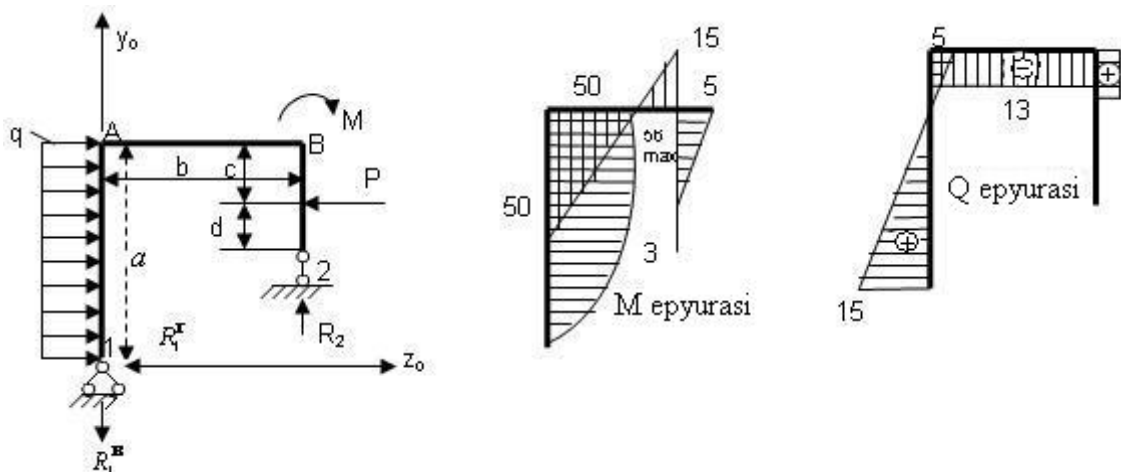
$$\sum M_1 = R_2 \cdot b + P(a - d) - M - q \cdot a \frac{a}{2} = 0,$$

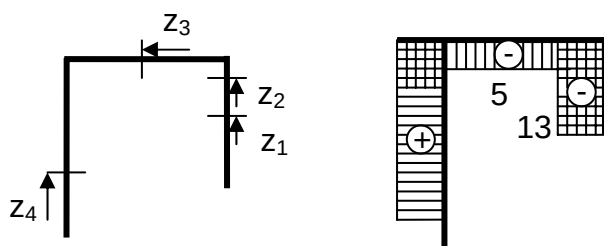
$$R_2 = \frac{-P(a - d) + M + q \frac{a^2}{2}}{b} = \frac{-5(10 - 1) + 10 + 2 \frac{10^2}{2}}{5} = 13 \text{ tk};$$

$$\sum M_2 = R_1^v \cdot b - R_1^g(a - (c + d)) + q \cdot a \left(\frac{a}{2} - (c + d) \right) - M + P \cdot d = 0,$$

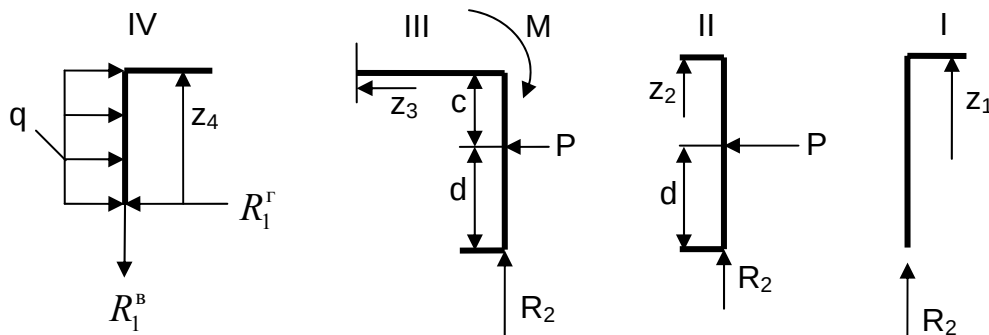
$$R_1^v = \frac{-R_1^g \cdot (a - (c + d)) + q \cdot a \left(\frac{a}{2} - (c + d) \right) - M + P \cdot d}{-b} =$$

$$= \frac{-15(10 - (1 + 1)) + 2 \cdot 10 \left(\frac{10}{2} - (1 + 1) \right) - 10 + 5 \cdot 1}{-5} = 13 \text{ tk}.$$

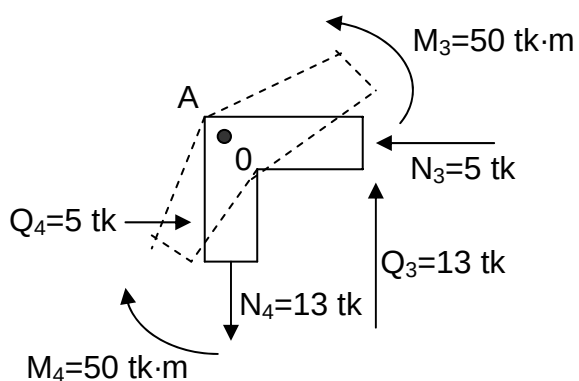




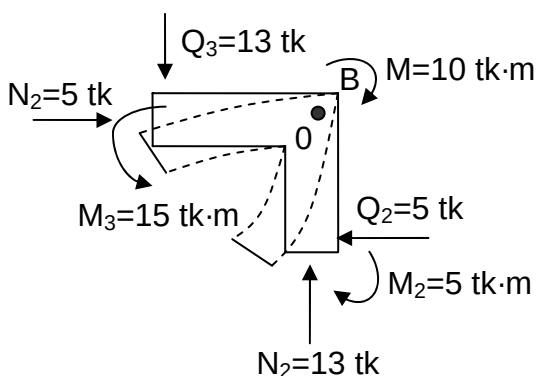
a)



b)



d)



2.22-rasm. Tugunga ta'sir qiluvchi ichki kuchlar:

a) sterjen uchastkalari va ichki kuch epyuralari; b) A tugunga ta'sir etuvchi ichki kuchlar; d) B tugunga ta'sir etuvchi ichki kuchlar.

Tayanch reaksiyalarini to'g'ri topilganligini tekshiramiz:

$$\sum Y_o = -R_1^v + R_2 = -13 + 13 = 0$$

Bu sterjenli sistemani 4 uchastkadan iborat deb qarash mumkin. Birinchi uchastkada

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= 0 \\ Q_1 &= 0 \\ N_1 &= -R_2 = -13 \text{ tk} \end{aligned} \right\}, (0 \leq z_1 \leq d).$$

Ikkinchi uchastkada

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= -Pz_2 \\ Q_2 &= P \\ N_2 &= -R_2 \end{aligned} \right\}, (0 \leq z_2 \leq c).$$

Bundan,

$z_2 = 0$ da, $M_2 = 0$, $Q_2 = 5$ tk, $N_2 = -13$ tk;
 $z_2 = 1$ m da, $M_2 = -5$ tk·m, $Q_2 = 5$ tk, $N_2 = -13$ tk ga teng bo'ladi.

Uchinchi uchastkada

$$\left. \begin{aligned} M_3 &= R_2 z_3 - Pc - M \\ Q_3 &= -R_2 \\ N_3 &= -P \end{aligned} \right\}, (0 \leq z_3 \leq b).$$

Bundan,

$z_3 = 0$ da, $M_3 = -15$ tk·m, $Q_3 = -13$ tk, $N_3 = -5$ tk;
 $z_3 = 5$ m da, $M_3 = 50$ tk·m, $Q_3 = -13$ tk, $N_3 = -5$ tk ga teng bo'ladi.

To'rtinchi uchastkada

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_4 &= R_1^g z_4 - q \cdot z_4 \frac{z_4}{2} \\ Q_4 &= R_1^g - q \cdot z_4 \\ N_4 &= R_1^v \end{aligned} \right\}, (0 \leq z_4 \leq a).$$

Bundan,

$z_4 = 0$ da, $M_4 = 0$, $Q_4 = 15$ tk, $N_4 = 13$ tk;
 $z_4 = 10$ m da, $M_4 = 50$ tk·m, $Q_4 = -5$ tk, $N_4 = 13$ tk.

M ning eng katta qiymati $Q = 0$ bo'lgan kesimda paydo bo'lib, u quyidagicha topilishi mumkin:

$$Q_4 = R_1^g - q \cdot z_4 = 15 - 2z_4 = 0, \text{ bundan } z_4 = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ m da}$$

$M_{\max}$ qiymatga erishadi, ya'ni:

$$\dot{I}_{\max} = R_1^g \cdot z_4 - q \cdot z_4 \frac{z_4}{2} = 15 \cdot 7,5 - 2 \cdot 7,5 \frac{7,5}{2} = 5 \text{ tk} \cdot \text{m}.$$

Topilgan M , Q , N ning qiymatlari bo'yicha epyura qursak, u 2.22a-rasmdagi ko'rinishga ega bo'ladi. Epyuralarni to'g'ri qurilganligini tekshirish uchun tugunlar muvozanatini tekshiramiz:

Chap tomondagi A tugun (2.22b-rasmdan):

$$\begin{aligned}\sum Z_o &= Q_4 - N_3 = 5 - 5 = 0; \\ \sum Y_o &= Q_3 - N_4 = +13 - 13 = 0, \\ \sum M_o &= M_4 - M_3 = 50 - 50 = 0;\end{aligned}$$

O'ng tomondagi B tugun (2.22d-rasmdan):

$$\begin{aligned}\sum Z_o &= N_3 - Q_2 = 5 - 5 = 0, \\ \sum Y_o &= N_2 - Q_3 = 13 - 13 = 0, \\ \sum M_o &= -M_3 + M + M_2 = -15 + 10 + 5 = 0.\end{aligned}$$

Demak, rama tugunlarining muvozanatda ekanligi epyuraning to'g'ri qurilganligini isbotlaydi.

Egri chiziqli sterjenlar uchun ichki kuchlar epyuralarini qurish.

Ko'rinishi aylana shaklida bo'lgan egri chiziqli sterjenlar uchun ichki kuchlar epyurasini qurishda qutb koordinata sistemasidan foydalanish qulay bo'ladi (2.23-rasm).

Egri chiziqli sterjenlarning ko'ndalang kesimlarida ham 3ta M , Q , N ichki kuchlar paydo bo'lishi mumkin. Qutb koordinata sistemasi ishlatilganligi uchun ichki kuchlarning qiymati φ burchakka bog'liq holda o'zgaradi, ya'ni funksiyaning argumenti sifatida φ burchak olinadi, ya'ni $M = f_1(\varphi)$, $Q = f_2(\varphi)$, $N = f_3(\varphi)$. Boshqa barcha hisoblash ishlari to'g'ri chiziqli sterjenlardagidek amalga oshiriladi.

1-misol. Radiusi R ga teng bo'lgan, P kuch ta'sir qilayotgan egri chiziqli sterjen uchun (2.23-rasm) ichki kuchlarning epyurasi qurilsin.

Berilgan sterjen 1 uchastkadan iborat bo'lganligi uchun, tayanchdagi reaksiya kuchlarini topish shart emas.

Sterjenni ma'lum bir φ burchak ostida o'tkazilgan tekislik bilan kesib, ikki qismga ajratamiz (2.23b-rasm). Ajratilgan qismlardan chap qismini tashlab yuborib, qoldirilgan o'ng qismi muvozanatini tekshiramiz. Bunda tashlab yuborilgan chap qismning ta'sirini ichki kuchlar M , Q , N bilan almashtiriladi (2.23d-rasm).

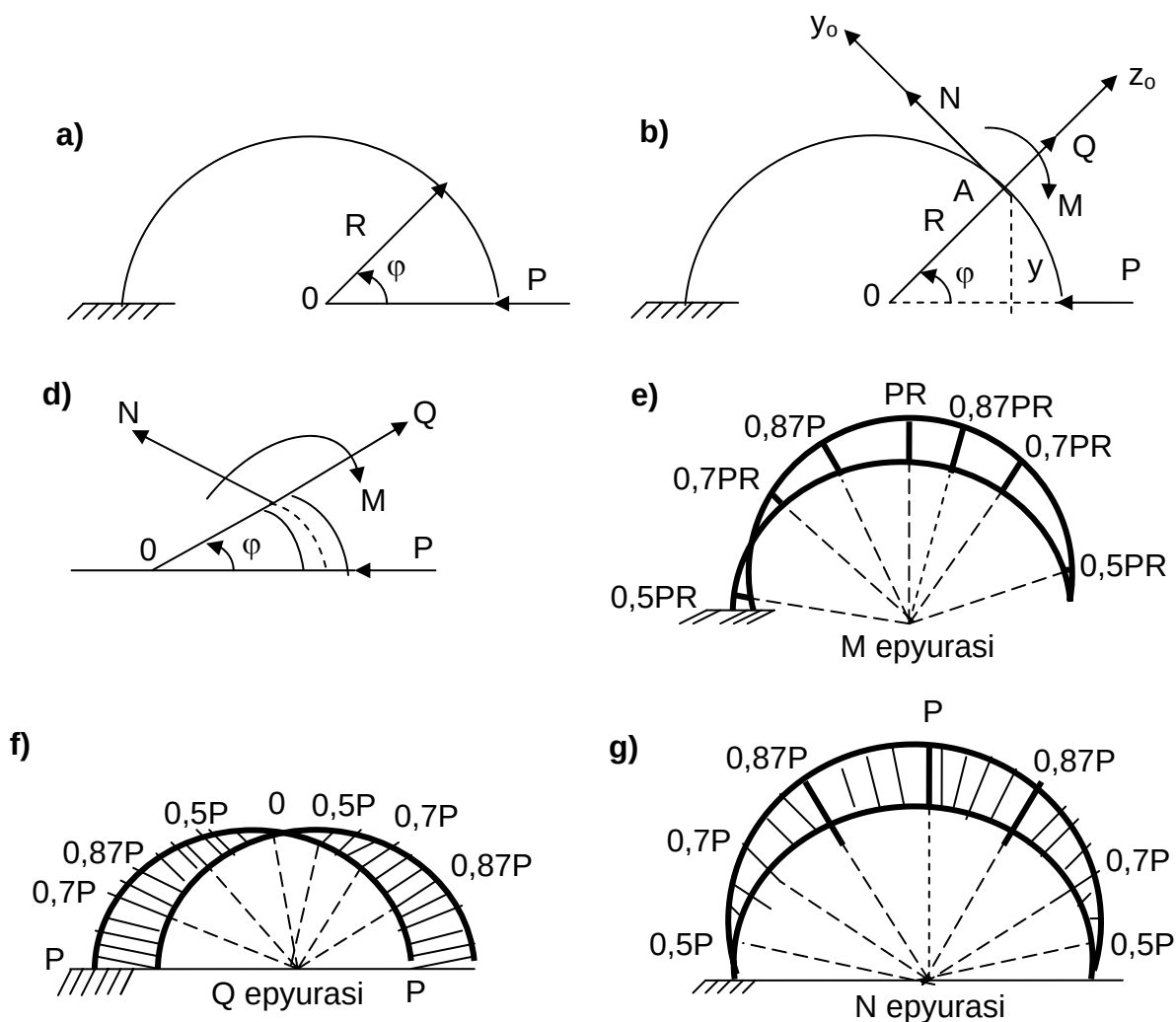
Sterjen qoldirilgan qismining muvozanatini tekshirsak, u holda:

$$\sum M_A = 0: \quad -M - Py = 0, \quad M = -Py, \quad \text{bu yerda } y = R \sin \varphi$$

bo'lganligi uchun $M = -PR \sin \varphi$ va

$$\sum z_o = 0: \quad Q - P \cos \varphi = 0, \quad Q = P \cos \varphi;$$

$$\sum y_o = 0: \quad N + P \sin \varphi = 0, \quad N = -P \sin \varphi \text{ bo'ladi.}$$



2.23-rasm. Radiusi R ga teng bo'lgan egri chiziqli sterjen uchun ichki kuch epyuralarini qurish:

a) berilgan sistema; b) ajratilgan uchastka; d) kesimga ta'sir qiluvchi ichki kuchlar; e) M epyurasi; f) Q epyurasi; g) N epyurasi.

Demak, sterjen ko'ndalang kesimlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlar quyidagi qonuniyat bilan o'zgarar ekan:

$$\left. \begin{aligned} M &= -PR \sin \varphi \\ Q &= P \cos \varphi \\ N &= -P \sin \varphi \end{aligned} \right\} 0 \leq \varphi \leq \pi$$

Ichki kuchlar ishorasi xuddi to'g'ri chiziqli sterjenlardagi kabi bo'ladi, ya'ni sterjenning yuqori qatlamlari cho'zilsa, moment manfiy; ko'ndalang Q kuch sterjenning qoldirilgan qismini soat strekasi bo'yicha aylantirsa musbat; bo'ylama N kuch cho'zuvchi bo'lsa musbat

deb olinadi. Ichki kuchlarni aniqlovchi ifodalarda trigonometrik funksiyalar qatnashganligi sababli ularning qiymatlarini aniqlash uchun hisoblash ishlarini jadval ko‘rinishida bajarish qulaydir (2.1-jadval).

Ichki kuchlar epyuralarini jadvaldagi natijalardan foydalanib quramiz (2.23e,f,g-rasmlar). Epyuralarni shtrixlash sterjen radiuslariga parallel qilib amalga oshiriladi.

Hisob ishlarining natijalari

2.1- jadval

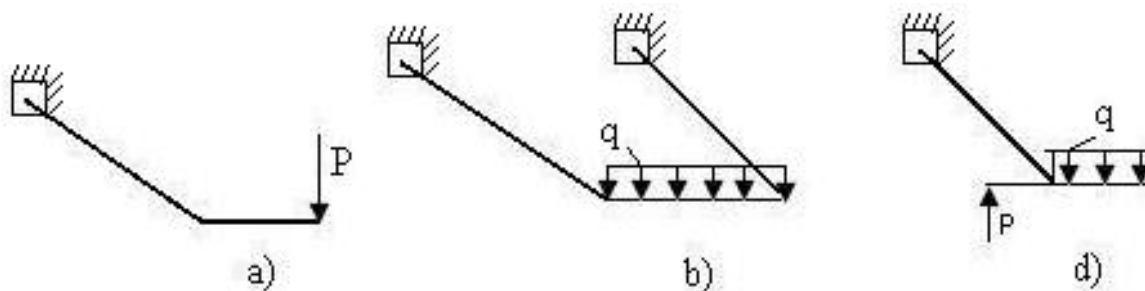
φ°	$\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi)$	M	Q	N
0	0	1	0	P	0
30	0,5	0,87	-0,5PR	0,87P	-0,5P
45	0,7	0,7	-0,7PR	0,7	-0,7P
60	0,87	0,5	-0,87PR	0,5P	-0,87P
90	1	0	-PR	0	-P
120	0,87	-0,5	-0,87PR	-0,5P	-0,87P
135	0,7	-0,7	-0,7PR	-0,7P	-0,7P
150	0,5	-0,87	-0,5PR	-0,87P	-0,5P
180	0	-1	0	-P	0

Agar sterjenli sistemaning o‘qi ham to‘g‘ri chiziqli ham aylanasiimon egri chiziqli sterjenlardan iborat bo‘lsa, u holda to‘g‘ri chiziqli qismi uchun Dekart koordinata sistemasidan, egri chiziqli qismi uchun qutb koordinat sistemasidan foydalanish kerak.

Agar sterjen o‘qi aylanasiimon emas, boshqa egri chiziqli, masalan parabola ko‘rinishida bo‘lsa, u holda epyura qurish uchun sterjenni har bir uchastkasi kesib olinib, uchastkachalarga ajratiladi. Keyin har bir uchastka uchun sterjenni bo‘ylama o‘qining tenglamasi asosida, uchastkani koordinatalari va urinmaning o‘qqa nisbatan urinish burchaklari alohida topiladi. Ushbu qiymatlar asosida har bir kesim uchun ichki kuchlarning qiymatlari aniqlanib, epyuralari quriladi.

Tekis fazoviy sistemalar uchun ichki kuchlarning epyuralarini qurish. Geometrik jihatdan tekis bo‘lgan qator sterjenli sistemalar mavjudki, ularga tashqi kuchlar tekislikka perpendikulyar ravishda ta’sir qiladi (2.24a,b,d-rasmlar). Bunday sistemalar tekis fazoviy sistemalar deyiladi.

Bunday tekis fazoviy sistema kesimlarida eguvchi moment M_{eg} va ko'ndalang kuch Q dan tashqari, burovchi moment M_{bur} ham hosil bo'ladi.



2.24-rasm. Tekis fazoviy sistemalariga tashqi kuchlar perpendikulyar ravishda ta'sir etgan hollar.

Eng sodda tekis fazoviy sistema uchun (2.25-rasm) ichki kuchlarning epyurasini qurishni ko'ramiz.

Bu sistemani ikki uchastkadan iborat deb qarash mumkin. Bu uchastkalar uchun ichki kuchlarni ifodalasak ular quyidagicha bo'ladi:

Birinchida uchastkada

$$\left. \begin{aligned} M_1^{eg} &= Pz_1 \\ Q_1 &= P \\ M_1^{bur} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_1 \leq a) \text{ bo'lib,}$$

$$z_1 = 0 \text{ da, } \mathbf{M}_1^{eg} = 0, \quad Q_1 = P, \quad M_1^{bur} = 0;$$

$$z_1 = a \text{ da, } \mathbf{M}_1^{eg} = Pa, \quad Q_1 = P, \quad M_1^{bur} = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Ikkinchi uchastkada

$$\left. \begin{aligned} M_2^{eg} &= Pz_2 \\ Q_2 &= P \\ M_2^{bur} &= Pb \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_2 \leq b) \text{ bo'lib,}$$

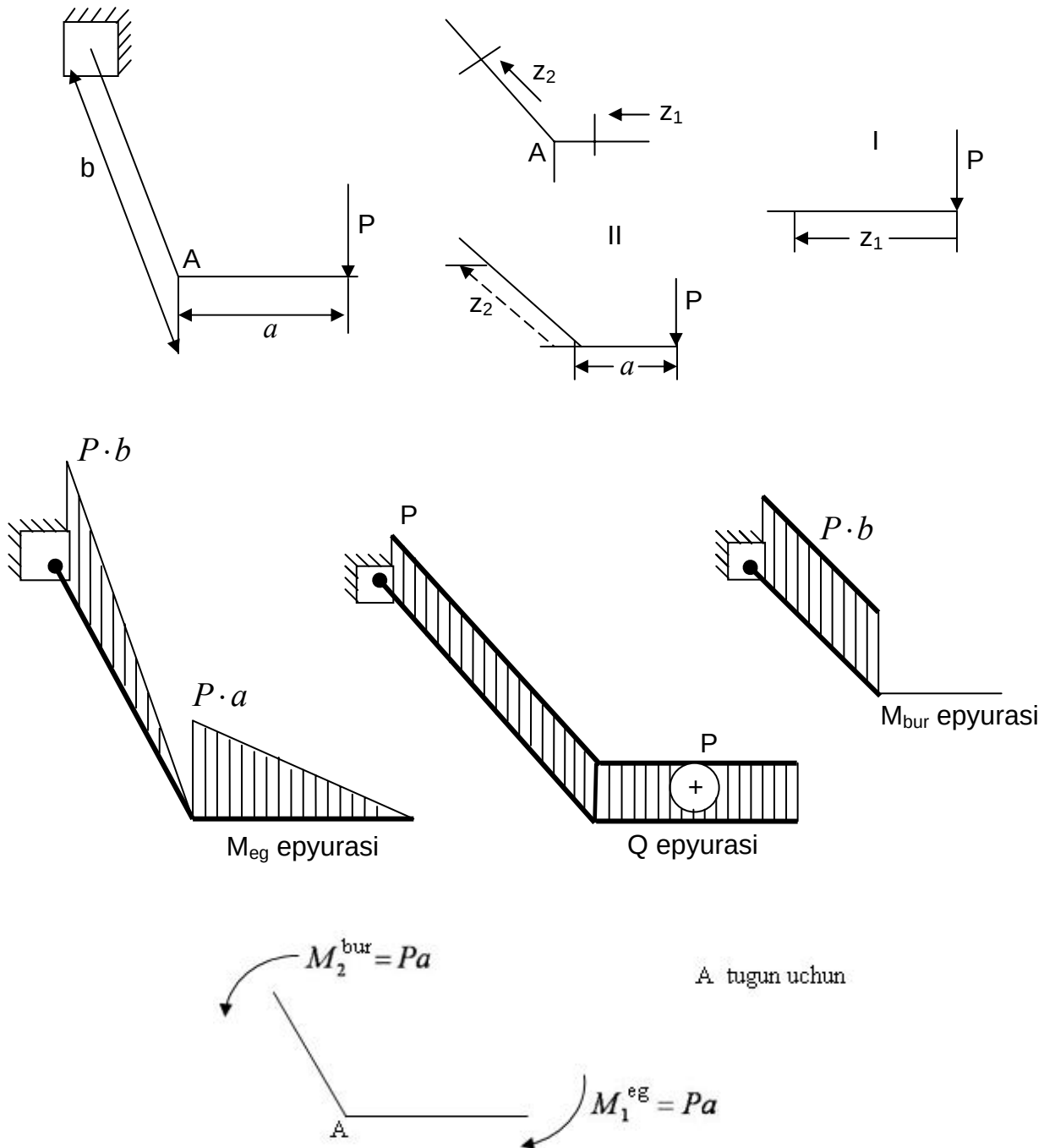
$$z_2 = 0 \text{ da, } \mathbf{M}_2^{eg} = 0, \quad Q_2 = P, \quad M_2^{bur} = Pb;$$

$$z_2 = b \text{ da, } \mathbf{M}_2^{eg} = Pb, \quad Q_2 = P, \quad M_2^{bur} = Pb \quad \text{bo'ladi.}$$

Olingan natijalarning epyurasini qursak, ular 2.25-rasmdagi ko'rinishga ega bo'ladi.

Qurgan epyuralarimiz to'g'riligini tekshirish uchun eguvchi va burovchi moment ta'siridagi A tugunning muvozanatini tekshiramiz.

$\sum M_A = M_2^{\text{bur}} - M_1^{\text{eg}} = Pa - Pa = 0$, demak, momentlar yig'indisi nolga teng, qurilgan epyuramiz to'g'ri.



2.25-rasm. Tekis fazoviy sistemaning erkin uchiga P kuch ta'sir etganda ichki kuch omillari epyuralarini qurish.

Fazoviy sistemalar uchun ichki kuchlarning epyuralarini qurish.

Yuqorida tekis va yarim fazoviy sistemalarda ichki kuchlar epyuralarining qurishni ko'rdik. Amalda uchraydigan konstruksiyalarning ko'p qismi fazoviy sistemalarga misol bo'lib,

ularning elementlari kesimlarida ichki kuchlarning barcha, ya'ni 6 ta tashkil etuvchilari hosil bo'lishi mumkin. Demak, fazoviy sistemalar uchun *oxyz* koordinata sistemasida 6 ta ichki kuchlarning epyurasini qurish kerak bo'ladi.

Bu holda sterjenning bo'ylama o'qi *z* o'qi bilan mos kelib, *x*, *y* o'qlari esa sterjenning ko'ndalang kesimi tekisligida yotishi, bu o'qlarning boshi esa og'irlik markazida joylashishi kerak.

O'qlarning yo'nalishini ixtiyoriy olish mumkin.

Misol. Fazoviy sterjenli sistema uchun (2.26a-rasm) ichki kuchlarning epyurasi qurilsin.

Sistemani barcha burchaklari to'g'ri burchakdan iborat va kuchlar ham sterjenlarda tik quyilgan deb qaraymiz.

Bu sistemani 3 ta uchastkadan iborat deb qarash mumkin. Har bir uchastka uchun epyuralar quriladigan koordinatalar sistemasini tanlaymiz (2.26b-rasm).

Bu uchastkalar uchun ichki kuchlarni ifodalasak, ular quyidagicha bo'ladi:

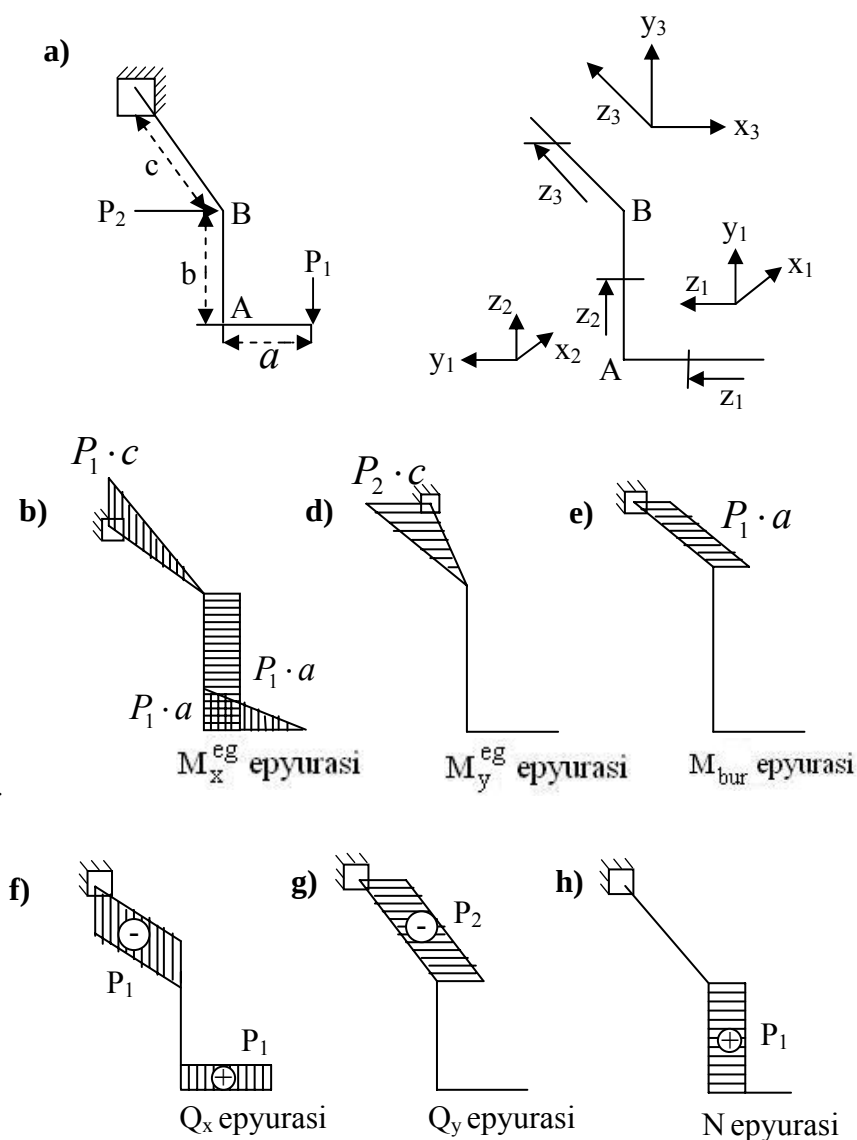
Birinchi uchastkada

$$\left. \begin{array}{l} M_{x_1}^{eg} = P_1 z_1 \\ M_{y_1}^{eg} = 0 \\ M_1^{bur} = 0 \\ Q_{y_1} = 0 \\ Q_{x_1} = P_1 \\ N_1 = 0 \end{array} \right\}, \quad (0 \leq z_1 \leq a) \quad \text{bo'lib,}$$

bundan,

$$z_1=0 \text{ da, } M_{\hat{o}_1}^{eg} = 0, \quad M_{y_1}^{eg} = 0, \quad M_1^{bur} = 0, \quad Q_{y_1} = 0, \quad Q_{x_1} = P_1, \\ N_1 = 0;$$

$$z_1=a \text{ da, } M_{\hat{o}_1}^{eg} = P_1 a, \quad M_{y_1}^{eg} = 0, \quad M_1^{bur} = 0, \quad Q_{y_1} = 0, \quad Q_{x_1} = P_1, \\ N_1 = 0 \text{ bo'ladi.}$$



2.26-rasm. Fazoviy sterjenli sistema uchun ichki kuch omillari epyuralarini qurish:

a) berilgan sistema; b) M_x^{eg} epyurasi; d) M_y^{eg} epyurasi; e) M_{bur} epyurasi; f) Q_x epyurasi; g) Q_y epyurasi; h) N epyurasi.

Ikkinchi uchastkada

$$\left. \begin{aligned} M_{X_2}^{eg} &= P_1 a \\ M_{Y_2}^{eg} &= 0 \\ M_2^{bur} &= 0 \\ Q_{Y_2} &= 0 \\ Q_{x_2} &= 0 \\ N_2 &= P_1 \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_2 \leq b) \quad \text{bo'ladi.}$$

Bu qiymatlarning birortasi z_2 qiymatiga bog'liq bo'lmasdan, o'zgarmas kattaliklardir.

Uchinchi uchastkada

$$\left. \begin{aligned} M_{X_3}^{eg} &= P_1 z_3 \\ M_{Y_3}^{eg} &= P_2 z_3 \\ M_3^{bur} &= P_1 a \\ Q_{Y_3} &= P_2 \\ Q_{X_3} &= P_1 \\ N_3 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (0 \leq z_2 \leq c) \quad \text{bo'lib,}$$

bundan,

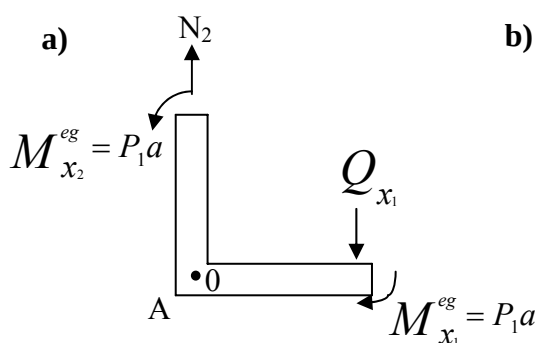
$$z_3=0 \text{ da, } M_{x_3} = 0, \quad M_{y_3} = 0, \quad M_3^{bur} = P_2 a, \quad Q_{Y_3} = P_2, \\ Q_{X_3} = P_1, \quad N_3 = 0;$$

$$z_3= c \text{ da, } M_{x_3} = P_1 c, \quad M_{y_3} = P_2 c, \quad M_3^{bur} = P_2 a, \quad Q_{Y_3} = P_2, \\ Q_{X_3} = P_1, \quad N_3 = 0 \text{ bo'ladi.}$$

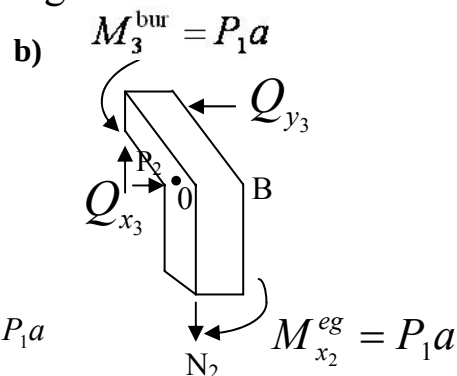
Bu natijalar orqali qurilgan ichki kuchlarning epyuralari 2.26 d,e,f,g,h-rasmlarda ko'satilgan.

Qurilgan epyuralarni to'g'riligini tekshirish uchun sistema A va B tugunlarining muvozanatini tekshiramiz (2.27-rasm).

A tugun uchun:



B tugun uchun:



2.27-rasm. Tugunlar muvozanatini tekshirish:

a) A tugun uchun; b) B tugun uchun.

A tugun uchun (2.27a-rasmdan):

$$\sum M_0 = M_{x_1}^{eg} - M_{x_2}^{eg} = P_1 a - P_1 a = 0,$$

$$\sum Y_1 = N_2 - Q_{x_1} = P_1 - P_1 = 0.$$

B tugun uchun (2.27b-rasmdan):

$$\sum M_0 = M_{x_2}^{eg} - M_3^{bur} = P_1 a - P_1 a = 0,$$

$$\sum Z_2 = Q_{x_3} - N_2 = P_1 - P_1 = 0,$$

$$\sum X_3 = P_2 - Q_{y_3} = P_2 - P_2 = 0.$$

Demak, epyuramiz to‘g‘ri qurilgan ekan.

III bob

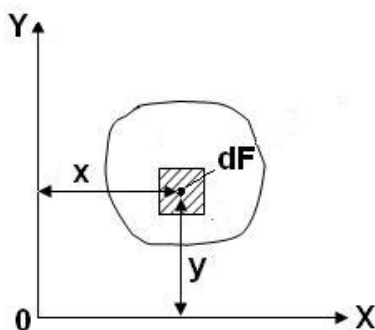
TEKIS KESIMLARNING GEOMETRIK XARAKTERISTIKALARI

1- §. Umumiy ma'lumotlar

Yuqorida ta'kidlab o'tilganidek, sterjen ko'ndalang kesimlaridagi kuchlanishlarning miqdori va taqsimlanish qonuniyati faqat ichki kuchlarga bog'liq bo'lib qolmay, kesimning biror sanoq sistemasidagi o'lchamlari, shakli va kesim yo'nalishlariga ham bog'liq bo'ladi. Ushbu kattaliklarni e'tiborga olish uchun tekis kesimlarning

turli xil geometrik xarakteristikalarini hisobga oluvchi $\int_F x^m y^n dF$ ko'rinishdagi bog'lanishlar ishlatiladi.

Buni hisobga olish uchun oxy koordinatalar sistemasida ixtiyoriy tekis kesimdan (3.1-rasm) koordinatasi x va y bo'lgan dF elementar yuzacha ajratamiz. Bu yerda m, n koordinatasi x, y bo'lgan yuzachaning har xil geometrik xarakteristikalarini ifodalovchi daraja ko'rsatkichlaridir.



3.1-rasm. To'g'ri burchakli tekis koordinatalar sistemasida olingan tekis kesim.

Agarda $m = n = 0$ bo'lsa $\int_F dF = F$ — kesimning yuzasini ifodalaydi. Bu geometrik xarakteristika koordinata sistemasining holatiga bog'liq emas.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Agar } m=1, \quad n=0 \quad \text{bo'lsa} \quad \int_F x dF = S_y \\ m=0, \quad n=1 \quad \text{bo'lsa} \quad \int_F y dF = S_x \end{array} \right\} \text{ kesimning } y \text{ yoki } x$$

o'qlariga nisbatan statik momentlari deyilib, $[mm^3, sm^3, m^3]$ larda o'lchanadi.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Agar } m=2, \quad n=0 \quad \text{bo'lsa} \quad \int_F x^2 dF = J_y \\ m=0, \quad n=2 \quad \text{bo'lsa} \quad \int_F y^2 dF = J_x \end{array} \right\}$$

kesimning y yoki x o'qlariga nisbatan inersiya momentlari deyilib, $[mm^4, sm^4, m^4]$ larda o'lchanadi.

$$\text{Agar } m=1, \quad n=1 \quad \text{bo'lsa} \quad \int_F xy dF = J_{xy} \quad \text{kesimning markazdan}$$

qochma inersiya momenti deyilib, $[mm^4, sm^4, m^4]$ larda o'lchanadi.

Integraldagi « F » indeksi integrallash butun kesim yuzasi bo'ylab amalga oshirilishini anglatadi.

Materiallar qarshiligining maxsus masalalarini yechayotganda yuqori darajali geometrik xarakteristikalaridan ham foydalaniladi.

Ba'zi hollarda, masalan kesim o'qqa nisbatan simmetriyaga ega bo'lsa, u holda inersiya momentini qutb koordinata sistemasida hisoblash ancha qulaylik tug'diradi (3.2-rasm). Qutb inersiya momenti quyidagicha aniqlanadi:

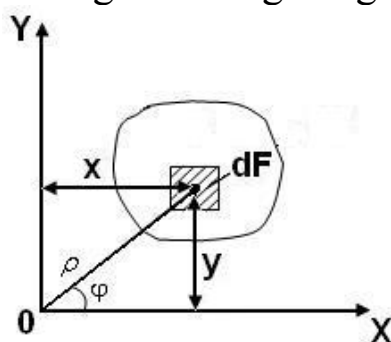
$$I_\rho = \int_F \rho^2 dF$$

Agar qutb va Dekart koordinata sistemalarining boshi bir nuqtada joylashgan bo'lsa, (3.2-rasm) qutb inersiya momenti o'qqa nisbatan inersiya momentlari yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni

$$\begin{aligned} \rho^2 &= x^2 + y^2 \quad \text{bo'lib,} \\ \int_F \rho^2 dF &= \int_F x^2 dF + \int_F y^2 dF, \\ I_\rho &= I_y + I_x. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Murakkab kesimning geometrik xarakteristikalarini aniqlashda uni bir nechta oddiy shakllarga ajratib, har birining geometrik xarakteristikolari alohida aniqlanadi va murakkab kesim uchun yakuniy

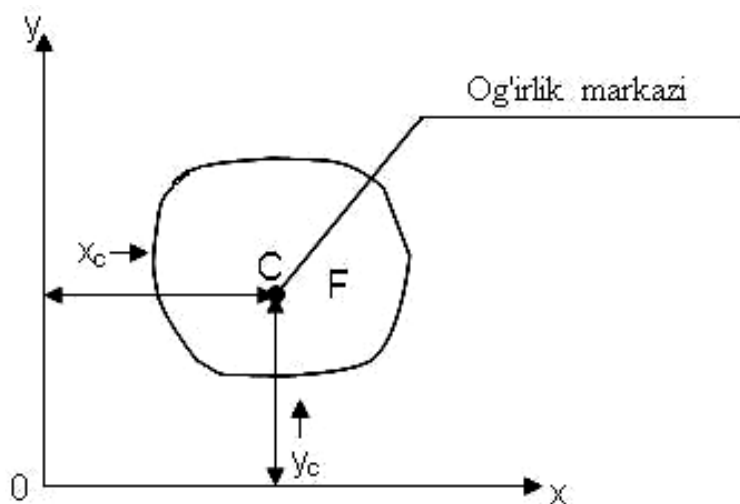
geometrik xarakteristika ularning yig'indisidan iborat bo'ladi. Bu holdagi natija jismni bo'laklarga bo'lishga bog'liq bo'lmaydi.



3.2-rasm. Qutb va Dekart koordinata sistemalarining boshi bir nuqtada joylashgan tekis sistema.

2- §. Statik momentlar

Nazariy mexanika fanida murakkab tekis kesimlarning og'irlik markazlarini aniqlashda statik moment tushunchasidan foydalanilgan edi. Demak o'qqa nisbatan tekis kesim yuzasining (3.3-rasm) statik momentlari, kesim yuzasining og'irlik markazidan koordinata o'qlarigacha bo'lgan masofani shu kesim yuzasiga ko'paytmasiga teng bo'ladi, ya'ni statik moment qiymati koordinata o'qining holatiga bog'liq bo'lganligi uchun, uning ishorasi musbat, manfiy va qiymati nolga teng bo'lishi mumkin.



3.3-rasm. To'g'ri burchakli tekis koordinatalar sistemasida olingan tekis kesim yuzasi.

$$\left. \begin{aligned} S_x &= F \cdot y_c \\ S_y &= F \cdot x_c \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Bundan og'irlik markazining koordinatalari quyidagicha aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} x_c &= S_y / F \\ y_c &= S_x / F \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Kesim murakkab shaklli bo'lsa u holda kesim bir nechta bo'laklarga ajratilib uning og'irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} x_c &= \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + \dots + F_n y_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n} \\ y_c &= \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n} \end{aligned} \right\} \text{ yoki } \left. \begin{aligned} x_c &= \frac{\sum S_{yi}}{\sum F_i} \\ y_c &= \frac{\sum S_{xi}}{\sum F_i} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Bu yerda, $F_1, F_2, \dots, F_n$ – har bitta bo'lakning yuzasi; $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ – bo'laklar og'irlik markazlarining koordinatalari.

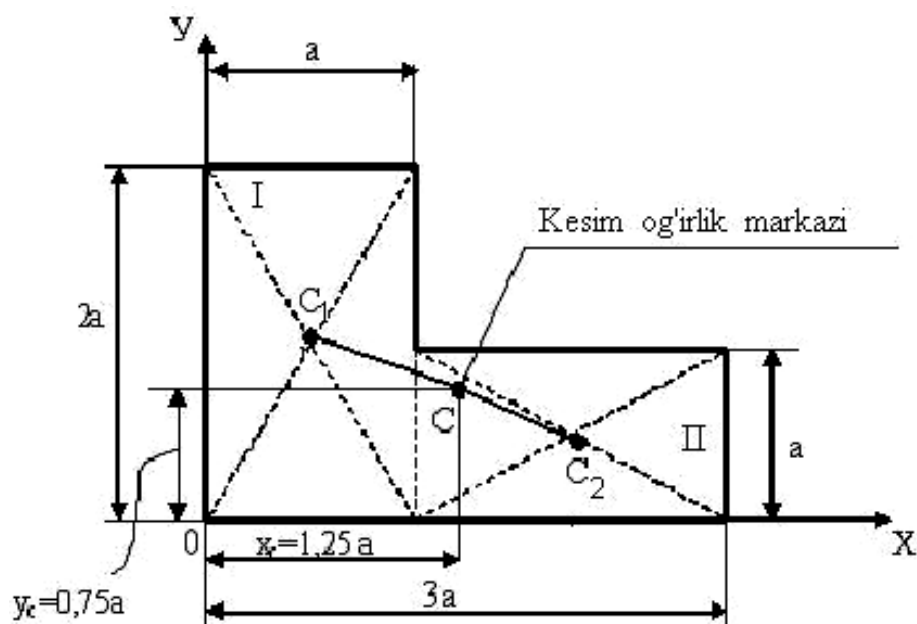
Har doim kesimning og'irlik markazidan o'tgan o'qlarga nisbatan uning statik momentlari nolga teng bo'ladi.

Murakkab tekis kesim og'irlik markazining koordinatalarini quyidagi tartibda aniqlash qulay bo'ladi:

1. Murakkab kesimni bir nechta sodda shakllarga ajratamiz.
2. Sodda shakllarning yuzalarini aniqlaymiz.
3. Ixtiyoriy koordinata sistemasini tanlab olib, sodda shakllar og'irlik markazlarining koordinatalarini va statik momentlarini aniqlaymiz.
4. (3.4) tenglikdan foydalanib olingan koordinata sistemasiga nisbatan murakkab tekis kesim og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz.

Misol. Murakkab tekis kesim (3.4-rasm) og'irlik markazining koordinatalari aniqlansin.

1. Murakkab tekis kesimni (3.4-rasm) *I* va *II* to'g'ri to'rtburchakdan iborat ikkita bo'lakka ajratamiz.
2. Ajratilgan bo'laklarning va murakkab tekis kesimning umumiy yuzalarini aniqlaymiz.



3.4-rasm. To'g'ri to'rtburchaklardan tashkil topgan murakkab kesim uchun og'irlik markazi koordinatalarini aniqlash.

$$F^I = a \cdot 2a = 2a^2$$

$$F^{II} = a \cdot 2a = 2a^2$$

$$F = F^I + F^{II} = 4a^2$$

3. Oxy koordinata sistemasini o'tkazib *I* va *II* to'rtburchaklar og'irlik markazlarining koordinatalarini, statik momentlarini, hamda murakkab tekis kesimning statik momentlarini aniqlaymiz.

$$x_{c_I} = 0,5a, \quad y_{c_I} = a,$$

$$x_{c_{II}} = 2a \quad y_{c_{II}} = 0,5a.$$

$$S_x^I = F^I \cdot y_{c_I} = 2a^2 \cdot a = 2a^3$$

$$S_y^I = F^I \cdot x_{c_I} = 2a^2 \cdot 0,5a = a^3$$

$$S_x^{II} = F^{II} \cdot y_{c_{II}} = 2a^2 \cdot 0,5a = a^3$$

$$S_y^{II} = F^{II} \cdot x_{c_{II}} = 2a^2 \cdot 2a = 4a^3$$

$$S_x = S_x^I + S_x^{II} = 2a^3 + a^3 = 3a^3$$

$$S_y = S_y^I + S_y^{II} = a^3 + 4a^3 = 5a^3$$

4. Murakkab tekis kesim og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz:

$$x_c = \frac{F^I \cdot x_{c_I} + F^{II} \cdot x_{c_{II}}}{F^I + F^{II}} = \frac{2a^2 \cdot 0,5a + 2a^2 \cdot 2a}{2a^2 + 2a^2} = \frac{5a^3}{4a^2} = 1,25a$$

$$y_c = \frac{F^I \cdot y_{c_I} + F^{II} \cdot y_{c_{II}}}{F^I + F^{II}} = \frac{2a^2 \cdot a + 2a^2 \cdot 0,5a}{2a^2 + 2a^2} = \frac{3a^3}{4a^2} = 0,75a$$

yoki

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{5a^3}{4a^2} = 1,25a$$

$$y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{3a^3}{4a^2} = 0,75a \quad \text{bo'ladi.}$$

Murakkab tekis kesim og'irlik markazining koordinatalarini geometrik nuqtai nazardan to'g'ri topilganligini tekshirish uchun birinchi va ikkinchi to'g'ri to'rtburchaklar og'irlik markazlarini o'zaro tutashtiramiz, agar topilgan C nuqta shu to'g'ri chiziq ustida yotsa, demak murakkab tekis kesim og'irlik markazi to'g'ri topilgan.

Ushbu masalani, ya'ni murakkab tekis kesim og'irlik markazini (3.5-rasm), boshqa ixtiyoriy koordinatalar x_2, y_2 ga nisbatan topishni ko'ramiz. Buning uchun x_2, y_2 koordinata o'qlarining boshini II bo'lak og'irlik markaziga joylashtiramiz (3.5-rasm).

Bu holda

$$x_{c_I} = -1,5a, \quad y_{c_I} = 0,5a;$$

$$x_{c_{II}} = 0, \quad y_{c_{II}} = 0;$$

$$F^I = a \cdot a = 2a^2,$$

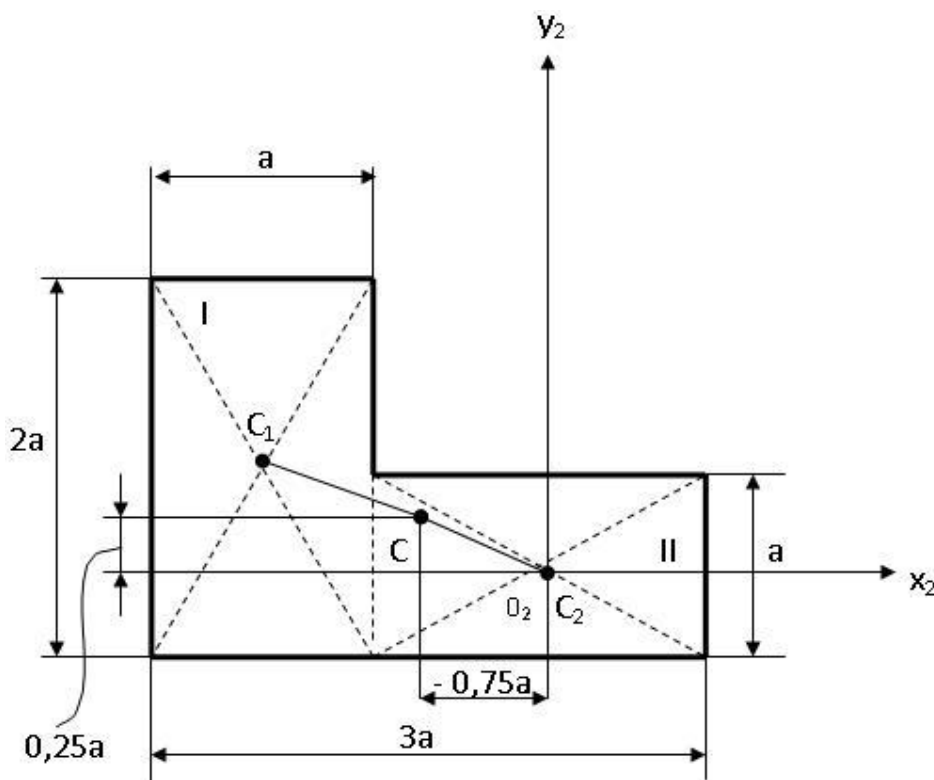
$$F^{II} = 3a \cdot a = 2a^2;$$

$$F = F^I + F_2 = 4a^2$$

$$S_x^I = F^I \cdot y_{c_I} = 2a^2 \cdot 0,5a = a^3,$$

$$S_y^I = F^I \cdot x_{c_I} = 2a^2 \cdot -1,5a = -3a^3$$

Ikkinchi bo'lakning statik momentlari nolga teng, chunki x_2, y_2 o'qlari uning og'irlik markazidan o'tadi, ya'ni $S_x^{II} = 0, \quad S_y^{II} = 0$.



3.5-rasm. To‘g‘ri to‘rtburchaklardan tashkil topgan murakkab kesim uchun og‘irlik markazi koordinatalarini x_2, y_2 koordinata o‘qlariga nisbatan aniqlash.

Murakkab tekis kesim (3.5-rasm) uchun

$$S_x = S_{x_I} + S_{x_{II}} = a^3$$

$$S_y = S_{y_I} + S_{y_{II}} = -3a^3$$

bo‘lib uning og‘irlik markazining koordinatalari

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{a^3}{4a^2} = 0,25a$$

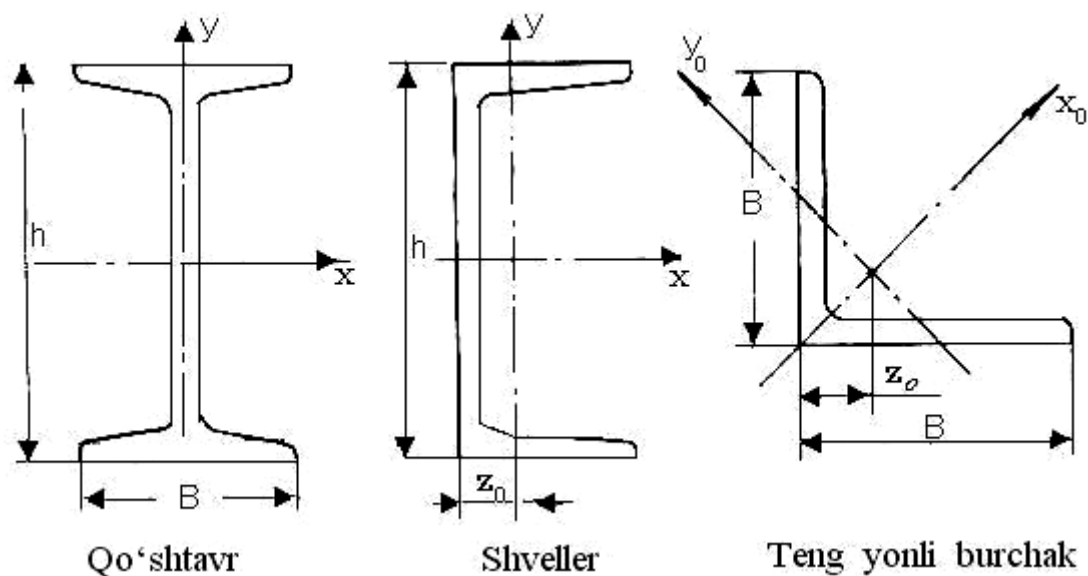
$$y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{-3a^3}{4a^2} = -0,75a$$

bo‘ladi.

Demak, natijalar murakkab tekis kesimni bo‘laklarga qanday bo‘lishga va ixtiyoriy koordinata sistemasini tanlashga bog‘liq emas ekan. Chunki murakkab tekis kesim og‘irlik markazining joyi o‘zgargani yo‘q. Lekin bu holda hisoblash ishlari yengilroq bajarildi.

Agar murakkab tekis kesim birorta simmetriya o‘qiga ega bo‘lsa, u holda kesimning og‘irlik markazi albatta shu o‘qda yotadi. Kesimda ikki va undan ortiq simmetriya o‘qlari mavjud bo‘lsa, u holda kesimning og‘irlik markazi shu simmetriya o‘qlarining kesishgan nuqtasida yotadi.

Umuman olganda murakkab tekis kesimlarni soddaroq bo‘laklarga ajratish muhim ahamiyatga egadir. Masalan trapetsiyani soddashakl deb olish mumkin, lekin uning geometrik xarakteristikalarini maxsus jadvallarda keltirilmagan. Shuning uchun unga murakkab shakl sifatida qarab, ya’ni to‘g‘ri to‘rtburchak va ikkita uchburchakka ajratib, geometrik xarakteristikalarini aniqlanadi. Qurilish konstruksiyalarida turli standart profildagi prokat po‘latlar – qo‘shnavr, shveller, teng yonli burchakliklar ko‘p uchraydi (3.6 rasm).



3.6-rasm. Qo‘shnavr, shveller, teng yonli burchak kesimli standart profillarning og‘irlik markazlari.

Barcha bu profildagi prokatlar aniq nomerlar asosida ishlab chiqariladi. Profil nomeri uning santimetrlardagi balandligini bildiradi. Qo‘shnavr ikkita simmetriya o‘qiga ega bo‘lib, uning og‘irlik markazi shu o‘qlarning kesishgan nuqtasida yotadi. Shveller va teng yonli burchaklik bittadan simmetriya o‘qlariga ega, ya’ni shveller uchun « x » va teng yonli burchaklik uchun « x_0 ». Bularning og‘irlik markazlari shu simmetriya o‘qida yotib, uning o‘rni standart jadvallarda z_0 kattaligi orqali berilgan bo‘ladi. Standart jadvallarda bu profillar uchun ularning barcha geometrik xarakteristikalarini berilgan bo‘lib, ular prokat po‘latlarining sortamenti deb ataladi.

3- §. Sodda kesimli shakllarning inersiya momentlari

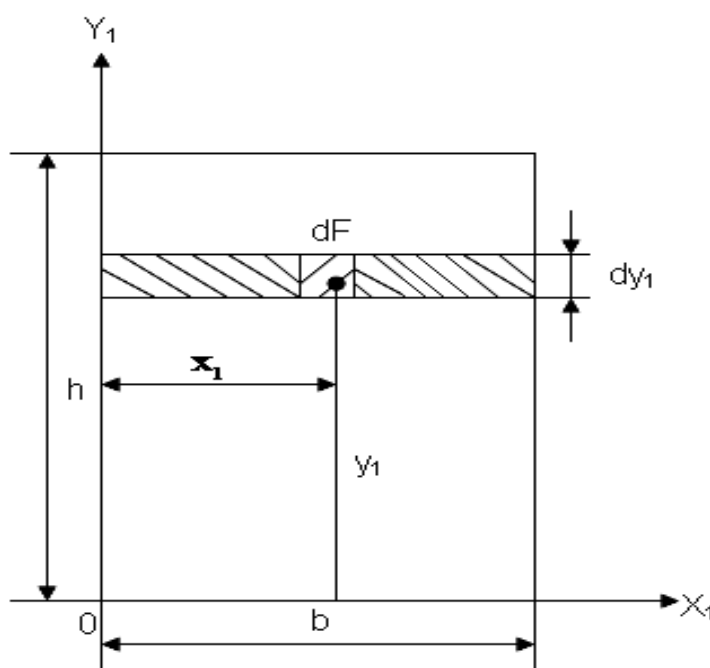
Tekis kesimli jismning inersiya momentlarini ifodalovchi umumiy geometrik xarakteristikalar III-bobning 1-§ da keltirilgan bo‘lib, ular

$$I_x = \int_F y^2 dF, \quad I_y = \int_F x^2 dF, \quad I_{xy} = \int_F xy dF \quad (3.5)$$

dan iborat edi.

Bu yerda I_x va I_y tekis kesimning x va y o'qlariga nisbatan inersiya momentlari, I_{xy} esa tekis kesimning markazdan qochma inersiya momenti deb atalar edi. Inersiya momentlari (I_x , I_y) musbat qiymatga ega, markazdan qochma inersiya momenti (I_{xy}) ning qiymati esa o'qlarning vaziyatiga qarab musbat, manfiy va nol bo'lishi mumkin.

To'g'ri to'rtburchak. Tomonlari h va b bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning (3.7-rasm) x_1 , y_1 koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini hisoblaymiz.



3.7-rasm. To'g'ri burchakli to'rtburchakning inersiya momentini aniqlash.

To'rtburchakning x_1 o'qidan y_1 masofada yotuvchi elementar yuzacha dF ajratamiz. Bu yuzaning x_1 o'qiga nisbatan elementar inersiya momenti $dI_{x_1} = y_1^2 dF$ ga teng bo'ladi. Xuddi shunday ordinatasi « y_1 »ga teng bo'lgan qo'shni yuzachani qaraydigan bo'lsak uning ham x_1 o'qiga nisbatan elementar inersiya momenti $dI_{x_1} = y_1^2 dF$ bo'ladi, ya'ni o'zgarmaydi. Shunga asosan to'rtburchakdan yuzasi $dF = b dy_1$ bo'lgan elementar bo'lakcha ajratamiz.

To'rtburchakning x_I o'qiga nisbatan inersiya momenti

$$I_{x_I} = \int_F y_1^2 dF = \int_0^h y_1^2 b dy_1 = \frac{by_1^3}{3} \Big|_0^h = \frac{bh^3}{3} \quad \text{bo'lib,}$$

Xuddi shunday

$$I_{y_I} = \int_F x_1^2 dF = \int_0^b x_1^2 h dx_1 = \frac{hx_1^3}{3} \Big|_0^b = \frac{hb^3}{3} \quad \text{bo'ladi.}$$

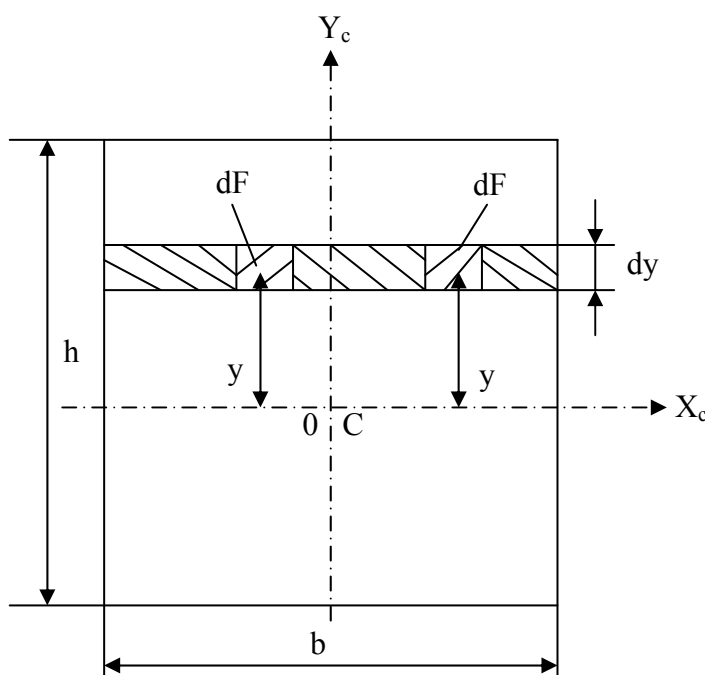
Demak, to'g'ri to'rtburchakning tomonlari orqali o'tgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlari

$$I_{x_I} = \frac{bh^3}{3} \quad (3.6)$$

$$I_{y_I} = \frac{b^3h}{3} \quad (3.7)$$

bo'ladi.

To'g'ri to'rtburchakning og'irlik markazidan o'tuvchi (markaziy) o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini hisoblaymiz. Ushbu markaziy o'qlarni X_c , Y_c deb belgilaymiz (3.8-rasm).



3.8-rasm. To'g'ri to'rtburchakning markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentini aniqlash.

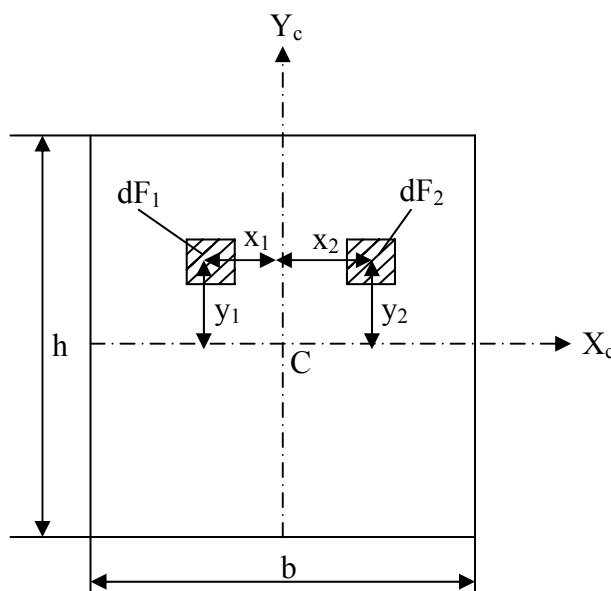
Oldingi misoldagi fikrlash asosida ish yuritib, quyidagi formulani olamiz:

$$I_{x_c} = \int_{-0,5h}^{0,5h} y^2 b dy = by^3/3 \Big|_{-0,5h}^{0,5h} = bh^3/12 \quad (3.8)$$

Bu holda faqat integrallash chegarasi o'zgaradi.
Xuddi shu kabi

$$I_{y_c} = b^3h/12 \text{ bo'ladi.} \quad (3.9)$$

Bu holda x_c, y_c o'qlarga nisbatan (3.9-rasm) markazdan qochma inersiya momentni topamiz.



3.9-rasm. To'g'ri to'rtburchakning markaziy o'qlarga nisbatan markazdan qochma inersiya momentini aniqlash.

Misolimizda y_c simmetriya o'qi bo'lganligi sababli, har bir x_1, y_1 koordinatali dF_1 elementar yuzachaga, x_2, y_2 koordinatali dF_2 elementar yuzacha mos keladi, lekin $y_1 = y_2, x_1 = -x_2$ bo'lgani uchun $dI_{x_c}^I + dI_{x_c}^{II} = 0$, bo'ladi. Shunga asosan $I_{x_c y_c} = 0$.

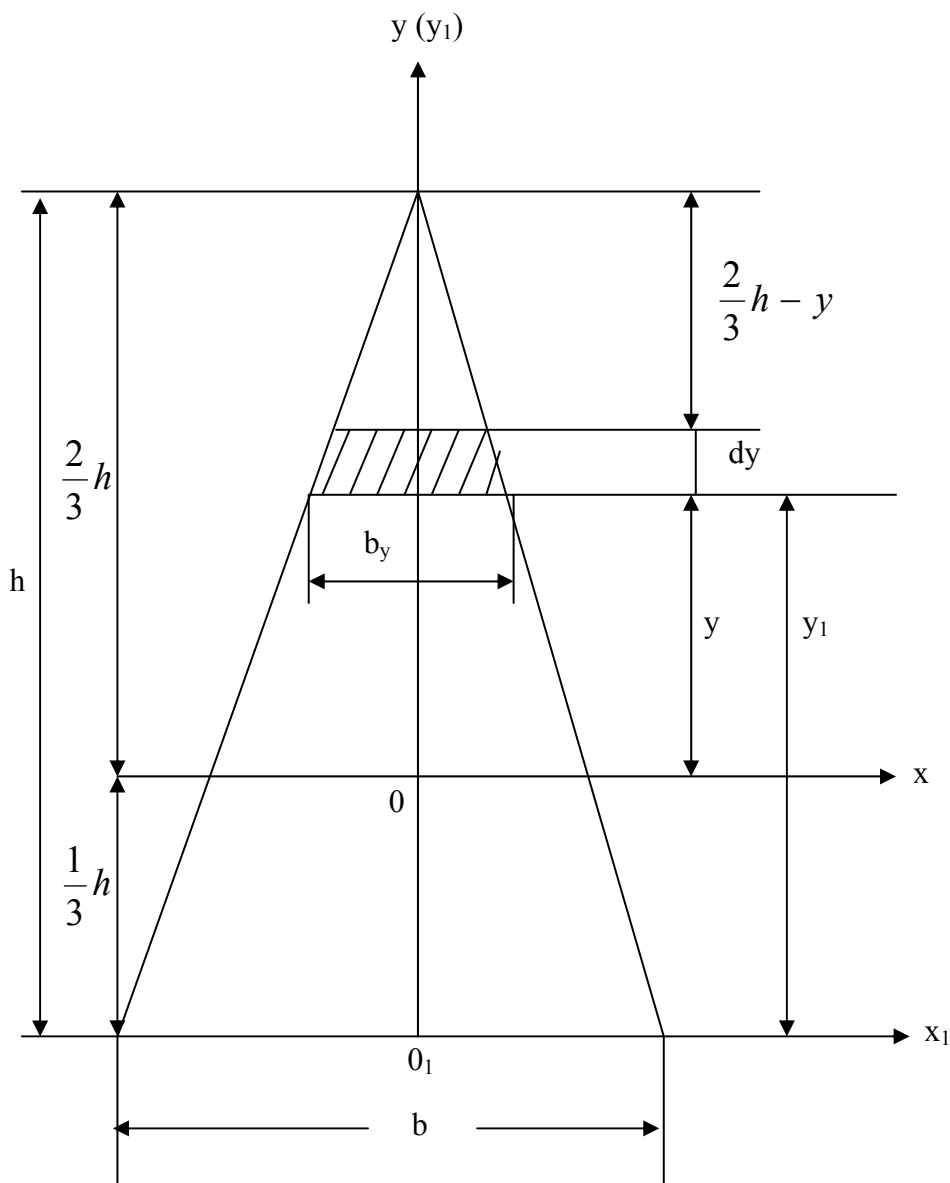
Demak, kesim kamida bitta simmetriya o'qiga ega bo'lsa ham uning shu o'qlarga nisbatan markazdan qochma inersiya momenti nolga teng bo'lar ekan.

Uchburchak. Markaziy Ox o'qiga nisbatan I_x – inersiya momentini hisoblaymiz.

Bu holda elementar yuzacha

$$dF = b_y \cdot dy = \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3}h - y \right) dy \quad \text{bo'ladi.}$$

b_y – uchburchaklar o'xshashligidan topiladi.



3.10-rasm. Teng yonli uchburchakning markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentini aniqlash.

Inersiya momenti

$$I_x = \int_F y^2 dF = \int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2h}{3}} y^2 \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3}h - y \right) dy = \frac{b}{h} \int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2h}{3}} \left(\frac{2}{3}hy^2 - y^3 \right) dy = \frac{bh^3}{36}$$

bo'ladi.

I_y – ham xuddi shunga o‘xshab topiladi.

Demak, teng yonli uchburchakning markaziy o‘qlariga nisbatan inersiya momentlari

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \quad (3.10)$$

$$I_y = \frac{b^3h}{48} \quad \text{bo‘ladi} \quad (3.11)$$

Ixtiyoriy uchburchakniki esa $I_x = \frac{b \cdot h^3}{36}$, $I_y = \frac{h \cdot b^3}{36}$ ga teng.

Uchburchakni O_1x_1 o‘qiga nisbatan inersiya momenti ($dF_1 = \frac{b}{h}(h - y_1)dy_1$ bo‘lgani uchun) quyidagicha bo‘ladi:

$$I_{x_1} = \int_F y_1^2 dF_1 = \frac{b}{h} \int_0^h y_1^2 (h - y_1) dy_1 = \frac{bh^3}{12} \quad (3.12)$$

Doira. Ba’zi hollarda o‘qqa nisbatan simmetrik bo‘lgan tekis kesimlarning inersiya momentlarini qutb koordinata sistemasida aniqlash qulay bo‘ladi.

Bunday kesimlarga doira va halqa misol bo‘lishi mumkin.

Aylana uzunligi $2\pi r$ ga teng doiradan qalinligi $d\rho$ bo‘lgan elementar halqa ajratamiz. Bu elementar yuzachamiz $dF = 2\pi\rho d\rho$ teng bo‘ladi.

Doiraning qutb inersiya momenti

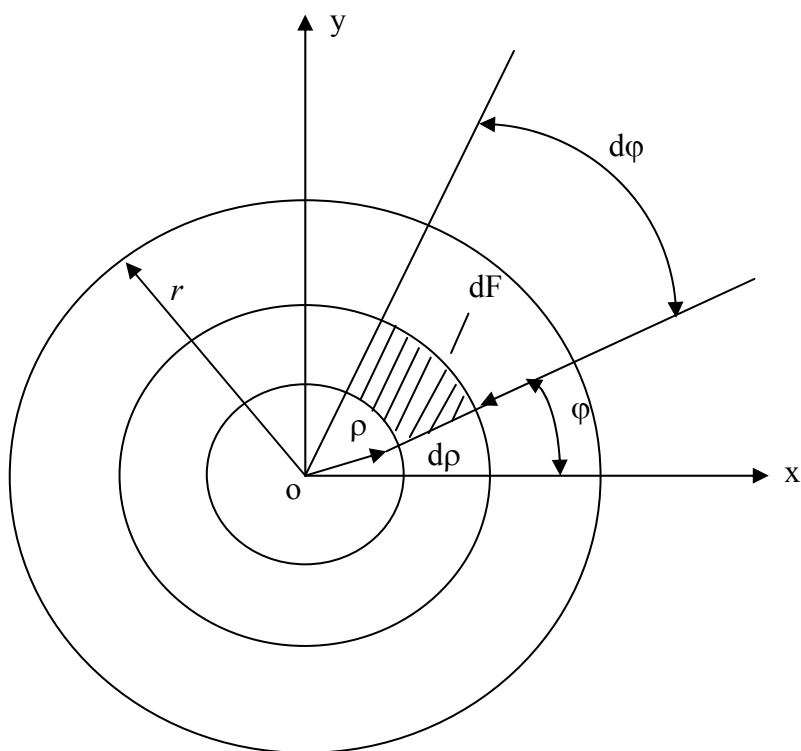
$$I_\rho = \int_F \rho^2 dF = \int_0^r \rho^2 2\pi\rho d\rho = 2\pi \int_0^r \rho^3 d\rho = \frac{2\pi r^4}{4} = \frac{\pi r^4}{2} \quad (3.13)$$

bo‘lib, uni diametr orqali ifodallasak

$$I_\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4 \quad \text{bo‘ladi} \quad (3.14)$$

Simmetriya shartiga asosan $I_x = I_y$ bo‘lganligi uchun (3.1) tenglikdan $2I_x = 2I_y = I_\rho$ bo‘lib, doiraning x va y o‘qlariga nisbatan inersiya momentlari

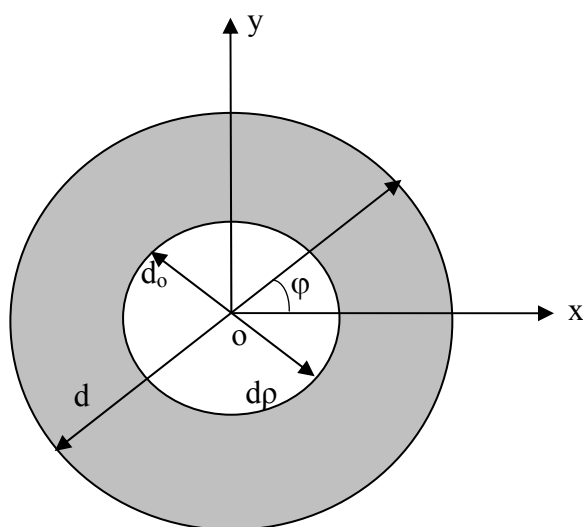
$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{32 \cdot 2} \approx 0,05d^4 \quad \text{bo‘ladi} \quad (3.15)$$



3.11-rasm. Doiraning qutb inersiya momentini aniqlash.

Halqa. Tashqi diametri d , ichki diametri d_0 bo'lgan halqaning inersiya momentlarini, diametrlari d va d_0 bo'lgan tashqi va ichki doiralarni momentlarining ayirmasi sifatida aniqlash mumkin, ya'ni

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} - \frac{\pi d_0^4}{32} = \frac{\pi d^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d_0}{d} \right)^4 \right] \quad (3.16)$$



3.12-rasm. Halqaning qutb inersiya momentini aniqlash.

Agar $\frac{d_0}{d} = c$ desak, u holda

$$I_\rho = \frac{\pi d^4}{32} [1 - c^4] \approx 0,1d^4(1 - c^4) \quad (3.17)$$

$$I_x = I_y = 0,05d^4(1 - c^4) \quad (3.18)$$

bo'ladi.

Hisoblash ishlarini bajarishda sodda shakllarning inersiya momentlari keltirib chiqargan formulalarimiz yordamida bajarilsa, standart profilli po'lat prokatlarning inersiya momentlari esa sortamentlardan olinadi.

Ko'pincha amaliy masalalarni yechishda tekis kesimlarning turlicha yo'naltirilgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini hisoblashga to'g'ri keladi. Shu sababli, tekis kesimli jismning turli koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momentlari orasidagi bog'lanishlarini aniqlash muhim hisoblanadi.

Eng umumiy holda «eski» koordinata sistemasidan «yangi» koordinata sistemasiga o'tishni 2 ta alohida almashtirishlar orqali bajarish mumkin, ya'ni koordinata o'qlarini yangi holatga parallel ko'chirish yoki koordinata sistemasini «eski» sistemaga nisbatan biror burchakka burish orqali «yangi» koordinata sistemasiga o'tish mumkin. Bu hollarda inersiya momentlarning qanday o'zgarishini alohida ko'rib chiqamiz.

4- §. Koordinata o'qlari parallel ko'chirilganda inersiya momentlarining o'zgarishi

Bizga F yuzaga ega bo'lgan tekis kesimning (3.13-rasm) x_1, y_1 o'qlarga nisbatan $I_{x_1}, I_{y_1}, I_{x_1 y_1}$ inersiya momentlari ma'lum bo'lsin.

Ushbu kesimning (3.13-rasm) inersiya momentlarini x_1, y_1 o'qlariga parallel bo'lgan «yangi» x_2, y_2 o'qlarga nisbatan topish talab qilinsin.

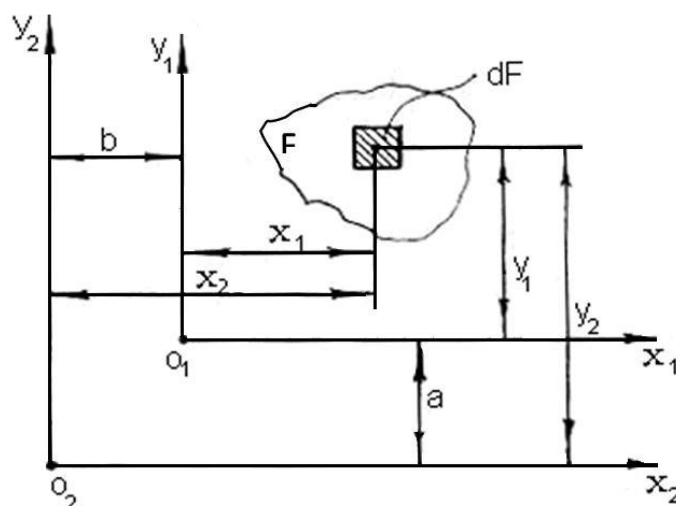
Bu yerda

$$y_2 = y_1 + a, \quad x_2 = x_1 + b,$$

bo'lib, «yangi» koordinata sistemasiga nisbatan inersiya momentlar quyidagicha bo'ladi:

$$I_{x_2} = \int_F y_2^2 dF = \int_F (y_1 + a)^2 dF = \int_F (y_1^2 + 2ay_1 + a^2) dF =$$

$$= \int_F y_1^2 dF + 2a \int_F y_1 dF + a^2 \int_F dF;$$



3.13-rasm. O'qlarni parallel ko'chirganda inersiya momentlarining o'zgarishi.

Bu yerda

$$\int_F y_1^2 dF = J_{x_1}, \quad \int_F y_1 dF = S_{x_1}, \quad \int_F dF = F$$

bo'lgani uchun

$$I_{x_2} = I_{x_1} + 2aS_{x_1} + a^2F \quad (3.19)$$

Xuddi shu usulda I_{y_2} ni topamiz:

$$I_{y_2} = I_{y_1} + 2bS_{y_1} + b^2F \quad (3.20)$$

Markazdan qochma inersiya moment esa

$$I_{x_2y_2} = \int_F x_2y_2 dF = \int_F (y_1 + a)(x_1 + b) dF = \int_F (x_1y_1 + ax_1 + by_1 + ab) dF =$$

$$= \int_F x_1y_1 dF + a \int_F x_1 dF + b \int_F y_1 dF + ab \int_F dF$$

Bu yerda

$$\int_F x_1y_1 dF = I_{x_1y_1},$$

$$\int_F x_1 dF = S_{y_1}, \quad \int_F y_1 dF = S_{x_1}, \quad \int_F dF = F$$

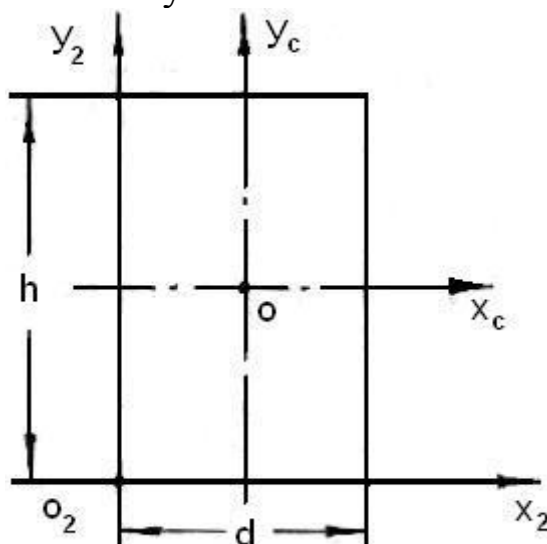
bo'lgani uchun

$$I_{x_2 y_2} = I_{x_1 y_1} + aS_{y_1} + bS_{x_1} + abF. \quad (3.21)$$

Agarda x_l, y_l o'qlari markaziy x_c, y_c o'qlardan iborat bo'lsa (3.14-rasm), u holda ushbu o'qlarga nisbatan statik momentlar nolga teng ($S_{x_1} = 0, S_{y_1} = 0$) bo'lgani uchun (3.19), (3.20), (3.21) formulalar quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\left. \begin{aligned} I_{x_2} &= I_{x_c} + a^2 F \\ I_{y_2} &= I_{y_c} + b^2 F \\ I_{x_2 y_2} &= I_{x_c y_c} + abF \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Ushbu formulalar amaliy hisoblash ishlarida keng qo'llaniladi.



3.14-rasm. To'g'ri to'rtburchak uchun o'qlarni parallel ko'chirganda inersiya momentlarining o'zgarishi.

Agarda kesimning markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari ma'lum bo'lsa, u holda (3.22) formulalar yordamida bu o'qlarga parallel bo'lgan ixtiyoriy o'qlarga nisbatan tekis kesimning inersiya momentlarini topish mumkin. Oldingi 3.3 bo'limda to'g'ri to'rtburchak va uchburchakning markaziy va tomonlari bo'ylab yo'nalgan o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini hisoblash formulalari keltirilgan edi. Bu formulalar (3.6), (3.7), (3.12) da olingan natijalarni (3.22) foydalanib, tekshirib ko'rishimiz mumkin.

Misol: Agar bizga to'g'ri to'rtburchakning (3.14-rasm) markaziy o'qlari (x_c, y_c) ga nisbatan inersiya momentlari

$I_{x_c} = \frac{dh^3}{12}$, $I_{y_c} = \frac{d^3h}{12}$, $I_{x_c y_c} = 0$ ma'lum bo'lsa (3.22) formula yordamida uning tomonlari orqali o'tgan x_2 , y_2 o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini topishni ko'ramiz.

Bu yerda: $a = \frac{h}{2}$; $b = \frac{d}{2}$; $F = dh$

Bu holda

$$I_{x_2} = I_{x_c} + a^2 F = \frac{dh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 (dh) = \frac{4dh^3}{12} = \frac{dh^3}{3};$$

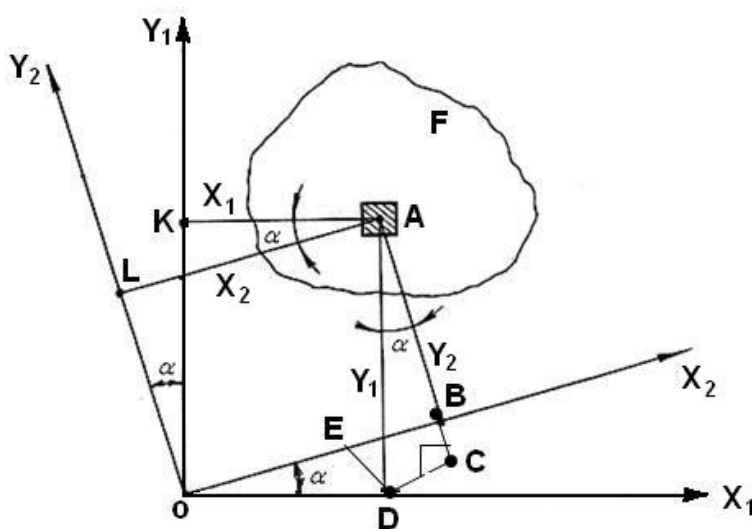
$$I_{y_2} = I_{y_c} + b^2 F = \frac{hd^3}{12} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 d \cdot h = \frac{hd^3}{3}$$

$$I_{x_2 y_2} = I_{x_c y_c} + abF = 0 + dh \left(\frac{h}{2}\right) \left(\frac{d}{2}\right) = \frac{d^2 h^2}{4}$$

Demak, parallel o'qlarga nisbatan (3.22) formula yordamida inersiya momentlarni hisoblash ancha qulaylik tug'dirar ekan.

5- §. Koordinata o'qlari burilganda inersiya momentlarining o'zgarishi

Bizga F yuzaga ega bo'lgan tekis kesimning (3.15-rasm) x_1 , y_1 sanoq sistemasida I_{x_1} , I_{y_1} , $I_{x_1 y_1}$ inersiya momentlari ma'lum bo'lsin.



3.15-rasm. Koordinata o'qlari burilganda inersiya momentlarining o'zgarishi.

Ushbu kesimning shu koordinata boshi atrofida oldingi o'qlarga nisbatan α burchakka burishdan hosil bo'lgan x_2, y_2 o'qlarga nisbatan $I_{x_2}, I_{y_2}, I_{x_2 y_2}$ inersiya momentlarini topish talab qilinsin.

$$AK = x_1, \quad AD = y_1,$$

$$AL = x_2, \quad AB = y_2,$$

Chizmadan: $OB = AL = x_2,$

$$OL = AB = y_2.$$

Berilgan α burchakning musbat yo'nalishi deb, x_2, y_2 o'qlarini x_1, y_1 bilan ustma-ust tushishi uchun soat strelkasi yo'nalishi bo'yicha aylantirilishini qabul qilamiz. Ko'rinib turibdiki, bu holda elementar yuzachaning koordinatalari o'zgaryapti demak, inersiya momentlari ham o'zgaradi.

Elementar yuzacha dF ning koordinatalarini «yangi» x_2, y_2 koordinata sistemasida « x_1, y_1 » va « α » burchak orqali aniqlaymiz.

Geometrik munosabatlardan quyidagilarni yozishimiz mumkin (3.15-rasm). Bu yerda ACD va OED to'g'ri burchakli uchburchaklar, BCDE to'g'ri burchakli to'rtburchak bo'lib, $\angle E = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ dir.

Shunga asosan:

$$\begin{aligned} y_2 &= AB = AC - BC = AC - ED = y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha \\ x_2 &= OE + EB = OE + DC = y_1 \sin \alpha + x_1 \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.23)$$

Tekis F kesimning x_2, y_2 koordinatalar sistemasidagi inersiya momentlarini (3.20)dan foydalanib, topsak u quyidagicha bo'ladi:

$$I_{x_2} = \int_F y_2^2 dF = \int_F (y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha)^2 dF,$$

$$I_{y_2} = \int_F x_2^2 dF = \int_F (y_1 \sin \alpha + x_1 \cos \alpha)^2 dF,$$

$$I_{x_2 y_2} = \int_F x_2 y_2 dF = \int_F (y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha)(y_1 \sin \alpha + x_1 \cos \alpha) dF$$

Ushbu ifodalarni soddalashtirib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$I_{x_2} = I_{x_1} \cos^2 \alpha + I_{y_1} \sin^2 \alpha - I_{x_1 y_1} \sin 2\alpha \quad (3.24)$$

$$I_{y_2} = I_{y_1} \cos^2 \alpha + I_{x_1} \sin^2 \alpha + I_{x_1 y_1} \sin 2\alpha \quad (3.25)$$

$$I_{x_1 y_1} = \frac{(I_{x_1} - I_{y_1})}{2} \sin 2\alpha + I_{x_1 y_1} \cos 2\alpha \quad (3.26)$$

Bu (3.24), (3.25), (3.26) formulalar tekis kesimlarning buralgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini topishda keng qo'llaniladi.

6- §. Bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari

O'qlarga nisbatan topilgan inersiya momentlarni (3.24), (3.25) qo'shsak, u holda

$$I_{x_2} + I_{y_2} = I_{x_1} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + I_{y_1} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$

yoki

$$I_{x_2} + I_{y_2} = I_{x_1} + I_{y_1} = I_{\rho} \quad (3.27)$$

bo'lib, o'qlarga nisbatan inersiya momentlar yig'indisi α burchakka bog'liq bo'lmay, u o'zgarmasdan qolar ekan. Ammo ularning har biri alohida o'zgarishi mumkin. Bundan quyidagicha xulosa qilish mumkin: o'qlarni α burchakka burib shunday holatni aniqlash mumkinki, unda o'qqa nisbatan inersiya momentlaridan biri eng katta, ikkinchisi esa eng kichik qiymatga ega bo'ladi. Bu inersiya momentlar bosh inersiya momentlar deyilib, ular aniqlangan o'qlar esa bosh inersiya o'qlari deb ataladi (3.16-rasm). Agar bosh o'qlar tekis kesimning og'irlik markazi orqali o'tsa, u holda inersiya momentlar – bosh markaziy inersiya momentlar, o'qlar esa bosh markaziy o'qlar deyiladi.

Bosh o'qlarning holatini, ya'ni x_2, y_2 o'qlari bosh o'qlar bilan ustma-ust tushadigan α_0 burchakni aniqlash uchun (3.24) yoki (3.25) lardan birortasini α burchak funksiyasi deb qarab, birinchi tartibli hosilasini olsak, u holda

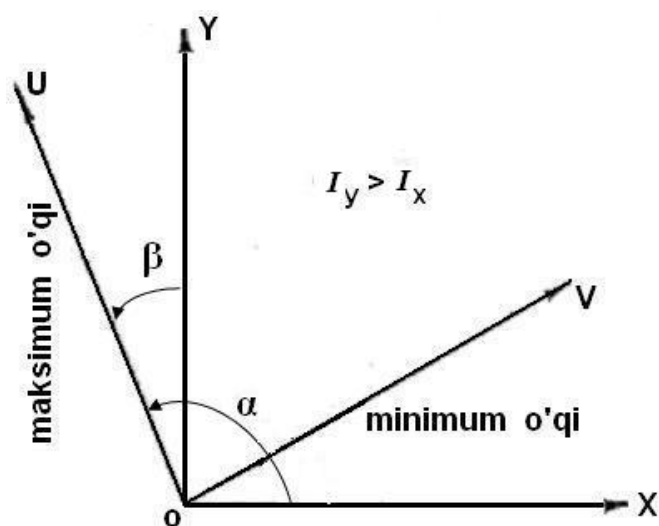
$$\begin{aligned} \frac{dI_{x_2}}{d\alpha} &= \frac{d}{d\alpha} (I_{x_1} \cos^2 \alpha + I_{y_1} \sin^2 \alpha - I_{x_1 y_1} \sin 2\alpha) = -I_{x_1} 2 \sin \alpha \cos \alpha + \\ &+ I_{y_1} 2 \sin \alpha \cos \alpha - I_{x_1 y_1} 2 \cos 2\alpha = (I_{x_1} - I_{y_1}) \sin 2\alpha - 2 \cdot I_{x_1 y_1} \cos 2\alpha \end{aligned}$$

hosil bo'ladi.

Bu ifodalarni soddalashtirib, uning qiymatini nolga tenglasak

$$\frac{I_{x_1} - I_{y_1}}{2} \sin 2\alpha + I_{x_1 y_1} \cos 2\alpha = 0 \quad (3.28)$$

bo'ladi.



3.16-rasm. Bosh inersiya o'qlari vaziyatini aniqlash.

Bu natija (3.28) ni (3.26) bilan $\alpha = \alpha_0$ bo'lganda solishtirsak

$$\left(\frac{dI_{x_1}}{d\alpha} \right)_{\alpha=\alpha_0} = - \left(-2I_{x_1 y_1} \right)_{\alpha=\alpha_0} = 0$$

bo'lib,

$$(I_{x_1 y_1})_{\alpha=\alpha_0} = 0$$

kelib chiqadi.

Bundan ko'rinadiki, bosh o'qlarga nisbatan markazdan qochma inersiya moment nolga teng bo'lib, aksincha markazdan qochma inersiya moment nolga teng bo'lgan o'qlar bosh inersiya o'qlari bo'lar ekan.

Demak, ixtiyoriy ikkita o'zaro tik o'qlardan biri kesimning simmetriya o'qi bo'lsa, y o'q bosh o'qlardan biri bo'lib, kesimning og'irlik markazi orqali o'tuvchi simmetriya o'qi esa bosh markaziy o'q bo'ladi.

Endi (3.28) dan α_0 burchakni topsak u

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = - \frac{2I_{x_1 y_1}}{I_{x_1} - I_{y_1}} \quad \text{bo'ladi} \quad (3.29)$$

Bu yerda α_0 , x_1 , y_1 o'qlarini bosh o'qlar bilan ustma-ust tushishi uchun burish kerak bo'lgan burchakni ifodalaydi. Kelgusida α ni α_0 orqali belgilaymiz. Agar α_0 burchak musbat bo'lsa, u holda $x_1 y_1$ o'qlarini soat strelkasiga qarshi yo'nalishda burish kerak bo'ladi.

Bosh inersiya o'qlarining biri maksimum o'qi (unga nisbatan olingan inersiya momentning qiymati eng katta bo'ladi), ikkinchisi esa minimum (unga nisbatan olingan inersiya momentning qiymati eng kichik bo'ladi) o'qidir.

Maksimum o'qi doimo (x_I yoki y_I) o'qqa nisbatan olingan inersiya momentlarning katta qiymati bilan kichik burchak tashkil etadi. Ushbu holat bosh inersiya o'qlaridan qaysi biri maksimum, qaysinisi minimum ekanligini aniqlashga yordam beradi.

Masalan, agar $I_y > I_x$ bo'lib, U va V bosh inersiya o'qlari bo'lsa (3.16-rasm), u holda U o'qi maksimum o'qi V o'qi esa – minimum o'qi bo'ladi (chunki «y» bilan «U» orasidagi burchak β , «x» bilan «U» orasidagi α burchakdan kichik).

Bosh inersiya momentlarining qiymatlarini, (ya'ni inersiya momentlarining eng katta va eng kichik qiymatlarini) topish uchun α burchakka nisbatan (3.24) va (3.25) dan birinchi tartibli hosila olib uni nolga tenglaymiz:

$$\frac{dI_{x_2}}{d\alpha} = 0; \quad \frac{dI_{y_2}}{d\alpha} = 0. \quad (3.30)$$

Olingan natijadan α burchakni yo'qotsak, u holda I_{max} va I_{min} qiymatlarini topish uchun quyidagi formula hosil bo'ladi.

$$I_{\frac{max}{min}} = I_{U/V} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \quad (3.31)$$

Bu yerda (+) ishora olinsa I_{max} , (–) ishora olinsa I_{min} topiladi.

Tekis kesim tekisligining ixtiyoriy nuqtasidan unga mos ravishda bosh inersiya o'qlarini o'tkazish mumkin. Ammo konstruksiya elementlarini hisoblashda faqat kesim og'irlik markazidan o'tuvchi bosh o'qlar, ya'ni bosh markaziy inersiya o'qlari amaliy ahamiyatga ega bo'ladi. Shuning uchun kelgusida bosh markaziy inersiya momentlarni I_{max} va I_{min} orqali ifodalaymiz.

Bosh inersiya momentlariga tegishli bo'lgan bir nechta xususiy hollarni ko'ramiz.

1. Agar $I_x = I_y$ va $I_{yx} = 0$ bo'lsa, u holda koordinata sistemasini ixtiyoriy burish orqali hosil bo'lgan o'qlar bosh inersiya o'qlari bo'lib, bu holda

$$I_x = I_y = I_{max} = I_{min} = const \quad \text{bo'ladi.}$$

2. Ikkitadan ortiq simmetriya o'qiga ega bo'lgan kesimlar uchun markaziy o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlar o'zaro teng bo'ladi.

Bunday kesimlarga teng tomonli uchburchak, kvadrat, ixtiyoriy muntazam ko'pburchak, doira va boshqa tekis kesimlar misol bo'lishi mumkin.

3. Agar

$$I_x = I_y \text{ va } I_{xy} \neq 0 \text{ bo'lsa, u holda}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \infty; \alpha = 45^\circ \text{ ga teng bo'ladi.}$$

Bu holda bosh o'qlar inersiya momentlari aniqlangan xy o'qlariga nisbatan 45° burilgan bo'ladi.

7- §. Murakkab tekis kesimlar bosh markaziy o'qlarining holatini va bosh markaziy inersiya momentlarini aniqlash

Aksariyat hollarda tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlashda bosh markaziy o'qlarning holatini va bosh markaziy inersiya momentlar qiymatlarini topish hisoblashning asosiy maqsadlaridan biri bo'ladi. «Sodda» kesimlar uchun ushbu ma'lumotlarning qiymatlari yuqorida keltirilgan formulalar yordamida topiladi. Standart po'latli prokat profillar uchun inersiya momentlarining qiymatlari sortament jadvallarida keltirilgan bo'ladi.

Sodda shakllar yig'indisidan iborat bo'lgan murakkab kesim uchun ushbu xarakteristikalarni quyidagicha aniqlash maqsadga muvofiq:

1. Murakkab tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlash uchun ularni oldindan ma'lum bo'lgan formulalar, qonuniyatlar yoki jadvaldan aniqlash mumkin bo'lgan bir nechta sodda bo'laklarga ajratiladi. Murakkab kesimni sodda bo'laklarga ajratish usuli yakuniy natijaga ta'sir etmasligini 3-§ da ko'rdik.

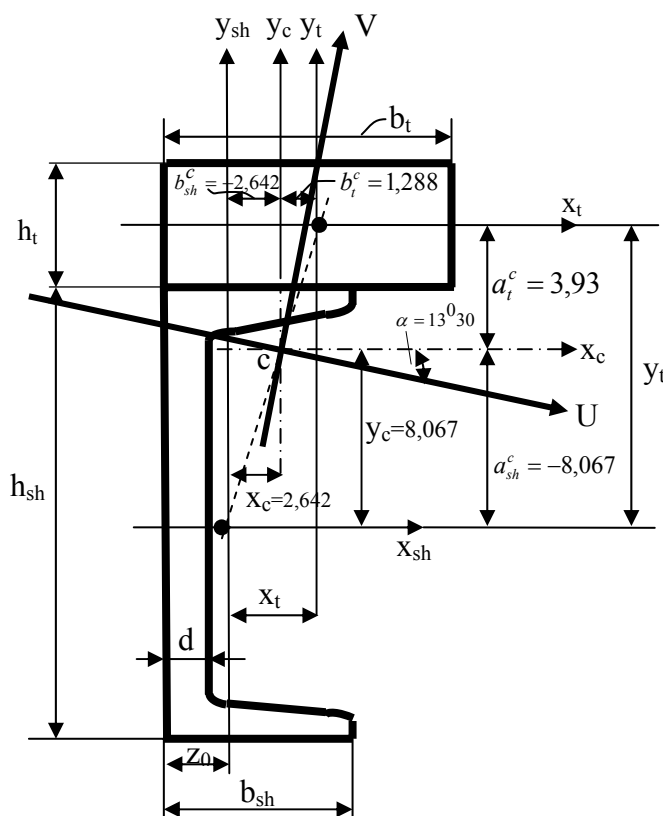
2. Murakkab kesim (2-§da ko'rsatilgandek) og'irlik markazining holati aniqlanib, bu nuqtadan ixtiyoriy x_c , y_c markaziy o'qlarni o'tkazamiz. Bu x_c , y_c o'qlar murakkab kesim uchun bosh o'qlar bo'lmaydi, lekin bu o'qlar murakkab kesimni tashkil etuvchi sodda kesimlarning bosh markaziy o'qlarining ko'pchiligiga parallel bo'lishi kerak.

3. Tanlab olingan x_c , y_c markaziy o'qlarga nisbatan sodda kesimlarning, keyin murakkab kesimning inersiya momentlarini I_{x_c} , I_{y_c} , $I_{x_c y_c}$ shu sodda kesimlar inersiya momentlarining yig'indisi sifatida topamiz. Bunda (3.22) va (3.24)–(3.26) formulalardan foydalanamiz.

4. Murakkab kesim uchun markaziy inersiya momentlarining qiymatlari I_{x_c} , I_{y_c} , $I_{x_c y_c}$ va (3.29) formuladan foydalanib, x_c , y_c o'qlarni U , V deb belgilanuvchi bosh markaziy o'qlar bilan ustma-ust tushishi uchun burish kerak bo'lgan burchak, ya'ni α_0 ning qiymatini aniqlaymiz. (Shuni esda tutish lozimki, α_0 burchakning musbat qiymatlarida x_c , y_c o'qlarni U , V o'qlar bilan ustma-ust tushirish uchun soat strelkasiga teskari yo'nalishda burish kerak.

5. (3.31) formuladan foydalanib murakkab kesim uchun bosh markaziy inersiya momentlarning $I_{max./min.}$ yoki $I_{U/V}$ qiymatlarini aniqlaymiz.

1-misol. 3.17-rasmda tasvirlangan №20 shveller va to'g'ri to'rtburchakdan tashkil topgan murakkab kesim uchun markaziy bosh o'qlar va markaziy bosh inersiya momentlar aniqlansin.



3.17-rasm. Murakkab shakl uchun bosh inersiya momentlari va bosh markaziy o'qlar vaziyatini aniqlash.

To'g'ri to'rtburchakning o'lchamlari $b_t = 12\text{sm}$, $h_t = 4\text{sm}$ bo'lsin. №20 shveller uchun standart prokatli po'lat profillar sortamentidan zarur

o'lcham va geometrik xarakteristikalarini olamiz $h_{sh} = 20 \text{ sm}$, $b_{sh} = 7,6 \text{ sm}$, $F_{sh} = 23,4 \text{ sm}^2$, $I_{x_{sh}} = 1520 \text{ sm}^4$, $I_{y_{sh}} = 113 \text{ sm}^4$, $z_0 = 2,07 \text{ sm}$.

Berilgan murakkab kesim 2 ta sodda kesimdan, ya'ni shveller va to'g'ri to'rtburchakdan tashkil topgan. x_{sh} , y_{sh} – o'qlari shvellerning markaziy bosh o'qlari, x_t , y_t – esa to'g'ri to'rtburchak markaziy bosh o'qlaridir. To'g'ri to'rtburchakning geometrik xarakteristikalarini (3.8) va (3.9)dan foydalanib topamiz.

$$\begin{aligned} F_t &= b_t \cdot h_t = 4 \cdot 12 = 48 \text{ sm}^2, \\ I_{x_t} &= \frac{b_t \cdot h_t^3}{12} = \frac{12 \cdot 4^3}{12} = 64 \text{ sm}^4, \\ I_{y_t} &= \frac{b_t^3 \cdot h_t}{12} = \frac{12^3 \cdot 4}{12} = 576 \text{ sm}^4. \end{aligned}$$

Markazdan qochma inersiya momenti $I_{x_t y_t} = 0$, chunki x_t , y_t to'g'ri to'rtburchakning bosh o'qlaridir.

x_{sh} , y_{sh} koordinatalar sistemasiga nisbatan murakkab kesim og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz:

Murakkab kesimning yuzasi

$$F = F_{sh} + F_t = 23,4 + 48 = 71,4 \text{ sm}^2$$

Murakkab kesimning statik momentlari

$$S_{x_{sh}} = S_{x_{sh}}^{sh} + S_{x_{sh}}^t = F_{sh} \cdot y_{sh} + F_t \cdot y_t = 0 + F_t \left(\frac{h_{sh}}{2} + \frac{h_{sh}}{2} \right) = 48 \left(\frac{20}{2} + \frac{4}{2} \right) = 576 \text{ sm}^3$$

$$S_{y_{sh}} = S_{y_{sh}}^{sh} + S_{y_{sh}}^t = F_{sh} \cdot x_{sh} + F_t \cdot x_t = 0 + F_t \left(\frac{b_t}{2} - z_0 \right) = 48 \left(\frac{12}{2} - 2,07 \right) = 188,67 \text{ sm}^3$$

($S_{x_{sh}}^{sh} = 0$, $S_{y_{sh}}^{sh} = 0$ chunki shveller og'irlik markazining koordinatalari $x_{sh} = 0$, $y_{sh} = 0$).

Murakkab kesim og'irlik markazining koordinatalari.

$$x_c = \frac{S_{y_{sh}}}{F} = \frac{188,67}{71,4} = 2,642 \text{ sm}$$

$$y_c = \frac{S_{x_{sh}}}{F} = \frac{576}{71,4} = 8,0672 \text{ sm}$$

Murakkab kesimning og'irlik markazi shveller va to'g'ri to'rtburchaklarning og'irlik markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqda yotganligi olingan natija to'g'riligini ko'rsatadi.

Murakkab kesim og'irlik markazidan x_c , y_c koordinata o'qlarini (markaziy o'qlarni) o'tkazib, (3.22) formula yordamida uni ushbu o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini hisoblaymiz.

$$I_{x_c} = I_{x_{sh}} + (a_{sh}^c)^2 \cdot F_{sh} + I_{x_t} + (a_t^c)^2 \cdot F_t; \quad (a)$$

$$I_{y_c} = I_{y_{sh}} + (b_{sh}^c)^2 \cdot F_{sh} + I_{y_t} + (b_t^c)^2 \cdot F_t. \quad (b)$$

Bu yerda,

a_{sh}^c – shveller og‘irlik markazidan murakkab kesim og‘irlik markazigacha bo‘lgan vertikal masofa, (yoki x_{sh} va x_s o‘qlar orasidagi masofa);

a_t^c – to‘g‘ri to‘rtburchak og‘irlik markazidan murakkab kesim og‘irlik markazigacha bo‘lgan vertikal masofa, (yoki x_t va x_s o‘qlar orasidagi masofa);

b_{sh}^c – shveller og‘irlik markazidan murakkab kesim og‘irlik markazigacha bo‘lgan gorizontal masofa, (yoki y_{sh} va y_c o‘qlar orasidagi masofa);

b_t^c – to‘g‘rito‘rtburchak og‘irlik markazidan murakkab kesim og‘irlik markazigacha bo‘lgan gorizontal masofa, (yoki y_t va y_c o‘qlar orasidagi masofa).

Bu o‘lchamlarning son qiymatlari chizmadan aniqlanadi, ya’ni

$$\begin{aligned} a_{sh}^c &= -y_c = -8,0672sm, \\ a_t^c &= y_t - y_c = \left(\frac{h_{sh}}{2} + \frac{h_t}{2} \right) - y_c = \left(\frac{20}{2} + \frac{4}{2} \right) - 8,0672 = 3,93sm, \\ b_{sh}^c &= -x_c = -2,642cm, \\ b_t^c &= x_t - x_c = \left(\frac{b_t}{2} - z_0 \right) - x_c = \left(\frac{12}{2} - 2,07 \right) - 2,642 = 1,288sm. \end{aligned}$$

Bu natijalarni (a) va (b) ga olib borib qo‘ysak, u holda:

$$I_{x_c} = 1520 + (-8,0672)^2 \cdot 23,4 + 64 + (3,93)^2 \cdot 48 = 3848,2201sm^4$$

$$I_{y_c} = 113 + (-2,642)^2 \cdot 23,4 + 576 + (1,288)^2 \cdot 48 = 931,9615sm^4.$$

Markaziy bosh o‘qlar (x_c , y_c)ga nisbatan murakkab kesimning markazdan qochma inersiya momentini aniqlaymiz:

$$I_{x_c y_c} = I_{x_{sh} y_{sh}} + a_{sh} \cdot b_{sh} \cdot F_{sh} + I_{x_t y_t} + a_t \cdot b_t \cdot F_t \quad (c)$$

Bu yerda, $I_{x_{sh} y_{sh}}$, $I_{x_t y_t}$ – murakkab kesimni tashkil etuvchi sodda kesim (shveller, to‘g‘ri to‘rtburchak)lar og‘irlik markazlaridan o‘tgan o‘qlarga nisbatan ularning markazdan qochma inersiya momentlari bo‘lib, ular

$$I_{x_{sh} y_{sh}} = 0, \quad I_{x_t y_t} = 0.$$

O'qlar orasidagi masofalarni (c) formulaga qo'yishdan oldin ularning ishoralarini markaziy bosh o'qlarga nisbatan aniqlash lozim. Unga ko'ra a_t^c koordinata boshiga nisbatan ordina o'qining musbat qismida, a_{sh}^c manfiy tomonida, b_t^c absissa o'qining musbat, b_{sh}^c esa koordinata boshiga nisbatan manfiy tomonda joylashganligini ko'rish mumkin (chizmaga qarang).

Shunga asosan bu qiymatlarni (c)ga olib borib qo'yamiz:

$$I_{x_c y_c} = 0 + (-8,0672) \cdot (-2,642) \cdot 23,4 + 3,93 \cdot 1,288 \cdot 48 = 741,7052 \text{ sm}^4$$

Murakkab kesimning markaziy bosh o'qlari U, V holatini markaziy o'qlar (x_c, y_c) ga nisbatan aniqlaymiz, (ya'ni uni qanday α_0 burchakka burish kerakligini (3.29) orqali aniqlaymiz):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha_0 &= -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 741,7052}{3848,2201 - 931,9615} = -0,51 \\ \alpha_0 &= \frac{\operatorname{arctg}(-0,51)}{2} = -13^\circ 30' \end{aligned}$$

x_c va y_c koordinata o'qlarini $\alpha_0 = -13^\circ 30'$ burchakka soat strelkasi bo'yicha burib, markaziy bosh o'qlar U, V ni hosil qilamiz (chizmada ko'rsatilgan).

(3.31) formuladan foydalanib murakkab kesimning bosh inersiya momentlarining qiymatini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} I_{\frac{\max}{\min}} &= I_{U/V} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \\ &= \frac{3848,2201 + 931,9615}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(3848,2201 - 931,9615)^2 + 4 \cdot (741,7052)^2} = \\ &= \frac{4026,0209}{754,1607} \text{ sm}^4 \\ I_{\max} &= I_U = 4026 \text{ sm}^4 \quad I_{\min} = I_V = 754,2 \text{ sm}^4 \end{aligned}$$

Tekshirish:

$$\begin{aligned} I_{x_c} + I_{y_c} &= I_{\max} + I_{\min} \\ 4780,1816 &= 4780,1816 \end{aligned}$$

Demak, topilgan natijalar to'g'ri.

2-misol. Amaliyotda uchraydigan konstruksiya elementlarining murakkab ko'ndalang kesimlari, hech bo'lmaganda bitta simmetriya

o'qiga ega bo'ladi. Bu holda bosh markaziy o'qlar holatini aniqlash ancha soddalashadi.

Chunki bu holda simmetriya o'qi kesimning markaziy bosh o'qlaridan biri bo'lib, ikkinchi markaziy bosh o'q simmetriya o'qiga perpendikulyar holda kesimning og'irlik markazidan o'tadi.

Shveller va qo'shtavrdan iborat bo'lgan murakkab kesimning (3.18-rasm) markaziy bosh inersiya o'qlarining holatini topishni ko'ramiz.

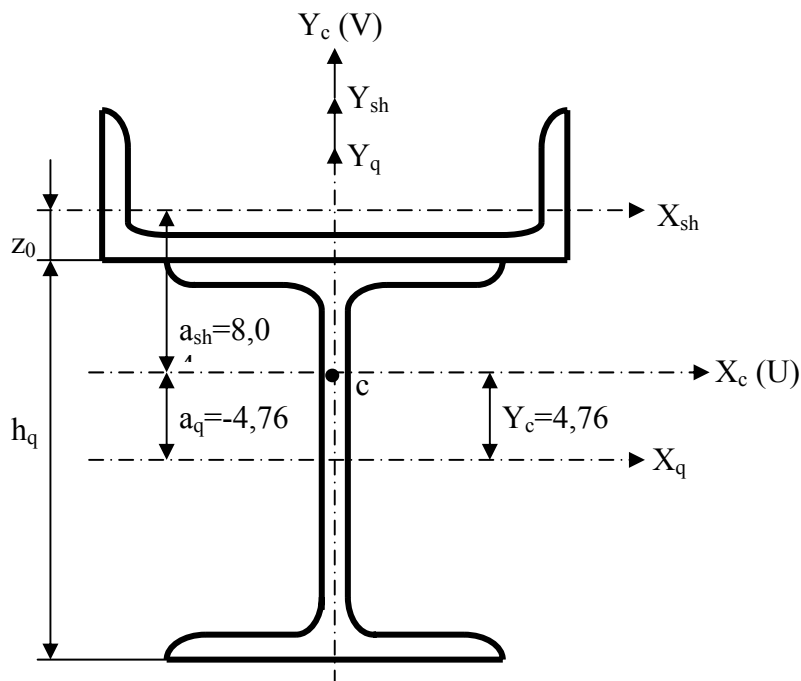
Shveller №16, Qo'shtavr №22.

Hisoblash uchun zarur kattaliklarni standart profilli po'lat prokatlarning sortamentidan olamiz.

Shveller №16: $h_{sh} = 16 \text{ cm}$, $b_{sh} = 6,4 \text{ sm}$, $F_{sh} = 18,1 \text{ sm}^2$,
 $I_x^{sh} = 747 \text{ sm}^4$, $I_y^{sh} = 63,3 \text{ sm}^4$, $z_0 = 1,8 \text{ sm}$.

Qo'shtavr №22: $h_q = 22 \text{ sm}$, $b_q = 11 \text{ sm}$, $F_q = 30,6 \text{ sm}^2$,
 $I_x^q = 2550 \text{ sm}^4$, $I_y^q = 157 \text{ sm}^4$.

Bu holda y_q o'qi ikkala kesim uchun simmetriya o'qidir. Murakkab kesimning og'irlik markazi shu o'qda yotadi, shuning uchun x_q va y_q koordinata o'qlariga nisbatan murakkab kesim og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz:



3.18-rasm. Bitta simmetriya o'qiga ega bo'lgan murakkab shakl uchun geometrik xarakteristikalarini aniqlash.

$$S_{x_q}^q = F_q \cdot y_q = 0,$$

(chunki y_q simmetriya o'qidir).

$$y_{sh} = \frac{h_q}{2} + z_0 = \frac{22}{2} + 1,8 = 12,8 \text{ sm}$$

$$S_x^{sh} = F_{sh} \cdot o_{sh} = 18,1 \cdot 12,8 = 231,68 \text{ sm}^3$$

$$S_{\tilde{o}_q} = S_{\tilde{o}_q}^q + S_{\tilde{o}_q}^{sh} = 0 + 231,68 = 231,68 \text{ sm}^3$$

Kesim yuzasi qo'shtavr va shveller yuzalarining yig'indisiga teng

$$F = F_q + F_{sh} = 30,6 + 18,1 = 48,7 \text{ sm}^2$$

Demak, murakkab kesim og'irlik markazining koordinatalari

$$X_c = 0,$$

$$o_c = \frac{S_{\tilde{o}_q}}{F} = \frac{231,68}{48,7} = 4,76 \text{ sm}$$

bo'lib, qo'shtavrning x_q o'qidan $y_c = 4,76 \text{ sm}$ yuqorida joylashgan ekan.

Markaziy (x_c, y_c) o'qlarga nisbatan murakkab kesimning inersiya momentlarini aniqlaymiz. Buning uchun avval o'qlar orasidagi masofalarni topish lozim.

$$a_q = -y_c = -4,76 \text{ sm}, \quad \dot{a}_{sh} = \left(\frac{h_q}{2} + z_0 \right) - y_c = 12,8 - 4,76 = 8,04 \text{ sm},$$

$$b_q = b_{sh} = 0$$

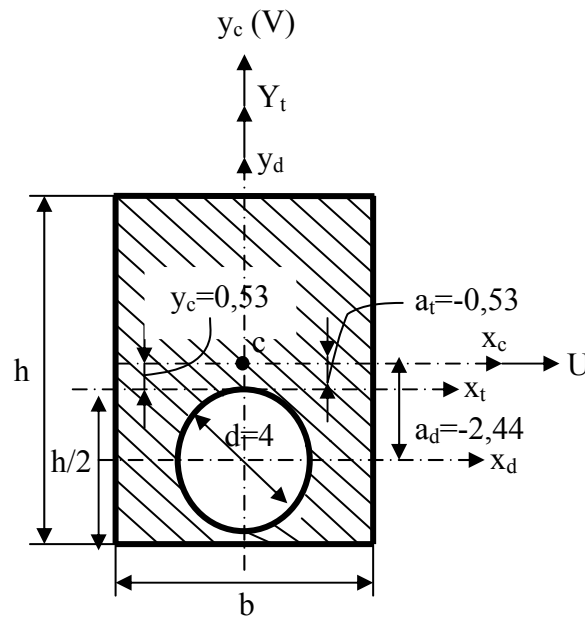
$$I_{x_c} = I_{x_q} + a_q^2 \cdot F_q + I_{x_{sh}} + a_{sh}^2 \cdot F_{sh} = 2550 + (-4,76)^2 \cdot 30,6 + 747 + (8,04)^2 \cdot 18,1 = 5160,3 \text{ sm}^4$$

$$I_{y_c} = I_{y_q} + b_q^2 \cdot F_q + I_{y_{sh}} + b_{sh}^2 \cdot F_{sh} = I_{y_q} + I_{y_{sh}} = 157 + 63,3 = 220,3 \text{ sm}^4$$

Bu holda murakkab shaklning markazdan qochma inersiya momenti $I_{x_c y_c}$ bo'ladi va markaziy bosh o'qlar U, V markaziy X_c, Y_c o'qlar bilan ustma-ust tushadi.

3-misol. Agar tekis kesim yuzasida teshik bo'lsa, u holda uni manfiy yuzali sodda kesim deb qarash mumkin. Bu holda teshikning yuzasi, uning o'qqa nisbatan inersiya momentlari manfiy ishora bilan olinadi. Statik va markazdan qochirma inersiya momentlari esa musbat yoki manfiy ishorali bo'lishi mumkin lekin ularning ishoralari tanlangan koordinata sistemasidagi teshikning holatiga bog'liq bo'ladi. Murakkab kesim (3.19 rasm) uchun markaziy bosh o'qlarning holatini va markaziy bosh inersiya momentlarining qiymatlarini topishni ko'ramiz.

$$h=10 \text{ sm}, \quad b=6 \text{ sm}, \quad d=4 \text{ sm}.$$



3.19-rasm. Bitta simmetriya o'qiga ega bo'lgan murakkab shakl uchun geometrik xarakteristikalarini aniqlash.

Kesim (3.19-rasm) vertikal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lganligi uchun vertikal y_b , y_d , y_c lar ustma-ust tushadi. Bu holda og'irlik markazining bitta koordinatasi, ya'ni $x_c=0$ bo'lib, y_c ni x_t ga nisbatan topishimiz kerak bo'ladi.

Kesim yuzasining x_t ga nisbatan statik momenti quyidagicha topiladi:

$$S_{x_t}^t = 0,$$

$$S_{x_t}^d = F_d \cdot (-Y_d) = \frac{\pi d^2}{4} \cdot (-2) = -25,12 \text{ sm}^3$$

$$S_{x_t} = S_{x_t}^t - S_{x_t}^d = 0 - (-25,12) = 25,12 \text{ sm}^3$$

Kesim yuzasi

$$F_t = b \cdot h = 6 \cdot 10 = 60 \text{ sm}^2, \quad F_d = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 4^2}{4} = 12,56 \text{ sm}^2$$

$$F = F_t - F_d = 60 - 12,56 = 47,44 \text{ sm}^2,$$

og'irlik markazining vertikal koordinatasi

$$o_c = \frac{S_{x_t}}{F} = \frac{25,12}{47,44} = 0,53 \text{ sm},$$

Bu holda ham oldingi misollardagi kabi x_c , y_c o'qlar kesimni (3.19-rasm) markaziy bosh inersiya o'qlari, ya'ni U , V bilan ustma-ust tushadi.

$$I_{x_c} = I_{x_c}^t - I_{x_c}^d,$$

$$I_{y_c} = I_{y_c}^t - I_{y_c}^d.$$

bo'lib, shu o'qlarga nisbatan markaziy bosh inersiya momentalarni aniqlasak u holda chizmaga asosan o'qlar orasidagi masofalar bosh markaziy o'qlar ordinatasining manfiy qismida joylashgan bo'lgani uchun

$$a_t = -y_c = -0,53 \text{ sm} \quad a_d = -\left(\frac{d}{2} + y_c\right) = -(2 + 0,53) = -2,53 \text{ sm}$$

bo'ladi.

To'rtburchak va doiraning x_c , y_c o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini hisoblasak ular

$$I_{x_t} = \frac{bh^3}{12} = \frac{6 \cdot 10^3}{12} = 500 \text{ sm}^4$$

$$I_{x_d} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 4^4}{64} = 12,56 \text{ sm}^4$$

$$I_{x_c}^t = I_{x_t} + a_t^2 \cdot F_t = 500 + (-0,53)^2 \cdot 60 = 516,854 \text{ sm}^4$$

$$I_{x_c}^d = I_{x_d} + a_d^2 \cdot F_d = 12,56 + (-2,53)^2 \cdot 12,56 = 92,96 \text{ sm}^4$$

bo'lib, murakkab tekis kesimning markaziy bosh inersiya momentlari

$$I_{x_c} = I_{x_c}^t - I_{x_c}^d = 516,854 - 92,96 = 423,9 \text{ sm}^4,$$

$$I_{y_c} = I_{y_c}^t - I_{y_c}^d = \frac{b^3 h}{12} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{6^3 \cdot 10}{12} - 12,56 = 167,44 \text{ sm}^4$$

bo'ladi.

IV bob

CHO‘ZILISH VA SIQILISH

1- §. Umumiy qoidalar

Agar tashqi kuchlar ta'sirida sterjen ko'ndalang kesim yuzasida faqat ichki bo'ylama kuch N hosil bo'lsa, cho'zilish va siqilish deformatsiyasi paydo bo'ladi.

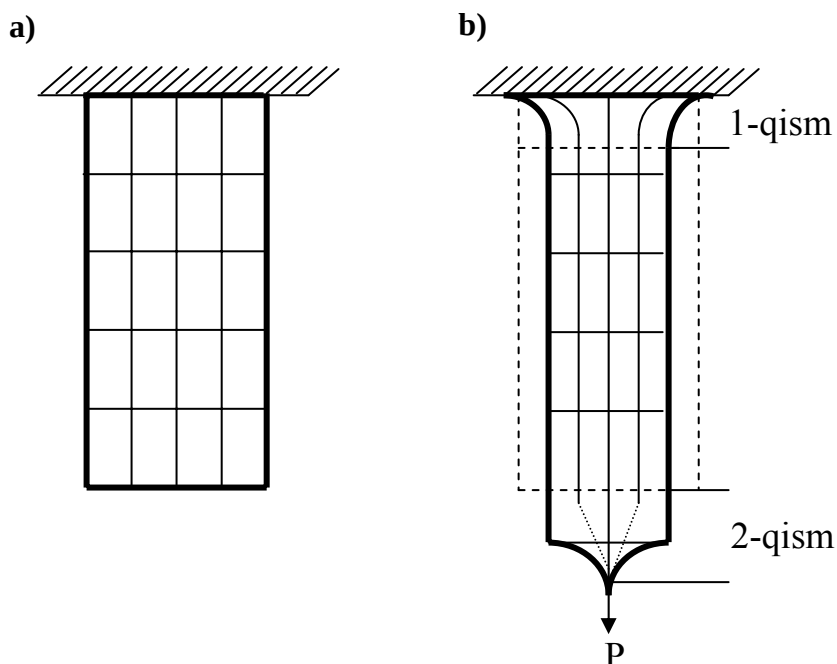
Cho'zilish va siqilish deformatsiyasi ramali konstruksiyalar elementlarida, kolonnalarda, fundamentlarda va fermalar elementlarida yuz berishi mumkin. Faqat cho'zilishga ishlaydigan, ya'ni cho'zuvchi kuchlarni qabul qiluvchi o'ziga xos konstruksiyalarga troslar, zanjirlar, elektr uzatish simlari va boshqalar kiradi. Ular umumiy holda egiluvchi iplar deb ataladi.

Cho'zilishda sterjenning bo'ylama o'lchamlari uzayib, siqilishda esa u qisqaradi. Bu hodisani kuzatish uchun oson deformatsiyalanuvchi materialdan tayyorlangan sterjenga uni o'qi bo'ylab qo'yilgan cho'zuvchi P kuch ta'sir etgan holatni ko'ramiz (4.1-rasm).

Buning uchun (kuch ta'sir etguncha) sterjen sirtiga o'zaro tik chiziqlardan to'r yasaymiz (4.1-rasm).

Sterjenning deformatsiyalanishgacha bo'lgan holati 4.1a-rasmda, deformatsiyadan keyingi holati 4.1b-rasmda ko'rsatilgan. Ko'rinib turibdiki, o'tkazilgan ko'ndalang chiziqlar deformatsiyadan keyin ham to'g'riligi va sterjen o'qiga tikligini saqlab qolgan. Sterjenning mahkamlangan joyiga yaqin qismi va tashqi P kuch qo'yilgan nuqta atroflari bundan mustasno, ya'ni 4.1b-rasmdagi 1- va 2-qismlar.

Ushbu qismlarning o'lchamlari sterjen uzunligiga nisbatan juda kichik bo'lganligi sababli, ularni sterjen ko'ndalang kesimi o'lchamlariga yaqin deb qarash mumkin. Qism o'lchamlarini aniqlab beruvchi ushbu qoida Sen – Venan prinsipi deb ataladi. Sterjenga chizilgan to'rdagi keskin o'zgarishlar asosan sterjendagi teshiklar atrofida, sterjen ko'ndalang kesimlarining o'zgargan joylarida hosil bo'lishi mumkin. Hisoblash ishlarida bu qismlar e'tiborga olinmaydi.



4.1-rasm. Cho‘zilish va siqilish deformatsiyasini o‘rganish:

a) yon tomonlariga to‘r chiziqlar chizilgan sterjenning deformatsiyadan oldingi holati; b) sterjenning P kuch ta‘sirida deformatsiyalangan holati.

Sterjenning bo‘ylama o‘qiga tik o‘tkazilgan to‘g‘ri chiziqlar, ko‘ndalang kesimning ko‘chish izlari hisoblanib (4.1b-rasm) ular deformatsiyadan keyin ham (2.7-rasmdagi kabi) to‘g‘ri chiziqli holatini saqlab qoladi.

Sterjenning deformatsiyagacha tekis bo‘lgan ko‘ndalang kesimlari deformatsiyadan keyin ham tekisligini saqlab qolishi rasmdan ko‘rinib turibdi. Bu holat Bernulli tomonidan qabul qilingan gipotezani o‘zida aks ettiradi. Ushbu gipotezaning qo‘llanilishi ko‘ndalang kesimda hosil bo‘ladigan kuchlanishlarning taqsimlanishini tekshirishni osonlashtiradi. Ya‘ni, sterjenning ko‘ndalang kesimida hosil bo‘luvchi normal kuchlanishlar ko‘ndalang kesim yuzasi bo‘ylab tekis taqsimlangan, ya‘ni $\sigma = \text{const}$ deb olinishiga imkoniyat yaratadi (4.2-rasm).

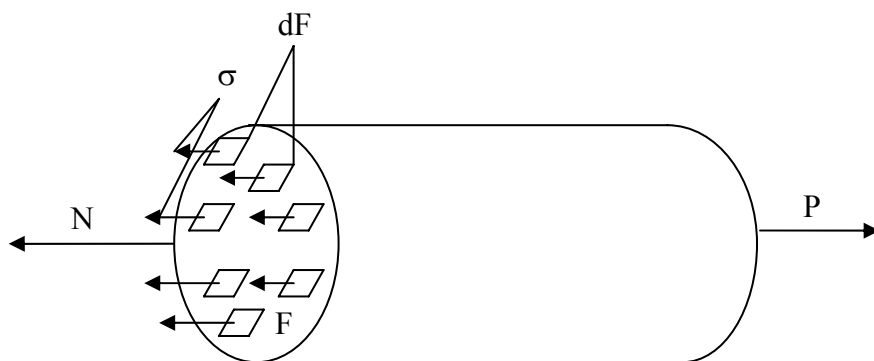
Shunga asoslanib yozishimiz mumkin:

$$P = N = \int_F \sigma dF = \sigma F$$

bundan,

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (4.1)$$

bo‘lib, bu formula cho‘zilish va siqilishda sterjen ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan normal kuchlanish σ ni aniqlash formulasi deyiladi.



4.2-rasm. Sterjen ko‘ndalang kesimida hosil bo‘luvchi bo‘ylama kuch va normal kuchlanish.

Cho‘zilish va siqilishda ichki kuch omili vazifasini bo‘ylama kuch N , ko‘ndalang kesimning geometrik xarakteristikasini esa – kesim yuzasi F bajaradi.

Cho‘zilish va siqilishga ishlayotgan sterjenlarning mustahkamligini ta‘minlash uchun sterjen ko‘ndalang kesimlarida paydo bo‘ladigan normal kuchlanish σ ruxsat etilgan normal kuchlanish $[\sigma]$ ga teng yoki undan kichik bo‘lishi kerak (I-bob, 4-§), ya’ni

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma] \quad (4.2)$$

Ushbu shart (4.2) cho‘zilish va siqilishda mustahkamlik sharti deb ataladi.

Kuchlanishlarning eng katta qiymati paydo bo‘ladigan ko‘ndalang kesim xavfli kesim deyiladi. Ko‘ndalang kesimlari o‘zgaras bo‘lgan sterjenlardagi xavfli kesimni ichki kuchlar, ya’ni N ning epyurasidan aniqlash mumkin. Chunki bu holda ichki kuchlarning eng katta qiymatiga erishgan kesim xavfli kesim bilan ustma-ust tushadi. O‘zgaruvchan kesimli, masalan pog‘onasimon sterjenlarda ichki kuchlar N epyurasidan xavfli kesimni topib bo‘lmaydi. Buning uchun sterjen uzunligi bo‘yiga normal kuchlanish σ ning epyurasini qurish kerak.

Cho‘zilish va siqilishda sterjen uzunligi bo‘yicha normal kuchlanishlar o‘zgarishini ko‘rsatuvchi grafikka normal kuchlanishning epyurasi deyiladi. Kuchlanishlar epyurasining ordinatalari bo‘ylama kuch N ordinatalarini sterjenning mos ko‘ndalang kesim yuzalariga bo‘lish yoki (4.1) orqali topiladi.

2- §. Cho‘zilish va siqilishda mustahkamlikka hisoblash

Mustahkamlik sharti (4.2) asosida konstruksiyalar elementlarining mustahkamligiga tegishli bo‘lgan 3 xil masala yechiladi, ya’ni:

I. Berilgan material va tashqi yuklanishlar asosida sterjen ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini aniqlash masalasi.

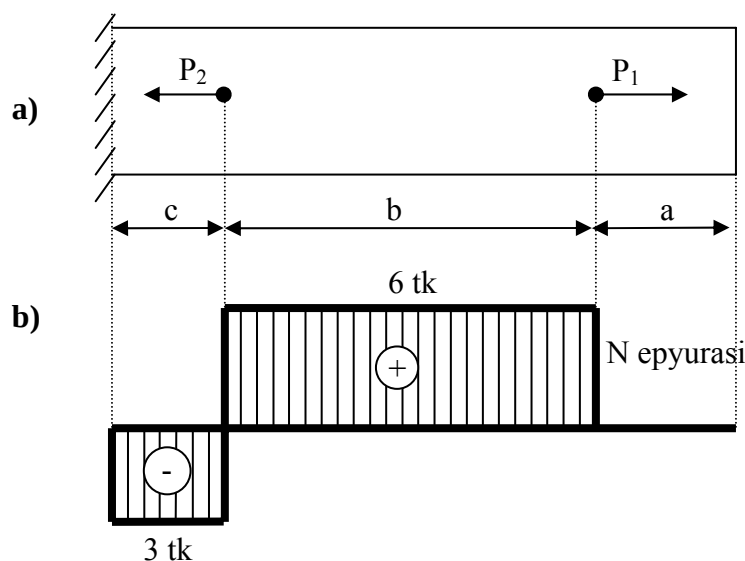
Bu holda sterjenga ta’sir qilayotgan tashqi kuch asosida N ning epyurasi quriladi va berilgan material uchun ruxsat etilgan normal kuchlanish $[\sigma]$ ning qiymati mavjud ma’lumotlar asosida olinib, sterjenning ko‘ndalang kesim yuzasi aniqlanadi, ya’ni:

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]} \quad (4.3)$$

1-misol. Ko‘ndalang kesimi doira shaklida bo‘lgan cho‘yan sterjenning diametri aniqlansin (4.3-rasm).

$$P_1 = 6 \text{ tk}, P_2 = 9 \text{ tk}, a = 0,3 \text{ m}, b = 0,7 \text{ m}, \tilde{n} = 0,2 \text{ m}$$

Avvalo 1.1-jadvaldan cho‘yan uchun ruxsat etilgan normal kuchlanishlarning qiymatlarini aniqlaymiz. $[\sigma_s] = 1200 \text{ kgk} / \text{sm}^2$, $[\sigma_{ch}] = 500 \text{ kgk} / \text{sm}^2$.



4.3-rasm. Sterjenni mustahkamlikka hisoblash:
a) berilgan sterjen; b) bo‘ylama kuch epyurasi.

Bo'ylama kuch N ning epyurasini quramiz (4.3 b-rasm).

N ning epyurasidan

$$N_s^{\max} = 6 \text{ tk}, \quad N_{ch}^{\max} = 3 \text{ tk}$$

ekanligini aniqlaymiz.

Siqilishdagi mustahkamlik shartidan

$$F_s = \frac{N_s^{\max}}{[\sigma_s]} = \frac{6000}{1200} = 5 \text{ sm}^2.$$

Cho'zilishdagi mustahkamlik shartidan

$$F_{ch} = \frac{N_{ch}^{\max}}{[\sigma_{ch}]} = \frac{3000}{500} = 6 \text{ sm}^2.$$

Aniqlangan F_s , F_{ch} yuzalardan kattasini, ya'ni $F_{ch}=6 \text{ sm}^2$ ni olamiz.

Doira uchun

$$F = \frac{\pi d^2}{4} \text{ dan,} \quad d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6}{3,14}} = 2,72 \text{ sm} \quad \text{bo'ladi.}$$

Demak, sterjenni yuzasini $F_{ch}=6 \text{ cm}^2$ deb olsak, u holda sterjenning siqilgan qismi uchun ham mustahkamlik ta'minlangan bo'lib,

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{6000}{6} = 1000 \text{ kgk / sm}^2 \leq [\sigma_s]$$

bu qism to'la yuklanmagan bo'ladi.

II. Berilgan material va ko'ndalang kesim o'lchamlar asosida sterjenning yuk ko'tarish qobiliyatini aniqlash masalasi.

Bu holda ko'ndalang kesim yuzasi F va $[\sigma]$ dan foydalanib

$$P^{\text{ruxs}} = N^{\text{ruxs}} \leq [\sigma] \cdot F \quad (4.4)$$

aniqlanadi.

Buning uchun o'zgaruvchan kesimli sterjenlarda avvalo sterjen uzunligi bo'yicha normal kuchlanish aniqlanib, uning epyurasi quriladi. Keyin N^{ruxs} qiymatlari asosida ruxsat etilgan tashqi kuch aniqlanadi.

2-misol.

Pog'onali po'lat sterjen uchun P^{ruxs} miqdori topilsin (4.4-rasm). Bu pog'onali sterjen qo'shtavr №10 va eni qo'shtavr polkasining eniga teng, balandligi esa $h=1 \text{ sm}$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli 2 ta sterjendan iborat.

$$a=60 \text{ sm}, \quad b=20 \text{ sm}, \quad c=30 \text{ sm}$$

P^{ruxs} topish uchun oldin P masshtabda N ning epyurasini quramiz (4.4a-rasm).

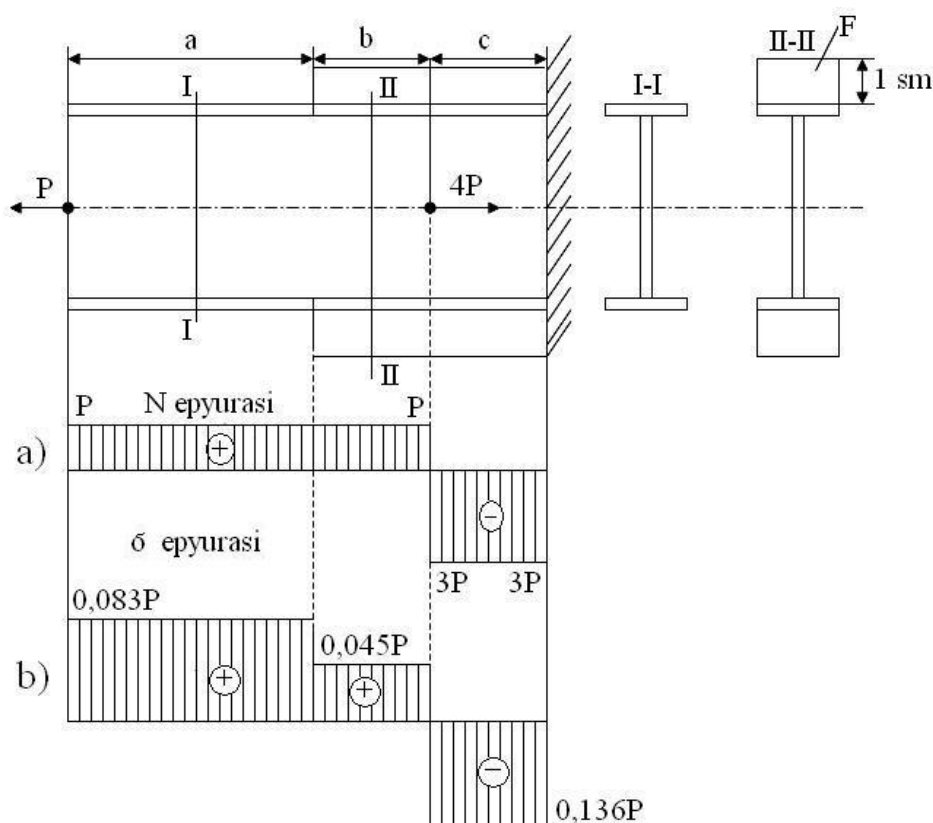
Sortamentda qo'shtavrning ko'ndalang kesim yuzasi $F_q = 12 \text{ sm}^2$, polkasining kengligi $b = 5 \text{ sm}$.

Demak, I-I kesimning yuzasi

$$F_I = 12 \text{ sm}^2$$

II-II kesimniki esa

$$F_{II} = F_I + 2F = F_I + 2 \cdot b \cdot h = 12 + 2 \cdot 5 \cdot 1 = 22 \text{ sm}^2.$$



4.4-rasm. Pog'onali po'lat sterjen uchun ruxsat etilgan kuchni aniqlash:
a) bo'ylama kuch epyurasi; b) normal kuchlanish epyurasi.

Sterjen uzunligi bo'yicha normal kuchlanish σ ning epyurasini quramiz.

Buning uchun sterjenning har bir uchustkasidagi normal kuchlanishni quyidagicha topamiz:

$$\sigma_1 = \frac{N}{F_I} = \frac{P}{12} = 0,083 P, \quad \sigma_2 = \frac{N}{F_{II}} = \frac{P}{22} = 0,045 P,$$

$$\sigma_3 = \frac{N}{F_{II}} = \frac{-3P}{22} = -0,136 P$$

Ushbu kattaliklar asosida qurilgan normal kuchlanishlarning epyurasi 4.4b-rasmda ko'rsatilgan. Po'lat uchun $[\sigma] = 1600 \text{ kgk} / \text{sm}^2$ deb olamiz.

Absolyut qiymati bo'yicha eng katta kuchlanish $\sigma_{\max} = \sigma_3 = -0,136P$ ga teng. Uni ruxsat etilgan kuchlanishga tenglab, ya'ni $\sigma_{\max} = [\sigma]$, $0,136P^{\text{ruxs}} = 1600$ topamiz.

$$P^{\text{ruxs}} = \frac{1600}{0,136} = 11800 \text{ kgk} = 11,8 \text{ tk}$$

III. Berilgan ko'ndalang kesim o'lchamlari va tashqi yuklanishlar qiymatlari asosida berilgan sterjen materialini tanlash masalasi.

Ushbu masalani yechish uchun oldin N ning epyurasi quriladi, keyin $\sigma_{\max} = N_{\max} / F$ asosida kuchlanishlarning eng katta qiymati topiladi.

3-misol. Po'lat sterjen uchun (4.5-rasm) po'latning markasi aniqlansin.

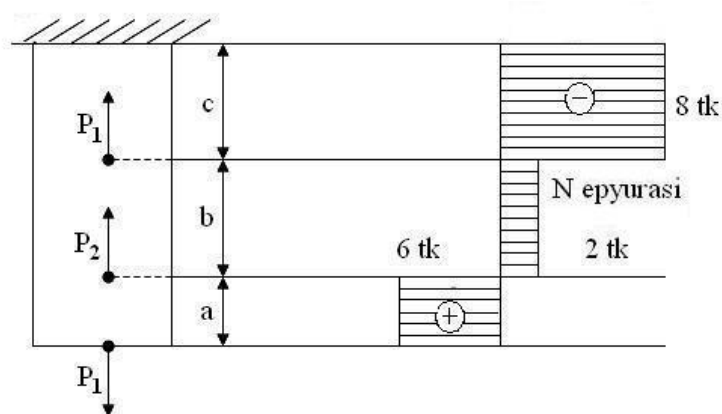
$$P_1 = 6 \text{ tk}, \quad P_2 = 8 \text{ tk}, \quad a = 2 \text{ m}, \quad b = 3 \text{ m}, \quad c = 3 \text{ m}$$

Sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi o'zgarmas va $F = 3 \text{ sm}^2$. Bu sterjen uchun bo'ylama kuch N ning epyurasini quramiz (4.5-rasm). Qurilgan epyuradan eng katta bo'ylama kuch N ning qiymatini topamiz $N_{\max} = 8 \text{ tk}$. Shunday qilib sterjenda hosil bo'ladigan eng katta kuchlanish

$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{F} = \frac{8000}{3} = 2650 \text{ kg/sm}^2$. Bu kuchlanishga oddiy po'lat St. 3 chidamaydi, chunki u uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 1600 \text{ kgk/sm}^2$ (1.1-jadvaldan).

Sterjen mustahkamligini ta'minlash uchun uni tayyorlashda yuqori sifatli po'latdan, masalan legirlangan konstruksion po'latdan $[\sigma] > 2650 \text{ kgk/sm}^2$ dan foydalanish kerak (1.1-jadval).

Odatda, masalaning bu tarzda qo'yilishi kamdan kam uchraydigan hol, chunki konstruksiyani loyihalashda material qator talablar asosida tanlanib, ularning ichiga mustahkamlik sharti ham kirib ketadi. Aslida ushbu masala amaliyotda boshqacha ko'rinishda qo'yiladi: sterjenning berilgan ko'ndalang kesim o'lchamlari va unga ta'sir qilayotgan tashqi kuchlar asosida mavjud konstruksiyaning mustahkamligini tekshirish talab qilinadi. Bu holda kuchlanishning eng katta qiymati aniqlanib, u ruxsat etilgan kuchlanish bilan solishtiriladi va konstruksiyaning mustahkamligi haqida xulosa chiqariladi.

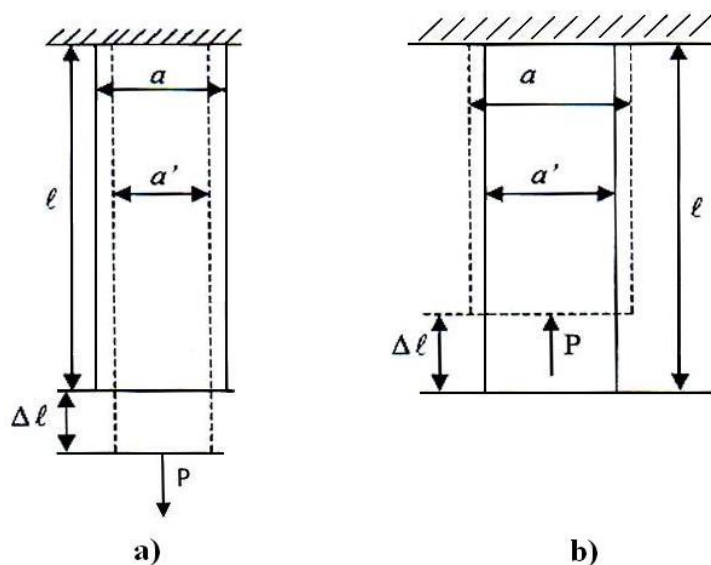


4.5-rasm. Bir uchi qistirib mahkamlangan sterjenni mustahkamlikka hisoblash.

3- §. Cho‘zilish va siqilishda deformatsiyalar

Sterjenning P kuch ta’siridagi deformatsiyalanishini sxematik ravishda (4.1-rasm) ko‘rgan edik. Uzunligi ℓ ga teng bo‘lgan markaziy P kuch ta’siridagi sterjenning deformatsiyasini tekshiradigan bo‘lsak (4.6-rasm), cho‘zilishda uning uzunligi uzayadi (4.6a-rasm), ko‘ndalang kesim o‘lchamlari esa kichrayadi, siqilishda buning aksi bo‘lib, uzunligi qisqaradi, ko‘ndalang kesim o‘lchamlari esa kattalashadi (4.6b-rasm).

Bu holda $\Delta \ell$ sterjenning absolyut bo‘ylama deformatsiyasi $a-a'$ esa sterjenning absolyut ko‘ndalang deformatsiyasi deyiladi.



4.6-rasm. Bir uchi qistirib mahkamlangan sterjenning deformatsiyasi: a) bo‘ylama deformatsiya; b) ko‘ndalang deformatsiya.

Absolyut deformatsiya uzunlik o'lchov birligida o'lchanadi. Sterjenning deformatsiyalari uning o'lchamlariga nisbatan juda kichik deb qabul qilinadi. Bu qoida boshlang'ich parametr prinsipi deb atalib, tashqi kuchlarni sterjen deformatsiyalangandan keyin ham o'zaro joylashishini o'zgarmas deb hisoblashga asos yaratadi. Cho'zilish va siqilishda hosil bo'ladigan, ko'ndalang va bo'ylama absolyut deformatsiyalarni qurollanmagan ko'z bilan kuzatish qiyin, shuning uchun ularni o'lchash uchun tenzometr deb ataluvchi maxsus asboblari ishlatiladi. Absolyut deformatsiyalar ro'y berayotgan hodisani sifatli baholash uchun yetarli emas, shuning uchun deformatsiyalarni baholash, nisbiy kattaliklar orqali amalga oshiriladi, ya'ni nisbiy bo'ylama (ε) va nisbiy ko'ndalang (ε^1) deformatsiyalar orqali.

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}, \quad \varepsilon^1 = \frac{a - a^1}{a} \quad (4.4)$$

Tajribalardan har bir material uchun nisbiy ko'ndalang deformatsiyaning nisbiy bo'ylama deformatsiyaga nisbati o'zgarmas ekanligi aniqlangan, ya'ni

$$\left| \frac{\varepsilon^1}{\varepsilon} \right| = \nu = \text{const} \quad (4.5)$$

Ushbu kattalik ν ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti yoki Puasson koeffitsienti deyilib, uning qiymati $0 \leq \nu \leq 0,5$ bo'lishi mumkin.

Har xil materiallar uchun Puasson koeffitsientining qiymatlari ma'lumotnoma jadvallarda keltirilgan bo'lib, yog'och probka uchun $\nu=0$, po'lat uchun $\nu=0,25-0,30$, suv uchun $\nu=0,5$ teng bo'ladi.

Tashqi kuchlar ta'sirida qattiq jismlarda hosil bo'ladigan deformatsiya va kuchlanishning o'zaro bog'liqlik masalasi ko'plab tadqiqotchilar tomonidan o'rganilgan. 1676-yilda R.Guk tomonidan birincha marotaba – «kuch qanday bo'lsa, cho'zilish ham shunday» bo'ladi degan faraz o'rtaga tashlanadi.

Keyingi davrlarda olib borilgan ko'plab tadqiqotlar yuklanish va deformatsiya orasida, ya'ni kuchlanish va deformatsiya o'rtasida chiziqlikka yaqin bog'lanish mavjudligini tasdiqladi.

Hozirgi davrda bu qoida – normal kuchlanish σ nisbiy bo'ylama deformatsiya ε ga to'g'ri proporsional bo'ladi deb aytilib, u quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (4.6)$$

Bu qonun (4.6) cho‘zilish va siqilishda Guk qonuni deyiladi. Bu yerda E – har bir material uchun o‘zgarmas kattalik bo‘lib, materialning deformatsiyaga moyilligini xarakterlaydi va u birinchi tartibli elastiklik moduli yoki Yung moduli deyiladi.

Elastiklik modulining o‘lchov birligi kuchlanish o‘lchov birligida bo‘lishi (4.6) ifodadan ko‘rinib turibdi, chunki ε o‘lchovsiz kattalikdir. Masalan, po‘lat uchun $E=2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2$ ga teng. Turli xil materiallar uchun elastiklik modulining qiymatlari 4.1-jadvalda keltirilgan.

Turli materiallarning elastiklik modullari

4.1-jadval

Materiallar	Elastiklik moduli E [kgk/sm ²]
Uglerodli po‘lat	$(2.0 \div 2.1) \cdot 10^6$
Legirlangan po‘lat	$(2.1 \div 2.2) \cdot 10^6$
Alyumin prokat	$6.9 \cdot 10^5$
Dyuralyumin	$7.1 \cdot 10^5$
Shisha	$5.6 \cdot 10^5$
Granit	$4.9 \cdot 10^5$
Ohak	$4.2 \cdot 10^5$
Marmar	$5.6 \cdot 10^5$
Qum	$1.8 \cdot 10^5$
Terilgan devor:	
Granitli	$(0.9 \div 1.0) \cdot 10^5$
Ohakli	$0.6 \cdot 10^5$
G‘ishtli	$(0.27 \div 0.3) \cdot 10^5$
Beton – mustahkamlik chegarasi quyidagicha bo‘lganda	
100	$(1.46 \div 1.96) \cdot 10^5$
150	$(1.64 \div 2.14) \cdot 10^5$
200	$(1.82 \div 2.32) \cdot 10^5$
Yog‘och (sosna, yel)	
tola bo‘ylab	$(1.0 \div 1.2) \cdot 10^5$
tolaga tik bo‘lganda	$(5.0 \div 10) \cdot 10^3$

Agarda elastiklik moduli ma'lum bo'lsa u holda o'zgaras bo'ylama kuch N ta'siridagi sterjen bo'laklarining absolyut cho'zilishini quyidagicha aniqlash mumkin:

$$\begin{cases} \sigma = E \cdot \varepsilon \\ \sigma = \frac{N}{F} \end{cases} \quad \text{va} \quad \varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad \text{bo'lganligidan}$$

$$\frac{N}{F} = E \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad \text{bundan,} \quad \Delta \ell = \frac{N \ell}{EF} \quad (4.7)$$

EF – sterjen ko'ndalang kesimining cho'zilish va siqilishdagi bikrligi deyiladi.

Misol. Sterjenning (4.3-rasm) absolyut deformatsiyasini toping.

Bu holda N kuchining epyurasi 3 ta bo'lakdan iborat. Sterjenning ko'ndalang kesimi yuzasi $F = 6 \text{ sm}^2$ ga teng va o'zgaras. Bu sterjenning absolyut deformatsiyasi:

$$\Delta \ell = \frac{N_1 a}{EF} + \frac{N_2 b}{EF} + \frac{N_3 c}{EF} = \frac{0 \cdot 30}{EF} + \frac{6000 \cdot 70}{EF} + \frac{(-3000) \cdot 20}{EF} = \frac{360000}{2 \cdot 10^6 \cdot 6} = 0,03 \text{ sm}$$

bo'ladi.

Epyuradan (4.3-rasm) ko'rinib turibdiki N ko'paytma bo'ylama kuch N epyurasining yuzini ifodalaydi. Demak, ko'ndalang kesim yuzasi F o'zgaras bo'lgan holda sterjenning absolyut deformatsiyasini N epyurasi yuzasini sterjen bikrligi EF ga bo'lib topish mumkin ekan. Shu bilan birga N epyurasi yuzasini, sterjen ko'ndalang kesim yuzasi F ga bo'lsak kuchlanish epyurasining yuzasi $\sigma \ell$ kelib chiqadi. Demak, ko'ndalang kesimlar yuzasi o'zgaras va pog'onali bo'lgan sterjenlar uchun absolyut deformatsiya $\Delta \ell$ miqdor jihatidan σ epyurasi yuzasining elastiklik moduli E ga bo'linganiga teng, ya'ni

$$\Delta \ell = \frac{\sum N \cdot \ell}{EF} = \frac{\sum \sigma \cdot \ell}{E} = \frac{\omega_0}{E} \quad \text{bo'ladi.}$$

Misol uchun 4.4 rasmda tasvirlangan sterjen uchun σ epyura yuzasini P kuch moduli birliklarida aniqlaydigan bo'lsak u quyidagicha bo'ladi

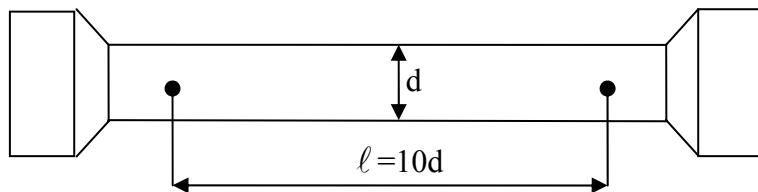
$$F_{ep} = \omega_0 = 0,083P \cdot a + 0,045P \cdot b - 0,136P \cdot c = 0,083P \cdot 60 + 0,045P \cdot 20 - 0,136P \cdot 30 = 1,86P$$

Agarda $P=11800\text{kgk}$ bo'lsa u holda

$$\Delta\ell = \frac{\omega_0}{E} = \frac{1,86 \cdot P}{2 \cdot 10^6} = \frac{1,86 \cdot 11800}{2 \cdot 10^6} \approx 0,11\text{sm} \text{ bo'ladi.}$$

4- §. Cho'zilish va siqilish diagrammalari

Konstruksiya elementlarini mustahkamlikka hisoblashda va deformatsiyalarini aniqlashda materialning mexanik xarakteristikalarini – ruxsat etilgan kuchlanishning va elastiklik modulining qiymatlari ishlatiladi. Ushbu xarakteristikalar tekshirilayotgan materialdan olingan namunalarni tajribada sinab, olingan natijalarni tahlil qilish asosida topiladi. Namunalarni tajribada sinashning eng ko'p tarqalgan usuli bu cho'zish va siqishga sinashdir. Buning uchun ma'lum miqdordagi yuklanishni berilgan tezlik bilan namunaga bera oladigan turli xildagi sinov mashinalaridan foydalaniladi. Bu holda namunaga (4.7-rasm) beriladigan zo'riqishni, sinov mashinasining turiga qarab bir necha grammdan yuzlab tonnagacha o'zgartirish mumkin.

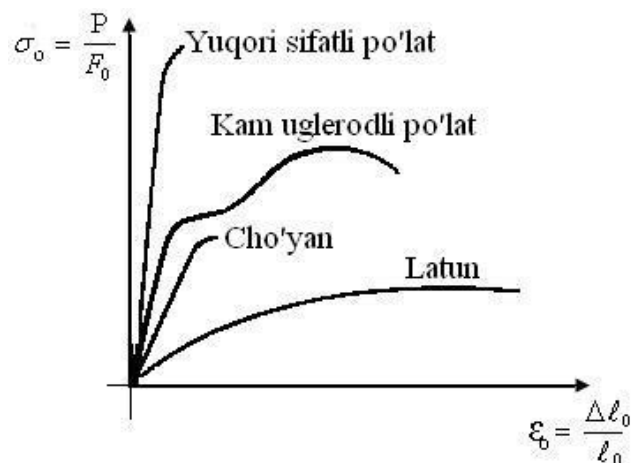


4.7-rasm. Cho'zilish deformatsiyasiga sinash uchun namuna.

Zo'riqishga mos keluvchi absolyut deformatsiyalar esa namunaga (sterjenlarga) o'rnatilgan tenzometrlar yordamida aniqlanadi. Hozirgi zamon sinov mashinalari zo'riqishga mos keluvchi deformatsiyani aniqlash bilan birga avtomatik ravishda $P = f(\Delta l)$ yoki $\sigma = f(\varepsilon)$ grafiklarini ham chizib boradi. Bu funksiya grafiklari $\sigma \sim \varepsilon$ ning shartli diagrammalari deyilib, materialning mexanik xarakteristikalarini shu diagrammalardan aniqlanadi.

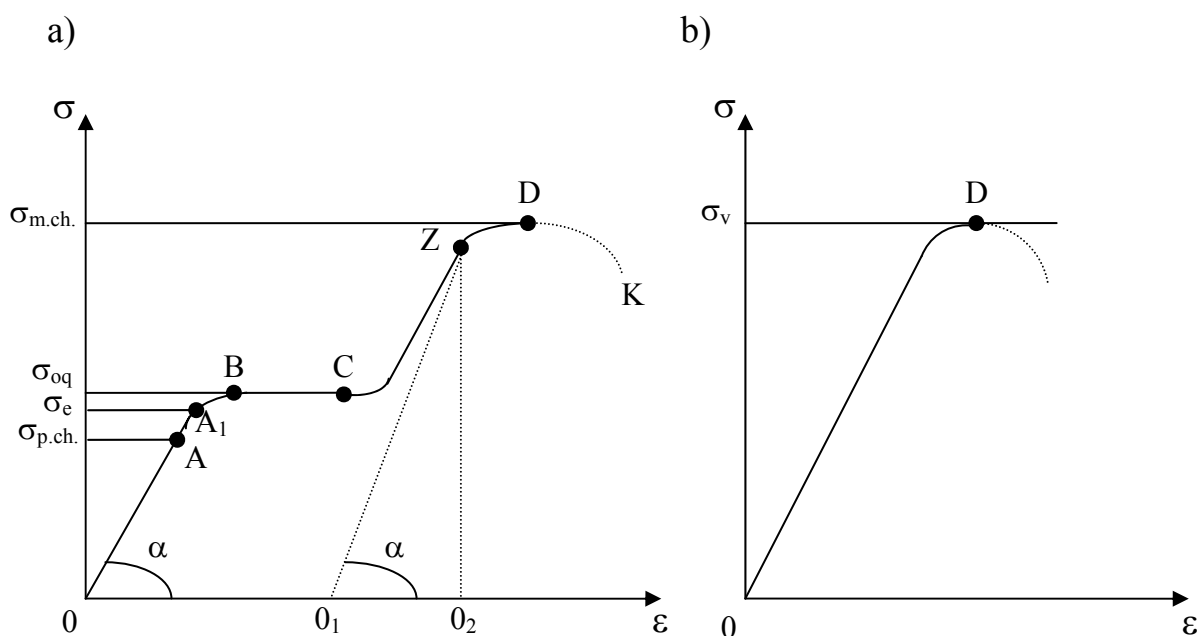
Turli xil materiallar uchun σ va ε diagrammalari 4.8-rasmda keltirilgan.

Bu yerda ℓ namunaning (sterjenning) boshlang'ich uzunligi, F – sterjenning boshlang'ich ko'ndalang kesim yuzasi. 4.8-rasmda tasvirlangan diagrammalar turli xil masshtablarda keltirilgan.



4.8-rasm. Turli materiallar uchun cho'zilish diagrammalari.

Diagrammalarning xilma-xilligi materiallarning xossalarini aniqlashda asosiy ma'lumot beruvchi manba bo'lib, ularni sinflarga ajratishda va ko'rgazmali namoyish etishda kerakli ma'lumot hisoblanadi. Odatda diagrammalar shartli ravishda plastik materiallar diagrammasi va mo'rt materiallar diagrammasiga ajratiladi. 4.9a,b-rasmlarda plastik va mo'rt materiallar uchun har xil masshtablarda qurilgan va shartli soddalashtirilgan diagrammalar keltirilgan.



4.9-rasm. Deformatsiyalanish diagrammasi:
a) plastik material; b) mo'rt material.

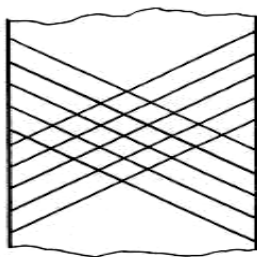
Plastik materiallar uchun $\sigma \sim \varepsilon$ diagrammasini ko'raylik (4.9a-rasm). Digamma bir qator o'ziga xos bo'laklardan iborat. OA bo'lakda

diagramma to'g'ri chiziqdan iborat. A nuqtada proporsionallik chegarasiga mos keluvchi kuchlanish $\sigma_{p.ch.}$ ning eng katta qiymati hosil bo'lib, agar kuchlanish undan ortib ketsa Guk qonuni bajarilmaydi. Kam uglerodli po'latlar uchun $\sigma_{p.ch.}$ ning qiymati taxminan 2000 kgk/sm^2 ga teng bo'ladi.

Bu holda elastiklik moduli $E = tg\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ bo'ladi. σ_e – elastiklik chegarasidagi eng katta kuchlanishni ifodalaydi. Kuchlanishning qiymati $\sigma_{p.ch.}$ dan ortishi bilan deformatsiya yuklanishdan tezroq o'sadi va diagramma A_1 nuqttagacha yuqoriga qavargan egri chiziq ko'rinishini oladi. So'ngra material xarakterida keskin o'zgarish yuz beradi va cho'zuvchi kuchning ma'lum bir qiymatida material «oqadi», bu holda deformatsiyaning ortishi uchun cho'zuvchi kuchni oshirmasa ham bo'ladi. Diagrammada gorizontaal (yoki deyarli gorizontaal) qism (B–C) hosil bo'ladi.

Yuklanish o'zgaras (deyarli o'zgaras) bo'lganda deformatsiyaning o'sishi materialning oquvchanligini ifodalaydi va bu holatga to'g'ri keluvchi kuchlanish oquvchanlik chegarasidagi kuchlanish deyilib, u σ_{oq} deb belgilanadi. Kam uglerodli po'lat uchun $\sigma_{oq} \approx 2400 \text{ kg/sm}^2$ ga teng bo'lishi mumkin.

Namuna materiali oqayotganda uning sirtida ko'proq yoki kamroq keskin ko'zga tashlanadigan darajadagi to'g'ri chiziqlar paydo bo'ladi. Bu chiziqlar «Chernov chiziqlari» yoki ba'zi hollarda «Lyuders chiziqlari» deb ataladi (4.10-rasm). Bu chiziqlar material yetarli darajada deformatsiyalanganda material zarralarining o'zaro harakatlanishi natijasida hosil bo'ladi.



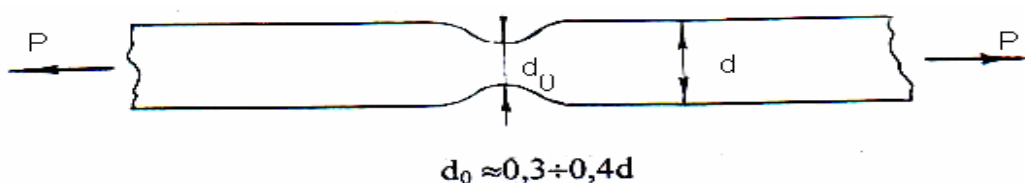
4.10-rasm. Oquvchanlik chegarasida chiziqlarning hosil bo'lishi.

Oquvchanlikdan so'ng (C nuqtadan keyin) material yana cho'zilishga qarshilik ko'rsata boshlaydi va $\Delta\ell$ ni uzaytirish uchun kuchni oshirishga to'g'ri keladi. Diagrammaning D nuqtasida kuchlanish eng katta qiymatga erishib, bu material ko'tara oladigan eng katta

yukning qiymatiga to'g'ri keladi. Bu kuchlanish $\sigma_{m.ch.}$ deb belgilanib, mustahkamlik chegarasidagi kuchlanishni ifodalaydi.

Bu vaqtdan boshlab namuna o'zini boshqacha tuta boshlaydi. Shu davrgacha cho'zilishda butun sterjen qatnashib, uni uzunligining har bir bo'lagi taxminan bir xil uzayib, ko'ndalang o'lchamlari ham bir xil qisqargan edi.

Yuklanishning qiymati D nuqtadagi qiymatga yetgan vaqtdan boshlab, deformatsiya asosan namunaning bir joyiga yig'iladi, ya'ni shu joy atrofidagi kichkina bo'lakka katta kuchlanish ta'sir qiladi. Bu holat o'sha joydagi ko'ndalang kesimning torayishiga olib kelib, «bo'yin» deb ataluvchi qism paydo bo'ladi (4.11-rasm).



4.11-rasm. Mustahkamlik chegarasidan so'ng namunada bo'yinchaning hosil bo'lishi.

Bu holda namuna deformatsiyalanuvchi qismining kichrayishi hisobiga sterjenni cho'zish uchun tobora kamroq kuch talab etiladi va nihoyat namuna K nuqtada uziladi.

Agar tajribani kuchlanish $\sigma_{p.ch.}$ ga yetmasdan to'xtatib namunadan kuchni olib tashlasak, (ya'ni yuksizlantirsak) u holda yuksizlanish ham diagramma ham shu AO chizig'i bo'yicha orqaga qaytadi. Bu holda namunadan yuk olinganidan keyin deformatsiya batamom yo'q bo'lib ketib, sterjen o'zining oldingi holatiga qaytadi. Bu sterjenning faqat elastik deformatsiyalanganligini bildiradi.

Agar namuna diagrammaning C va D nuqtalar oralig'ida yotuvchi Z nuqtasida yuksizlantirilsa, u holda yuksizlantirish natijasida diagramma OA to'g'ri chiziqqa deyarli parallel bo'lgan ZO_1 to'g'ri chiziq bo'yicha orqaga qaytadi. Bu holda namuna boshlang'ich o'lchamlariga qaytmaydi, O_1O_2 kesma elastik deformatsiyani, OO_1 kesma qoldiq deformatsiyani, OO_2 to'liq deformatsiyani ifodalaydi. Shunday OA_1 yuklanishni topish mumkinki, bunda namuna faqat elastik deformatsiyalanib, odatda diagrammaning A_1 nuqtasi A nuqtadan sal yuqoriroqda yotadi. Elastiklik chegarasida, ya'ni σ_e da deformatsiya $\varepsilon \approx 0,001-0,03\%$ ni tashkil qilishi mumkin.

Odatda A va A_1 nuqtalar shu darajada bir–biriga yaqin bo‘ladiki, elastiklik chegarasi σ_e bilan proporsionallik chegarasi $\sigma_{p.ch.}$ ko‘p hollarda ustma-ust tushishi ham mumkin. Shuning uchun material elastiklik chegarasigacha Guk qonuniga bo‘ysunadi deb hisoblanadi. Haqiqatda esa proporsionallik chegarasigacha material Guk qonuniga $\sigma=E\cdot\varepsilon$ bo‘ysunadi deyish to‘g‘riroq bo‘ladi.

Namuna uchun cho‘zuvchi kuchning eng katta qiymati OD ordinataga to‘g‘ri keladi, shuning uchun ko‘p hollarda bu kuch buzuvchi yuklanish ham deb ataladi, chunki u buzilishning boshlanishiga sababchi bo‘ladi, to‘la buzilish esa diagrammadagi yuklanish K nuqtaga yetganda hosil bo‘ladi. Eng katta yuklanish hosil qilgan D nuqtadagi kuchlanish mustahkamlik chegarasidagi kuchlanish ($\sigma_{m.ch.}$) yoki vaqtinchalik qarshilik ko‘rsatuvchi kuchlanish σ_v deb ataladi. Kam uglerodli po‘lat uchun $\sigma_{m.ch.} \approx 4000 \text{ kg/sm}^2$ ga teng bo‘lishi mumkin.

4.2-jadvalda ba’zi-bir materiallar uchun oqish chegarasidagi σ_{oq} va mustahkamlik chegarasidagi $\sigma_{m.ch.}$ kuchlanishlarning eng katta qiymatlari keltirilgan.

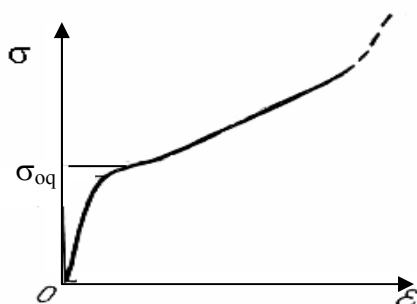
Turli materiallar uchun oquvchanlik va mustahkamlik chegaralari

4.2-jadval

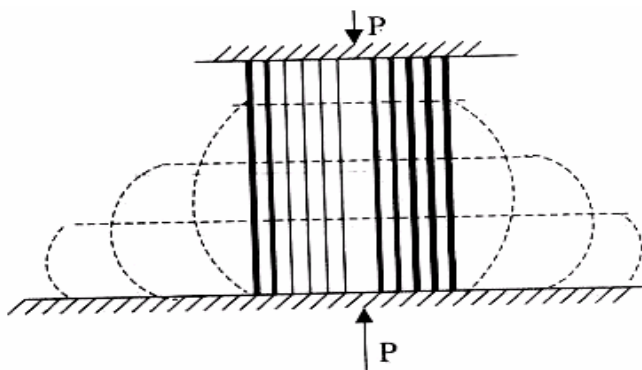
Materialning nomi	Markasi	Kuchlanishlar	
		σ_{oq} kgk/sm ²	$\sigma_{m.ch.}$ kgk/sm ²
Uglerodli po‘lat	St.3	2400	3800–4700
	St.6	3100	6000–7200
Xromli po‘lat	20X	6500	8000
Xrom-kremniy marganesli po‘lat	35XGSA	14000	16500
Dyuralyuminiy	D16	3300	4500–5000
Titan qotishmasi	VT4	7000–8000	8000–9000

4.12-rasmda plastik materiallar uchun siqilish diagrammasi $\sigma\sim\varepsilon$ keltirilgan.

Plastik materiallar uchun siqilish diagrammasi $\sigma\sim\varepsilon$ ning cho‘zilishdagi diagrammadan (4.8-rasm) farqi vaqtinchalik qarshilik ko‘rsatish nuqtasining bo‘lmasligidadir. Bu holda namunaning siqilishdagi deformatsiyasi 4.13-rasmda ko‘rsatilgan.



4.12-rasm. Plastik material uchun siqilish diagrammasi.



4.13-rasm. Namunaning deformatsiyalanishi.

Koʻndalang kesim yuzasining kattalashib borishi evaziga plastik materiallarda namunani deyarli buzib boʻlmaydi. Ammo kuchlanishning noldan σ_{oq} gacha boʻlgan qiymatlarida plastik materiallarning siqilish va choʻzilish diagrammalari bir xil boʻladi.

Bunday materiallar uchun ruxsat etilgan kuchlanishning qiymati quyidagi munosabat yordamida aniqlanadi:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{oq}}{n_1} \quad (4.8)$$

(n_1 – ehtiyotlik koeffitsienti).

Moʻrt materiallar uchun $\sigma \sim \varepsilon$ diagrammasi D nuqtada tugovchi toʻgʻri chiziqdan iborat (4.9b-rasm) boʻlib, bu nuqtadagi kuchlanishning qiymati σ_v deb belgilanib, u vaqtinchalik qarshilik koʻrsatuvchi kuchlanish deb ataladi. Moʻrt materiallarning siqilish va choʻzilishdagi diagrammalarining xarakteri bir xil boʻladi, lekin σ_v ning qiymati siqilishda choʻzilishga nisbatan ancha katta boʻladi (4.3-jadval).

Moʻrt materiallarning haqiqiy $\sigma \sim \varepsilon$ diagrammasida kuchlanish va deformatsiya oʻrtasida toʻgʻri proporsionallik bogʻlanish mavjud boʻlmasdan, u egri chiziqqa yaqin chiziqdan tashkil topgan boʻladi.

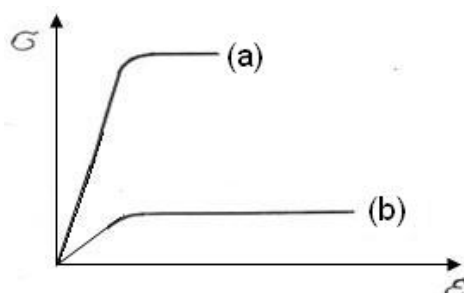
Shunday qilib, ushbu materiallar uchun elastiklik moduli E siqilish va choʻzilishda bir-biridan farq qiluvchi oʻzgaruvchan kattalik boʻladi. Lekin amaldagi kuchlanishning oʻzgarish chegarasida bu holat hisobga olinmay elastiklik modulini oʻzgarmas deb, kuchlanish bilan deformatsiya oʻrtasidagi bogʻlanishni chiziqli deb olish mumkin.

Turli materiallarning cho‘zilish va siqilishda mustahkamlik chegaralari (kgk/sm^2) da

4.3-jadval

Materialning nomi	Cho‘zilishda $\sigma_{m.ch.}$	Siqilishda σ_v
Oddiy kulrang cho‘yan	1400 ... 1800	6000... 10000
Mayda zarrali kulrang cho‘yan	2100 ... 2500	14000 gacha
Oq cho‘yan	—	17500 gacha
Bakelit	200 ... 300	800 ... 1000
Tekstolit	500 ... 1000	1500 ... 2500
Getinaks	800 ... 1000	2400 ... 3400
Qattiq polivinilxlorid (PVX, viniplast)	400 ... 500	800 ... 1000
Fenoplast FKPM–15	200 ... 250	1200 ... 1500
Granit, diabaz gneys, kvarsit	30 ... 50	1200 ... 2600
Qum tosh	20	400 ... 1500
G‘isht	—	75 ... 300
Beton	—	50 ... 350
Muz 0 dan -30^0 va undan past: chuchuk suv	—	4.5 ... 15
1 – 2% tuzli suv	—	4 ... 13,5
3 – 6% tuzli suv	—	3 ... 10,5

«Stekloplastik» materiallar mo‘rt materiallar bo‘lsa ham ular tolalari bo‘yicha tekshirilganda haqiqiy $\sigma \sim \varepsilon$ diagrammasi ideallashtirilgan diagrammalar bilan ustma-ust tushadi. Xvoyli daraxt uchun 4.14-rasmda keltirilgan diagrammada materialning anizotroplik xususiyati yaqqol ko‘zga tashlanadi: *a* – tola bo‘yicha siqilganda, *b* – ko‘ndalang siqilganda.



4.14-rasm. Xvoyli daraxt uchun siqilishda ideallashtirilgan diagramma:
a) tola bo‘yicha siqilganda; b) tolaga ko‘ndalang siqilganda.

Quruq qarag‘ay yog‘ochi uchun tola bo‘ylab siqilishdagi proporsionallik chegarasi o‘rtacha $\sigma_{p.ch.}=350 \dots 400 \text{ kgk/sm}^2$, elastiklik moduli $E=1,1 \cdot 10^5 \text{ kgk/sm}^2$ ni tashkil etadi. Tolalarga ko‘ndalang siqishda proporsionallik chegarasi taxminan $\sigma_{p.ch.}=50 \text{ kgk/sm}^2$ ni, elastiklik moduli $E=5000 \text{ kgk/sm}^2$ ni tashkil etadi. Bu materialni tolalari bo‘ylab cho‘zilishdagi proporsionallik chegarasi, siqilishdagiga nisbatan tahminan ikki marta katta. Cho‘zilishdagi elastiklik moduli siqilishga nisbatan ancha katta, ammo hisoblash ishlarida qarag‘ay yog‘ochining siqilishdagi xarakteristikalarini olinadi.

4.14-rasmdan ko‘rinib turibdiki, tolalari bo‘ylab siqilish diagrammasi $\sigma \sim \varepsilon$ mo‘rt materiallarga xos, tolalarga ko‘ndalang siqilish diagrammasi $\sigma \sim \varepsilon$ esa plastik materiallarga xosdir. Tolasimon tuzilishga ega qurilish materiali bo‘lgan daraxtlarda cho‘zilishdagi mustahkamlik siqilishdagiga qaraganda ancha kattaroq bo‘ladi.

5- §. Ruxsat etilgan kuchlanishlar

Konstruksiyaning hisoblashning asosiy maqsadi uning mustahkamligini ta‘minlashdir. Shuning uchun konstruksiya elementlarida hosil bo‘ladigan kuchlanishlar shu material uchun taalluqli bo‘lgan ruxsat etilgan kuchlanishlardan katta bo‘lmasligi kerak. Har bir material uchun bu ruxsat etilgan kuchlanishlarning qiymati $\sigma \sim \varepsilon$ diagrammasidan aniqlanadi. Diagrammaga e‘tibor beradigan bo‘lsak C nuqta $\sigma \sim \varepsilon$ diagrammasining xarakterli nuqtasi bo‘lib, σ_{oq} kuchlanishga, ya‘ni oquvchanlik chegarasiga mos keladi. Kuchlanish ushbu kattalikka yetganda konstruksiya ishiga salbiy ta‘sir ko‘rsatuvchi yetarli darajada katta deformatsiyalar hosil bo‘lishi mumkin. Shuning uchun plastik materiallar uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ ning qiymati, oquvchanlik chegarasiga mos bo‘lgan kuchlanish σ_{oq} ning, ehtiyotlik koefitsienti n_1 nisbatiga teng deb olinadi, ya‘ni:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{oq}}{n_1} \quad (4.8)$$

Diagrammada aniq ko‘zga tashlanuvchi oquvchanlik maydonchasi bo‘lmagan plastik materiallar uchun (4.8-rasm) shartli oquvchanlik chegarasi tushunchasi kiritiladi, unda qoldiq deformatsiya 0,2% gacha bo‘lgan kuchlanish qabul qilinadi. Ushbu mexanik xarakteristika $\sigma_{0,2}$ orqali belgilanadi.

Mo‘rt materiallar uchun diagrammadagi D nuqtaga to‘g‘ri keluvchi (vaqtinchalik qarshilikka mos keluvchi) kuchlanish σ_v olinib, mo‘rt materiallar uchun ehtiyotlik koeffitsienti n_2 ga bo‘linib, ruxsat etilgan kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_v}{n_2} \quad (4.9)$$

(4.8) va (4.9)dagi ehtiyotlik koeffitsientlari n_1 va n_2 lar o‘zaro teng emas. Chunki kuchlanish σ_{oq} ga yetganda material buzilmay, faqat deformatsiyasi oshadi, lekin kuchlanish σ_v ga yetganda buzilish boshlanadi. Undan tashqari ehtiyotlik koeffitsientining kattaligiga plastik va mo‘rt materiallar ishlashidagi, qator o‘ziga xos jixatlar ta’sir ko‘rsatadi. Masalan, mo‘rt materiallar zarbali yoki o‘zgaruvchi ishorali yuklanishlarga deyarli qarshilik ko‘rsatmaydi. Ehtiyotlik koeffitsient n_1 , n_2 larning qiymatlari 4.4-jadvalda keltirilgan.

Ekstremal sharoitlarda ishlovchi maxsus inshootlarni loyixalashda ehtiyotlik koeffitsientlarining qiymatlari har bir holat uchun tajriba tadqiqotlari o‘tkazilib aniqlanadi.

Ehtiyotlik koeffitsientlarining qiymatlari

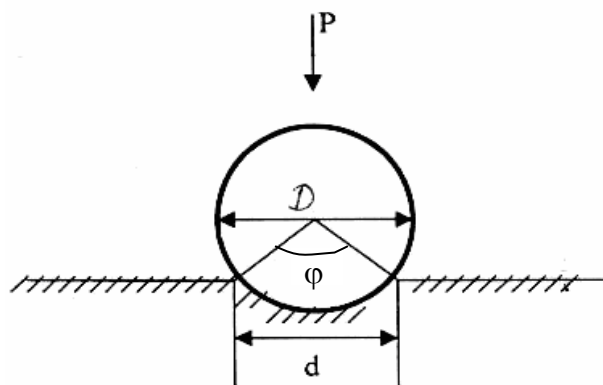
4.4- jadval

Yuklanish	Material	n_1	n_2
Statik	plastik	2.0	—
Statik	mo‘rt	—	3–9
Zarbali	plastik	2,8 – 5,0	—
Bir xil o‘zgaruvchi qiymatli (cho‘zilish-siqilishda)	plastik	5,0 – 15,0	—

6- §. Materialning qattiqligi to‘g‘risida tushuncha

Bir jismga boshqa bir jismni mexanik jihatdan kirishiga to‘sqinlik qilish xususiyati materialning qattiqligi deyiladi.

Ushbu ta’rif mustahkamlik tushunchasiga yaqin keladi, ammo u bilan bir xil emas. Bu tushuncha ko‘proq materialning lokal xarakteristikasini ifodalaydi. Jismga biror qattiq jismni bosib kiritilganda avval elastik, keyin plastik deformatsiya yuz beradi va kuchlanish oshib borgan sari mahalliy buzilishlar sodir bo‘ladi. Jismni qattiqlikka tekshirishning eng ko‘p tarqalgan usuli Brinell va Rokvell usullaridir.



4.15-rasm. Brinell usuli bilan material qattiqligini aniqlash.

Birinchisida materialga diametri 10 mm li po‘lat sharcha, ikkinchisida esa olmos piramida bosib kirgiziladi. Birinchi usul yumshoqroq materiallar uchun, ikkinchisi esa qattiq materiallarda qo‘llaniladi.

Brinell bo‘yicha tajribalar o‘tkazilganda (4.15-rasm) materialning qattiqligi sharcha izi o‘lchamlari asosida aniqlanadi, ya’ni bosayotgan kuchning sharcha sirti (chuqurchasini) iziga nisbatiga teng deb olinadi, ya’ni

$$H_B = \frac{P}{F_{ch}} \text{ kgk / sm}^2 \quad (4.10)$$

$$F_{ch} = \frac{\pi D}{2} \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right).$$

Bu yerda H_B – Brinell bo‘yicha qattiqlik,

F_{ch} – sharcha chuqurchasining yuzasi,

D – sharcha diametri,

d – sharcha izi aylanasi diametri.

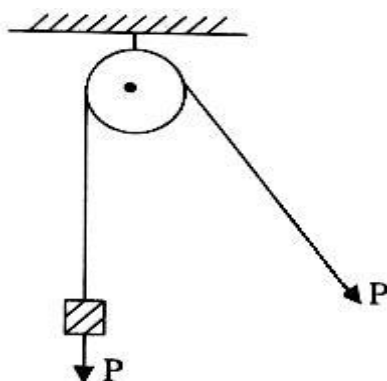
Konstruksiyanı buzmasdan uning mustahkamligini materialni qattiqlikka tekshirib, ya’ni $\sigma \sim H_B$ bog‘lanishni qurish asosida konstruksiya mustahkamligi to‘g‘risida xulosa chiqarish mumkin. Shuning uchun bu usul materiallarni buzmay sinash usuliga kiradi. Ta’sir etuvchi P kuch bu holda statik yoki dinamik (zarbali) ko‘rinishda bo‘lishi mumkin.

Sharchani jismga botirishdan hosil bo‘lgan deformatsiya ezilish deformatsiya deyiladi, ezilishdagi kuchlanishlarni aniqlash chegaraviy masalalar sinfiga kiradi.

7- §. Egiluvchan iplar

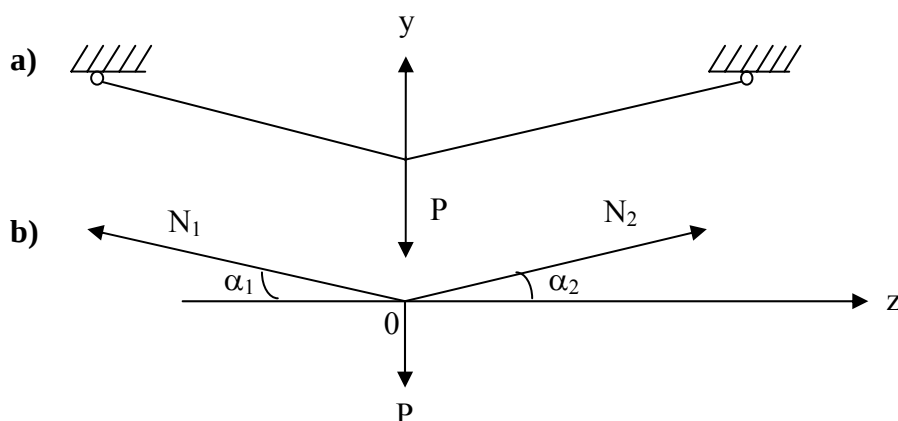
Faqat choʻzilishga ishlovchi maxsus elementlardan biri egiluvchan iplardir. Ularga troslar, zanjirlar, arqonlar, elektr uzatish liniyalarining egiluvchan iplari kiradi. Vertikal holatda joylashgan iplarning hisobi, oddiy sterjenlarning choʻzilishga hisoblashdan farq qilmaydi (4.16-rasm). Egiluvchan gorizontal joylashgan iplarda 2 ta hol boʻlishi mumkin:

1. Egiluvchan ipga kattaligi ip ogʻirligiga nisbatan ancha katta boʻlgan bir nuqtada taʼsir etuvchi kuch qoʻyilgan hol.
2. Egiluvchan ipga tekis taqsimlangan kuch qoʻyilgan hol, bu xususiy holda ipning oʻzini ogʻirlik kuchi boʻlishi mumkin.



4.16-rasm. Blok yordamida yuqoriga osilgan yukning hisobi.

Birinchi holda (4.17a-rasm) ipning chap va oʻng taraflaridagi zoʻriqish kuchlari nomaʼlum boʻladi.



4.17-rasm. Egiluvchan iplar hisobi:
a) berilgan sistema; b) hisob sxemasi.

Tugun uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz:

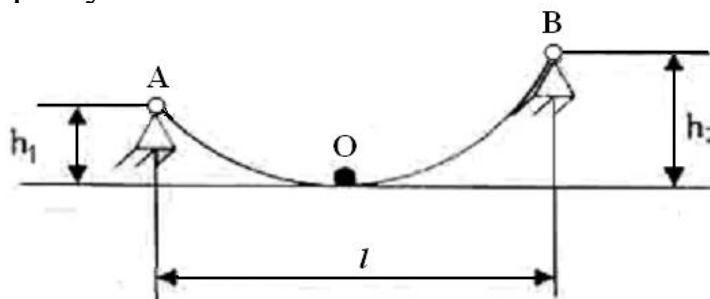
$$\sum Z = -N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 = 0,$$

$$\sum Y = N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - P = 0.$$

Ushbu tenglamalarni birgalikda yechib H_1 va H_2 zo'riqish kuchlari topiladi, ular orqali σ_1 va σ_2 kuchlanishlar aniqlanadi va ruxsat etilgan kuchlanishlar bilan solishtirib konstruksiya mustahkamligi tekshiriladi.

Ikkinchi holda masala biroz murakkablashadi. Ikkita tayanchga osilgan o'zgarmas kesimli egiluvchan ip berilgan bo'lsin (4.18-rasm).

Egiluvchan ip xususiy og'irligi ta'sirida AOB egri chiziq bo'ylab osilib turadi. Uning AB gorizontal proeksiyasi ℓ quloch deyilib, A va B nuqtalardan ipning eng quyi O nuqtasigacha bo'lgan vertikal masofalar h_1 , h_2 osilish o'qi deyiladi.



4.18-rasm. Ikkita tayanchda osilgan o'zgarmas kesimli egiluvchan ip.

Egiluvchan iplarni hisoblashda tekis taqsimlangan kuchlar uning uzunligi bo'ylab emas, balki AB quloch bo'ylab taqsimlangan deb olinadi. Bu hol hisoblashlarni soddalashtiradi, chunki bunda AOB egri chiziq bo'ylab kuchni taqsimlanishi zanjirli chiziq emas balki parabola iborat bo'ladi.

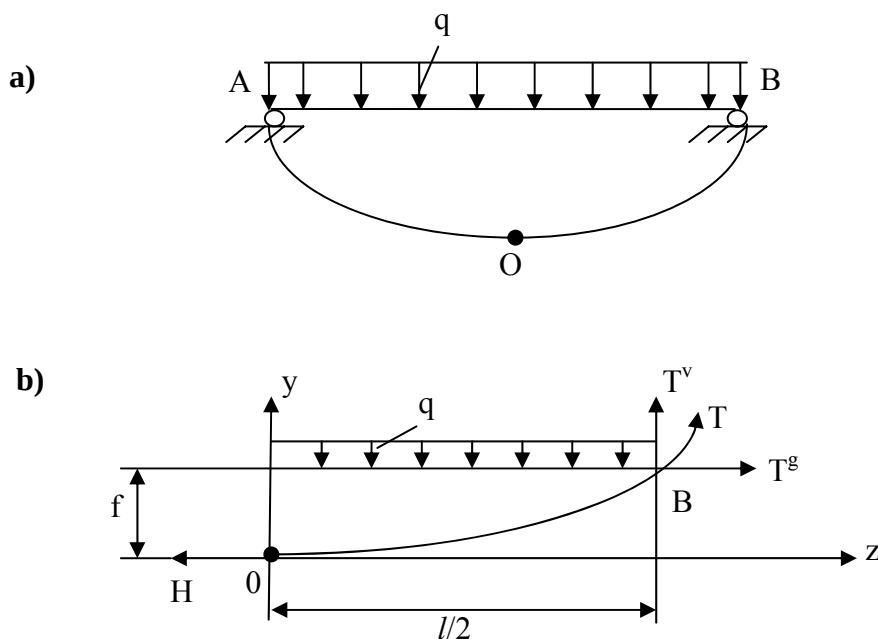
Ushbu hol h_1 va h_2 ning quloch ℓ ga nisbatan katta bo'lmagan qiymatlari uchun o'rinli bo'ladi xolos.

A va B nuqtalar bir xil darajada yotgan amaliy holni ko'raylik (4.19a,b-rasm).

Bu yerdagi q ning miqdoriga ipning xususiy og'irligi bilan birga boshqa tekis taqsimlangan kuchlar ham kirishi mumkin. Egiluvchan ip AOB ning amaldagi uzunligi (L), AB quloch uzunligi « ℓ » dan ortiq bo'ladi, ya'ni

$$L = l \left(1 + \frac{8f^2}{3l^2} \right) \quad (4.11)$$

Odatda L va l orasidagi farq 2 – 5% ni tashkil etganligi sababli, uni hisobga olish uchun xususiy og‘irlik q ni hisoblash ishlarini bajarganda ma’lum koeffitsientga, ya’ni $\kappa = 1,1$ ga ko‘paytirish kifoyadir.



4.19-rasm. Tayanchlar bir to‘g‘ri chiziqda yotgan hol uchun egiluvchi kuchlar hisobi:

a) berilgan sistema; b) ajratilgan kesim.

Sanoq boshini O nuqtada olamiz. Ipni O va B nuqtalaridan ikkita kesim o‘tkazib kesib olamiz. Kesib olingan bo‘lak muvozanatini tekshiramiz (4.19b-rasm). Bunda momentni B nuqtaga nisbatan olamiz.

$$\left. \begin{aligned} \sum \dot{I}_B &= Hf - q \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\ell}{4} = 0, & H &= \frac{q\ell^2}{8f} \\ \sum Y &= T^v - q\ell/2 = 0, & T^v &= q\ell/2 \\ \sum Z &= -H + T^g = 0, & T^g &= H \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

$$\dot{O} = \sqrt{(\dot{O}^v)^2 + \dot{I}^2} = \sqrt{\left(\frac{q\ell}{2} \right)^2 + \left(\frac{q\ell^2}{8f} \right)^2} \quad (4.13)$$

Demak, eng katta cho‘zuvchi ichki kuch $N_{max} = T$, tayanchdagi kesimda hosil bo‘lar ekan. Odatda, l ga nisbatan f ni ancha kichikligini e‘tiborga olib, T^v hisob ishlarida inobatga olinmaydi, shuning uchun

$$N_{max} \approx H = ql^2/8f \quad (4.14)$$

Shunday qilib ichki cho‘zuvchi kuch N ko‘p jihatdan ipning solqiligi f ga bog‘liq bo‘lib, uning oshishi bilan N kamayar ekan.

Egiluvchan ipning mustahkamlik shartini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{ql^2}{8fF} \leq [\sigma] \quad (4.15)$$

Bu (4.15) formuladan foydalanib, agarda simlarning solqiligi ma‘lum bo‘lsa ularning mustahkamligi baholanadi yoki simlarning solqiligini aniqlash mumkin, ya‘ni:

$$f = \frac{ql^2}{8F[\sigma]}$$

Misol. Misdan yasalgan diametri $d=20 \text{ mm}$, qulochi $l=100 \text{ m}$, solqiligi $f=8 \text{ m}$ bo‘lgan simning mustahkamligi tekshirilsin.

Misning solishtirma og‘irligi $\gamma=8,9 \text{ tk/m}^3$ bo‘ladi.

Simning xususiy og‘irligi, taqsimlangan kuch q ni beradi, ya‘ni

$$q = \gamma F = \gamma \frac{\pi d^2}{4} = 8,9 \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} = 0,00279 \text{ tk/m}$$

So‘ngra q ni $k=1,1$ koeffitsientga ko‘paytirib $q_t=q \cdot k=0,003 \text{ tk/m}$ ni topamiz. (4.12) formuladan foydalanib kuchni gorizontal tashkil etuvchisini topamiz:

$$H = \frac{q_t \ell^2}{8f} = \frac{0,003 \cdot 100^2}{8 \cdot 8} = 0,480 \text{ tk} = 480 \text{ kgk}$$

Kuchning vertikal tashkil etuvchisi

$$\dot{O}^v = \frac{q_t \ell}{2} = \frac{0,003 \cdot 100}{2} = 0,15 \text{ tk} = 150 \text{ kgk}$$

Eng katta cho‘zuvchi kuch

$$\dot{O} = \sqrt{H^2 + (\dot{O}^v)^2} = \sqrt{480^2 + 150^2} = 500 \text{ kgk}$$

yoki

$$N_{max} \approx T = 500 \text{ kgk}$$

Simning ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan kuchlanish

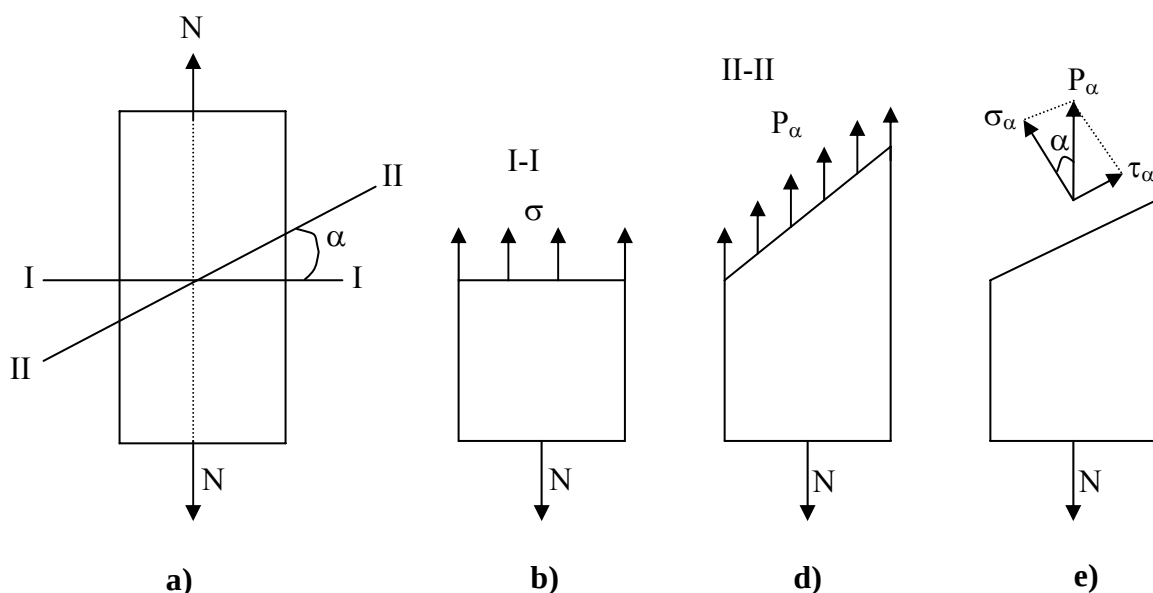
$$\sigma = \frac{N_{max}}{F} = \frac{500 \cdot 4}{3,14 \cdot 2^2} = 158 \text{ kgk/sm}^2 \text{ bo‘ladi.}$$

Mis uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]=300\div1200\text{ kg/sm}^2$ ga teng (1.1-jadvaldan). Demak simning mustahkamligi ta'minlangan.

Murakkab hollarda, masalan tayanchlar turli balandlikda joylashganda, muzlashni, shamol ta'sirini va harorat o'zgarishini hisobga olgan hollarda hisoblash ishlari maxsus formulalar va jadvallar yordamida amalga oshiriladi.

8- §. Qiya kesimlarda hosil bo'ladigan kuchlanishlar

Shu paytgacha ko'rilgan sterjenlarning cho'zilish yoki siqilishida faqat sterjen ko'ndalang kesimida paydo bo'ladigan normal kuchlanish σ tekshirildi. Endi ko'ndalang kesimga nisbatan α burchak ostidagi qiya kesimlarda hosil bo'ladigan kuchlanishlarni ko'ramiz (4.20-rasm).



4.20-rasm. Qiya kesimlardagi kuchlanish:

a) kesimlarning ko'rinishi; b) I-I kesimdagi kuchlanish; d) II-II kesimdagi kuchlanish; e) qiya kesimdagi normal va urinma kuchlanishlar.

Yuqorida ta'kidlab o'tilganidek (4.1) ko'ndalang kesimda tekis taqsimlangan $\sigma = \frac{N}{F}$ kuchlanish hosil bo'lar edi (4.20b-rasm).

Agarda F_α – qiya tekislik ko'ndalang kesimining yuzasi bo'lsa, u holda bo'ylama kuchlanish P_α ni qiya kesim bo'ylab tekis taqsimlangan kuchlanish deb qarasak, u holda $P_\alpha = \frac{N}{F_\alpha}$ (4.20d-rasm) deb faraz

qilishimiz mumkin. Qiya kesim yuzasi $F_\alpha = \frac{F}{\cos \alpha}$, bo'lgan uchun $P_\alpha = \frac{N \cos \alpha}{F} = \sigma \cos \alpha$ bo'ladi.

Qiya kesimdagi to'la kuchlanish P_α ni normal σ_α va urinma τ_α kuchlanishlarga ajratsak (4.20e-rasm) u holda

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= P_\alpha \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_\alpha &= P_\alpha \sin \alpha = \sigma \cos \alpha \sin \alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

Demak, (4.16) ifodadan ko'rinadiki, cho'zilgan yoki siqilgan sterjenning qiya kesimlarida bir paytning o'zida ham normal σ_α ham urinma τ_α kuchlanishlar hosil bo'lib, ularning kattaliklari α burchak bilan aniqlanuvchi kesim holatiga bog'liq ekan.

(4.16) formulalarni tahlil qilsak, $\sigma_\alpha^{\max}$ ifoda $\alpha=0$ bo'lgandagi sterjen ko'ndalang kesimda hosil bo'ladi. Bu kesimda urinma kuchlanish $\tau_\alpha = 0$ bo'ladi. Urinma kuchlanishning esa eng katta qiymatiga $2\alpha = 90^\circ$, yoki $\alpha = 45^\circ$ bo'lgan ko'ndalang kesimda hosil bo'lib, uni bu kesimdagi qiymati $\tau_\alpha = 0,5\sigma$ bo'ladi. Agar $\alpha = 90^\circ$ bo'lsa, ya'ni kesim sterjen o'qiga parallel bo'lsa $\sigma_\alpha = 0$ va $\tau_\alpha = 0$ bo'lib, sterjenning cho'zilish va siqilishida tekis kesim gipotezasini qo'llash mumkinligini tasdiqlaydi.

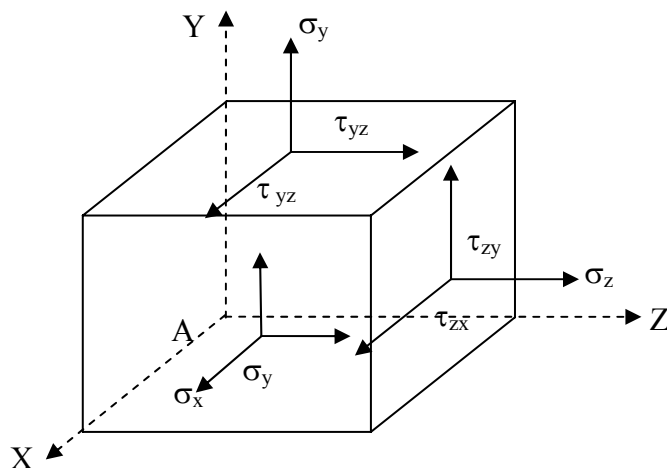
Olingan natijalardan ko'rinib turibdiki, sterjenda hosil bo'ladigan kuchlanishlarning turi va kattaliklari kesim holatining ta'sir qilayotgan kuchga nisbatan joylashishiga bog'liq ekan.

Biror nuqta orqali o'tuvchi barcha kesimlardagi urinma va normal kuchlanishlar to'plamiga nuqtaning kuchlanish holati deyiladi. Kuchlanish holatini tadqiq etish, hosil bo'lishi mumkin bo'lgan kuchlanish turlarini aniqlash, ularning materiallar mustahkamligiga ta'sirini o'rganish «Elastiklik nazariyasi» kursida to'la o'rganiladi.

V bob
NUQTANING KUCHLANISH HOLATI

1- §. Kuchlanish holatining turlari

Sterjen kesimlarida hosil bo‘ladigan kuchlanishlarning miqdori va turi kesimning tashqi yuklamaga nisbatan joylashishiga bog‘liq bo‘lib, nuqtadan o‘tuvchi kesimlardagi barcha normal va urinma kuchlanishlar birgalikda nuqtaning kuchlanish holatini ifodalaydi. Kuchlanish holatini tekshirish uchun ko‘rilayotgan nuqta atrofidan 6 ta kesim o‘tkazib to‘g‘ri burchakli elementar parallelepiped ajratamiz (5.1-rasm). Parallelepipedning barcha qirralari A nuqtadan o‘tgani uchun, uning o‘lchamlari kichraytirilsa u shu nuqtaga intiladi. Bu holda kesishuvchi tekisliklardagi kuchlanishlarni, tekshirilayotgan nuqtaga ta’sir qilayotgan kuchlanishlar deb qarash mumkin.



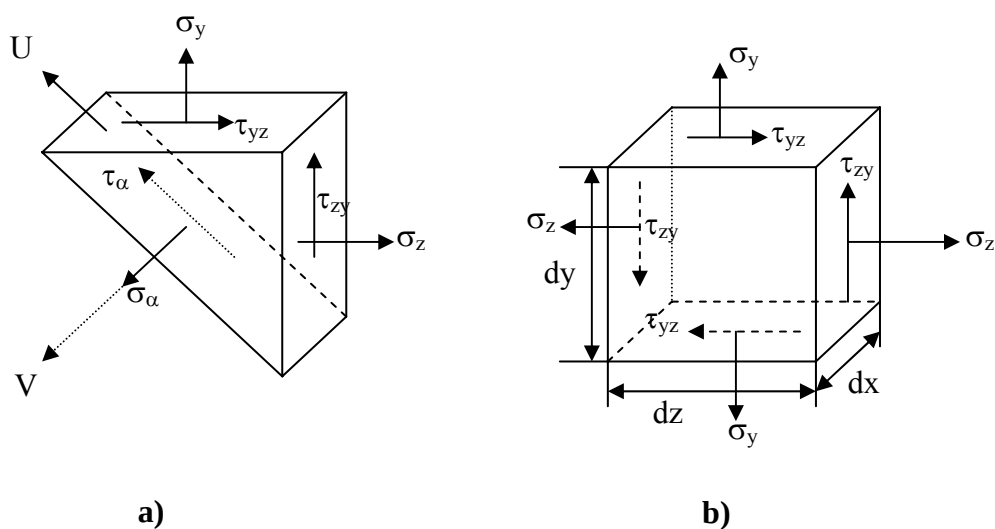
5.1-rasm. Element tomonlariga ta’sir etayotgan kuchlanishlar.

Kesishuvchi yuzachalarda hosil bo‘layotgan to‘la kuchlanishni 3 ta tashkil etuvchilarga, ya’ni – bittasi yuzachaga normal bo‘lgan – normal kuchlanishga, ikkitasini esa kesim tekisligida yotuvchi urinma kuchlanishlarga ajratish mumkin. Normal kuchlanishlarni mos x , y , z o‘qlari bo‘yicha σ_x , σ_y , σ_z harflari bilan belgilaymiz (5.1-rasm). Urinma kuchlanishlarni ikkita indeksli (τ) harfi bilan belgilaymiz.

Birinchi indeks yuzachaning qaysi o'qqa perpendikulyarligini ko'rsatsa, ikkinchisi τ vektor yo'nalishini ko'rsatadi. O'qlarning musbat yo'nalishini an'anaviy ravishda olamiz (5.1-rasm).

Cho'zuvchi σ kuchlanishlarni musbat, siquvchi σ kuchlanishlarni manfiy deb olamiz. Urinma τ kuchlanishlarning ishorasi biz ko'rayotgan masalalarda uncha ahamiyatga ega emas.

Cheksiz kichik elementning qirralarida (nuqtadan o'tuvchi o'zaro tik 3 ta tekisliklarda) hosil bo'ladigan kuchlanishlar 5.2a rasmda ko'rsatilgan. Elementning ko'rinmayotgan qirralarida ham huddi shunday qarama-qarshi yo'nalgan kuchlanishlar hosil bo'ladi.



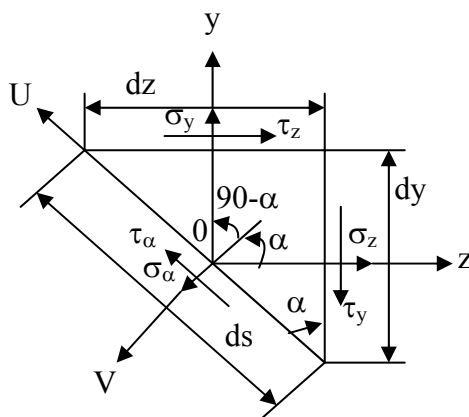
5.2-rasm. Tekis kuchlanish holati:

a) tekis kuchlanish holatida qiya kesimdagi kuchlanishlar; b) tekis kuchlanish holatidagi elementar parallelepiped.

Agar ko'rilayotgan nuqta atrofidan shunday parallelepiped ajratish mumkin bo'lsaki, uning barcha qirralarida kuchlanishlar mavjud bo'lsa, bunday kuchlanish holati hajmiy kuchlanish holati deyiladi (5.1-rasm). Agar ajratilgan parallelepipedning ikkita qarama-qarshi qirralari kuchlanishdan xoli bo'lsa, bunday kuchlanish holati tekis (5.2b-rasm), to'rtta qarama-qarshi qirralari kuchlanishdan holi bo'lsa chiziqli kuchlanish holati deb ataladi. Masalan: suvning gidrostatik bosimi ostidagi jismda fazoviy kuchlanish holati hosil bo'ladi. Materiallar qarshiligida hajmiy kuchlanish holati deyarli amalda ko'rilmaganligi uchun, tekis kuchlanish holatini tekshiramiz. Chiziqli kuchlanish holat esa tekis kuchlanish holatining xususiy holidan kelib chiqadi. Tekis

kuchlanish holatida kuchlanishlarni quyidagicha, faqat bitta indeks orqali ham belgilash mumkin, ya'ni $\tau_y = \tau_{zy}$, $\tau_z = \tau_{yz}$ deb.

Tekis kuchlanish holatida bo'lgan elementar prizmaning (5.2a-, 5.3-rasmlar) muvozanatini ko'ramiz.



5.3-rasm. Tekis kuchlanish holatidagi elementar prizma.

5.3-rasmda barcha kuchlanishlarning musbat yo'nalishlari ko'rsatilgan. Prizmaning o'lchamlari kichik bo'lganligi uchun kuchlanishlar uning qirralari bo'ylab tekis taqsimlangan deb qaraymiz, ya'ni qirraga ta'sir etuvchi kuch kuchlanishning qirra yuzachasiga ko'paytmasiga teng.

Statikaning muvozanat tenglamalariga asosan prizмага (5.3-rasm) ta'sir qilayotgan barcha kuchlardan U va V o'qlariga proeksiyalar olib, ularning yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$\sum U = \tau_{\alpha} ds \cdot dx - (\sigma_z \cdot dy \cdot dx + \tau_z \cdot dz \cdot dx) \cos \alpha - (\sigma_y \cdot dz \cdot dx - \tau_y dy \cdot dx) \cos(90^\circ - \alpha) = 0 \quad (5.1)$$

$$\sum V = \tau_{\alpha} ds \cdot dx - (\sigma_z \cdot dy dx + \tau_z \cdot dz dx) \sin \alpha + (\sigma_y \cdot dz \cdot dx - \tau_y dy \cdot dx) \sin(90^\circ - \alpha) = 0 \quad (5.2)$$

Bu yerda $ds = dy / \cos \alpha$

O nuqtaga nisbatan momentlar yig'indisini olib uni ham nolga tenglaymiz

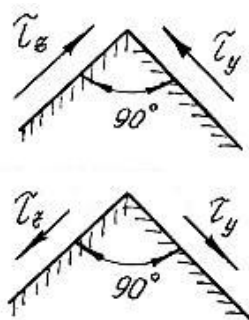
$$\sum M_0 = \tau_y dy \cdot dx \cdot \frac{dz}{2} + \tau_z \cdot dz \cdot dx \cdot \frac{dy}{2} = 0 \quad (5.3)$$

Bundan

$$\tau_y = -\tau_z \quad (5.4)$$

kelib chiqib, bu tenglik urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniyati deyiladi.

(5.4) tenglik o'zaro tik yuzachalarda hosil bo'luvchi urinma kuchlanishlar miqdor jihatidan teng, yo'nalish jihatidan qarama-qarshi ekanligini isbotlaydi (5.4-rasm).



5.4-rasm. Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni.

(5.1) va (5.2) tengliklarni ixchamlasak quyidagi munosabatlar hosil bo'ladi:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_z \sin 2\alpha \quad (5.5)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_z \cos 2\alpha. \quad (5.6)$$

Hosil bo'lgan (5.5) va (5.6) ifodalar, agar o'zaro tik ikkita yuzachada σ_x , σ_y , τ_z qiymatlari ma'lum bo'lsa berilgan nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy yuzachada hosil bo'ladigan σ_{α} va τ_{α} kuchlanishlarni topish imkoniyatini beradi. Bu yerdagi z , y o'qlarining yo'nalishlari ixtiyoriy bo'lishi mumkin.

Qiya yuzachaga tik bo'lgan, ya'ni $\alpha+90^0$ burchakka burilgan yuzachadagi normal kuchlanishni (5.5) formulaga asosan topsak

$$\sigma_{\alpha+90} = \sigma_z \cos^2(\alpha+90^0) + \sigma_y \sin^2(\alpha+90^0) + \tau_z \sin 2(\alpha+90^0) \quad (5.7)$$

bo'ladi.

Yuqoridagi (5.5) bilan (5.7) ni qo'shib quyidagini hosil qilamiz:

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\alpha+90} = (\sigma_z + \sigma_y) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

ya'ni

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\alpha+90} = \sigma_z + \sigma_y = \text{const.} \quad (5.8)$$

Natijada tekshirilayotgan nuqtadan o'tuvchi tik yuzachalardagi normal kuchlanishlarning yig'indisi o'zgarmas miqdor ekanligi isbotlandi. Berilgan α burchakning o'zgarishi bilan har bir qiya yuzachadagi normal kuchlanishning qiymati ham o'zgaradi. Demak, shunday o'zaro tik yuzachalar mavjud bo'lishi kerakki, ularning birida normal kuchlanish eng katta, ikkinchisida esa eng kichik qiymatga ega

bo‘ladi. Bu yuzachalar bosh yuzachalar deyilib, unda hosil bo‘lgan kuchlanishlar esa bosh kuchlanishlar deb ataladi (Shunday natija tekis kesimlarning inersiya momentlarida ham olingan edi).

2- §. Bosh yuzalar va bosh kuchlanishlar

Muhandislik konstruksiyalarini hisoblaganda nuqta orqali o‘tgan barcha yuzalarda hosil bo‘ladigan kuchlanishlarni bilish shart emas, faqat kuchlanishlarning eng katta va kichik qiymatlarini aniqlash yetarli. Shuning uchun bosh kuchlanishlarni va bu kuchlanishlar hosil bo‘layotgan bosh yuzalarni aniqlash asosiy masalalardan biri bo‘ladi.

Tekshirilayotgan nuqtadan o‘tuvchi bosh yuzachalar σ_z , σ_y kuchlanishga ega bo‘lgan yuzachalarga nisbatan α burchakka burilgan bo‘lsin. Ixtiyoriy qiya yuzada hosil bo‘ladigan kuchlanish σ_α ni α burchak funksiyasi ((5.5)ga asosan) deb qarab, α bo‘yicha birinchi tartibli hosila $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha}$ olamiz va uni nolga tenglaymiz:

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = -\sigma_z 2\sin\alpha\cos\alpha + \sigma_y 2\sin\alpha\cos\alpha + \tau_z 2\cos 2\alpha = -(\sigma_z - \sigma_y)\sin 2\alpha + 2\tau_z \cos 2\alpha = 0 \quad (5.9)$$

Bu ifodani ixchamlab $\alpha = \alpha_0$ desak, u holda

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_z}{\sigma_z - \sigma_y} \quad \text{bo‘ladi.} \quad (5.10)$$

Bu yerda, α_0 – bosh yuzalarning σ_z va σ_y kuchlanishlar ta’sir qilayotgan yuzalarga nisbatan buralishini ifodalovchi burchak.

Shuni e’tiborga olish lozimki, $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha}$ ifoda (5.6) τ_α ni ikkilanganiga teng.

Agar (5.6) bilan (5.9) solishtirsak $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 2\tau_\alpha = 0$ ekanligi kelib chiqadi. Bu esa o‘z navbatida bosh yuzalarda urinma kuchlanishlarning nolga teng bo‘lishini ko‘rsatadi.

Bosh yuzalar holatini aniqlash uchun, agar $\alpha_0 > 0$ bo‘lsa σ_z va σ_y kuchlanishlar ta’sir qilayotgan yuzalarni soat strelkasiga qarshi α_0 burchakka burish kerak, agar $\alpha_0 < 0$ bo‘lsa soat strelkasi bo‘yicha α_0 burchakka burish kerak bo‘ladi. Bu burchak qiymati $\alpha_0 = (-45^\circ, 45^\circ)$ bo‘lishi mumkin. Bosh kuchlanishlar, ya’ni $\sigma_{\max} = \sigma_1$ va $\sigma_{\min} = \sigma_2$

qiymatini aniqlash uchun (5.5) va (5.10) lardan foydalanib quyidagi formulani keltirib chiqarish mumkin

$$\sigma_{\min}^{\max} = \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_z^2}. \quad (5.11)$$

$\sigma_{\max}$ kuchlanish ta'sir qilayotgan bosh yuza holatini aniqlash uchun katta qiymatli σ_z yoki σ_y ta'sir qilayotgan yuzani α_0 burchakka burish kerak, ya'ni shu yuzaga ta'sir qilayotgan urinma kuchlanish elementar parallelepiped markaziga nisbatan qaysi yo'nalishda aylantirishga harakat qilayotgan bo'lsa, shu yo'nalishda burish kerak.

$\sigma_{\max}$ ta'sir qilayotgan bosh yuza aniqlangandan so'ng unga tik bo'lgan $\sigma_{\min}$ kuchlanishli ikkinchi bosh yuza osonlik bilan topiladi.

3- §. Ekstremal urinma kuchlanishlar

Bosh yuzalarda urinma kuchlanish τ_z ning nolga teng bo'lishini aniqlab oldik. Endi urinma kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari hosil bo'ladigan yuzalarni aniqlash kerak bo'ladi. Buning uchun τ_α ni α burchakni funksiyasi (5.6) deb, birinchi tartibli hosila $\left(\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha}\right)$ ni olib, uni nolga tenglaymiz

$$\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} = (\sigma_z - \sigma_y) \cos 2\alpha + 2\tau_z \sin 2\alpha = 0.$$

Bundan

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2\tau_z} \quad (5.12)$$

Urinma kuchlanishlar ekstremal qiymatga erishadigan burchakning ikkilangan tangensi (5.12), bosh yuzachalar burchagining (5.10) ikkilangan kotangensiga teng ekanligi kelib chiqadi. Urinma kuchlanishlar ekstremal qiymatlarga erishadigan yuzalar siljish yuzalari deyiladi. Bosh yuzachalar siljish yuzasi bilan 45° burchak hosil qiladi.

Urinma kuchlanish $\tau_{\max/\min}$ qiymatlarini aniqlash uchun (5.6) ifodaga $\sigma_z = \sigma_{\max}$; $\sigma_y = \sigma_{\min}$; $\tau_z = 0$; $\alpha = \pm 45^\circ$ qiymatlarni qo'ysak quyidagi formula hosil bo'ladi:

$$\tau_{\min}^{\max} = \pm \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}. \quad (5.13)$$

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan, miqdor jihatidan $\tau_{max} = \tau_{min}$.

Siljish yuzalarida hosil bo'ladigan normal kuchlanishlar quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}. \quad (5.14)$$

Olingan natijalarni cho'zilish va siqilishga ishlovchi sterjenlar qiya kesimlarida hosil bo'ladigan kuchlanishlarni aniqlashga qo'llasak, (IV-bob, 8-§), bu holda bosh yuzalardan biri tik ko'ndalang kesim yuzasi bilan, ikkinchisi esa sterjen o'qiga parallel bo'lgan bo'ylama yuza bilan ustma-ust tushishini ko'rish mumkin. Bosh kuchlanishlardan biri

$\sigma_{max} = \sigma = \frac{N}{F}$, ikkinchisi $\sigma_{min} = 0$ ga teng bo'ladi. Siljish yuzasi esa ko'ndalang kesimga nisbatan 45° burchak ostida burilgan bo'ladi.

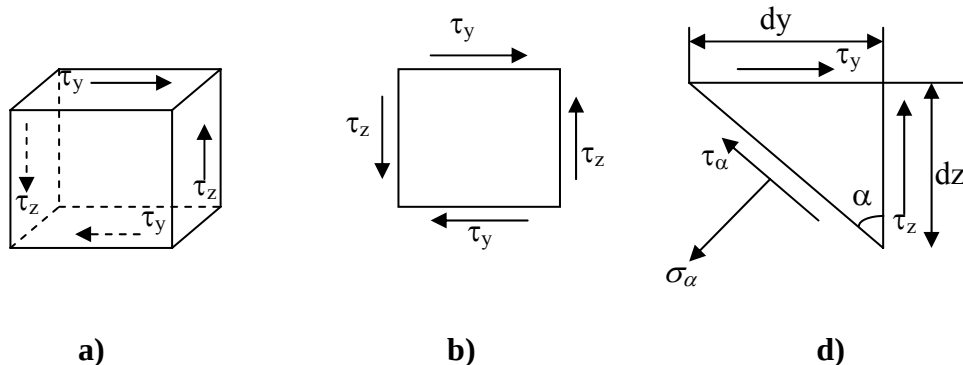
4- §. Sof siljish

Nuqta atrofidan ajratilgan elementar parallelepiped yuzalari bo'ylab faqat urinma kuchlanishlar ta'sir qilsa, bu holda materialda sof siljish deformatsiyasi hosil bo'ladi (5.5a,b-rasm).

Tik qirraga nisbatan α burchak ostida joylashgan yuzadagi (5.6d-rasm) normal va urinma kuchlanishlarni (5.5), (5.6) orqali aniqlasak, $\sigma_z = \sigma_y = 0$ bo'lganligi uchun

$$\sigma_\alpha = \tau_z \sin 2\alpha \quad (5.15)$$

$$\tau_\alpha = -\tau_z \cos 2\alpha. \quad (5.16)$$



5.5-rasm. Elementar parallelepipedning tekis kuchlanish holatidagi yon tomonlariga faqat urinma kuchlanishlar ta'sir etgan hol:

a,b) sof siljish deformatsiyasi; d) sof siljishda α burchak ostidagi kesimga ta'sir etayotgan kuchlanishlar.

Bu (5.16) formuladan ko‘rinadiki, eng katta urinma kuchlanish $\alpha=0$ yoki $\alpha=90^0$ da hosil bo‘lib, u ekstremal kuchlanishlar τ_z ga (yoki τ_y ga) teng bo‘lishi mumkin. Bu kuchlanishlar yotgan yuzalar siljish yuzalari bo‘lib, bu yuzalarga normal kuchlanishlar ta’sir qilmaganligi sababli, siljish yuzalaridan farqli ravishda, ular sof siljish yuzalari deb ataladi.

Sof siljishdagi bosh yuzalar va bosh kuchlanishlarning miqdorini topsak. (5.10) ifodadan $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_z}{\sigma_z - \sigma_y} = \infty$, demak $2\alpha = 90^0$, $\alpha = 45^0$, ya’ni bosh yuzalar sof siljish yuzalariga nisbatan 45^0 ga burilgan bo‘ladi.

Bosh kuchlanishlarni (5.11) dan aniqlasak

$$\sigma_{\min}^{\max} = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_z^2} = 0 \pm \frac{1}{2} \sqrt{0 + 4\tau_z^2}$$

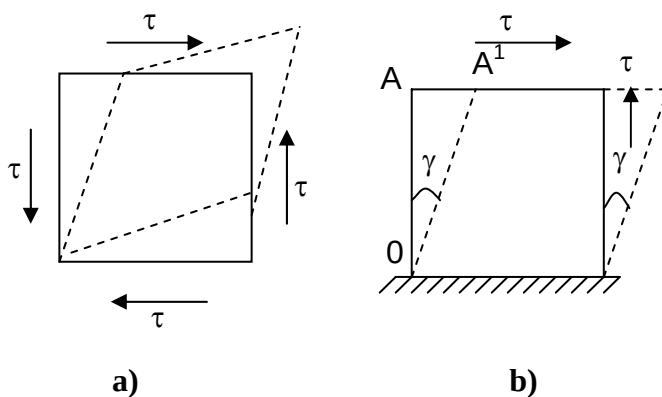
bo‘lgani uchun

$$\sigma_{\max} = \tau_z, \sigma_{\min} = -\tau_z$$

bo‘ladi.

Shunday qilib, sof siljishda bosh kuchlanishlarning miqdori o‘zaro teng, yo‘nalishlari esa qarama-qarshi ekanligini aniqladik.

Urinma kuchlanishlar ta’siridagi elementar parallelepiped (5.6-rasm) deformatsiyasini ko‘ramiz.



5.6-rasm. Urinma kuchlanishlar ta’siridagi elementar parallelepiped:

- a) urinma kuchlanish parallelepipedning barcha qirralariga ta’sir etgandagi deformatsiya; b) parallelepipedning pastki qirrasi mahkamlangan holdagi deformatsiya.

Bu holda parallelepipedning o‘lchamlari o‘zgarmaydi, faqat urinma kuchlanishlar ta’sirida deformatsiyalanadi (5.6-rasm), ya’ni

shaklini o'zgartiradi. Deformatsiya kichik bo'lganligi sababli parallelepipedning pastki qirrasini qistirib mahkamlangan deb qarash mumkin (5.6b-rasm).

$\frac{A}{A^1}$ kattalik, parallelepipedning deformatsiyasini ifodalab, absolyut siljish deyiladi. Nisbiy kattalik $\frac{A}{A^1} = \frac{AO}{AO^1} = \frac{1}{\cos \gamma}$ siljishdagi nisbiy deformatsiyani ifodalaydi, γ burchak esa siljish burchagi deyiladi. $\gamma \ll 1$ bo'lganligi uchun, $\frac{A}{A^1} \approx 1 + \frac{\gamma^2}{2}$ deb olamiz.

O'tkazilgan tajribalar siljishdagi urinma kuchlanish bilan nisbiy deformatsiya o'rtasida to'g'ri chiziqli bog'lanish mavjud ekanligini isbotlaydi, ya'ni

$$\tau = \gamma G \quad (5.17)$$

Bu (5.17) qonun siljishdagi Guk qonuni deyiladi.

G – siljishdagi elastiklik moduli yoki ikkinchi tur elastiklik moduli deyiladi. Ikkinchi tur elastiklik moduli ham, Yung moduli kabi kuchlanish o'lchov birligida o'lchanadi.

Birinci va ikkinchi tur elastiklik modullari o'rtasida quyidagi bog'lanish mavjud:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.18)$$

Bu yerda ν – Puasson koeffitsienti.

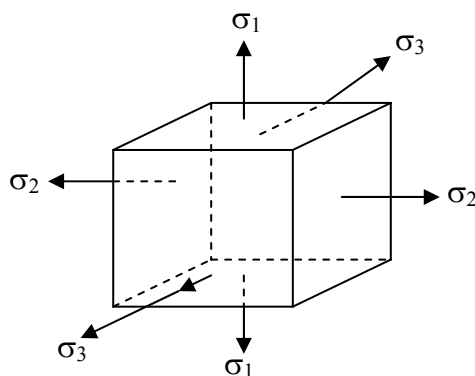
5- §. Umumlashgan Guk qonuni

Jismdan qirralari cheksiz kichik bo'lgan parallelepiped ajratib (5.7-rasm), fazoviy holat uchun umumlashgan Guk qonunini ko'ramiz.

Parallelepipedning tomonlari bosh yuzalar bilan ustma-ust tushsin, bu holda uning tomonlariga faqat bosh kuchlanishlar $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ta'sir qilib, qirralari shu bosh kuchlanishlar yo'nalishi bo'yicha deformatsiyalanadi. Bu qirralarni nisbiy deformatsiyalarini $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ deb belgilaymiz.

Bu holda umumlashgan Guk qonuni quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \quad (5.19)$$



5.7-rasm. Elementar parallelepipedning yon tomonlariga faqat bosh kuchlanishlar ta'sir etayotgan hol.

Bu nisbiy ε_1 , ε_2 , ε_3 deformatsiyalar faqat parallelepiped hajmini o'zgartirishga sabab bo'ladi.

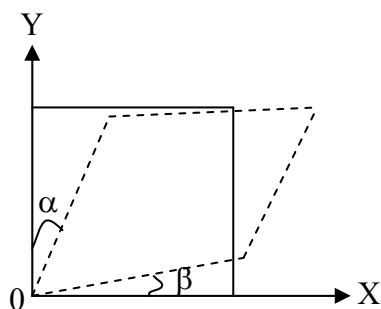
Agarda parallelepiped tomonlari bosh yuzalar bilan ustma-ust tushmasa, u holda uning tomonlarida urinma kuchlanishlar τ ham paydo bo'lib (5.1-rasm), umumlashgan Guk qonuni quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}.\end{aligned}\tag{5.20}$$

Bu yerda E – elastiklik moduli, G – siljishdagi elastiklik moduli, ν – Puasson koeffitsienti.

Bu yerda ε_x , ε_y , ε_z – x , y , z o'qlari bo'yicha parallelepiped qirralarining nisbiy bo'ylama deformatsiyalari, γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yz} – nisbiy siljish deformatsiyalari bo'lib, ular qirralar orasidagi to'g'ri burchak o'zgarishini ifodalaydi. Buni quyidagi misolda (5.8-rasm) ko'rishimiz mumkin, parallelepipedni bitta tomonini olsak, u urinma kuchlar ta'sirida quyidagicha deformatsiyanadi:



5.8-rasm. Elementar parallelepipedning nisbiy siljish deformatsiyalari.

Bu holda

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta$$

bo‘ladi.

Bu siljish deformatsiyalari γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yz} lar faqat paralelepipedning shaklini o‘zgartirishga sabab bo‘ladi.

Bu (5.19), (5.20) ifodalar deformatsiyalar bilan kuchlanishlarni fazoviy kuchlanish holatida bog‘lovchi munosabatlar bo‘lganligi uchun umumlashgan Guk qonuni deb ataladi. Bu munosabatlar kuchlanishlarning qiymatlari proporsionallik chegarasidan oshmaganidagina ma‘noga ega.

Xususiyl hollarda (5.19), (5.20) munosabatlardan tekis va chiziqli kuchlanish holatlar uchun Guk qonuni kelib chiqadi.

6- §. Deformatsiyaning potensial energiyasi

Qo‘yilgan tashqi kuch ta’sirida sterjen deformatsiyalanib, tashqi kuch A ga teng ishni bajaradi. Bu statik kuch ta’sirida bajarilgan ish kuchni ko‘chishga ko‘paytmasining yarmiga teng bo‘ladi. Deformatsiyalanish paytida ajralgan issiqlik hisobga olinmaydi, shuning uchun energiyaning saqlanish qonuniga asosan tashqi kuchlarning bajargan ishi deformatsiyaning potensial energiyasi U ga teng bo‘ladi, ya’ni

$$A = U \quad (5.21)$$

Deformatsiya potensial energiyasining jism hajmiga nisbati solishtirma potensial energiyani beradi, ya’ni $u = U/V$ bo‘lib, u energiya o‘lchov birligining, hajm birligiga nisbatida o‘lchanadi, masalan Joul/kub santimetrda (j/sm^3) va hokazo. Deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasini shartli ravishda jismning hajm o‘zgarishidagi

solishtirma potensial energiyaga (u_h) va shakl o'zgarishidagi solishtirma potensial energiyaga (u_{sh}) ajratish mumkin, ya'ni:

$$u = u_h + u_{sh} \quad (5.22)$$

Tekis kuchlanish holati uchun solishtirma potensial energiyani bosh kuchlanishlar orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$u_h = \frac{1-2\nu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2)^2 \quad (5.23)$$

$$u_{sh} = \frac{1+\nu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2) \quad (5.24)$$

$$u = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\nu\sigma_1\sigma_2) \quad (5.25)$$

Agarda σ_1 va σ_2 bosh kuchlanishlarni ixtiyoriy o'zaro tik yuzalardagi kuchlanishlar σ_z , σ_y orqali almashtirsak, u holda solishtirma potensial energiyani quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$u_h = \frac{1-2\nu}{6E}(\sigma_z + \sigma_y)^2 \quad (5.26)$$

$$u_{sh} = \frac{1+\nu}{3E}(\sigma_z^2 + \sigma_y^2 - \sigma_z\sigma_y) + \frac{\tau_z^2}{2G} \quad (5.27)$$

$$u = \frac{1}{2E}(\sigma_z^2 + \sigma_y^2 - 2\nu\sigma_z\sigma_y) + \frac{\tau_z^2}{2G}. \quad (5.28)$$

Agar bu formulalar yordamida sof siljishni tahlil qilsak $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$ bo'lgani uchun, hajm o'zgarishidagi solishtirma potensial energiya nolga teng bo'lib, shakl o'zgarishidagi solishtirma potensial energiya

$$u_{sh} = \frac{1+\nu}{E}\sigma^2 \quad (5.29)$$

ga teng bo'ladi.

Chiziqli kuchlanish holatida esa $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 0$ bo'lgani uchun

$$u_h = \frac{1-2\nu}{6E}\sigma^2, \quad u_{sh} = \frac{1+\nu}{3E}\sigma^2, \quad u = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (5.30)$$

ga teng bo'ladi.

Jismning kuchlanish holatiga tegishli materiallar mukammal ravishda «Elastiklik nazariyasi» kursida o'rganiladi. Shuning uchun biz bu kursimiz hajmida yuqorida berilgan ma'lumotlar bilan cheklanamiz.

7- §. Mustahkamlik nazariyalari haqida tushuncha

Real inshootlar va muhandislik konstruksiyalari asosan murakkab kuchlanish holatida ishlaydi. Shuning uchun ularning elementlarini buzilishi, bosh kuchlanishlar yoki bosh kuchlanishlar nisbatlarining turli xil qiymatlarida sodir bo'lishi mumkin.

Bunday holatlar uchun materiallarning mexanik xarakteristikalarini aniqlash va hisob ishlarini bajarish ko'p qiyinchiliklar tug'diradi. Shu bilan birga bunday ishlarni amalga oshirish murakkab laboratoriya sinovlarini tashkil etishni talab qiladi.

Murakkab kuchlanish holatidagi jism elementlarining mustahkamligini chiziqli kuchlanish holati uchun o'tkazilgan laboratoriya tadqiqotlari asosida aniqlash mustahkamlikni baholashda ko'p qulayliklar yaratadi. Shuning uchun materiallar qarshiligi fanida mustahkamlikni baholash uchun bir nechta nazariyalardan foydalaniladi.

Odatda murakkab kuchlanish holatidagi jism elementlarining mustahkamlik shartini tuzish, hamda nazariy va tajriba natijalarini bir-biri bilan solishtirish uchun ekvivalent kuchlanish σ_{ekv} deb ataluvchi kattalik ishlatiladi.

Ekvivalent kuchlanish σ_{ekv} murakkab kuchlanish holatida, materialni xuddi cho'zilish va siqilishdagidek xavfli holatga olib keladigan kuchlanishdir.

Umuman murakkab kuchlanish holatida mustahkamlik shartini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_{ekv} \leq [\sigma] \quad (5.31)$$

bu yerda, $[\sigma]$ –cho'zilish yoki siqilishda ruxsat etilgan kuchlanish.

Hozirgi kunda materialda xavfli holat yuz berishini aniqlovchi qator gipoteza va mustahkamlik shartlari mavjud.

1. Ularning ichida eng soddasi Lamé (1833-yil) va Renkin (1850-yil) lar tomonidan taklif etilgan «eng katta normal kuchlanishlar nazariyasi»dir, unga asosan bosh kuchlanishlardan birining qiymati ruxsat etilgan kuchlanishga yetganda materialda xavfli holat boshlanadi deb qaraladi. Shunga asosan tekis kuchlanish holatida (5.11) dan foydalanib mustahkamlik shartini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_{ekv} = \sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_z^2} \leq [\sigma]. \quad (5.32)$$

Ushbu shartni $\sigma_1 > 0$ bo'lgan holda qo'llash, mo'rt materiallarda o'tkazilgan tajriba sinovlarida tasdiqlangan bo'lib, u materiallarning

alohida bo‘lakchalarni bir–biridan ajralib, buzilishi haqidagi farazni o‘zida aks ettiradi.

2. Kulon tomonidan taklif etilgan eng katta urinma kuchlanishlar nazariyasida yoki kesish nazariyasida, (uchinchi mustahkamlik nazariyasi) ekvivalent σ_{ekv} kuchlanish eng katta urinma kuchlanishga teng deb olinadi, ya’ni $\sigma_{ekv} = \tau_{max}$. Tekis kuchlanish holatida bu nazariyaga asosan mustahkamlik shartini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_z^2} \leq [\sigma] \quad (5.33)$$

Xususiyl holda, ya’ni $\sigma_y = 0$ bo‘lsa

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_z^2} \leq [\sigma] \quad (5.34)$$

bo‘ladi.

Ushbu mustahkamlik nazariyasi jismlarni siljitish orqali buzish mumkinligi haqidagi farazni tasdiqlaydi va u cho‘zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko‘rsatuvchi plastik jismlar uchun qo‘llaniladi.

3. Mizes va Genki tomonidan taklif etilgan mutahkamlik nazariyasida, shakl o‘zgarishining solishtirma potensial energiyasi chegaraviy qiymatga erishganda materialda xavfli holat yuz beradi degan farazga asoslangan. Bu nazariya to‘rtinchi yoki energetik nazariya deb ataladi. Bu nazariya bo‘yicha tekis kuchlanish holatida mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z + \sigma_y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + 3\tau_z^2} \leq [\sigma] \quad (5.35)$$

Xususiyl holda, ya’ni $\sigma_y = 0$ bo‘lsa,

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_z^2} \leq [\sigma] \quad (5.36)$$

bo‘ladi.

Sof siljish holatida esa mustahkamlik sharti

$$\sigma_{ekv} = \tau\sqrt{3} \leq [\sigma] \quad (5.37)$$

bo‘ladi.

Energetik mustahkamlik nazariyasi ko‘proq plastik materiallar uchun qo‘llaniladi va u uchinchi nazariyaga yaqin natijalarni beradi. Bu holni (5.33) va (5.35)larni bir-biri bilan solishtirib ham ko‘rish mumkin.

4. O. Mor tomonidan taklif etilgan mustahkamlik nazariyasida, kuchlanish holatining xarakteristikallari sifatida qaralayotgan yuzada hosil bo‘ladigan eng katta urinma va normal kuchlanishlar olinadi.

O. Mor mustahkamlik nazariyasiga ko‘ra tekis kuchlanish holatida mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{ekv} = \frac{1-k}{2}(\sigma_z + \sigma_y) + \frac{1+k}{2}\sqrt{(\sigma_z + \sigma_y)^2 + 4\tau_z^2} \leq [\sigma] \quad (5.38)$$

Xususiyl holda, ya'ni $\sigma_y = 0$ bo'lsa

$$\sigma_{ekv} = \frac{1-k}{2}\sigma + \frac{1+k}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau_z^2} \leq [\sigma] \quad (5.39)$$

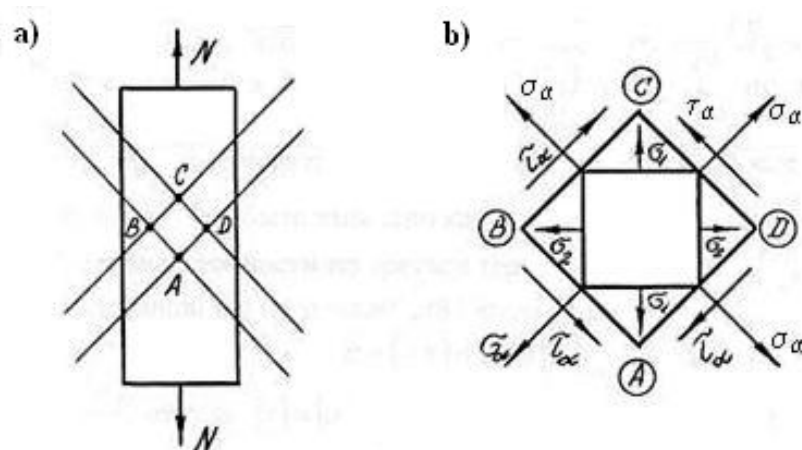
bo'ladi.

Plastik materiallar uchun $k = \frac{\sigma_{iq.ch}}{\sigma_{i\bar{e}n}}$. Bu yerda $\sigma_{oq.ch}$ – cho'zilishda oquvchanlik chegarasidagi kuchlanish, $\sigma_{oq.s}$ – siqilishda oquvchanlik chegarasidagi kuchlanish.

Mo'rt materiallar uchun $k = \frac{\sigma_{v.ch}}{\sigma_{v.s}}$ ga teng bo'lib, $\sigma_{v.ch}$ – cho'zilishdagi vaqtinchalik qarshilik, $\sigma_{v.s}$ – siqilishdagi vaqtinchalik qarshilik.

Agar $\sigma_{oq.ch} = \sigma_{oq.s}$ va $k = 1$ bo'lsa (5.38), (5.39) ifodalar (5.33) va (5.34) ifodalar bilan ustma – ust tushadi.

Misol: Cho'zilishga ishlayotgan sterjenning qiya kesimida yotuvchi nuqtaning kuchlanish holatini ko'ramiz (4.20-rasm). (4.16) ifodadan ma'lumki, eng katta normal va urinma kuchlanishlar σ_α , τ_α sterjenning bo'ylama o'qiga 45° burchak ostida yotgan kesimda hosil bo'lar edi. «Qiya» tekislikka nisbatan 90° burchak ostida kesim o'tkazib (5.9a-rasm), hosil bo'lgan elementar yuzachani ajratib olamiz (5.9b-rasm). Bu yuzachani qirralariga σ_α , τ_α kuchlanishlar ta'sir qiladi.



5.9-rasm. Cho'zilish deformatsiyasida qiya kesimlardagi kuchlanishlar: a) sterjendan qiya kesimlar orqali ajratib olingan element; b) elementar yuzachaga ta'sir etayotgan kuchlanishlar.

Bu holda (5.9b-rasm) bosh yuzachalar, kesib olingan yuzachaga nisbatan 45^0 burchak ostida joylashgan bo'lib, ulardan biri sterjen ko'ndalang kesimida yotadi. Shuning uchun bosh kuchlanish

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_z^2} = \frac{0,5\sigma + 0,5\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(0,5\sigma - 0,5\sigma)^2 + 4(0,5\sigma)^2} = \sigma$$

bo'ladi.

Mustahkamlikning birinchi nazariyasiga asosan $\sigma_{ekv} = \sigma_I = \sigma$ bo'lib, bu holda mustahkamlik sharti $\sigma \leq [\sigma]$ ko'rinishga ega bo'ladi.

Uchinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_z^2} = \sqrt{(0,5\sigma - 0,5\sigma)^2 + 4(0,5\sigma)^2} = \sigma$$

bo'lib, mustahkamlik sharti bu holda ham oldingi natija bilan bir xil bo'ladi.

To'rtinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 3\tau_z^2} = \sqrt{(0,5\sigma - 0,5\sigma)^2 + 3(0,5\sigma)^2} = 0,87\sigma$$

bo'lib, bu yerda birinchi va uchinchi mustahkamlik nazariyasida olingan natijadan kamroq natija kelib chiqadi.

Sterjenning qiya kesimi uchun, turli xil mustahkamlik nazariyalari asosida aniqlangan ekvalent kuchlanishlarning qiymatidan ko'rinib turibdiki, σ_{ekv} ning qiymati, sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan normal kuchlanishga teng yoki undan kichik bo'lar ekan. Bu holat, sterjenning buzilishi ko'ndalang kesim tekisligi bo'ylab bo'lishi mumkinligi haqidagi farazning to'g'riligini tasdiqlaydi.

8- §. Sof siljishda ruxsat etilgan kuchlanish

Siljishdagi ruxsat etilgan kuchlanish qiymatini aniqlash uchun, xavfli kuchlanish qiymatini, ya'ni kuchlanishning oquvchanlik chegarasidagi yoki material buzilishidagi qiymatini tajribadan aniqlab, xuddi cho'zilish yoki siqilishdagidek uni mustahkamlik koefitsientiga bo'linsa, urinma kuchlanishning ruxsat etilgan qiymati $[\tau]$ ni topish mumkin edi. Lekin laboratoriya sharoitida sof siljish deformatsiyasini hosil qilish ko'p qiyinchilik tug'diradi. Shu sababli sof siljishdagi ruxsat etilgan urinma kuchlanish qiymati $[\tau]$ ni u yoki bu mustahkamlik nazariyasi asosida cho'zilishdan topilgan ruxsat etilgan normal kuchlanish $[\sigma]$ orqali aniqlash keng qo'llaniladi.

Sof siljishda $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$ ekanligini hisobga olib, turli mustahkamlik shartlarida $[\tau]$ va $[\sigma]$ orasidagi bog‘lanishlarni topamiz.

Birinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan $\sigma_1 \leq [\sigma]_{ch}$, bo‘lgani uchun $\sigma_1 = \tau$ desak $\tau \leq [\sigma]_{ch}$ bo‘lib, bundan

$$[\tau] = [\sigma]_{ch} \quad (5.40)$$

bo‘ladi.

Uchinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan mustahkamlik sharti $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$, edi unga σ_1 , σ_2 ning qiymatlarini qo‘ysak $\tau - (-\tau) =$

$2\tau \leq [\sigma]$ yoki $\tau \leq \frac{[\sigma]}{2}$ bo‘lib, bundan

$$[\tau] = [\sigma] / 2 \quad (5.41)$$

kelib chiqadi.

To‘rtinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan $\tau \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$ bo‘lgani

$$\text{uchun } [\tau] = 0,59 [\sigma] \quad (5.42)$$

bo‘ladi.

O.Mor mustahkamlik nazariyasiga asosan esa

$$[\tau] = \frac{1}{1+k} \cdot [\sigma] = \frac{[\sigma]_q \cdot [\sigma]_c}{[\sigma]_q + [\sigma]_c} \quad (5.43)$$

kelib chiqadi.

Shunga asosan birikmali bog‘lamalarni hisoblashda

$$[\tau] = (0,75, \dots, 0,8) [\sigma]_{ch} \quad (5.44)$$

deb olish tavsiya qilinadi.

Amalda (5.40) qiymat deyarli qo‘llanilmaydi, hisoblash ishlarida plastik materiallar uchun (5.41), mo‘rt materiallar uchun (5.43) birikmali va boltli bog‘lamalar uchun esa (5.44) ruxsat etilgan urinma kuchlanish $[\tau]$ ning qiymatlari qo‘llaniladi.

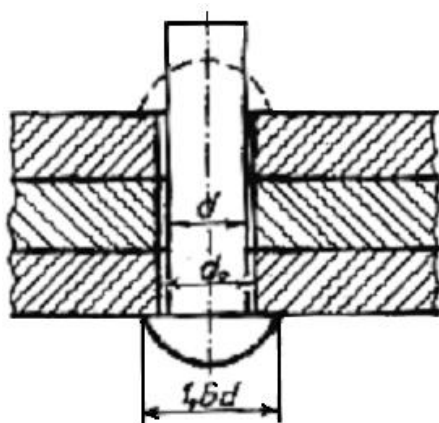
VI bob

**SILJISHGA ISHLOVCHI KONSTRUKSIYA
ELEMENTLARINI HISOBLASH**

**1- §. Parchin mixli va payvandli birikmalarning konstruktiv
xususiyatlari**

Bir necha konstruksiya elementlarini o‘zaro biriktirish uchun ko‘p hollarda parchin mixli birikmalar ishlatiladi (6.1-rasm). Parchin mixli birikmalarning mustahkamligi mix materialining xossasiga va u o‘rnatiladigan teshikni ochish usullariga bog‘liqdir.

Parchin mixni o‘rnatish uchun maxsus presslarda materialni siqib chiqarish orqali yoki parmalovchi mashinalar yordamida konstruksiya elementlarida teshiklar ochiladi. Birinchi usul yordamida teshik ochilganda teshikni keskin ochilishi hisobiga teshik atrofi mo‘rt bo‘lib qoladi va birikma mustahkamligi kamayadi. Parchin mixli birikma hosil qilish uchun ochilgan teshikka zich qilib, parchin mix joylashtiriladi, keyin esa bu mixning to‘g‘ri uchi yassilanib, boshcha hosil qilinadi.



6.1-rasm. Parchin mix yordamida elementlarni biriktirish.

Parchin mixlar plastik xossaga ega bo‘lishi kerak, chunki ularni tayyorlash va biriktirishda katta plastik deformatsiyalar hosil bo‘ladi.

Undan tashqari biriktirish jarayonida qovushqoqlikni ham ta'minlash lozim.

Shu sababli parchin mixlar yumshoq po'latdan (St.2 va St.3) tayyorlanadi.

O'rnatiladigan parchin mix diametri d teshik diametri d_0 dan $0,5 - 1\text{ mm}$ ga kichik bo'lishi kerak.

Davlat standartlari talablariga asosan teshiklar diametrlari quyidagi o'lchamlarda bo'ladi: 10, 12, 14, 17, 21, 23, 26, 29, 32, 35, 38 mm .

Parchin mixli birikmalar, konstruksiya elementlarining umumiy qalinligi (paket qalinligi) $7d$ dan ortiq bo'lmagan hollarda ishlatiladi. Agar paket qalinligi $7d$ dan katta bo'lsa, bunday biriktirish usuli qo'llanilmasdan boltli birikmalar ishlatiladi.

Boltli birikmalar sof (aniq) yoki qora boltlar bilan biriktirilgan bo'ladi. Oxirgisi uncha muhim bo'lmagan bog'lanishlarda ishlatiladi.

Odatda boltlar metrik rezba bilan diametri 6 dan 48 mm gacha va uzunligi 300 mm gacha qilib tayyorlanadi.

Aniq boltlarning diametri teshik diametriga to'liq mos kelishi kerak, qora boltlarniki esa undan $1-2\text{ mm}$ kichik bo'lishi mumkin.

Ushbu birikmalarning ishonchliligi boltlarni qotirish orqali amalga oshiriladi. Boltlar yetarli darajada qotirilmaganda cho'zuvchi kuchlanish boshlang'ich holatdan katta bo'lib ketishi mumkin. Bu holda birikma teshiklarida, qo'shimcha ezilish va qoldiq deformatsiyalar hosil bo'lib, birikmaning buzilishiga sabab bo'ladi.

Payvandli birikmalar payvandlanayotgan elementlarning tutashgan joyiga elektr yoyi yordamida metallni eritib quyish orqali amalga oshiriladi.

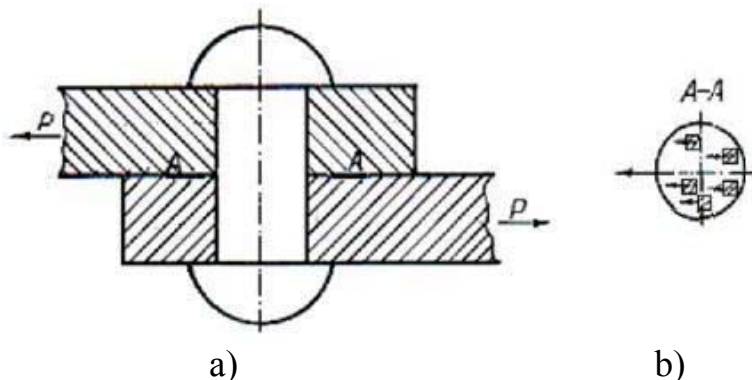
Hozirgi davrda qo'llanilayotgan payvandlashning zamonaviy usullari, ularning mustahkamligini va ishonchliligini boltli bog'lanishlar darajasida ta'minlab, o'zining yuqori texnologiyasi bilan ularni siqib chiqarmoqda.

Payvandli birikmalarda choklarni biriktirishning turli xil usullari qo'llaniladi.

Lekin choklarni biriktirishning barcha turlarida, ayniqsa chok oxirlarida qo'shimcha (payvand) kuchlanishlar hosil bo'ladi. Uni yo'qotish uchun chok uzunligini hisoblashda olingan natijaga nisbatan $10 - 15\text{ mm}$ kattaroq qilib bajarish kerak bo'ladi. Agar tutashgan chok uzunligi $l_{\text{chok}} > b$ yetarli bo'lmasa, u holda payvand «og'ma» choklik qilib bajariladi, ya'ni tashqi kuch P ga nisbatan, chok ma'lum burchakka og'gan holida qilinadi.

2- §. Parchin mixli birikmalar hisobi

Bitta parchin mix bilan ikkita listni biriktirilgan holatni (6.2-rasm) ko‘ramiz. Hisob ishlarida listlar orasidagi ishqalanish kuchi e‘tiborga olinmaydi.



6.2-rasm. Parchin mixli birikmada kesilish

a) kesilish deformatsiyasida urinma kuchlanish; b) kesilish tekisligidagi kuchlanish.

Parchin mixli birikmaning buzilishi kesish tekisligi deb ataluvchi $A-A$ tekislik bo‘yicha ro‘y berishi mumkin (6.2b-rasm).

Kesish tekisligida τdF ga teng elementar ichki kuchlar hosil bo‘lib, ularning teng ta‘sir etuvchisi kesuvchi kuch Q ga teng bo‘ladi. Urinma kuchlanish τ kesish tekisligida tekis taqsimlangan deb hisoblanib, uni

$$\tau = \frac{Q}{F} \quad \text{ёки} \quad \tau = \frac{P}{F} \quad \text{deb olishimiz mumkin.}$$

Bu yerda F – parchin mixning ko‘ndalang kesim yuzasi.

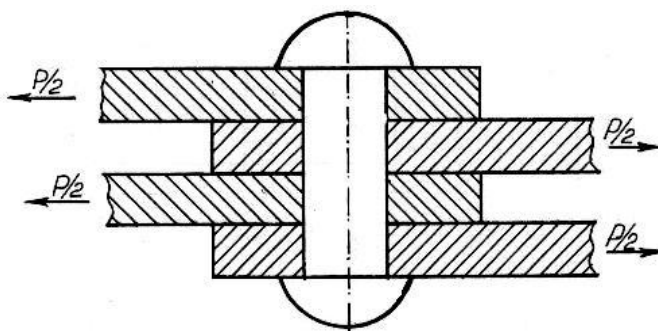
Urinma kuchlanish τ parchin mix materiali uchun kesilishda ruxsat etilgan urinma kuchlanish $[\tau]_k$ dan kichik bo‘lishi kerak. $[\tau]_k$ – qiymatini 6.1-jadvaldan olish mumkin.

Agar parchin mixlar bitta emas n ta bo‘lsa u holda bir parchin mixda hosil bo‘ladigan kuchlanish ruxsat etilgan urinma kuchlanishlardan « n » marta kichik bo‘lishi kerak, chunki siljituvchi zo‘riqlashlar birikmalar oralig‘ida tekis taqsimlanadi deb qabul qilinadi. Agar parchin mixli birikmalar 2 va undan ortiq paket deb ataluvchi listdan iborat bo‘lsa (6.3-rasm), u holda parchin mixda bitta emas « m » ta kesish tekisligi hosil bo‘lib, barcha kesish tekisliklarida kuchlanishlar o‘zaro teng deb faraz qilinadi. Kesish tekisliklarining soni « m », paketdagi bog‘lanuvchi listlar sonidan birni ayrilganiga teng bo‘ladi. Masalan 6.3-rasmda ko‘rsatilgan birikmada listlarning soni 4 ta, demak kesish tekisliklarini soni 3 ga teng bo‘ladi.

**Parchin mixli va boltli birikmalar uchun kesilish va ezilishdagi
ruxsat etilgan kuchlanishlarning qiymatlari**

6.1-jadval

Birikma turi	Kuchlanish turi	Ruxsat etilgan kuchlanish <i>kgk/sm²</i>	
		St. 2 (po‘lat)	St. 3 (po‘lat)
Parchin mixli, teshik pirmalab teshilgan	Kesilishda	$[\tau]_k = 1400$	$[\tau]_k = 1400$
Parchin mixli, teshik siqib chiqarilgan	Kesilishda Ezilishda	$[\tau]_k = 1000$ $[\sigma]_e = 2400$	$[\tau]_k = 1000$ $[\sigma]_e = 2800$
Sof boltli	Kesilishda Ezilishda	$[\tau]_k = 1200$ $[\sigma]_e = 2800$	
Qora boltli	Kesilishda Ezilishda	$[\tau]_k = 800$ $[\sigma]_e = 1700$	



6.3-rasm. Parchin mixli birikmadagi kesilish tekisliklari.

Yuqoridagilarni hisobga olib, kesilishga ishlovchi birikmalarning mustahkamlik shartini quyidagicha yozish mumkin:

$$\tau = \frac{P}{mn \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]_k \quad (6.1)$$

Parchin mixli birikmalarni loyihalashda 2 xil variant mavjud: birinchisida birikmaning berilgan parchin mix diametri asosida biriktirish uchun kerakli bo‘lgan parchin mixlar soni mustahkamlik

shartidan foydalanib topiladi; ikkinchisida ma'lum parchin mixlarning soni asosida uning diametri topiladi.

Parchin mixning list bilan tutashgan sirtida kesilishdan tashqari ezilish ham hosil bo'ladi.

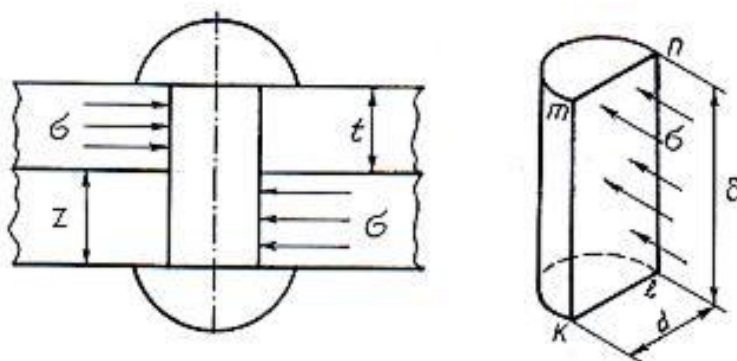
Ikkita bir – birini siquvchi jismlar tutashgan joyda hosil bo'luvchi siqilish ezilish deb ataladi.

Tutashgan yuzalarning o'zaro kontaktiga qarab, kichik yuzali ezilishga yoki katta yuzali ezilishga ajratish mumkin.

Birinchi holda tutashgan yuzada juda katta mahalliy (tutash) kuchlanishlar hosil bo'lib, tutashgan joydan uzoqlashgani sari ular kattaroq yuzalarga taqsimlanadi. Shu sababli ezilishning bu turi yaqqol ajralib turuvchi mahalliy (lokal) xarakterga ega bo'ladi.

Ikkinchi holda tutashgan joydan uzoqlashgan sari kuchlanish tez kamaymaydi, chunki bosim tarqalayotgan yuza keskin ko'paymaydi.

Birikmada list bilan parchin mixning tutashish yuzalarida kuchlanishlar notekis taqsimlanadi, ammo hosil bo'ladigan normal kuchlanishlarni parchin mix diametral tekisligi $kmnl$ bo'ylab yetarli darajadagi aniqlik bilan tekis taqsimlangan deb olish mumkin (6.4-rasm).



6.4-rasm. Parchin mixli birikmada kuchlanishning taqsimlanishi.

Bitta parchin mixda ezilishdan hosil bo'ladigan normal kuchlanishni $\sigma_e = \frac{P}{td}$ desak, mixlar soni « n » ta bo'lsa, mos ravishda

$\sigma_e = \frac{P}{ntd}$ ga teng deb olish mumkin. Agarda biriktiriladigan listlarning qalinligi har xil bo'lsa, u holda ularning eng yupqasini qalinligi, ya'ni t_{min} olinadi.

Ezilishdagi mustahkamlik sharti

$$\sigma_e = \frac{P}{nt_{\min} d} \leq [\sigma]_e, \quad (6.2)$$

deb ifodalanadi.

Bu yerda P – eng kichik qalinlikdagi ($t_{\min}$) paket listiga ta'sir etuvchi kuch, $[\sigma]_e$ -ezilishda ruxsat etilgan kuchlanish, uning qiymati odatdagi ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ ga nisbatan 2 – 2,5 marta kattaroq qilib olinadi. $[\sigma]_e$ qiymatlari 6.1-jadvalda keltirilgan.

Bitta parchin mix diametrini bilgan holda, birikma hosil qilish uchun kerakli bo'lgan « n » ta parchin mixlar sonini topib, kesishdagi mustahkamlik shartidagi « n » soni bilan solishtirish mumkin. Albatta loyiha ishlarini bajarishda bu topilgan « n » lardan kattarog'i olinadi.

Oddiy turdagi boltlar ham kesilish va ezilishga ishlaydi, ularni hisoblash ishlari parchin mixli birikmalarni hisoblashdan deyarli farq qilmaydi.

Yuqori mustahkamlikka ega bo'lgan boltli birikmalarning hisoblash ishlari boshqacha o'tkaziladi, chunki ular yordamida birikma hosil qilish uchun boltlar yuqori cho'zuvchi kuchlanishlarga yetguncha mahkam qotiriladi. Bu holda biriktirilayotgan elementlar shu darajada bir-biriga yopishadiki, ular orasida hosil bo'lgan ishqalanish kuchlari birikma elementlariga berilayotgan zo'riqishni to'la o'ziga oladi. Shuning uchun yuqori mustahkamlikka ega bo'lgan boltlar kesishga ham, ezilishga ham ishlamaydi.

Bu xildagi birikmalar hisobi bolt orqali berilayotgan tashqi kuchlar P va bog'lanayotgan elementlar orasidagi ishqalanish kuchlari muvozanatini ta'minlashdan iborat bo'ladi. Har bir boltdagi taranglik kuchi N va biriktiriluvchi elementlar orasidagi ishqalanish koeffitsienti f orqali birikma mustahkamlik shartini quyidagicha yozish mumkin,

$$P \leq \alpha Nfn \quad (6.3)$$

Bu yerda (n – boltlar soni, α – esa N va f ning hisoblash qiymatlaridan farq qilishini hisobga oluvchi koeffitsient ($\alpha < 1$).

Yuqori mustahkamlikka ega bo'lgan boltlar sonini (6.3) shartdan topsak u

$$n \geq \frac{P}{\alpha Nf} \quad \text{bo'ladi.} \quad (6.4)$$

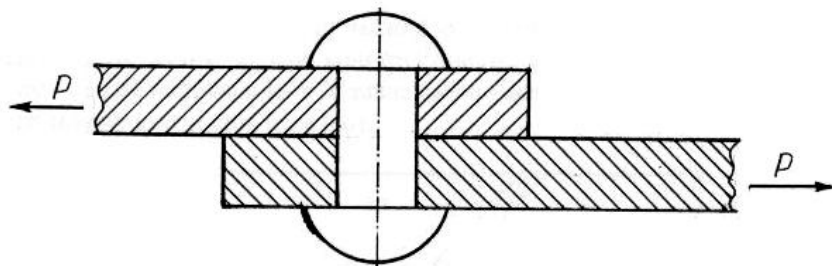
Metall ko'priklarni loyihalashda tasdiqlangan me'yorlar asosida N ning qiymatini quyidagicha topish mumkin:

$$N = 0,6\sigma_b F$$

Bu yerda, F – rezba hisobiga kichraygan bolt ko‘ndalang kesimining yuzi, σ_b – bolt materiali uchun mustahkamlik chegarasidagi normal kuchlanishning qiymati, $\sigma_b = 12000 \text{ kgk/sm}^2$ dan kam emas. Po‘latning markasiga qarab $\alpha = 0,78$, $f = 0,4 \div 0,45$ gacha olinishi mumkin.

Misol. Qalinligi $t = 10 \text{ mm}$, uzunligi 40 sm bo‘lgan ikkita list diametri $d = 20 \text{ mm}$ bo‘lgan parchin mixlar yordamida biriktirilgan. Siljituvchi kuch $P = 20 \text{ t}$. Teshik parmalab teshilgan, parchin mix materiali St. 2, listlar ustma-ust mahkamlangan (6.5-rasm). Bu birikma mustahkamligini ta’minlash uchun parchin mixlar soni topilsin.

$$[\tau]_k = 1400 \text{ kgk / sm}^2, \quad [\sigma]_e = 2800 \text{ kgk / sm}^2.$$



6.5-rasm. Parchin mix yordamida biriktirilgan ikkita list P kuch bilan siljirilayotgan hol.

Kesilishdagi nisbatan mustahkamlik shartidan parchin mixlarning soni

$$n = \frac{D}{F [\tau]_k} = \frac{20000}{3,14 \cdot 1400} = 4,6 \approx 5 \text{ dona, bunda } F = \frac{\pi d^2}{4} = 3,14 \text{ sm}^2.$$

Ezilishdagi mustahkamlik shartidan

$$n = \frac{P}{F_e [\sigma]_e} = \frac{20000}{2 \cdot 2800} = 3,6 \approx 4 \text{ dona, bunda } F_e = td = 1 \cdot 2 = 2 \text{ sm}^2.$$

Bundan ko‘rinadiki 6.5-rasmdagi birikmada parchin mixlarning sonini kesilish shartidan $n = 5$ ta deb olish kerak.

3- §. Payvandli birikmalar hisobi

Payvandli birikmalar hisobida ham parchin mixli birikmalar kabi hosil bo‘lgan kuchlanishlarning chok uzunligi bo‘yicha tekis, zo‘riqishlar esa choklar orasida proporsional taqsimlangan deb qabul qilinadi. Bu faraz payvandli birikmalar uchun ancha qo‘poldir. Chunki

parchin mixli birikmada material plastik bo‘lganligi uchun zo‘riqlashlarning taqsimlanishiga imkon beruvchi oquvchanlik yuzachasi mavjud bo‘ladi. Payvand chok metali esa, ko‘proq mo‘rt metallarga yaqinroq xossaga ega bo‘lishiga qaramasdan, hisoblashlarda yuqoridagi faraz qabul qilinadi.

Tutash chokda buzilish chok kesim yuzachasi, ya’ni $t_{ch} \cdot t'_{ch}$ da sodir bo‘lib, unda normal kuchlanish σ hosil bo‘ladi. Bu yerda t'_{ch} – chok uzunligidan 1,5–2 sm kichik qilib olinadigan kattalik. t_{ch} – chok qalinligi. Hisoblash ishlarida chok uzunligining amaldagiga nisbatan 1,5 – 2 sm kichik olinishiga sabab, metall sovushida hosil bo‘ladigan mahalliy kuchlanishlar va payvandlashda mumkin bo‘lgan xatoliklar hisobigadir. Chok qalinligi t_{ch} – payvandlanuvchi listlar choklarining eng kichigiga teng deb olinadi. Tutash chokning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma = \frac{P}{t_{ch} l'_{ch}} \leq [\sigma]_q \quad (6.6)$$

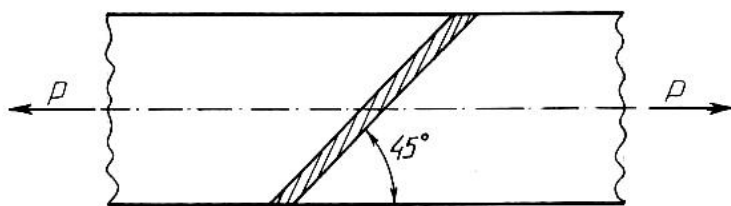
Bu yerda $[\sigma]_q$ – payvand chok uchun ruxsat etilgan normal kuchlanish bo‘lib, u elektrod turiga bog‘liq bo‘ladi. Uning qiymatini 6.2-jadvaldan olish mumkin.

Chok uzunligi l'_{ch} ni mustahkamlik shartidan topish mumkin. Agar u rejalashtirilganidan katta bo‘lsa, u holda qiyshiq chok ishlatiladi, chunki bu holda payvand metallidagi ruxsat etilgan kuchlanish list materialinikiga nisbatan kichik bo‘ladi (6.6-rasm).

Payvand choklar uchun ruxsat etilgan kuchlanishlar (kgk/sm^2)

6.2-jadval

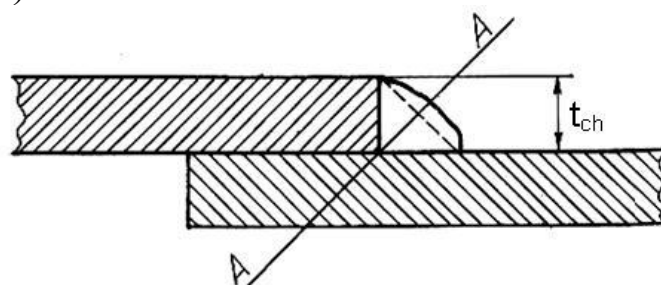
Choklardagi deformatsiyalar	Belgilanishi	Yupqa qoplangan elektrod	Qalin qoplangan elektrod va avtomatik payvandlash	
			OS po‘lat va St. 2	St. 3
Siqilish	$[\sigma_s]_k$	1100	1250	1450
Cho‘zilish	$[\sigma_{ch}]_k$	1000	1100	1300
Kesilish	$[\tau]_k$	800	1000	1100



6.6-rasm. Qiya chok yordamida payvandli biriktirish.

Qiyshiq chokda cho‘zilgan sterjen qiya kesimlaridagi kabi normal va urinma kuchlanishlar hosil bo‘ladi. Bu holda mustahkamlikni tekshirish shart emas, chunki birikmaning mustahkamligi list mustahkamligidan katta bo‘ladi.

Peshona va qanot choklarida ham AA qirqim yuzachasida hosil bo‘ladigan urinma kuchlanishlarga o‘xshagan kuchlanishlar hosil bo‘ladi (6.7-rasm).



6.7-rasm. Payvandli biriktirishda buzilish tekisligining yo‘nalishi.

Bu holda chok ko‘ndalang kesimi teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchak ko‘rinishida bo‘ladi, buzilish tekisligi esa to‘g‘ri burchak bissektisasi (AA) dan o‘tadi. Buzilish yuzasi esa $F = t \cos 45^\circ l'_{ch} = 0,75 t l'_{ch}$ ga teng bo‘ladi. Peshona va qanot choklar orasidagi farq shundan iboratki, peshona choklarida urinma kuchlanishdan tashqari normal kuchlanishlar ham hosil bo‘ladi. Ammo, odatda ularning ta’siri hisobga olinmaydi. Qanot choklarida esa faqat urinma kuchlanishlar hosil bo‘ladi. Bu holda payvand birikmaning mustahkamlik sharti

$$\tau = \frac{P}{0,7 t \Sigma l'_{ch}} \leq [\tau]_k \quad (6.7)$$

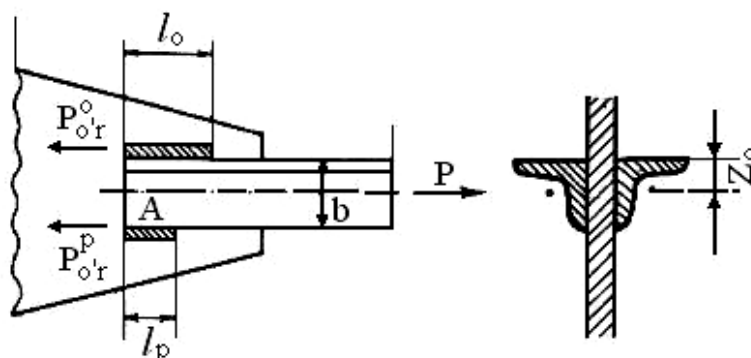
ko‘rinishda ifodalanadi.

Bu yerda, $[\tau]_k$ – kesishdagi ruxsat etilgan kuchlanish bo‘lib, u elektrodlar turiga bog‘liq holda 6.2-jadvaldan olinadi. $\Sigma \ell'_{ch}$ – peshona va qanot choklarining umumiy uzunligi.

Odatda qanot choklar uzunligi, choklarning umumiy uzunligini 70 – 80 % ni tashkil qiladi.

Siljituvchi kuch ta’sir chizig‘iga nisbatan simmetrik bo‘lmagan shakllarni qanot choki bilan quyib biriktirilganda choklar uzunligi o‘zaro teng bo‘lmasligi kerak (6.8-rasm).

Misol tariqasida listga burchaklikni biriktirish holini ko‘ramiz.



6.8-rasm. Simmetrik bo‘lmagan shakllarni payvandli biriktirish.

Burchaklik og‘irlik markazidan o‘tuvchi P kuchning ta’sir chizig‘ida yotuvchi A nuqtaga nisbatan $P_{o'r}^0$ va $P_{o'r}^p$ kuchlar momentlarining yig‘indisi

$$P_{o'r}^0 z_0 - P_{o'r}^p (b - z_0) = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Ikkinchi tomondan $P_{o'r}^0 + P_{o'r}^p = P$ ga teng.

Choklar uzunligi ℓ_0 va ℓ_p albatta $P_{o'r}^0$ va $P_{o'r}^p$ kuchlarga proporsional bo‘lib, ularning yig‘indisi $\ell_{ch} = \frac{P}{0,7t_{ch}[\tau]_e}$ teng bo‘ladi.

Mos ravishda choklar uzunligi esa $\ell_0 = \ell_{ch} \cdot \frac{b - z_0}{b}$, $\ell_p = \ell_{ch} \cdot \frac{z_0}{b}$ bo‘ladi.

Burchaklik va boshqa prokat shakllarda bu munosabatlarni taxminan $\ell_0 \approx 0,7\ell_{ch}$, $\ell_p \approx 0,3\ell_{ch}$ deb olish mumkin, chunki ular bir-biriga o‘xshashdir.

VII bob **BURALISH**

1- §. Umumiy qoidalar

Agar tashqi kuchlar ta'sirida sterjen ko'ndalang kesimida, ichki kuchlarning burovchi moment M_z , ya'ni M_b (1.10-rasm) hosil bo'lsa, bu holda buralish deformatsiyasi sodir bo'ladi. Burovchi momentni sterjen uzunligi bo'ylab o'zgarishini ko'rsatuvchi grafikka burovchi moment epyurasi deyilar edi (II-bob, 3-§). Buralish deformatsiyasi fazoviy konstruksiyalar, vintli prujinalar va boshqa konstruksiya elementlarida hosil bo'ladi, lekin buralishga ishlovchi ko'p tarqalgan elementlar – vallar hisoblanadi. Sof buralishga ishlovchi konstruksiya elementiga avtomobilning kardan valini misol qilish mumkin.

Tasmali, friksion va tishli uzatmali vallarda burovchi momentdan tashqari eguvchi moment ham paydo bo'ladi. Bunday vallarning hisobi murakkab qarshilik bo'limida o'rganiladi.

Valga tashqi kuchlarning burovchi momenti dvigateldan berilayotgan bo'lsa, u holda valda hosil bo'ladigan burovchi momentni quyidagicha aniqlash mumkin:

a) agar quvvat N ot kuchida (o.k.) berilgan bo'lsa

$$M_b = 716,2 \frac{N}{n} \quad (7.1)$$

b) agar quvvat N kilovatda (kvt) berilgan bo'lsa

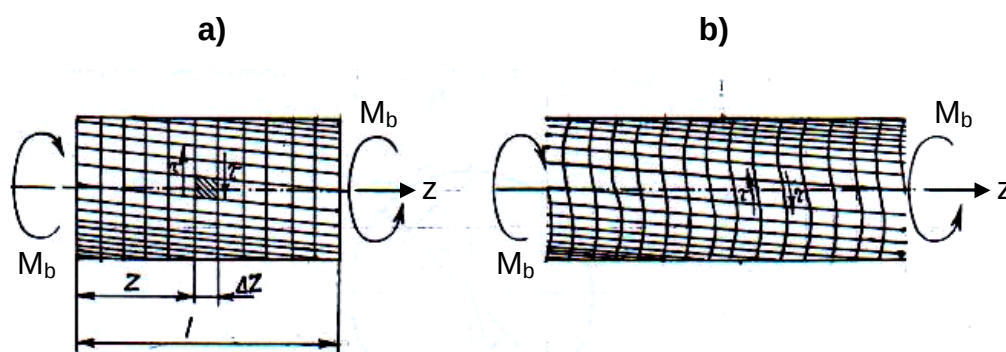
$$M_b = 973,6 \frac{N}{n} \quad (7.2)$$

Bu yerda n – valning bir minutda aylanishlar soni.

Buralish deformatsiyasini tekshiramiz. Buning uchun burovchi moment M_b bilan yuklangan doiraviy ko'ndalang kesimli sterjen sirtiga o'zaro tik (bo'ylama va ko'ndalang) chiziqlar to'rini chizib, uni burasak (7.1a-rasm), ko'ndalang to'g'ri chiziqlar to'g'riligicha qolib, bo'ylama chiziqlar bir xildagi γ burchakka og'adi. Sterjen sirtidagi to'g'ri

to'rtburchaklar parallelogramm shaklini olib, har bir ko'ndalang kesim sterjen o'qi atrofida φ burchakka buriladi.

Agar to'g'ri to'rtburchak shaklidagi ko'ndalang kesimga ega bo'lgan sterjen buralsa, u holda uning ko'ndalang kesimlari tekis qolmasdan (7.1b-rasm), ko'ndalang kesimning nuqtalari bir-biriga nisbatan sterjen bo'ylama o'qi bo'ylab ko'chadi, ya'ni deplanatsiya deb ataluvchi hodisa ro'y beradi. Bu holda doiraviy kesimli sterjenlarda qo'llaniladigan tekis kesimlar gipotezasini qo'llab bo'lmaydi.



7.1-rasm. Yon tomonlariga to'rt chiziqlar chizilgan valning buralishi:

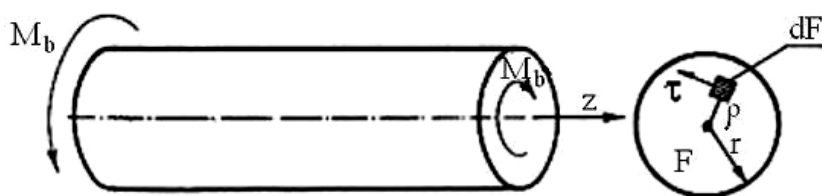
a) doiraviy kesimli val; b) to'g'ri to'rtburchak kesimli val.

2- §. Doiraviy kesimli sterjenlar buralishidagi kuchlanishlar

Doiraviy kesimli sterjenlar buralish masalasining nazariy yechimi birinchi bo'lib mashhur fransuz fizigi Kulon tomonidan olingan bo'lib, masalani yechishda quyidagi farazlar ishlatilgan:

1. Deformatsiyadan keyin sterjen o'qi to'g'riligicha qoladi.
2. Sterjen ko'ndalang kesimi deformatsiyagacha va undan keyin ham tekisligicha qolib, o'qqa nisbatan normal joylashadi (tekis kesimlar gipotezasi), ular faqat o'qqa nisbatan ma'lum burchakka buriladi.
3. Ko'ndalang kesim radiuslari o'z uzunligini saqlab qoladi va egilmaydi.
4. Ko'ndalang kesimlar orasidagi (sterjen o'qi bo'ylab) masofa o'zgarmaydi.

Ikkita burovchi momentlar ta'siridagi ko'ndalang kesimlari doirasimon bo'lgan sterjen (7.2-rasm) buralishini ko'ramiz (sterjen chap uchidagi moment, qistirib mahkamlangan tayanchning reaksiyasidir).



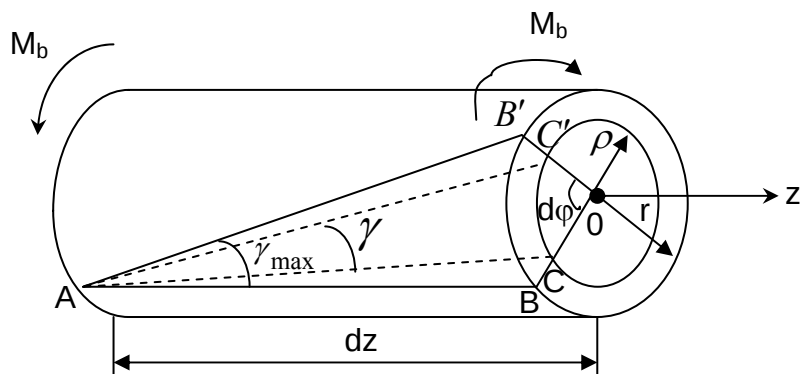
7.2-rasm. Doiraviy kesimli valnig buralishi.

Bu farazlar asosida buralishni ko'ndalang kesim yuzalarining bir-biriga nisbatan siljishlari natijasi deb qarash mumkin. Demak, u holda ko'ndalang kesim yuzalarida faqat urinma kuchlanish τ lar hosil bo'lib, normal kuchlanish $\sigma=0$ bo'ladi.

Agarda ko'ndalang kesim yuzasidan elementar yuzacha dF ajratsak, unga urinma kuchlanish τ ta'sir qiladi. Bu holda F yuzaga ta'sir qilayotgan urinma kuchlanishlar bilan sterjenga ta'sir qilayotgan burovchi moment M_b o'rtasida quyidagi bog'lanish borligini ko'ramiz:

$$M_b = \int_F \tau \cdot \rho \cdot dF \quad (7.3)$$

Buralish natijasida hosil bo'ladigan deformatsiyani kesim yuzasi bo'yicha qanday qonuniyat bilan o'zgarishini aniqlash uchun sterjendan uzunligi dz ga teng bo'lakcha ajratib, uni burovchi moment M_b bilan burasak, u holda quyidagi bog'lanishni aniqlashimiz mumkin.



7.3-rasm. Doiraviy valdan ajratib olingan cheksiz kichik uzunlikdagi qismning buralishi.

7.3-rasmdan

$$\gamma = \frac{CC'}{AB} = \frac{\rho d\phi}{dz} \quad (7.4)$$

$$\gamma_{\max} = \frac{BB'}{AB} = \frac{r \cdot d\phi}{dz} \quad (7.5)$$

bo‘ladi.

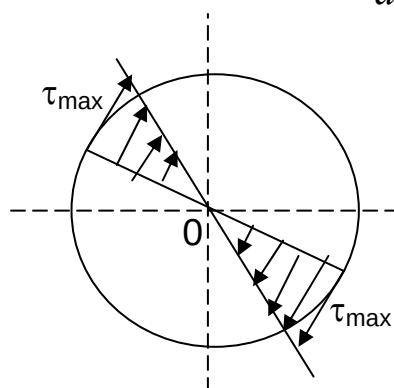
Siljishdagi Guk qonuniga asosan urinma kuchlanish

$$\tau = G\gamma = G \frac{\rho d\varphi}{dz} \quad (7.6)$$

Bu formuladan foydalanib, urinma kuchlanish τ ni sterjen ko‘ndalang kesim yuzasi bo‘yicha taqsimlanishini ko‘radigan bo‘lsak, u quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi (7.4-rasm):

$$\rho = 0: \quad \tau = 0;$$

$$\rho = r: \quad \tau = \tau_{\max} = G \frac{rd\varphi}{dz}$$



7.4-rasm. Sterjen ko‘ndalang kesimida urinma kuchlanishning taqsimlanishi.

Burovchi moment M_b bilan urinma kuchlanish τ ni o‘zaro bog‘lash uchun (7.3) ga (7.6) ni olib borib qo‘yamiz:

$$M_b = \int_F \tau \rho dF = \int_F G \frac{\rho d\varphi}{dz} \cdot \rho dF = G \frac{d\varphi}{dz} \int_F \rho^2 dF$$

Bu yerda, G – siljishdagi elastiklik moduli; $\int_F \rho^2 dF = I_\rho$ – doiraviy kesimning qutb inersiya momenti.

Shunga asosan

$$M_b = GI_\rho \frac{d\varphi}{dz} \quad (7.7)$$

bundan,

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_b}{GI_\rho} \quad (7.8)$$

bo‘ladi.

(7.8) ni (7.6) ga olib borib qo'ysak, buralishda doiraviy kesimli sterjen ko'ndalang kesimining ixtiyoriy nuqtasida hosil bo'ladigan urinma kuchlanishni topish formulasi hosil bo'ladi, ya'ni

$$\tau = G\rho \frac{d\varphi}{dz} = G\rho \frac{M_b}{GI_\rho} = \frac{M_b \cdot \rho}{I_\rho} \quad (7.9)$$

ρ – ko'ndalang kesim markazidan kuchlanish aniqlanayotgan nuqttagacha bo'lgan masofa.

Ko'ndalang kesimda hosil bo'ladigan eng katta urinma kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$\tau_{\max} = \frac{M_b \cdot r}{I_\rho} = \frac{M_b}{\frac{I_\rho}{r}} = \frac{M_b}{W_\rho} \quad (7.10)$$

$W_\rho = \frac{I_\rho}{r}$ – qutb qarshilik momenti deyilib, mm^3 , sm^3 larda o'lchanadi.

Doiraviy kesimli sterjenning buralishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau_{\max} = \frac{M_b}{W_\rho} \leq [\tau] \quad (7.11)$$

Agar sterjen kesimi doira shaklida bo'lsa, u holda

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{r} \approx \frac{0,1d^4}{\frac{d}{2}} \approx 0,2d^3 \quad (7.12)$$

bo'ladi, chunki $I_\rho \approx 0,1d^4$.

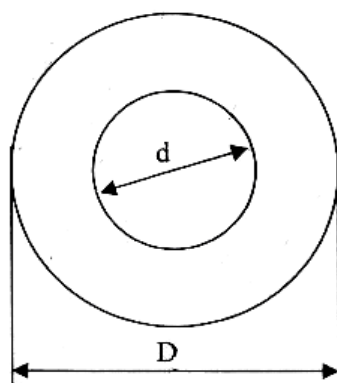
Halqasimon kesimli sterjen uchun (7.5-rasm)

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{D/2} = 0,2D^3 \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) \quad (7.13)$$

bo'ladi, chunki

$$I_\rho = 0,1D^4 - 0,1d^4 = 0,1(D^4 - d^4). \quad (7.14)$$

Bu yerda shuni ta'kidlash lozimki, halqaning qarshilik momentini tashqi va ichki doiralarning qarshilik momentlarini ayirmasi sifatida topish mumkin emas.



7.5-rasm. Halqasimon valning ko‘ndalang kesimi.

Buralishdagi mustahkamlik sharti (7.11) dan foydalanib tashqi kuch va material berilganda valning kerakli diametrini aniqlash, berilgan diametr va material asosida ruxsat etilgan tashqi burovchi moment kattaligini topish, tashqi kuch va ko‘ndalang kesimi o‘lchamlari asosida sterjenning materialini tanlash mumkin.

Misol: Agar val bir minutda 500 marta aylanib, 40 kvv quvvat uzatadigan bo‘lsa, uning ko‘ndalang kesim o‘lchamlari topilsin.

Val materiali uchun

$$[\tau]=600 \text{ kgk/sm}^2$$

Valda hosil bo‘ladigan burovchi momentni (7.2) formula yordamida topamiz:

$$M_b = 973,6 \frac{N}{n} = 973,6 \frac{40}{500} = 78,6 \text{ kgkm} = 7860 \text{ kgk sm}$$

Valning qutb qarshilik momenti $W_\rho = \frac{M_b}{[\tau]} = \frac{7860}{600} = 13,2 \text{ sm}^3$ bo‘ladi.

Agar val ko‘ndalang kesimi doira shaklida bo‘lsa $W_\rho = 0,2d^3$ bo‘lib, u holda valning diametri $d = \sqrt[3]{\frac{W_\rho}{0,2}} = 8,1 \text{ sm} = 81 \text{ mm}$ bo‘ladi.

Agar valning ko‘ndalang kesimi halqa shaklida bo‘lib, uning ichki va tashqi diametrlarining nisbati $\frac{d}{D} = 0,6$ bo‘lsa u holda

$$W_\rho = 0,2D^3 \left[1 - \frac{(0,6D)^4}{D^4} \right] = 0,174D^3 \text{ bo‘lib,}$$

halqaning tashqi diametri mos holda

$$D = \sqrt[3]{\frac{W_\rho}{0,174}} = \sqrt[3]{\frac{13,2}{0,174}} = 8,8 \text{ sm} = 88 \text{ sm} \text{ bo'ladi.}$$

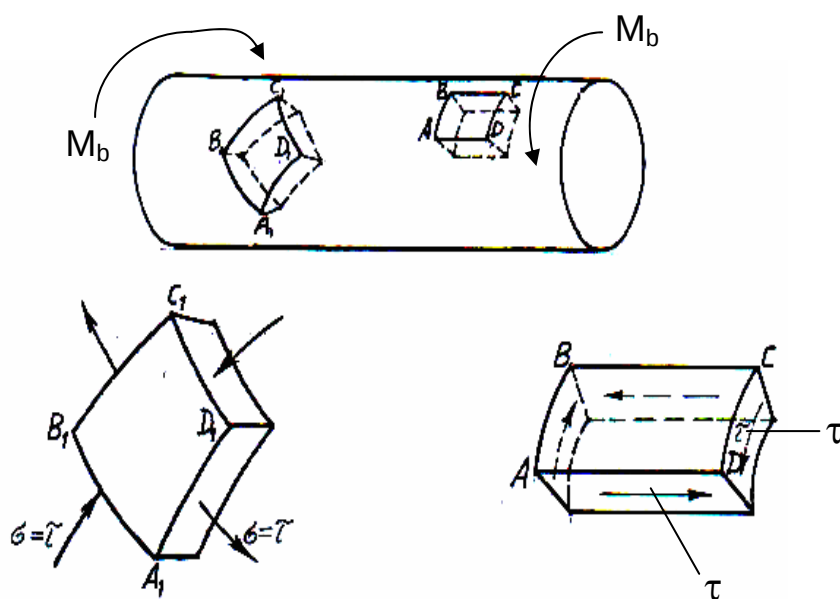
Doira va halqasimon ko'ndalang kesimli vallarning yuzasini solishtirsak, ular quyidagicha bo'ladi:

$$F_{doira} = \frac{\pi d^2}{4} = 52,5 \text{ sm}^2$$

$$F_{halqa} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0,6 D)^2}{4} = 40 \text{ sm}^2.$$

Vallarning xususiy og'irliklari ham ularning ko'ndalang kesimi yuzalari kabi nisbatda bo'ladi, ya'ni doiraviy kesimli sterjenga nisbatan halqasimon kesimli sterjen buralishda yengilroq bo'lib, iqtisodiy jihatdan qulayroq ekanligi ko'rinib turibdi, ya'ni unga kamroq material sarf qilinadi. Lekin buralishga ishlovchi vallarni loyihalashda halqasimon kesimli vallarni tayyorlash murakkab va qimmat ekanligini hisobga olish kerak.

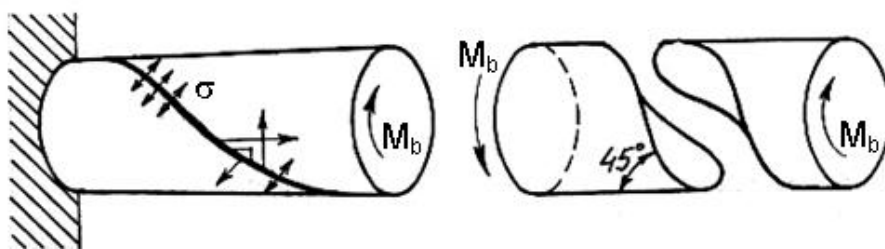
Agar buralishga ishlayotgan sterjendan ikki juft tik bo'ylama va ko'ndalang kesimlar o'tkazib $ABCD$ elementni ajratsak (7.6-rasm), bu element qirralarida faqat urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi. Bu esa buralishda sterjenning barcha elementlari sof siljish holatida bo'lishini ko'rsatadi.



7.6-rasm. Doiraviy kesimli valga ta'sir etayotgan tashqi kuchlar va ajratib olingan element.

Agar kesimning holati siljish tekisligiga nisbatan 45^0 ga burilsa, u holda yangi yuzachalarda qiymati τ ga teng bo'lgan normal (σ) kuchlanishlar hosil bo'lishini oldingi bo'limda ko'rgan edik. Ulardan biri cho'zuvchi, ikkinchisi esa – siquvchi kuchlanishlar edi. Shunga asosan sterjenning ko'ndalang o'qiga 45^0 burchak ostida o'tkazilgan vintli kesimlarida, ya'ni $A_1B_1C_1D_1$ element qirralarida (7.6-rasm) qiymati τ ga teng bo'lgan normal kuchlanish σ lar hosil bo'ladi.

Bu mo'rt materiallardan (masalan cho'yandan) yasalgan vallarning buralishda buzilish sababini asoslab beradi, chunki mo'rt materiallar cho'zuvchi normal kuchlanishga deyarli ishlamaydi. Bu buzilish odatda bosh cho'zuvchi kuchlanishlar traektoriyasi bilan mos keluvchi murakkab vintli sirt bo'ylab yuzaga keladi (7.7-rasm).



7.7-rasm. Doiraviy kesimli valning buzilish traektoriyasi

Xuddi shu kabi buzilishlar yog'ochli sterjenlar buralganida ham paydo bo'ladi (7.8-rasm).



7.8-rasm. Doiraviy kesimli yog'ochning buralish deformatsiyasidagi buzilishi.

Ammo, ba'zi mualliflar vintli yoriqlarning paydo bo'lishiga urinma kuchlanishlar sababchi deb tushuntirishadi, ya'ni bu holda yog'ochning ayrim tolalari tutashishini urinma kuchlanishlar buzadi deb ta'kidlanadi. Aslida bu buzilishga yuqorida ko'rsatilgan hodisa sabab bo'ladi.

3- §. Doiraviy kesimli sterjenlar buralishidagi deformatsiyalar

Buralishga ishlovchi konstruksiya elementlarining mustahkamligini baholash bilan birga, ko'p hollarda ularning deformatsiyalarini aniqlashga ham to'g'ri keladi. Ayniqsa o'ta aniqlikda ishlovchi asbob-uskunalarda buralishda hosil bo'ladigan deformatsiyalarni baholash katta ahamiyatga ega bo'ladi.

Doiraviy ko'ndalang kesimli sterjenlarning buralishdagi deformatsiyasi ko'ndalang kesimlarining bir-biriga nisbatan buralishidan hosil bo'lib, u buralish burchagi φ orqali aniqlanadi, ya'ni

$$\varphi = \int_0^{\ell} \frac{\dot{I}_b}{GI_{\rho}} dz \quad (7.15)$$

Agar sterjen uzunligi bo'yicha burovchi moment M_b o'zgarmas bo'lsa, u holda buralish burchagini aniqlash formulasi quyidagicha bo'ladi:

$$\varphi = \frac{\dot{I}_b \cdot \ell}{GI_{\rho}} \quad (7.16)$$

ℓ – sterjenni uzunligi,

φ – buralish burchagi bo'lib, radianlarda o'lchanadi.

Ikkinchi tur elastiklik moduli G ni qutb inersiya momenti I_{ρ} ga ko'paytmasi (GI_{ρ}) buralishdagi sterjen bikrligi deyiladi. Buralishdagi sterjen bikrligi o'zgarmas bo'lsa, u holda ikkita kesimlar orasidagi buralish burchagini shu kesimlar orasidagi burovchi moment epyurasining yuzasi ω_b ni, buralish bikrligi GI_{ρ} ga bo'lish orqali aniqlash mumkin, ya'ni

$$\varphi = \frac{\omega_b}{GI_{\rho}} \quad (7.17)$$

Bu yerda ω_b – burovchi moment epyurasining yuzasi bo'lib, (7.17) formula barcha shakldagi epyuralar uchun o'rinlidir. Hisoblash ishlarida to'la buralish burchagi φ dan tashqari yana nisbiy buralish burchagi θ ni ham aniqlash talab qilinishi mumkin. Bu θ kattalik sterjen uzunligi bo'yicha buralish burchagi o'zgarishini ifodalab, u rad/m yoki $grad/m$ larda o'lchanadi.

Ko'p hollarda valning nisbiy buralish burchagi θ konstruksiya elementlarini normal ishlashini ta'minlash uchun ruxsat etilgan buralish burchagi $[\theta]$ orqali chegaralanadi. Umumiy holda $[\theta]$ ning qiymati

$[\theta]=0,3\div 1$ grad/m bo‘lib, avtomobil kardan vallari uchun $[\theta] \approx 2,5$ grad/m, zarbali yuklanishlarda esa $[\theta]=0,15$ grad/m deb olinadi.

Ba‘zan ruxsat etilgan buralish burchagi $[\theta]$ ni bir metrga emas, balki val diametrining yigirmaga ko‘paytirilgan nisbati olinadi. Barcha hollarda, buralish burchagini chegaralashda quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\theta_{\max} \leq [\theta] \quad (7.18)$$

Bu (7.18) shart buralishdagi bikrlilik sharti deb ataladi.

Odatda

$$\theta_{\max} = \frac{M_{\max}}{GI_{\rho}} \quad (7.19)$$

bo‘lgani uchun bikrlilik sharti (7.18) dan foydalanib ham val diametrini aniqlash mumkin.

Misol: Valning uzatadigan quvvati $N=150$ o.k. bo‘lib, u minutiga $n=60$ marta aylansa, mustahkamlik va bikrlilik shartlaridan foydalanib valning diametrini aniqlang. Hisoblash ishlarida $[\tau]=600$ kgk/sm², $[\theta]=0,003$ grad/sm, siljishdagi elastiklik moduli $G=8 \cdot 10^5$ kgk/sm² ga teng deb olinsin.

Val orqali uzatilayotgan burovchi momentni (7.1) ifodadan foydalanib topamiz

$$M_b = 716,2 \frac{N}{n} = 716,2 \cdot 150/60 \approx 1800 \text{ kgk} \cdot \text{m} = 18 \cdot 10^4 \text{ kgk} \cdot \text{sm}.$$

Mustahkamlik sharti (7.11) ga asosan qutb qarshilik momenti

$$W_{\rho} \geq \frac{M_b}{[\tau]} = \frac{18 \cdot 10^4}{600} = 300 \text{ sm}^3 \text{ bo‘ladi.}$$

Val diametrini $W_{\rho} \approx 0,2 d^3$ dan foydalanib topamiz

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{W_{\rho}}{0,2}} = 11,45 \text{ sm}$$

$d=11,5$ sm deb qabul qilib, kesimni bikrlikka tekshiramiz.

Bu holda kesimning qutb inersiya momenti

$$I_{\rho} \approx 0,1 d^4 = 0,1 \cdot 11,5^4 = 1745 \text{ sm}^4 \text{ bo‘ladi.}$$

Valning 1 m yoki 100 sm dagi nisbiy buralish burchagi (7.19) ga asosan

$$\theta = \frac{M_b}{GI_{\rho}} = \frac{18 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^5 \cdot 1745} = 0,000129 \text{ rad / sm} = 0,0074 \text{ grad / sm} > [\theta]$$

bo'ladi.

Olingan natijadan ko'rinadiki, mustahkamlik sharti bajarilmoqda, ammo bikrlilik sharti bajarmaganligi uchun valning diametrini quyidagi tengsizlikdan aniqlab, uni kattalashtirish kerak,

$$I_{\rho} \geq \frac{M_b}{G[\theta]}$$

bu yerda $[\theta] = 0,003 \text{ grad} / \text{sm}$ bo'lgan burchakni radianda hisoblasak,

ya'ni $[\theta]_{\text{rad}} = \frac{[\theta]_{\text{grad}}}{\frac{180}{\pi}} = 0,0000523 \text{ rad} / \text{sm}$ bo'lib, I_{ρ} uchun quyidagi

qiymatni olamiz

$$I_{\rho} \geq \frac{\dot{I}_b}{G[\theta]} = \frac{18 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,0000523} \approx 4299 \text{ sm}^4.$$

$$I_{\rho} \approx 0,1 d^4 \text{ dan } d \text{ ni topsak } d = \sqrt[4]{\frac{4500}{0,1}} \approx 14,4 \text{ sm bo'ladi.}$$

Demak, talab etilgan bikrlilikni ta'minlashi uchun val diametri $d=14,4 \text{ sm}$, ya'ni mustahkamlik shartidan olingan $d=11,5 \text{ sm}$ dan kattaroq bo'lishi kerak.

4- §. Doiraviy kesimli bo'lmagan sterjenlarning buralishi

Yuqorida (7.1b-rasmda) ko'rsatib o'tilganidek, ko'ndalang kesimi doirasimon bo'lmagan sterjenlarning buralishida tekis kesimlar qiyshayadi, ya'ni ko'ndalang kesimlarda deplanatsiyasi hodisasi ro'y berib, materiallar qarshiligining asosiy gipotezasi – tekis kesimlar gipotezasini qo'llash mumkin bo'lmaydi. Shu sababli doirasimon shaklda bo'lmagan sterjenlardagi kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash masalasi elastiklik nazariyasi usullari vositasida yechiladi. Ushbu usullar bilan olingan natijalar materiallar qarshiligida ko'rilayotgan masalalarda qo'llanilganligi sababli, bu bo'limda asosiy formulalarni isbotsiz keltirib o'tamiz.

Doirasimon bo'lmagan sterjenlarni hisoblashda ishlatiladigan formulalar qulay bo'lishi uchun ularning doiraviy kesimli sterjenlar buralishida olingan ko'rinishda yozamiz, ya'ni

$$\tau_{\max} = \frac{M_b}{W_b} \quad (7.20)$$

$$\varphi = \frac{\dot{I}_b \ell}{GI_b} \quad (7.21)$$

Bu yerdagi W_b – kattalik ba’zan buralishdagi qarshilik momenti, I_b – esa buralish bikrligining geometrik xarakteristikasi deb ataladi. Bu kattaliklar hisoblash formulalarida faqat o’lchami va qiymati bilan doirasimon brusning W_p va I_p lariga o’xshashdir.

W_b va I_b lar sterjen ko’ndalang kesim o’lchamlari va shakliga bog’liq bo’lgan kattaliklar bo’lib, katta tomoni h , kichik tomoni b bo’lgan to’g’ri to’rtburchak uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$I_b = \alpha b^4, \quad W_b = \beta b^3 \quad (7.22)$$

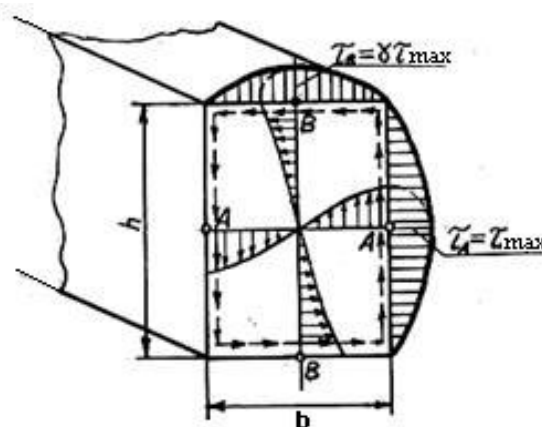
Bu yerdagi α va β koeffitsientlar tomonlarning h/b nisbatiga bog’liq bo’lib, ularning qiymatlari 7.1-jadvalda keltirilgan

$\frac{h}{b}$ nisbatga ko’ra α, β va γ koeffitsient qiymatlari

7.1-jadval

h/b	α	β	γ	h/b	α	β	γ
1,0	0,140	0,280	1,000	4,0	1,123	1,150	0,745
1,5	0,294	0,346	0,859	6,0	1,789	1,789	0,743
2,0	0,457	0,493	0,795	8,0	2,456	2,456	0,742
3,0	0,790	0,801	0,753	10,0	3,123	3,123	0,742

7.9-rasmda to’g’ri to’rtburchak shaklidagi ko’ndalang kesim uchun urinma kuchlanishlarning taqsimlanish epyurasi keltirilgan.



7.9-rasm. To’g’ri to’rtburchak kesimli valning buralishida ko’ndalang kesim yuzasida urinma kuchlanishlarning taqsimlanishi.

Eng katta urinma kuchlanish $\tau_A = \tau_{max}$, balandlik h ning o'rtasida, ya'ni A nuqtada hosil bo'lib, qisqa tomon b ning o'rtasida, ya'ni B nuqtada esa kuchlanish $\tau_B = \gamma \tau_{max}$ bo'ladi, γ koeffitsientning qiymatlari 7.1-jadvalda keltirilgan.

To'g'ri to'rtburchakning burchaklaridagi nuqtalarida kuchlanish nolga teng bo'ladi. Boshqa shakldagi ko'ndalang kesimli sterjenlar uchun W_b va I_b larning qiymatlari ma'lumotnoma jadvallarda keltirilgan bo'ladi.

Misol: Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lgan sterjenni tomonlarining o'lchami buralishdagi mustahkamlik shartidan foydalanib aniqlansin. To'rtburchak tomonlarining nisbati $h/b=2$ bo'lib, sterjenga ta'sir qilayotgan burovchi moment $M_b=500 \text{ kgk}\cdot\text{m}$, $[\tau]=600 \text{ kgk/sm}^2$, $G=8\cdot 10^5 \text{ kgk/sm}^2$ bo'lgan hol uchun.

Sterjenning buralishdagi mustahkamlik sharti (7.11) ga asosan

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{W_b} \leq [\tau],$$

$$W_b = \frac{M_b}{[\tau]} = \frac{50000 \text{ kgk sm}}{600 \text{ kgk/sm}^2} = 83 \text{ sm}^3$$

(7.21) ifodadan $W_b = \beta b^3$ ekanligini e'tiborga olib, tomonlari nisbati $h/b=2$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchak uchun β ning qiymatini 7.1-jadvaldan topsak, $\beta=0,493$ bo'ladi. Mos ravishda $W_b=\beta b^3$ bo'lgani uchun $83 \text{ sm}^3=0,493 b^3$ bo'lib, bundan

$$b = \sqrt[3]{\frac{83}{0,493}} = 5,52 \text{ sm} \approx 55,2 \text{ mm}, \quad h = 2 \cdot b = 2 \cdot 55,2 = 110,4 \text{ mm}$$

bo'ladi.

Agar sterjenning uzunligini l m ga teng deb olsak, buralish burchagi φ ni (7.20) yordamida topish mumkin.

Bu yerda, $I_b = \alpha b^4$ bo'lganligi uchun, α ni $h/b=2$ hol uchun 7.1-jadvaldan aniqlasak $\alpha \approx 0,457$ bo'ladi. Demak,

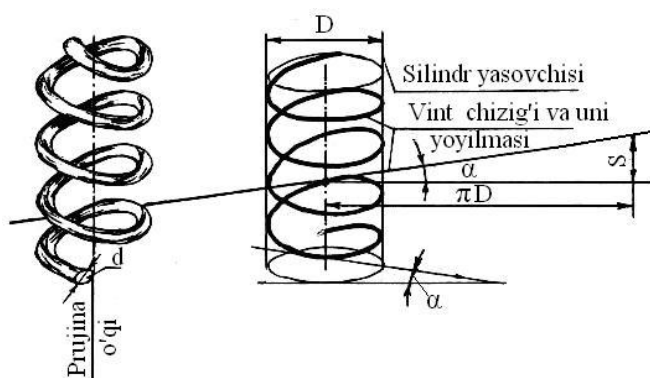
$$I_b = \alpha b^4 = 0,457 \cdot 5,52^4 = 424,3 \text{ sm}^4,$$

$$\varphi = \frac{I_b \cdot \ell}{GI_b} = \frac{50000 \cdot 100}{8 \cdot 10^5 \cdot 424,3} = 0,0147 \text{ rad} \text{ bo'ladi.}$$

5- §. Vintli prujinalar hisobi

Vintli prujinalar konstruktsiya elementlari sifatida amortizator, mexanik energiya akkumulyatorlari va boshqa hollarda keng qo'llaniladi. Silindr ko'rinishidagi vintli prujinalarning geometrik xarakteristiklari 7.10-rasmda keltirilgan.

Vintli prujina sterjenining o'qi vint chizig'idan iborat bo'ladi.



7.10-rasm. Slindrik prujinalarning geometrik xarakteristiklari.

Prujinaning xarakteristiklari sifatida prujinaning tashqi diametri – D , prujina yasalgan po'lat sterjenning diametri – d , qadamlari orasidagi masofa (prujina qadami) – s , qadamlarning qiyalik burchagi – α olinadi.

Vintli prujinalar prujinaga ta'sir etayotgan tashqi kuchlarga qarab cho'zilishga, siqilishga va buralishga ishlovchi turlarga ajratiladi.

Prujinaga ta'sir qiladigan kuch uning oxirgi qadamlariga qanday qo'yilishiga qarab bu prujinalar tuzilish jihatidan bir-biridan farq qiladi.

Prujinani fazoviy brus ham deb qarash mumkin, chunki uning ko'ndalang kesimlarida bir vaqtning o'zida ichki kuchlarning oltita tashkil etuvchilari paydo bo'ladi.

Odatda vintli prujinalar doirasimon ko'ndalang kesimga ega bo'lgan simlardan tayyorlanadi va bu holda uning ko'ndalang kesimlarida ichki kuchlarning to'rtta tashkil etuvchilari hosil bo'lib, ular quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$M_b = P \frac{D}{2} \cos \alpha, \quad M_{eg} = P \frac{D}{2} \sin \alpha, \quad Q = P \cos \alpha, \quad N = P \sin \alpha$$

Odatda α burchak qiymati 5° dan oshmaganligi uchun $\sin \alpha \approx 0$, $\cos \alpha \approx 1$ deb olinadi.

Shu sababli kichik qadamli prujinalarni hisoblashda faqat burovchi moment M_b va kesuvchi kuch Q larning ta'siri e'tiborga olinadi.

Prujina simining ko'ndalang kesimlarida M_b va Q ichki kuchlari urinma kuchlanish τ ni hosil qiladi.

Burovchi moment ta'sirida hosil bo'ladigan urinma kuchlanish

$$\tau_{M_b} = \frac{M_b}{W_\rho}$$

yordamida aniqlanadi.

Kesuvchi kuch Q ta'sirida hosil bo'ladigan urinma kuchlanishni

$$\tau_Q = \frac{P}{F}$$

orqali topiladi.

Urinma kuchlanish τ_Q ni topishda u ko'ndalang kesim yuzasi bo'yicha tekis taqsimlangan deb qabul qilingan. Kesuvchi kuch Q dan hosil bo'lgan urinma kuchlanish τ_Q burovchi moment M_b dan hosil bo'ladigan τ_{M_b} dan ancha kichkina bo'lganligi uchun, τ_Q hisoblash ishlarida e'tiborga olinmaydi, ya'ni prujina faqat buralishga ishlaydi deb qaraladi.

Bu holda, eng katta urinma kuchlanish τ_{max} aniqlanib, prujina uchun mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\tau_{max} = \frac{\dot{M}_b}{W_\rho} \leq [\tau] \quad (7.23)$$

Bu yerda, $M_b = P \cdot D$, $W_\rho = 0,2d^3$ ligini e'tiborga olsak

$$\tau_{max} = \frac{PD}{0,4d^3} \leq [\tau] \quad (7.24)$$

kelib chiqadi.

Agar kesuvchi kuch Q ($\frac{D}{d}$ ning kichik qiymatlarida) va boshqa omillarning ta'sirlari hisobga olinsa, u holda mustahkamlik shartini quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$\tau_{max} = K \frac{PD}{0,4d^3} \leq [\tau] \quad (7.25)$$

Bu yerda, K – tuzatish koeffitsienti 7.2-jadvaldan olinadi.

Prujinalar hisobi uchun tuzatish koeffitsienti K ning qiymatlari

7.2-jadval

D/d	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15
K	1,42	1,31	1,25	1,21	1,18	1,16	1,14	1,12	1,11	1,09

Prujina deformatsiyasini, ya'ni uning chiziqli uzunligining o'zgarishini quyidagi ifoda yordamida aniqlash mumkin:

$$\lambda = \frac{8nPD^3}{Gd^4} \quad (7.26)$$

Bu yerda, n – prujina o'ramlarining soni bo'lib, u amaldagi prujina o'ramlaridan 2 taga kam deb olinadi, chunki prujinaning uchlaridaga o'ramlar erkin deformatsiyalanmasligi sababli prujina ishida ishtirok etmaydi.

Agar prujina boshqacha ko'ndalang kesimli simdan (doiraviy kesimli bo'lmagan) yasalgan bo'lsa, u holda uning kesimlarida hosil bo'ladigan urinma kuchlanish τ ni va prujinaning deformatsiyasini quyidagi formulalar yordamida aniqlash kerak.

$$\tau_{\max} = \frac{PD}{2W_b} \quad (7.27)$$

$$\lambda = \frac{PD^3 \pi \cdot n}{4GI_b} \quad (7.28)$$

Bu yerdagi W_b va I_b lar (7.21) ifoda yordamida 7.1 va 7.2-jadvallardan aniqlanadi.

Qirqishda ruxsat etilgan kuchlanish $[\tau]$ qancha katta bo'lsa, prujina egiluvchan bo'lib, ko'proq deformatsiyalanadi, bu holda prujinani kichikroq ko'ndalang kesimga ega bo'lgan simdan yasash mumkin. Shuning uchun mashina resorlarini yetarli darajada egiluvchanligini ta'minlash maqsadida uni elastiklik chegarasi juda yuqori qilib toblangan po'latdan yasaladi. Bu holda ruxsat etilgan urinma kuchlanish $[\tau]=40 \text{ kgk/mm}^2$ gacha yetishi mumkin. Xromvanadiyli po'lat uchun, prujina simining radiusi $r=6 \div 8 \text{ mm}$ gacha bo'lsa, prujina cho'zilishga ishlaganda $[\tau]=70 \text{ kgk/mm}^2$ gacha bo'lib, fosforli bronza uchun $G=4400 \text{ kgk/mm}^2$ bo'lganda (sim radiusi $r=8 \text{ mm}$ gacha bo'lsa) $[\tau]=13 \text{ kg/mm}^2$ bo'ladi.

Bu yerda keltirilgan ruxsat etilgan kuchlanishlarning qiymatlari kam o'zgaruvchan kuchlar ta'sirida bo'lgan prujinalarga taalluqli bo'lib,

prujina o'zgaruvchan kuchlar ta'sirida bo'lganda $[\tau]$ ning qiymati taxminan $1/3$ ga, muntazam o'zgaruvchan kuchlar ta'sirida ishlovchi prujinalarda esa (klapanlar prujinalarida) $[\tau]$ ni $2/3$ ga kamroq deb qarash kerak. Chunki bu hollarda prujina charchashi va yuqori haroratlarda $[\tau]$ ishlashi e'tiborga olinishi kerak.

VIII bob **EGILISH**

1- §. Umumiy qoidalar

Agar tashqi yuklamalar ta'sirida sterjen ko'ndalang kesimlarida shu ko'ndalang kesimga tik ichki kuchlar momenti hosil bo'lsa egilish yuzaga keladi. Agar sterjen kesimlarida faqat ichki kuchlar momenti – M hosil bo'lsa, sof egilish, momentdan tashqari ko'ndalang kuch Q ham hosil bo'lsa ko'ndalang egilish deyiladi.

Agar eguvchi moment tekisligi ko'ndalang kesim bosh inersiya o'qlari biri bilan ustma-ust tushsa to'g'ri egilish, ustma-ust tushmasa qiyshiq egilish deyiladi. Egri egilish holi «Murakkab qarshilik» bo'limida ko'riladi, bu bo'limda to'g'ri egilish o'rganiladi.

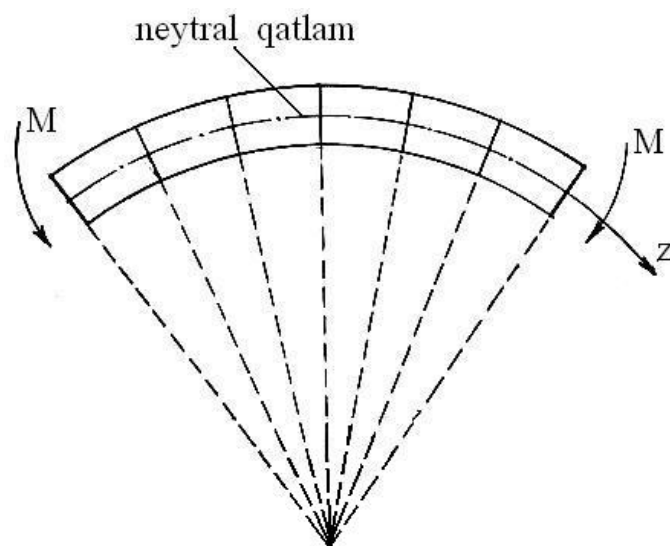
Egilishning cho'zish va buralishga nisbatan o'ziga xos jihati birinchidan deformatsiyada sterjen bo'ylama o'qi to'g'ri chiziq holida qolmaydi, ikkinchidan sterjen ko'ndalang kesimlarida turli ishorali siquvchi va cho'zuvchi normal kuchlanishlar albatta hosil bo'ladi.

Qoida bo'yicha, egilayotgan sterjenlar ko'ndalang kesimida kamida bitta simmetriya o'qiga ega bo'ladi, shuning uchun hisoblashlarda tashqi yuklama yo'nalishi sterjen ko'ndalang kesimi simmetriya o'qi bilan ustma-ust tushadi deb faraz qilinadi.

II-bob 2.7-rasmda sof egilishdagi deformatsiya sxemasi ko'rsatilgan.

Deformatsiyalanishda sterjen to'rining bo'ylama qatlamlari egiladi, lekin parallelligicha qoladi, to'r tik chiziqlari esa to'g'ri chiziqligicha qolib, bir-biriga nisbatan buriladi. Tik chiziqlarni to'g'riligicha qolishi tekis kesimlar gipotezasini qo'llash mumkinligini tasdiqlaydi.

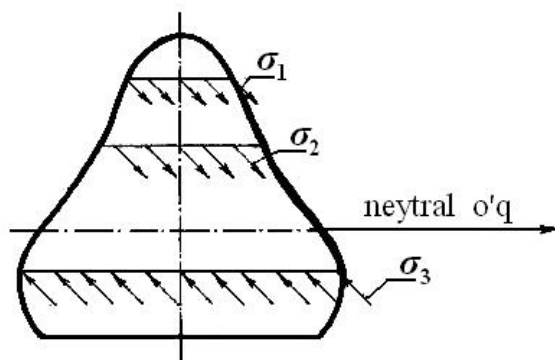
Sterjen yuqori qatlamlari cho'zilgan, pastki qatlamlari siqilgani 8.1-rasmdan ko'rinib turibdi. Bundan siqilgan va cho'zilgan qatlamlar o'rtasida uzunligi o'zgarmaydigan, mos ravishda kuchlanishdan xoli qatlam mavjudligi kelib chiqadi. Ushbu qatlam neytral qatlam deyiladi.



8.1-rasm. Sterjenning sof egilishi.

Ko'ndalang kesimdagi neytral qatlamlardan o'tuvchi o'q kesimni cho'zilgan va siqilgan sohalarga ajratadi. Bu o'qqa neytral o'q deyiladi.

Neytral o'qni x o'qi deb olamiz. Sterjen alohida qatlamlari siqilgan yoki cho'zilgan bo'lgani uchun, ko'ndalang kesimda σ normal kuchlanishlar hosil bo'ladi. Ta'sir etuvchi yuklanishga nisbatan kesimlar simmetrikligi shartidan neytral o'qqa parallel qatlamlarda normal kuchlanishlar o'zgarmas bo'ladi (8.2 rasm).

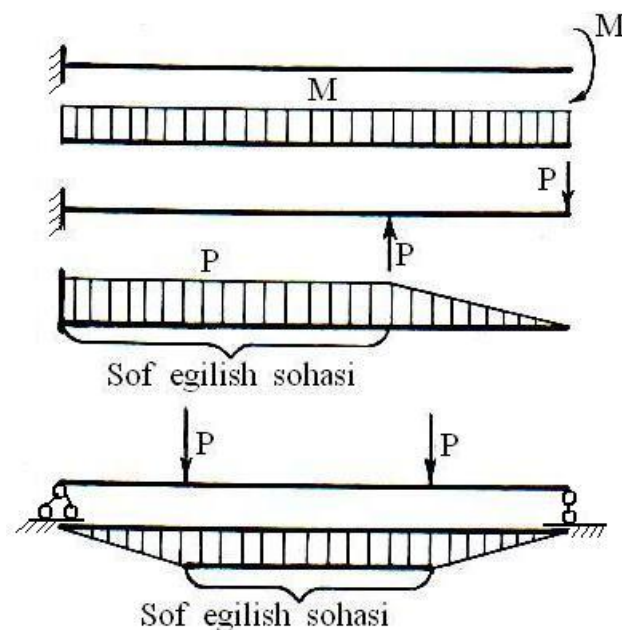


8.2-rasm. Sterjen ko'ndalang kesimida kuchlanishlarni taqsimlanishi.

Eguvchi moment neytral o'q indeksiga ega, ya'ni agar tashqi yuklama ta'sir chizig'i ko'ndalang kesim « y » o'qidan o'tsa, « x » o'qi neytral o'q bo'ladi va moment « M_x » orqali, agar « y » neytral o'q bo'lsa, moment mos ravishda « M_y » orqali belgilanadi.

2- §. Sof egilishda kuchlanishlar

Sof egilish, yuqorida ko'rsatib o'tilganidek, sterjen ko'ndalang kesimida tashqi yuklamalar ta'siridan ichki kuchlarning M eguvchi momenti paydo bo'lsa va Q ko'ndalang kuch nolga teng bo'lsa hosil bo'ladi. 8.3-rasmida sof egilish hosil bo'luvchi sterjen sxemalari va epyuralariga misollar keltirilgan



8.3-rasm. Turli xil yuklamalar ta'siridan sof egilishning hosil bo'lishi.

Ikkita eguvchi moment bilan yuklangan sterjenni simmetriya o'qidan o'tuvchi kesimlar bilan ketma-ket kesamiz (8.4-rasm). Sterjenni necha bor kesmaylik, uning har bir ajratilgan bo'lagi simmetriya o'qiga ega. Cheksiz simmetriya o'qlariga ega bo'lgan egri chiziq aylana bo'lgani uchun sof egilishda sterjenning neytral qatlamini ham qo'shgan holda barcha qatlamlari aylana shaklini oladi.

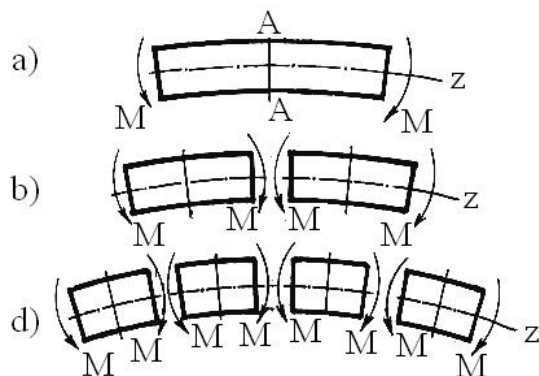
Egilgan sterjendan dz uzunlikdagi element ajratib, uning muvozanatini ko'ramiz (8.5-rasm). $O - O^1$ - bu uzunligi o'zgarmaydigan neytral qatlam. Neytral qatlamdan y masofadagi AA^I qatlam AA^{II} ga uzayadi. $O^I OC$ va $A^{II} A^I O^I$ uchburchaklar o'xshashligidan

$$\frac{A^I A^{II}}{y} = \frac{OO^I}{\rho} = \frac{A^I A^{II}}{OO^I} = \varepsilon \quad \text{neytral o'qdan } y \text{ masofada yotuvchi qatlami}$$

nisbiy bo'ylama deformatsiyasini topamiz. $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$, Guk qonunidan

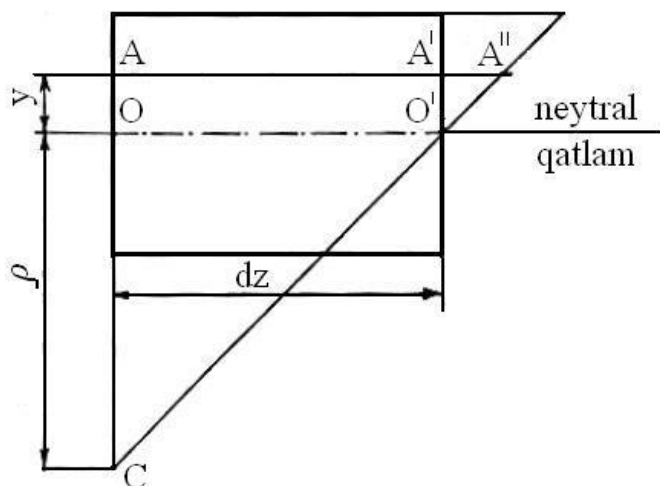
$$\frac{\sigma}{E} = \frac{y}{\rho}, \text{ bu yerdan qatlamda hosil bo'luvchi normal kuchlanish}$$

$$\sigma = \frac{yE}{\rho}$$



8.4-rasm. Sof egilish deformatsiyasida neytral qatlam sterjen o'qiga tik tekisliklar bilan kesilgan:

a) bitta tekislik bilan; b) ikkita tekislik bilan; d) to'rtta tekislik bilan.



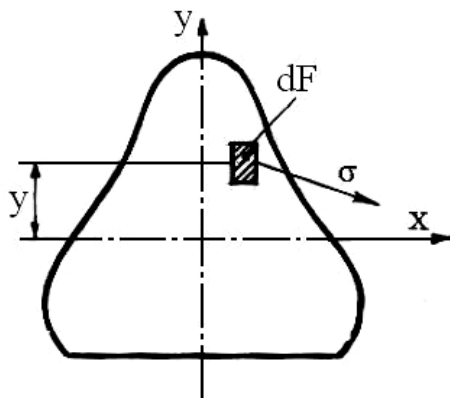
8.5-rasm. Sof egilishda normal kuchlanishlarni aniqlash.

IV-bobda ko'rsatilganidek $N = \int_F \sigma dF$ (8.6-rasm).

Ya'ni $N = \int_F \frac{yE}{\rho} dx$, chunki $\frac{E}{\rho} = const$, u holda $N = \frac{E}{\rho} \int y dx$

Sof egilishda ko'ndalang kesimdagi ichki bo'ylama kuch N nolga teng, $\frac{E}{\rho} \neq 0$, demak $\int y dx = 0$. (3.1) dan $\int y dF = S_x$ – neytral «x» o'qiga nisbatan ko'ndalang kesim yuzasining statik momenti. Kesim og'irlik

markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan statik moment nolga teng. Bundan neytral o'q kesim og'irlik markazidan o'tishi kelib chiqadi.



8.6-rasm. Sterjenning ko'ndalang kesim yuzasiga ta'sir etuvchi kuchlanish.

«y» o'qiga nisbatan ichki kuchlar momenti $M_y = \int_F \frac{E}{\rho} xy dF$ ifodadan aniqlanadi, ammo momentning ta'sir tekisligi «y» o'qi orqali o'tgani uchun $M_y = 0$ bo'ladi. $\frac{E}{\rho} \neq 0$ bo'lgani uchun $\int_A xy dF = 0$. Bu yerdagi $\int_F xy dF$ ifoda ko'ndalang kesimning «x», «y» o'qlariga nisbatan markazdan qochma inersiya momentiga teng (III-bob), hamda bosh o'qlarga nisbatan markazdan qochma inersiya momentlari nolga teng. Demak «y» o'qi shartga ko'ra markaziy o'q edi, endi bosh o'q ham bo'ladi, mos ravishda kesim og'irlik markazidan o'tuvchi x neytral o'qi ham simmetriya o'qiga tik bo'lib inersiya bosh markaziy o'qi bo'ladi.

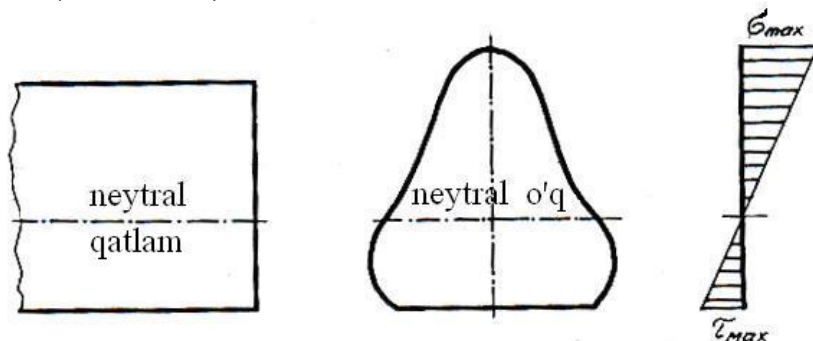
Momentning «x» neytral o'qiga nisbatan muvozanat sharti $M_x - \int_F \sigma y dF = 0$ yoki $M_x - \frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF = 0$, $\sigma = \frac{yE}{\rho}$ bo'lgani uchun $\frac{E}{\rho} = \frac{\sigma}{y}$ hamda $\int_F y^2 dF$ ifoda «x» – neytral o'qqa nisbatan kesim inersiya momentiga (III bo'lim) teng.

$$M_x - \frac{\sigma}{y} I_x = 0 \quad \text{ëku} \quad \sigma = \frac{M_x y}{I_x} \quad (8.1)$$

Ko'ndalang kesim ixtiyoriy nuqtasidagi normal kuchlanishlarni egilishdagi qiymatini (8.1) ifoda aniqlash imkonini beradi. Chunki har bir ko'ndalang kesim uchun eguvchi moment epyurasidan aniqlanuvchi M_x va I_x inersiya momentlari o'zgarmas kattalik bo'lganligi sababli

ko'ndalang kesim har bir nuqtasidagi normal kuchlanishlar neytral o'qdan shu nuqtagacha bo'lgan masofa orqali aniqlanadi.

Kesim balandligi bo'ylab normal kuchlanishlar epyurasi to'g'ri chiziqli, chunki (8.1) ifodada ordinata «y» birinchi darajada qatnashmoqda (8.7-rasm).



8.7-rasm. Sterjenning ko'ndalang kesim yuzasida kuchlanishni taqsimlanishi.

Neytral o'qqa nisbatan ko'ndalang kesim simmetrik bo'lgan holda «y» o'qqa nisbatan normal kuchlanishlar epyurasi ham simmetrik bo'ladi.

Bu holda eng katta kuchlanishlarni topish uchun kesimning «x» o'qiga (W_x) yoki «y» o'qiga (W_y) nisbatan qarshilik momenti deb ataluvchi maxsus geometrik xarakteristika kiritiladi.

$$W_x = \frac{I_x}{\sigma_{\max}}, \quad W_y = \frac{I_y}{\sigma_{\max}} \quad (8.2)$$

Masalan, to'g'ri to'rtburchak uchun

$$W_x = \frac{I_y}{\sigma_{\max}}, \quad I_x = \frac{bh^3}{12}; \quad \sigma_{\max} = \frac{h}{2} \quad \text{va} \quad W_x = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6}$$

$$\text{Mos ravishda } W_y = \frac{b^2h}{6}$$

Doira uchun $I_x = I_y = 0,05 d^4$, $y_{\max} = x_{\max} = d/2$, mos ravishda $W_x = W_y = 0,1 d^3$ ($\tau_{\max}$ ni aniqlashdagi geometrik xarakteristika – qutb qarshilik momenti $0,2 d^3$ ga teng va o'qqa nisbatan ikki marta katta). Prokat shaklli po'lat uchun qarshilik momenti kattaliklari prokat po'latlar sortamenti jadvalidan olinadi. Shuni qayd etish lozimki, murakkab kesimlar uchun qutb qarshilik momentini aniqlash kabi, murakkab jismlarda o'qqa nisbatan qarshilik momentini uni tashkil etuvchi uchastkalar qarshilik momentlari yig'indisi yoki ayirmasi sifatida aniqlash mumkin emas. Buning uchun berilgan o'qqa nisbatan

kesim umumiy inersiya momentini aniqlab olib, hosil bo'lgan kattalikni o'qdan kesim eng chetki nuqtasigacha bo'lgan masofaga bo'lish kerak. Masalan (8.8-rasm) dagi kesim uchun

$$I_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{(0,8h^3) \cdot 0,6b}{12} = \frac{0,69bh^3}{12}$$

$$y_{\max} = h/2$$

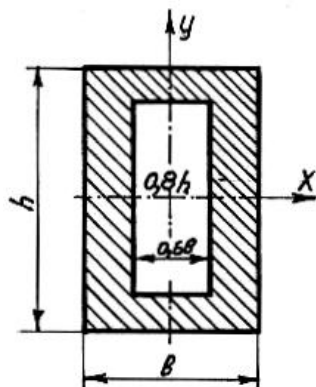
$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{0,69bh^3 \cdot 2}{12h} = \frac{0,69bh^2}{6} = 0,115bh^2$$

$$I_y = \frac{b^3h}{12} - \frac{(0,6b)^3 \cdot 0,8h}{12} = \frac{0,128b^3h}{12}$$

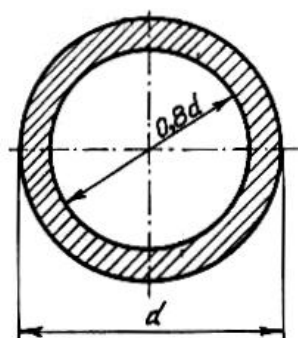
$$x_{\max} = b/2$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} = \frac{0,828b^2h}{6} = 0,138b^2h$$

Halqa uchun (8.9-rasm).



8.8-rasm. To'g'ri to'rtburchakli kovak kesim uchun qarshilik va inersiya momentlarini aniqlash.



8.9-rasm. Halqasimon kesim uchun qarshilik va inersiya momentlarini aniqlash.

$$W_x = W_y = \frac{0,029 d^4}{0,5 d} = 0,059 d^3$$

$$I_x = I_y = 0,05 d^4 - 0,05 (0,8 d)^4 = 0,029 d^4$$

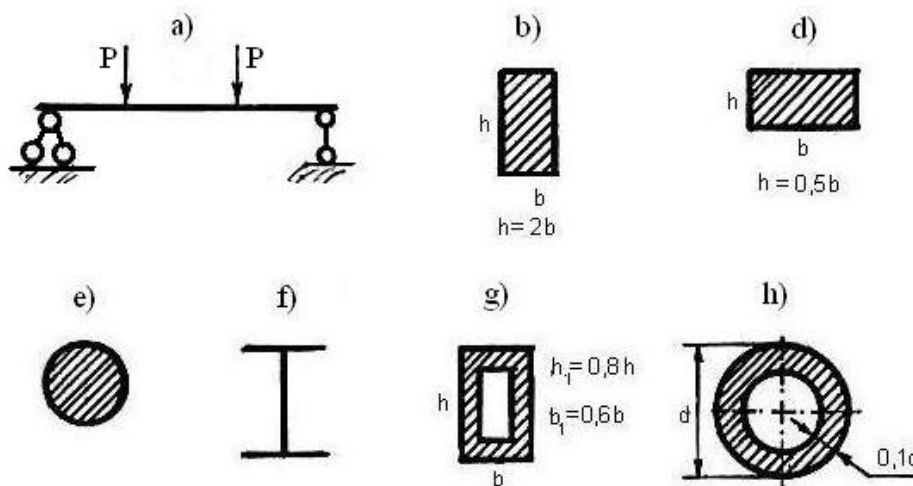
$$\rho_{\max} = \tilde{\rho}_{\max} = 0,5 d$$

(8.1) va (8.2) ifodalardan egilishdagi ruxsat etilgandan kichik bo'lishi kerak bo'lgan normal kuchlanishlarning eng katta qiymatini topish mumkin

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \quad \text{ëku} \quad \sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma] \quad (8.3)$$

Ushbu (8.3) ifoda sof egilishdagi mustahkamlik sharti deyiladi.

Y neytral o'qqa nisbatan ko'ndalang kesimi simmetrik bo'lgan sterjenlar uchun qo'llaniladi. Cho'zilish yoki buralishdagi kabi masalalar egilishda ham mustahkamlik shartidan foydalanib yechiladi, ya'ni mustahkamlik shartidan ko'ndalang kesim kerakli o'lchamlari, ruxsat etilgan tashqi yuklama kattaligi aniqlanadi, mavjud inshoot mustahkamligi tekshiriladi va hokazo.



8.10-rasm. Simmetrik ko'ndalang kesimli balka ko'rinishlari:

- a) yuklangan balka; b) ko'ndalang kesim to'g'ri to'rtburchakli tik qo'yilgan balka;
- d) ko'ndalang kesim to'g'ri to'rtburchakli yon tomoni bilan qo'yilgan balka;
- e) ko'ndalang kesimi doiraviy balka; f) ko'ndalang kesimi qo'shtavrli balka;
- g) to'g'ri to'rtburchakli kovak kesimli balka; h) halqasimon kesimli balka.

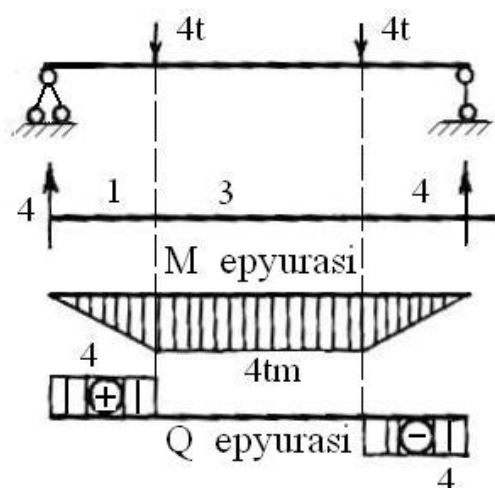
Masalan, 8.10a-rasmda keltirilgan turli shakllardagi 8.10b,d,e,f po'lat balka o'lchamlarini aniqlash talab etilsin.

II-bob 2-§da berilgan kattaliklar asosida M va Q epyuralarini chizamiz (8.11-rasm).

$M_x^{\max} = 4tm$. Egilishdagi mustahkamlik sharti (8.3) dan

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{40000}{1600} = 250 \text{ sm}^3, \quad \text{demak material mustahkamligini}$$

ta'minlash uchun balka ko'ndalang kesimi shaklli qanday bo'lishidan qat'iy nazar, qarshilik momenti 250 sm^3 dan kichik bo'lmasligi kerak.



8.11-rasm. Simmetrik yuklangan balka uchun eguvchi moment va kesuvchi kuch epyurasini ko‘rinishi

Ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini aniqlaymiz

(b) shakl uchun $W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = 0,665 b^3$

$W_x = 0,665 b^3 = 250 \text{ sm}^3$, bu yerdan $b = 7,25 \text{ sm}$, $h = 14,5 \text{ sm}$

(d) shakl uchun $W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{2hh^2}{6} = 0,333 h^3$

$W_x = 0,333 h^3 = 250 \text{ sm}^3$, bu yerdan $h = 9,1 \text{ sm}$, $b = 18,2 \text{ sm}$

(e) shakl uchun $W_x = 0,1 d^3 = 250 \text{ sm}^3$, $d = \sqrt[3]{\frac{250}{0,1}} = 13,6 \text{ sm}$

(f) shakl uchun, prokat shakli po‘latlar sortamentidan 250 sm^3 ga yaqin W_x li qo‘sh-tavr (sortament jadvalidan) nomerini tanlaymiz. Eng yaqin nomer 22, $W_x = 232 \text{ sm}^3$ va 24, $W_x = 289 \text{ sm}^3$. 24 nomerli qo‘sh-tavrni tanlaymiz, chunki ko‘ndalang kesim o‘lchamlari mustahkamlik zahirasi oshirish uchun katta tomonga yaxlitlanadi.

(g) shakl uchun $W_x = 0,115 bh^2$ (8.8 rasmga qarang) yoki $W_y = 0,46 b^3 = 250 \text{ sm}^3$, bu yerdan $b = \sqrt[3]{\frac{250}{0,46}} = 8,2 \text{ sm}$, $h = 16,4 \text{ sm}$

(h) shakl uchun $W_x = 0,059 d^3$ (8.9-rasmga qarang)

$0,059 d^3 = 250 \text{ sm}^3$ bu yerdan $d = \sqrt[3]{\frac{250}{0,059}} = 15,7 \text{ sm}$

Har bir balka shakli uchun metall sarfini solishtiramiz. Y balka ko‘ndalang kesimi o‘zgarmas bo‘lganda shu kesim yuzasi bilan aniqlanadi: «b» shakli uchun $F = 14,5 \times 7,25 = 105 \text{ sm}^2$; «d» shakl uchun $F = 9,1 \times 18,2 \text{ sm}^2$, «f» qo‘sh-tavr shakli uchun sortamentdan

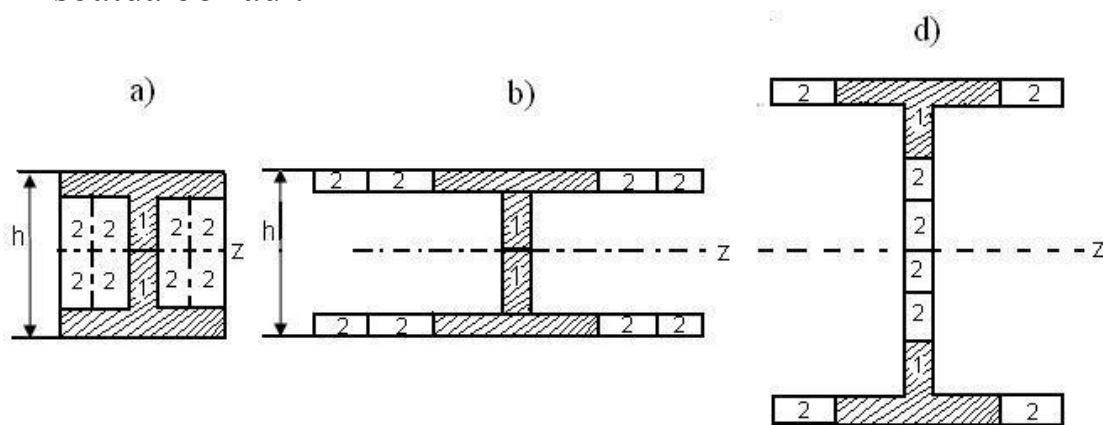
$F = 34,8 \text{ sm}^2$, «g» shakli uchun $F = 16,4 \times 8,2 - (0,8 \times 16,4 \times 0,6 \times 8,2) = 70 \text{ sm}^2$, «h» shakl uchun $F = 71 \text{ sm}^2$.

Egilishga ishlayotgan sterjen shakllari ichida eng qulayi halqasimon va 8.8-rasmdagilar qimmatbahoroq bo'lsa ham qo'shtavr ekanligi ko'rinib turibdi. Bu egilishda ko'ndalang kesimdagi epyura shaklida normal kuchlanishlarning taqsimlanishga bog'liq (8.7-rasm). Kuchlanish kesimning neytral o'qidan eng uzoqdagi nuqtasida eng katta qiymatga erishib og'irlik markazi tomon kamayib boradi va neytral o'qqa yaqin sohada material yuklanmagan bo'ladi. Balka mustahkamligini oshirmasdan bu sohani olib tashlasak uning xususiy og'irligini kamaytiradi.

Egilishda sterjen ko'ndalang kesimi shaklini uning mustahkamligiga ta'siri A.V.Darkov darsligidan olingan misollarda yaqqol ko'rinadi.

8.12a-rasmda ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak shaklidagi balka tasvirlangan bo'lib, u mos ravishda 1 va 2 raqamlari bilan belgilangan 2 ta qo'shtavr va 8 ta to'g'ri to'rtburchakdan iborat elementlarga ajratilgan. 8.12b-rasmda tasvirlangan qo'shtavr kesim oldingidek F yuza h balandlikka xuddi shu elementlarga ega bo'lgan holda, yetarli darajada katta bo'lgan inersiya momenti va qarshilik momentiga ega bo'ladi (mos ravishda kattaroq mustahkamlikka ega bo'ladi). Xuddi o'sha F yuzali, lekin balandligi ko'proq bo'lgan qo'shtavr kesimi yanada foydaliroq bo'ladi, chunki 8.12a,b-rasmda ko'rsatilganga nisbatan unda materialning asosiy qismi z neytral o'qidan ko'proq uzoqlashgan bo'ladi.

8.12a,b,d-shakllarda ko'rsatilgan balkalar mustahkamligi 1: 2: 4 kabi nisbatda bo'ladi.



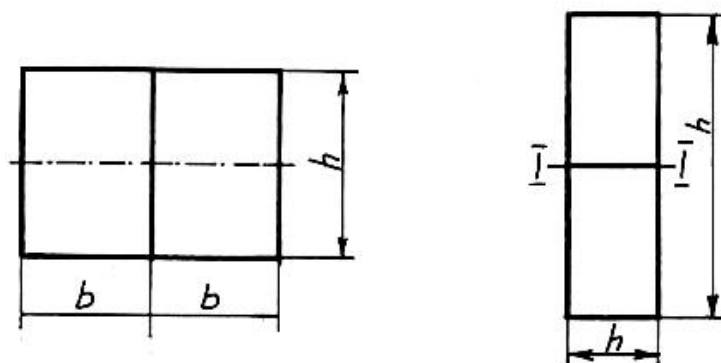
8.12-rasm. Balka mustahkamligi uning shakliga qarab o'zgarishi:

a) to'g'ri to'rtburchakli kesim; b) qo'shtavrli kesim; d) balandligi orttirilgan qo'shtavrli kesim.

Ikkita to'g'ri burchakli bruslardan tashkil topgan balkani ko'raylik. Agar tik tekislikda ta'sir etuvchi eguvchi momentda bruslarni yonma-yon qo'ysak (8.13-rasm), u holda tutash kesim qarshilik momenti $W = 2bh^2/6 = bh^2/3$ ga teng bo'lib, oldingi holga nisbatan 2 marta katta bo'ladi.

Shunday qilib, ko'ndalang kesimi yuzasi bir xil bo'lganda ikkinchi holda birinchi holga nisbatan balkaning egilishga qarshiligi 2 marta ko'p, ya'ni ikkinchi kesim ratsionalroq ekan.

«a» va «b» shakllarda (8.12-rasm) ko'ndalang kesim yuzasi farqi shu bilan izohlanadi.



8.13-rasm. To'g'ri to'rtburchakli kesimlarda qarshilik momentining o'zgarishi.

Neytral o'qqa nisbatan kesimlari simmetrik bo'lmagan egiluvchi sterjenlarda ko'ndalang kesimdagi normal kuchlanishlar epyurasi ham simmetrik bo'lmaydi.

Eng katta siquvchi kuchlanishlar miqdor jihatidan eng katta cho'zuvchi kuchlanishlarga teng emas.

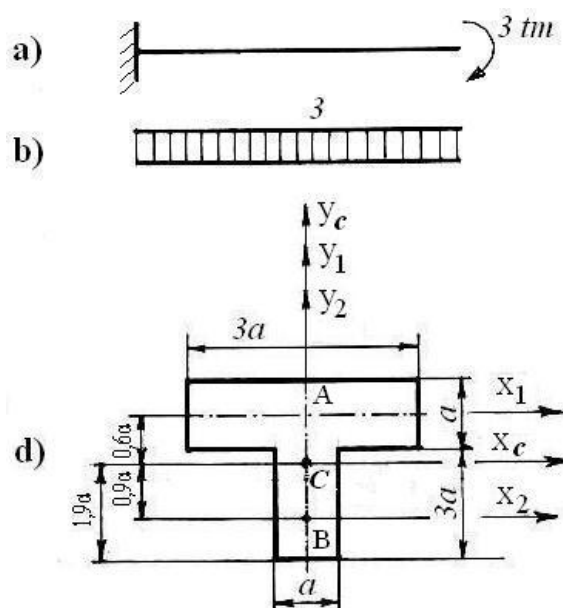
Ba'zan bunday kesimlar uchun cho'zilish va siqilish sohalari uchun 2 ta qarshilik momenti tushunchasi kiritiladi, lekin eng katta kuchlanishlarni (8.1) ifodadan $(+y_{max})$ yoki $(-y_{max})$ qiymatlarni qo'yib aniqlash osonroq. $[\sigma]_{ch} = [\sigma]_s$ bo'lgan plastik materiallardan tayyorlangan balka uchun bitta $[\sigma] \leq [\sigma]$ mustahkamlik shartini ishlatish yetarli. Masalan, 8.14-rasmda keltirilgan tavr shaklli po'lat balka ko'ndalang kesimi o'lchamlarini aniqlaylik.

Ichki kuchlar epyurasini quramiz (II-bob) (8.14b-rasm)

$$M_{max} = 3 \text{ tm}$$

Ko'ndalang kesimning kerakli geometrik xarakteristikalarini aniqlaymiz (III-bob) (8.14d-rasm).

$x_I y_I$ o'qlar sistemasida og'irlik markazi holati:



8.14-rasm. Tavr kesimli konsol balka hisobi:

a) berilgan konsol balka; b) eguvchi moment epyurasi; d) tavr kesimning geometrik xarakteristikalarini aniqlash.

$$y_1 = \frac{S_{x_1}}{F} = \frac{3a^3}{5a^2} = 0,6a$$

$$F = 3a \cdot a + 2a \cdot a = 5a^2$$

$$S_{x_1} = S_{x_1}^I + S_{x_1}^{II} = 0 + 2a^2(a + 0,5a) = 3a^3$$

A nuqta neytral o'qdan eng uzoqlashgan, ya'ni (absolyut miqdori bo'yicha) eng katta kuchlanishlar hosil bo'ladigan nuqtadir. $y_A = 1,9a$ (A nuqta ko'ndalang kesim siqilgan sohasida joylashgani uchun y_A ni ishorasini hisobga olmasa ham bo'ladi).

(8.1) ifodaga topgan qiymatlarni qo'yib

$$\sigma_{\max} = \frac{300000 \cdot 1,9a}{3,65a^4}$$

Ushbu kuchlanishlar ruxsat etilganiga teng yoki undan kichik bo'lishi kerak $\frac{300000 \cdot 1,9a}{3,65a^4} = 1600 \text{ kg/sm}^2$, bu yerdan $a = 4,5 \text{ sm}$.

$[\sigma]_{\text{ch}} < [\sigma]_s$ shartli bajariluvchi mo'rt materiallardan iborat elementlarni egilishga loyihalashda eng katta siquvchi va eng katta cho'zuvchi kuchlanishlarni har birini aniqlab, ruxsat etilgan bilan solishtiriladi.

Faraz qilaylik, oldingi misolda keltirilgan balka choʻyandan yasalgan boʻlsin. Siqishdagi ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]_{ch} = 600 \text{ kg/sm}^2$ ga teng.

«a» oʻlchamga bogʻliq ravishda olingan kesim geometrik xarakteristiklari va eng katta eguvchi moment oʻzgarmaydi. Eng katta siquvchi kuchlanishlar A nuqtada ($y_A = 1,9 a$), eng katta choʻzuvchi kuchlanishlar B nuqtada ($y_B = 1,1 a$) hosil boʻladi.

Mos ravishda, eng katta siquvchi kuchlanishlar

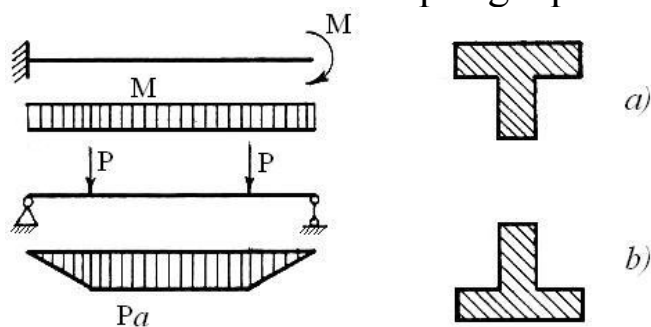
$$\sigma_{\max}^s = \frac{300000 \cdot 1,9 a}{3,65 a^4} = 157000 a^3$$

Eng katta choʻzuvchi $\sigma_{\max}^{ch} = \frac{300000 \cdot 1,1 a}{3,65 a^4} = 91000 a^3$

Choʻzishga mustahkamlik shartidan $a = \sqrt[3]{\frac{91000}{600}} = 5,4 \text{ sm}$

Tabiiyki, butun kesim mustahkamligini taʼminlash uchun «a» ni 5,4 sm ga teng deb olish kerak.

Neytral oʻqqa nisbatan simmetriyaga ega boʻlmagan moʻrt materiallarni loyihalashda absolyut qiymati boʻyicha eng katta kuchlanishlar hosil boʻladigan kesimning chetki nuqtalari siqilgan sohada boʻlishiga intilish kerak. Masalan konsol uchun (8.15a-rasm) nazariy jihatdan tavrli kesim tokchasini yuqoriga qaratib qoʻyish, (8.15b-rasmdagi) balka uchun tokchasini pastga qaratib qoʻyish.



8.15-rasm. Simmetrik oʻqiga ega boʻlmagan balkalar:

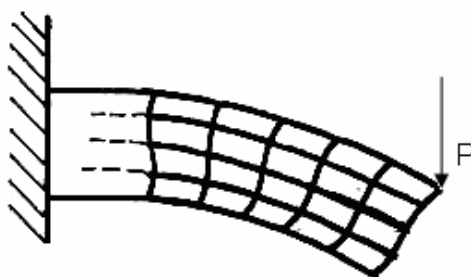
- a) tavr kesimning tokchasi yuqoriga qaratib qoʻyilgan;
- b) tavr kesimning tokchasi pastga qaratib qoʻyilgan.

Qulayroq, ikkala holda ham tokchani choʻzilgan sohaga joylashtiriladi. Tabiiyki, bu faqat nazariy fikrlashlardir. Amalda temir-beton balkali koʻpriklar qurilishida, masalan qoʻshtavr kesimli tokchani maʼlum asoslar asosida siqilgan sohaga qoʻyiladi.

3- §. Ko'ndalang egilishdagi kuchlanishlar

Ko'ndalang egilishdagi 1-§ da keltirilgan ta'rifga asosan tashqi yuklamalar ta'sirida egiluvchi sterjen kesimlarida ichki kuchlar momenti M dan tashqari ko'ndalang kuch Q ham hosil bo'ladi. Bu Q kuch sterjen ko'ndalang kesimlarida urinma kuchlanish « τ » hosil bo'lishiga sabab bo'ladi.

O'z navbatida « τ » urinma kuchlanishlari burchak deformatsiyalarini hosil qilish barobarida egiluvchi sterjen to'rida o'tkazilgan ko'ndalang chiziqlarni qiyshayishiga olib keladi (8.16-rasm), ya'ni ko'ndalang egilishda tekis kesimlar gipotezasi bajarilmaydi. Ammo, o'tkazilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, Q kuchning sterjen uzunligi bo'yicha o'zgarish qiyamatida ko'ndalang kesimlar shaklining o'zgarishi normal kuchlanishlarga ta'sir etmaydi hamda Q kuchining o'zgaruvchi qiymatlarida esa ta'siri juda kichik



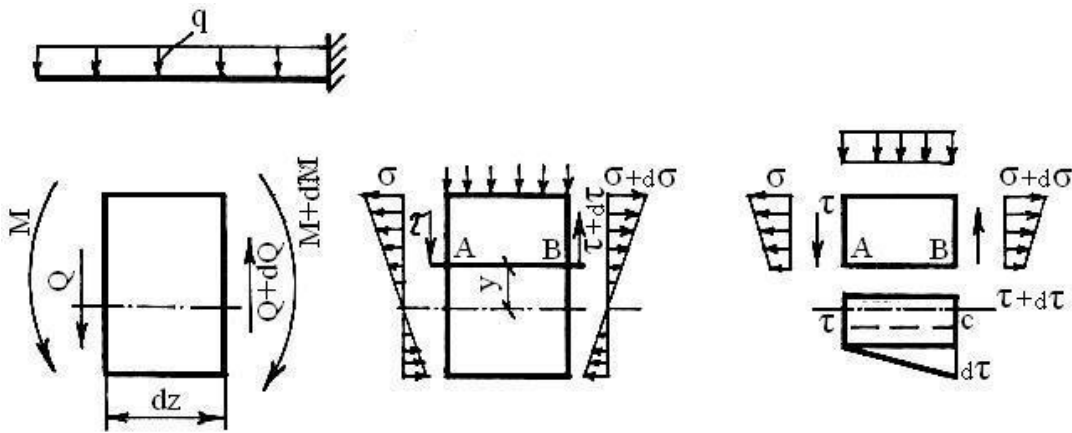
8.16-rasm. Yon tomoniga to'r chiziqlar chizilgan konsol balkaning egilishi.

Bu holat ko'ndalang egilishda normal kuchlanishlar miqdorini (8.1–8.3) ifodalardan, ya'ni sof egilish kabi aniqlash imkonini beradi. Ko'ndalang kesimlar shaklini o'zgarishi sterjen ko'ndalang kesimlarida normal kuchlanishlarni paydo bo'lishiga olib keladi, ya'ni sterjen «qatlamlari» bir-birini «bosadi», ammo ushbu kuchlanishlar miqdori uncha katta bo'lmagani uchun ularni hisoblashlarda e'tiborga olinmaydi. Demak, urinma kuchlanishlarni aniqlash taqriban, ammo amaliyot uchun yetarli darajadagi aniqlikda amalga oshiriladi degan xulosa kelib chiqadi.

Ko'ndalang egilish holatidagi balkadan dz uzunlikdagi element ajratamiz (8.17-rasm).

Ajratilgan elementni neytral qatlamdan « y » masofada bo'ylama gorizontal kesim o'tkazib 2 ta qismga ajratamiz va AB tekislik bilan chegaralangan yuqori qismini muvozanatini ko'ramiz. Hamda, urinma kuchlanishlar ko'ndalang kesim darajasida neytral o'q « x » ga parallel va

normal kuchlanishlar o'zgarmas deb faraz qilamiz (8.2-rasm). Urinma kuchlanishlar juftligi qonuniga asosan AB tekislik va ko'ndalang kesim A nuqtasida τ , B nuqtasida $\tau + d\tau$ urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi.



8.17-rasm. Ko'ndalang egilishda urinma kuchlanishlarni aniqlash.

Ajratilgan element yuqori qismi muvozanat tenglamalarini sterjen bo'ylama o'qiga proeksiyalar yig'indisi ko'rinishida tuzamiz.

$$\sum Z = \int_F \sigma dF + \tau b dz + \frac{d\tau \cdot dz \cdot b}{2} - \int_{F^*} \sigma dF - \int_{F^*} d\sigma dF = 0$$

bu yerda, b – ko'ndalang kesimning AB tekislik darajasidagi uzunligi.

Ikkinchi darajali kichik miqdor $\left(\frac{d\tau dz b}{2}\right)$ ni e'tiborga olmasdan va

$d\sigma = \frac{dM_y}{I_x}$, $\int_{F^*} d\sigma dF = \frac{dM}{I_x}$, $\int_{F^*} y dF = \frac{dM}{I_x} \cdot S_x^*$, bu yerda S_x^* ko'ndalang kesim AB tekislikdan yuqorida joylashgan F^* yuzasining statik momenti,) ekanligini hisobga olib $\frac{dM}{I_x} S_x^* = \tau b dz$ ni hosil qilamiz.

Juravskiy bog'lanishidan (II-bob, 5-§) $\frac{dM}{dz} = Q$, demak

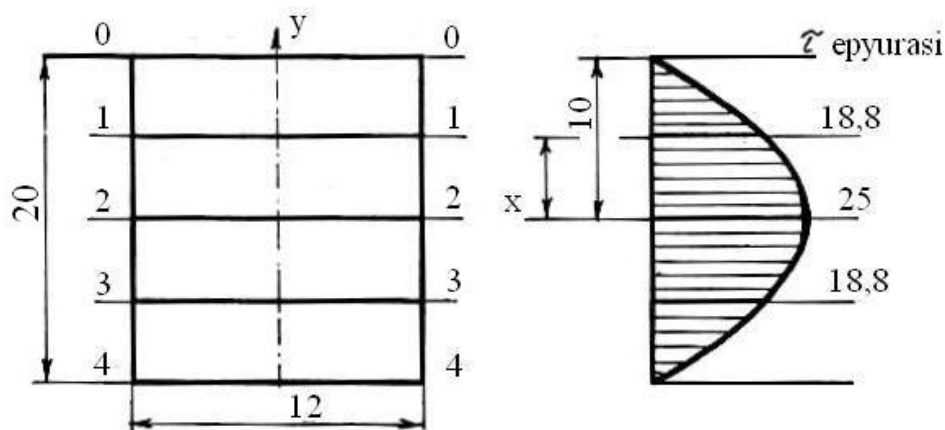
$$\tau = \frac{QS_x^*}{I_x b} \quad (8.4)$$

natijada (8.4) – Juravskiy bog'lanishini hosil qilamiz.

Unda ko'rilayotgan har bir ko'ndalang kesim uchun o'zgarmas, ko'ndalang kuchlar epyurasidan aniqlanuvchi Q – ko'ndalang ichki kuch kattaligi, Q kabi o'zgarmas bo'lgan neytral o'qqa nisbatan butun kesim I_x inersiya momenti, aniqlanayotgan kuchlanish darajasidan kesim «eni»

b (b kattaligi to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr devori kabilar uchun o'zgaras, doira uchun o'zgaruvchi bo'lishi mumkin), hisoblash darajasidagi yuqorida joylashgan ko'ndalang kesim yuzasining statik momenti S_x^* lar kiradi.

Misol tariqasida tomonlari 20x12 bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi balka kesimlarida urinma kuchlanishlar epyurasini qurishni ko'ramiz (8.18-rasm).



8.18-rasm. To'g'ri to'rtburchakli kesimda urinma kuchlanishlar epyurasi.

Urinma kuchlanishlarni (8.4) Juravskiy formulasidan topamiz

$$\tau = \frac{QS_x^*}{I_x b}$$

Berilgan kesim uchun o'zgaras Q ni ko'ndalang kuchlar epyurasidan topamiz $Q = 4 t$, markaziy o'qqa nisbatan inersiya momenti I_x – quyidagiga teng

$$bh^3/12 = \frac{12 \cdot 20^3}{12} = 8000 sm^4 \text{ (III-bob, 3-§ ga qarang)}$$

Bizning misolimizda kesim eni b o'zgaras kattalik va 12 ga teng. Kesimni bir qator-nolinchidan to'rtinchigacha darajalarga bo'lib chiqamiz.

To'g'ri to'rtburchak yuqori qirrasidan o'tuvchi nolinch daraja uchun statik moment nolga teng $S_x^{*(0)} = 0$ mos ravishda $\tau_1 = 0$

Birinchi daraja uchun kesim hisob yuzasi

$$5 \times 12 = 60 sm^2, S_x^{*(1)} = 60 \times 7,5 = 450 sm^3$$

$$\tau_1 = \frac{4000 \cdot 450}{12 \cdot 8000} = 18,8 \text{ kg / sm}^2$$

ikkinchi daraja uchun kesim hisob yuzasi

$$10 \times 12 = 120 \text{ sm}^2, \quad S_x^{*(2)} = 120 \times 5 = 600 \text{ sm}^3$$

$$\tau_2 = \frac{4000 \cdot 600}{12 \cdot 8000} = 25 \text{ kg / sm}^2$$

Uchinchi daraja uchun kesim hisob yuzasi $15 \times 12 = 180 \text{ sm}^2$, ammo uning kesim x neytral o'qiga nisbatan statik momenti «musbat» va «manfiy» qismlardan tashkil topadi,

$$S_x^{*(3)} = 120 \times 5 - 60 \times 2,5 = 450 \text{ sm}^3 \text{ ya'ni } S_x^{*(1)} \text{ ga teng}$$

$$\tau_3 = \tau_1 = 18,8 \text{ kg / sm}^2.$$

To'rtinchi darajadan yuqorida butun ko'ndalang kesim yuzasi yotadi va statik moment aniqlanayotgan x o'qi markaziy o'q bo'lgani uchun (VIII-bob, 3-§ ga qarang), $S_x^{*(4)}$ kattaligi nolga teng, demak mos ravishda kesim pastki qirralaridagi urinma kuchlanishlar nolga teng. 8.18-rasmda ko'ndalang egilishdagi balka to'g'ri to'rt burchakli kesimlarida urinma kuchlanishlar epyurasi tasvirlangan.

Epyuradan eng katta τ urinma kuchlanishlar kesimning neytral o'q bilan mos keluvchi darajasida hosil bo'lishi ko'rinib turibdi. Umumiy holda tomonlari « b » va « h » bo'lgan to'g'ri to'rtburchak uchun

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2bh}, \text{ asosi «c», balandligi «h» bo'lgan teng yonli uchburchak}$$

$$\text{uchun } \tau_{\max} = \frac{3Q}{ch}, \text{ diametri } d \text{ bo'lgan doira uchun } \tau_{\max} = 1,6 \frac{Q}{d^2}.$$

$$\text{Qo'shtavr uchun } \tau_{\max} = \frac{QS_x^*}{I_x d}, \text{ bu yerda } S_x^* - x \text{ o'qiga nisbatan qo'shtavr}$$

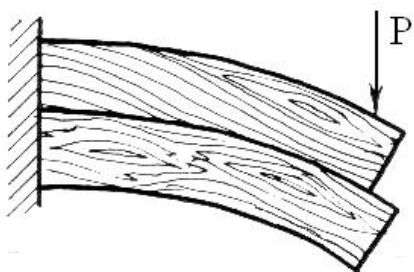
yuqori qismi statik momenti, d – qo'shtavr devori qalinligi, S_x^* – va d qiymatlari har bir shakl uchun sortamentda keltiriladi.

Yuqorida keltirilgan misoldan ko'rinib turibdiki, absolyut miqdor jihatidan urinma kuchlanishlar normal kuchlanishlarga nisbatan unchalik katta emas, undan tashqari ularning eng katta qiymatlari normal kuchlanishlar nolga teng bo'lgan neytral o'qqa yaqin sohalarda paydo bo'ladi. Bu hol odatdagi mustahkamlikka hisoblashlarda urinma kuchlanishlar ta'sirini hisobga olmay hisobni faqat normal kuchlanishlar

bo'yicha, ya'ni sof egilishdagi mustahkamlik sharti asosida olib borishga imkon yaratadi.

Hodisaning sifat tomonini ko'radigan bo'lsak, shuni e'tiborga olish lozimki, ko'ndalang kesimdagi urinma kuchlanishlar va bo'ylama kesimlardagi unga juft kuchlanishlar kichik bo'lishiga qaramasdan, ba'zi hollarda brus mustahkamligini baholashga sezilarli ta'sir qilishi mumkin.

Masalan, kalta yog'och brusning ko'ndalang egilishida buzilish qistirib mahkamlangan joydagi ko'ndalang kesimda emas, balki bo'ylama tekislikdagi neytral qatlamga yaqin joyda yuz beradi, u yerda $\tau_{\max}$ ga erishadi (8.19-rasm).



8.19-rasm. Ko'ndalang egilishda urinma kuchlanishning hosil bo'lishi.

Ko'ndalang egilishda bo'ylama kesimlardagi urinma kuchlanishlar brus qatlamlari orasidagi mavjud bog'lanishlar ta'sirini ko'rsatadi. Ba'zi hollarda bu bog'lanishlar buzilsa, brus egilish xarakteri o'zgaradi. Masalan, n listdan tashkil topgan brusda (8.20-rasm) ishqalanish kuchlari bo'lmasa har bir list alohida egiladi. Listga tushuvchi tashqi kuch $\frac{P}{n}$ ga teng,

list ko'ndalang kesimidagi eng katta normal kuchlanish esa

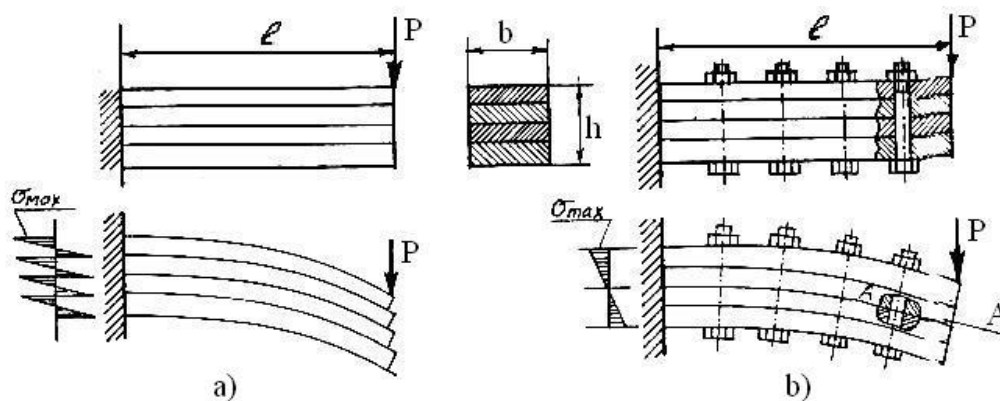
$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x} = \frac{\frac{P}{n} \ell}{\frac{1}{6} b \left(\frac{h}{n}\right)^2} = \frac{6P\ell}{bh^2} n \text{ ga teng.}$$

Agar listlarni qattiq boltlar yordamida bir-biriga jips qilib qotirilsa (8.20b-rasm) brus yaxlit holda egiladi. Bu holda eng katta normal kuchlanish kattaligi n marta kamayadi, ya'ni

$$\sigma_{\max} = \frac{6P\ell}{bh^2}$$

Shunday qilib, bog'langan listlar o'rami birinchi yaqinlashishda bog'lanmaganga nisbatan n marta katta yuklamani ko'tara oladi.

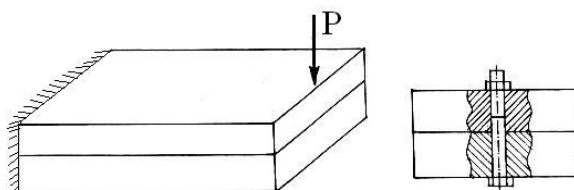
Balka o'ramlarini biriktiruvchi boltlar ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi urinma kuchlanishlar, balka bo'ylama qatlamlari orasi urinma kuchlanishlardan holiligini kompensatsiyalaydi.



8.20-rasm. Ishqalanish kuchi e'tiborga olinmaganda n qatlamli brusning egilishi:

a) listlar o'zaro mahkamlanmaganda; b) listlar o'zaro mahkamlanganda.

Misol tariqasida bitta bolt bilan biriktirilgan ikkita listdan iborat konsolni ko'ramiz (8.21-rasm)



8.21-rasm. Bolt bilan biriktirilgan ikki listli konsol balkaning hisobi.

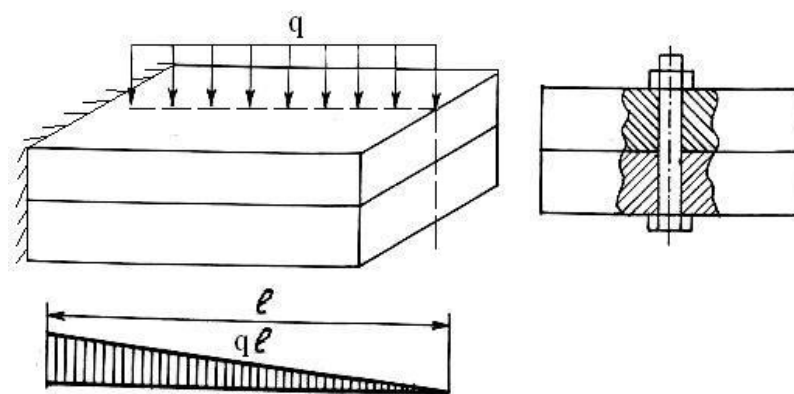
Listlar tutashgan tekislikdagi urinma kuchlanishlar $\tau = \frac{QS_x}{I_x b}$, tutashish yuzasiga ta'sir etuvchi umumiy siljituvchi T kuch $T = \tau b \ell = \frac{QS_x \ell}{I_x}$

Bu kuchlanishlar ruxsat etilgandan kichik bo'lishi kerak, ya'ni

$$\frac{QS_x \ell}{I_x 0,8 d^2} \leq [\tau]_k$$

bu yerdan boltning diametri aniqlanadi $d = \sqrt{\frac{QS_x^* \ell}{I_x 0,8 [\tau]_k}}$

Agar konsol tekis taqsimlangan yuklama bilan yuklangan bo'lsa, u holda Q kattaligi noldan $q \ell$ gacha o'zgaradi (8.22-rasm).



8.22-rasm. Konsol balka tekis taqsimlangan yuklama bilan yuklangan.

Bu holda konsol oxiridan z masofada joylashgan har bir kesimdagi siljituvchi kuch urinma kuchlanishlari $\tau_z = \frac{qzS_x}{I_x b}$, mos ravishda umumiy

siljituvchi kuch $T = \frac{q\ell^2 S_x}{2I_x}$, bolt kesish tekisligidagi urinma

kuchlanishlar $\tau_b = \frac{q\ell^2 S_x}{I_x 0,6d^2}$ ga teng, mos ravishda bolt diametri

$d = \sqrt{\frac{q\ell^2 S_x}{1,6I_x [\tau]_k}}$; shartidan topiladi; o'zgarmas Q kuch va bir-biridan «a»

qadamdagi bir nechta boltlar holida chekkalaridagi boltlardan tashqari

boltlardagi kuchlanish, mos ravishda $\tau_l = \frac{QS_x a}{I_x 0,8d^2}$, o'zgaruvchi Q kuch

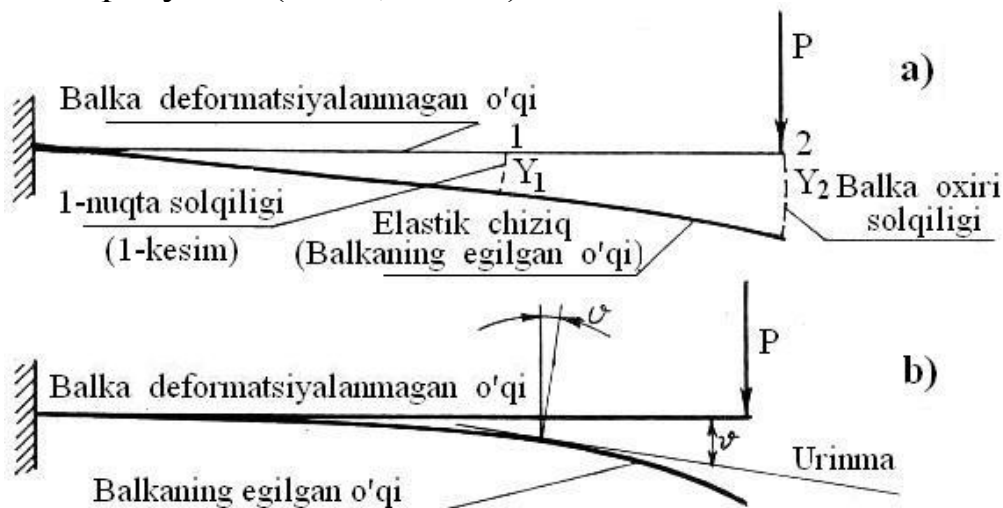
holida esa (8.22-rasm) eng katta kuchlanish qistirib mahkamlangan joyga eng yaqin boltda hosil bo'ladi.

$\tau_{\max} = \frac{QS_x q(2\ell - a)}{I_x 1,6d^2}$, undan bolti kerakli diametrini aniqlash mumkin.

4- §. Egilishda deformatsiyalar

Cho'zilish va buralishga nisbatan egilishdagi deformatsiyaning xususiyati shundan iboratki, deformatsiyagacha to'g'ri chiziqdan iborat bo'lgan sterjen o'qi egiladi, nuqtalari esa o'q boshlang'ich holatiga tik yo'nalishda ko'chadi, ko'ndalang kesim esa biror burchakka buriladi.

O'q nuqtalarining ko'chishi solqilik deb ataladi va « y » yoki Δ bilan belgilanadi, deformatsiyalanmagan o'q bilan deformatsiyalangan o'qqa o'tkazilgan urinma orasidagi burchakka burilish burchagi deyiladi va φ yoki θ orqali belgilanadi, deformatsiyalangan sterjen bo'ylama o'qi elastik chiziq deyiladi (8.23a,b-rasm).



8.23-rasm. Erkin uchiga P kuch qo'yilgan balka egilishi:

a) 1 va 2 nuqtalarning solqiligi; b) ko'ndalang kesimning burilish burchagi.

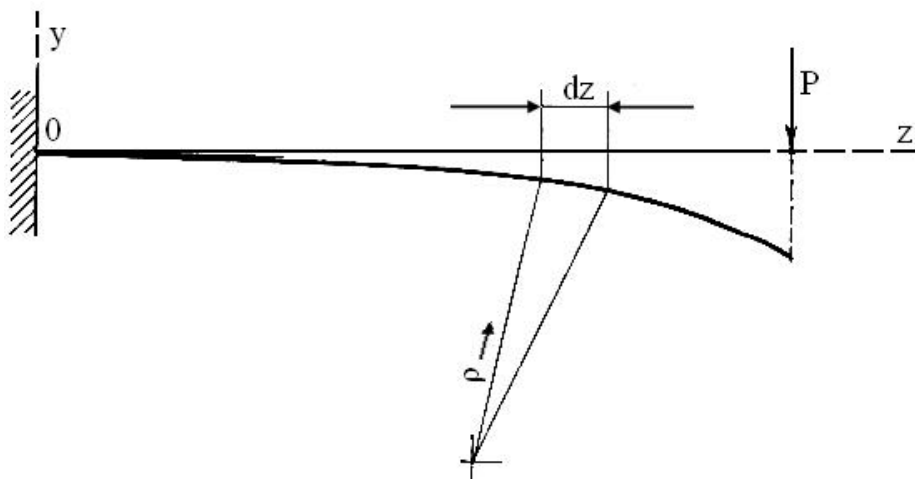
Amalda balka o'qi 1 va 2 nuqtalarining y_1 va y_2 solqiliklari balka uzunligiga nisbatan juda kichik bo'lgani uchun ularni o'q uzunligiga nisbatan kattaroq masshtabda olinadi.

Egilishda balka o'qi uzunligi o'zgarmaydi, chunki u neytral qatlamda joylashadi, hamda bu qatlamdagi normal kuchlanishlar nolga teng bo'ladi.

Balka o'qi egilishiga faqat solqilik emas, balki o'q nuqtalarining gorizontaal bo'ylab siljishi ham sababchi bo'ladi. Siljishlar, nafaqat balka uzunligi, solqilikka nisbatan ham juda kichik bo'lgani uchun hisoblashlarda ularni e'tiborga olinmaydi.

Qistirib mahkamlangan balkada z o'qini o'ngga, y o'qini yuqoriga yo'naltiramiz (8.24-rasm).

Agar deformatsiya vaqtida o'qqa tegishli nuqtalar yuqoriga siljisa balka solqiligini (o'q solqiligi) musbat deb olamiz. Agar deformatsiyada ko'ndalang kesimlar soat strelkasi yo'nalishiga qarshi burilsa, burilish burchagi φ ni musbat deb olinadi. 8.23- va 8.24-rasmlarda ko'rsatilgan solqilik va burilish burchagi ishoralari manfiydir. Balka solqiligi uzunlik o'lchovi birliklarida (sm , mm , va hokazo), ko'ndalang kesim burilish burchagi esa radianlarda o'lchanadi.



8.24-rasm. Balka egilishining geometrik ko‘rinishi.

Deformatsiyalangan balkaning 2 ta qo‘shni ko‘ndalang kesimi tekisliklari bir-biridan dz masofada turadi va balka o‘qi dz bo‘lagi egrilik markazida kesishadi. Balka o‘qidan egrilik markazigacha bo‘lgan ρ masofaga o‘qning egrilik radiusi deyiladi (8.24-rasm).

VIII-bob, 2-§ da egilishdagi normal kuchlanishlar qiymatini aniqlashda quyidagi ifodadan foydalanilgan edi.

$$M_x - \frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF = 0 \quad \text{yoki} \quad M_x - \frac{E}{\rho} I_x = 0$$

Bu yerdan $\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}$. Oliy matematika kursidan ma’lumki

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right]^{3/2}}$$

Birinchi tartibli hosila kvadratini tashlab yuborsak

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dz^2} \quad \text{yoki} \quad \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x} \quad (8.5)$$

Bu ifodaga egilgan balka o‘qi differensial tenglamasi deyiladi.

(8.5) ifodani Juravskiy differensial bog‘lanishlari (II-bob, 5-§) bilan solishtirib, o‘zgarmas ko‘ndalang kesimli sterjen uchun bir qator differensial bog‘lanishlar olamiz:

$$\varphi = \frac{dy}{dz}, \quad M = EI_x \frac{d^2 y}{dz^2}, \quad Q = EI_x \frac{d^3 y}{dz^3}, \quad q = EI_x \frac{d^4 y}{dz^4} \quad (8.6)$$

Ushbu tenglamalardan shunday xulosa chiqarish mumkin: agar egilishdagi balkaga moment ta’sir qilsa, elastiklik chizig‘i ikkinchi

tartibli egri chiziq, bir nuqtada ta'sir etuvchi ($q = 0$, $Q = \text{const}$) kuch ta'sir etsa, uchinchi tartibli chiziq, tekis taqsimlangan kuch ($q = \text{const}$) ta'sir etsa, to'rtinchi tartibli egri chiziqdan iborat bo'lar ekan.

Sterjen elastiklik chizig'i koordinatalari, ya'ni $y = f_1(z)$, $\varphi = f_2(z)$ bog'lanishlarni topish uchun balka o'qi asosiy differensial tenglamalarini (8.6) integrallash kerak M_x – ichki kuchlar eguvchi momenti z funksiyasi bo'ladi.

Egilishdagi bikrligi $EI = \text{const}$ bo'lgan sterjenlar uchun integrallash natijasida $\frac{dy}{dz} = \int M_x(z) dz + C$ yana bir marta integrallasak

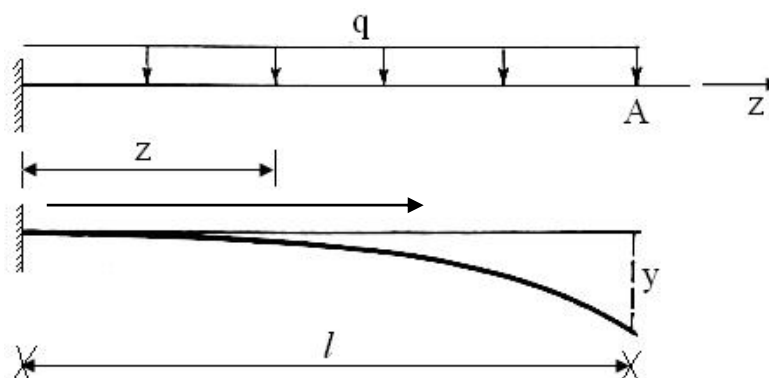
$\phi = \int (\int M_x(z) dz) + \tilde{N}z + D$ bu yerda, C va D – integral o'zgarmaslari $\frac{dy}{dz} = \phi$, $\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M}{EI_x}$ ekanligini hisobga olib egiluvchi

sterjen solqiligi va burilish burchagi tenglamasini olamiz

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{1}{EI} \left[\int M_x(z) dz + C \right] \\ y &= \frac{1}{EI} \left[\int dz \int M_x(z) dz + Cz + D \right] \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

Masalalarni amalda yechishda C va D integral o'zgarmaslari sterjen mahkamlash shartidan aniqlanadi. Ularni misollarda aniqlashni ko'ramiz.

Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan konsol burilish burchagi va solqiligi tenglamasi tuzilsin (8.25-rasm).



8.25-rasm. Tekis taqsimlangan yuklama bilan yuklangan balkaning solqiligi.

Sanoq boshini O nuqtada olamiz, sxema bitta uchastkadan iborat.

$$M_x = -\frac{q(l-z)^2}{2}$$

$$EI \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{q(l^2 - 2lz + z^2)}{2}$$

Bu ifodani ikki marta integrallaymiz.

$$EI \frac{dy}{dz} = EI \varphi = -\frac{q}{2} \int (l^2 - 2lz + z^2) dz = -\frac{q}{2} (l^2 z - (2lz^2)/2 + z^3/3) + C$$

$$EI y = -\frac{q}{2} \int (l^2 z - lz^2 + \frac{z^3}{3} + \tilde{N}) dz = -\frac{q}{2} (\frac{l^2 z^2}{2} - \frac{lz^3}{3} + \frac{z^4}{12}) + Cz + D$$

D va C larni aniqlash uchun burilish burchagi va solqiligi ma'lum nuqtalardan foydalanamiz. Sanoq boshi O nuqta shunday nuqta hisoblanadi, $z = 0, y_0 = \varphi_0 = 0$. Ushbuni birinchi tenglamaga qo'ysak $\varphi = 0, z = 0$ bu yerda $C = 0$ ikkinchi tenglamga qo'ysak $y = 0, z = 0, C = 0$, mos ravishda $D = 0$.

Demak burilish burchagi tenglamasi ko'rinishi

$$\varphi EI = -\frac{ql^2 z}{2} + \frac{qlz^2}{2} - \frac{qz^3}{6}$$

Solqilik tenglamasi (elastiklik chizig'i tenglamasi) ko'rinishi

$$y EI = -\frac{ql^2 z^2}{4} + \frac{qlz^3}{6} - \frac{qz^4}{24}$$

Ushbu tenglamalardan konsol chetidagi A nuqtada y va φ lar o'zining eng katta qiymatlariga erishishi kelib chiqadi, bu hol 8.25-rasmda ham ko'rinib turibdi.

z_A koordinatasi l ga teng bo'lgani uchun

$$\varphi_A EI = -\frac{ql^3}{2} + \frac{ql^3}{2} - \frac{qz^3}{6}, \text{ ya'ni}$$

$$\varphi_A = \varphi_{\max} = -\frac{ql^3}{6EI} \quad y_A EJ = -\frac{ql^4}{4} + \frac{ql^4}{6} - \frac{qz^4}{24} \quad \text{ya'ni}$$

$$y_A = y_{\max} = -\frac{3ql^4}{24EI} = -\frac{ql^4}{8EI}$$

Manfiy ishora A nuqtadan o'tuvchi ko'ndalang kesim soat strelkasi yo'nalishida burilganini, konsol o'qidagi nuqta esa pastga ko'chganini bildiradi. Olingan solqilik o'lchov birligi sm .

Solqilik kattaligini baholash uchun oldingi masalani $q = 2 \text{ t/m}$, $l = 3 \text{ m}$, konsol qo'shtavrli ko'ndalang kesimga ega deb yechamiz. Eng

katta eguvchi moment $M_x^{\max} = \frac{ql^2}{2} = \frac{2 \cdot 9}{2} = 9 \text{ t} \cdot \text{m}$

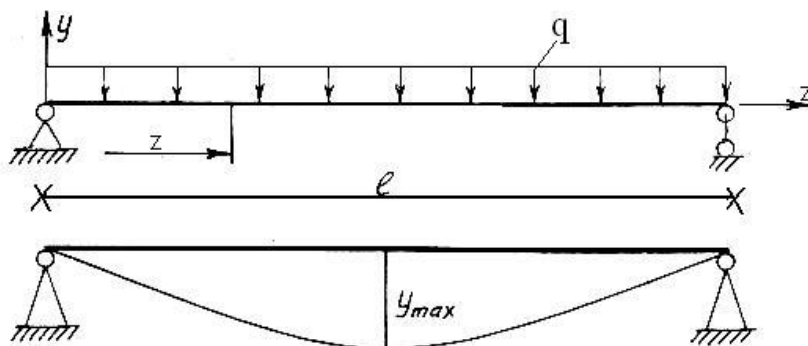
Egilishdagi mustahkamlik shartidan $W_x = \frac{M_x^{\max}}{[\sigma]} = \frac{900000}{1600} = 560 \text{ sm}^3$. Sortamentdan $W_x = 597 \text{ sm}^3$ bo'lgan 33 qo'shtavrni tanlaymiz. Bu qo'shtavr inersiya momenti 9840 sm^4 ga teng.

Eng katta burilish burchagi $\varphi_A = \frac{20(300)^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 9840} = 0,00455 \text{ rad}$

Eng katta solqilik $y_A = y_{\max} = -\frac{20(300)^4}{8 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 9840} = -1,03 \text{ sm}$

Eng katta solqilikning konsol umumiy uzunligiga nisbati $\frac{y_{\max}}{l} = \frac{1,03}{300} \approx 0,0035$, ya'ni konstruksiya o'lchamlariga nisbatan solqilik juda kichik.

Tekis taqsimlangan kuch ta'sir etuvchi, ikkita tayanchda yotuvchi balka uchun burilish burchagi va solqilik tenglamasini tuzamiz (8.26-rasm).



8.26-rasm. Ikkita tayanchda yotuvchi tekis taqsimlangan kuch bilan yuklangan balka solqiligi.

Qo'yilgan kuch va balka simmetrikligidan, tayanch reaksiyalari o'zaro teng, ya'ni $R_1 = R_2 = \frac{ql}{2}$. Balka bitta uchastkadan iborat. M_x

eguvchi moment tenglamasi $M_x = \frac{ql}{2} z - \frac{qz^2}{2}$.

Elastik chiziq asosiy differensial tenglamasi

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{EI} \left(\frac{ql}{2} z - \frac{qz^2}{2} \right)$$

Uni ikki marta integrallaymiz:

$$EI \frac{dy}{dz} = EI \varphi = \frac{q}{2} \int (lz - z^2) dz = \frac{q}{2} \left(\frac{l^2 z^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right) + \tilde{N}$$

$$EI y = \frac{q}{2} \int \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{3} + C \right) dz = \frac{q}{2} \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) + \tilde{N}z + D$$

Umumiy holda balkada burilish burchagi ma'lum bo'lgan ko'ndalang kesim yo'q, ammo simmetrik yuklama bilan yuklangan simmetrik balkalar bundan istisno, chunki ularning deformatsiyasi ham simmetrik bo'ladi va simmetriya o'qi bilan mos keluvchi kesim burilish burchagi nolga teng bo'ladi. C va D integral o'zgarmaslarini aniqlash uchun tayanchlarda solqilik nolga tengligi shartidan foydalanamiz. Chap tayanchda $z = 0$, uni solqilik tenglamasiga qo'ysak $\theta = D = 0$, bu yerdan

$D = 0$ o'ng tayanchda $z = l$ va $\frac{q}{2} \left(\frac{l^4}{6} - \frac{l^4}{12} + lC \right) = 0$, bu yerdan

$C = -\frac{ql^3}{24}$. Demak berilgan balka burilish burchagi tenglamasi ko'rinishi

$$EI \varphi = \frac{qlz^2}{4} - \frac{qz^3}{6} - \frac{ql^3}{24}$$

$$z = 0 \quad da \quad \varphi_1 = -\frac{ql^3}{24 EI}$$

$$z = l \quad da \quad \varphi_2 = \frac{ql^3}{24 EI}$$

$$z = \frac{l}{2} \quad da \quad \varphi = \frac{ql^4}{16 EI} - \frac{ql^4}{48 EI} - \frac{ql^4}{24 EI} = 0$$

Bu natija bir tomondan o'tkazilgan hisoblashlarni to'g'riligini tekshirish, ikkinchi tomondan berilgan balka uzunligi o'rtasida burilish burchagi nolga tenglashdan integral o'zgarmas C ni topish uchun kerak

$$\frac{qlz^2}{4} - \frac{qz^3}{6} + \tilde{N} = 0 \quad z = \frac{l}{2} \quad bo'lsa,$$

$$\frac{qlz^2}{16} - \frac{qz^3}{48} + \tilde{N} = 0, \quad bu \quad yerdan \quad \tilde{N} = -\frac{ql^3}{24}$$

Solqilik tenglamasi ko'rinishi

$$EI \ y = \frac{ql}{12} \frac{z^3}{da} - \frac{qz^4}{24} - \frac{ql^3 z}{24}$$

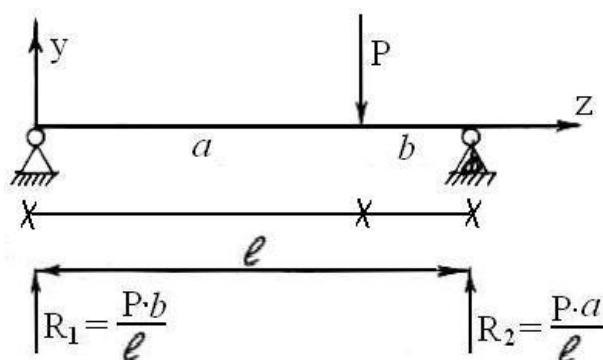
$$z = 0 \quad da \quad y = 0$$

$$z = \frac{l}{2} \quad da \quad y = -\frac{5 ql^4}{384 EI}$$

$$z = l \quad da \quad y = 0$$

Olingan yechim to'g'riligini tasdiqlaydi.

Bir nuqtada ta'sir etuvchi **P** kuch qo'yilgan, ikkita tayanchda yotuvchi balka elastiklik chizig'i tenglamasini va kuch qo'yilgan nuqtasi ko'chishini topamiz (8.27-rasm).



8.27-rasm. Bir nuqtaga qo'yilgan ikkita tayanchda yotuvchi balkani solqilikka hisobi.

Sanoq boshini chap tayanchda olamiz. Brus chap va o'ng uchastkalarida eguvchi momentlar

$$M_1 = P \frac{b}{l} z, \quad M_2 = P \frac{b}{l} z - P(z - a)$$

Ikki marta integrallasak

$$y_1 = \frac{P}{EI_x} \left(\frac{b}{l} \frac{z^3}{6} + C_1 z + C_2 \right)$$

$$y_2 = \frac{P}{EI_x} \left(\frac{b}{l} \frac{z^3}{6} - \frac{z^3}{6} + a \frac{z^2}{2} + C_3 z + C_4 \right)$$

Integral o'zgarmaslari brus mahkamlash shartidan va birinchi uchastkadan ikkinchi uchastkaga o'tishdagi uzluksiz shartidan topiladi, ya'ni $z = 0$ da $y = 0$, $z = a$ da $\varphi_1 = \varphi_2$. $y_1^1 = y_2^1$, $z = l$ da $y_2 = 0$

$$C_1 = \frac{a}{6l}(3al - 2l^2 - a^2), \quad C_2 = 0$$

Bu shartlardan

$$C_3 = -\frac{a}{6l}(2l^2 + a^2), \quad C_4 = \frac{a^3}{6}$$

$$y_1 = \frac{P}{EI_x} \left[\frac{b}{l} \frac{z^3}{6} + \frac{az}{6l}(3al - 2l^2 - a^2) \right]$$

Demak

$$y_2 = \frac{P}{EI_x} \left[\frac{z^3}{6} \left(\frac{b}{l} \right) + \frac{az^2}{2} - z \frac{a}{6l}(2l^2 + a^2) + \frac{a^3}{6} \right]$$

P kuch qo'yilgan nuqtada

$$y_1 = y_2 = -\frac{P a^2}{3 EI_x l} (l - a^2)$$

Agar kuch balka o'rtasiga qo'yilgan bo'lsa

$$y_1 = y_{\max} = -\frac{P a^2}{48 EI_x}$$

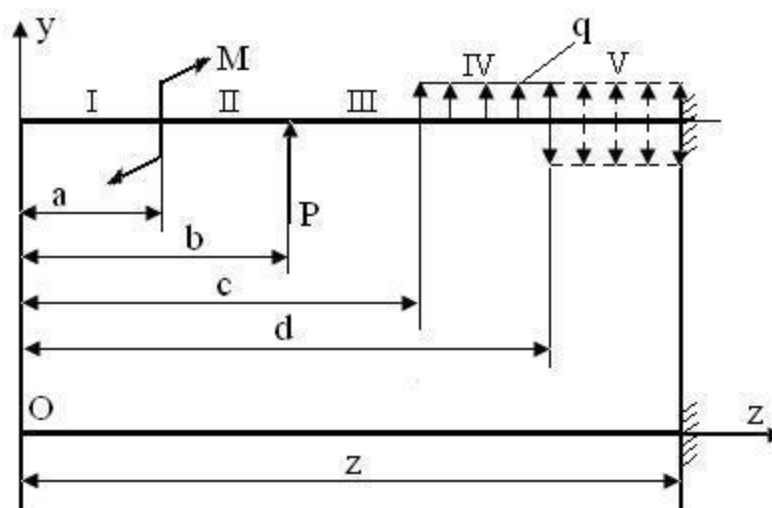
Brus egilganda kuch qo'yilgan nuqta y koordinatasi manfiy chiqdi. Brus y o'qining musbat yo'nalishiga qarshi tomonga egilgan. Bir necha qismdan iborat balkalarda elastiklik chizig'i ko'rinishini topish qiyin ekanligini ko'rilgan misollardan ma'lum bo'ldi. Har bir uchastka tenglamasida integrallashda ikkitadan o'zgarmas hosil bo'ladi. Agar balka n ta uchastkadan iborat bo'lsa, $2n$ ta o'zgarmaslarni topish uchun $2n$ ta tenglamani birgalikda yechishga to'g'ri keladi.

Bikrligi EI_x o'zgarmas bo'lgan balka uchun yuqoridagi kabi qiyinchilikdan oson qutulish mumkin, buning uchun elastiklik chizig'i tenglamasini tuzishda ma'lum qoidalarga amal qilish kerak.

Eng ko'p uchraydigan kuch omillari bilan yuklangan brusni ko'raylik. Kuchlar sifatida bir nuqtada ta'sir etuvchi M moment va P kuch, brus uzunligi bo'ylab tekis taqsimlangan, intensivligi q ga teng kuch brusga ta'sir etsin (8.28-rasm).

Ushbu kuchlar turlaridan amalda uchraydigan barcha kuchlarni xillab olish mumkin. Kuchlar musbat yo'nalishini rasmda ko'rsatilganidek, ya'ni P va q – yuqoriga yo'nalgan, M momentni soat strelkasi yo'nalishida olamiz. Ta'sir etuvchi kuchlar sistemasi muvozanat shartlarini qanoatlantirishi kerak.

Masala mohiyati turli xil kuch omillarini elastik chiziq tenglamasiga ta'sirini aniqlashdan iborat.



8.28-rasm. Balka elastik o‘qini keltirib chiqarish uchun tashqi kuchlarning musbat yo‘nalishlari.

Rasmda tasvirlangan 5 ta uchastka uchun eguvchi momentlar ifodasini solishtiramiz.

- 1) $M = 0 \quad (z \leq a)$
- 2) $M = M \quad (a \leq z \leq b)$
- 3) $M = M + P(z - b), \quad (b \leq z \leq c)$
- 4) $M = M + P(z - b) + q \frac{(z - c)^2}{2} \quad (c \leq z \leq d)$
- 5) $M = M + P(z - b) + q \frac{(z - c)^2}{2} - q \frac{(z - d)^2}{2} \quad (d \leq z)$

Ko‘rinib turibdiki, har bir uchastka uchun eguvchi moment ifodasida o‘zidan oldingi uchastka eguvchi momenti ifodasi va yangi qo‘shiluvchi hosil bo‘lmoqda. To‘rtinchi uchastkadan beshinchisiga o‘tishda ushbu qonuniyat ataylab saqlab qolindi. Buning uchun to‘rtinchi uchastkaga ta’sir etayotgan tekis taqsimlangan kuch beshinchi uchastkaga davom ettirildi (shaklda punktir chiziq bilan ko‘rsatilgan). Bir paytning o‘zida beshinchi uchastkaga integratsiyalovchi q bo‘lgan manfiy (kompensatsiyalovchi) tekis taqsimlangan kuch qo‘yildi.

Qavslarni ochmasdan, olingan ifodalarni bir marta integrallaymiz. Olingan ifodalarni bir xilligini saqlab qolish uchun M integralini $M(z - a)$ ko‘rinishida yozamiz, bu hol ixtiyoriy o‘zgarmas C_1 kattaligida seziladi. Natijada φ^I elastiklik chizig‘i qiyalik burchagi uchun quyidagi ifodalarni hosil qilamiz.

- I) $EI_x \varphi^I = C_1$
- II) $EI_x \varphi^I = C_2 = M(z - a)$

$$III) EI_x \varphi^1 = C_3 + M(z-a) + P \frac{(z-b)^2}{2}$$

$$IV) EI_x \varphi^1 = C_4 + M(z-a) + P \frac{(z-b)^2}{2} + q \frac{(z-c)^3}{6}$$

$$V) EI_x \varphi^1 = C_5 + M(z-a) + P \frac{(z-b)^2}{2} + q \frac{(z-c)^3}{6} - q \frac{(z-d)^3}{6}$$

O'zgarmas C larni shunday tanlash kerakki, bir uchastkadan ikkinchisiga o'tganda y kattaligi uzilishiga ega bo'lmasin. Mos ravishda $z = a_1$ da $\varphi_1^1 = \varphi_2^1$, $z = b$ da $\varphi_2^1 = \varphi_3^1$ va hokazo. Brus o'zgarmas bikrlikka ega bo'lgani uchun $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5$.

Koordinata boshidagi elastiklik chizig'i qiyalik burchagi φ^0 birinchi uchastka ifodasidan topiladi

$$EI_x \varphi_0 = C_1$$

Olingan ifodalarni ikkinchi marta integrallasak

$$I) EI_x y = D_1 + EI_x \varphi_0 z$$

$$II) EI_x y = D_2 + EI_x \varphi_0 z + M(z-a)/2$$

$$III) EI_x y = D_3 + EI_x \varphi_0 z + M(z-a)/2 + P \frac{(z-b)^3}{6}$$

$$IV) EI_x y = D_4 + EI_x \varphi_0 z + M(z-a)/2 + P \frac{(z-b)^3}{6} + q \frac{(z-c)^4}{24}$$

$$V) EI_x y = D_5 + EI_x \varphi_0 z + M(z-a)/2 + P \frac{(z-b)^3}{6} + q \frac{(z-c)^4}{24} - q \frac{(z-d)^4}{24}$$

D_n o'zgarmaslar funksiyaning n – uchastkalar chegarasida uzluksizlik shartidan aniqlanadi. $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D_5 = EI_x y_0$ ekanligi ko'rinib turibdi, bu yerda y_0 – sanoq boshidagi elastiklik chizig'i ordinatasi.

Yuqoridagi tenglamalarni bitta tenglama – balka elastiklik chizig'i universal tenglamasi ko'rinishida yozish qulay

$$EI_x y = EI_x y_0 + EI_x \varphi_0 z / I + M(z-a)/2 / II + P(z-b)^3 / 6 / III + q(z-c)^4 / 24 / III - q(z-d)^4 / 24 / IV - q(z-d)^4 / 24 / V \quad (8.9)$$

Birinchi uchastka elastiklik chizig'i nuqtalari koordinatalarini aniqlash uchun tenglamaning I indeksli tik chiziqdan chap tomondagi hadlari olinadi, ikkinchi uchastka uchun II indeksli chiziqdan chap

tomondagi hadlar olinadi va hokazo. Beshinchi uchastkadagi ordinatani topish uchun (8.9) tenglama hamma hadidan foydalaniladi.

Universal tenglamaning qulayligi shundan iboratki, u ixtiyoriy o'zgarmaslarni topish uchun kerak bo'lgan ko'p hisoblashlarni chetlab o'tib elastiklik chizig'i tenglamasini tuzishga imkon beradi. Unda uchastkalar sonidan qat'iy nazar, ikkita y_0 va φ_0 o'zgarmaslarni topish kerak.

Egiluvchi sterjen uchun burilish burchagi va solqiligini aniqlashga ishlovchi universal tenglama ko'rinishi

$$\left. \begin{aligned} EI\varphi &= EI\varphi_0 + \sum \frac{M(z-a)}{1!} + \sum \frac{P(z-b)^2}{2!} + \sum \frac{q(z-c)^3}{3!} \\ EIy &= EIy_0 + \frac{EI\varphi_0 z}{1!} + \sum \frac{M(z-a)^2}{2!} + \sum \frac{P(z-b)^3}{3!} + \sum \frac{q(z-c)^4}{4!} \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

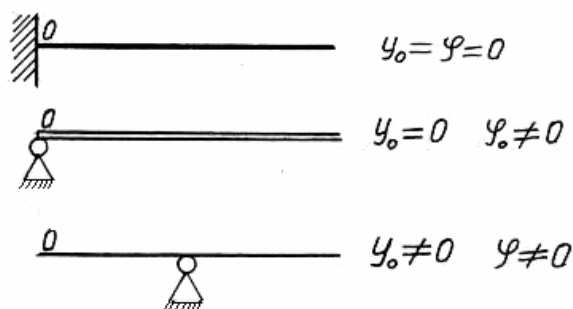
Faktorial ko'rinishdagi maxraj yozuvini eslab qolish oson, chunki u surat darajasi bilan bir xil. $1! = 1$, $2! = 2$, $3! = 6$, $4! = 24$ ekanligini eslatib o'tamiz.

Odatda sanoq boshidagi balka ko'ndalang kesimi burilish burchagi va solqiligini boshlang'ich parametrlar deb ataladi hamda kesim burilish burchagi va solqiligini aniqlovchi usulga – boshlang'ich parametrlar usuli deb ataladi.

y_0 va φ_0 boshlang'ich parametrlar sterjenni sanoq boshida mahkamlash usulida bog'liq (8.29-rasm).

(8.10) tenglamalarni qo'llashning o'ziga xos jihati shundan iboratki, uni yechishda tekis taqsimlangan kuchni balka oxirigacha yetkazib, qarama-qarshi yuk bilan uni muvozanatlanadi (8.28-rasm).

Tenglama o'ng qismi har bir hadining birliklari $M - tm$, $P - t$, $q - t/m$, $z, a, b, c - m$ da o'lchanadi. Birinchi tenglamada natija tm^2 da, ikkinchisida tm^3 da chiqadi.

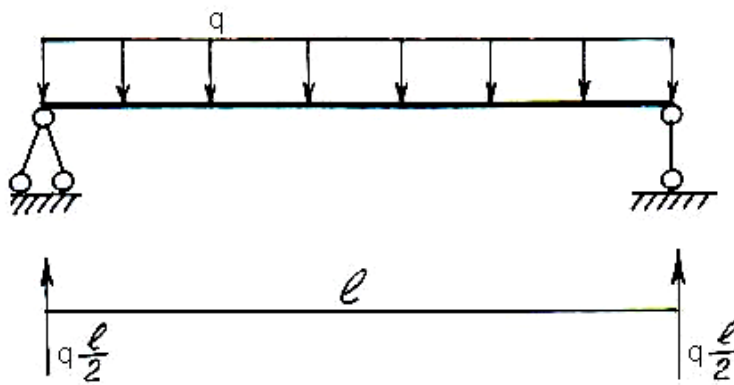


8.29-rasm. Turli xil mahkamlangan balka uchun boshlang'ich parametrlar.

Egilishdagi birklik EI ni hisobga olib tenglama chap tomonida tonnani kilogrammga, metrni santimetrga o'tkazish kerak.

Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi ikkita tayanchda yotuvchi balka eng katta solqiligini aniqlaymiz (8.30-rasm).

$$R_1 = R_2 = \frac{ql}{2}$$



8.30-rasm. rasm Ikkita tayanchda yotuvchi tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan balkaning solqiligini aniqlash.

Boshlang'ich parametrlar usuliga asosan solqilik tenglamasi

$$EI y = EI y_0 + \frac{EI \varphi_0 l}{1} + \sum \frac{M(z-a)^2}{2} + \sum \frac{P(z-b)^3}{6} + \sum \frac{q(z-c)^4}{24}$$

Sharnirli tayangan balka uchun $y_0 = 0$ va $\varphi_0 \neq 0$ (8.29-rasmga qarang).

φ_0 ni aniqlashda o'ng tayanchda solqilik nolga tengligi shartidan foydalanamiz, $z = l$ da

$$EI y = EI \frac{\varphi_0 l}{1l} + \frac{\left(\frac{ql}{2}\right)^3}{6} - \frac{ql^4}{24} = 0, \quad \text{bu yerdan} \quad EI \varphi_0 = -\frac{ql^3}{24}$$

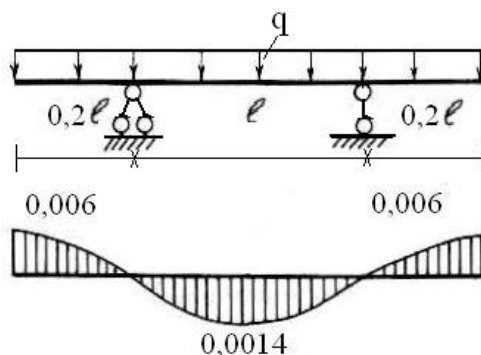
Yuklama va balkaning simmetriklik shartidan chiziq ham simmetrikligi kelib chiqadi, natijada eng katta solqilik balka o'rtasi $z = \frac{l}{2}$ masofada bo'ladi

$$EI y_{\max} = -\frac{ql^3}{24} \frac{l}{2} + \frac{\frac{ql}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^3}{6} - \frac{q \left(\frac{l}{2}\right)^4}{24} = -\frac{5ql^4}{384}$$

Bu natija to'g'ridan-to'g'ri integrallash usuli bilan olingan natijaga mos keladi. Masala yechimini o'zaro solishtirganda ko'rinadiki,

boshlang'ich parametrlar usuli to'g'ridan-to'g'ri integrallash usuliga nisbatan hisoblash hajmini kamaytiradi.

Tekis taqsimlangan kuch ta'sir etuvchi ikki konsolli balka uchun solqilik epyurasini quramiz (8.31-rasm).



8.31-rasm. Tekis taqsimlangan kuch ta'sir etuvchi ikki konsolli balka uchun solqilik epyurasi.

Simmetriya shartidan $R_1 = R_2 = 0,7 ql$, berilgan tayanchda $y_0 \neq 0$, $\varphi_0 \neq 0$. boshlang'ich parametrlarni aniqlash uchun tayanchlarda nolga tengligi shartidan foydalanamiz, ya'ni $z = 0,2l$ va $z = 1,2l$ da

$$EI y = EI y_0 + EI \frac{\varphi_0}{1} z + \frac{0,7 ql (z - 0,2l)^3}{6} - \frac{qz^4}{24}$$

$$z = 0,2l \quad da \quad EI y = EI y_0 + 0,2 EI \varphi_0 l + \frac{0,7 ql (0,2l - 0,2l)^3}{6} - \frac{q(0,2l)^4}{24} = 0$$

$$z = 1,2l \quad da \quad EI y = EI y_0 + 1,2 EI \varphi_0 l + \frac{0,7 ql (1,2l - 0,2l)^3}{6} - \frac{q(1,2l)^4}{24} = 0$$

Ushbu ifodalarni soddalashtirib, boshlang'ich parametrlarni aniqlash uchun tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$EI y_0 + 0,2 EI \varphi_0 l - 0,000067 ql^4 = 0$$

$$EI y_0 + 1,2 EI \varphi_0 l - 0,031 ql^4 = 0$$

Birinchi tenglamani ikkinchisidan ayirsak

$$EI \varphi_0 = -0,03 ql^3$$

$$EI \varphi_0 = 0,006 ql^4$$

Elastiklik chizig'i ordinatasini topamiz

$$z = 0 \quad da \quad EI y = 0,005 ql^4$$

$$z = 0,2l \quad da \quad EI y = 0,006 ql^4 - 0,03 ql^3 (0,2l) + \frac{0,7 ql (0,2l - 0,2l)^3}{6} - \frac{q(0,2l)^4}{24} \approx 0$$

Tekshirish:

$$z=0,7l \quad da \quad EIy=0,006ql^4 - 0,03ql^3(0,7l) + \frac{0,7ql(0,7l-0,7l)^3}{6} - \frac{q(0,7l)^4}{24} = -0,0014ql^4$$

$$z=1,2l \quad da \quad EIy=0,06ql^4 - 0,03ql^3(1,2l) + \frac{0,7ql(1,2l-1,2l)^3}{6} - \frac{q(1,2l)^4}{24} \approx 0$$

Tekshirish:

$$z=1,4l \quad da \quad EIy=0,006ql^4 - 0,03ql^3(1,4l) + \frac{0,7ql(1,4l-1,4l)^3}{6} - \frac{0,7ql(1,4l-0,2l)^3}{6} - \frac{q(1,4l)^4}{24} = -0,006ql^4$$

O‘zaro bog‘langan listlar paketidan tashkil topgan balka solqiligini (8.20-rasm) aniqlaymiz. Egilishni aniqlashda kesim geometrik xarakteristikasi I_x inersiya momenti bo‘ladi

$$I_x = \frac{b\left(\frac{h}{n}\right)^3}{12} = \frac{bh^3}{12n^3}$$

Bitta list tomonidan «qabul qilinadigan» eguvchi moment $\frac{M}{n}$ ga teng, ya’ni qavatli balka solqiligi butun balkaga nisbatan (n^2) marta ko‘payadi, mustahkamligi esa n marta kamayadi. Bu holatdan katta solqiligi bo‘lmasligi talab etiladigan, masalan resorlar kabi egiluvchi konstruksiyalarda foydalaniladi. Ressorni ishlash jarayonida moylashni tavsiya etilishi egiluvchi sterjen qatlamlari orasida hosil bo‘luvchi urinma kuchlanishlar kabi ishqalanish kuchlarini yo‘qotishga qaratilgan.

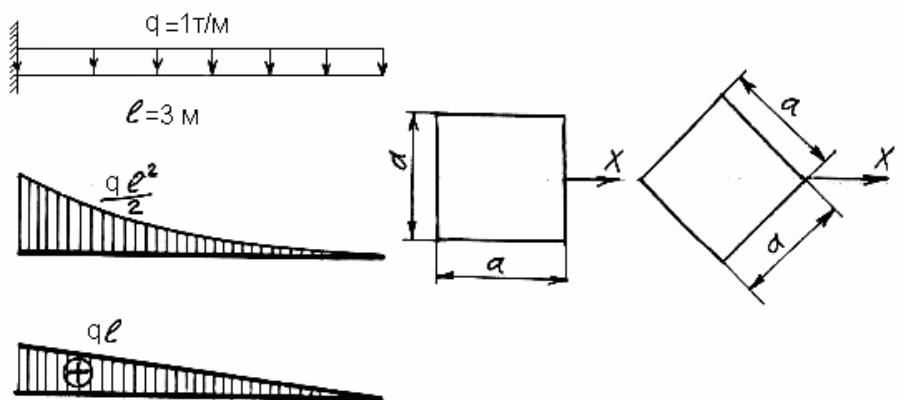
5- §. Egiluvchi konstruksiyalarni mustahkamlik va bikrlikka hisoblashga doir misollar

Egiluvchi konstruksiyalarni loyihalash jarayonida vujudga keluvchi bir qator o‘ziga xos jihatlarini hisobga olgan holda mustahkamlik va bikrlikka hisoblashga bir qator misollar ko‘ramiz.

Kvadrat kesimli po‘lat konsol ko‘ndalang kesimi o‘lchamlarini, eng katta urinma kuchlanishlarini, balkaning eng katta solqiligini toping va ushbu kattaliklarni kesimni 45° ga burganda o‘zgarishini sharhlang (8.32-rasm).

Eguvchi moment va ko‘ndalang kuchlar epyurasini quramiz.

$$M_1 = -\frac{qz_1^2}{2}, \quad z_1=0 \quad da \quad M_1=0, \quad Q=0, \quad Q=qz, \quad z_1=l \quad M = \frac{ql^2}{2}, \quad Q=ql$$



8.32-rasm. Kvadrat kesimli po‘latdan tayyorlangan konsol balkaning solqiligi va o‘lchamini aniqlash.

Eguvchi momentlar epyurasidan 4,5 *tm* ga teng M_{max} qistirib mahkamlangan joyga yaqin kesimda hosil bo‘ladi.

Egilishdagi mustahkamlik shartidan

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{450000}{1600} = 270 \text{ sm}^3$$

To‘g‘ri to‘rtburchak uchun

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{a^3}{6} = 270 \text{ sm}^3, \quad a = 12 \text{ sm}$$

Neytral o‘q x da hosil bo‘luvchi eng katta urinma kuchlanishlarni topamiz. Juravskiy bog‘lanishlaridan

$$\tau_{max} = \frac{QS_{\bar{o}}^*}{I_x b}$$

$$Q_{max} = 3 \text{ t}, \quad I_x = \frac{a^4}{12} = 1720 \text{ sm}^4, \quad b = 12 \text{ sm}, \quad S_{\bar{o}}^* = 218 \text{ sm}^3,$$

$$\tau_{max} = \frac{3000 \cdot 218}{12 \cdot 1720} = 31 \text{ kg/sm}^2$$

Konsol oxirida u eng katta solqilikka erishadi. Boshlang‘ich parametrlar tenglamasidan $y_0 = \varphi_0 = 0$

$$EI_x y = \frac{4,5(3)^2}{2} + \frac{3 \cdot 3^3}{6} - \frac{1(3)^4}{24} = 10,08 \text{ tm}^3$$

$$y_{max} = \frac{10,08}{EI_x} = \frac{10080 \cdot 10^6}{1720 \cdot 2 \cdot 10^4} = 3,14 \text{ sm}$$

$$I_x = 1720 \text{ sm}, \quad E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 \text{ (po‘lat elastiklik moduli).}$$

Kesimni 45° ga burganda inersiya momenti o'zgarmaydi, chunki kesim ikkitadan ortiq simmetriya o'qiga ega (III bo'limga qarang).

Qarshilik momenti

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{a^4}{12 \cdot 0,7a} = 0,12a^3, \quad y_{\max} = a \cos 45^\circ \approx 0,7a$$

Mustahkamlik shartiga asosan qarshilik momenti 270 sm^3 ga teng yoki undan kichik bo'lishi kerakligidan $a = \sqrt[3]{\frac{270}{0,12}} = 13,2 \text{ sm}$

Bu holda birinchi holga nisbatan ko'ndalang kesim o'lchami kattaligi ko'rinib turibdi.

Neytral o'qdagi eng katta urinma kuchlanishlar

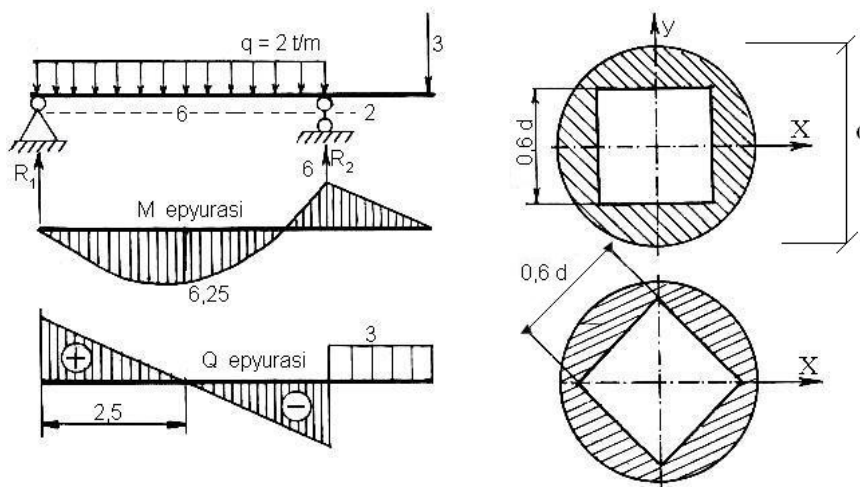
$$\tau_{\max} = \frac{Q S_{\delta}^*}{I_x b}, \quad \text{ammo bu holda } b = 1,4 \cdot a = 16,8 \text{ sm}$$

$$S_{\delta}^* = \frac{1,4a \cdot 0,7a}{2} \cdot \frac{0,7a}{3} = 0,114a^3 = 152 \text{ sm}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{3000 \cdot 152}{16,8 \cdot 1720} = 15,8 \text{ kg / sm}^2$$

Ya'ni, eng katta urinma kuchlanishlar deyarli 2 marta kamaygan. Balka uchi solqiligi o'zgarmaydi, chunki sterjen ikkala holatida ham neytral o'qqa nisbatan kesim inersiya momenti bir xil.

Murakkab ko'ndalang kesimli po'lat balka ko'ndalang kesimi o'lchamlarini topish va kesimni 45° ga burganda qanday o'zgarishini aniqlash talab etilsin (8.33-rasm).



8.33-rasm. Murakkab kesimli balka uchun kesim o'lchamlarini va 45° ga burganda o'zgarishini aniqlash.

Tayanch reaksiyalarini aniqlab, ichki kuchlar epyurasini quramiz.

$$\Sigma M_1 = 2 \cdot 6 \cdot 3 - R_2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 = 0, \quad R_2 = 10 \text{ t}$$

$$\Sigma M_2 = R_1 \cdot 6 - 2 \cdot 6 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 0 \quad R_1 = 5 \text{ t}$$

$$\Sigma Y = 10 - 2 \cdot 6 + 5 - 3 = 0$$

tayanch reaksiyalarini to'g'ri topganligini tekshirish.

Balka 2 ta uchastkadan iborat

$$M_1 = 5z_1 - \frac{qz_1^2}{2}, \quad z_1 = 0 \text{ da } M = 0, \quad z_1 = 6 \text{ m da } M = -6t \cdot m, \quad Q = -7t$$

$$Q = 5 - qz_1, \quad z_1 = 2,5 \text{ da } M_{\max} = 6,25t \cdot m$$

$Q = 0$ kesimda $M_{\max}$ ga erishadi, $5 - 2z = 0$ dan $z = 2,5 \text{ m}$; 1 – uchastka (1 tayanch) boshidan $M_{\max}$ kesimgacha bo'lgan masofa

$$M_2 = -3z_2, \quad z_2 = 0 \text{ da } M_2 = 0$$

$$Q_2 = 3t, \quad z_2 = 2 \text{ da } M = -6tm$$

Butun balka uchun $M_{\max} = 6,25 \text{ tm}$. Egilishdagi mustahkamlik shartidan

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{625000}{1600} = 390 \text{ sm}^3$$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, \quad I_x = I_x^o - I_x'' = 0,05 d^4 - \frac{(0,6d)^4}{12} = 0,039 d^4, \quad y_{\max} = 0,5 d$$

$$\text{mos ravishda } W_x = \frac{0,039 d^4}{0,5 d} = 0,078 d^3 = 390 \text{ sm}^3$$

$$\text{bu yerdan } d = \sqrt[3]{\frac{390}{0,078}} = 17 \text{ sm}$$

Kesimni 45° ga burilganda qarshilik momenti kattaligi o'zgarmaydi, chunki inersiya momenti va neytral o'qqacha eng katta masofa o'zgarmaydi. Mos ravishda mustahkamlik shartidan aniqlanuvchi ko'ndalang kesim o'lchamlari ham o'zgarmaydi.

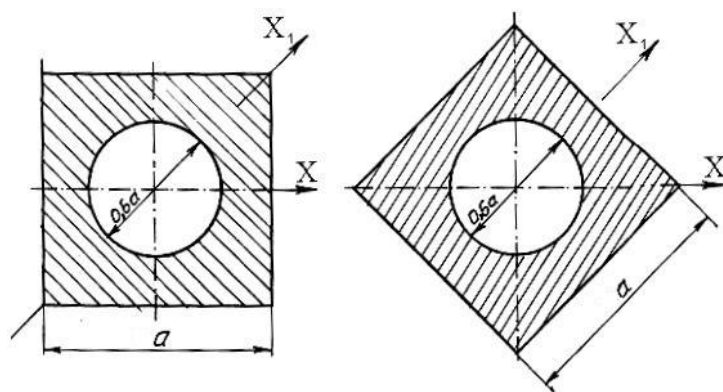
Oldingi masalani 8.34-rasmda keltirilgan balka kesimi uchun yechamiz.

Barcha markaziy o'qlarga nisbatan kesim inersiya momentlari o'zaro teng, chunki ikkala holda ham

$$I_x = I_{x_2} = I_{x_1} = \frac{a^4}{12} - 0,05(0,6d)^4 = 0,077d^4$$

Birinchi holda $y_{\max} = 0,5 a$, qarshilik momenti esa

$$W_x = \frac{0,077a^4}{0,5a} = 0,154a^3$$

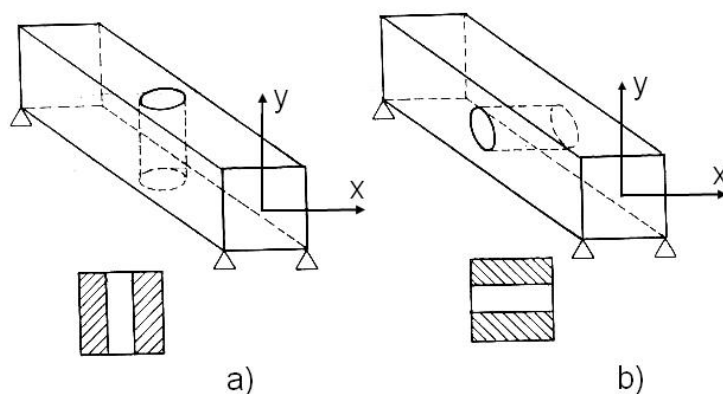


8.34-rasm. Murakkab kesimli balka uchun kesim o'lchamlarini 45° ga burganda o'zgarishini aniqlash.

Ikkinchi holda, x o'qini 45° ga burilganda $y = a \cos 45^\circ = 0,7 a$,
 mos qarshilik momenti $W_x = \frac{0,077 a^4}{0,7 a} = 0,11 a^3$.

Demak, balkaning yuk ko'tarish qobiliyati birinchi holda ikkinchi holga nisbatan 20 % yuqori ekan.

Misol. Ko'ndalang kesimi kvadrat bo'lgan balkada doirasimon teshik ochilgan (8.35-rasm).



8.35-rasm. Ko'ndalang kesim yuzasi kvadrat bo'lgan balkada doirasimon teshik ochilgan:

a) teshik vertikal joylashtirilgan; b) teshik gorizontal joylashtirilgan.

y o'qi bilan ustma-ust tushgan o'zgarmas yuklamada sterjen qaysi holatida (a yoki b) katta normal kuchlanishlar hosil bo'lishini aniqlash kerak.

Birinchi holda ko'ndalang kesim ko'rinishi

$$I_x = \frac{a^4}{12} - \frac{a^3 na}{12} = \frac{a^4}{12}(1-n), \quad y_{\max} = a/2$$

qarshilik momenti $W = \frac{a^3(1-n)}{6}$

Ikkinchi holda ko'ndalang kesim ko'rinishi

$$I_x = \frac{a^4}{12} - \frac{a(na)^3}{12} = \frac{a}{12}(1-n^3), \quad y_{\max} = a/2$$

Mos qarshilik momenti $W_x = \frac{a}{6}(1-n^3)$, $n < 1$ bo'lgani uchun inersiya momenti kattaroq, kuchlanish esa kichik. Bu holat, ikkinchi holda teshik neytral o'q bo'ylab joylangan va material kam kuchlanishli sohadan uzoqlashganligi sabablidir.

IX bob

**ELASTIK SISTEMALARDA KO‘CHISHLARNI
ENERGETIK USULDA ANIQLASH**

1- §. Umumiy tushunchalar

Berilgan sterjen nuqtalarining ko‘chishlarini cho‘zilish-siqilish, buralish, egilish kabi deformatsiya turlarida hisoblashning turli usullari oldingi boblarda keltirilgan edi. Ular ko‘chishlarni hisob inshootlari nisbatan sodda sistemalardan iborat bo‘lgan hollarda – alohida sterjen, balka, oddiy konsol uchun aniqlash imkonini beradi.

Siniq konsollar, yassi va fazoviy ramalar, egri sterjenlar kabi murakkab sistemalarda keltirilgan usullarni qo‘llashda qator qiyinchiliklar paydo bo‘ladi. Shu sababli universal xarakterga ega bo‘lgan umumiy qonuniyatli usullarni qo‘llashga ehtiyoj tug‘iladi. Bunday usullarga O.Mor tomonidan tavsiya etilgan energiyaning saqlanish qonuniga asoslangan ko‘chishlarni energetik usulda aniqlash usuli kiradi. Konstruksiya tashqi yuk ta’sir etganda qabul qilingan umumiy sxema asosida konstruksiya deformatsiyalanadi. Deformatsiya natijasida materialda ichki kuchlar hosil bo‘lib, deformatsiyalanish jarayonida ularning kattaligi oshib boradi. Ichki va tashqi kuchlar ma’lum ish bajaradi, hamda ichki va tashqi kuchlar bajargan ishlar tenglashganda deformatsiyalanish jarayoni to‘xtaydi. Jismda hosil bo‘lgan kuchlanishlar qiymati proporsionallik chegarasi doirasi, ya’ni Guk qonuniga bo‘ysungan holatda tashqi (ichki kuchlarini ham) bajargan ishi miqdori deformatsiya potensial energiyasiga teng, ya’ni tashqi yukni olinganidan so‘nggi inshoot dastlabki holatini tiklash uchun sarflanadigan mexanik energiyaga teng. Deformatsiya potensial energiya kattaligi va elastik sistemalar ishi to‘g‘risidagi bir qator teoremlar (ko‘chishlarning o‘zaro bog‘lanishi haqidagi teorema, ishlarning o‘zaro bog‘lanishi haqidagi teorema, Kastilyano teoremasi) dan kelib chiqib O.Mor tomonidan material Guk qonuniga bo‘ysunuvchi ixtiyoriy sterjenli sistemalar nuqtalari ko‘chishlarini aniqlash imkonini beruvchi usul taklif etildi.

2- §. Ko‘chishlarni Mor* usuli bilan aniqlash

Mor usuli bilan ko‘chishlarni aniqlash uchun:

1. Tashqi yuk ta’siridagi ichki kuchlar epyurasi quriladi va har bir uchastka uchun $M_{eg}^p = f_1(z_n)$, $M_b^p = f_2(z_n)$, $N^p = f_3(z_n)$, $Q^p = f_4(z_n)$ ifodalari tuziladi, bu yerda, n – uchastka tartib raqami. Epyuralar grafigini qurish umuman olganda shart emas, ammo uni qurilishi foydali ekanligini quyida keltiriladi.

2. Konstruksiyaning ko‘chish aniqlanayotgan nuqtasi $P=1$ (birlik kuch) o‘lchamsiz kuch bilan yuklanadi. Kuch yo‘nalishi aniqlanayotgan ko‘chish yo‘nalishi bilan ustma-ust tushadi, ya’ni vertikal ko‘chish aniqlanayotganda birlik kuch vertikal, gorizonta ko‘chishda esa gorizonta bo‘ladi. Kesim burilish burchagini aniqlash uchun sterjen bo‘ylama o‘qining kesim o‘tgan nuqtasiga o‘lchovsiz birlik moment yuklanadi.

3. $P=1$ (birlik kuch) ta’siridagi ichki kuchlar epyuralari har bir uchastka uchun quriladi va $M_{eg}^1 = f_1(z_n)$, $M_b^1 = f_2(z_n)$, $N^1 = f_3(z_n)$, $Q^1 = f_4(z_n)$ munosabatlar tuziladi, bu yerda n – uchastka tartib raqami. Bu yerda uchastka chegaralari tashqi yuklama epyurasi va birlik kuch epyurasi uchun albatta bir xil bo‘lishi shart.

4. Quyidagi munosabatlardan izlanayotgan chiziqli yoki burchakli ko‘chish « Δ » aniqlanadi:

$$\Delta = \sum \int_0^l \frac{I_{eg}^D I_{eg}^1}{AI} dz + \sum \int_0^l \frac{I_b^D I_b^1}{I_b G} dz + \sum \int_0^l \epsilon \frac{Q^p Q^1}{GF} dz + \sum \int_0^l \frac{N^p N^1}{EF} dz \quad (9.1)$$

(9.1) Ifodadagi $M_b^p, M_{eg}^p, Q^p, N^p$ – bog‘lanishlar tashqi yuklama ta’siridagi ichki kuchlarning funksiyasi bo‘lib, kesimning uchastkadagi « z » koordinatasiga bog‘liq.

$M_b^1, M_{eg}^1, Q^1, N^1$ – lar esa birlik kuch ta’siri.

EI, GI_b, GF, EF – kattaliklar mos ravishda sterjenning egilish, buralish, siljish va cho‘zilishdagi bikrlilari. Agar uchastkada sterjen bikrligi o‘zgarmas bo‘lsa, uni integral belgisidan tashqariga chiqarish mumkin.

ℓ – har bir uchastka bo‘ylab alohida amalga oshirilib, natijalar qo‘shilishini bildiradi.

*ba’zan ushbu usul Maksvell – Mor usuli deb ataladi.

κ – ko‘ndalang kesim shakliga bog‘liq koeffitsient bo‘lib, u egilishda ko‘ndalang kesim yuzasi bo‘ylab urinma kuchlanishlar notekis taqsimlanishini hisobga oladi. To‘g‘ri to‘rtburchakli kesim uchun $\kappa = 1,2$, doira uchun 1,1 va hokazo.

Biror ko‘chishdagi musbat ishora ko‘chish haqiqiy yo‘nalishi birlik kuch yo‘nalishi bilan bir xil, (–) ishora esa birlik kuch yo‘nalishiga qarama-qarishi ekanligini anglatadi.

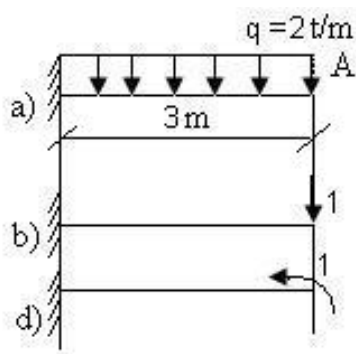
Odatda ko‘chishlarni aniqlashda (9.1) ifodadagi hamma integrallar doimo ishlatilmaydi, masalan sterjen egilishida ko‘ndalang kesimda eguvchi momentdan tashqari ko‘ndalang va bo‘ylama kuch hosil bo‘lsada, faqat egilish ta’siri e’tiborga olinadi. Ko‘chish quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\Delta = \sum \int_0^l \frac{M_{eg}^P \cdot M_{eg}^1}{EI} dz \quad (9.2)$$

Fazoviy konstruksiyalar egilishida ko‘chishlarni aniqlashda egilish va buralish ta’sirlari hisobga olinadi, cho‘ziluvchi yoki siqiluvchi sterjenlarda – faqat bo‘ylama kuch N hisobga olinadi.

Mor usuli bilan ko‘chishlarni aniqlashga misollar keltiramiz.

9.1-masala. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan, qo‘shstavrdan yasalgan konsol uchi vertikal ko‘chishi va burilish burchagi topilsin (9.1a-rasm).



9.1-rasm. Konsoli balkanig erkin uchidagi A nuqtaning ko‘chishi va buralish burchagini Mor usuli bilan aniqlash:

a) berilgan balka; b) balkaning A nuqtasiga birlik kuch qo‘yilgan; d) balkaning A nuqtasiga birlik kuch momenti qo‘yilgan.

Berilgan shakl bitta uchastkadan iborat.

$$M^P = -\frac{qz^2}{2}$$

A nuqta vertikal ko'chishini aniqlash uchun $P=I$ kuch bilan yuklaymiz (9.1b-rasm)

$$M_1^1 = -1 \cdot z = -z$$

$$\Delta_A^{ver} = \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \left(-\frac{qz^2}{2}\right)(-z) dz = \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \frac{qz^3}{2} dz = \frac{qz^4}{8EI} \Big|_0^{\ell} = \frac{ql^4}{8EI}$$

Agar $q = 2 \text{ t/m}$, $\ell = 3 \text{ m}$ bo'lsa $\Delta_A^{ver} = \frac{2 \cdot 81}{8EI} = \frac{20,25 \text{ tm}^3}{EI}$, N 30 qo'shtavr uchun $I_x = 1080 \text{ sm}^4$, $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2$ bo'lganda

$$\Delta = \frac{20250 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^3}{2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 \cdot 1080 \text{ sm}^4} = 1,43 \text{ sm}$$

(+) ishora ko'chish yo'nalishi $P=I$ birlik kuch yo'nalishi bilan mos tushishini bildiradi. A nuqtadan o'tuvchi ko'ndalang kesim burilish burchagini aniqlash uchun uni birlik eguvchi moment bilan yuklaymiz (9.1d-rasm)

$$M^1 = 1,$$

$$\theta_A = \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \left(-\frac{qz^2}{2}\right) \cdot 1 \cdot dz = \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \left(-\frac{qz^2}{2}\right) dz = -\frac{qz^3}{6EI} \Big|_0^{\ell} =$$

$$= -\frac{q\ell^3}{6EI} = -\frac{2 \text{ t/m} \cdot (3 \text{ m})^3}{6EI} = -\frac{9 \text{ t} \cdot \text{m}^2}{EI} = -\frac{9000 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{sm}^2}{2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 \cdot 1080 \text{ sm}^4} = -0,0063 \text{ rad}$$

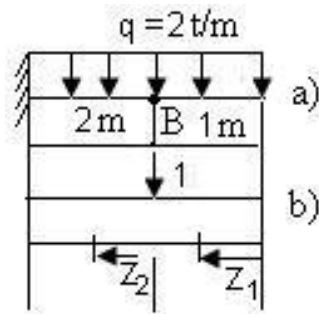
(-) ishora A nuqtadagi ko'ndalang kesim burilish burchagi yo'nalishi birlik moment yo'nalishiga mos kelmaydi, ya'ni kesim soat strelkasi yo'nalishida buriladi.

Oldingi masala uchun B nuqta vertikal ko'chishini aniqlaylik (9.2-rasm).

B nuqta vertikal ko'chishini aniqlash uchun uni $P=I$ kuch bilan yuklaymiz (9.2b-rasm). Bu holda birlik kuch bilan yuklangan balka 2 uchastkadan iborat.

Yuqorida ta'kidlab o'tilganidek, tashqi yuk epyurasi va birlik kuch epyurasini qurishda uchastka chegarasi bir xil bo'lishi shart edi, ya'ni bitta emas, balki ikkita $M^P - M_{eg}^P = f_1(z_1)$ va $M_{eg}^P = f_2(z_2)$ ifodani tuzish kerak.

$$M_1^P = -\frac{qz_1^2}{2}; \quad M_2^P = -\frac{q(z_2 + 1)^2}{2}$$



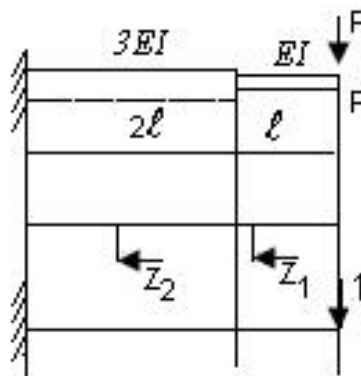
9.2-rasm. Konsol balkaning B nuqtasining ko‘chishi aniqlansin:
a) berilgan balka; b) balkaning B nuqtasiga birlik kuch qo‘yilgan.

Birlik kuch uchun $M_1^1 = 0$; $M_2^1 = -1 \cdot z_2$

$$\Delta_{\hat{A}}^{ver} = \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \left(-\frac{qz_1^2}{2}\right)(0)dz + \frac{1}{EI} \int_0^{\ell_2} -\frac{q(z_2+1)^2}{2}(-z)dz = 0 + \frac{q}{2EI} \int_0^{\ell_2} (z_2^3 + 2z_2^2 + z_2)dz =$$

$$= \frac{q}{2EI} \left(\frac{z_2^4}{4} + \frac{2z_2^3}{3} + \frac{z_2^2}{2}\right) \Big|_0^{\ell_2} = \frac{2 \cdot 5,650 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^3}{2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 \cdot 1080 \text{ sm}^4} = 0,8 \text{ sm}$$

Mor usuli bilan ko‘chishlarni aniqlashda ichki kuchlar epyuralarini qurishda qo‘llaniladigan odatdagi uchastkalarga bo‘lishdan tashqari sterjenni bikrligi o‘zgaruvchi nuqtalari bo‘yicha uchastkalarga ajratishga to‘g‘ri keladi. Unga misol keltiramiz (9.3-rasm).



9.3-rasm. Bikrligi o‘zgaruvchan balkada ko‘chishlarni aniqlash.

Solqilikni aniqlashda konsol o‘qini 2 uchastkaga ajratamiz, har bir uchastka bikrligi o‘zgarmas.

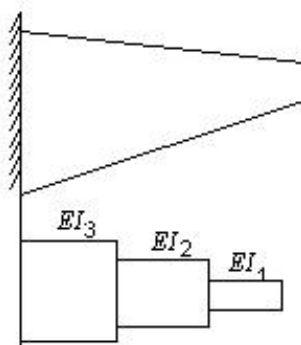
$$M_1^P = -P \cdot z_1; \quad M_2^P = P(z_2 + \ell)$$

A nuqtani $P=1$ birlik kuch bilan yuklaymiz.

$$M_1^1 = -1 \cdot z_1; \quad M_2^1 = -1 \cdot (z_2 + \ell)$$

$$\begin{aligned}
\Delta_A^{ver} &= \frac{1}{EI} \int_0^\ell (-Pz_1)(-z_1)dz + \frac{1}{3EI} \int_0^{2\ell} (P(z_2 + \ell) \cdot (-1)(z_2 + \ell) dz = \\
&= \frac{P}{EI} \int_0^\ell z^2 dz + \frac{P}{3EI} \int_0^{2\ell} (z_2 + \ell)^2 dz = \frac{Pz^3}{3EI} \Big|_0^\ell + \frac{P}{3EI} \left(\frac{z_2^3}{3} + \frac{z_2^2 \ell}{2} + \frac{z_2 \ell^2}{2} + \frac{\ell^3}{1} \right) \Big|_0^{2\ell} = \\
&= \frac{P\ell^3}{3EI} + \frac{8P\ell^3}{9EI} + \frac{4P\ell^3}{6EI} + \frac{4P\ell^3}{6EI} + \frac{2P\ell^3}{3EI} = \frac{58P\ell^3}{18EI} = \frac{3,2P\ell^3}{EI}
\end{aligned}$$

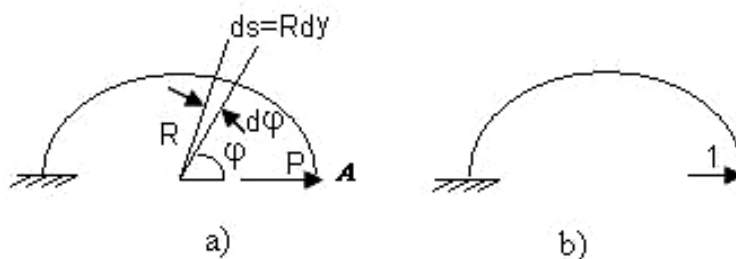
Bikrligi doimiy o'zgaruvchi sterjenlar, ya'ni $EI = f(z)$ holda ham ko'chishlarni Mor usuli orqali aniqlash mumkin, ammo bu holda EI kattalikni integral belgisidan tashqariga chiqarib bo'lmaydi, chunki u (z) funksiyasi bo'ladi, mos ravishda integrallash jarayoni qiyinlashadi. Bu masalani hisob sxemasini soddalashtirib yechish qulayroq, sterjenni tekis o'zgaruvchi pog'onali kesimlar bilan almashtiriladi (9.4-rasm) va integrallash pog'ona uchastkalari bo'ylab oldingi masaladagi kabi hisoblanadi.



9.4-rasm. Bikrligi o'zgaruvchan balkani pog'onali balkaga almashtirish.

Uchastkalar sonini oshirish hisob sxemasini berilganga yaqinlashtiradi. Mor usuli bilan egri brus nuqtalari ko'chishlarini topish mumkin. Bu holda integral ostidagi df elementni ds yoy elementi bilan almashtiriladi, $dz = \rho d\varphi$, bu yerda ρ – sterjenning shu kesimidagi egrilik radiusi. Misol tariqasida egri brus A nuqtasining gorizontaal ko'chishini aniqlaymiz (9.5-rasm).

Bo'ylama va ko'ndalang kuchlar ta'sirini hisobga olmaymiz. Brus ixtiyoriy kesimidagi berilgan yukdan hosil bo'lgan eguvchi moment $M_p = PR \sin \varphi$ ifodadan aniqlanadi. (2.23-rasmda keltirilgan misolga qarang).



9.5-rasm. Egri bruslarda ko‘chishlarni aniqlash:

a) berilgan egri brus; b) brusning A nuqtasiga gorizontal birlik kuch qo‘yilgan.

A nuqta gorizontal ko‘chishini topish uchun shu nuqtada brusga gorizontal birlik kuchni qo‘yamiz (9.5b-rasm). Birlik kuch ta’sirida hosil bo‘luvchi eguvchi momentni M^1 desak

$$M^1 = R \sin \varphi$$

Mor formulasiga asosan

$$\Delta = \int_0^{\ell} \frac{\partial \delta}{\partial P} ds = \int_0^{\pi} \frac{(PR \sin \varphi)(R \sin \varphi) R d\varphi}{EI} = \frac{PR^3}{EI} \int_0^{\pi} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{PR^3}{EI} \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi PR^3}{2EI}$$

Javobdagi musbat ishora nuqtaning ko‘chishi Δ birlik kuch yo‘nalishi bilan bir xil, ya’ni A nuqta o‘ngga ko‘chganini bildiradi.

Aylanasimon egri bruslarda ko‘chishlarni aniqlashda o‘ziga xos ko‘rinishdagi trigonometrik funksiyalar integrallarini hisoblashga to‘g‘ri keladi va ularning eng xarakterlilari 9.1-jadvalda keltirilgan.

Bir qator masalalarni yechishda konstruksiya ikki nuqtasi orasidagi masofani aniqlash zarurati paydo bo‘ladi. Bu holda nuqtalarga bir-biriga nisbatan qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan birlik kuch qo‘yiladi. Agar kesimlarning o‘zaro burilishini topish talab etilsa, bo‘ylama o‘qdagi kesim nuqtalariga turli tomonga yo‘nalgan birlik moment qo‘yiladi, keyingi hisoblashlar odatdagidan farq qilmaydi.

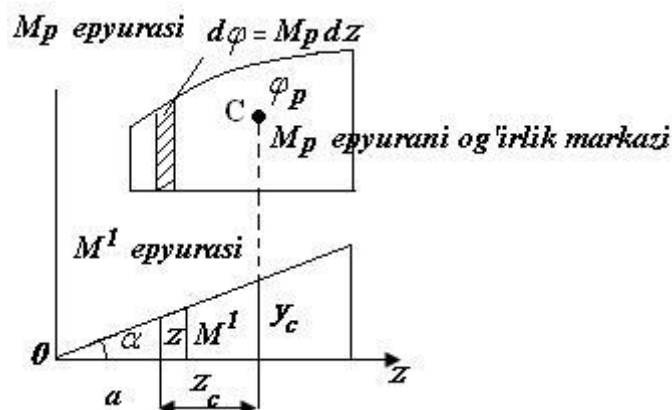
Keltirilgan misollardan ko‘rinib turibdiki, sterjenda uchastkalar soni ortishi bilan ichki kuchlarni hisoblash ifodalari murakkablashadi va bu siniq konsol va murakkab ko‘rinishli ramalarda yaqqol ko‘rinadi. Ushbu holda Mor integralini hisoblash hajmi oshib ketadi. A.K.Vereshchagin tomonidan taklif etilgan Mor integralini hisoblashning grafo-analitik usulini qo‘llash orqali yuqoridagi kamchilikni bartaraf qilish mumkin. Bu usul Vereshchagin qoidasi, ba’zan Myuller–Breslau usuli deb ataladi.

Egri bruslarda ko'chishlarni aniqlashda qo'llaniladigan trigonometrik
funksiylarning integrallangan ifodalari

№	$f(\varphi)$	$\int_0^{\varphi} f(\varphi) d\varphi$	$\int_0^{\pi/2} f(\varphi) d\varphi$	$\int_0^{\pi} f(\varphi) d\varphi$	$\int_0^{3\pi/2} f(\varphi) d\varphi$	$\int_0^{2\pi} f(\varphi) d\varphi$
1	$\sin\varphi$	$1 - \cos\varphi$	1	2	1	0
2	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$	1	0	-1	0
3	$\sin^2\varphi$	$\frac{1}{2}(\varphi - \frac{1}{2}\sin 2\varphi)$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
4	$\cos^2\varphi$	$\frac{1}{2}(\varphi + \frac{1}{2}\sin 2\varphi)$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
5	$\sin\varphi \cos\varphi$	$\frac{1}{2}\sin^2\varphi$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0
6	$1 - \cos\varphi$	$\varphi - \sin\varphi$	$\frac{\pi}{2} - 1$	π	$\frac{3\pi}{2} - 1$	2π
7	$(1 - \cos\varphi)^2$	$\frac{3}{2}\varphi - 2\sin\varphi + \frac{1}{4}\sin 2\varphi$	$\frac{3\pi}{4} - 2$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4} + 2$	3π
8	$(1 - \cos\varphi)\sin\varphi$	$1 - \cos\varphi - \frac{1}{2}\sin^2\varphi$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0
9	$(1 - \cos\varphi)\cos\varphi$	$\sin\varphi - \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\varphi$	$1 - \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$-1 - \frac{3}{4}\pi$	$-\pi$

3- §. Vereshchagin qoidasi

Mor integralini nisbatan oson hisoblash imkonini beruvchi ushbu grafo-analitik usul bikrligi o'zgarmas va o'qi to'g'ri chiziqli sterjenlar ko'chishini aniqlashda qo'llaniladi. Sterjen o'qi to'g'ri chiziqli bo'ladi (9.6-rasm).



9.6-rasm. Vereshchagin qoidasi keltirib chiqarish uchun sxema.

Birlik kuch epyurasi shaklini aniqlovchi tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$M^1 = (z+a) \operatorname{tg} \alpha$$

M_p epyurasi egri chiziqli yoki to'g'ri chiziqli bo'lishi mumkin.

$M^1 = f(z)$ ifodani Mor integraliga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{EI} \int_0^l M_p M^1 dz = \frac{1}{EI} \operatorname{tg} \alpha \int_0^l (z+a) M_p dz$$

Bu yerda $M_p dz$ ko'paytma M_p epyurasidagi ω yuz differensial,

ya'ni $M_p dz = d\omega$, $\int_0^l (z+a) d\omega = M_p$ epyurasi yuzasining y o'qiga

nisbatan statik momenti. Ikkinchi tomondan statik moment kesim og'irlik markazidan o'qqacha bo'lgan masofani yuzaga ko'paytmasiga teng, ya'ni $\int (z+a) d\omega = \omega(z_c + a)$, bu yerda z_c – M_p epyurasi og'irlik markazidan y_s o'qigacha bo'lgan masofa.

Shunday qilib, $\int_0^l M_p M^1 dz = (z_c + a) \omega \operatorname{tg} \alpha$ 9.6-rasmdan

$(z_c + a) \operatorname{tg} \alpha = y_c$, ya'ni M_p epyurasi og'irlik markazi ostidagi M^1 epyurasi ordinatasi. Demak,

$$\int_0^{\ell} \dot{I}_D \dot{I}_1 dz = \omega \dot{o}_{\tilde{n}} \quad (9.3)$$

Bu yerda, ω – birinchi epyura yuzasi. y – birinchi epyura og‘irlik markazi ostidagi ikkinchi epyura ordinatasi.

Bu qoida cho‘zilish-siqilish va buralishdagi ko‘chishlarni aniqlashda ham o‘rinli

$$\int_0^{\ell} N^P N^1 dz = \omega y_c; \quad \int M_b^P M_b^1 dz = \omega \cdot y_c$$

Mor integralini ushbu usulda ochishga odatda epyuralarni ko‘paytirish (ba‘zan biriktirish) deb ataladi. Ko‘paytirilayotgan epyuralar ikkisi ham to‘g‘ri chiziqli bo‘lganda, ixtiyoriysi yuzani hisoblash mumkin, epyuralardan biri egri chiziqli bo‘lgan holda, albatta shu epyura yuzasi topiladi. Agar ikkala epyura ham o‘qning bir tomonida joylashgan bo‘lsa, ular ko‘paytmasi musbat, ya‘ni ko‘chish yo‘nalishi birlik kuch yo‘nalishi bilan bir xil, agar turli tomonda bo‘lsa, ko‘paytirish natijasi manfiy bo‘ladi.

Shunday qilib, Vereshchagin qoidasi yordamida Mor usulida ko‘chishlarni aniqlash uchun quyidagilarni bajarish kerak:

1. Tashqi yuk ta‘siridagi ichki kuchlar epyurasi quriladi.
2. Ko‘chishi aniqlanayotgan nuqtaga yo‘nalishi ko‘chish bilan bir xil birlik kuch qo‘yilib, birlik kuch ta‘siridagi ichki kuchlar epyurasi quriladi.
3. Har bir uchastka uchun epyuralar biri (ω) yuzi, epyura og‘irlik markazi holati aniqlanadi hamda birinchi epyura og‘irlik markazi ostidagi ikkinchi epyura y_c ordinatasi topiladi.
4. Izlanayotgan ko‘chish quyidagi ifodalardan aniqlanadi:

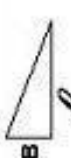
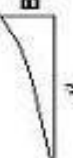
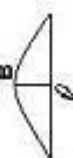
$$\Delta = \Sigma \frac{\omega \cdot y}{EI} \text{ egilishda} \quad (9.4 \text{ a})$$

$$\Delta = \Sigma \frac{\omega \cdot y}{EF} \text{ cho‘zilish va siqilishda} \quad (9.4 \text{ b})$$

$$\Delta = \Sigma \frac{\omega \cdot \dot{o}}{I_{\delta} G} \text{ buralishda} \quad (9.4 \text{ d})$$

Bu yerdagi « Σ » belgisi epyuralarni ko‘paytirish har bir uchastka bo‘yicha alohida o‘tkazilib, natija qo‘shilishini bildiradi. Tashqi yuklama va birlik kuch epyuralari uchastkalar chegaralari bir xil bo‘lishi lozim. Vereshchagin qoidasi asosida Mor integralini hisoblash maxsus jadval (9.2-jadval) dan foydalanilganda ancha yengillashadi.

Mor integralini hisoblash uchun maxsus jadval

	$\frac{M^I}{M^P}$				
1		sal	$\frac{sal}{2}$	$\frac{(a_1 + a_2)sl}{2}$	$\frac{sl(a_1 - a_2)}{a_1 + a_2}$
2		$\frac{sal}{2}$	$\frac{sal}{6}$	$\frac{sl}{6}(2a_2 + a_1)$	$\frac{sl}{6}(a_1 - 2a_2)$
3		$\frac{sal}{2}$	$\frac{sal}{3}$	$\frac{sl}{6}(2a_1 + a_2)$	$\frac{sl}{6}(2a_1 - a_2)$
4		$\frac{(e_1 + e_2)al}{2}$	$\frac{al}{6}(2e_1 + e_2)$	$\frac{l}{6}[2(a_1e_1 + a_2e_2) + a_1e_2 + a_2e_1]$	$\frac{l}{6}[2(a_1e_1 - a_2e_2)] - a_1e_1 + a_2e_2$
5		$\frac{(a_1 - e_2)la}{e_1 + e_2}$			
6		$\frac{sal}{3}$	$\frac{al}{6}(2e_1 + e_2)$	$\frac{l}{6}[2(a_1e_1 - a_2e_2) + e_1a_2 - a_1e_2]$	$\frac{l}{6}[2(a_1e_1 + a_2e_2) - a_1e_2 - a_2e_1]$
7		$\frac{sal}{3}$	$\frac{sal}{12}$	$\frac{sl}{12}(a_1 + 3a_2)$	
8		$\frac{4sea}{3}$	$\frac{sal}{4}$	$\frac{sl}{12}(3a_1 + a_2)$	

9.2-jadvalda epyuralar uchastkalari oxirlari ordinatalari orqali ifodalangan ko‘paytirish natijalari keltirilgan.

Misol tariqasida, oldin Mor integrali hisoblangan 9.1, 9.2, 9.3-misollarni Vereshchagin qoidasi bo‘yicha ko‘paytirishni ko‘ramiz.

A – nuqtaning vertikal ko‘chishi va shu nuqtadan o‘tuvchi kesim buralish burchagini topish talab etilsin (9.7a-rasm).

Tashqi yuk ta’siridagi M_p epyurasini quramiz (9.7b-rasm).

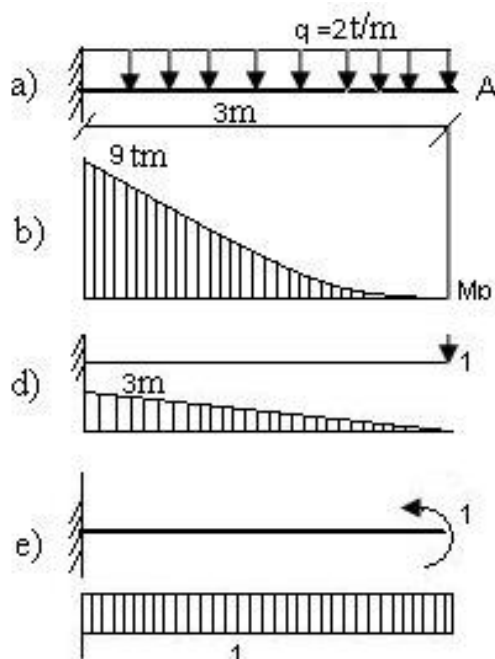
$$M^p = -\frac{qz_1^2}{2} \quad z_1 = 0 \text{ da } M^p = 0$$

$$z_1 = 3 \text{ da } M^p = -9 \text{ t.m}$$

A nuqtaga vertikal birlik kuch qo‘yib, M_1 epyurasini quramiz (9.7d-rasm).

$$M^1 = -1 \cdot z_1 = -z_1 \quad z_1 = 0 \text{ da } M^1 = 0$$

$$z_1 = 3 \text{ da } M^1 = -3 \text{ m}$$

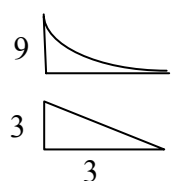


9.7-rasm. Tekis taqsimlangan nagruzka bilan yuklangan balkanning erkin uchidagi A nuqtaning ko‘chishi va buralish burchagini

Vereshchagin usuli bilan aniqlash:

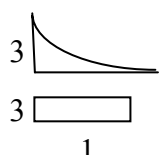
- a) berilgan balka; b) tashqi kuch ta’siridan qurilgan eguvchi moment epyurasi; d) ko‘chishni topish uchun birlik kuch va uning epyurasi; e) buralish burchagini topish uchun birlik moment va uning epyurasi.

9.2-jadvaldan foydalanib M_p va M_1 epyuralarini ko‘paytiramiz. Ko‘paytirish natijalarini yettinchi gorizontal qator va ikkinchi vertikal ustun kesishgan joydan olamiz.



$$\Delta_A^{ver} = \frac{9t \cdot m \cdot 3m \cdot 3m}{4EI} = \frac{20,25t \cdot m^3}{EI};$$

A-nuqtadan o'tuvchi ko'ndalang kesim burilishini topish uchun shu nuqtaga $M^1 = 1$ birlik moment qo'yamiz va M_1^1 epyurasini quramiz (9.4d-rasm) M_P va M_1 epyuralar ko'paytirish natijalarini 9.2-jadvalning yettinchi qator va birinchi ustun kesishgan joydan olamiz.

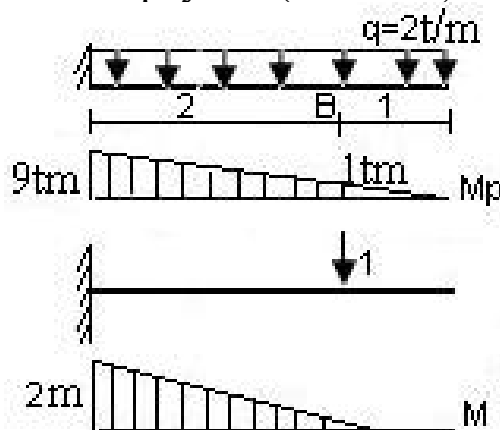


$$\theta_A = \frac{-9 \cdot t \cdot m \cdot 3m \cdot 1}{EI} = \frac{-27t \cdot m^3}{EI}$$

EI qiymatini qo'ysak $\theta_A = -0,0063$ rad.

Olingan natija oldingisi bilan bir xil, lekin bu holda hisoblashlar kamaygan.

B nuqta ko'chishini aniqlaymiz (9.8-rasm) M_P epyurasini quramiz.



9.8-rasm. 9.7-rasmdagi balkaning B nuqtasidagi ko'chishni aniqlash uchun qurilgan eguvchi moment va birlik kuch epyurasi.

Sxema 2 uchastkadan iborat, chunki uchastkalar chegarasi tashqi yuk va birlik kuch epyuralari qurishda bir xil bo'lishi kerak.

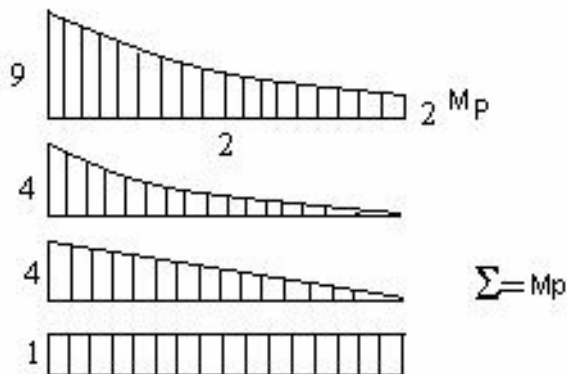
$$M_1^P = -qz_1^2 / 2 \quad z_1 = 0 \text{ da } M = 0$$

$$z_1 = 1 \text{ da } M = -1 t \cdot m$$

$$M_2^P = -\frac{q(z_2 + 1)^2}{2} = \frac{qz_2^2}{2} - \frac{2qz_2}{2} - \frac{q}{2} \quad z_1 = 0 \text{ da } M = -1 t \cdot m$$

$$z_1 = 2 \text{ da } M = -9 t \cdot m$$

Ikkinchi uchastkada M_P epyurasi $(-\frac{qz^2}{2})$ parabola, $(-qz)$ uchburchak va (-1) to'g'ri to'rtburchakdan iborat murakkab figura hosil qiladi. B nuqtaga $P = l$ birlik kuch qo'yib, M_l epyurasini quramiz (9.9-rasm).



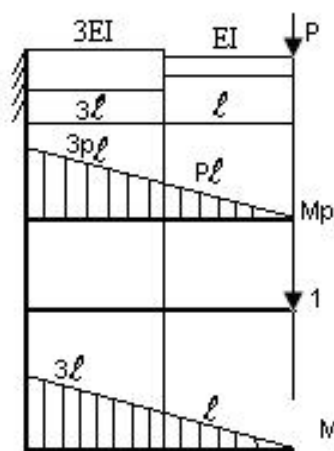
9.9-rasm. B nuqtaga birlik kuch qo'yilganda tashqi yukdan hosil bo'lgan epyura.

Topilgan $\Delta_{\hat{A}}^{ver}$ kattaligi 3 misolda keltirilgan javob bilan bir xil.

9.10-rasmda keltirilgan pog'onali balka A nuqtasi solqiligini topamiz. Tashqi yuklama va birlik kuch ta'siridan hosil bo'lgan M^P va M^1 epyuralarini quramiz. Vereshchagin qoidasi bo'yicha bu epyuralarni ko'paytiramiz.

$$\Delta_B^{ver} = \frac{P \ell \cdot \ell \cdot \ell}{3EI} + \frac{2}{6 \cdot 3EI} [2(P \cdot \ell \cdot \ell + 3P \ell \cdot 3\ell) + 3P \ell \cdot \ell + P \ell] = \frac{3,2P\ell^3}{EI}$$

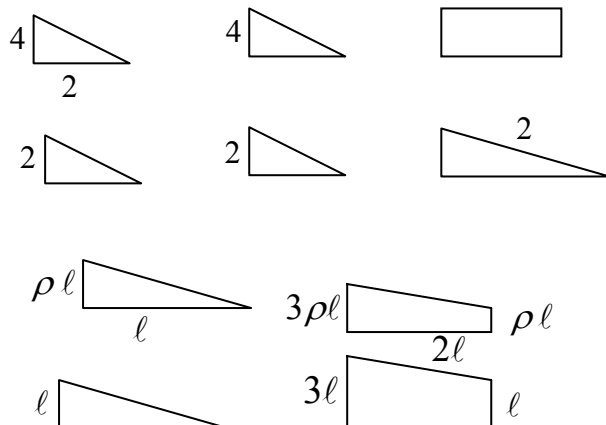
$$M_1^1 = 0; M_2^1 = -1 \cdot z_2 = -z_2$$



9.10-rasm. Pog'onali balkadagi solqilikni aniqlash.

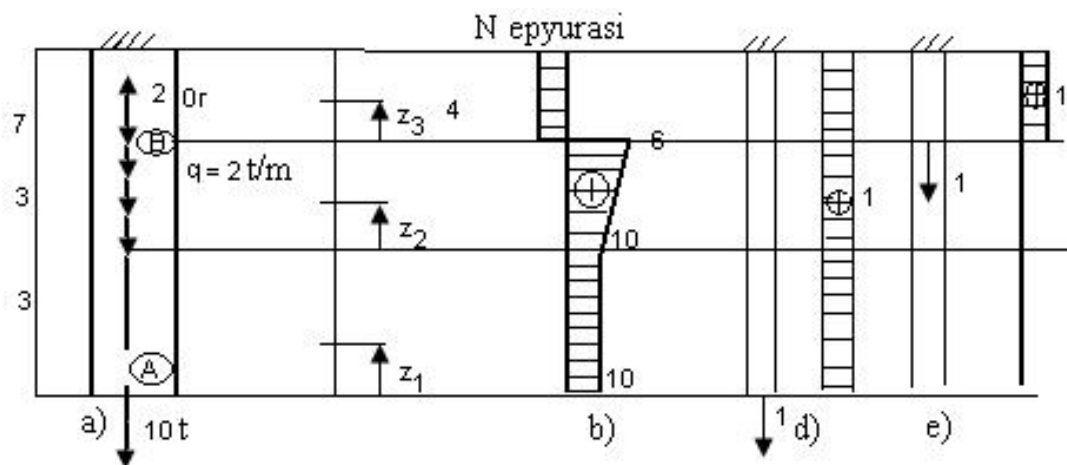
9.2-jadvaldan foydalanib $\Delta_{\hat{A}}^{ver}$ ni topamiz.

$$\Delta_B^{ver} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 2}{4EI} + \frac{4 \cdot 2 \cdot 2}{3EI} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 2}{2EI} = \frac{11,9}{EI}$$



Cho‘zilish-siqilish va buralishdagi ko‘chishlarni aniqlashda Vereshchagin qoidasini qo‘llash ayniqsa qulaydir.

Bu holda birlik kuch epyurasi to‘g‘ri to‘rtburchakdan iborat, ya’ni ko‘chish miqdor jihatidan tashqi kuch ta’siridan epyura yuzasini sterjen bikrligiga bo‘linganiga teng. Misol tariqasida ko‘ndalang kesim yuzasi $F=10 \text{ sm}^2$ bo‘lgan, bo‘ylama kuchlar bilan yuklangan po‘lat serjen uzunligi o‘zgarishini aniqlaylik (9.11-rasm).



9.11-rasm. Bir uchi qistirib mahkamlangan sterjenning A nuqtasidagi ko‘chishni aniqlash.

Sterjen uzunligini o‘zgarishi sterjen uchidagi A nuqtaning vertikal ko‘chishiga teng bo‘ladi.

Tashqi yukdan hosil bo'lgan (N_p) epyurasini quramiz (9.11b-rasm).

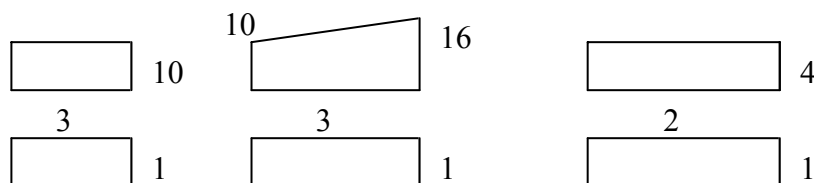
$$N_1 = 10 \text{ t}; N_2 = 10 + q z_2; z_2 = 0 \text{ da } N_2 = 10 \text{ t}$$

$$N_3 = 10 + 2 \cdot 3 - 20 = -4 \text{ t} \quad z_2 = 3 \text{ da } N_2 = 16 \text{ t}$$

A nuqtaga $P = 1$ birlik kuch qo'yib, N_1^1 epyurasini quramiz (9.11d-rasm).

Vereshchagin qoidasi bo'yicha epyuralarni ko'paytiramiz.

$$\Delta_A = \frac{10t \cdot 3m \cdot 1}{EF} + \frac{(10+16)t \cdot 3m \cdot 1}{2EF} - \frac{4t \cdot 2m \cdot 1}{EF} = \frac{61tm}{EF}$$



$E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2$ va $F = 10 \text{ sm}^2$ ekanligini hisobga olsak

$$\Delta_A^{ver} = 6100000 \text{ kg} \cdot \text{sm} / 2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 \cdot 10 \text{ sm}^2 = 0,305 \text{ sm}.$$

Demak, ko'ndalang kesim yuzasi o'zgaras bo'lganda cho'zilgan yoki siqilgan sterjen uzunligi o'zgarishi miqdor jihatidan tashqi bo'ylama kuchlar epyurasi yuzasini sterjen bikrligiga bo'linganiga teng ekan.

Sterjen o'qi ixtiyoriy nuqtasi, masalan, B nuqtasi ko'chishini topish uchun unga birlik kuch yuklab, birlik kuch epyurasi quriladi (9.11d-rasm) va tashqi yuk epyurasi bilan ko'paytiriladi.

$$\Delta_A^{ver} = -4 \cdot 2 \cdot 1 / EF = -8tm / EF = -0,04 \text{ sm}.$$

(-) ishora B nuqta ko'chishi birlik kuch yo'nalishi bilan mos tushmasligini, ya'ni B nuqta tepaga ko'chishini bildiradi.

Ko'ndalang kesimi pog'onasimon ko'rinishdagi sterjenlarni cho'zilish yoki siqilishdagi ko'chishlarini aniqlashdan oldin normal kuchlanishlar epyurasini qurib olish maqsadga muvofiq. Misol tariqasidi bo'ylama kuchlar bilan yuklangan pog'onasimon ko'ndalang kesimli po'lat sterjen uzunligi o'zgarishini aniqlashni ko'raylik (9.12 rasm).

Tashqi kuchlar ta'siridagi bo'ylama kuchlar (N_p) epyurasini quramiz (9.12b-rasm).

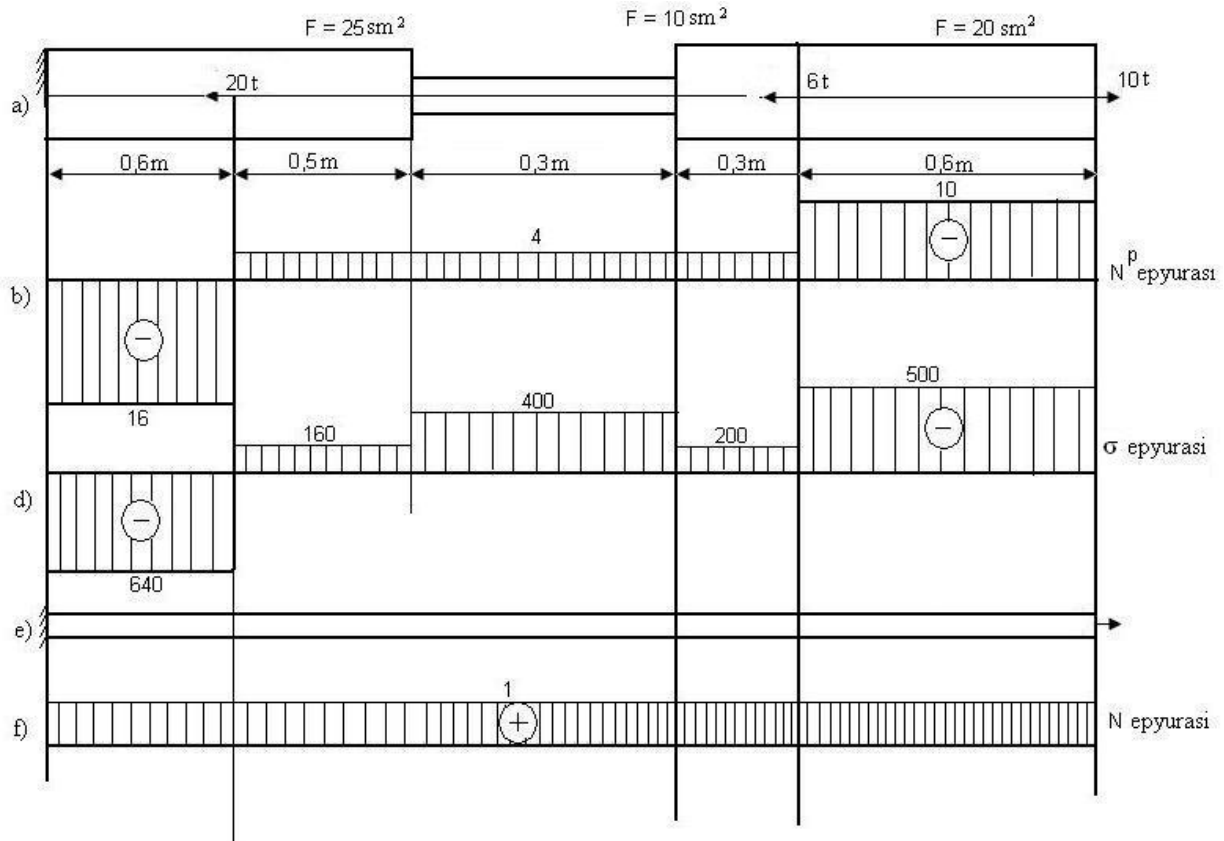
$$N_1 = 10 \text{ t}, N_2 = 10 - 6 = 4 \text{ t}, N_3 = 10 - 6 - 20 = -16 \text{ t}$$

σ epyurasini quramiz (9.12d-rasm).

$$\sigma = N / F, \sigma_1 = 10000 \text{ kg}/20\text{sm}^2 = 500 \text{ kg}/\text{sm}^2$$

$$\sigma_2 = 4000 / 20 = 200\text{kg}/\text{sm}^2, \sigma_3 = 4000/10 = 400 \text{ kg}/\text{sm}^2$$

$$\sigma_5 = 4000/25 = 160 \text{ kg}/\text{sm}^2, \sigma_6 = - 16000 / 25 = - 640 \text{ kg}/\text{sm}^2$$



9.12-rasm. Cho‘zilish va siqilish deformatsiyasida Vereshchagin usuli bilan ko‘chishlarni aniqlash:

a) berilgan pog‘onali brus; b) N^p – epyurasi; d) σ – epyurasi; e) brusga birlik kuch qo‘yilgan; f) birlik bo‘ylama kuch epyurasi.

A nuqtaga birlik kuchni yuklaymiz (9.12e-rasm) va N_1 kuch epyurasini quramiz (9.12f-rasm).

$$\Delta_A = \frac{\omega_{N_p} \cdot 1}{EF}$$

Ammo, $\sigma = N/F$, N_p/EF epyura yuzasi « σ » epyurasi yuzasi ω_σ ni E ga bo‘linganiga teng bo‘lgani uchun

$$\Delta_A = \frac{\omega_\sigma}{E}$$

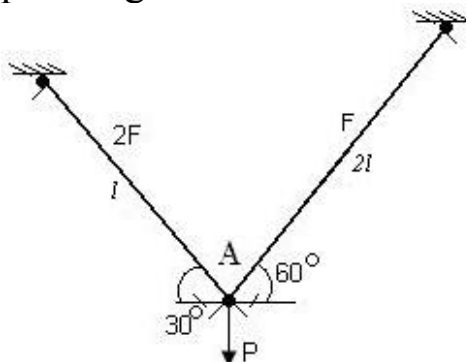
yoki

$$\Delta_A = \frac{500\text{kg}/\text{sm}^2 \cdot 60\text{sm} + 200\text{kg}/\text{sm}^2 \cdot 30\text{sm} + 400\text{kg}/\text{sm}^2 \cdot 30\text{sm} + 160\text{kg}/\text{sm}^2 \cdot 50\text{sm}}{2 \cdot 10^6 \text{ kg}/\text{sm}^2}$$

$$-\frac{640 \text{ kg/sm}^2 \cdot 60 \text{ sm}}{2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2} = 0,0038 \text{ sm}$$

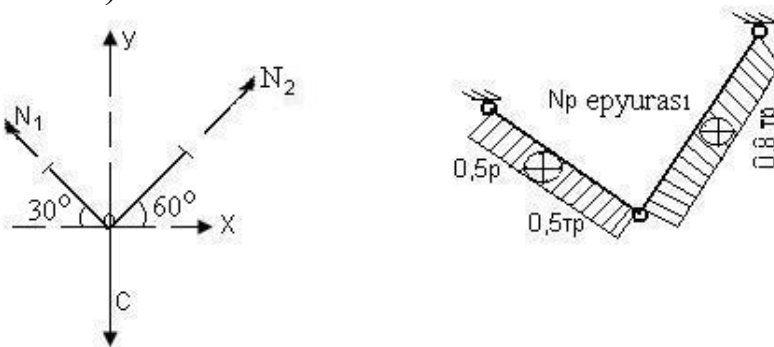
ya'ni sterjen uzunligi o'zgarishi miqdor jihatidan normal kuchlanishlar epyurasi yuzasini material elastiklik moduliga bo'linganiga teng.

Mor – Vereshchagin usulini qo'llab nafaqat alohida sterjenlar, balki sterjenlar sistemasi ko'chishlarini ham osongina aniqlash mumkin. Misol tariqasida sharnir vositasida bog'langan ikki sterjendan iborat sterjenli sistema A nuqtasining to'la ko'chishini aniqlaylik (9.13-rasm)



9.13-rasm. Sterjenli sistemalarda ko'chishlarni aniqlash.

A nuqtaning to'la ko'chishini topish uchun uning vertikal va gorizontall ko'chishlarini aniqlash kerak. Sterjenlar sharnir vositasida biriktirilgani uchun ko'ndalang kesimlarda faqat N bo'ylama kuch paydo bo'ladi. Ichki kuchlarni aniqlaymiz va tashqi yuk N_P epyurasini quramiz (9.14-rasm).



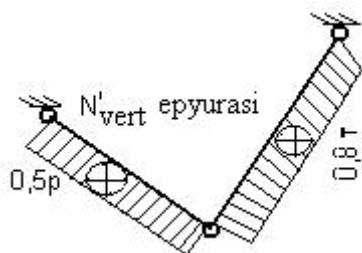
9.14-rasm. Sterjenda hosil bo'ladigan bo'ylama kuch epyurasi.

$$\Sigma X = N_1 \cos 30^\circ - N_2 \cos 60^\circ = 0, N_1 = 0,58 N_2$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma Y = N_1 \cos 60^\circ + N_2 \cos 30^\circ - P = 0 \text{ yoki } 0,5 N_1 + 0,86 N_2 \\ N_1 = 0,58 N_2 \end{aligned} \right\}$$

Bu yerda, $N_1 = 0,87P$, $N_2 = 0,5P$.

A nuqtani vertikal birlik kuch bilan yuklab, sterjenlardagi, birlik kuchdan hosil bo'lgan zo'riqishni topamiz va N_1^{ver} epyurasini quramiz (9.15-rasm).



9.15-rasm. Vertikal burchakli kuch ta'sirida qurilgan epyura.

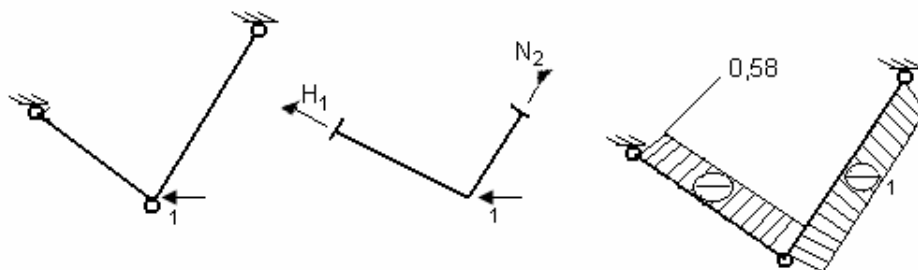
Vertikal birlik kuch ta'siridan hosil bo'lgan N^1 epyurasi N^p epyurasidan P ko'paytuvchi bilan farq qiladi.

N_p va N_1^{ver} epyuralarini ko'paytirib A nuqtaga vertikal ko'chishini aniqlaymiz.

$$\Delta_A^{ver} = \frac{0,5P \cdot \ell \cdot 0,5}{2EF} + \frac{0,87P \cdot 2\ell \cdot 0,87}{EF} = \frac{1,64P\ell}{EF}$$

Natijadagi (+) ishora vertikal ko'chish yo'nalishi birlik kuch yo'nalishida, ya'ni pastga yo'nalganini bildiradi.

A nuqtaga gorizontal birlik kuch $r = 1$ ni yuklab, birlik kuch ta'siridan sterjenlar zo'riqishini topamiz va N_1^{gor} epyurasini quramiz (9.16-rasm).



9.16-rasm. Gorizontal birlik kuch ta'sirida qurilgan epyura.

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= N_1^1 \cos 60^\circ + N_2^1 \cos 30^\circ = 0, N_1^1 = -0,58 N_2^1 \\ \Sigma X &= 1 + N_1^1 \cos 30^\circ - N_2^1 \cos 60^\circ = 0, 0,5N_2^1 - 0,87 N_1^1 - 1 = 0 \\ N_1 &= -0,58 N_2^1 \end{aligned}$$

Bu yerdan $N_2^1 = 1, N_1^1 = -0,58$

N_p va N_1^{gor} epyuralarni ko'paytirib A nuqta gorizontal ko'chishini aniqlaymiz.

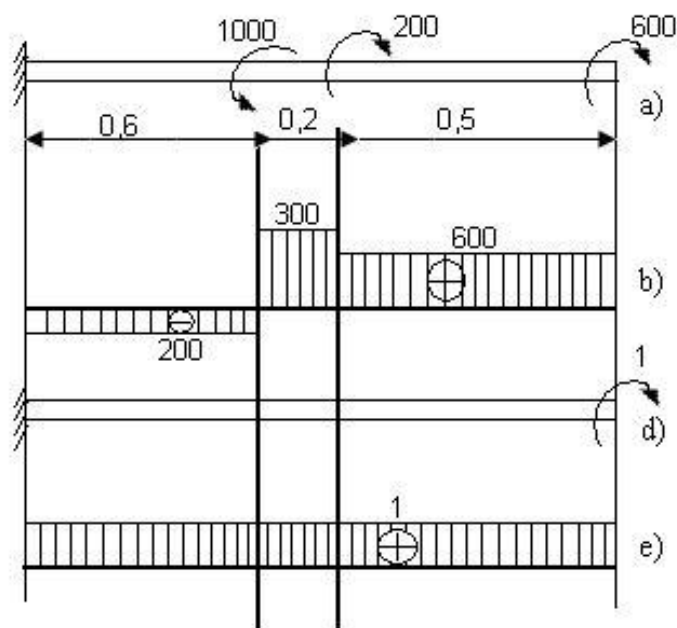
$$\Delta_A^{gor} = -\frac{0,5P \cdot 0,58\ell}{2EF} + \frac{0,87P \cdot 1 \cdot 2\ell}{EF} = \frac{1,56P\ell}{EF}$$

Natijadagi (+) ishora A nuqta gorizontaal ko‘chishi yo‘nalishi birlik kuch yo‘nalishida, ya’ni chapga yo‘nalganini anglatadi.

A nuqta to‘la ko‘chishini topamiz.

$$\Delta_A = \sqrt{(\Delta_A^{ver})^2 + (\Delta_A^{gor})^2} = \sqrt{\left(\frac{1,64P\ell}{EF}\right)^2 + \left(\frac{1,56P\ell}{EF}\right)^2} = \frac{2,3P\ell}{EF}$$

Mor – Vereshchagin usuli bilan buralishdagi deformatsiyalarni ya’ni burilish burchaklarini aniqlash ham nisbatan oson kechadi. Buralishda sterjen bikrligini ko‘ndalang kesimi o‘qqa nisbatan simmetrik bo‘lgan sterjenlar (doira, halqa) uchun $I_p G$ ko‘paytma, yoki ko‘ndalang kesimi ixtiyoriy shakldagi sterjenlar uchun $I_b G$ ko‘paytma aniqlaydi. Misol tariqasida 9.17a-rasmda keltirilgan doirasimon po‘lat sterjen to‘la buralish burchagini topish talab etilsin. Sterjen diametri 100mm ga teng.



9.17-rasm. Mor-Vereshchagin usuli bilan buralishdagi deformatsiyalarni aniqlash.

To‘la buralish burchagi A nuqtadan o‘tuvchi ko‘ndalang kesimning buralish burchagiga teng.

Tashqi yuk ta’siridan buruvchi momentlar M_o^P epyurasini quramiz (9.17b-rasm).

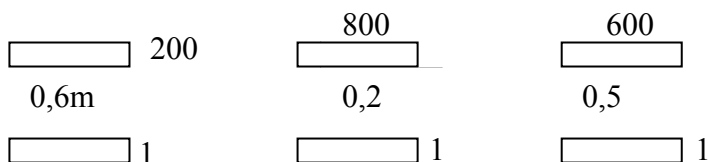
$$M_1 = 600 \text{ kg}\cdot\text{m}, M_2 = 600 + 200 = 800 \text{ kg m.}$$

$$M_3 = 600 + 200 - 1000 = -200 \text{ kg}\cdot\text{m.}$$

A nuqtada birlik burovchi momentni yuklaymiz va M_0^1 epyurasini quramiz (9.17d-rasm).

Vereshchagin qoidasi asosida M_p va M_1 epyuralarni ko'paytiramiz.

$$\varphi_1 = \frac{-20000kg \cdot sm \cdot 60sm \cdot 1 + 80000kg \cdot sm \cdot 20sm \cdot 1 + 60000kg \cdot sm \cdot 50sm \cdot 1}{I_p \cdot G} = \frac{380000kg \cdot sm^2}{I_p \cdot G}$$



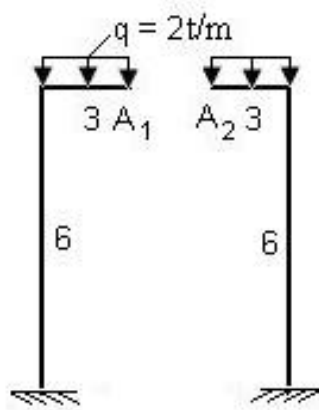
Doira uchun $I_p = 0,1d^4 = 0,1 (10)^4 sm^4 = 1000 sm^4$ ga teng. Po'lat uchun $G = 8 \cdot 10^5 kg/sm^2$ ga teng.

Shunday qilib, to'la buralish burchagi

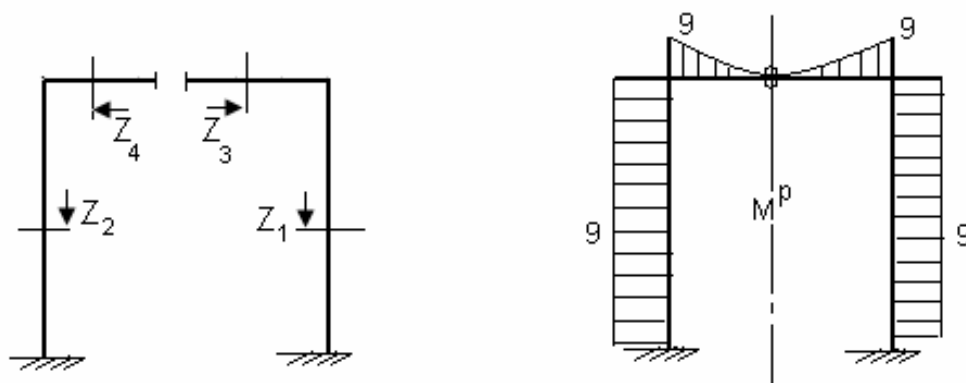
$$\varphi_A = \frac{380000kg \cdot sm^2}{1000cm^4 \cdot 8 \cdot 10^5 kg/sm^2} = 0,00048 rad$$

Natijadagi (+) ishora buralish burchagi yo'nalishi birlik moment yo'nalishi bilan bir xilligini bildiradi. Valning ko'ndalang kesimi o'zgaras bo'lganda buralish burchagi miqdor jihatidan tashqi kuchlar ta'siridan burovchi momentlar epyurasi yuzasini valning buralishidagi bikrligiga bo'linganiga teng ekan. Ba'zi hollarda, masala shartiga ko'ra berilgan nuqtaning absolyut ko'chishini emas, balki ikki nuqtaning bir-biriga nisbatan ko'chishi kattaligini aniqlash talab etiladi. Yuqorida ko'rsatib o'tilganidek, bu holda ikkala nuqtaga qarama-qarshi tomonga yo'nalgan birlik kuchlar qo'yiladi. Bir-biriga nisbatan ko'chishni aniqlashni keyingi bosqichlari absolyut ko'chishni aniqlashdan farq qilmaydi. Buning uchun tashqi yuklama ta'siridagi kuchlar epyurasi quriladi, birlik kuchlar epyuralari quriladi va yuklama va birlik kuchlar epyuralari ko'paytirilib ko'chish topiladi. Misol tariqasida 9.18-rasmda keltirilgan rama A_1 va A_2 nuqtalarining bir-biriga nisbatan ko'chishini topaylik.

A_1 va A_2 nuqtalarning bir-biriga nisbatan ko'chishi vertikal va gorizontaal yo'nalishlarda hamda A_1 , A_2 nuqtalardan o'tuvchi ko'ndalang kesimlarning bir-biriga nisbatan buralishdan iborat bo'lishi mumkin. Tashqi yuklama ta'siridagi kuchlar epyurasini quramiz (9.19-rasm). Berilgan sistema faqat egilishga ishlagani uchun ko'chishni aniqlashda sistema faqat eguvchi momentlarni ko'chishga ta'sirini hisobga olamiz.



9.18-rasm. Berilgan ramaning A_1 , A_2 nuqtalarining bir-biriga nisbatan ko'chishini aniqlash.



9.19-rasm. Tashqi kuch ta'siridan qurilgan M^P epyura.

$$M_1 = q z^2 / 2 \quad \begin{array}{l} z_1 = 0 \text{ da } M = 0 \\ z_1 = 3 \text{ da } M = 9 \text{ t} \cdot \text{m} \end{array}$$

$$M_2 = 9 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_3 = q z_3 \quad \begin{array}{l} z_3 = 0 \text{ da } M = 0 \\ z_3 = 3 \text{ da } M = 9 \text{ t} \cdot \text{m} \end{array}$$

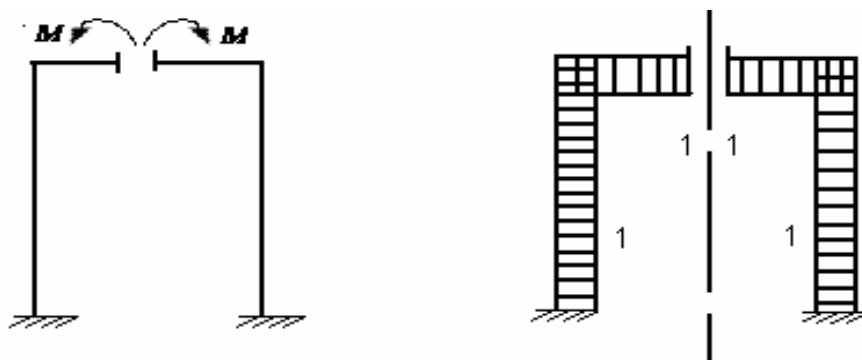
$$M_4 = 9 \text{ t} \cdot \text{m}$$

M_p epyurasining vertikal o'qqa nisbatan simmetrikligi tashqi yuk va ramaning simmetrikligiga mos keladi.

A_1 va A_2 nuqtalardan o'tuvchi ko'ndalang kesimlar bir-biriga nisbatan buralish burchagini topish uchun bu nuqtalarga birlik momentlar yuklab, birlik epyurani quramiz (9.20-rasm).

$$M_1^1 = 1, \quad M_2^1 = 1$$

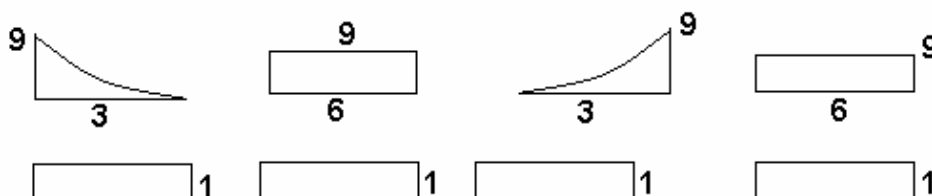
$$M_3^1 = 1, \quad M_4^1 = 1$$



9.20-rasm. Birlik moment ta'siridan qurilgan epyura.

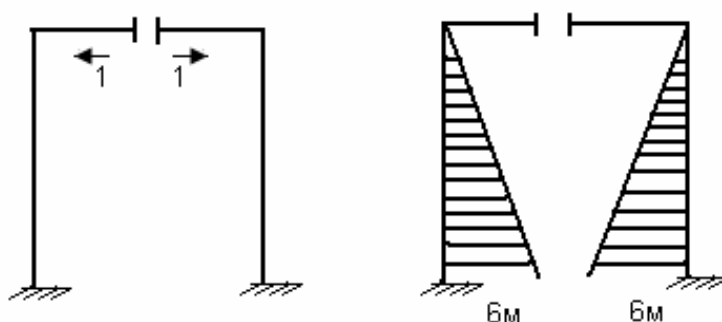
M^1 epyurasi vertikal o'qqa nisbatan simmetriyaga ega. M_p va M^1 epyuralarni ko'paytirib bir-biriga nisbatan buralish burchagini topamiz.

$$\theta_{A_1 A_2} = \frac{(-9)3 \cdot 1}{3EI} + \frac{(-9) \cdot 6 \cdot 1}{EI} + \frac{(-9)3 \cdot 1}{3EI} + \frac{(-9)6 \cdot 1}{EI} = -\frac{126}{EI}$$



Natijadagi (-) ishora A_1 va A_2 nuqtalardan o'tuvchi ko'ndalang kesimlar bir-biriga nisbatan buralish burchagi yo'nalishi birlik moment yo'nalishiga qarama-qarshi ekanligini bildiradi.

A_1 va A_2 nuqtalar bir-biriga nisbatan gorizontall ko'chishini aniqlash uchun ularni gorizontall birlik kuchlar bilan yuklab, M_{gor}^1 epyurasini quramiz (9.21-rasm).



9.21-rasm. Gorizontall kuch ta'siridan qurilgan birlik epyura.

$$M_1 = 0$$

$$M_2 = 1 \cdot z_2, z_2 = 0 \text{ da } M = 0$$

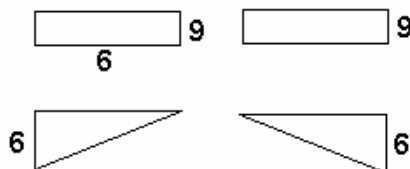
$$z_2 = 6 \text{ m da } M = 6m$$

$$M_3 = 0$$

$$M_4 = 1 \cdot z_4, \quad z_4 = 0 \text{ da } M_7 = 0, \\ z_4 = 6\text{m} \text{ da } M = 6\text{m}$$

A_1 va A_2 nuqtalar bir-biriga nisbatan gorizonttal ko'chishini topish uchun M_1 va M_2 epyuralarni ko'paytiramiz.

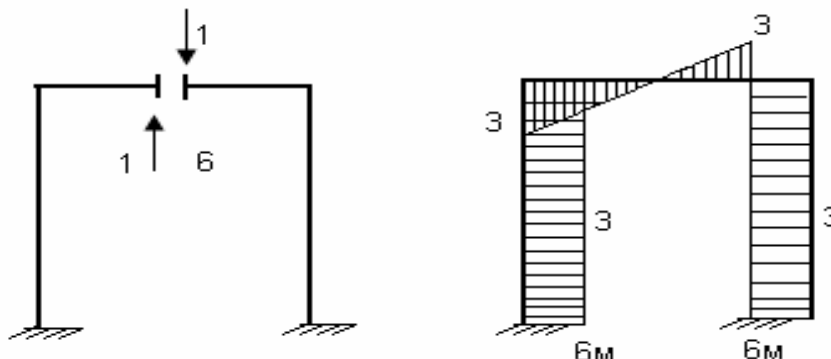
$$\Delta_{A_1 A_2} = + \frac{(-9)6 \cdot 6}{2EI} + \frac{(-9) \cdot 6 \cdot 6}{2EI} = - \frac{324\text{tm}^3}{EI}$$



Natijadagi (-) ishora A_1 va A_2 nuqtalarning bir-biriga nisbatan gorizonttal ko'chishi birlik kuchlar yo'nalishiga teskari ekanligini bildiradi.

Epyuralar simmetrik bo'lgan holda birinchi yarim epyuralarini ko'paytirib, olingan natijani ikkiga ko'paytirish kifoya ekanligi ko'rinib turibdi.

A_1 va A_2 nuqtalarni bir-biriga nisbatan veritkal ko'chishini aniqlash uchun ularni vertikal birlik kuch bilan yuklab, M_1 epyurasini quramiz (9.22-rasm).



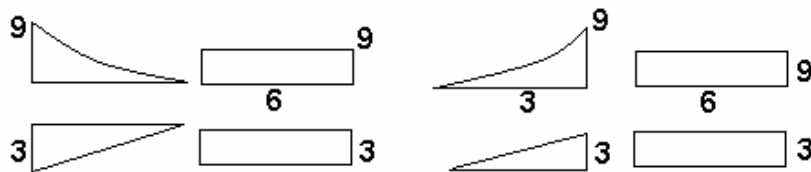
9.22-rasm. Vertikal kuch ta'siridan qurilgan birlik epyura.

$$M_1 = 1 \cdot z_1 \quad z_1 = 0 \text{ da } M = 0 \\ z_1 = 3\text{m} \text{ da } M = 3\text{m} \\ M_2 = 3\text{m} \\ M_3 = -1 \cdot z_3 \quad z_3 = 0 \text{ da } M = 0 \\ z_3 = 3\text{m} \text{ da } M = -3\text{m} \\ M_4 = -3\text{m}$$

Vertikal birlik kuch ta'siridan M_1 epyurasi vertikal o'qqa nisbatan «qiya simmetrik» dir, qiya simmetrik so'zi ma'nosi ostida mos epyuralar ordinatalarining simmetriya o'qiga nisbatan qiymatlari tengligi va

ishoralari qarama-qarshiligi tushuniladi. A_1 va A_2 nuqtalar bir-biriga nisbatan vertikal ko'chishini topish uchun M_P va M_1 epyuralarni ko'paytiramiz.

$$\Delta_{A_1 A_2}^{ver} = \frac{(-9) \cdot 3 \cdot 3}{4EI} + \frac{(-9)6 \cdot 3}{EI} + \frac{(-9)3(-3)}{4EI} + \frac{(-9)6 \cdot (-3)}{EI} = 0$$

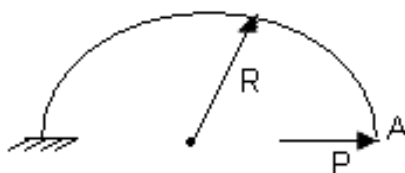


A_1 va A_2 nuqtalar bir-biriga nisbatan vertikal ko'chishi nolga teng. Bundan A_1 va A_2 nuqtalar absolyut vertikal ko'chishi nolga tengligi kelib chiqadi. Ushbu nuqtalar vertikal ko'chishlari o'zaro teng va bir xil tomonga yo'nalgan.

Misolimizda simmetrik va qiyasimmetrik epyuralar ko'paytirildi. Ushbu ko'paytirish natijasi doimo nolga teng bo'ladi.

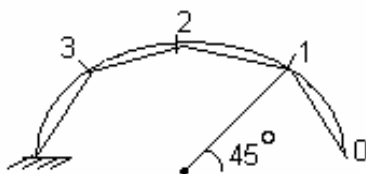
Egri chiziqli sterjenlar ko'chishlarini aniqlash uchun ham aniq darajadagi yaqinlashish asosida Vereshchagin qoidasini qo'llash mumkin.

Bu holda egri chiziqli sterjenni bir necha uchastkalardan iborat siniq sterjen bilan almashtiriladi va har bir uchastka doirasida ordinata o'zgarishi chiziqli qonunga bo'ysunadi deb faraz qilinadi. Misol tariqasida doirasimon bo'ylama o'qli konsol sterjen A nuqtasining gorizonttal ko'chishini topish talab etilsin (9.23-rasm).



9.23-rasm. Doirasimon bo'ylama o'qli konsol sterjen

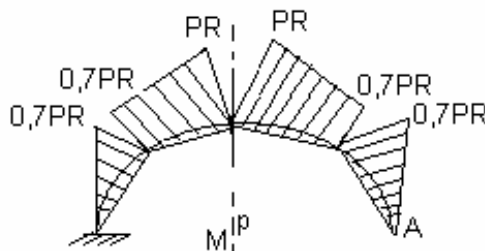
Doirani unga ichki chizilgan siniq chiziqlar bilan almashtiramiz va shu tariqa sterjen o'qini uchastkalarga bo'lamiz (9.24-rasm).



9.24-rasm. Berilgan sterjen uchastkalari.

Har bir uchastka uzunligi va momentlar epyuralari ordinatasini aniqlaymiz. Har bir uchastka uzunligi $0,76 R$ ga teng. Tashqi yuklama ta'siridagi epyura ordinatasi $M = PR \sin\varphi$ ga teng.

0 kesim	$\varphi = 0^\circ$	$\sin\varphi = 0$	$M = 0$
1 kesim	$\varphi = 45^\circ$	$\sin\varphi = 0,7$	$M = 0,7 PR$
2 kesim	$\varphi = 90^\circ$	$\sin\varphi = 1$	$M = PR$
3 kesim	$\varphi = 135^\circ$	$\sin 135^\circ = 0,7$	$M = 0,7 PR$
4 kesim	$\varphi = 180^\circ$	$\sin 180^\circ = 0$	$M = 0$

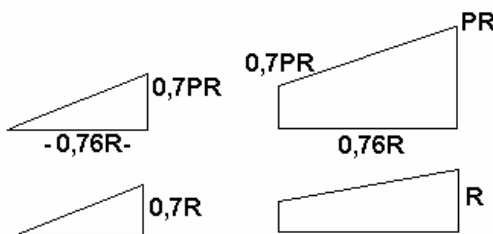


9.25-rasm. Tashqi kuchdan qurilgan M^P epyura.

Ushbu kattaliklar asosida tashqi yuk ta'siridan taqribiy epyurani quramiz (9.25-rasm). Birlik kuch ta'siridan hosil bo'lgan epyura tashqi yuklama epyurasidan ρ doimiy ko'paytmaga farq qiladi. Epyuralarni Vereshchagin qoidasi bo'yicha ko'paytiramiz.

Epyuralar vertikal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgani uchun Epyuralar yarmini ko'paytirib natijani ikkilantirish kifoya qiladi.

$$\Delta_A^{ver} = 2 \left\{ \frac{0,7PR \cdot 0,7R \cdot 0,76R}{3EI} + \frac{0,76R}{6EI} [2(0,7PR \cdot 0,7R + PR \cdot R) + 0,7R \cdot PR + 0,7PR \cdot R] \right\} = 1,4PR^3$$



Olingan natijani Mor integrali bo'yicha olingan aniq javob bilan solishtirsak (9.5-rasm) 10% farq mavjudligi ko'rinadi. Bu kattalikni kamaytirish uchun sterjen o'qishni ko'proq uchastkalarga bo'lish kerak.

X bob

STATIK NOANIQ STERJENLI SISTEMALAR HISOBI

1- §. Umumiy tushunchalar

Agar sistemaning barcha ko'ndalang kesimlaridagi ichki kuchlarni faqat statika tenglamalaridan foydalanib aniqlab bo'lmasa, bunday sistemalar statik noaniq sistema deyiladi. Ushbu holat sistema tayanchlaridagi reaksiya kuchlari soni statika tenglamalaridan ortiq bo'lsa yoki sistemada yopiq kontur mavjud bo'lsa yoki yuqoridagi ikki hol birga kelsa sodir bo'ladi. Sistema birinchi holda shartli ravishda tashqi tomondan statik noaniq, ikkinchi holda ichki tomondan statik noaniq, uchinchi holda aralash noaniq sistema deb ataladi. Statik noaniqligi turidan qat'iy nazar barcha statik noaniq sistemalar «ishlashi» xuddi shunday statik aniq sistemalarga nisbatan bir qator o'zgacha xususiyatlarga ega bo'ladi.

Ushbu xususiyatlar quyidagilar:

1. Bu sistemalarda kuchlar taqsimoti faqat tashqi yuklanishga emas, balki konstruksiya alohida elementlari bikrligiga ham bog'liq bo'ladi.

2. Statik noaniq sistemalar ko'ndalang kesimlarida harorat o'zgarishi bilan harorat kuchlanishlari deb ataluvchi kuchlanishlar hosil bo'ladi.

3. Statik noaniq sistemalar ko'ndalang kesimlarida tayanchlar ko'chishida (cho'kishida) – qoldiq kuchlanishlari hosil bo'ladi.

4. Alohida qismlardan iborat sistema yig'ilganda, qismlarni tayyorlash vaqtidagi noaniqliklar, geometrik o'lchamlaridagi qusurlar tufayli montaj kuchlanishlari hosil bo'ladi.

Yuqorida sanab o'tilgan xususiyatlar statik noaniq sistemalar faoliyatining xuddi shunday statik aniq sistemalarga nisbatan kamchiligi hisoblanadi.

Statik noaniq sistemalarning qulayligi shundan iboratki, ularni qo'llash natijasida salmoqli iqtisodga erishiladi, chunki ko'ndalang kesim o'lchamlari kichik, bu esa xususiy og'irlik kichikligiga olib

keladi. Bu hol sistema alohida elementlari o'rtasidagi kuchlanishlari tashqi yuk ta'siridan tekis taqsimlanishi bilan bog'liq. Statik noaniq sistemalar hisobi statik aniq sistemalarga nisbatan ichki kuchlar epyuralarini qurishda farq qiladi. Keyingi hisoblashlar – ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlash, mustahkamlikka tekshirish, deformatsiyalarni aniqlash va boshqalar asosan mos tushadi. Statik noaniq sistemalarni ichki kuchlar epyuralarini qurish imkoniyati bir necha usullarda (hisoblash usullari) olib boriladi va statik noaniqlikni yo'qotish deb ataladi.

Statik noaniq sistemalar hisobining asosiy usuli u yoki bu ma'noda barcha usullarga asos yaratuvchi kuch usulidir.

2- §. Kuch usulining asosiy tushuncha va g'oyalari

Kuch usulida statik noaniqlikni yo'qotish jarayonida aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lumlar sifatida sistemaga qo'yilgan bog'lanishlar ta'siridan hosil bo'luvchi tayanch reaksiya kuchlari va ichki kuchlar olinadi. Yuqorida ta'kidlanganidek, ushbu kuchlarning statika tenglamalari sonidan ortig'i soni sistemaning noaniqlik darajasini belgilaydi. Statik noaniqlik darajasini aniqlash uchun bir qator ifodalar mavjud bo'lib, ular ichida eng soddasi

$$n = 3k - 2u_k - u_q \quad (10.1)$$

Bu yerda n – statik noaniqlik darajasi, k – inshoot sterjenlari yoki inshoot sterjenlari bilan yer hosil qilgan berk konturlar soni, u_k – qo'zg'aluvchi sharnirli tayanchlar soni, u_q – qo'zg'almas sharnirli tanchlar yoki oddiy sharnirlar soni.

Sistemaning statik noaniqligini aniqlashga bir qator misollar ko'ramiz (10.1-rasm).

Berilgan sxemalar uchun statik noaniqlik darajasini aniqlaymiz.

«a» sxema uchun $n = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 1$;

«b» sxema uchun $n = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1 = 2$;

«d» sxema uchun $n = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 3$;

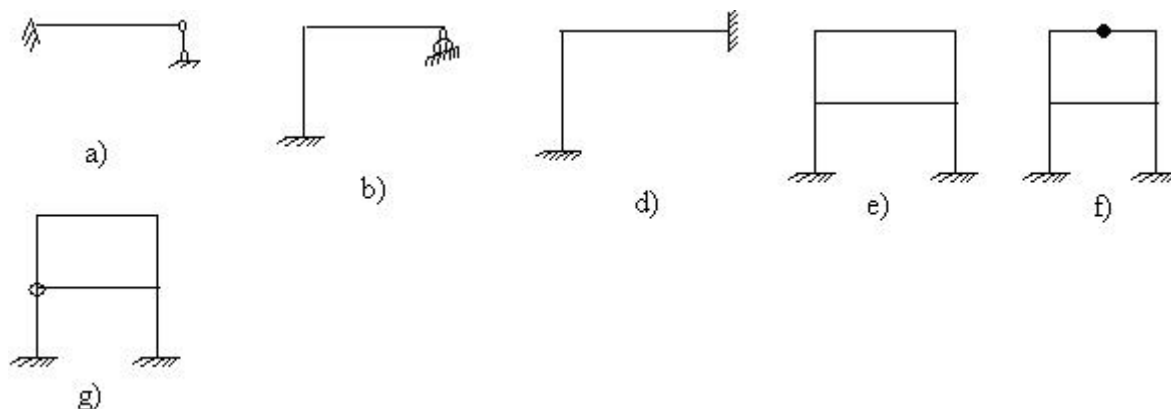
«e» sxema uchun $n = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 0 = 6$;

«f» sxema uchun $n = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 1 = 5$;

«g» sxema uchun $n = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1 = 4$;

«g» sistemaning o'ziga xos jihati chap sharnir murakkabligi, ya'ni ikkita emas, balki uchta sterjenni tutashtirganligidir. Bunday sharnir ikkita oddiy qo'zg'almas sharnirga mos keladi. Umuman olganda,

murakkab sharnirga kiruvchi oddiy sharnirlar soni bog‘lanayotgan sterjenlar sonidan birni ayrilganiga teng. Sistemani hisoblash uchun statika tenglamalariga qo‘shimcha statik noaniqlik soniga teng bo‘lgan tenglamalar sistemasini tuzish kerak.



10.1-rasm. Statik noaniq sistemalar:

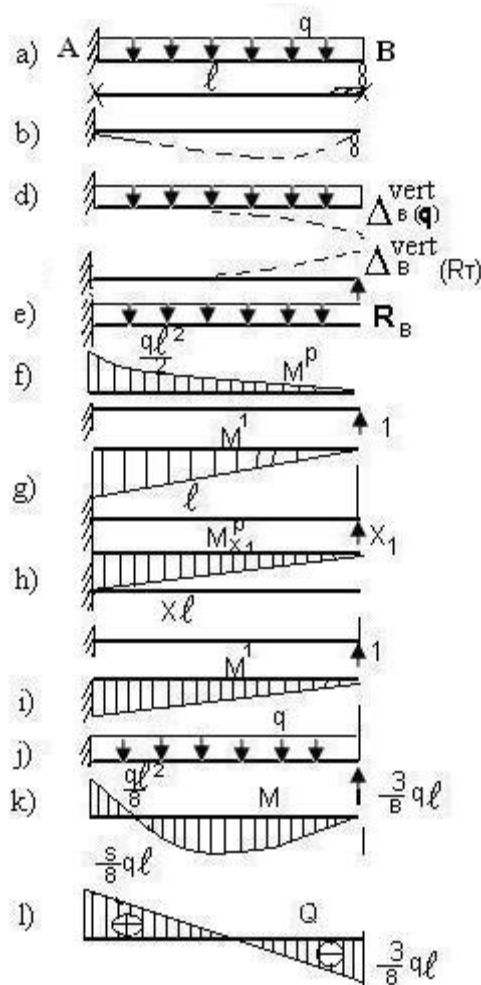
- a) 1 marta statik aniqmas sistema; b) 2 marta statik aniqmas sistema;
d) 3 marta statik aniqmas sistema; e) 6 marta statik aniqmas sistema;
f) 5 marta statik aniqmas sistema; g) 4 marta statik aniqmas sistema

Kuch usulida sistema deformatsiyalanish sxemasidan foydalanib qo‘shimcha tenglamalar tuziladi. Buni quyidagi sodda misolda ko‘rib chiqamiz (10.2-rasm). Sistema statik noaniqlik darajasi 1 ga teng . Sistema sxemasi deformatsiyalanishidan (10.2b-rasm), barcha nuqtalari ko‘chishlari qiymati qanday bo‘lishidan qat’iy nazar, quyidagilar ma’lum hisoblanadi $\Delta_A^{ver} = 0$, $\theta_A = 0$, $\Delta_B^{ver} = 0$. Ushbu munosabatlarning ixtiyoriysidan hisoblashlarda foydalanishimiz mumkin. Masalan, B nuqtaning vertikal ko‘chishi ikkita tashkil etuvchidan iborat – tashqi yuk ta’siridan (B nuqta pastga ko‘chadi $\Delta_B^{ver}(q)$) va B nuqta tayanch reaksiyasidan (B nuqta yuqoriga ko‘chadi – $\Delta_B^{ver}(R_B)$) (10.2d,e rasmlar). Berilgan sxemada Δ_B^{ver} nolga teng, ya’ni

$$\Delta_A^{ver}(q) + \Delta_B^{ver}(R_B) = 0 \quad (10.2)$$

Bu yerdagi (10.2) tenglama kuch usulidagi statik noaniqlikni ochib beruvchi qo‘shimcha tenglamalardir. 10.2 tenglamaga kiruvchi ko‘chishlarni Mor-Vereshchagin usulini qo‘llab aniqlaymiz. Buning uchun tashqi yuk ta’siridagi kuchlar (M^P) epyurasi quriladi, ko‘chishi topilayotgan nuqtaga $P = 1$ birlik kuch qo‘yib, birlik kuch M^1 epyurasi quriladi va M^P va M^1 epyuralarini ko‘paytirib ko‘chish topiladi. $\Delta_A^{ver}(q)$

ko'chishni aniqlaylik. 10.2f,g-rasmlarda tashqi yuk va birlik kuch ta'siridan hosil bo'lgan epyuralar keltirilgan.



10.2-rasm. Kuch usulida ko'chishlarni aniqlash uchun sistemaning deformatsiyalanish sxemasi:

- a) berilgan sistema;
- b) sistemaning ko'chishi;
- d) tashqi va reaksiya kuchidan hosil bo'ladigan ko'chish;
- e) tashqi kuch ta'sir etgan hol;
- f) tashqi kuchdan qurilgan M^P epyura;
- g) birlik kuch ta'siridan qurilgan epyura;
- h) X_1 kuch ta'siridan qurilgan moment epyurasi;
- i) birlik vertikal kuchdan qurilgan epyura;
- j) balkaning reaksiya kuchi aniqlangandan keyingi ko'chish;
- k) eguvchm moment (M) epyurasi;
- l) ko'ndalang kuch (Q) epyurasi

9.2-jadvaldan foydalanib M^P va M^1 epyuralarni ko'paytiramiz va quyidagini olamiz:

$$\Delta_A^{ver}(q) = -\frac{q \cdot \ell^2}{2} \cdot \ell \cdot \ell = -\frac{q \cdot \ell^4}{8EI}$$

B nuqtaning R_B reaksiya ta'siridagi ko'chishini topamiz. Reaksiya kuchi miqdori noma'lum bo'lgani uchun uni X_1 deb belgilaymiz. B nuqtaga X_1 kuchni ta'sir ettirib, $M_{X_1}^P$ epyurasini quramiz (10.2h-rasm). R_B ta'siridagi ko'chishni aniqlashda bu epyura tashqi yuk ta'siridagi epyura bo'ladi. B nuqtaga vertikal birlik kuch qo'yib, M^1 epyurasini quramiz (10.2i-rasm).

Epyuralarni ko'paytirib X_1 (R_B reaksiya) kuchi ta'siridan ko'chish kattaligini topamiz

$$\Delta_{\hat{A}}^{ver}(\tilde{\alpha}_1) = \frac{X_1 \cdot \ell \cdot \ell \cdot \ell}{3EI} = \frac{X_1 \cdot \ell^3}{3EI}$$

Olingan natijalarni (10.2) tenglamaga qo‘ysak

$$\frac{x_1 \cdot \ell^3}{3EI} - \frac{q \cdot \ell^4}{8EI} = 0 \quad \text{yoki} \quad X_1(R_B) = \frac{3}{8} q \cdot \ell$$

Shunday qilib, R_B reaksiyasi aniqlandi va u sistemani tashqi yuk va aniqlangan R_B reaksiyani yuklab, berilgan sistema uchun ichki kuchlar epyurasini qurish imkonini beradi (10.2j-rasm). $M_1 = \frac{3}{8} q \cdot \ell \cdot z_1 - \frac{qz_1^2}{2}$ va

$Q_1 = -\frac{3}{8} q \cdot \ell + qz$ tenglamalar asosida yakuniy epyuralarni quramiz (10.2k,l-rasmlar).

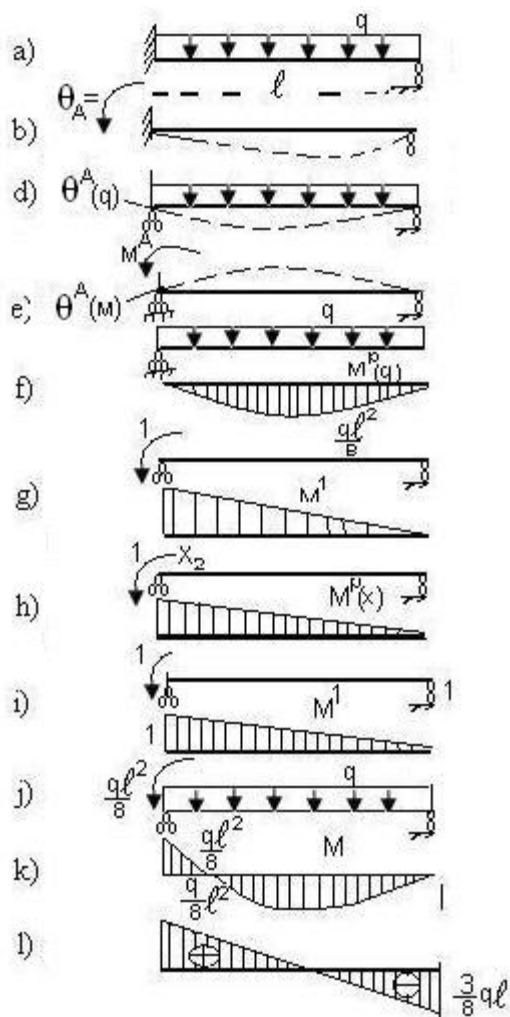
Olingan natijalarni solishtirish uchun statik noaniqlikni ochishdagi boshqa shart – A kesim burilish burchagini nolga tengligidan foydalanamiz (10.3-rasm). Bu holda kesim burilish burchagi tashqi yuk ta’siridan oddiy balka «A» kesimi burilishi (10.3b-rasm) va X_1 orqali belgilanuvchi kuchdan hosil bo‘lgan reaktiv moment ta’sirida «A» kesim burilishlaridan iborat. Kuchlar usulining qo‘shimcha tenglamasi ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\theta_{X_1}^A + \theta_q^A = 0 \quad (10.3)$$

Mor-Vereshchagin usulini qo‘llab tashqi yuk va X reaktiv momenti ta’siridan balka burilish burchagini topamiz. Buning uchun tashqi yuk ta’siridan epyurani quramiz, burilish burchagi topilayotgan nuqtaga birlik moment yuklab, birlik moment epyurasini quramiz va bu epyuralarni ko‘paytiramiz. Tashqi yuk ta’siridan M_q^P epyurani quramiz (10.3g-rasm), A nuqtaga birlik moment qo‘yib M^1 epyurasini quramiz (10.3-rasm). M_q^P va M^1 epyuralarni ko‘paytirsak

$$\theta_q^A = \frac{\left(-\frac{q \cdot \ell^2}{8}\right) \cdot \ell \cdot \ell}{3EI} = -\frac{q \cdot \ell^4}{24EI}$$

X_1 ta’siridan noma’lum reaktiv moment burilish burchagini aniqlashda tashqi yuk hisoblanadi. Bu momentni balkaga yuklab, $M_{X_1}^P$ epyurasini quramiz (10.3g-rasm). A nuqtaga birlik momentni yuklab M^1 moment epyurasini quramiz (10.3h-rasm). Bu epyuralarni ko‘paytirib X_1 moment ta’siridan A nuqtadan o‘tuvchi kesim burilish burchagini topamiz:



10.3-rasm. 10.2-rasmdagi balkani kesim buralish burchagini topish orqali aniqlash sxemasi:

- a) berilgan balka;
- b), d) tashqi kuch ta'siridan balkadagi ko'chishlar;
- e) tayanch kuch ta'siridagi ko'chish;
- f) tashqi kuch ta'siridan qurilgan epyura;
- g) birlik moment ta'siridan qurilgan epyura;
- h) x_2 moment ta'siridan qurilgan epyura;
- i), j) birlik tayanch momentta'siridagi epyura;
- k) eguvchi moment epyurasi;
- l) kesuvchi kuch epyurasi

$$\theta_{x_1}^A = \frac{X_1 \cdot \ell \cdot \ell}{3EI} = -\frac{X_1 \cdot \ell^2}{3EI}$$

Hosil qilinganlarni (10.3) tenglamaga qo'yib X_1 kattaligini topamiz

$$\frac{X_1 \cdot \ell^2}{3EI} - \frac{q \cdot \ell^4}{24EI} = 0 \quad \text{yoki} \quad X_1 = \frac{1}{8} q \cdot \ell^2$$

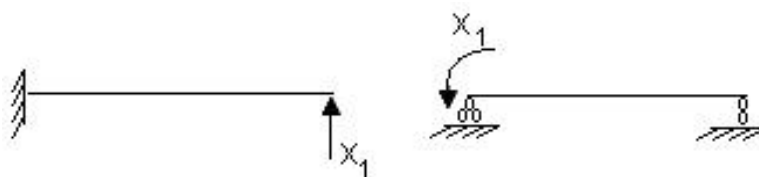
X_1 kattalik aniqlanishi bilan statik noaniqlik ochildi va balkaga tashqi yukni yuklab, aniqlangan X_1 qiymati asosida berilgan sxema (10.3j) uchun M , Q epyuralarni qurishimiz mumkin (10.3k,l-rasmlar).

Ko'rinib turibdiki (10.2k,l- va 10.3k,l-rasmlar) yakuniy epyuralar, ya'ni yakuniy yechim qo'shimcha tenglama hosil qilish uchun ishlatilgan deformatsiya shartiga bog'liq emas. Umuman olganda, statik noaniqlikni ochish uchun qurilgan qo'shimcha tenglamalarga kirgan ko'chishlarni Mor-Vereshchagin usuli bilan topish majburiy emas, ko'chishni ixtiyoriy boshqa usulda ham topsa bo'ladi. Masalan, bevosita integrallash usuli. Birinchi marta ushbu usul yuqorida ko'rilgan

masalani yechish uchun L. Navye tomonidan qo'llanilgan. Ammo Mor-Vereshchagin usuli bilan ko'chishlarni aniqlashni qo'llash turli xil statik noaniq sistemalar hisobini bir xil qilish imkoniyatini beradi.

3- §. Kuch usuli bilan statik noaniq sistemalar hisobini yozish tartibi

Hisob qilinayotgan statik noaniq sistemani berilgan sistema deb atashga kelishib olamiz. Yuqorida keltirilgan misollarda sistema yechimi berilgan sistemada bir bog'lanishni tashlab yuborib, uni o'rniga noma'lum kuch yo'nalishi tashlab yuborilgan bog'lanish reaksiya kuchi (birinchi holda R_B -reaksiyasi, ikkinchi holda qistirib mahkamlangan jism momenti) bilan almashtirildi. Hosil qilingan bog'lanishlarni tashlab yuborib, tashlangan bog'lanishlar yo'nalishi bilan mos keluvchi noma'lum kuchlar qo'yilgan sistema asosiy sistema (A.S) deyiladi. Oldingi masalalardan asosiy sistema 10.2g- va 10.3g-rasmlarda keltirilgan. Asosiy sistemani tuzishda tashlab yuborilayotgan bog'lanishlar soni sistema noaniqlik darajasiga teng bo'ladi (10.4-rasm).



10.4-rasm. 10.2-rasmdagi sxema uchun asosiy sistemalarning ko'rinishi.

Asosiy sistemaga qo'yiladigan talablar bu – statik aniqlik va geometrik shakl o'zgartirmaslikdir, ammo ba'zi hollarda bu shart bajarilmasligi mumkin. Har bir sistema uchun odatda hohlagancha asosiy sistema tuzish mumkin. Hisoblashlar uchun olinadigan A.S ni tanlash masala shartlariga va loyihachi mahoratiga bog'liq. Tuzilayotgan qo'shimcha tenglamalardagi ko'chishlar chiziqli yoki burchakli ekanligidan qat'iy nazar Δ (delta) orqali belgilanadi. Har bir ko'chish, ko'chishi aniqlanayotgan nuqtani, ko'chish yo'nalishini, ko'chishni hosil qiluvchi kuch yoki yukni bildiruvchi 3 ta indeksiga ega bo'lishi kerak. Kuch usuli qo'shimcha tenglamalariga kiruvchi ko'chishlar uchun 2 ta indeksdan foydalanish yetarli, chunki noma'lum kuchlar qo'yilish nuqtasi ko'chishlari doimo aniqlanadi, ya'ni nuqta va ko'chish yo'nalishini topish uchun bitta indeks kifoya.

Masalan, $\Delta_B^{ver}(R_B)$ ni Δ_{11} deb yozish mumkin va u X_I noma'lum kuch yo'nalishidagi X_1 kuch qo'yilgan nuqta ko'chishini anglatadi, $\Delta_B^{ver}(q)$ ni Δ_{1P} deb yozilganda u tashqi yuk ta'siridan X_1 kuch qo'yilgan nuqta ko'chishini bildiradi. Xuddi shu kabi

$$\theta_{(x_1)}^A = \Delta_{11}, \theta_q^A = \Delta_{1P}.$$

Yuqorida ko'rilgan ikkala hol uchun qo'shimcha tenglama bir xil yoziladi; $\Delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$. 10.2- va 10.3-rasmlarda keltirilgan masalalarda tashqi yuk ta'siri va X_1 noma'lum kuch ta'siridan (10.2g,i- va 10.3g,i-rasmlar) birlik kuch epyuralari bir xil, X_1 noma'lum kuch epyurasi (10.2h-, 10.3h- rasmlar) faqat X_1 ko'paytuvchiga farq qiladi. Qo'shimcha bog'lanishlar tuzmaslik uchun noma'lum kuchlar X_1, X_2 va hokazolarni bir xil kuch o'lchamida, masalan bir tonna (noma'lum momentni bir tonna metr) da olib $X_1, X_2, \dots, X_n$ o'lchamsiz ko'effitsientga ko'paytirish kerak. Bu holda 3 ta epyura o'rniga (ikkita birlik kuch va bitta noma'lum kuch) bitta birlik kuch epyurasini qo'shish kifoya. Birlik kuch ta'siridan qo'shish « δ » (delta) orqali belgilanadi. Bu holda, $\Delta_{11} = X_1 \delta_{11}$, ya'ni X_1 noma'lum kuch ta'siridagi nuqtani X_1 kuch yo'nalishidagi ko'chishi X_I kuch qo'yilgan nuqtaning δ_{11} yo'nalishida ko'chishiga teng. (Miqdori bir tonna, X_I noma'lum ko'effitsientga ko'paytirilgan) P kuch ta'siridan qo'shimcha tenglama ko'rinishi bu holda

$$X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$$

Noma'lum kuchlar soni bir nechta bo'lganda har birining qo'yilish nuqtasi uchun umumiy sistema hosil qiluvchi qo'shimcha tenglamalar tuzish kerak.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{O}_1 \delta_{11} + \tilde{O}_2 \delta_{12} + \tilde{O}_3 \delta_{13} + \dots + \tilde{O}_n \delta_{1n} + \Delta_{1P} &= 0 \\ \tilde{O}_1 \delta_{21} + \tilde{O}_2 \delta_{22} + \tilde{O}_3 \delta_{23} + \dots + \tilde{O}_n \delta_{2n} + \Delta_{2P} &= 0 \\ \tilde{O}_1 \delta_{31} + \tilde{O}_2 \delta_{32} + \tilde{O}_3 \delta_{33} + \dots + \tilde{O}_n \delta_{3n} + \Delta_{3P} &= 0 \\ \text{-----} & \\ \text{-----} & \\ \tilde{O}_1 \delta_{n1} + \tilde{O}_2 \delta_{n2} + \tilde{O}_3 \delta_{n3} + \dots + \tilde{O}_n \delta_{nn} + \Delta_{nP} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

Tenglamalarga kiruvchi ko'chishlar, masalan δ_{12} 1 kuch qo'yilgan nuqtaning 1-kuch yo'nalishida miqdori 1 tonnaga teng 2 kuch ta'siridan

ko'chishini, δ_{21} esa 2-kuch qo'yilgan nuqtaning 2 kuch yo'nalishida miqdori 1 tonnaga teng 1 kuch ta'siridan ko'chishini bildiradi va hokazo.

(10.5) kanonik tenglamaning birinchi qatori (10.3) X_1 noma'lum kuch qo'yilgan nuqtaning asosiy sistemaga qo'shilgan barcha kuchlar ta'siridan (noma'lum va tashqi) ko'chishi yig'indisi nolga teng. Bu tashqi tomondan statik noaniq sistemalar uchun o'rinli. Ichki tomondan statik noaniq sistemalar uchun kanonik tenglamaga har bir qatori fizik ma'nosi sal boshqacharoq, u haqda quyida aytib o'tiladi. Mos ravishda butun tenglamalar sistemasi ko'rilayotgan sistema va $X_1 X_2 \dots X_n$ kuchlar va tashqi yuk qo'yilgan kuchlar bilan yuklangan asosiy sistema deformatsiyalarining ekvivalentligi fikrini tasdiqlaydi.

(10.5) tenglamani bu ko'rinishi kuch usulining kanonik tenglamalari deb ataladi. Kanonik deb nomlanishi (kanon-qoida) tenglamalar ixtiyoriy noaniq sistema uchun bir xil ko'rinishiga ega ekanligini, faqat noma'lumlar sonidagina farq qilishini anglatadi.

Shunday qilib, kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlarni aniqlash uchun bog'lanishlarni tashlab yuborib, ularni birlik kuch bilan almashtiriladi va bu kuchlar va tashqi yuk ta'siridan epyuralar qurilib, Mor-Vereshchagin usuli orqali epyuralar ko'paytirilib, kanonik tenglamaga kiruvchi ko'chishlar aniqlanadi. Masalan δ_{12} ko'chishni topish uchun 1 va 2 birlik kuch epyuralari, Δ_{1P} ni topish uchun 1 birlik kuch va tashqi kuch epyuralari, δ_{22} ni topish uchun 2 kuch epyurasini o'z-o'ziga ko'paytiriladi. Kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlarni topilganidan so'ng, kanonik tenglamalar sistemasi ochilib, ulardan $X_1, X_2, \dots X_n$ koefitsientlar kattaligi, ya'ni bog'lanish reaksiyalari aniqlanadi va bu statik noaniqlikni ochish hisoblanadi. Ushbu natijalar ichki kuchlarning yakuniy epyuralarini qurish imkonini beradi, buning uchun asosiy sistemaga tashqi yukni va aniqlangan reaksiya kuchlari qo'yiladi.

Bu sistema to'la yuklanishdagi asosiy sistema deb ataladi. To'la yuklanishdagi asosiy sistema, ichki kuchlar epyuralari berilgan sistema epyuralari ya'ni ichki kuchlar yakuniy epyuralari bo'ladi.

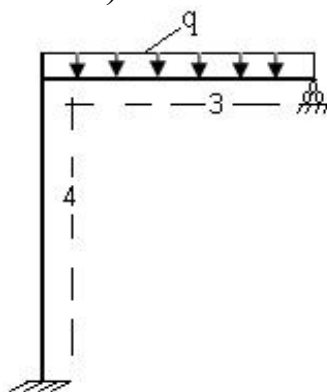
Shunday qilib, kuch usuli bilan statik noaniq sistemalar hisobi quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

1. Statik noaniqlik darajasi aniqlanadi.
2. Bir nechta variantda asosiy sistema tuzilib, ular ichidan hisob uchun bittasi tanlanadi.
3. Kanonik tenglamalar sistemasi tuziladi.

4. Asosiy sistemani birlik noma'lum kuchlar va tashqi yuk bilan yuklab, asosiy sistemadagi ichki kuchlar epyuralari quriladi: birlik kuchlarda – birlik kuch epyuralari, tashqi yukdan – yuk epyuralari.
5. Mor-Vereshchagin usuli bilan epyuralarni ko'paytirib kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlar topiladi.
6. Kanonik tenglamalar sistemasini yechib $X_1, X_2, \dots, X_n$ noma'lumlar oldidagi koeffitsientlar aniqlanadi.
7. To'la yuklanishdagi asosiy sistema tuzilib, berilgan sistema uchun ichki kuchlar epyuralari quriladi.
8. Olingan natijalar tahlil qilinib, to'g'risi olinadi.

4- §. Kuch usuli bilan statik noaniq ramalarni hisoblash

Misol tariqasida egilishga ishlovchi statik noaniq ramani hisoblashni ko'raylik (10.5-rasm).



10.5-rasm. Egilishga ishlovchi statik noaniq rama.

Rama barcha sterjenlarini egilishdagi bikrligi o'zgarmas. Ramani yuqoridagi keltirilgan ketma-ketlikda hisoblaymiz.

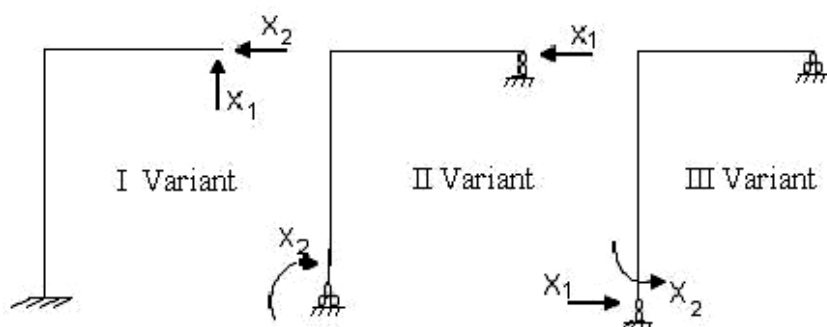
1. Statik noaniqlik darajasini (10.1) bog'lanishdan foydalanib topamiz.

$$n = 3k - 2u_k - u_h = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1 = 2$$

Berilgan rama tashqi tomondan statik noaniqligi 2 ga teng, chunki bu holda tayanch reaksiyalari qo'shimcha noma'lum hisoblanadi.

Ikkala tayanch reaksiyalarini tashlab yuborib, ularni X_1, X_2 noma'lum kuchlar bilan almashtiramiz va asosiy sistemaning bir nechta variantlarini tuzamiz (10.6-rasm).

Hisoblash uchun 10.6-rasmda keltirilgan rama variantlarini ixtiyoriysini olish mumkin, ammo birinchi variant epyuralarini qurish, hisoblash hajmini kamaytirishi qulay.

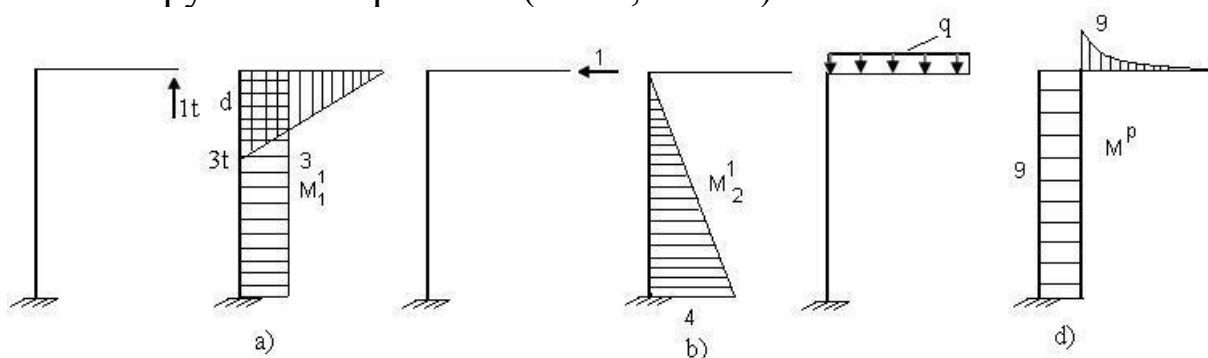


10.6-rasm. Asosiy sistema variantlari.

3. Kanonik tenglamalar sistemasini tuzamiz.

$$\begin{cases} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \Delta_{1P} = 0 \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0 \end{cases} \quad (10.6)$$

4. Asosiy sistemani birlik noma'lum kuchlar bilan yuklab, birlik moment epyuralarini quramiz (10.7a,b-rasm).



10.7-rasm. Birlik kuch epyuralari:

a) vertikal birlik kuch epyurasi; b) gorizontaal birlik kuch epyurasi; d) tashqi kuch epyurasi.

(1) kuchdan $M_1=1 \cdot z_1$, $z_1=0$ da $M=0$

$z_1=3$ da $M=3$ tm

(2) kuchdan $M_1=0$, $M_2=1 \cdot z_2$ $z_2=0$ da $M=0$

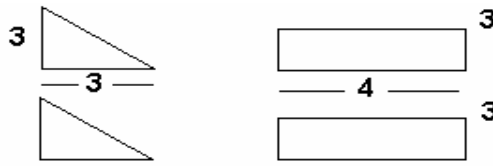
$z_2=4$ m da $M=4$ tm

Asosiy sistemaga tashqi yukni qo'yib, yuk momenti epyurasini quramiz (10.7d-rasm)

5. Birlik kuch va yuk epyurasini ko'paytirib, kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlarni aniqlaymiz.

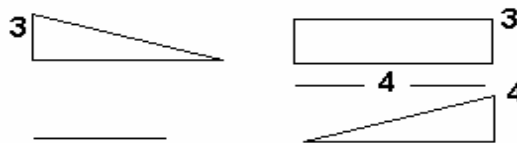
δ_{11} ni aniqlash uchun birinchi kuch epyurasini o'zini-o'ziga 9.2-jadvaldan foydalanib ko'paytiramiz.

$$\delta_{11} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot EI} + \frac{3 \cdot 4 \cdot 3}{EI} = \frac{45}{EI}$$



δ_{12} ni aniqlash uchun birinchi kuch epyurasini ikkinchi kuch epyurasiga ko'paytiramiz.

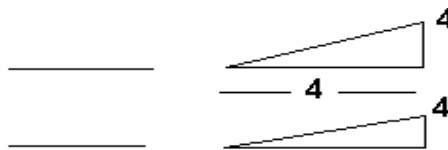
$$\delta_{12} = 0 + \frac{3 \cdot 4 \cdot 4}{2EI} = \frac{24}{EI}$$



δ_{21} ni aniqlash uchun ikkinchi kuch epyurasini birinchi kuch epyurasiga ko'paytiramiz, mos ravishda $\delta_{12} = \delta_{21} = 24/EI$

δ_{22} ni aniqlash uchun ikkinchi kuch epyurasini o'zini-o'ziga ko'paytiramiz.

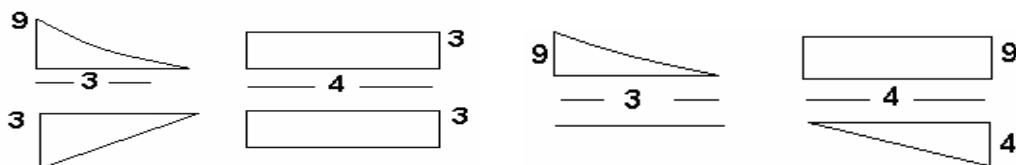
$$\delta_{22} = 0 + \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{3EI} = \frac{21,6}{EI}$$



δ_{11}, δ_{22} va hokazolarni aniqlashda epyuralar o'zini-o'ziga ko'paytirilgani sababli, natija doimo musbat chiqadi.

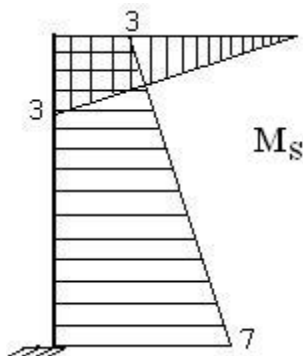
Δ_{1P} , Δ_{2P} ko'chishlarni topish uchun birlik kuch va tashqi yuk epyuralarini ko'paytiramiz.

$$\Delta_{1\delta} = -\frac{9 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot EI} - \frac{9 \cdot 4 \cdot 3}{EI} = -\frac{128,2}{EI}; \quad \Delta_{2p} = 0 - \frac{9 \cdot 4 \cdot 4}{2EI} = -\frac{72}{EI}$$



Ko'rinib turibdiki, ko'chishlarni aniqlash katta hajmdagi hisoblashlarni amalga oshirish orqali kechmoqda, murakkab sistemalarni hisoblashlarda ular yanada ko'payib ketadi. Bu holat hisoblash keyingi bosqichiga o'tishdan oldin olingan natijalarni to'g'riligini tekshirib olish zaruriyatini tug'diradi.

Kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlarni to'g'ri topilganini tekshirish uchun birlik kuchlar yig'indisi epyurasi (M_s) quriladi. Buni qurish uchun birlik kuchlar epyuralari qo'shiladi (10.8-rasm).



10.8-rasm. Birlik kuchlarning yig'indi epyurasi.

Birlik kuchlar epyuralari M_s epyura bilan ketma-ket ko'paytiriladi. M_s epyuraning birligi birlik epyura bilan ko'paytirish natijasi kanonik tenglamalar birinchi qatoriga kiruvchi birlik kuchlar ko'chishlari yig'indisiga, M_s ni ikkinchi birlik kuch epyurasi bilan ko'paytmasi – ikkinchi qatordagi birlik kuch ko'chishlari yig'indisiga teng bo'lishi kerak va hokazo.

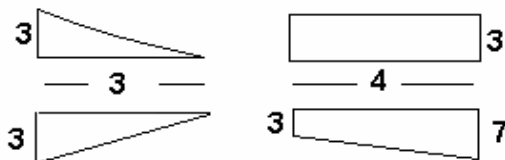
M_s epyurani yuk epyurasi bilan ko'paytirish natijasi kanonik tenglamalardagi yuk ko'chishlari yig'indisiga teng bo'lishi kerak. Bu tekshirish quyidagi qoidaga asoslangan – epyuralarni a, b, c, d indekslar bilan belgilaymiz;

Tenglama birinchi qatoriga kiruvchi ko'chishlar aa, ab, ac, ba, ad ko'rinishida aniqlanadi. Yakuniy epyura $a + b + c + d$ yig'indisiga teng bo'ladi, $aa + ab + ac + ad = a(a + b + c + d)$ esa yakuniy epyurani kanonik tenglama mos qatoridagi birlik epyurasi bilan ko'paytmasiga teng bo'ladi.

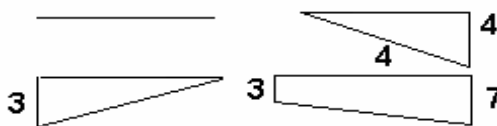
Xuddi shu usulda M_s ni yuk epyurasi bilan ko'paytirish natijasi kanonik tenglama ozod hadlari yig'indisiga teng bo'lishini aytish mumkin.

Bizning misolimizda

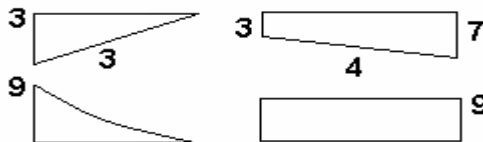
$$\delta_{1s} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3EI} + \frac{4 \cdot 3(3+7)}{2EI} = \frac{69}{EI}; \quad \delta_{11} = \delta_{12} = \frac{45}{EI} + \frac{24}{EI} = \frac{69}{EI}$$



$$\delta_{2s} = 0 + \frac{4 \cdot 4}{6EI} (2 \cdot 7 + 3) = \frac{45,4}{EI}; \quad \delta_{21} = \delta_{22} = \frac{24}{EI} + \frac{21,5}{EI} = \frac{45,6}{EI} \approx \frac{45,4}{EI}$$



$$\Delta_{sp} = -\frac{3 \cdot 3 \cdot 9}{4 \cdot EI} - \frac{9 \cdot 4(3+7)}{2EI} = -\frac{200,2}{EI}; \quad \Delta_{1p} + \Delta_{2p} = -\frac{128,2}{EI} - \frac{72}{EI} = -\frac{200,2}{EI}$$



Tekshirishlar shuni ko'rsatmoqdaki, kanonik tenglamaga kiruvchi ifodalar to'g'ri topilgan.

6. Ko'chishlar olingan qiymatlarini (10.6) kanonik tenglamalar sistemasiga qo'ysak

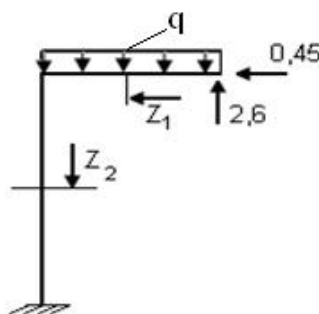
$$\begin{aligned} \frac{45X_1}{EI} + \frac{24X_2}{EI} - \frac{128,2}{EI} &= 0 \\ \frac{24X_1}{EI} + \frac{21,6X_2}{EI} - \frac{72}{EI} &= 0 \end{aligned}$$

Sistemani $\frac{1}{EI}$ ga qisqartirib olib, yechamiz. Agar sistema 2–3 ta tenglamadan iborat bo'lsa o'rniga qo'yish usulidan foydalanish qulay. Agar sistema 3 tadan ortiq tenglamalardan iborat bo'lsa, u holda chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning maxsus usullari qo'llaniladi.

Qurilish mexanikasida ko'pincha «Qurilish mexanikasi» fanida va turli matematik ma'lumotnomalarda bayon etilgan Gauss usulidan foydalaniladi.

$$X_1 = \frac{128,2}{45} - \frac{24X_2}{45} = 2,86 - 0,53X_2$$

$6,86 - 12,8X_2 + 21,6X_2 - 72 = 0 \quad X_2 = 0,45, \quad X_1 = 2,86 - 0,515 \cdot 0,45 = 2,68 \approx 2,6$
(10.9-rasm).



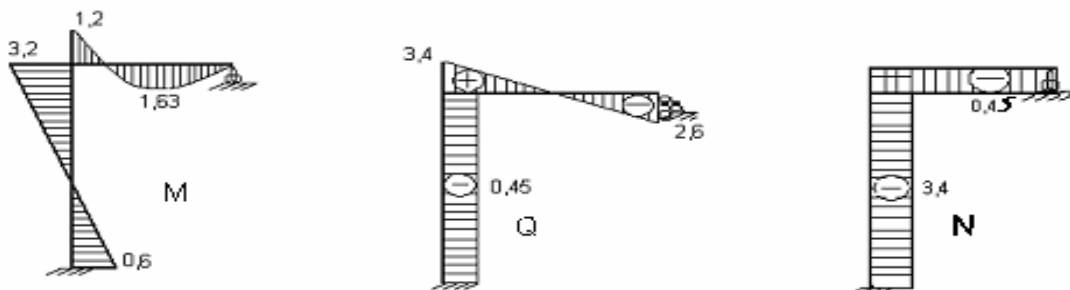
10.9-rasm. Reaksiya kuchlari aniqlangan.

Olingan natijalar to'g'riligini tekshirish uchun, ularni birinchi tenglamaga qo'yamiz.

$$45 \cdot 2,61 + 24 \cdot 0,45 - 128,2 = 127,8 - 128,2 = -0,4 = 0$$

X_1 va X_2 koeffitsientlari oldidagi (+) ishora tashlab yuborilgan reaksiyalar yo'nalishi olingan birlik kuch yo'nalishiga mos ekanligini bildiradi.

7. To'la yuklanishdagi asosiy sistemani tuzamiz va M, Q, N yakuniy epyuralar quramiz (10.10-rasm).



10.10-rasm. Rama uchun qurilgan ichki kuch epyuralari.

$$M_1 = 2,6z_1 - qz_1^2 / 2 \quad z_1 = 0 \text{ da } M = 0 \quad Q = -2,6t$$

$$Q_1 = -2,6 + qz_1$$

$$N_1 = -0,45$$

$$z_1 = 3 \text{ da } M = -1,2, \quad Q = -3,4t$$

$M_{\max}$ ga $Q = 0$ da erishadi $-2,6 + 2z = 0 \quad z = 1,3$

$$\dot{I}_{\max} = 2,6 \cdot 1,3 - \frac{2 \cdot 1,3^2}{2} = 1,69 \text{ tm}$$

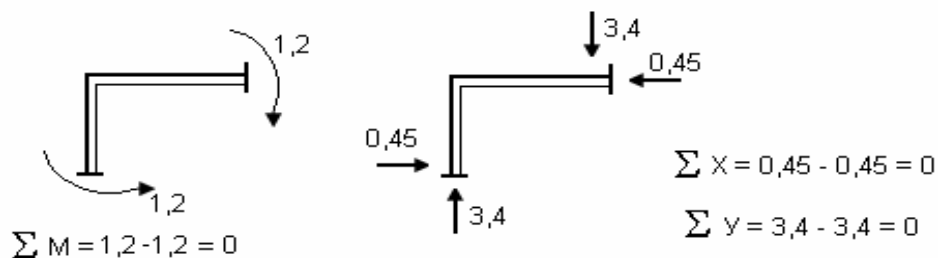
$$M_2 = 2,6 \cdot 3 - \frac{2 \cdot 3^2}{2} + 0,45z_2 \quad z_2 = 0 \text{ da } M = -1,2$$

$$Q_1 = 0,45$$

$$N_2 = 2,6 - 2 \cdot 3 = -3,4$$

$$z_2 = 4 \text{ da } M = 0,6$$

Rama tugunlari muvozanatini tekshiramiz (10.11-rasm).



10.11-rasm. Tugunni statik tekshirish.

Rama tugunlarining muvozanatda bo'lishi to'la yuklanishdagi asosiy sistema ichki kuchlar epyuralarini to'g'ri qurilganini tasdiqlaydi, ammo M , Q , N epyuralari berilgan sistema epyuralari ekanligi kafolatini bermaydi. Buning uchun to'la yuklanishdagi asosiy sistema deformatsiyalari berilgan sistema deformatsiyalariga mosligini, ya'ni deformatsion tekshirish deb ataluvchi tekshirishni o'tkazish lozim. Shu sababli statik noaniq sistemalar nuqtalari ko'chishini aniqlash tartibini ko'ramiz.

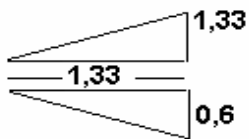
5- §. Statik noaniq sistemalarda ko'chishlarni aniqlash

Statik noaniq sistemalarda ko'chish qiymatini Mor-Vereshchagin usuli orqali aniqlash eng qulayidir.

U yoki bu statik noaniq sistemada ko'chishlarni aniqlash uchun tashqi yuk epyuralarini qurib (buning uchun statik noaniqlik ochiladi), keyin ko'chishi aniqlanayotgan nuqtada statik noaniq sistemaga birlik kuch qo'yiladi va birlik kuch epyuralari quriladi, statik noaniqlik ikkinchi bor ochiladi, birlik kuch va tashqi yuk bilan yuklangan statik noaniq ramani hisoblash, hamda birlik kuch va tashqi yuk epyuralarini ko'paytirib ko'chish topiladi. Ammo, haqiqatda bunga ehtiyoj yo'q. Statik noaniqlik ochilganda tabiiyki berilgan sistema tashqi yukdan o'zining statik noaniqlik fizik alomatlarini (harorat o'zgarishi bilan kuchlanish paydo bo'lishi, tayanchlar cho'kishi va hokazo) saqlashga intiladi va to'la yuklanishdagi asosiy sistema singari statik aniqlikka aylanadi (10.9-rasm). Mos ravishda, ko'chishlarni aniqlash uchun birlik kuchni berilgan sistemaga emas, balki asosiy sistemaga qo'yib statik aniq sistemada birlik kuch epyuralarini qurish mumkin. Misol tariqasida oldingi masaladagi rama «A» nuqtasining gorizonta ko'chishini aniqlashni ko'raylik (10.12-rasm).

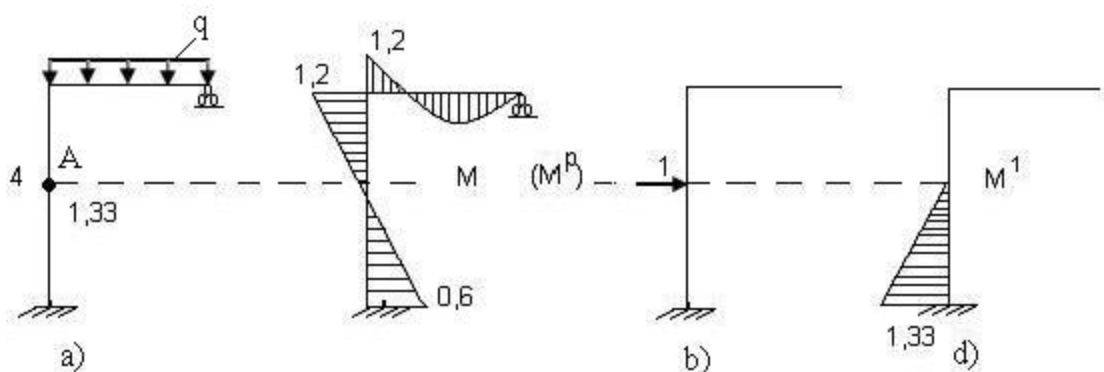
Asosiy sistemada A nuqtaga birlik gorizonta kuch qo'yib (10.12b-rasm) M^1 epyurasini quramiz (10.12d-rasm).

Bu epyurani to'la yuklanishdagi yakuniy sistema uchun qurilgan yakuniy M epyura bilan ko'paytirib (10.12a,b-rasmlar):



$$\Delta_A^{gor} = -\frac{1,33 \cdot 1,33 \cdot 0,6}{3EI} = -\frac{0,354tm^3}{EI}$$

qiymati olinadi.



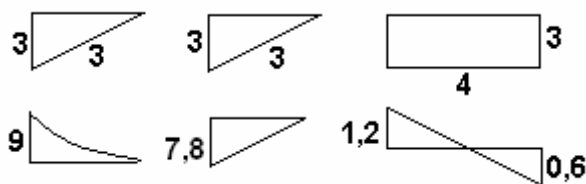
10.12-rasm. Ramaning «A» nuqtasidagi gorizontaal ko‘chishini aniqlash:
a) berilgan sistema; b) asosiy sistemaga birlik kuch qo‘yilgan;
d) birlik kuch epyurasi.

Natijadagi (–) ishora ko‘chish yo‘nalishi birlik kuch yo‘nalishi bilan mos tushmasdan, A nuqta gorizontaal chap tomonga ko‘chishini bildiradi.

Statik noaniq sistemalardan ko‘chishlarni aniqlashning bu usulini oldingi masala yechimini deformatsion tekshirish uchun qo‘llaymiz. Vertikal X_1 kuch qo‘yilgan nuqta vertikal ko‘chishini aniqlash uchun birlik kuch M_1^1 epyurasini M epyura bilan ko‘paytirmiz. Epyuralarni ko‘paytirishda M murakkab epyurani bir nechta sodda epyuralarga ajratib olamiz (9.9-rasm).

Rigeldagi epyurani balandligi 9 ga teng bo‘lgan parabola va balandligi $2,6 \cdot 3 = 7,8$ ga teng uchburchak ayirmasi sifatida ajratamiz.

$$\Delta_{1M} = -\frac{3 \cdot 3 \cdot 9}{4EI} + \frac{3 \cdot 3 \cdot 7,8}{3EI} + \frac{4}{6EI} [2(3 \cdot 0,6 - 1,2 \cdot 3) - 1,2 \cdot 3 + 0,6 \cdot 3] = \frac{-24,2 + 23,4}{EI} = -\frac{0,8}{EI}$$

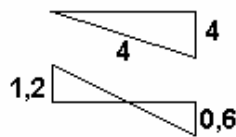


X_1 kuch qo‘yilgan nuqtaning vertikal ko‘chishi nolga teng bo‘lishi kerak, hosil qilingan qiymat hisoblash xatoligini beradi. Uning kattaligi 4% ga yaqin va u qanoatlantirarli.

X_2 kuch qo‘yilgan nuqtaning gorizontaal ko‘chishini topish uchun shu nuqtaga birlik kuch qo‘yib, M_2^1 epyurasini quramiz va uni M epyurasi bilan ko‘paytiramiz.

X_2 kuch qo‘yilgan nuqta gorizontaal ko‘chishi

$$\Delta_{2M} = \frac{4 \cdot 4}{6EI} [2 \cdot 0,6 - 1,2] = 0 \quad \text{ga teng.}$$

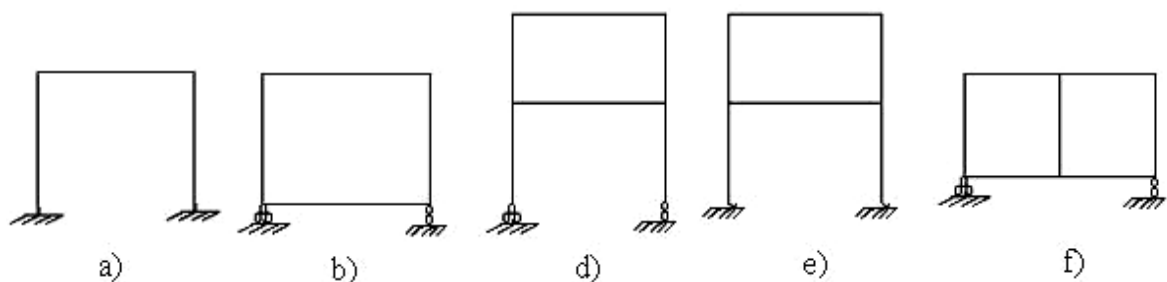


Olingan natijalardan asosiy sistemadagi X_1 va X_2 kuchlar qo'yilgan nuqtalarning vertikal va gorizontaal ko'chishlari nolga tengligi (yoki nolga yaqinligi) ko'rinib turibdi. Bu to'la yuklanishdagi asosiy sistema deformatsiyasi berilgan sistema deformatsiyasi bilan bir xilligi, ya'ni masala to'g'ri yechilganligini isbotlaydi.

Shunday qilib, masala to'g'ri yechilganini deformatsion tekshirish uchun M epyurasini birlik kuch epyuralari bilan ko'paytirish kerak ekan. Ko'paytirish natijasi nolga yaqin bo'lishi lozim.

6- §. Yopiq konturli sistemalar hisobi

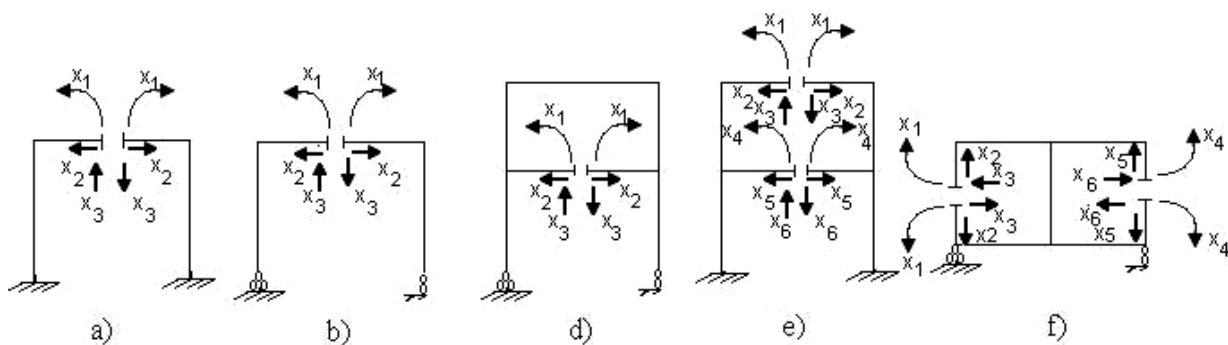
Yuqorida ko'rsatib o'tilganidek, har bir sharnirsiz yopiq kontur statik noaniqlik darajasi 3 ga teng bo'ladi (10.13-rasm).



10.13-rasm. Statik noaniq yopiq konturli sistemalar:

a), b), d) statik noaniqlik darajasi 3 ga teng; e), f) statik noaniqlik darajasi 6 ga teng.

Mos ravishda (10.1) ifodaga asosan a sxema statik noaniqlik darajasi 3 ga, d sxemaniki 3 ga, e , f -sxemalarniki esa 6 ga teng, chunki sxemada 2 ta kontur mavjud. Asosiy sistemani hosil qilish uchun yopiq konturni ichki kuchlarni aniqlashdagi kabi (I-bob, 3-§ ga qarang) kesamiz. Bu holda o'tkazilgan ko'ndalang kesim qirqimi ikkala tomonida hosil bo'luvchi 3 ta ichki kuchlar noma'lum hisoblanadi (10.14-rasm). Shu sababli sistema ichki tomondan statik noaniq bo'ladi. O'tkazilgan ko'ndalang kesim qirqimi ikkala tomonidan hosil bo'luvchi ichki kuchlar juftlari o'zaro teng va qarama-qarshi tomonga yo'nalgan.



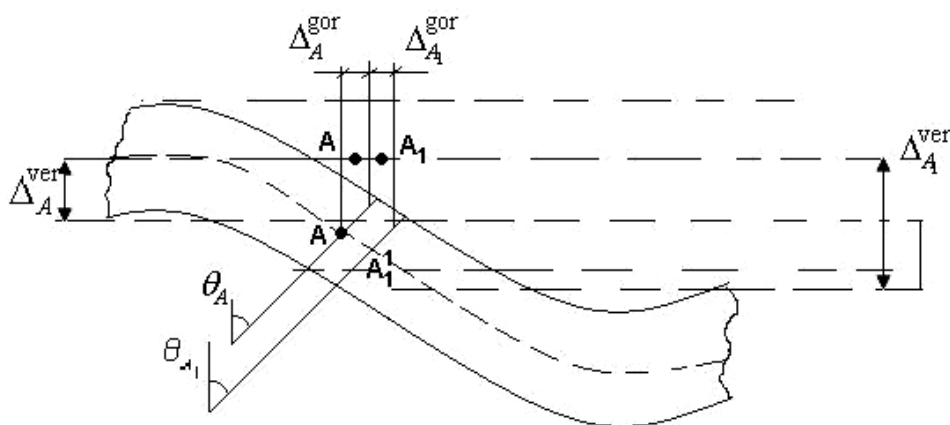
10.14-rasm. Asosiy sistemani tanlash:

a), b), d) statik noaniqlik darajasi 3 ga teng; e), f) statik noaniqlik darajasi 6 ga teng.

Asosiy sistema deformatsiyasining berilgan sistema deformatsiyasidan farqi shundaki, berilgan sistemada qirqim ichki tomonida joylashgan ko'ndalang kesimlar o'zaro ko'chishlari nolga teng.

Noma'lum ichki kuchlar kattaliklari deformatsiya shartini bajarishini ta'minlashi lozim (10.15-rasm).

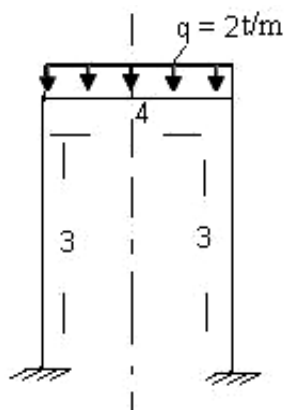
$$\theta_A = \theta_{A_1}, \Delta_A^{ver} = \Delta_{A_1}^{ver}, \Delta_A^{gor} = \Delta_{A_1}^{gor}$$



10.15-rasm. Vertikal va gorizontal ko'chishlar hamda burchak deformatsiya.

Ichki tomondan statik noaniq sistema kanonik tenglamalari tuzilish jihatidan (10.5) tenglamaga o'xshaydi, ammo har bir qatori boshqa fizik ma'noni anglatadi, ko'ndalang kesim qirqimi ikkala tomonidagi noma'lum ichki kuchlar qo'yilgan nuqtalarning o'zaro ko'chishi nolga teng. Bu holda sistema deformatsiyalanish davrida A va A₁ nuqtalarning absolyut ko'chishlari nolga teng bo'lmasligi ham mumkin. Mor-

Vereshchagin usuli bilan ikki nuqta o'zaro ko'chishini aniqlashda bu nuqtalarni miqdor jihatidan teng, yo'nalishi qarama-qarshi birlik kuchlar bilan yuklasak (IX-bob, 3-§ ga qarang) ichki tomondan statik noaniq sistemalar hisobi X-bob, 4-§ da bayon etilgan usuldan farq qilmaydi. Asosiy sistemani tanlashda berk konturda o'tkazilayotgan qirqimni asosiy sistema simmetrik holda qoladigan qilib olinishi hisoblashlarni osonlashtiradi. Misol tariqasida 10.16-rasmda keltirilgan sistemani hisoblashni ko'raylik.



10.16-rasm. Taqsimlangan yuk qo'yilgan simmetrik rama.

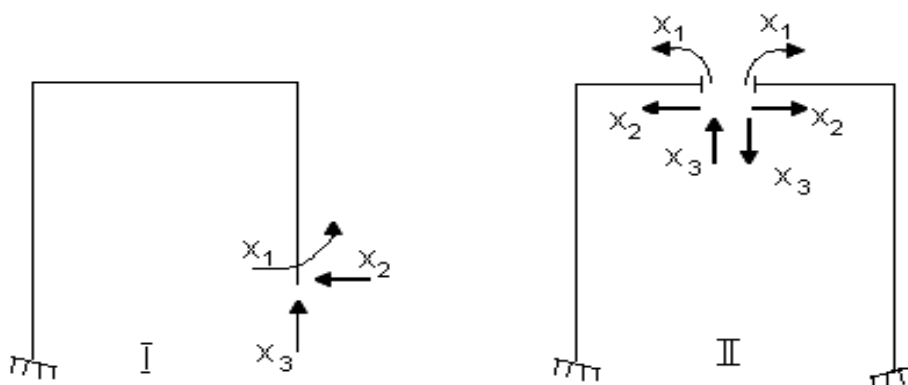
Statik noaniqlik darajasi $n=3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 3$ ga teng. Asosiy sistemani 2 ta variantda tuzamiz (10.17-rasm).

Kanonik tenglamalar ko'rinishi

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1P} = 0$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + \Delta_{2P} = 0$$

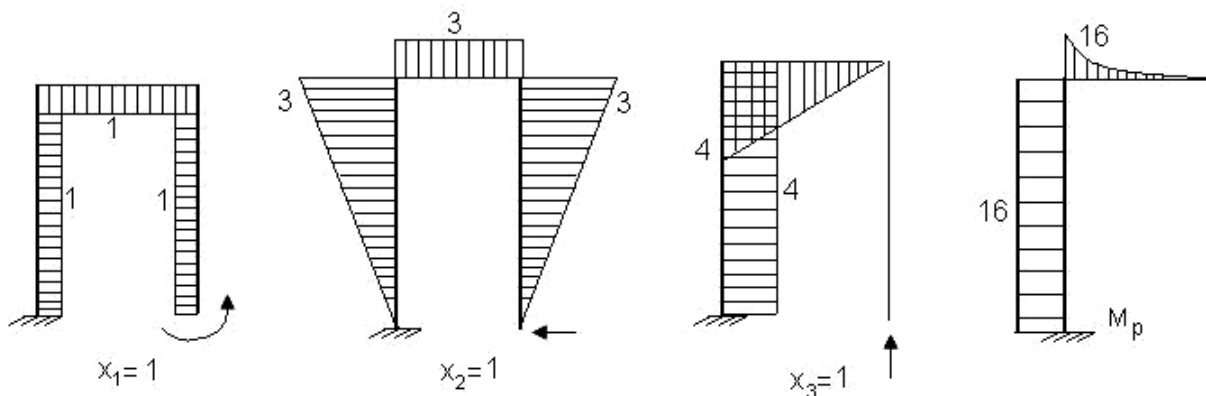
$$X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + \Delta_{3P} = 0$$



10.17-rasm. Asosiy sistemalarning ko'rinishlari.

Birlik kuch va tashqi yuk epyuralarini asosiy sistema birinchi (10.18-rasm) va ikkinchi (10.19-rasm) variantlari uchun quramiz.

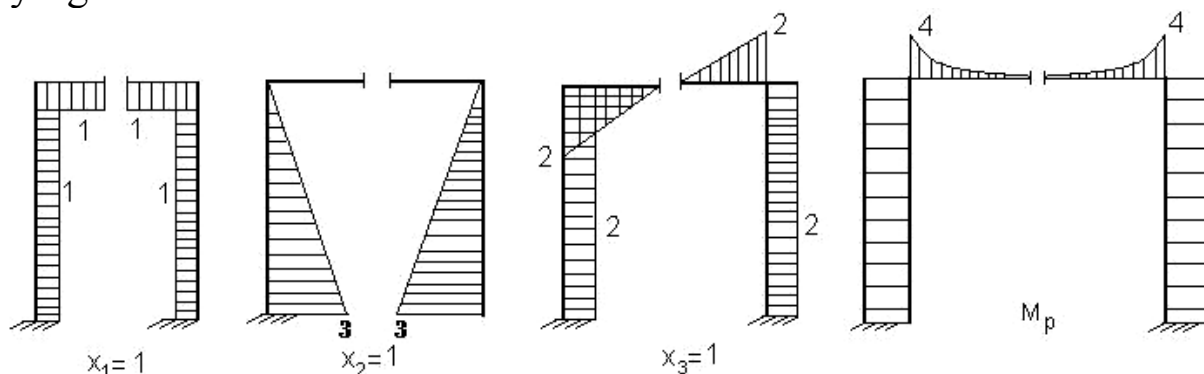
I variant



10.18-rasm. Birlik va tashqi kuch ta'siridan qurilgan epyuralar.

II variant

Asosiy sistema birinchi variantida kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlarni hech biri nolga teng emas. Ikkinchi variantda berilgan sistema simmetrikligi saqlab qolingani uchun $X_1=1$, $X_2=1$, M^p epyuralari ham simmetrik va $X_3=1$ epyurasi qiya simmetrik bo'ladi. Simmetrik va qiya simmetrik epyuralar ko'paytmasi nolga tengligi oldin aytilgan edi.



10.19-rasm. II-variant uchun qurilgan birlik va tashqi kuch epyuralari.

Mos ravishda $\delta_{13}=\delta_{31}=\delta_{23}=\delta_{32}=\Delta_{3P}=0$

Kanonik tenglamalar sistemasi ikkiga ajraladi

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \Delta_{1P} = 0$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0$$

$$X_3 \delta_{33} = 0$$

Tenglamalar sistemasi anchagina soddalashdi. Uchinchi tenglamada

$\delta_{33} \neq 0$ bo'lgani uchun $X_3=0$ ga teng.

Bundan yuk simmetrik bo'lganda qiya simmetrik noma'lumlar nolga teng degan xulosa chiqarish mumkin.

Vereshchagin usuli bilan epyuralarni ko‘paytirib, tenglamaga kiruvchi ko‘chishlarni topamiz. Epyuralar simmetrikligi sababli uning (simmetriya o‘qiga nisbatan) bitta yarmini ko‘paytirish kifoya.

$$\delta_{11} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 2}{EI} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{EI} = \frac{5}{EI}; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1}{2EI} = \frac{4,5}{EI}; \quad \delta_{22} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3EI} = \frac{9}{EI}$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{4 \cdot 2 \cdot 1}{3EI} - \frac{4 \cdot 3 \cdot 1}{EI} = -\frac{14,67}{EI}; \quad \Delta_{2P} = -\frac{3 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot EI} = -\frac{18}{EI}$$

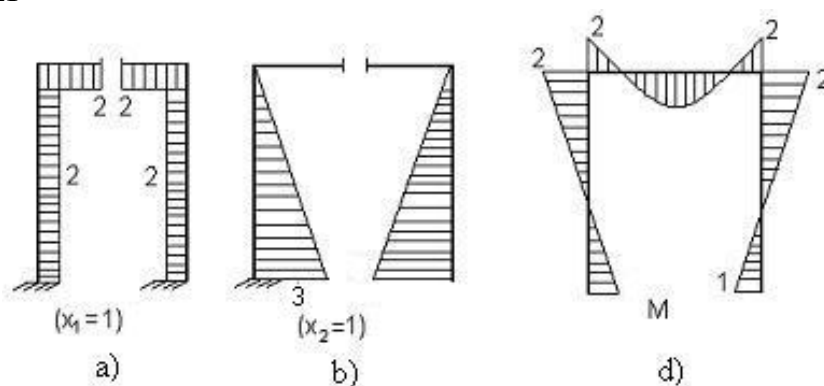
Topilgan qiymatlarni tenglamalar sistemasiga qo‘yib, EI ga qisqartiramiz va sistemani yechamiz

$$\begin{aligned} 5X_1 + 4,5X_2 - 14,67 &= 0; & X_1 &= 2,94 - 0,9X_2 \\ 4,5X_1 + 9X_2 - 18 &= 0 & 13,2 - 4,05X_2 + 9X_2 - 18 &= 0 \\ & & X_2 &= 0,97 \approx 1, & X_1 &= 2 \end{aligned}$$

Asosiy sistemani noma‘lum kuch va tashqi yuk aniqlangan qiymatlari bilan yuklash va ular uchun yakuniy epyuralar qurishdan tashqari M epyurani boshqa usulda qurish ham mumkin. Buning uchun birlik kuch epyuralarini X ning aniqlangan qiymatlariga ko‘paytirib, hosil qilingan epyuralarni tashqi yuk epyurasiga ko‘shish kerak. Natijada M epyurasi hosil bo‘ladi. Birlik kuchlar epyurasini mos ravishda 2 va 0,97 ga ko‘paytiramiz (10.20a,b-rasmlar) M^P epyurasi bilan qo‘shamiz va M epyurani hosil qilamiz (10.20d-rasm).

Olingan natijalarni tekshirish uchun M epyurani $X_2=1$ epyura bilan ko‘paytiramiz. Epyuralar bitta yarmini ko‘paytirish kifoya.

$$\Delta = \frac{4 \cdot 4}{6EI} [2, 1 - 2] = 0, \text{ ya'ni tekshirish qanoatlanarli.}$$

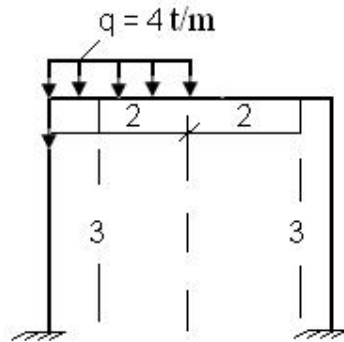


10.20-rasm. Eguvchi moment epyuralari:

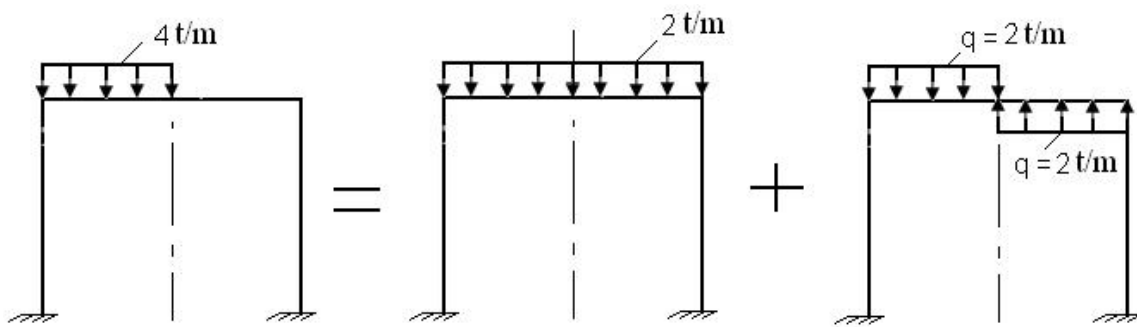
- a), b) noma‘lum kuchning topilgan haqiqiy qiymatlaridan qurilgan epyura;
d) yakuniy eguvchi moment epyurasi.

Qiya simmetrik yuklarda «simmetrik» noma‘lumlar nolga teng bo‘ladi. Simmetrik noaniq sistemani sodda hisoblash usuli ana shunga asoslangan.

Bu usul yukni almashtirish usuli deb ataladi. Masalan, 10.21-rasmda keltirilgan ramani ko'raylik. Simmetrik ramaga qo'yilgan ixtiyoriy yukni simmetrik va qiya simmetrik yuklar yig'indisi sifatida tasvirlash mumkin (10.22-rasm).



10.21-rasm. Simmetrik yuklanmagan rama.



10.22-rasm. Berilgan ramada yukni almashtirish usulini qo'llash.

Berilgan yuk epyurasini ham simmetrik va qiya simmetrik yuklar epyuralari yig'indisi sifatida tasvirlash mumkin. Simmetrik yuk ta'sirida M epyurasi 10.20d-rasmda keltirilgan.

Qiya simmetrik yuk yuklangan ramani hisoblash uchun simmetrik asosiy sistemani tanlaymiz (10.23a-rasm).

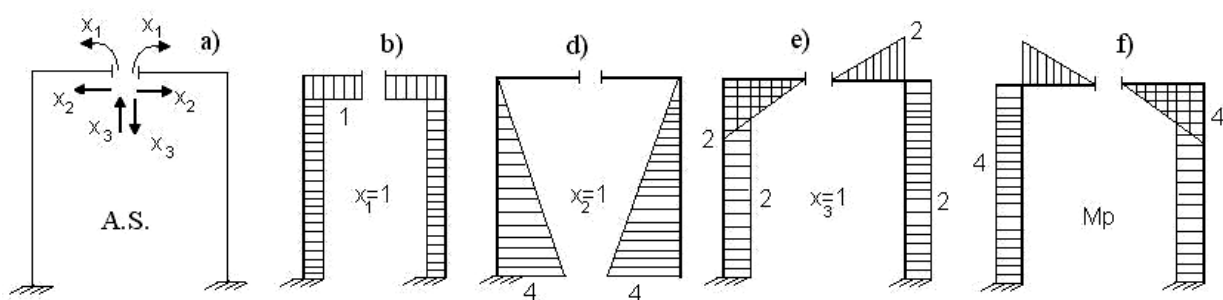
$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1P} = 0$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + \Delta_{2P} = 0$$

$$X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + \Delta_{3P} = 0$$

Birlik kuch va tashqi yuk epyuralarini quramiz (10.23b,d,e,f-rasmlar).

$X_1=1$, $X_2=1$ epyuralari simmetrik, $X_3=1$, M^P epyuralari qiya simmetrik. Simmetrik va qiya simmetrik epyuralarni ko'paytirish natijasi nolga teng bo'lgani uchun $\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{23} = \delta_{32} = \Delta_{1P} = \Delta_{2P} = 0$.



10.23-rasm. Asosiy sistema va uning epyuralari:
a) asosiy sistema; b) X_1 kuch epyurasi; d) X_2 kuch epyurasi;
e) X_3 kuch epyurasi; f) tashqi kuch epyurasi.

Kanonik tenglamalar sistemasi 2 ta alohida qismlarga ajraladi.

$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} = 0$ sistema birinchi qismida ozod hadlar bo'lmagani uchun, $X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} = 0$ nolli yechimga ega, ya'ni

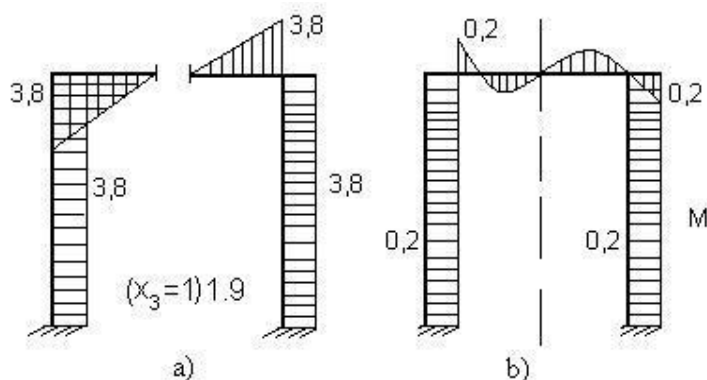
$$X_3 \delta_{33} + \Delta_{3P} = 0; \quad X_1 = X_2 = 0$$

Qiya simmetrik yukda simmetrik noma'lumlar nolga teng.

$$\delta_{33} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \hat{A} I} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{\hat{A} I} = \frac{14,67}{EI}$$

$$\Delta_{3P} = -\frac{4 \cdot 2 \cdot 2}{4 \hat{A} I} - \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{\hat{A} I} = -\frac{28}{EI}$$

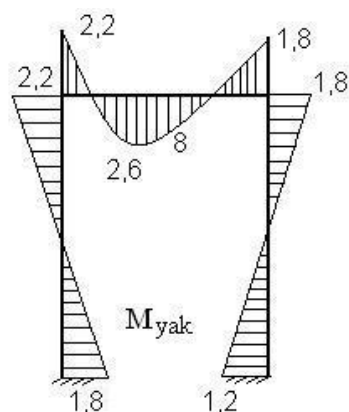
$X_3 = 1,9$. Ushbu kattalikka $X_3 = 1$ epyurani ko'paytiramiz (10.24a-rasm) va M^P epyura bilan qo'shib qiya simmetrik yuk M epyurasini hosil qilamiz.



10.24-rasm. Ramadagi epyuralar:

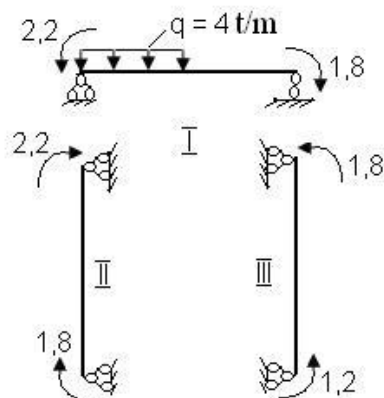
a) X_3 ning haqiqiy qiymati bo'yicha qurilgan epyura; b) qiya simmetrik yuk epyurasi.

Simmetrik yuk M_{yak} epyurasini (10.20d-rasm) qiya simmetrik yuk epyurasi 10.20b-rasm berilgan yuk M_{yak} epyurasini hosil qilamiz (10.25-rasm).

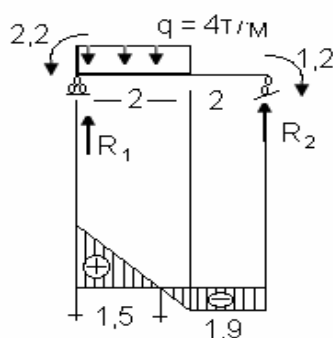


10.25-rasm. Eguvchi momentning yakuniy epyurasi.

M yakuniy epyura oraliq ordinatasini aniqlash, Q va N epyuralarini qurish uchun ramani ikkita alohida sharnirli balkalarga ajratamiz va ularga tashqi yuk va kattaligi M epyurasidan olinuvchi tugun momentni qo'yamiz (10.26-rasm).



10.26-rasm. Berilgan ramani sharnirli balkalarga ajratish.



Har bir balkani alohida tekshiramiz va har biri uchun Q epyurasini quramiz.

$$1 \text{ balka} \quad \sum M_1 = 4 \cdot 2 \cdot 1 - 2,2 + 1,2 - R_2 \cdot 4 = 0; \quad R_2 = 1,9$$

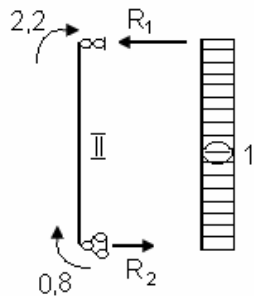
$$\sum M_2 = -2,2 + R_1 \cdot 4 - 4 \cdot 2 \left(2 + \frac{2}{2}\right) + 1,2 = 0 \quad R_1 = 6,1$$

$$Q_1 = 6,1 - qz_1, \quad z_1 = 0 \text{ da } Q = 6,1$$

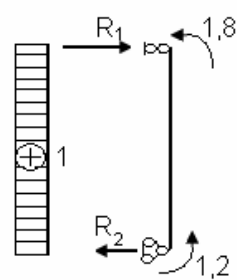
$z_1 = 2$ da $Q = -1,9$
 $Q = 0$ kesimda $M_{\max}$ bo'ladi $6,1 - 4z = 0$, $z = 1,51 \text{ m}$.

$$M_{\max} = -2,1 + 6,1 - 1,51 - \frac{4(1,51)^2}{2} = 2,61$$

II balka



III balka



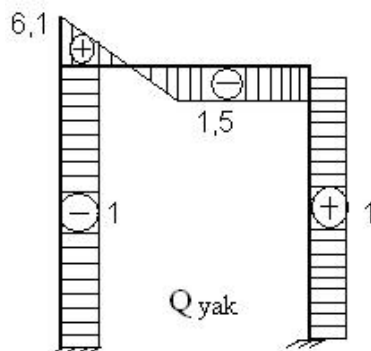
$$R_1 = R_2 = \frac{2,2 + 0,7}{3} = 1$$

$$R_1 = R_2 = \frac{1,8 + 1,2}{3} = 1$$

$$Q = -1$$

$$Q = 1$$

Q epyurasini qurish uchun rama o'qida har bir bo'lak uchun qurilgan Q epyuralarini yig'ish kerak (10.27-rasm).



10.27-rasm. Ko'ndalang kuchning yakuniy epyurasi.

Rama tugunlarining bo'ylama va ko'ndalang kuchlar ta'siridagi muvozanati orqali har bir sterjendagi N miqdorini topish mumkin.

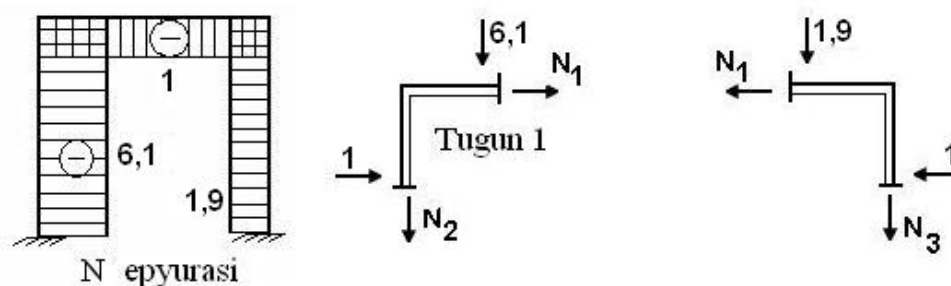
1-tugun $\sum Y = -6,1 - N_2 = 0$, $N_2 = -6,1$

$$\sum X = 1 + N_1 = 0, \quad N_1 = -1$$

2-tugun $\sum X = -N_1 - 1 = 0$, $N_1 = -1$

$$\sum Y = -1,9 - N_3 = 0, \quad N_3 = -1,9$$

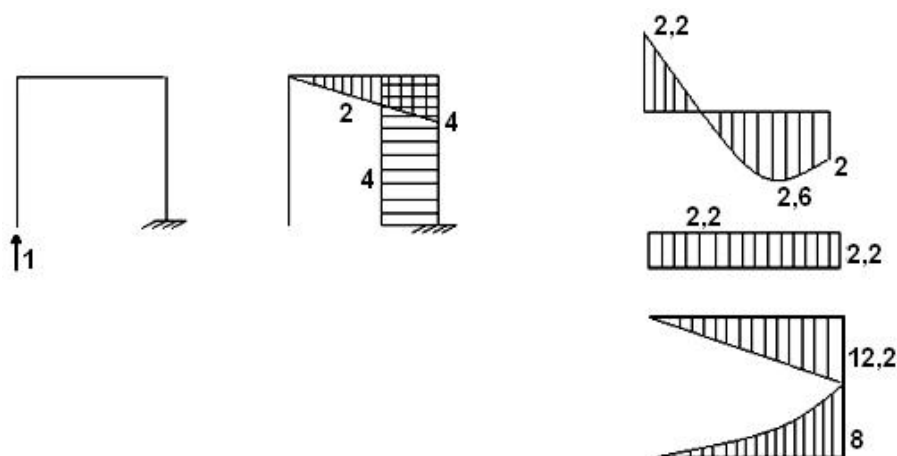
Ushbu qiymatlar asosida N epyurasini quramiz (10.28-rasm).



10.28-rasm. Bo‘ylama kuchning yakuniy epyurasi.

N kattaligi tugun muvozanati shartidan aniqlangani uchun Q va N epyuralarni to‘g‘ri qurilganligini bu usul bilan tekshirish mumkin emas. Bu holda epyuralarni to‘g‘ri qurilganligini N kattalikni ikki marta chap va o‘ng tugun muvozanatidan aniqlangan qiymati tengligi kafolatlaydi. M epyurasini to‘g‘ri qurilganligini deformatsion tekshirilishi o‘ziga xos jihatlarga ega – M epyurasini simmetrik bo‘lmagan asosiy sistema birlik epyurasi bilan ko‘paytirib, chunki simmetrik birlik epyura bilan ko‘paytirish simmetrik yuk bilan yuklangan rama yechimida xatolikka olib kelishi mumkin va aksincha (qiya simmetrik yuk yakuniy epyurasi to‘g‘ri bo‘lishidan qat’iy nazar, simmetrik birlik epyura bilan ko‘paytirish natijasi doimo nolga teng).

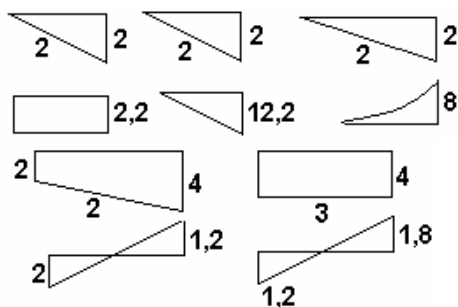
Natijalarni tekshirish uchun 10.29-rasmda keltirilgan asosiy sistemada birlik kuch epyurasini quramiz va uni M epyurasi bilan ko‘paytiramiz.



10.29-rasm. Vertikal birlik kuchdan qurilgan epyura va uni M epyurasi bilan ko‘paytirish.

Rigel chap tomonidagi momentlar epyurasi to‘g‘ri to‘rtburchak, uchburchak va paraboladan iborat .

$$M^P = -2,2 + 6,1 \cdot z \cdot 0,7/2$$



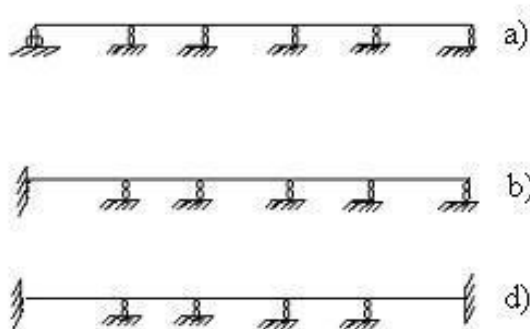
Hisoblash xatoligi.

$$\Delta_{1M} = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 2,2}{2EI} + \frac{2 \cdot 2 \cdot 12,2}{3EI} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 8}{4EI} + \frac{2}{6EI} [2(2 \cdot 2 - 4 \cdot 1,2) + 2 \cdot 4 - 2 \cdot 2,2] + \frac{3}{6EI} [2(1,2 \cdot 4 - 1,8 \cdot 4) - 1,8 \cdot 4 + 1,2 \cdot 4] = \frac{16,9 - 16}{EI} = \frac{0,9}{EI}$$

7- §. Statik noaniq balkalar hisobi

Statik noaniq balka tutash balka ikkita emas, balki bir nechta tayanchlarga tayangan holda paydo bo‘ladi (10.30a-rasm).

Bunday turdagi balkalar ko‘p oraliqli balkalar deb ataladi (oraliq–qo‘shni tayanchlar orasidagi masofa). Ba‘zan balkaning bir (yoki ikkala) uchi qistirib mahkamlangan bo‘ladi (10.30b,d-rasmlar). Balkaning statik noaniqlik darajasini (10.1) ifoda orqali aniqlash mumkin, ammo sharnirli tayanchlardagi balka uchun bu ifodani ishlatishning hojati yo‘q, chunki uning statik noaniqlik darajasi tayanchlar umumiy sonidan 2 ni ayirilganiga teng, yani «qo‘shimcha» tayanchlar soniga teng (10.30 a rasmda keltirilgan balka uchun $n=4$). Bir tomoni qistirib mahkamlangan balka statik noaniqlik darajasi sharnirli tayanchlar soniga teng (10.30b-rasmda $n=5$), ikkala tomoni qistirib mahkamlangan balkada – sharnirli tayanchlar soniga 3 qo‘shiladi (10.30d-rasm).

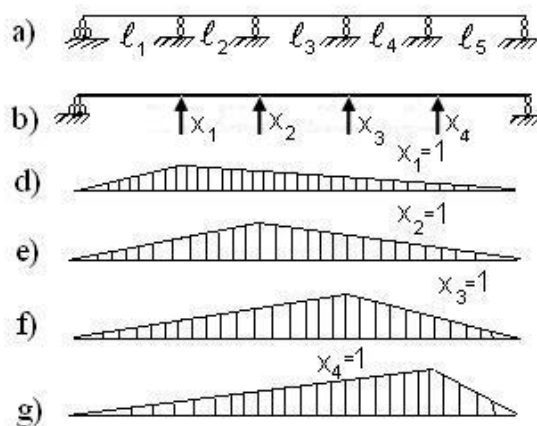


10.30-rasm. Tutash balkalar:

- a) sharnirli tayanchlarda yotuvchi balka; b) bir uchi qistirib mahkamlangan balka;
d) ikki uchi qistirib mahkamlangan balka.

Hisoblashlarni yetarli darajada soddalashtiruvchi asosiy sistemani qulay usulda tanlash imkoniyati statik noaniq balkalar hisobining o'ziga xos xususiyati hisoblanadi.

Misol tariqasida 10.31-rasmda keltirilgan statik noaniqlik darajasi 4 ga teng bo'lgan balkani ko'raylik.



10.31-rasm. Tutash balka hisobi:

a) berilgan sistema; b) asosiy sistema; d) X_1 kuchdan qurilgan epyura; e) X_2 kuchdan qurilgan epyura; f) X_3 kuchdan qurilgan epyura; g) X_4 kuchdan qurilgan epyura

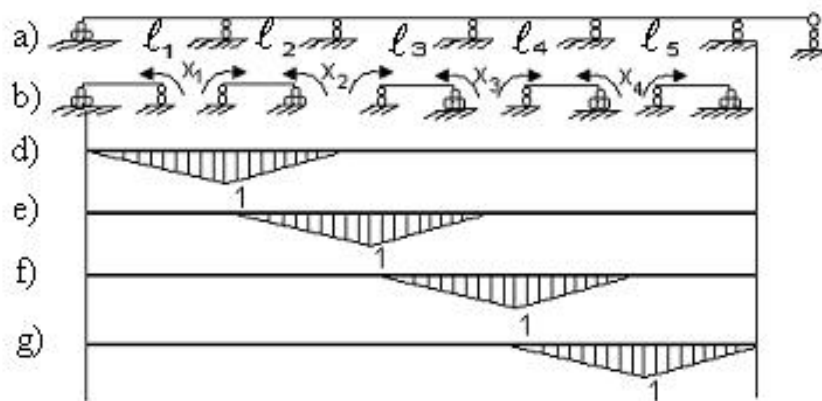
Bir qarashda asosiy sistema oraliq tayanchlarni tashlab yuborib, ularni X_1, X_2, X_3, X_4 kuchlari bilan almashtirish orqali osongina tuziladi (10. 31b-rasm).

Kanonik tenglamalar sistemasini tuzamiz.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{O}_1\delta_{11} + \tilde{O}_2\delta_{12} + \tilde{O}_3\delta_{13} + \tilde{O}_4\delta_{14} + \Delta_{1P} &= 0 \\ \tilde{O}_1\delta_{21} + \tilde{O}_2\delta_{22} + \tilde{O}_3\delta_{23} + \tilde{O}_4\delta_{24} + \Delta_{2P} &= 0 \\ \tilde{O}_1\delta_{31} + \tilde{O}_2\delta_{32} + \tilde{O}_3\delta_{33} + \tilde{O}_4\delta_{34} + \Delta_{3P} &= 0 \\ \tilde{O}_1\delta_{41} + \tilde{O}_2\delta_{42} + \tilde{O}_3\delta_{43} + \tilde{O}_4\delta_{44} + \Delta_{4P} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Birlik kuchlar epyuralarini quramiz (10.31d,e,f,g-rasmlar). Birlik kuchlar epyuralari shaklidan kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi birorta ham ko'chish nolga teng emasligi ko'rinib turibdi, demak to'la tenglamalar sistemasini yechish kerak.

Asosiy sistemani tuzishning yanada qulayroq usuli mavjud bo'lib, u oraliq tayanchlar ustida oraliq sharnirlar o'rnatish orqali tashkil etiladi (10. 32.a-rasm).



10.32-rasm. Tutash balkani oraliq sharnirlar qo‘shish usuli bilan hisoblash:

a) berilgan sistema; b) asosiy sistema; d) M_1 moment uchun qurilgan epyura; e) M_2 moment uchun qurilgan epyura; f) M_3 moment uchun qurilgan epyura; g) M_4 moment uchun qurilgan epyura

Bu holda asosiy sistema bir qator ikki oraliqli statik aniq balkalardan iborat bo‘lib, ichki kuch momentlari noma‘lum hisoblanadi (10.32b-rasm). Birlik kuch va birlik momentlar epyuralari 10.32d,e,f,g-rasmlarda keltirilgan. Mos ravishda birligi o‘zgarmas balka birlik kuch ta‘siridan ko‘chishlarini birlik kuch epyurasini ko‘paytirib va 9.2-jadvaldan foydalanib topamiz.

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= \frac{1 \cdot l_1 \cdot l}{3EI} + \frac{1 \cdot l_2 \cdot 1}{3EI} = \frac{l_1 + l_2}{3EI}; & \delta_{24} &= \delta_{42} = 0 \\ \delta_{12} &= \delta_{21} = \frac{1 \cdot 1 \cdot l_2}{6EI} = \frac{l_2}{6EI}; & \delta_{34} &= \delta_{43} = \frac{1 \cdot l_4 \cdot 1}{6EI} = \frac{l_4}{6EI}; \\ \delta_{13} &= \delta_{31} = \delta_{14} = \delta_{41} = 0 & \delta_{44} &= \frac{1 \cdot l_3 \cdot 1}{3EI} + \frac{1 \cdot l_4 \cdot 1}{3EI} = \frac{l_3 + l_4}{3EI} \\ \delta_{21} &= \frac{1 \cdot 1 \cdot l_2}{3EI} + \frac{1 \cdot 1 \cdot l_3}{3EI} = \frac{l_2 + l_3}{3EI} & \delta_{33} &= \frac{1 \cdot 1 \cdot l_3}{3EI} + \frac{1 \cdot 1 \cdot l_4}{3EI} = \frac{l_3 + l_4}{3EI} \\ \delta_{23} &= \delta_{32} = \frac{1 \cdot l_3 \cdot 1}{6EI} = \frac{l_3}{6EI}\end{aligned}$$

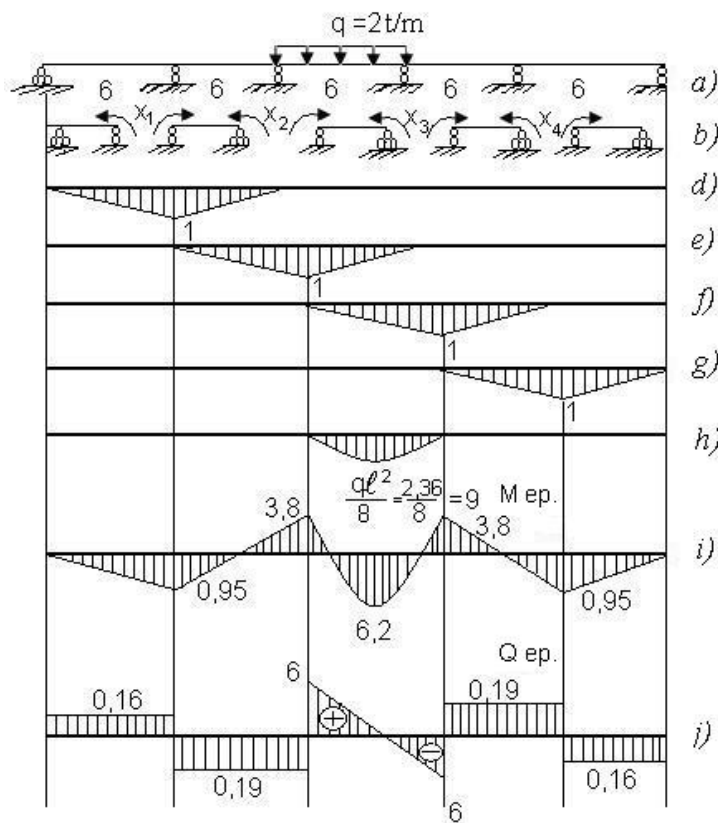
Kanonik tenglamalar sistemasi quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\begin{aligned}X_1 \frac{l_1 + l_2}{3EI} + X_2 \frac{l_2}{6EI} + 0 + 0 + \Delta_{1P} &= 0 \\ X_1 \frac{l_2}{6EI} + X_2 \frac{l_2 + l_3}{3EI} + X_3 \frac{l_3}{6EI} + 0 + \Delta_{2P} &= 0 \\ 0 + X_2 \frac{l_3}{6EI} + X_3 \frac{l_3 + l_4}{3EI} + X_4 \frac{l_4}{6EI} + \Delta_{3P} &= 0 \\ 0 + 0 + X_3 \frac{l_4}{6EI} + X_4 \frac{l_3 + l_4}{3EI} + \Delta_{4P} &= 0\end{aligned}$$

Har bir tenglamaga kirgan noma‘lum momentlar soni 3 tadan ortiq emasligi sababli, bu tenglamalar uch moment tenglamasi deb ataladi.

Uch moment tenglamasiga kirgan tenglamalar soni statik noaniqlik darajasiga teng bo'ladi, chunki asosiy sistemani har qancha qulay tanlamaylik, uning statik noaniqlik darajasini pasaytira olmaydi.

10.33a-rasmda keltirilgan balka uchun ichki kuchlar epyuralarini quramiz.



10.33-rasm. Uch moment tenglamasi yordamida tutash balkalar hisobi:
a) berilgan sistema; b) asosiy sistema; d) X_1 momentda qurilgan epyura; e) X_2 momentda qurilgan epyura; f) X_3 momentda qurilgan epyura; g) X_4 momentda qurilgan epyura; h) tashqi yuk epyurasi; i) eguvchi moment epyurasi; j) ko'ndalang kuch epyurasi.

Balka statik noaniqlik darajasi 4 ga teng.

Asosiy sistemani (10.33b-rasm) va kanonik tenglamalar sistemasini tuzib, birlik kuch va tashqi yuk epyuralarini quramiz.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{O}_1 \delta_{11} + \tilde{O}_2 \delta_{12} + 0 + 0 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \tilde{O}_2 \delta_{21} + \tilde{O}_2 \delta_{22} + \tilde{O}_3 \delta_{23} + 0 + \Delta_{2P} &= 0 \\ 0 + \tilde{O}_2 \delta_{32} + \tilde{O}_3 \delta_{33} + \tilde{O}_4 \delta_{34} + \Delta_{3P} &= 0 \\ 0 + 0 + \tilde{O}_4 \delta_{43} + \tilde{O}_4 \delta_{44} + \Delta_{4P} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlarni topamiz.

$$\delta_{11} = \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} + \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} = \frac{4}{EI};$$

$$\delta_{34} = \delta_{43} = \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} = \frac{1}{EI};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{1 \cdot 1 \cdot 6}{6EI} = -\frac{1}{EI};$$

$$\delta_{22} = \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} + \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} = \frac{4}{EI};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{6EI} = \frac{1}{EI};$$

$$\delta_{33} = \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} + \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} = \frac{4}{EI};$$

$$\delta_{44} = \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} + \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} = \frac{4}{EI};$$

$$\Delta_{1P} = 0$$

$$\Delta_{2P} = \frac{9 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} = \frac{18}{EI};$$

$$\Delta_{3P} = \frac{9 \cdot 6 \cdot 1}{3EI} = \frac{18}{EI};$$

$$\Delta_{4P} = 0$$

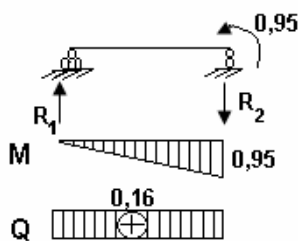
Topilganlarni kanonik tenglamalar sistemasiga qo'yamiz, EI ga qisqartirib, sistemani yechamiz.

$$\left. \begin{aligned} 4X_1 + X_2 &= 0 \\ X_1 + 4X_2 + X_3 + 18 &= 0 \\ X_2 + 4X_3 + X_4 + 18 &= 0 \\ X_3 + 4X_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} X_1 &= X_4 = 0,95 \\ X_2 &= X_3 = -3,8 \end{aligned}$$

Har bir balkani tashqi yuk va olingan momentlar bilan yuklab, to'la yuklanishdagi asosiy sistemani tuzamiz. Har bir balka uchun M va Q epyuralarini quramiz.

Balka o'qi sxemasi ostiga qurilgan bu epyuralar M_{yak} va Q yakuniy epyuralari hisoblanadi (10.33i, j- rasmlar).

1-2 balka



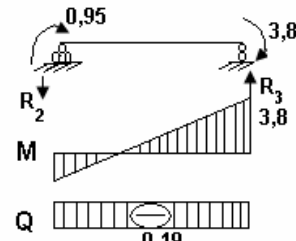
$$R_1 = R_2 = \frac{0,95}{6} = 0,16 t$$

$$M = 0,6z, \quad z_1 = 0 \text{ da } M = 0$$

$$Q = 0,16$$

$$z_1 = 0 \text{ da } M = 0,95 \text{ t m}$$

2-3 balka



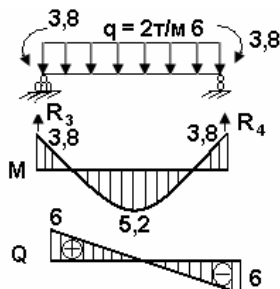
$$R_2 = R_3 = \frac{0,95 + 3,8}{6} = 0,97 t$$

$$M_1 = 0,95 - 0,79z$$

$$Q_1 = -0,79$$

$$z_1 = 0 \text{ da } M = -3,8 \text{ t m}$$

4-3 balka



$$R_3 = R_4 = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6 t; \quad M = -3,8 + 6z_1 - \frac{qz_1^2}{2}$$

$$Q_1 = 6 - qz_1$$

$$z_1 = 0 \text{ da } M = -3,8, \quad Q = 6 t;$$

$$z = 6 \text{ da } M = -3,8 \text{ t m}, \quad Q = -6 t$$

Oraliq o'rtasida $z=3 \text{ m}$ da balka simmetriklik shartidan M_{max} ga erishadi.

$$M_{max}=3,8-2(3)^2/2=6\cdot3=5,2 \text{ tm}$$

Balka va ta'sir etuvchi yuk simmetrik bo'lgani uchun M epyurasi ham simmetrik, Q epyurasi esa qiya simmetrik bo'ladi. Shunga asoslanib M , Q epyuralarini quramiz. M moment epyurasi kattaligi birinchi va to'rtinchi oraliqlarda yuk ta'sir etish kattaligining tez so'nish xususiyati oldin ko'rib o'tilgan Sen-Venan prinsipi kabi ko'p sonli oraliq tayanchlari bo'lgan ko'p oraliqli balkalarni taqribiy hisoblashga imkon beradi. Ushbu usulni qo'llash uchun har bir oraliqni ketma-ket yuklaymiz va yuklashning oraliq chap va o'ng qismiga ta'sirini ko'ramiz, ko'rilyotgan yukning boshqa oraliqlarga ta'sirini hisobga olmaymiz. Masalani bunday qo'yilishida har safar yuqorida ko'rilganga o'xshash noaniqlik darajasi 4 ga teng balka masalasi yechiladi. So'ngra M va Q epyuralarini umumiy sxema ostiga har bir besh oraliqli balka uchun qurib, epyuralar ordinatalarini qo'shamiz va berilgan balka epyurasini hosil qilamiz.

«Qurilish mexanikasi» kursida ko'p oraliqli statik noaniq balkalarni hisoblashning yana bir nechta usullari ko'rib chiqiladi.

8- §. Cho'zilish-siqilish va buralishga ishlovchi statik noaniq sistemalarni kuch usuli bilan hisoblash

Bunday sistemalarni hisoblash tartibi yuqorida bayon etilgani kabi, ammo ko'chishni aniqlash uchun Mor integralining boshqa qo'shiluvchilaridan foydalaniladi.

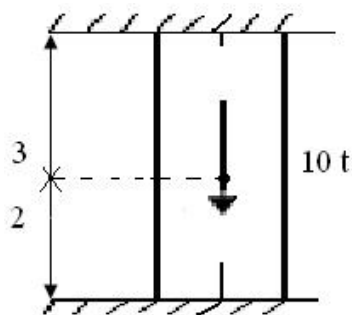
$$\sum \int_0^{\ell} \frac{N_1 N_P}{EF} dz \quad \text{va} \quad \sum \int_0^{\ell} \frac{M_1^b M_P^b}{I_{\rho} G} dz$$

Undan tashqari, asosiy sistemani tanlashda statik noaniqlikni aniqlashning o'ziga xos jihatlari mavjud. Bir qator misollarda cho'zilish-siqilishga ishlovchi statik noaniq sistemalar hisobini ko'raylik.

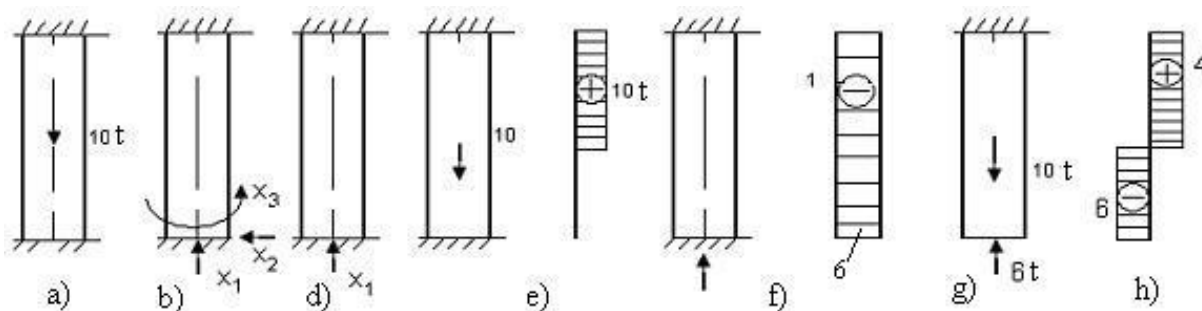
10.34-rasmda keltirilgan sterjen uchun bo'ylama kuchlar epyurasini qurish talab etilsin.

Shaklan sistema noaniqlik darajasi 3 ga teng va asosiy sistema ko'rinishi 10.35b-rasmda keltirilgan.

Ammo, berilgan yukda $X_2=X_3=0$ bo'lgani uchun masala statik noaniqlik darajasi 1 ga teng. Mos ravishda asosiy sistema ko'rinishi 10.35d-rasmda keltirilgan.



10.34-rasm. Cho‘zilish va siqilishda ishlovchi statik noaniq sterjen.



10.35-rasm. Cho‘zilish va siqilishda ishlovchi statik noaniq sterjen hisobi:

a) berilgan sistema; b) asosiy sistema; d) sistemaga faqat X_1 ta’sir etgan hol; e) P kuch ta’siridan qurilgan epyura; f) X_1 kuch ta’siridan qurilgan epyura; g) sterjenga ta’sir qilayotgan kuchlar; h) yakuniy N epyurasi.

Kanonik tenglama $X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$. Tashqi yuk N_P va birlik kuch epyuralarini quramiz (10.35e,f-rasmlar), hamda 9.2-jadval yordamida ko‘paytiramiz.

$$\delta_{11} = 5 / \Delta F \quad \Delta_{1P} = -30 / EF$$

Ko‘chishning topilgan qiymatlarini kanonik tenglamaga qo‘yib, $\frac{1}{EF}$ ga qisqartirsak

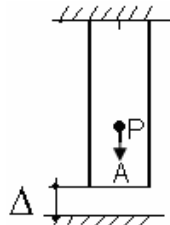
$$5X_1 - 30 = 0$$

$$X_1 = 6 t.$$

Asosiy sistemani tashqi yuk va X_1 kuch miqdori bilan yuklab, to‘la yuklanishdagi asosiy sistemani tuzamiz (10.35g- rasm) va N epyurasini birlik kuch epyurasi bilan ko‘paytirish kerak. Oldin ta’kidlab o‘tilganidek cho‘zilishdagi ko‘chish miqdori $N(\omega_N)$ epyurasini yuzasini EF ga bo‘linganiga teng.

Masalamizda $\omega_N/EF = -6 \cdot 2 + 4 \cdot 3/EF = 0$, ya'ni masalani to'g'ri yechilganlik sharti N epyura yuzasining nolga tengligidir. Ushbu tasdiq cho'zilish-siqilishdagi bikrligi ($EF = \text{const}$) o'zgarmas bo'lgan sterjenlar uchun o'rinli.

Cho'zilish-siqilishga ishlovchi sistema deformatsiyalanish jarayonida statik noaniq sistemaga aylanib qolish hollari mavjud (10.36-rasm).



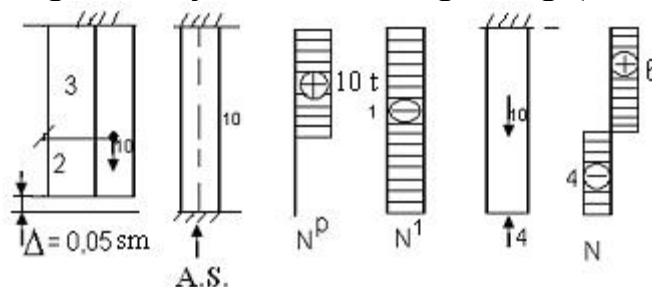
10.36-rasm. Δ oraliqli yuqoriga osilgan sterjenli sistema.

Sterjen A nuqtasining ko'chishi Δ oraliq kattaligiga yetguncha sistema statik aniq bo'ladi. Oraliq bekilganda A nuqta erkin ko'cholmaydi va sistema statik noaniqqa aylanadi. Bu holda kanonik tenglama ko'rinishi

$$X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = \Delta \text{ ko'rinishda bo'ladi.}$$

Kanonik tenglamani tuzayotganda Δ ishorasiga e'tibor berish kerak. Agar A nuqta ko'chishi X_1 kuch yo'nalishi bilan ustma-ust tushmasa, u holda Δ ishorasi (–) olinadi.

Misol tariqasida oldingi masalani sterjen pastki uchi va tayanch orasidagi $0,05 \text{ sm}$ li oraliq mavjud deb olamiz. Sterjen po'latdan yasalgan, ko'ndalang kesim yuzasi 10 sm^2 ga teng (10.37-rasm)



10.37-rasm. Δ oraliqli yuqoriga osilgan sterjenli sistemaning hisobi.

A nuqtaning erkin holatda, pastki tayanch bo'lmagandagi ko'chishi (IV-bob, 3-§ ga qarang)

$$\Delta_A = N/EF = 10000 \text{ kg} \cdot 300 \text{ sm} / 2 \cdot 10^6 \text{ kg sm}^2 \cdot 10 \text{ sm}^2 = 0,15 \text{ sm}$$

Mos ravishda sterjen 0,05 sm ga uzayganda sistema statik noaniqqa aylanadi.

Asosiy sistema, birlik va tashqi yuk epyuralari, yuk va birlik ta'siridan ko'chishlar xuddi oldingi misol kabi bo'ladi.

Ular qiymatini kanonik tenglamaga qo'ysak

$$\frac{5X}{EF} - \frac{P}{EF} = -0,05 \text{ sm}$$

$\delta_{11} = 5/EF$, $\Delta_{1P} = -30/EF$ IX-bobda cho'zilish-siqilishdagi

aniqlanuvchi ko'chish o'lchami $\delta_{11} = \frac{5tm}{EF}$, $\Delta_{1P} = \frac{30tm}{EF}$ ga teng edi.

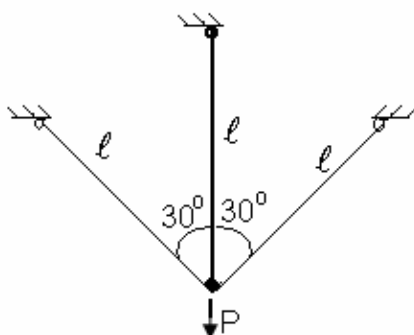
Kattaliklarni kilogramm va santimetrlarga o'tkazib, qiymatlarini kanonik tenglamaga qo'yamiz.

$X_1 \cdot 500000 \text{ kg} \cdot \text{sm} - 3000000 \text{ kg} \cdot \text{sm} = -0,05 \text{ sm} \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 \cdot 10 \text{ sm}^2$
bu yerdan, $X_1 = 4$.

To'la yuklanishdagi asosiy sistemani tuzib, N epyurasini quramiz (10.37-rasm). Natijani tekshirish uchun N epyurasini birlik kuch epyurasiga ko'paytiramiz.

$$-6 \cdot 3 / EF + 4 \cdot 2 \cdot 1 / EF = -10t \cdot m / EF = 1000000 \text{ kgsm} / 2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 \cdot 10 \text{ sm}^2 = -0,05 \text{ sm} = \Delta$$

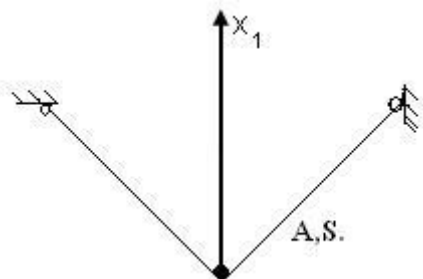
Cho'zilish-siqilishga ishlovchi shunday statik noaniq sistemalar mavjudki, ular bir nechta sterjenni sharnirlar yordamida tutashtirishdan hosil bo'ladi, masalan, 10.38-rasmda keltirilgan sxema.



10.38-rasm. Statik noaniq sharnirli sterjenli sistema.

Sterjenda hosil bo'luvchi bo'ylama kuchlar noma'lum hisoblanadi. Tekis sistemada zo'riqishlar soni tenglamalar soniga teng bo'lishi kerak, bizni misolda kuchlar uchrashuvchi kuch sistemasi bo'lgani uchun sistema noaniqlik darajasi 1 ga teng. (10.1) ifodadan $n = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 5 = 1$ natijani olish mumkin.

Sharnirlardan birini tashlab yuborib, uni zo‘riqish kuchi bilan almashtiramiz va asosiy sistemani tuzamiz (10.39-rasm). Bu kabi konstruksiyalarda asosiy sistemaning o‘ziga xos jihati rasman X_1 kuch bo‘lmaganda u geometrik jihatdan o‘zgaruvchi bo‘ladi.

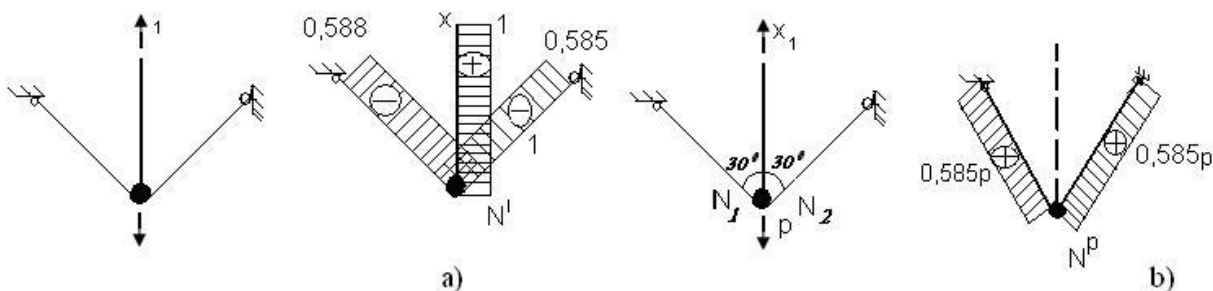


10.39-rasm. Berilgan sterjen uchun asosiy sistema.

Kanonik tenglama ko‘rinishi

$$\tilde{O}_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$$

Birlik kuch (10.40a-rasm) va tashqi yuk (10.40b-rasm) epyuralarini quramiz.



10.40-rasm. Sterjenning hisobi:

a) birlik kuch epyurasi; b) tashqi kuch epyurasi.

Birlik kuch ta’siridan

$$\sum X = -N_1 \sin 30^\circ + N_2 \sin 30^\circ = 0, \quad N_1 = N_2$$

$$\sum Y = 1 + N_2 \cos 30^\circ + N_3 \cos 30^\circ = 0, \quad N_2 = N_3 = -0.585$$

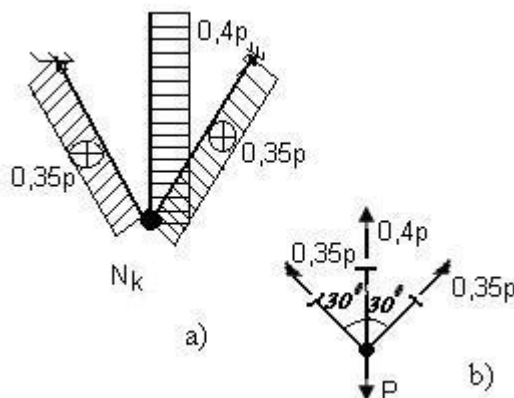
Tashqi yuk ta’siridan $N_2 = N_3 = -0.585$

Kanonik tenglamaga kiruvchi ko‘chishlarni aniqlaymiz

$$\delta_{11} = \frac{0.585 \cdot \ell \cdot 0.585}{EF} + \frac{1 \cdot \ell \cdot 1}{EF} + \frac{0.585 \cdot \ell \cdot 0.585}{EF} = \frac{1.68\ell}{EF};$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{0.585 \cdot \ell \cdot 0.585 D}{EF} + 0 - \frac{0.585 \cdot \ell \cdot 0.585 D}{EF} = -\frac{0.68 P \ell}{EF};$$

$$X_1 = \frac{0,68P\ell}{1,68\ell} = 0,4P.$$



10.41-rasm. Bo‘ylama kuch epyurasini qurish:

- a) yakuniy bo‘ylama kuch epyurasi;
- b) tugunga ta’sir qiluvchi kuchlar.

Birlik kuch epyurasini olingan kattalikka ko‘paytirib, uni tashqi yuk epyurasi bilan qo‘shamiz va N epyurasini olamiz (10.41-rasm). Natijani tekshirish uchun tashqi yuk va sterjen hosil bo‘lgan ichki kuchlar bilan yuklangan tugun muvozanatini ko‘ramiz (10.41b-rasm).

$$\sum Y = 0,4P + 2(0,35P \cos 30^\circ) - P = 0$$

Demak sterjendagi zo‘riqishlar to‘g‘ri topilgan

Shunday qilib, ixtiyoriy sondagi sterjenlardan, turli uzunlikdagi va cho‘zilish-siqilishda turli xil bikrlikka ega bo‘lgan sistemalarda zo‘riqishlarni topish mumkin ekan.

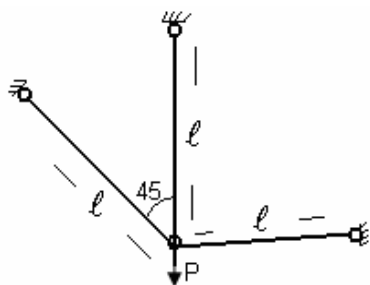
Yechilgan masala kabi yana bitta masalani ko‘raylik. 10.42-rasmda keltirilgan sterjenlar konstruksiyasidagi zo‘riqishlar topish talab etilsin.

Ushbu masalaning o‘ziga xos jihati shundan iboratki, bir qarashda tashqi yuk ta’sirida uch sterjendagi zo‘riqish nolga tengga o‘xshaydi.

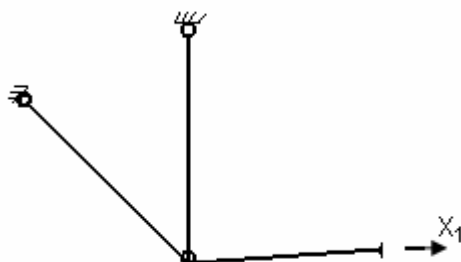
Oldingi masala kabi sharnirlardan birini tashlab yuborib, uni ta’sirini zo‘riqish bilan almashtiramiz va asosiy sistemani tuzamiz (10.43-rasm).

Kanonik tenglama ko‘rinishi $X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$

Sterjenlardagi zo‘riqishlarni topib, bo‘ylama kuchlarning $X_1=1$ kuch (10.44-rasm) va tashqi yuk (10.45-rasm) ta’siridan epyuralarini quramiz.



10.42-rasm. Statik noaniq sterjenli sistema.

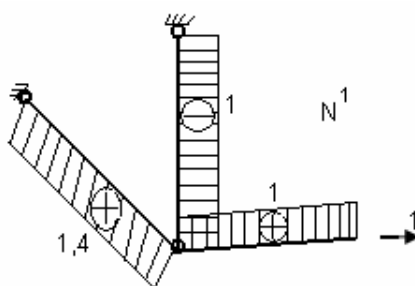


10.43-rasm. Statik noaniq sterjen uchun tanlangan asosiy sistema.

1. Birlik kuch ta'siridan

$$\sum X = 1 - N_1 \cos 45^\circ = 0 \quad N_1 = 1,4$$

$$\sum Y = N_1 \cos 45^\circ + N_2 = 0 \quad N_2 = -1.$$



10.44-rasm. Birlik kuch ta'siridan qurilgan bo'ylama kuch epyurasi.

2. Tashqi yuk ta'siridan

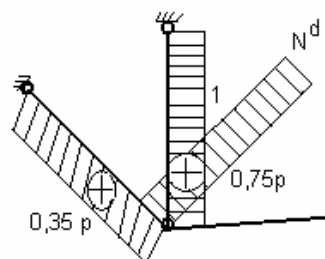
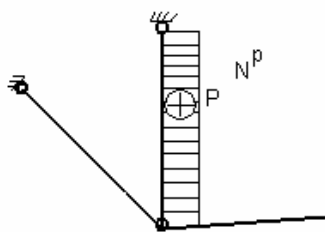
$$\sum X = -N_1 \cos 45^\circ = 0 \quad N_1 = 0$$

$$\sum Y = N_2 - P = 0 \quad N_2 = P$$

$$\delta_{11} = \frac{1.4 \cdot l \cdot 1.4}{EF} + \frac{1 \cdot l \cdot 1}{EF} + \frac{1 \cdot l \cdot 1}{EF} = \frac{3,96l}{EF}$$

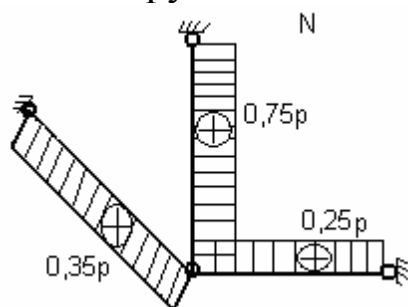
$$\Delta_{1P} = - \frac{P \cdot l \cdot 1}{EF} = - \frac{P \cdot l}{EF}$$

Demak, $X = 0,25 P$ ga teng ekan

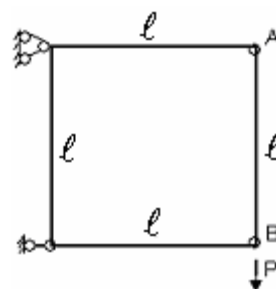


10.45-rasm. Tashqi yuk ta'siridan qurilgan epyura.

$X_1 = 1$ epyurasini olingan kattalikka ko'paytirib, M^P epyurasi bilan qo'shib N epyurasini hosil qilamiz (10.46-rasm).



10.46-rasm. Yakuniy bo'ylama kuch epyurasi.

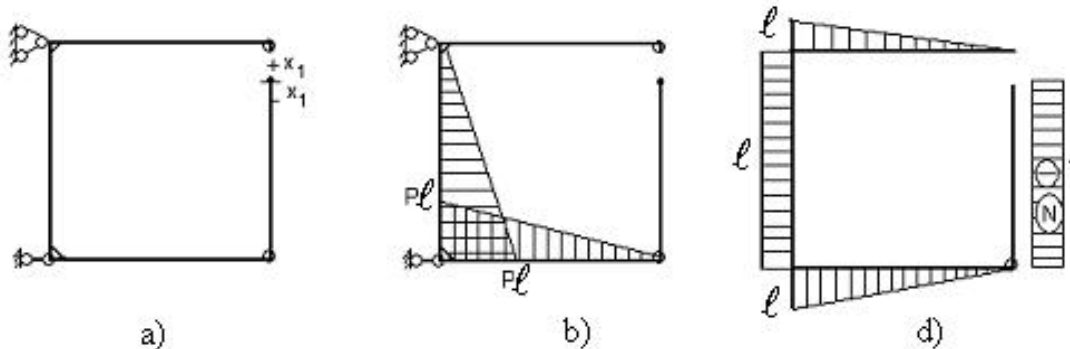


10.47-rasm. Murakkab deformatsiyaga ishlovchi sterjenli sistema.

Shunday sistemalar mavjudki, ularning bir qismi cho'zilish-siqilishga ishlaydi. 10.47-rasmda ana shunday sistemalarga misol keltirilgan. (Masala va uning yechimi V.I.Feodosyevning «Materiallar qarshiligi» darsligidan olindi).

Rama uchun eguvchi momentlar epyurasini qurish talab etilsin (10.47-rasm). Ramaning A va B nuqtalari o'zaro cho'zilishdagi bikrligi $E_0 F_0$ bo'lgan sterjen bilan bog'langan. Sistema noaniqlik darajasi 1 ga teng.

Yuqori nuqtalarda AB sterjenni kesib, asosiy sistemani quramiz (10.48a-rasm). So'ngra berilgan kuchlar momentlari epyurasini quramiz (10.48b,d-rasmlar). Undan tashqari AB bo'lakda cho'zilishini hisobga olib N_I normal kuch epyurasini quramiz.



10.48-rasm. Murakkab deformatsiyaga ishlovchi sterjenli sistema hisobi:
a) asosiy sistema; b) tashqi kuch epyurasi; d) birlik kuch epyurasi.

Kanonik tenglama $X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$ koefitsientlarini hisoblash uchun cho'zuvchi kuch, eguvchi moment epyuralarini ko'paytiramiz.

$$\delta_{11} = \frac{\ell \cdot \ell \cdot \ell}{3EI} + \frac{\ell \cdot \ell \cdot \ell}{EI} + \frac{\ell \cdot \ell \cdot \ell}{3EI} + \frac{\ell}{E_0 F_0} = \frac{5\ell^3}{3EI} + \frac{\ell}{E_0 F_0}$$

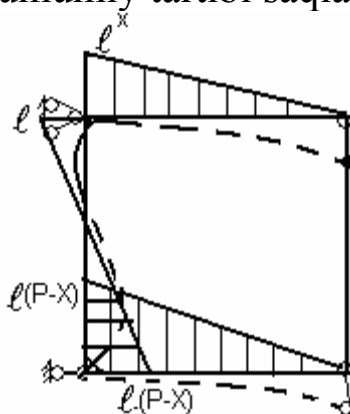
$$\Delta_{1P} = -\frac{Pl \cdot \ell \cdot \ell}{3EI} + \frac{Pl \cdot \ell \cdot \ell}{2EI} = \frac{Pl^3}{6EI}$$

$$X \text{ ni topamiz} \quad X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{P}{2} \frac{1}{1 + \frac{3EI}{5E_0 F_0 \ell^2}}$$

Sterjendagi zo‘riqish rama egilishdagi bikrligini AB sterjenni cho‘zilishdagi bikrligiga nisbatiga bog‘liq ekan. Agar AB sterjen bikrligi yuqori bo‘lsa, u holda $X_1 = P/2$ va sterjin P kuch yarmiga teng zo‘riqish oladi. Agar sterjen bikrligi past bo‘lsa, u holda $X \rightarrow 0$ va P kuchni butun rama qabul qiladi.

10.49-rasmda rama eguvchi momentlari epyurasi va uning egilgan o‘qi shakli ko‘rsatilgan.

Buralishga ishlovchi statik noaniq sistemalarni yechishda kuch usuli bilan hisoblashning umumiy tartibi saqlanib qoladi.



10.49-rasm. Eguvchi moment epyurasi.

Kanonik tenglamaga kiruvchi ko‘chishlar Mor usuli bilan quyidagi ifodadan aniqlanuvchi buralish burchaklariga teng.

$$\Delta = \int_0^e \frac{M_b^P M_b^1}{I_\rho G} dz$$

yoki Vereshchagin qoidasi bilan qurilgan burovchi momentlar epyurasiga teng.

Cho‘zilish-siqilishdagi kabi Vereshchagin qoidasini qo‘llash qulay, chunki burovchi momentlar epyuralari to‘g‘ri to‘rtburchakdan iborat. Bunday tipdagi masalalarga misol sifatida ikkala tomoni qistirib

mahkamlangan, tashqi burovchi momentlar qo'yilgan, doirasimon sterjenni ko'raylik (10.50a-rasm).

Berilgan sistema umumiy holda fazoviy va statik noaniqlik darajasi 6 ga teng, ammo berilgan yuk ta'sirida faqat X_1 burovchi moment noma'lum xolos, ya'ni sistema noaniqlik darajasi 1 ga teng.

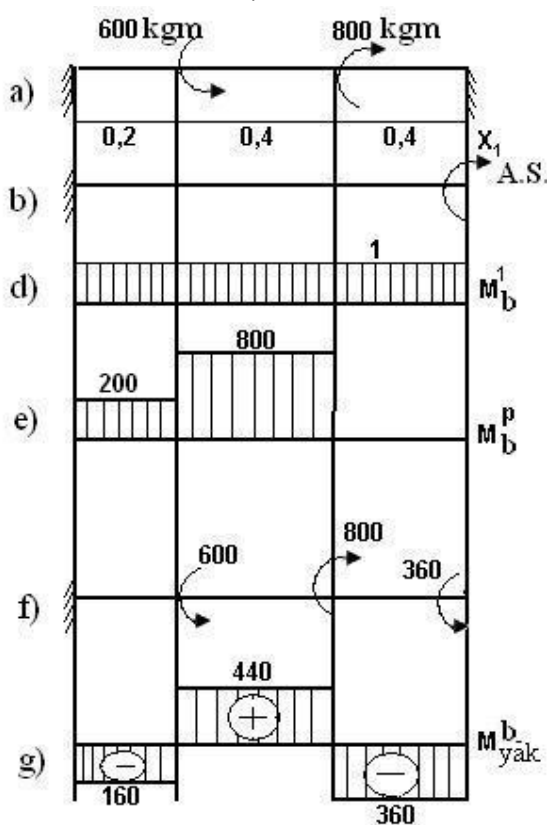
Sistema biror uchini bo'shatib, unga X_1 burovchi momentni qo'yamiz va asosiy sistemani tuzamiz (10.50b-rasm).

Kanonik tenglama ko'rinishi.

$$X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$$

Birlik kuch (10.50d-rasm) va tashqi yuk (10.50e-rasm) epyuralarini quramiz.

$$\delta_{11} = \frac{1 \cdot 1 \cdot (0,2 + 0,4 + 0,4)}{I_\rho G} = \frac{1}{I_\rho G}$$



10.50-rasm. Statik noaniq valni kuch usulida hisoblash:

a) berilgan sistema; b) asosiy sistema; d) birlik kuch epyurasi; e) tashqi kuch epyurasi; f) sistemaning hisob sxemasi; g) yakuniy burovchi moment epyurasi.

$$\Delta_{1P} = \frac{200 \cdot 0,2}{I_\rho G} + \frac{800 \cdot 0,4}{I_\rho G} = \frac{360}{I_\rho G}, \quad X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -360 \text{ kg m}$$

Yechimdagi (-) ishora o'ng tayanchdagi reaktiv moment yo'nalishi X_1 momenti yo'nalishiga qarama-qarshi ekanligini bildiradi. Asosiy

sistemani shu moment va tashqi yuk bilan yuklab, burovchi momentlar yakuniy epyurasini quramiz (10.50f-rasm).

Burovchi momentlar yakuniy epyurasini birlik kuch epyurasi bilan ko'paytirib, olingan natijani tekshiramiz. Birlik kuch epyurasi balandligi 1 ga teng to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lgani uchun ko'paytirish natijasi M^b epyura yuzasini buralishdagi bikiikka bo'lganligiga teng.

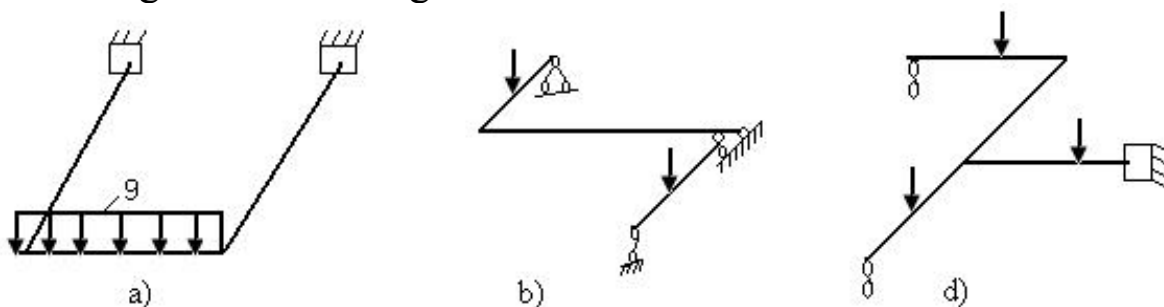
$$\Delta_{M_1} = \frac{-360 \cdot 0,4 + 440 \cdot 0,4 - 160 \cdot 0,2}{I_\rho G} = 0$$

Demak, masala to'g'ri yechilgan.

Shunday qilib, sterjen bikiirigi o'zgarmas bo'lganda, statik noaniq masalani buralishda to'g'ri yechilganligi sharti burovchi momentlar yakuniy epyurasi yuzasining nolga tengligi ekan. Statik noaniq sistemalarni buralishga hisoblashda fazoviy statik noaniq masalalar eng ko'p uchraydi.

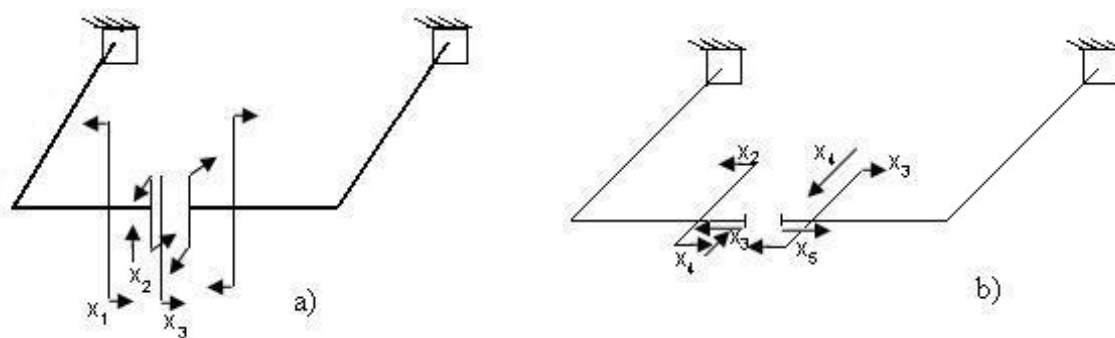
9- §. Oddiy yassi fazoviy sistemalarni kuch usuli bilan hisoblash

Yassi fazoviy sistemalar deb, geometrik jihatdan yassi, ammo rama tekisligiga perpendikulyar tekislik bo'yicha kuch ta'sir etuvchi atalishi oldin aytib o'tilgan. 10.51-rasmda yassi fazoviy statik noaniq sistemalarga misol keltirilgan.



10.51-rasm. Yassi fazoviy statik noaniq ramalar.

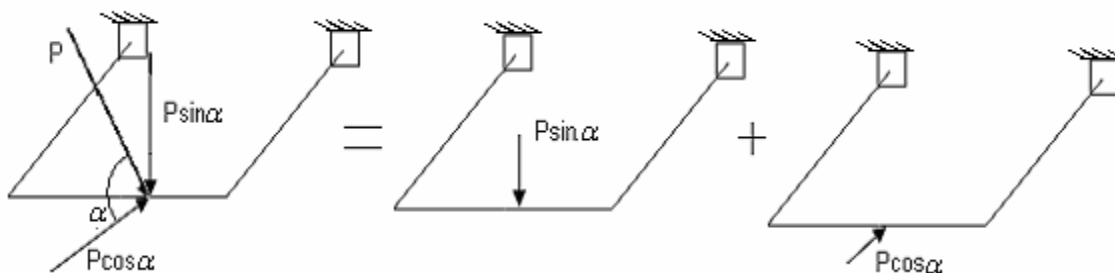
10.51a-rasmda keltirilgan sistemani ko'ramiz. Simmetriya o'qi bo'ylab kesim o'tkazsak, kesimda 6 ta noma'lum kuch hosil bo'ladi. Rama tekisligiga tik yo'nalishdagi ichki kuchlarni X_1, X_2, X_3 orqali, rama tekisligida yotuvchilarni X_4, X_5, X_6 orqali belgilaymiz (10.52b-rasm).



10.52-rasm. Asosiy sistema tanlash:
a) vertikal kuchlar; b) gorizontal kuchlar.

Rama tekisligiga perpendikulyar yukda (yassi fazoviy masala) X_4, X_5, X_6 kuchlar nolga teng hamda rama tekisligida yotuvchi yuk (tekis masala) ta'sir etganda X_1, X_2, X_3 kuchlar nolga teng bo'ladi.

Yassi ramaga qo'yilgan ixtiyoriy yukda rama hisobini yarim fazoviy va yassi ramani hisoblashga keltirish mumkin (10.53-rasm).



10.53-rasm. Berilgan ramani vertikal va gorizontal tashkil etuvchilarga ajratish.

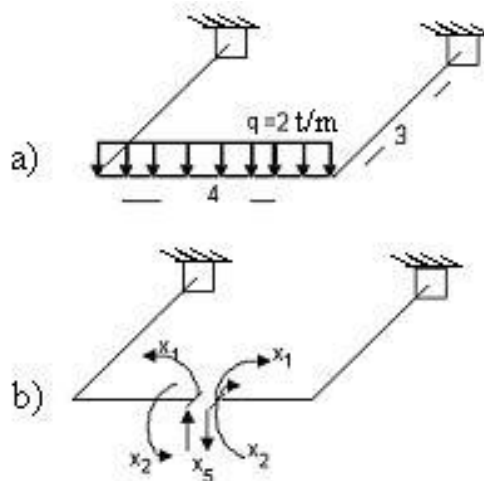
10.54a-rasmda keltirilgan rama misolida yarim fazoviy statik noaniq sistemani hisoblashni ko'ramiz.

Rama sterjenlari ko'ndalang kesimlari doirasimon bo'lib, rama rigelini simmetriya o'qi bo'ylab kesiladi va asosiy sistema tanlanadi (10.54-rasm).

X_1 –noma'lum simmetrik, X_2, X_3 lar esa qiya simmetrik.

Simmetrik yukda qiya simmetrik noma'lumlar nolga teng, ya'ni $X_2 = X_3 = 0$ kanonik tenglama ko'rinishi

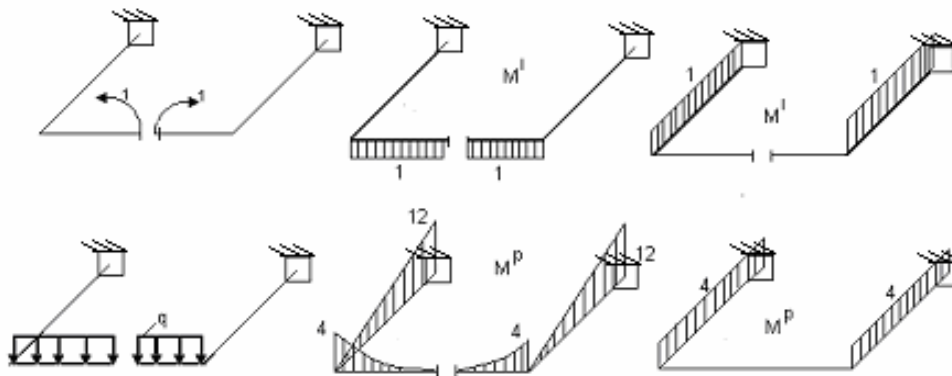
$$\delta_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0$$



10.54-rasm. Doirasimon kesimli rama hisobi:

a) berilgan sistema; b) asosiy sistema.

Kanonik tenglamaga kiruvchi ko'chishlarni aniqlashda yarim fazoviy sistemalarda sterjenlar bir vaqtni o'zida egilishi va buralishi mumkinligini hisobga olish kerak.



10.55-rasm. Yassi rama hisobi.

Birlik kuch va tashqi yuk epyuralarini quramiz (10.55-rasm). Ikkala holda ham eguvchi va burovchi momentlar epyuralarini qurish kerak.

Birlik kuch ta'siridan

$$M_1^{eg} = 1, \quad M_2^{eg} = 0, \quad M_1^b = 0, \quad M_2^b = 1.$$

Tashqi yuk ta'siridan

$$M_1^e = qz^2 / 2, \quad z_1 = 0 \text{ da } M = 0, \quad z_2 = 2 \text{ da } M = 4 \text{ t.m}$$

$$M_2^e = 2 \cdot 2 \cdot z_2, \quad z_1 = 0 \text{ da } M_2^{eg} = 0, \quad z_2 = 3 \text{ da } M_2^e = 12 \text{ t.m}$$

$$M_1^b = 0, \quad M_2^b = 4 \text{ t.m}$$

Egilish va buralishdagi birkliklarni topamiz. Doira uchun $I_\rho = 0,1d^4$, $I_x = 0,05d^4$, $E = 2 \cdot 10^6 \cdot \text{kg} / \text{sm}^2$, $G = 8 \cdot 10^5 \text{ kg} / \text{sm}^2$,

$$\frac{EI}{I_\rho G} = \frac{0,05d^4 \cdot 2 \cdot 10^6}{0,1d^4 \cdot 8 \cdot 10^5} = 1,25 \approx 1 + \nu$$

Bu yerda, ν – Puassan koeffitsenti.

$$EI_x = 1,25I_\rho G.$$

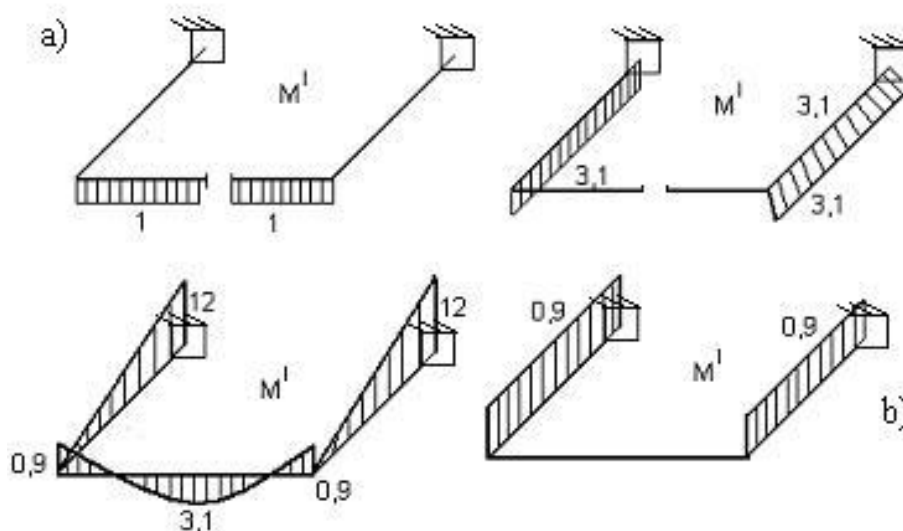
Mor-Vereshchagin usuli bo'yicha epyuralarni ko'paytiramiz (Rama bitta yarim epyuralarni ko'paytiramiz).

$$\Delta_1 = -\frac{4 \cdot 2 \cdot 1}{3EI} - \frac{4 \cdot 3 \cdot 1}{I_\rho \cdot G} = -\frac{8}{3 \cdot 1,25I_\rho G} - \frac{12}{I_\rho G} = -\frac{14,4}{I_\rho G}$$

$$X_1 = \frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = 3,1$$

Shu kattalikka birlik kuch epyuralarni ko'paytirib (10.56a-rasm), uni tashqi yuk epyurasiga qo'shamiz va eguvchi va burovchi momentlar yakuniy epyurasini hosil qilamiz (10.56b-rasm).

Zarur hollarda to'la yuklanishdagi asosiy sistemani tuzib Q epyurasini qurish mumkin.



10.56-rasm. Yassi rama uchun yakuniy eguvchi moment epyurasini qurish:

a) birlik kuch epyurasi; b) yakuniy epyuralar.

Statik noaniq fazoviy sistemalar hisobi yetarli darajada murakkab va «Sterjenli sistemalar mexanikasi» kursida batafsil o'rganiladi.

XI bob **MURAKKAB QARSHILIK**

1- §. Murakkab qarshilik haqida tushuncha

Murakkab qarshilik deganda sterjen ko'ndalang kesimlarida tashqi yuk ta'sirida bir emas, bir nechta ichki kuchlar hosil bo'lib, har birining sterjen mustahkamligi va deformatsiyalanishiga ta'sir darajasi bir xil bo'lgan hol tushuniladi. Amalda kesimda bitta ichki kuch hosil bo'lish hollari juda kam uchraydi. Masalan, egilishda ko'ndalang kesimlarda bir paytning o'zida ichki kuchlar – eguvchi moment M , ko'ndalang kuch Q , bo'ylama kuch N hosil bo'ladi. Ammo bu kuchlar ta'siridan hosil bo'luvchi kuchlanishlarning jism mustahkamligiga ta'siri bir-biriga nisbatan solishtirib bo'lmaydigan darajada bo'lganligi sababli, hisoblashlarda bir qism kuchlar ta'siri hisobga olinmaydi. Masalan egilishda faqat eguvchi momentni, prujina hisobida faqat burovchi momentni e'tiborga olinadi va hokazo, ya'ni masala oddiy qarshilikning turlaridan biriga keltiriladi.

Shunday qilib, oddiy va murakkab qarshilik o'rtasidagi chegara yetarli darajada shartli ekan. Odatda murakkab qarshilik 3 ta asosiy ko'rinishlarga ajratiladi – qiyshiq egilish, u ichki kuchlar eguvchi momenti ta'sir tekisligi ko'ndalang kesim bosh markaziy inersiya o'qlarining birortasiga ham mos kelmaganda ro'y beradi, egilish va cho'zilish (yoki siqilish)ning bir paytda sodir bo'lishi, buning uchun sterjen ko'ndalang kesimlarida ichki bo'ylama N kuch va ichki kuchlar eguvchi momenti M_{eg} hosil bo'lishi hamda ikkala omil tomonidan paydo bo'luvchi normal kuchlanishlar miqdori darajasi bir xil, ko'ndalang kesimlarda ichki kuchlarning eguvchi va burovchi momentlari bir vaqtda hosil bo'lishidan paydo bo'luvchi burilishli egilish. Egilish va cho'zilish (siqilish)ning birgalikdagi ta'siriga qo'yilish nuqtasi kesim og'irlik markazida bo'lmagan cho'zuvchi yoki siquvchi bo'ylama kuch ta'siridagi markaziy bo'lmagan cho'zilish (siqilish)ni misol qilish mumkin.

Sterjenlarni murakkab qarshilikka hisoblashda kuchlar ta'sirining mustaqillik qonunidan foydalaniladi, ya'ni sterjenga bir nechta kuch ta'sir etganda, har bir kuch ta'sirini alohida ko'rib, natija esa qo'shiladi. Masalan, qiyshiq egilishni sterjenni biror x va y bosh markaziy o'qlariga nisbatan eguvchi ikkita moment ta'siridagi egilish deb qarash mumkin. Ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi kuchlanish σ_x va σ_y yig'indisiga teng.

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_y = M_x Y / I_x + M_y X / I_y \quad (11.1)$$

Egilish va cho'zilishning birgalikdagi ta'sirida kuchlanish egilish va cho'zilish (siqilish) ta'siridan hosil bo'lgan kuchlanishlar yig'indisiga teng.

$$\sigma = \sigma^{ch} + \sigma^{eg} = N / F + M_x Y / I_y \quad (11.2 a)$$

yoki cho'zilish (siqilish) va qiyshiq egilishda

$$\sigma = \sigma^{ch} + \sigma^{eg} = N / F + M_x Y / I_x + M_y X / I_y \quad (11.2 b)$$

Ushbu murakkab qarshilik turlarini birlashtirib turuvchi umumiy jihat shundan iboratki, cho'zilish (siqilish) ta'siridan ham, egilish ta'siridan ham sterjen ko'ndalang kesimlarida σ normal kuchlanishlar hosil bo'lib, kesim har bir nuqtasidagi yakuniy kuchlanishni tashkil etuvchilarning algebraik yig'indisi sifatida aniqlash mumkin.

Egilish va buralish birgalikda ta'sir etganda har bir kuch omilini alohida ko'rish mumkin, lekin yakuniy natija ya'ni yakuniy kuchlanishni yig'indi sifatida topish mumkin emas, chunki egilishda sterjen ko'ndalang kesimlarida normal kuchlanishlar, buralishda esa urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi.

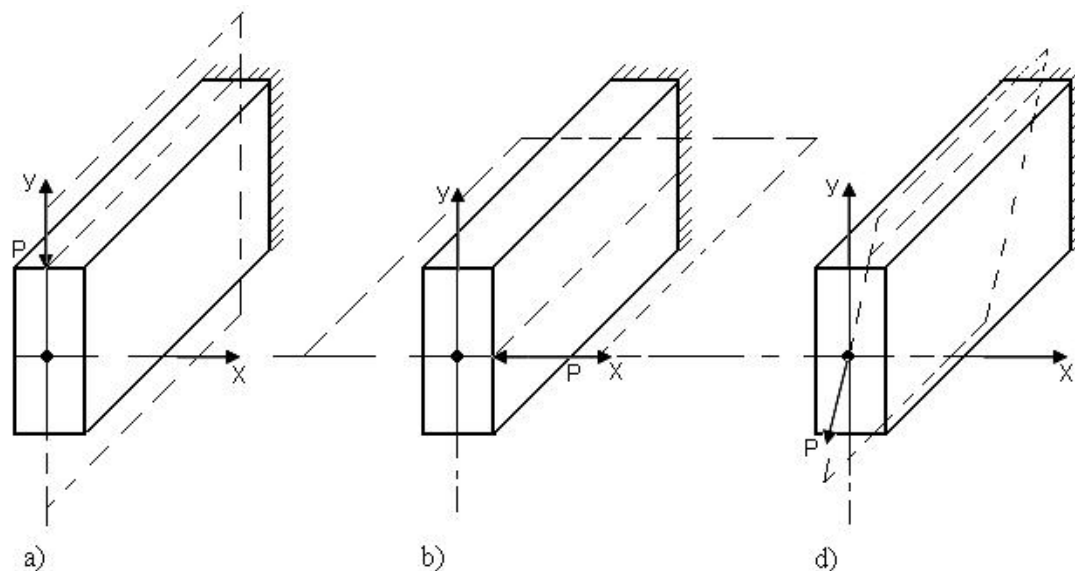
Bu holda materialni baholash uchun mustahkamlik nazariyasidan foydalanishga to'g'ri keladi (V-bob, 7-§ ga qarang), shu sababli, qiyshiq egilish hamda cho'zilish va egilishni birgalikdagi ta'siri oddiy qarshilikning favqulodda holati deb, murakkab qarshilikka faqat egilishning buralish bilan bir vaqtdagi ta'siri kiritiladi.

2- §. Qiyshiq egilish

Ichki kuchlar eguvchi momenti ta'sir tekisligi sterjen ko'ndalang kesimi bosh inersiya o'qlarining birortasi bilan ham ustma-ust tushmasa qiyshiq egilish hosil bo'lishini yuqorida aytilgan edi. O'z navbatida moment ta'sir tekisligi tashqi yuklar holatiga bog'liq bo'ladi.

11.1.a-rasmda moment ta'sir tekisligi y bosh markaziy o'qi orqali, 11.1.b-rasmda esa x o'qi orqali o'tadi, mos ravishda bu hollarda to'g'ri

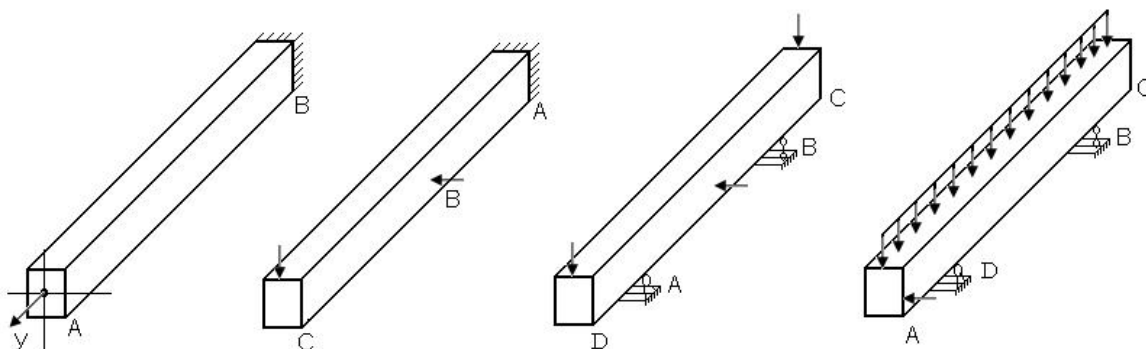
ko'ndalang egilish yuzaga keladi, birinchi holda x o'qi, ikkinchi holda y o'qi neytral o'q bo'ladi. 11.1.d-rasmda keltirilgan holda eguvchi moment ta'sir tekisligi ko'ndalang kesim bosh markaziy inersiya o'qlarining hech biri bilan mos kelmagani uchun qiyshiq egilish yuzaga keladi.



11.1-rasm. Erkin uchiga P kuch qo'yilgan balkaning egilishi:

- a) egilish tekisligi « y » o'qi bo'yicha mos tushadi; b) egilish tekisligi « x » o'qi bo'yicha mos tushadi; d) egilish tekisligi bosh o'qlarga mos tushmaydi.

11.2-rasmda keltirilgan barcha hollarda qiyshiq egilish faqat AB qismda, boshqa qismlarda to'g'ri ko'ndalang egilish hosil bo'ladi.

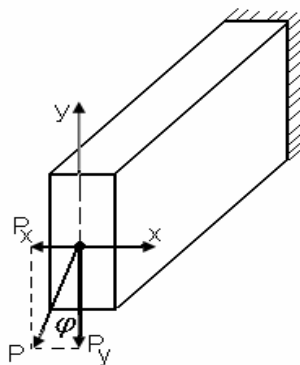


11.2-rasm. Qiyshiq egilish deformatsiyasi.

Konstruksiyalarda aksariyat hollarda ko'ndalang qiyshiq egilish hosil bo'lgani uchun, faqat ko'ndalang kesimida ikkita simmetriya o'qiga ega bo'lgan sterjenlarni ko'ramiz.

Yuqorida aytib o'tilganidek, qiyshiq egilishni M_y va M_x momentlar hosil qiluvchi ikki ko'ndalang egilishga ajratish mumkin. Ular

kattaligini aniqlash uchun har bir ko'ndalang kesimda M_y va M_x epyuralarini qurish kerak. Misol tariqasida 11.3-rasmدا keltirilgan sterjenni ko'raylik.



11.3-rasm. Qiyshiq egilishdagi sterjen hisobi.

Tashqi yukni x, y o'qlariga proeksiyalaymiz

$$P_y = P \cos \varphi, \quad P_x = P \sin \varphi$$

P_y kuchi ta'siridan M_x moment (x o'qi neytral o'q), P_x kuchi ta'siridan M_y moment (y o'qi neytral o'q) hosil bo'ladi. M_x va M_y epyuralarini quramiz.

Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipiga asosan ko'ndalang kesim nuqtalaridagi yakuniy kuchlanish M_x va M_y momentlar ta'siridan hosil bo'luvchi kuchlanishlar yig'indisiga teng, ya'ni

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_y = M_x Y / I_x + M_y X / I_y \quad (11.1)$$

bu yerda I_x, I_y – ko'ndalang kesim inersiya momentlari, M_x, M_y – ichki kuchlar momentlari, ular sterjen har bir ko'ndalang kesim uchun epyuralardan topiladi.

Har bir ko'ndalang kesim uchun I_x, I_y, M_x, M_y – kattaliklar o'zgarmas bo'ladi. x va y koordinatalar normal kuchlanishlar taqsimoti tenglamasida birinchi darajada ishtirok etgani uchun sterjen ko'ndalang kesimi kuchlanish epyuralari to'g'ri chiziqli bo'ladi. To'g'ri egilishdagi kabi ko'ndalang kesimda cho'zilgan va siqilgan sohalar vujudga keladi, ular normal kuchlanishlari nolga teng bo'lgan neytral o'q bilan ajratiladi, ya'ni

$$\begin{aligned} \sigma = M_x Y / I_x + M_y X / I_y &= 0 \quad \text{yoki} \\ M_x Y / I_x + M_y X / I_y &= 0 \end{aligned} \quad (11.2)$$

Yuqoridagi 11.2 tenglama qiyshiq egilishda neytral o'q tenglamasi deyiladi. Umumiy holda u quyidagi ko'rinishga ega

$$K_1 X + K_2 Y = 0$$

Bu yerda, $\hat{E}_1 = \dot{I}_{\delta} / I_y$, $\hat{E}_2 = \dot{I}_{\delta} / I_x$, ya'ni kesim og'irlik markazida yotuvchi koordinatalar boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini beradi.

Neytral chiziqni hosil qilish uchun x koordinataga ixtiyoriy qiymat berib, y ning mos keluvchi koordinatasini (11.2) tenglamadan topiladi. Qiyshiq egilishda neytral o'q ko'ndalang kesimning markaziy inersiya o'qlari bilan mos tushmaydi va yakuniy eguvchi moment tekisligiga perpendikulyar emas.

Sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'luvchi kuchlanishning absolyut miqdori ruxsat etilgandan ortib ketmasligi kerak ya'ni

$$\sigma = M_x Y / I_x + M_y X / I_y \leq [\sigma] \quad (11.3)$$

Ikkita simmetriya o'qiga ega bo'lgan ko'ndalang kesim uchun (11.3) ifodani quyidagicha yozish mumkin

$$\sigma = M_x / W_x + M_y / W_y \leq [\sigma] \quad (11.4)$$

bu yerda $I_x / Y_{\max}$ ni W_x , $I_y / X_{\max}$ ni W_y deb belgilab oldik.

(11.4) ifoda qiyshiq egilishdagi mustahkamlik sharti deyiladi. Eng katta siquvchi va cho'zuvchi kuchlanishlar neytral o'qdan eng uzoqdagi ko'ndalang kesim burchak nuqtalarida hosil bo'ladi. Absolyut miqdor jihatidan ikkita simmetriya o'qiga ega bo'lganda $\sigma_{\max}^{ch} = \sigma_{\max}^s$. Mo'rt materialdan tayyorlangan sterjenlar uchun mustahkamlik shartiga $[\sigma]_{ch}$ qo'yish kerak.

Qiyshiq egilishdagi mustahkamlik sharti, xuddi to'g'ri egilishdagi kabi sterjen ko'ndalang kesim kerakli o'lchamlarini topishga imkon beradi. Masalan, 11.4-rasmda keltirilgan ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli konsol ko'ndalang kesimi o'lchamlarini topish talab etilsin.

$$P_y = D \cos 60^\circ = 1,74 \text{ t}, \quad P_x = P \sin 30^\circ = 1 \text{ t}$$

mos ravishda

$$M_x^{max} = P_y l = 1,74 \text{ tm} = 174000 \text{ kg} \cdot \text{sm}$$

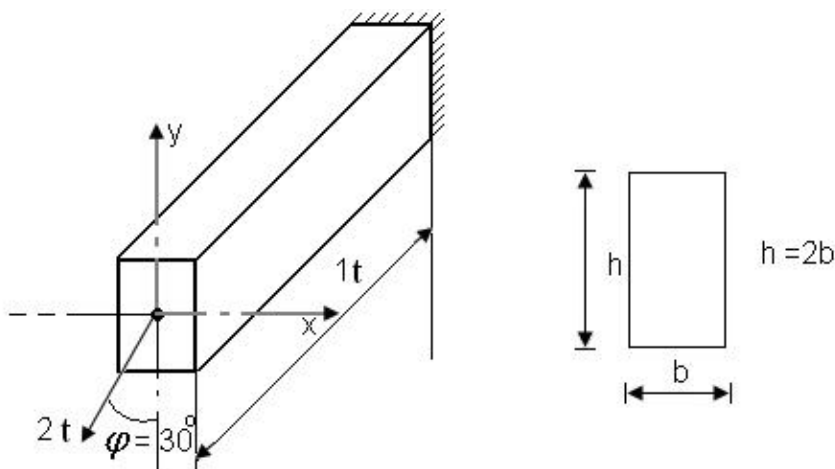
$$M_y^{max} = P_x l = 1 \text{ tm} = 100000 \text{ kg} \cdot \text{sm}$$

qarshilik momentlari

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{4b^3}{6} = 0,666 b^3 \quad W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{2b^2}{6} = 0,333 b^3$$

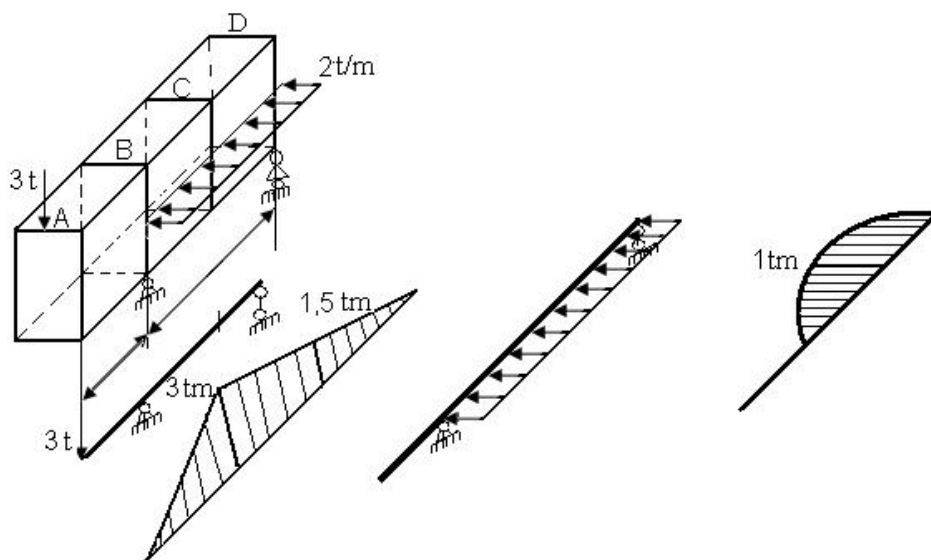
Yog'och uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 100 \text{ kg/sm}^2$. Bu qiymatni (11.4) mustahkamlik shartiga qo'yib, uni b ga nisbatan yechamiz.

$174000 \text{ kg.sm} / 0,666b^3(\text{sm}^3) = 100000 \text{ kg.sm} / 0.333 b^3(\text{sm}^3) \leq 100 \text{ kg.sm}^2$
 $b^3 = 6600 \text{ sm}^3, \quad b = 19 \text{ sm} \quad h = 38 \text{ sm}$
 Olingan natijalarni yaxlitlasak $b = 20 \text{ sm}, h = 40 \text{ sm}$.



11.4-rasm. Qiyshiq egilishdagi konsol balkaga to‘g‘ri to‘rtburchakli kesim tanlash.

Sterjenlarni qiyshiq egilishga hisoblashning o‘ziga xos jihati shundan iboratki, M_x va M_y eguvchi momentlar epyurasi tashqi ko‘rinishidan eng katta kuchlanish hosil bo‘luvchi kesim, ya’ni xavfli kesim holatini aniqlab bo‘lmaydi. Ko‘rilayotgan masalada xavfli kesim holati ko‘rinib turibdi, chunki M_x va M_y lar eng katta qiymatlarga qistirib mahkamlangan joyda erishadi, ammo boshqa hollar bo‘lishi ham mumkin. Misol tariqasida 11.5-rasmda sxemasi keltirilgan ikkita tayanchda yotuvchi balkani ko‘raylik.



11.5-rasm. Ikkita tayanchda yotuvchi balkaning hisobi.

Eguvchi momentlar epyurasidan balka AB qismida qiyshiq egilish, BD qismida esa ko'ndalang egilish vujudga kelishi ko'rinib turibdi. Epyuralar shaklidan M_x va M_y lar yetarli darajada katta qiymatga erishadigan C nuqta yoki M_y qiymati nolga teng, ammo M_x – max ga erishadigan B nuqta yotishi mumkin bo'lgan ko'ndalang kesim holatini aniqlay olmaymiz. Bu holda xavfli kesim holatini aniqlash uchun balka barcha xarakterli nuqtalardagi kuchlanishlarni topish kerak.

Qarshilik momentlari $W_x=0,666b^3$, $W_y=0,333b^3$ (oldingi masalaga qarang).

B nuqtadan o'tuvchi kesimdagi eng katta kuchlanish

$$\sigma_B = \frac{300000 \text{ kg} \cdot \text{sm}}{0,666 b^3} = \frac{450000}{b^3}$$

D nuqtadan o'tuvchi kesimdagi eng katta kuchlanish

$$\sigma_D = \frac{15000 \text{ kg} \cdot \text{sm}}{0,666 b^3} + \frac{100000}{0,333 b^3} = \frac{530000}{b^3}$$

D nuqtadagi kuchlanish katta bo'lgani uchun mustahkamlik shartiga $530000/b^3$ kattalikni qo'yish kerak.

Masalan, yog'och balka uchun

$$530000/b^3 = 100 \text{ kg/sm}^3, b^3 = 5300 \text{ sm}^3 \quad b = 17,3 \text{ sm} = 20 \text{ sm}, h = 40 \text{ sm}$$

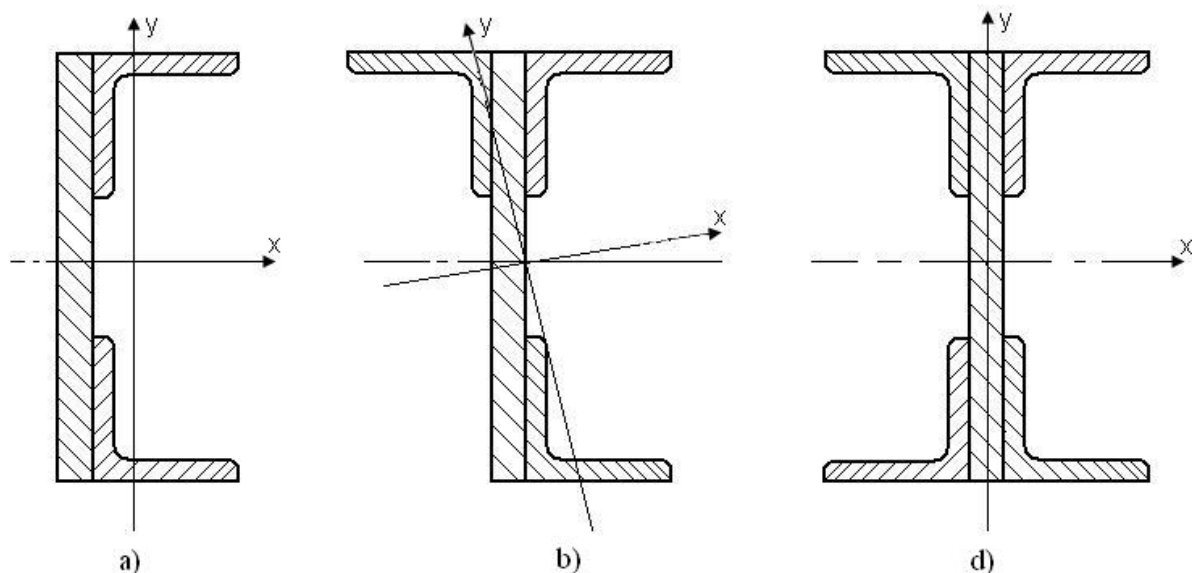
Qiyshiq egilishda sterjen nuqtalari ko'chishlarini topish uchun kuchlar ta'sirining mustaqillik qonunidan foydalaniladi. Unga asosan ixtiyoriy (masalan boshlang'ich parametrlar usuli) bilan oldin nuqtaning vertikal kuchlar ta'siridan Δ^{ver} ko'chishini, keyin gorizontal kuchlar ta'siridan Δ^{gor} ko'chishini topiladi. Sterjen o'qi nuqtasining to'la ko'chishi quyidagi (11.5) ifodadan topiladi.

$$\Delta = \sqrt{(\Delta^{\text{ver}})^2 + (\Delta^{\text{gor}})^2} \quad (11.5)$$

Xarakterli tomoni shundaki, ko'pincha balkaning gorizontal solqiligi, vertikalga nisbatan ikki marta ortiq. Solqiliklardagi farq kesim balandligi va kengligi nisbati oshishi bilan ko'payadi, demak kuchlanish ham ortadi.

Kesimlardagi bosh inersiya momentlari bir-biridan sezilarli farq qiluvchi balkalar eng katta bikrlilik tekisligida yaxshi ishlaydi (baland to'g'ri to'rtburchaklar, qo'shtavrlar, shvellerlar), ammo qiyshiq egilishga ishlashga yaramaydi. Shu sababli, tashqi kuchlar tekisligini balka ko'ndalang kesimi bosh markaziy o'qi bilan aniq mos keltirish qiyin bo'lgan hollarda konstruktor bu kabi kesimlarni o'tkazmasdan

qiyshiq egilishda balka yonlama deformatsiyalariga ega bo'lmashligi uchun qo'shimcha konstruktiv usullar (masalan gorizontal bog'lanishlar qo'yish) qo'llashi lozim. Mavjud konstruksiyani ehtiyotsizlik oqibatida kuchaytirish ayniqsa xavfli bo'lishi mumkin. N.M Belyaev list va ikki burchakli shvellersimon balkani (11.6a-rasm) yoz tekisligida joylashgan yuklamaga ishlayotganda qo'shimcha burchak payvandlash orqali kuchaytirilganini keltiradi (11.6b-rasm).



11.6-rasm. Bir necha elementdan tarkib topgan balka:

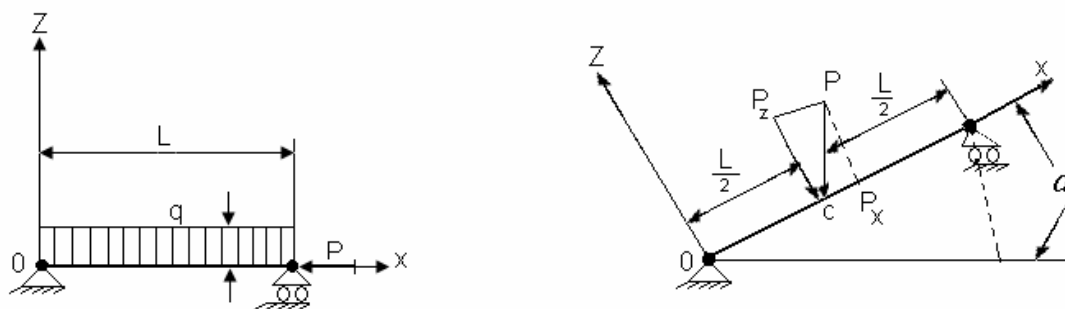
a) list va ikki teng yonli shvellersimon balka; b) list va uchta teng yonli burchaklikdan tashkil topgan balka; d) list va to'rtta teng yonli burchaklikdan iborat simmetrik balka.

Bu hol bosh o'qlarni tashqi kuchlar tekisligiga og'ishiga va balkaning yon tomonida ko'zda tutilmagan deformatsiyalanishiga olib kelgan (11.6b-rasm).

Shu sababli tasodifiy omillar natijasida hosil bo'lishi mumkin bo'lgan qiyshiq egilishlarda $I_x = I_y$ bo'lgan profillarni qo'llash kerak. Eslatib o'tamiz, $I_x = I_y$ bo'lgan holda, profil ikkitadan ortiq simmetriya o'qiga ega bo'ladi (doira, kvadrat va boshqalar) va unda qiyshiq egilish yuzaga kelmaydi.

3- §. Egilish va cho'zilish (siqilish) ning birgalikdagi ta'siri

Amalda shunday hollar mavjudki, sterjen egilishidan tashqari cho'zilish yoki siqilish ta'sirida ham bo'ladi. Bu hol balkaga bir nechta bo'ylama va ko'ndalang kuchlar yoki faqat bitta kuch ta'sir etganda ro'y beradi (11.7-rasm).



11.7-rasm. Balkaga bitta kuch ta'sir etganda egilish, cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasining hosil bo'lishi.

Odatda egilishdagi urinma kuchlanishlarni e'tiborga olmay faqat normal kuchlanishlar topiladi, chunki urinma kuchlanish normal kuchlanishga nisbatan juda kichik.

Murakkab qarshilikda normal kuchlanishni topish masalasini egilishdagi normal kuchlanishni topish va cho'zilish yoki siqilishdagi kuchlanishlarni topishdan iborat ikki qismga ajratish mumkin. Brus kesimi har bir nuqtasidagi to'la kuchlanish aytilgan kuchlanishlar algebraik yig'indisiga teng.

Masalan, 11.7a-rasmda tasvirlangan hol uchun kesim chap tayanchdan z masofadagi ixtiyoriy nuqtasidagi q yuk ta'siridan normal kuchlanishlar

$$\sigma_q = \frac{M_x y}{I_x}$$

N_z kuchi ta'siridan siqilishdagi kuchlanish ko'ndalang kesim yuzasi bo'ylab tekis taqsimlangan, barcha kesimlar uchun bir xil va quyidagiga teng:

$$\sigma_p = -\frac{N}{F}$$

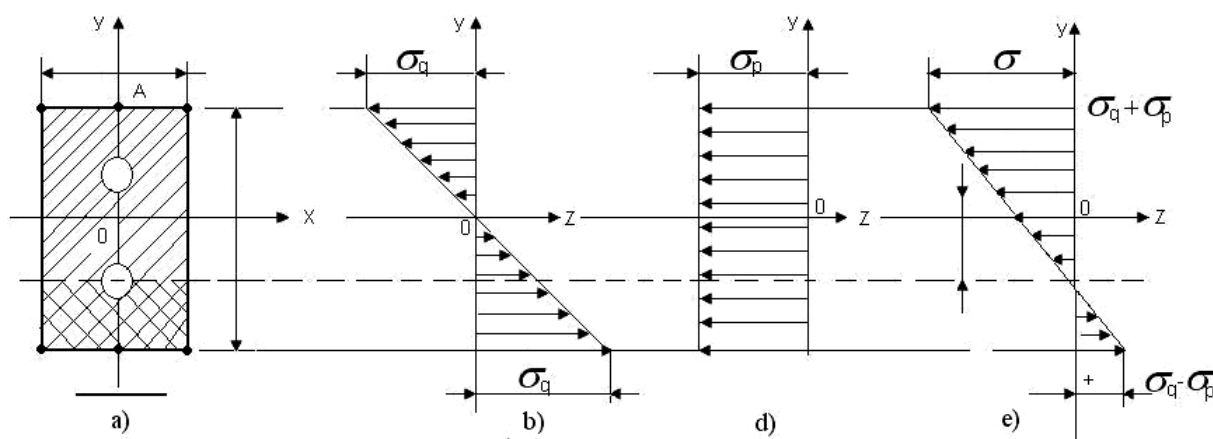
To'la kuchlanish

$$\sigma = -\frac{N}{F} + \frac{M_x y}{I_x} \quad (11.6)$$

Bu kuchlanishlar epyuralari 11.8b,d,e-rasmlarda ko'rsatilgan.

Qiyshiq egilish va cho'zilish yoki siqilishning bir paytdagi ta'siri uchun brus ixtiyoriy nuqtasi kuchlanishi uchun quyidagi umumiy formula o'rinli

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y} \quad (11.7)$$



11.8-rasm. Kuchlanish epyuralari:

a) Brusning ko'ndalang kesim yuzasi; b) q kuch ta'siridan hosil bo'ladigan kuchlanish; d) P kuch ta'siridan hosil bo'ladigan kuchlanish; e) yakuniy kuchlanish epyurasi.

(11.7) tenglamadagi (+) ishora turli kuch omillaridagi hosil bo'layotgan kuchlanishlar yig'indisi olinganini bildiradi. Oldingidek cho'zuvchi N kuch musbat, M_x , M_y larni musbat deymiz, agar ular kesim birinchi choragida cho'zuvchi kuchlanishlarni hosil qilsa.

Neytral o'q tenglamasini (11.7) ifodada kuchlanishni nolga tenglab olish mumkin

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y} \quad (11.8)$$

(11.8) tenglamaga kiruvchi neytral o'q o'tgan ko'ndalang kesim nuqtalari koordinatalari birinchi darajada bo'lgani uchun, neytral o'q to'g'ri chiziqdan iborat bo'ladi.

$x = y = 0$ holda (11.8) tenglama bajarilmaydi, demak neytral o'q kesim og'irlik markazidan o'tmaydi. Odatda neytral o'qni qurish uchun bosh inersiya o'qlari yotgan kesim bilan neytral o'q kesishgan nuqta holati aniqlanadi. Qiyshiq egilishdagi kabi sterjen kesimi ikkita simmetriya o'qi bir paytning o'zida bosh markaziy o'qlar hisoblanadi. Neytral o'qning x o'qi bilan kesishish nuqtasida y qiymati nolga teng. Mos ravishda (11.8) ifodadan x_0 koordinata

$$x_0 = \frac{N I_y}{F M_y} \quad (11.9 a)$$

hamda

$$y_0 = \frac{N I_x}{F M_x} \quad (11.9 b)$$

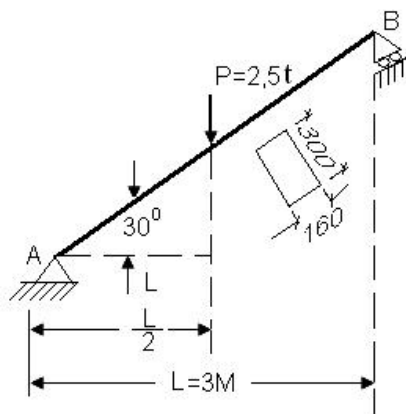
M_x yoki M_y nolga teng bo'lgan holda, ya'ni to'g'ri egilish va bo'ylama kuch kombinatsiyasida, neytral o'q egilishidagi neytral o'qqa 11.8-rasmdagi kabi parallel bo'ladi.

Absolyut miqdor jihatidan eng katta kuchlanishlar neytral o'qdan eng uzoqdagi ko'ndalang kesim burchak nuqtalarida hosil bo'ladi, hamda ular bir xil ishorali yoki turli ishorali bo'lishi mumkin. Eng katta siquvchi kuchlanishlar miqdor jihatidan cho'zuvchi kuchlanishlarga teng emas. Eng katta kuchlanishlar ruxsat etilganiga teng yoki undan kichik bo'lishi kerak, ya'ni

$$\sigma^{\max} = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq \sigma \quad (11.10)$$

(11.10) ifoda egilish va cho'zilish birgalikda ta'sirining mustahkamlik sharti deyiladi. Plastik materiallar uchun eng katta kuchlanishning absolyut miqdorini topib, ularni ruxsat etilgani bilan solishtirish kifoya.

Mo'rt materiallar uchun eng katta siquvchi va cho'zuvchi kuchlanishlarni aniqlab, olingan natijani mustahkamlik shartiga qo'yish kerak.



11.9-rasm. Balka ko'ndalang kesimidagi kuchlanishlarni aniqlash.

Misol tariqasida 11.9-rasmda keltirilgan balka ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi eng katta kuchlanishlarni aniqlashni ko'raylik. Balka yuqori yarmi egiladi, pastki yarmi esa siqiladi. Egilishni $P \cos 30^\circ$ li kuch, siqilishni esa $P \sin 30^\circ$ li kuch hosil qiladi. Eng katta eguvchi moment

$$M_{\max} = \frac{P \cos 30^\circ \left(\frac{\ell}{\cos 30^\circ} \right)}{4} = \frac{P\ell}{4} = \frac{2,5}{4} = 1,875$$

Kesim qarshilik momenti va ko'ndalang kesim yuzasi quyidagiga teng:

$$W = bh^2 / 6 = 16 \cdot 30^2 / 6 = 2400 \text{ sm}^3; \quad F = 16 \cdot 30 = 480 \text{ sm}^2$$

Eng katta siquvchi kuchlanishlar (balka yuqori tolalarida, kesimda kuchdan chap tomonda) quyidagiga teng:

$$\sigma_{\max}^s = -D \sin 30^\circ / F - M_{\max} / W = -2500 / 2 \cdot 480 - 187500 / 2400 = -2,6 - 78,1 = -80,7 \text{ kg} / \text{sm}^2;$$

Eng katta cho‘zuvchi kuchlanishlar

$$\sigma_{\max}^{ch} = -\frac{P \sin 30^\circ}{F} + \frac{M_{\max}}{W_x} = -2,6 + 78,1 = 75,5 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

Eguvchi moment va bo‘ylama kuch birgalikda ta’siri vaqtida ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini topishning o‘ziga xos xususiyatlari mavjud, ularni misollarda ko‘rib chiqamiz.

11.9-rasmda keltirilgan yog‘och balka ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini mustahkamlik shartidan toping. Tomonlar nisbati $h/b=2$ ga teng. Yog‘och uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]_s = [\sigma]_{ch} = 100 \text{ kg} / \text{sm}^2$.

Geometrik xarakteristikalar

$$W_x = bh^2 / 6 = 4b^3 / 6; \quad F = bh = 2b^2$$

Mustahkamlik sharti quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi;

$$\sigma = \frac{187500 \cdot 6 \text{ kg} \cdot \text{sm}}{4b^3} + \frac{2500 \text{ kg}}{4b^2} \leq 100 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

Hosil qilingan kub tenglamani yechishning eng oson usuli tanlash usulidir, ya’ni b ni qiymatini berib, unga mos kuchlanish topiladi.

$$b = 10 \text{ sm} \quad \sigma = -281,75 - 6,25 = -287,5 \text{ kg} / \text{sm}^2 > [\sigma]$$

$$b = 15 \text{ sm} \quad \sigma = -82 - 5,6 = -87,6 \text{ kg} / \text{sm}^2 < [\sigma]$$

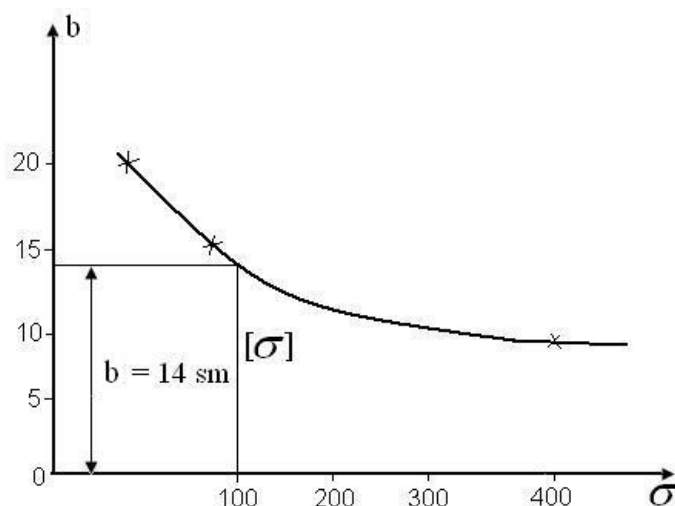
$$b = 20 \text{ sm} \quad \sigma = -35 - 3,1 = -38,1 \text{ kg} / \text{sm}^2 < [\sigma]$$

Olingan nuqtalar bo‘yicha $\sigma = f(b)$ grafikni chizamiz. (11.10-rasm) va undan $100 \text{ kg} / \text{sm}^2$ ruxsat etilgan kuchlanishga mos keluvchi b kattalikni olamiz.

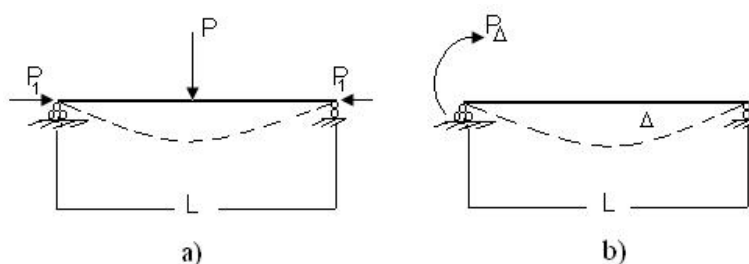
Ruxsat etilgan kuchlanishga $b=14,7-14,8 \text{ sm}$ masofa mos kelishi 11.10-rasmda ko‘rinib turibdi. Ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini aniqlashda, uni o‘shish tomoniga aniq songacha yaxlitlanadi. Shu sababli tenglama yechimi yetarli darajada aniq.

Shuni qayd etish lozimki, yuqoridagi fikrlash katta bokrlikka ega bo‘lgan sterjenlar uchun o‘rinli. 11.11-rasmda egilish va siqilish

birgalikda ta'sir etayotgan balka deformatsiyasining shartli sxemasi tasvirlangan.



11.10-rasm. σ va b orasidagi bog'lanish diagrammasi.

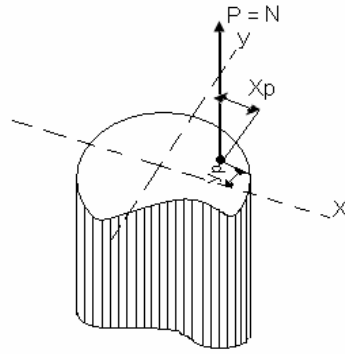


11.11-rasm. Balka deformatsiyasining shartli sxemasi:
a) egilish va siqilish deformatsiyasi; b) moment ta'siridagi egilish.

Egilish deformatsiyasidan balka o'qi Δ solqilikka ega bo'ladi va u P_1 siquvchi kuchdagi qo'shimcha moment paydo bo'lishiga sabab bo'ladi. Qo'shimcha moment $P\Delta$ ga teng. Agar qo'shimcha moment kattaligi $\frac{Pl}{2}$ ga teng (*a* sxema) va $P_1\Delta$ ga teng (*b* sxema) asosiy moment kattaligi bilan bir xil bo'lsa, u holda sterjen bikrligi kichik deyiladi. Bunday sterjenlar hisobi uchun kuchlar ta'sirini mustaqillik qonunini qo'llash mumkin emas va u «Materiallar qarshiligi» kursida ko'rilmaydigan boshqa alohida usullar bilan hisoblanadi.

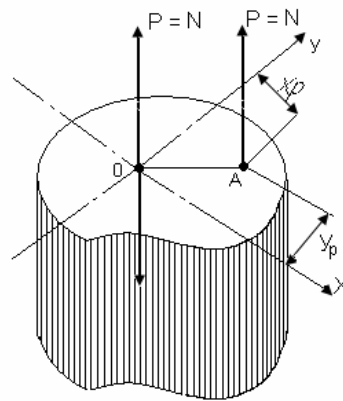
4- §. Markaziy bo'lmagan cho'zilish va siqilish

Qo'yilish nuqtasi sterjen ko'ndalang kesimi og'irlik markazidan o'tmaydigan cho'zuvchi yoki siquvchi bo'ylama kuch ta'sirida markaziy bo'lmagan cho'zilish yoki siqilish paydo bo'ladi (11.12-rasm).



11.12-rasm. Markaziy bo‘lmagan cho‘zilish va siqilish.

Bo‘ylama kuch qo‘yilgan (A) nuqta qutb deyiladi. Qutbning x_r, y_r o‘qlar sistemasidagi (kesim bosh markaziy inersiya o‘qlari) koordinatalari kuch qo‘yilgan nuqtasining eksentrisitetlari deb ataladi va ba’zan e_x, e_y orqali belgilanadi. Nazariy mexanika qoidalaridan foydalanib kuchni kesim og‘irlik markaziga ko‘chiramiz (11.13-rasm).



11.13-rasm. Qo‘yilgan kuchni markazga keltirish.

Bu holda sterjen bo‘ylama kuch va yelkasi OA bo‘lgan juft kuch ta’sirida bo‘ladi. Bo‘ylama N kuch bo‘ylab cho‘zishni juft kuch esa – momenti $P(OA)$ ga teng momenti sof egilishni hosil qiladi. Agar OA chiziqli koordinata o‘qlari hech biri bilan mos tushmasa, juft kuch sof qiyshiq egilish hosil qiladi. Shunday qilib, umumiy holda markaziy bo‘lmagan cho‘zilish yoki siqilishni sof qiyshiq egilish va o‘q bo‘ylab cho‘zilish yoki siqilish birgalikda ta’siriga keltirish mumkin. Kuchlar ta’sirining mustaqillik qonuniga asosan sterjen ko‘ndalang kesimlarida hosil bo‘luvchi to‘la kuchlanishni cho‘zilishdagi (siqilishdagi) σ_N kuchlanish va qiyshiq egilishdagi $\sigma_{M_x} + \sigma_{M_y}$ kuchlanish yig‘indisi sifatida aniqlash mumkin.

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_x} + \sigma_{M_y} = N/F + M_x Y/I_x + M_y X/I_y \quad (11.11)$$

(11.11) ifoda egilish va cho‘zilish (siqilish) birgalikda ta’sir etgandagi kuchlanishni aniqlash (11.7) ifodasi bilan bir xilligi ko‘rinib turibdi.

Odatda (11.11) ifodani quyidagicha o‘zgartiriladi: $M_x = N \cdot y_p$, $M_y = N \cdot x_p$ ritamiz.

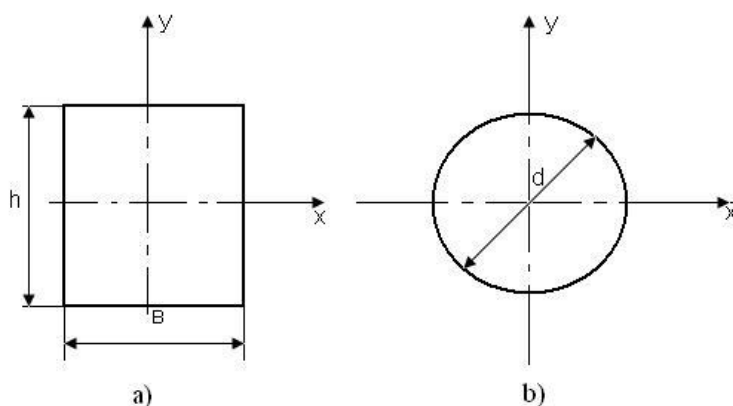
$$i_x = \sqrt{I_x / F}; \quad i_y = \sqrt{I_y / F}$$

masalan to‘g‘ri to‘rtburchak uchun (11.14a-rasm)

$$i_x = \sqrt{\frac{bh^3}{12bh}} = 0,29h; \quad i_y = \sqrt{\frac{b^3h}{12bh}} = 0,29b$$

Doira uchun (11.14b-rasm)

$$i_x = i_y = \sqrt{0,05d^4 / 0,8d^2} = 0,25d$$



11.14-rasm. Sterjenning ko‘ndalang kesimlari:

a) to‘g‘ri to‘rtburchakli; b) doirasimon.

Prokat profillar uchun bosh markaziy inersiya o‘qlariga nisbatan inersiya raduslari sortament jadvalidan (ilovadan) olinadi: $i_x^2 = I_x / F$, $i_y^2 = I_y / F$, va ularni (11.11) ifodaga qo‘ysak, quyidagini olamiz:

$$\sigma = N \left(\frac{1}{F} + \frac{\dot{O}_p \dot{o}}{I_{\dot{o}}} + \frac{\ddot{O}_p x}{I_{\ddot{o}}} \right) \quad (11.12)$$

yoki

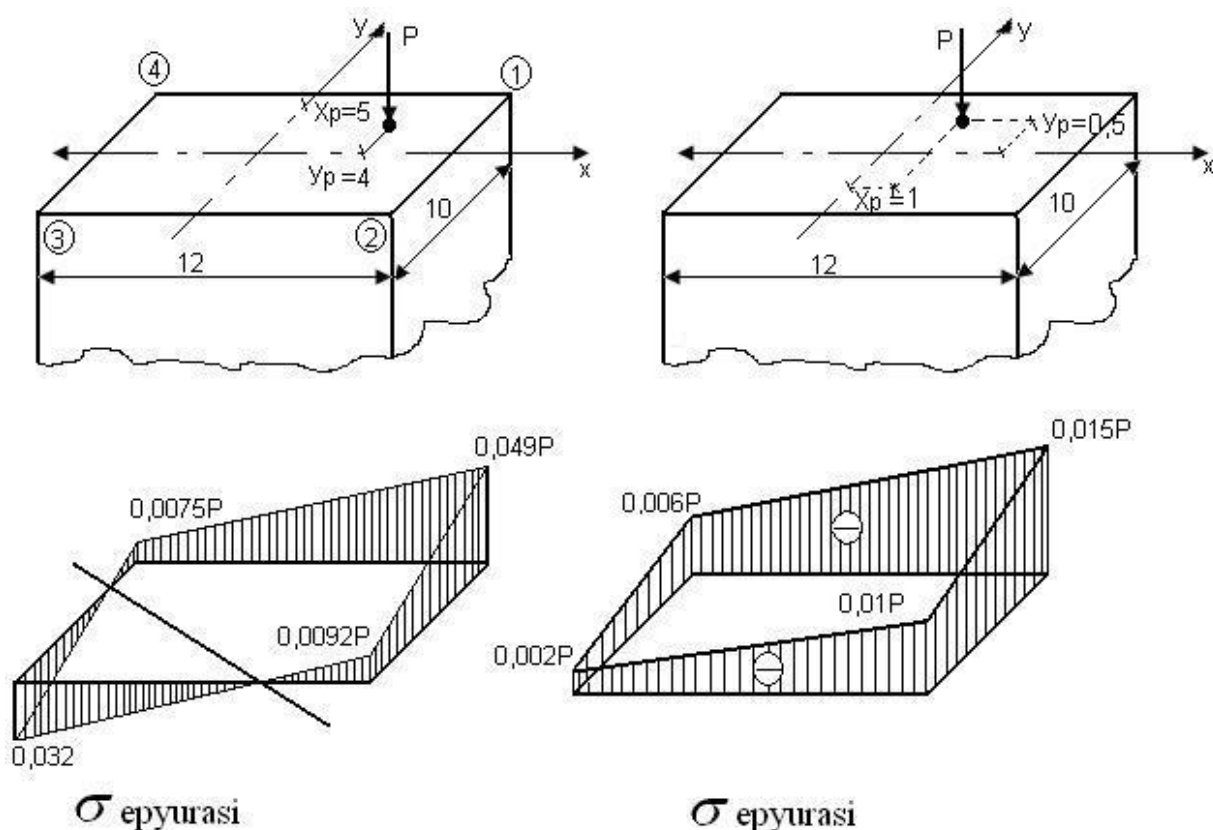
$$\sigma = \pm \frac{N}{F} \left[1 + \frac{Y_p y}{i_x^2} + \frac{X_p x}{i_y^2} \right] \quad (11.13)$$

(11.13) ifodaga har bir ko‘ndalang kesim uchun o‘zgarmas bo‘lgan kattaliklar – P tashqi bo‘ylama kuchga teng bo‘lgan N bo‘ylama ichki kuch, ko‘ndalang kesim yuzasi F , kesim bosh inersiya o‘qiga nisbatan inersiya raiduslari kvadratlari i_x^2, i_y^2 , shu sistemadagi P kuch qo‘yilish

nuqtasining koordinatalari x_P , y_P lar kiradi. x va y lar kuchlanishi aniqlanayotgan nuqta koordinatalari bo'lgani uchun o'zgaruvchi kattalik hisoblanadi. N kuch oldidagi ishora uni siquvchi (–) yoki cho'zuvchi (+) ekanligini anglatadi.

N kuchi ishorasi orqali markaziy bo'lmagan cho'zilish va siqilish bir–biridan farq qiladi, shu sababli kelgusida markaziy bo'lmagan cho'zilish-siqilish so'zi o'rniga “markaziy bo'lmagan siqilish” so'zini ishlatamiz. Chunki markaziy bo'lmagan siqilish o'q bo'ylab siqish va sof qiyshiq egilish birgalikda ta'sirini ifodalagani uchun hisoblash natijalari ixtiyoriy ko'ndalang kesimlar uchun, ularda simmetriya o'qlari bor – yo'qligidan qat'iy nazar o'rinli bo'ladi.

Egilish va cho'zilish-siqilish birgalikda ta'siridagi kabi markaziy bo'lmagan siqilishda ham ko'ndalang kesim tekisligiga bo'ylab normal kuchlanishlar taqsimoti epyurasi bo'ylab kuch ishorasi bilan mos kelib bir xil yoki turlicha bo'lishi mumkin. Epyura ko'rinishi kuch kattaligiga bog'liq bo'lmay, kuch qo'yilish nuqtasi holatidan aniqlanadi. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi ko'ndalang kesim bo'ylab normal kuchlanishlar taqsimlanishi epyurasini P kuchining 2 nuqtaga ta'sir etgan hollari uchun ko'raylik (11.15-rasm).



11.15-rasm. To'g'ri to'rtburchakli kesimning turli nuqtalariga P kuch qo'yilgandagi normal kuchlanish (σ) epyuralari.

Ko'ndalang kesim geometrik xarakteristikalarini topamiz.

$$F=12 \cdot 10=120 \text{ sm}^2, \quad I_x=10^3 \cdot 12/12=1000 \text{ sm}^4, \quad I_y=12^3 \cdot 10/12=1440 \text{ sm}^4, \\ i_x^2=1000/120=8,3 \text{ sm}^2, \quad i_y^2=1440/120=12 \text{ sm}^2$$

eng katta kuchlanishlar miqdor jihatidan x, y koordinatalar eng katta qiymatga erishadigan burchak nuqtalarda bo'lishi (11.13) ifodadan ma'lum. Undan tashqari (11.13) ifoda $\sigma=f(x, y)$ funksiyani ifodalaydi va x hamda y unga birinchi darajada kiradi. Bundan bu bog'lanish grafigi, ya'ni kuchlanishlar taqsimoti epyurasi to'g'ri chiziqli ekanligi, uni qurish uchun 1–2–3–4 burchak nuqtalarida kuchlanishlar qiymatlarini aniqlash kifoyaligi kelib chiqadi.

“a” sxema uchun $x_P=5 \text{ sm}, y_P=4 \text{ sm}$.

$$\sigma = -\frac{P}{120} \left[1 + \frac{5x}{12} + \frac{4y}{8,3} \right]$$

1-nuqta $x_1=6 \text{ sm}, y_1=5 \text{ sm}, \sigma_1=-0,049P$

2-nuqta $x_2=6 \text{ sm}, y_2=-5 \text{ sm}, \sigma_2=-0,092P$

3-nuqta $x_3=-6 \text{ sm}, y_3=-5 \text{ sm}, \sigma_3=-0,032P$

4-nuqta $x_4=-6 \text{ sm}, y_4=5 \text{ sm}, \sigma_4=-0,0075P$

“b” sxema uchun $x_P=2 \text{ sm}, y_P=1 \text{ sm}$.

$$\sigma = -\frac{P}{120} \left[1 + \frac{1 \cdot x}{12} + \frac{0,5 \cdot y}{8,3} \right]$$

1-nuqta $x_1=6 \text{ sm}, y_1=5 \text{ sm}, \sigma_1=0,015P$

2-nuqta $x_2=6 \text{ sm}, y_2=-5 \text{ sm}, \sigma_2=0,01P$

3-nuqta $x_3=-6 \text{ sm}, y_3=-5 \text{ sm}, \sigma_3=0,002P$

4-nuqta $x_4=-6 \text{ sm}, y_4=5 \text{ sm}, \sigma_4=-0,0066P$

Nuqtalardagi qiymatlari asosida σ epyurasini quramiz.

Ko'rinib turibdiki “a” sxemadagi σ epyurasi 2 xil ishorali, ya'ni sterjen ko'ndalang kesimi yuzasi neytral o'q bilan bo'lingan siqilgan va cho'zilgan sohaga ajralgan. Neytral o'q tenglamasini topish uchun (11.13) ifodada kuchlanishni nolga tenglaymiz.

$$\pm \frac{N}{F} \left[1 + \frac{X_P x}{i_x^2} + \frac{Y_P y}{i_y^2} \right] = 0$$

$$\frac{N}{F} \neq 0$$

bo'lgani uchun

$$1 + \frac{X_p x}{i_x^2} + \frac{Y_p y}{i_y^2} = 0 \quad (11.14)$$

(11.14) ifoda neytral o'q tenglamasi hisoblanadi. Ko'rinib turibdiki, neytral o'q tenglamasi to'g'ri chiziqdan iborat va kesim og'irlik markazidan o'tmaydi.

Neytral o'qni qurish uchun uning x, y o'qlari bilan kesishish nuqtalari koordinatlarini topish qulayroq. x o'qi bilan kesishganda y koordinata, y o'qi bilan kesishganda esa x koordinata nolga teng bo'ladi.

(11.14) tenglamadan x_0, y_0 koordinata o'qlaridan neytral o'q kesgan uchastka mos ravishda

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{x_p}, \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{y_p}, \quad (11.15)$$

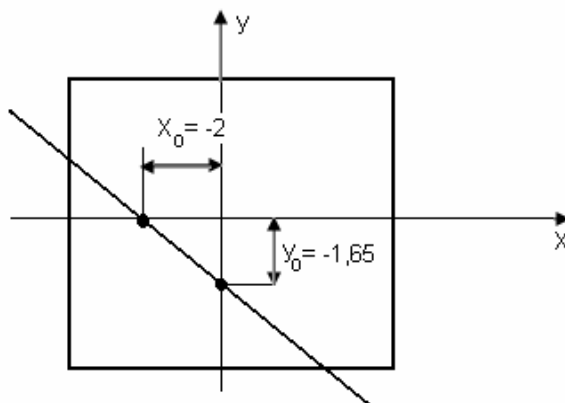
ga teng.

(11.15) ifodadagi $(-)$ ishora x_0, y_0 koordinatalari kuch qo'yilgan nuqta koordinatalariga qarama-qarshi, ya'ni neytral o'q ko'ndalang kesim qutb joylashganga qarama-qarshi tomonida birinchi choragidan o'tishini anglatadi.

Misol tariqasida 11.15-rasmda keltirilgan kesim neytral o'q holatini aniqlashni ko'raylik.

$$x_0 = -12/6 = -2 \text{ sm}, \quad y_0 = -8,3/5 = -1,65 \text{ sm},$$

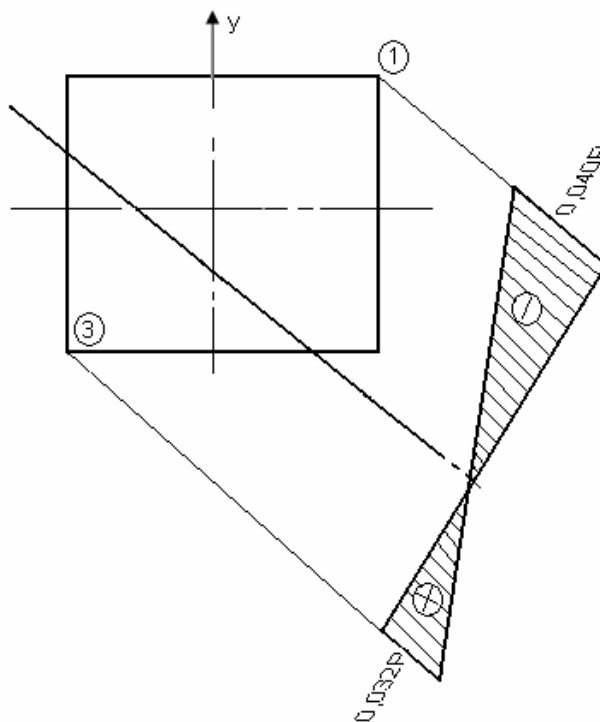
Neytral o'q holati 11.16-rasmda keltirilgan



11.16-rasm. Neytral o'q holati.

Neytral o'qni qurishda 11.15-rasmda ko'rsatilganidek σ epyurasini aksonometriyasini qurish shart emas. Eng katta kuchlanishlar neytral o'qdan eng uzoq joylashgan burchak nuqtalar - 1 va 3 da hosil bo'ladi. σ epyurasini qurish uchun shu nuqtalardan neytral o'qqa parallel chiziqlar o'tkazib, shu chiziqlarga tik qilib σ epyurasi quriladi. Bu epyurada eng

katta cho‘zuvchi va siquvchi kuchlanishlar mikdorini aniqlash mumkin (11.17-rasm) .



11.17-rasm. Eng katta cho‘zuvchi va siquvchi kuchlanishlar epyuralari.

Bu kuchlanishlar ruxsat etilgandan kichik bo‘lishi kerak:

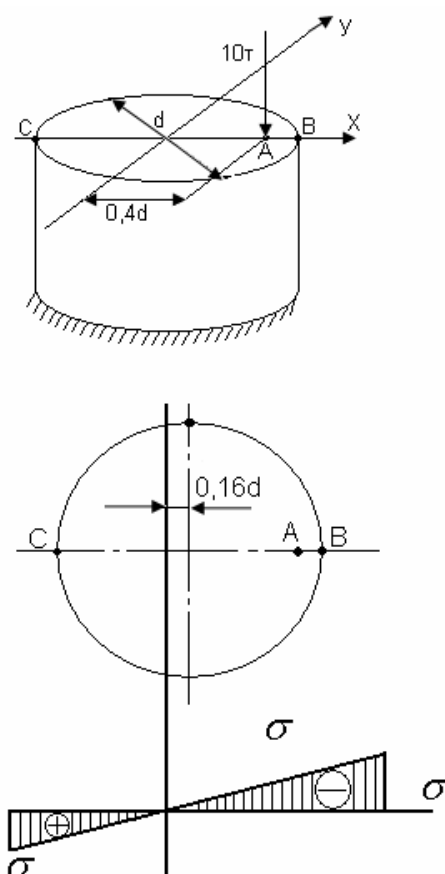
$$\sigma_{\max}^{ch} = \frac{N}{F} \left[1 + \frac{X_p x}{i_x^2} + \frac{y_p y}{i_y^2} \right] \leq [\sigma]_{ch} \quad (11.16 a)$$

$$\sigma_{\max}^s = -\frac{N}{F} \left[1 + \frac{x_p x}{i_x^2} + \frac{y_p y}{i_y^2} \right] \leq [\sigma]_s \quad (11.16 b)$$

(11.16a) va (11.16b) ifodalar markaziy bo‘lmagan siqilishdagi mustahkamlik shartlari deb ataladi.

(11.15) ifodadan aniqlangan neytral chiziq holati kesim tashqarisidan o‘tganda kesimda bir xil ishorali kuchlanishlar hosil bo‘ladi. Bu holda bitta mustahkamlik sharti ishlatiladi.

Materiallar qarshiligining boshqa masalalari kabi markaziy bo‘lmagan siqilishda ham sterjen ko‘ndalang kesim kerakli o‘lchamlarini topish mumkin. Masalan 11.18-rasmda sxemasi keltirilgan cho‘yan sterjen kerakli o‘lchamlarini aniqlash talab etilsin.



11.18-rasm. Berilgan cho‘yan sterjen uchun ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini aniqlash.

(11.13) ifodadan foydalanib sterjen ko‘ndalang kesimida hosil bo‘luvchi eng katta kuchlanishlarni aniqlaymiz.

$$\sigma = \frac{N}{F} \left[1 + \frac{x_p x}{i_x^2} + \frac{y_p y}{i_y^2} \right]$$

$$N = -10000 \text{ kg}$$

$$F = \pi d^2 / 4 = 0,8 d^2, x_p = 0,4 d, y_p = 0.$$

$$[\sigma]_s = 1200 \text{ kg/sm}^2$$

$$[\sigma]_{ch} = 500 \text{ kg/sm}^2 \text{ (1.1-jadvaldan)}$$

$$i_x = i_y = 0,25 d$$

$$i_x^2 = i_y^2 = 0,0625 d^2$$

$$y_0 = 0 \text{ neytral o‘q holatini aniqlaymiz: } y_0 = -0,0625 d^2 / 0 = \infty$$

$$\text{Demak, neytral o‘q } x \text{ o‘qiga perpendikulyar. } x_0 = -0,0625 d^2 = -0,16 d$$

Eng katta siquvchi kuchlanishlar B nuqtada ($x_B = 0,5d$), eng katta cho‘zuvchi kuchlanishlar C nuqtada ($x_C = -0,5d$) yuzaga keladi.

$$\sigma_{\max}^s = \frac{-10000}{0,8d^2} \left[1 + \frac{(0,4d)(0,5d)}{0,0625d^2} \right] = -\frac{52500}{d^2}$$

$$\sigma_{\max}^{ch} = \frac{-10000}{0,8d^2} \left[1 + \frac{(0,4d)(-0,5d)}{0,0625d^2} \right] = \frac{27500}{d^2}$$

Bu kuchlanishlarni ruxsat etilgancha tenglab, d ning kerakli qiymatini aniqlaymiz.

1. Siqilishdagi mustahkamlik shartidan

$$52500/d^2 = 1200 \rightarrow d^2 = 43,75 \text{ sm}^2, \quad d = 6,7 \text{ sm}$$

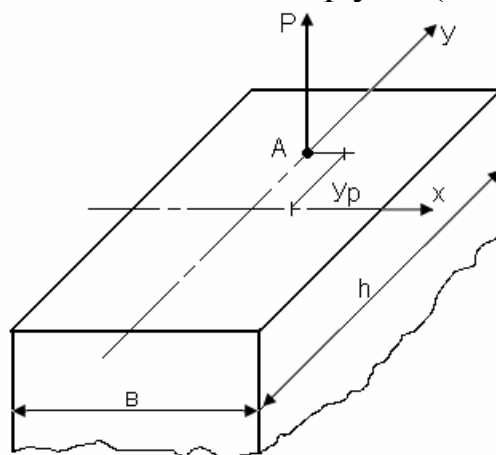
2. Cho‘zilishdagi mustahkamlik shartidan

$$27500/d^2 = 500 \rightarrow d^2 = 55 \text{ sm}^2, \quad d = 7,5 \text{ sm}.$$

Aniqlangan diametr ikkala qiymatidan kattasi $7,5 \text{ sm} = 75 \text{ mm}$ ni qabul qilamiz.

Markaziy bo‘lmagan siqilishda ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini aniqlash egilish va siqilish birgalikda ta’siridagidan farq qilishi ko‘rinib turibdi, bu holda uchinchi darajali tenglama yechilmaydi.

Markaziy bo‘lmagan kuch qo‘yilgan, A qutb bosh inersiya o‘qlari birida, masalan y o‘qida yotgan, kesim to‘g‘ri to‘rtburchakdan iborat bo‘lgan xususiy holni batafsil ko‘rib chiqaylik (11.19-rasm).



11.19-rasm. Kuch simmetriya o‘qlarining birida yotgan xususiy hol.

Geometrik xarakteristikalarini $F = bh$, $i_x^2 = h^2/12$, $N=P$ e’tiborga olsak, (11.13) ifoda quyidagi ko‘rinishga keladi. $\sigma = \frac{N}{bh} \left[1 + \frac{12y_p y}{h^2} \right]$

kesim 1–2 qirrasi bo‘ylab $\left(y_p = \frac{h}{2} da \right)$ $\sigma_{\max}^{ch} = \frac{N}{bh} \left[1 + \frac{6y_D}{h} \right]$ ga teng bo‘lgan eng katta cho‘zuvchi kuchlanishlar, 3–4 qirrasi bo‘ylab

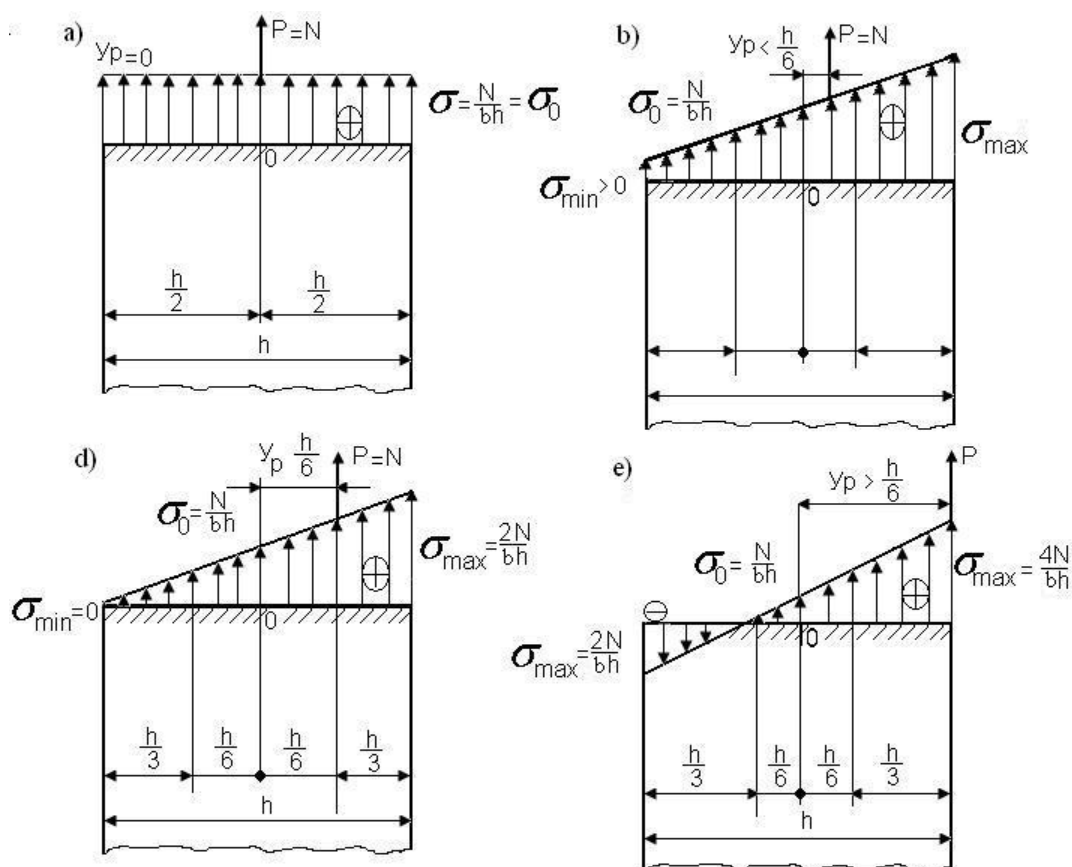
$\sigma_{\max}^s = \frac{N}{bh} \left[1 - \frac{6y_D}{h} \right]$ ga teng eng katta siquvchi kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Ko'ndalang kesim har bir nuqtasidagi kuchlanish kattaligi y_P ordinata orqali aniqlanuvchi A qutb holatiga bog'lik ekanligi ko'rinib turibdi $\left(y_P = \frac{h}{2} \right)$ bo'lganda 1–2 qirrada $\sigma_{\max}^P = 4N/6h$, $\left(y_P = \frac{h}{2} \right)$

bo'lganda 3–4 qirrada $\sigma_{\max}^s = \frac{2N}{bh} \cdot \left(y_P = \frac{h}{2} \right)$ bo'lganda A qutb kesim

og'irlik markazi bilan ustma-ust tushadi va P kuch kuchlanishi $\frac{N}{bh}$ ga teng bo'lgan o'q bo'ylab cho'zilish hosil qiladi.

A holatiga bog'liq ravishda taqsimot epyurasi 11.20-rasmda keltirilgan.



11.20-rasm. Kuchlarni kesim yadrosiga qo'yilishida kuchlanishlarning o'zgarishi:

a) kuch markaziy qo'yilgan; b) kuch kesim yadrosi ichiga qo'yilgan; d) kuch kesim yadrosi chegarasiga qo'yilgan; e) kuch kesim yadrosidan tashqariga qo'yilgan.

Mo'rt materiallar (beton, g'isht devor) juda kichik cho'zuvchi kuchlanishlarni qabul qila oladi, boshqalari esa (masalan, grunt) cho'zilishga umuman qarshilik ko'rsata olmaydi. Bunday materiallar cho'zuvchi kuchlanishlar hosil bo'lmaydigan konstruksiya elementlaridagina qo'llaniladi.

Markaziy siqiluvchi elementlarda cho'zuvchi kuchlanishlar hosil bo'lmaydi, shu sababli ular yuqorida ko'rsatilgan materiallardan tayyorlanishi mumkin. Bunday materiallarni markaziy bo'lmagan siqiluvchi elementlarda ham qo'llash mumkin, agar ularda cho'zuvchi kuchlanishlar hosil bo'lmasa. Buning uchun siqiluvchi kuch qo'yilish nuqtasi kesim yadrosi deb ataluvchi ko'ndalang kesim biror markaziy sohasida yoki shu soha chegarasida joylashgan bo'lishi kerak. Kesim yadrosi deb, uning shunday bir markaziy sohasiga aytiladiki, uning ixtiyoriy nuqtasiga qo'yilgan kuch brus ko'ndalang kesimi barcha nuqtalarida kuch ishorasi bilan bir xil kuchlanish hosil qiladi.

Agar kuch kesim yadrosidan tashqariga qo'yilgan bo'lsa, u holda ko'ndalang kesimda siqiluvchi va cho'ziluvchi kuchlanishlar hosil bo'ladi (11.20-rasm). Agar kuch kesim yadrosi chegarasiga qo'yilgan bo'lsa, u holda neytral o'q kesim konturiga urinadi (nuqtada yoki chiziq bo'ylab), urinish nuqtasida normal kuchlanishlar nolga teng bo'ladi (11.20d-rasm).

Cho'zuvchi kuchlanishlarni yomon qabul qiladigan materiallardan tayyorlangan elementlarni markaziy bo'lmagan siqilishga hisoblashda kesim yadrosining shakli va o'lchamlarini bilish muhimdir. Bu narsa kuchlanishlarni hisoblamasdan siqiluvchi kuch eksentrisiteti asosida ko'ndalang kesimda cho'zuvchi kuchlanishlar paydo bo'lishi yoki bo'lmasligini aniqlashga imkon beradi.

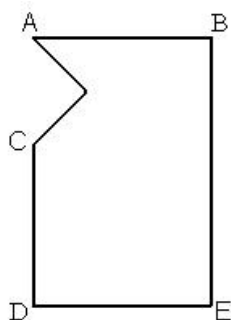
Kesim yadrosini quyidagi tartibda qurish tavsiya etiladi:

1. Og'irlik markaziy holati, y, z bosh markaziy inersiya o'qlari holati I_y, I_z – bosh inersiya momentlari qiymatlari va i_y^2, i_z^2 – inersiya radiusi kvadratlari aniqlanadi.

2. Agar kesim ko'pburchak ko'rinishida bo'lsa, u holda buning burchaklari uchlarini qutb deb olib, har bir qutb uchun neytral o'q holati aniqlanadi. Neytral o'qlari bilan chegaralangan kontur kesim yadrosi chegarasi bo'ladi.

3. Agar ko'pburchakli kesim ichki burchaklarga ega bo'lsa (11.21-rasm), u holda ko'pburchak uchlarini ko'rayotgan qutb sifatida

koʻrilmaydi, chunki neytral oʻq B qutb nuqta boʻlganda undan oʻta olmaydi, sababi bu holda kesimni kesib oʻtishga toʻgʻri keladi.



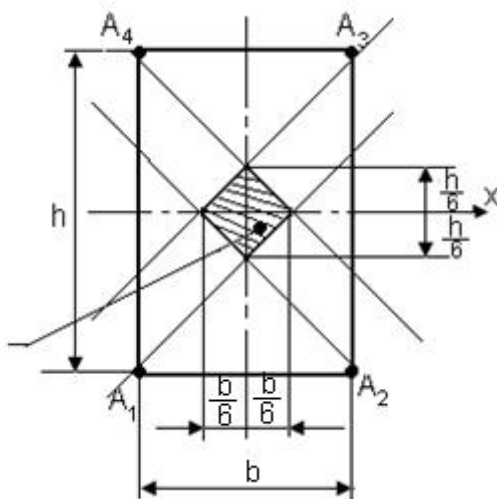
11.21-rasm. Ichki burchakli koʻpburchak kesim.

Toʻgʻri toʻrt burchak kesim yadrosini koʻraylik (11.22-rasm) toʻgʻri toʻrtburchak A_1 uchini qutb deb qabul qilamiz. (koordinatalri $y=y_P=-h/2$, $x=x_P=-v/2$)

(11.15) ifodadan foydalanib koordinata oʻqlaridan $a_1 a_1$ neytral oʻq kesgan bu qutbga mos kesimni aniqlaymiz.

$$y_{01} = -\frac{i_x^2}{y_\delta} = -\frac{bh^3/12}{bh(-h/2)} = \frac{h}{6}.$$

$$x_{01} = -\frac{i_y^2}{x_\delta} = -\frac{bh^3/12}{bh(-b/2)} = \frac{b}{6}.$$



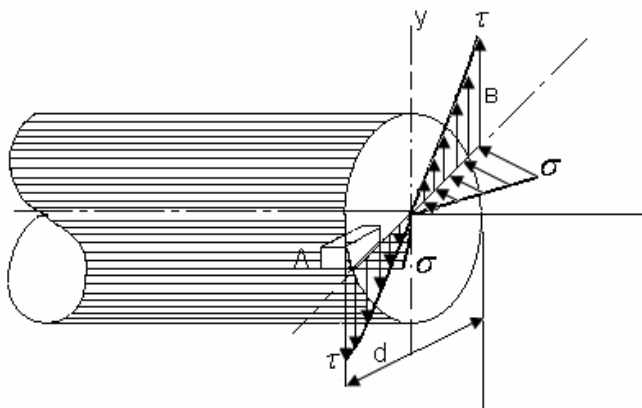
11.22-rasm. Toʻgʻri toʻrtburchak uchun kesim yadrosini qurish.

Bu kesim qiymatlari asosida $a_1 a_1$ neytral oʻqni quramiz (11.22-rasm).

Qutb nuqtani ketma-ket A_2, A_3, A_4 nuqtalarga ko‘chirib, har bir qutbga mos keluvchi neytral chiziqlarni quramiz va kesim og‘irlik markazi atrofida kesim yadrosiga mos sohani hosil qilamiz. To‘g‘ri to‘rtburchak uchun kesim yadrosi diagonallari $\frac{h}{3}$ va $\frac{h}{3}$ ga teng bo‘lgan rombdan iborat (11.22-rasm). Agar kesimda doira shaklidagi markaziy teshik mavjud bo‘lsa, u holda kesim yadrosi shakli o‘zgarmaydi, faqat uning o‘lchamlari o‘zgaradi. Olingan natijalarni 11.20-rasmdagi epyuralar bilan solishtirsak, 11.20d-rasmda qutb nuqta kesim yadrosi chegarasida joylashgan diametri d ga teng bo‘lgan doirasimon kesim uchun kesim yadrosi ham diametri d/n bo‘lgan doiradan iborat bo‘ladi.

5- §. Egilish va buralishning birgalikda ta’siri

Tashqi yuk ta’sirida sterjen ko‘ndalang kesimlarida bir vaqtning o‘zida ichki kuchlar eguvchi va burovchi momentlari hosil bo‘lgan holga egilish va buralishning birgalikda ta’siri deyiladi. Yuqorida (11.1) da ko‘rsatib o‘tilganidek, murakkab qarshilikning bu turi o‘ziga xos jihati ko‘ndalang kesimda eguvchi moment ta’siridan σ normal kuchlanishlar, burovchi moment ta’siridan τ urinma kuchlanishlar hosil bo‘lishidir. 11.23-rasmda doirasimon sterjen ko‘ndalang kesimlarida kuchlanishlar taqsimoti keltirilgan.



11.23-rasm. Doirasimon sterjen ko‘ndalang kesimlarida kuchlanishlar taqsimoti.

Ko‘ndalang kesimi doirasimon bo‘lmagan sterjenlarda kuchlanishlar taqsimoti epyurasi murakkabroq ko‘rinishga ega. Ikkala holda ham normal va urinma kuchlanishlar material A nuqtasi atrofida tekis kuchlanish holatini paydo qiladi. Bu holda material

mustahkamligini baholash uchun mustahkamlik nazariyasidan foydalaniladi (5.7 bo‘limga qarang).

(5.18) ifodaga asosan mustahkamlik sharti ko‘rinishi

$$\sigma_{ekv} \leq [\sigma]$$

Bu yerda σ_{ekv} kattaligi III mustahkamlik nazariyasiga asosan (5.20) ifodadan topiladi $\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$, IV nazariyaga asosan (5.21) ifodadan $\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$. Bu mustahkamlik nazariyasidan hozirgi davrda plastik materiallardan yasalgan konstruksiyalarni loyihalash va hisoblashda keng qo‘llanilmoqda. Mo‘rt materiallardan iborat konstruksiyani egilish va buralishning birgalikda ta‘sirini hisoblashda σ_{ekv} ni topishda Mor nazariyasidan (5.22) foydalanish kerak, ammo bu hollarda mo‘rt materiallar kamdan-kam qo‘llaniladi.

Egilish va buralishning birgalikda ta‘siridan konstruksiyani hisoblash quyidagicha amalga oshiriladi:

Eguvchi va burovchi momentlar epyurasi quriladi;

Xavfli kesim holati aniqlanadi;

Murakkab qarshilikning boshqa turlari kabi ichki kuchlar epyurasi tashqi ko‘rinishidan xavfli kesim holatini aniqlash qiyin, ba‘zan bir nechta xarakterli kesimlarni tekshirishga to‘g‘ri keladi.

Xavfli kesimda ko‘ndalang kesim xarakterli nuqtalarida normal va urinma kuchlinishlar miqdori aniqlanib ularni tanlangan mustahkamlik nazariyasi asosida σ_{ekv} topiladi.

Mustahkamlik shartiga σ_{ekv} qiymatini qo‘yib material mustahkamligi yoki ko‘ndalang kesim kerakli o‘lchamlari aniqlanadi. Ko‘ndalang kesimi doirasimon sterjen uchun hisoblashlarni soddalashtirish mumkin $\sigma_{\max} = M_b / W$, $\tau_{\max} = M_b / W_\rho$, doira uchun $W_\rho = 0,2d^3$, $W = 0,1d^3$, ya‘ni $W_\rho = 2W$ bo‘lgani uchun uchinchi nazariya ifodasiga asosan

$$\sigma_{ekv} = \frac{\sqrt{M_b^2 + M_e^2}}{W} \quad (11.17 a)$$

Doirasimon ko‘ndalang kesimli val hisobi to‘rtinchi nazariyaga asosan

$$\sigma_{ekv} = \frac{\sqrt{M_e^2 + 0,75M_b^2}}{W} \quad (11.17 b)$$

Natijada $\sqrt{M_e^2 + M_b^2}$ va $\sqrt{M_e^2 + 0,75M_b^2}$ ifodalarni M_p – hisob momenti orqali belgilab, ko‘ndalang kesimi doirasimon sterjenlar uchun mustahkamlik shartini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin.

$$\sigma_{ekv} = \frac{M_p}{W} \leq [\sigma] \quad (11.18)$$

ya’ni ko‘rinish jihatidan mustahkamlik sharti egilishdagi mutahkamlik shartiga o‘xshaydi, unga M_{max} o‘rniga uchinchi yoki to‘rtinchi mustahkamlik shartidan aniqlanuvchi M_p hisob momenti kiradi. Misol tariqasida tasmali uzatmali ikkita shkivli po‘lat val diametrini aniqlaylik. Val minutiga 600 marta aylanadi va 100 kvv va 100 kvv quvvat uzatadi (11.24-rasm). Shkivlar diametri $D_1=0,6$ m, $D_2=0,3$ m ga teng. Tasmali uzatmada burovchi moment valga yetaklovchi va yetaklanuvchi vallar tasmasi tarangligi farqi orqali uzatiladi. Odatda yetaklovchi shkiv tasmasi zo‘riqishi T_1 yetaklanuvchi shkiv zo‘riqishiga nisbatan 2 marta katta bo‘ladi. Burovchi moment kattaligini topish uchun shkiv markazi O nuqtaga nisbatan momentlar yig‘indisi tenglamasini tuzamiz

$$\sum M_o = M_b - 2t \cdot D/2 + t \cdot D/2 = 0; \quad M_b = t \cdot D/2$$

Ikkinchi tomondan (7.1 b) ifodadan $M_b=973,6 \times 100,600=163$ kgm va 1 va 2 shkivlar burovchi momentlari o‘zaro teng. Bu hol M_b epyurasini qurish imkonini beradi (11.24-rasm).

Yuqoridagi natijalarni solishtirib yetaklovchi tasma zo‘riqishini topish mumkin.

$$\frac{t \cdot D}{2} = M_b \rightarrow t = \frac{2M_b}{D}$$

1 – shkiv uchun

$$t_1 = 2 \times 163 / 0,6 = 540 \text{ kg}$$

2 – shkiv uchun

$$t_2 = 2 \times 163 / 0,3 = 1080 \text{ kg}$$

3t ga teng P_1 va P_2 tasmalardagi zo‘riqish kuchlari valni gorizont va vertikal tekislikda egadi. Valni ikki tayanchda yotuvchi balka deb olib, bu kuchlarni yuklaymiz, vertikal va gorizont tekisliklardagi M_e epyurasini quramiz (11.24d,e-rasmlar).

Vertikal kuchlar ta’siridan

1 tayanchda M_{max} ga erishadi,

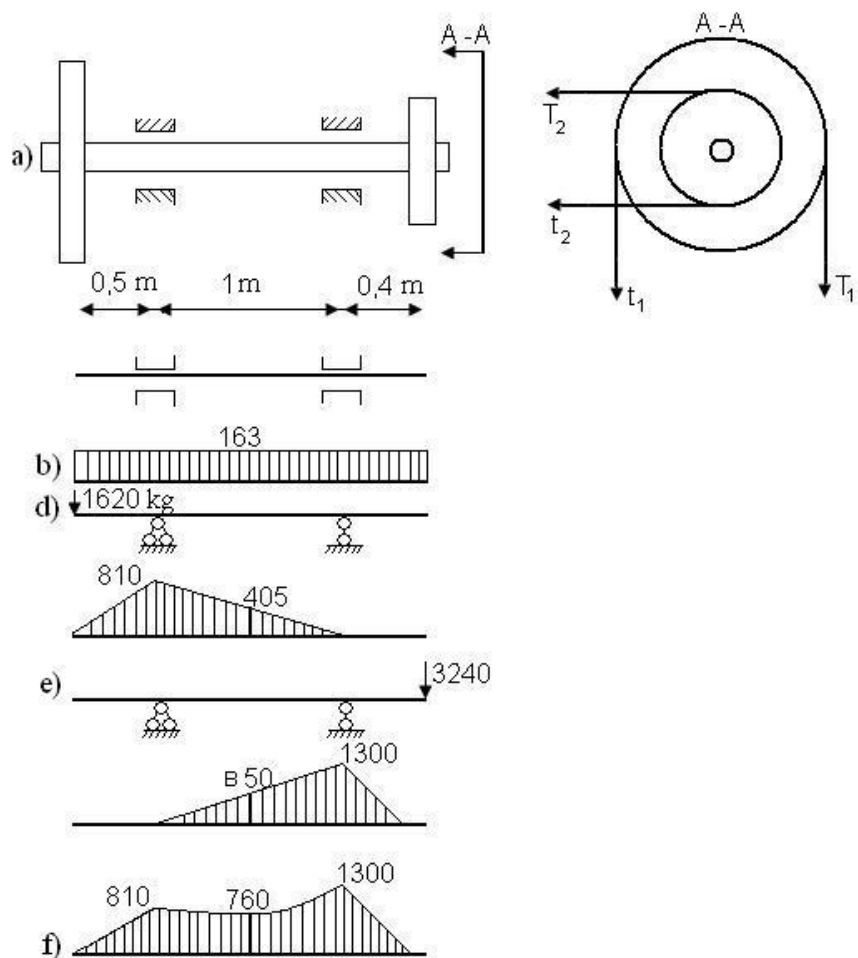
$$M_{max}^{ver} = 1620 \times 0,5 = 810 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Gorizont kuchlar ta’siridan

1 tayanchda M_{max} ga erishadi,

$$M_{max}^{gor} = 3240 \times 0,4 = 1300 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Vertikal va gorizont yuk ta’siridan M_b epyurasini quyidagi ifodadan foydalanib qo‘shamiz.



11.24-rasm. Tasma uzatmali ikki shkivli po‘latdan tayyorlangan val:
a) berilgan val; b) burovchi moment epyurasi; d) chap shkivga qo‘yilgan tortish
kuchi va undan hosil bo‘ladigan eguvchi moment; e) o‘ng shkivga qo‘yilgan tortish
kuchi va undan hosil bo‘ladigan eguvchi moment; f) yakuniy eguvchi moment
epyurasi.

$$M_e^{sum} = \sqrt{(M_e^{ver})^2 + (M_e^{gor})^2}$$

Chap tayanchda $M_e^{sum} = 810 \text{ kg}\cdot\text{m}$

O‘ng tayanchda $M_e^{sum} = 1300 \text{ kg}\cdot\text{m}$

Val o‘rtasida $M_e^{sum} = \sqrt{(405)^2 + (650)^2} = 760 \text{ kg}\cdot\text{m}$

M_e^{sum} epyurasini quramiz. M_e^{sum} epyurasi uchastka o‘rtasida egri
chiziqli va 2-epyurada xavfli kesim bor.

Uchinchi mustahkamlik shartidan ekvivalent moment

$$M_{ekv} = \sqrt{(1300)^2 + (163)^2} = 1320 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

To‘rtinchi nazariyaga asosan

$$M_{ekv} = \sqrt{(1300)^2 + 0,75(163)^2} = 1310 \text{ kg.m},$$

ya'ni amalda ekvivalent momentlar deyarli o'zaro teng. Mustahkamlik shartidan

$$W = \frac{132000 \text{ kg/sm}}{1600 \text{ kg/sm}^2} = 83 \text{ sm}^2; \quad d = \sqrt[3]{\frac{83}{0,1}} = 9,3 \approx 100 \text{ mm}$$

$$P_1 = 3t_1 = 3 \times 450 = 1620 \text{ kg}$$

$$P_2 = 3t_2 = 3 \times 1080 = 3240 \text{ kg}$$

11.1-jadvalda turli mustahkamlik nazariyalari bo'yicha bir xil ruxsat etilgan kuchlanishli M_e va M_b ning turli nisbatlari uchun val diametrini aniqlash natijalari solishtirilgan. Eng katta deformatsiyalar nazariyasini qo'llashdagi diametr kattaligi (Sen-Venan formulasi) birga teng deb olingan.

Val diametrlarini solishtirish

11.1-jadval

M_e ni M_b ga nisbati	Qo'llanilgan val diametri		
	II nazariya bo'yicha	III nazariya bo'yicha	IV nazariya bo'yicha
$M_e = 0$	1	1,15	1,10
$M_e = \frac{1}{2} M_b$	1	1,07	1,03
$M_e = M_b$	1	1,03	1,01

Barcha mustahkamlik nazariyalari bo'yicha hisoblash natijalari bir-biriga yaqin ekanligi ko'rinib turibdi.

6- §. Murakkab qarshilikning umumiy holi

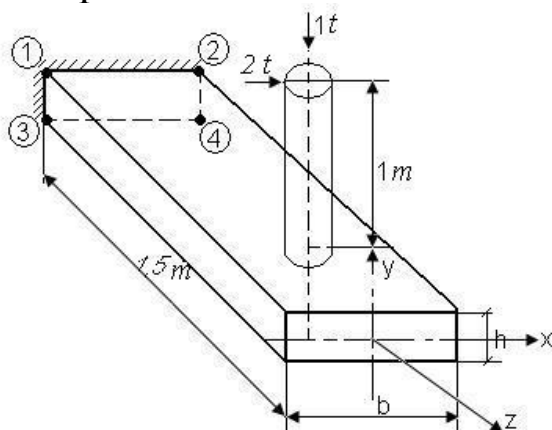
I-bob, 3-§ da aytib o'tilganidek, ixtiyoriy yukda sterjen ko'ndalang kesimlarida ichki kuchlarning 6 ta komponentlari vujudga kelishi mumkin – M_x M_y – eguvchi momentlar, M_b (M_z) – burovchi moment, N – bo'ylama kuch va Q_x Q_y – ko'ndalang kuchlar. Odatda mustahkamlik va deformatsiyalanganlikka hisoblashlarda Q_x Q_y ta'sirini hisobga olinmaydi va birinchi to'rtta kuch omillari e'tiborga olinadi. Yuqorida ko'rib o'tilganidek, M_x M_y birgalikda ta'siri qiyshiq egilishni, M_x , M_y , N ta'siri – cho'zilish (siqilish) bilan egilishni, bir vaqtda to'rttalasini ta'siri – cho'zilish (siqilish) egilishni va buralishni paydo qiladi. Cho'zilib egilish natijasida ko'ndalang kesimlarda σ normal kuchlanishlar paydo

bo‘ladi va u har bir kuch omili ta’siridagi kuchlanishlar yig‘indisiga teng bo‘ladi, buralish esa τ urinma kuchlanishlarni hosil qiladi.

Urinma va normal kuchlanishlarning bir vaqtdagi ta’sirini material mustahkamligiga ta’siri hisobi yuqorida ko‘rib o‘tilgan mustahkamlik nazariyasi asosida amalga oshiriladi. Hisoblashlarning o‘ziga xos jihati shundan iboratki, epyuralar tashqi ko‘rinishiga qarab xavfli kesimi holatini doimo aniqlash mumkin emas va xavfli kesimdagi σ_{ekv} eng katta bo‘ladigan nuqtani darhol aniqlab bo‘lmaydi. Bu holat ko‘ndalang kesimi doirasimon bo‘lmagan sterjenlarda juda aniq namoyon bo‘ladi.

Egilishdagi normal kuchlanishlar va buralishdagi urinma kuchlanishlar eng katta qiymatlariga ko‘ndalang kesim konturida erishgani sababli, shu yerda nuqta eng katta kuchlanishlarini tekshirish kerak bo‘ladi. Urinma kuchlanishlari eng katta bo‘lgan nuqtalar, normal kuchlanishlari eng katta nuqtalar bilan har doim ham mos kelavermaydi. Bunday hollarda sterjen materiali mustahkamligini konturning bir nechta nuqtalarida, urinma va normal kuchlanishlar eng noqulay birikma hosil qilgan nuqtalarida tekshiriladi.

Misolda umumiy yuklanishdagi sterjen hisobini bajarish tartibini ko‘raylik. 11.25-rasmda keltirilgan siniq po‘lat sterjen ko‘ndalang kesimi o‘lchamlarini aniqlash talab etilsin.



11.25-rasm. Siniq po‘lat sterjen hisobi.

To‘g‘ri to‘rtburchak tomonlari nisbati $b/h=3$. Berilgan konstruksiya hisob sxemasini quramiz. (11.26a-rasm) va ichki kuchlar M_y (11.26d-rasm) M_b (11.26e-rasm), Q (11.26f-rasm), N (11.26g-rasm) epyuralarini quramiz.

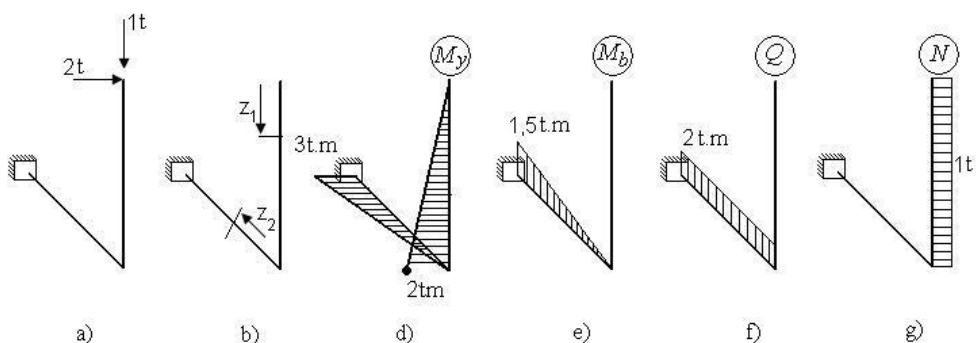
$$M'_y = 2z_1 \quad z_1 = 0 \quad \text{da} \quad M = 0, \quad M'_x = 0, \quad M'_b = 0, \quad N_1 = -1m$$

$$z_1 = 1 \quad \text{da} \quad M = 2t$$

$$M_y = 2z_2 \quad z_2 = 0 \quad \text{da} \quad M = 0 \quad M_x = 1 \times z_2 \quad z_2 = 0 \quad \text{da} \quad M_x = 0$$

$$z_2 = 1,5 \quad \text{da} \quad M_y = 3,6t \cdot m$$

$$I_b = 2 \times 1 = 2t \cdot m \quad N_2 = 0$$



11.26-rasm. Sterjendagi ichki kuchlarni aniqlash:

- a) hisob sxemasi; b) sterjen uchastkalari; d) M_y epyurasi; e) M_b epyurasi;
f) Q epyurasi; g) N epyurasi.

Sterjen ko'ndalang kesimi AB qismida siqilishli to'g'ri ko'ndalang egilish yuzaga keladi. (11.10) mustahkamlik sharti

$$\sigma = -\frac{N}{F} - \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]$$

$$N=1000 \text{ kg}, \quad M_y=200000 \text{ kg}\cdot\text{sm}, \quad F=0,8 \text{ d}^2, \quad W=0,1 \text{ d}^3 \text{ yoki}$$

$$-1000/0,68 \text{ d}^2 - 200000/0,1 \text{ d}^3$$

Yuqorida ko'rsatib o'tilganidek, tenglamani d ni tanlab yechish eng oson usuldir.

$d=5 \text{ sm}$ deb olsak,

$$\sigma = -1000 / 0,8 \times 25 - 200000 / 0,1 \times 125 = -16050 \text{ kg} / \text{sm}^2 > [\sigma]$$

$d=10 \text{ sm}$ deb olsak,

$$\sigma = -1000 / 0,8 \times 100 - 200000 / 0,1 \times 1000 = -2012 \text{ kg} / \text{sm}^2 > [\sigma]$$

$d=15 \text{ sm}$ deb olsak,

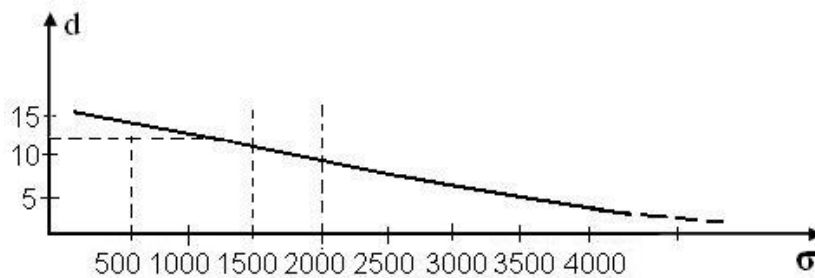
$$\sigma = -1000 / 0,8 \times 225 - 200000 / 0,1 \times 3375 = -598 \text{ kg} / \text{sm}^2 < [\sigma]$$

$\sigma = f(d)$ bog'lanish grafigini chizamiz va undan $d=112-120 \text{ mm}$ li diametr qiymatini topamiz (11.27-rasm).

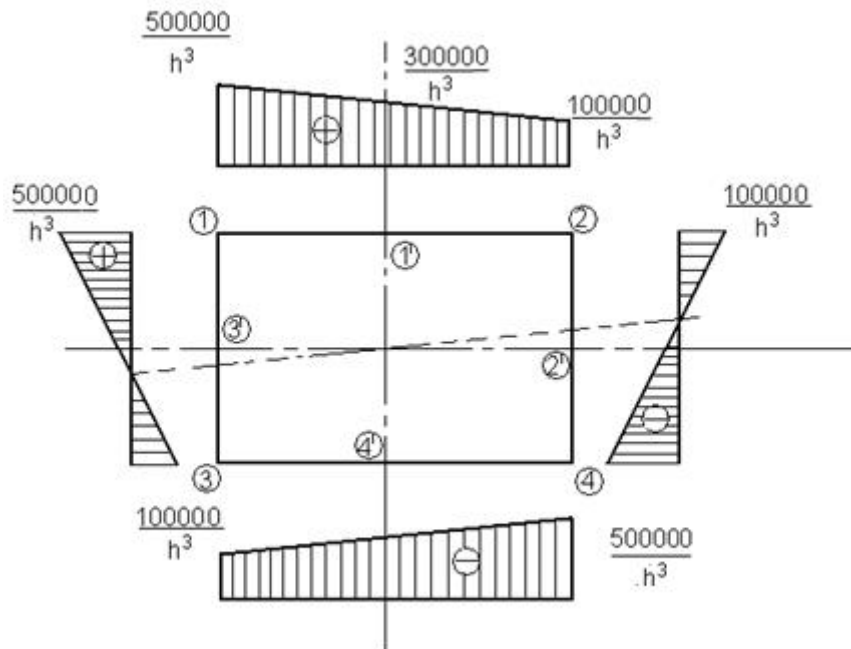
Sterjen ko'ndalang kesimi BC qismida qiyshiq egilish va buralish birgalikda ta'siri yuzaga keladi. Bu holda epyuralardan xavfli kesim holatini aniqlash mumkin – M_y va M_x epyuralari qistirib mahkamlangan joyda eng katta qiymatga erishadi, M_e epyura ordinatasi esa uchastka uzunligi bo'ylab o'zgaradi. Sterjen ko'ndalang kesimida normal kuchlanishlar taqsimoti epyurasini quramiz (11.28-rasm). σ epyurasini aksionometriyada emas, balki yoyilma ko'rinishida quramiz:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{3h \times h^2}{6} = 0,5h^3$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{(3h)^2 \times h}{6} = 1,5h^3$$



11.27-rasm. σ va d orasidagi bog‘liqlik diagrammasi.



11.28-rasm. Sterjen ko‘ndalang kesimidagi normal kuchlanishlarning taqsimlanish epyurasi,

$$\sigma_3 = -150000/0,5h^3 - 300000/1,5h^3 = -500000/h^3$$

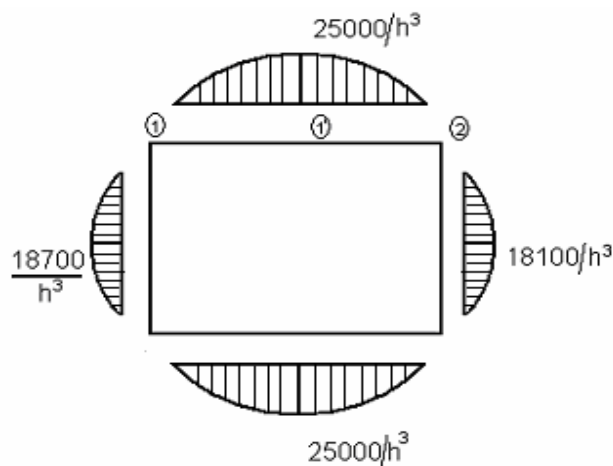
$$\sigma_3 = -150000/0,5h^3 - 300000/1,5h^3 = -500000/h^3$$

Kuchlanish epyurasidan 1', 2', 3', 4' oraliq nuqtalarda hosil bo‘luvchi kuchlanishlarni topamiz.

Sterjen xavfli kesimida hosil bo‘luvchi urinma kuchlanishlar epyurasini $\tau = \frac{W_b}{W_k}$ ifodadan foydalanib quramiz (11.29-rasm).

(7.12) ga asosan $W_k = \beta b^3$ ga teng, bu yerda β – to‘g‘ri to‘rtburchak qisqa tomoni o‘lchami (ko‘rilayotgan masalada β qiymati 7.1-jadvaldan

to'g'ri to'rtburchak tomonlari nisbatiga asosan topiladi) $b/h=3$ bo'lgan hol uchun $\beta=0,801$ ga teng.



11.29-rasm. Urinma kuchlanishlar epyurasini jadval yordamida qurish.

Shunday qilib, $\tau_{\max}=200000/0,8h^3=250000/h^3$ γ koeffitsient ham 7.1-jadvaldan olinadi va $\frac{b}{h}=3$ hol uchun $\gamma=0,75$ ga teng.

Normal va urinma kuchlanishlar epyurasini tahlil qilsak xavfli nuqta normal kuchlanish eng katta qiymatga erishadigan bir nuqta yoki urinma kuchlanish eng katta, normal kuchlanish yetarli darajada katta qiymatga erishadigan 1 nuqtada bo'lishi mumkin.

Bu ikkala nuqtaga ekvivalent kuchlanishni III mustahkamlik nazariyasi asosida topamiz.

$$\begin{aligned} 1 \text{ nuqta uchun } (\tau=0 \text{ da}) \sigma_{ekv} &= \sigma_{\max} = 500000/h^3 \\ 1' \text{ nuqta uchun } \sigma &= 300000/h^3 \text{ va } \tau = 250000/h^3 \\ \sigma &= \sqrt{(300000/h^3)^2 + 4(250000/h^3)^2} = 590000/h^3 \end{aligned}$$

σ_{ekv} qiymatidan kesim xavfli nuqtasi 1 nuqta ekanligini ko'ramiz. σ_{ekv} qiymatini mustahkamlik shartiga qo'yib h kattaligini topamiz.

$$590000/h^3 = 1600 \rightarrow h = \sqrt[3]{590000/1600} = 7,2 \text{ sm}, \quad b = 22 \text{ sm}.$$

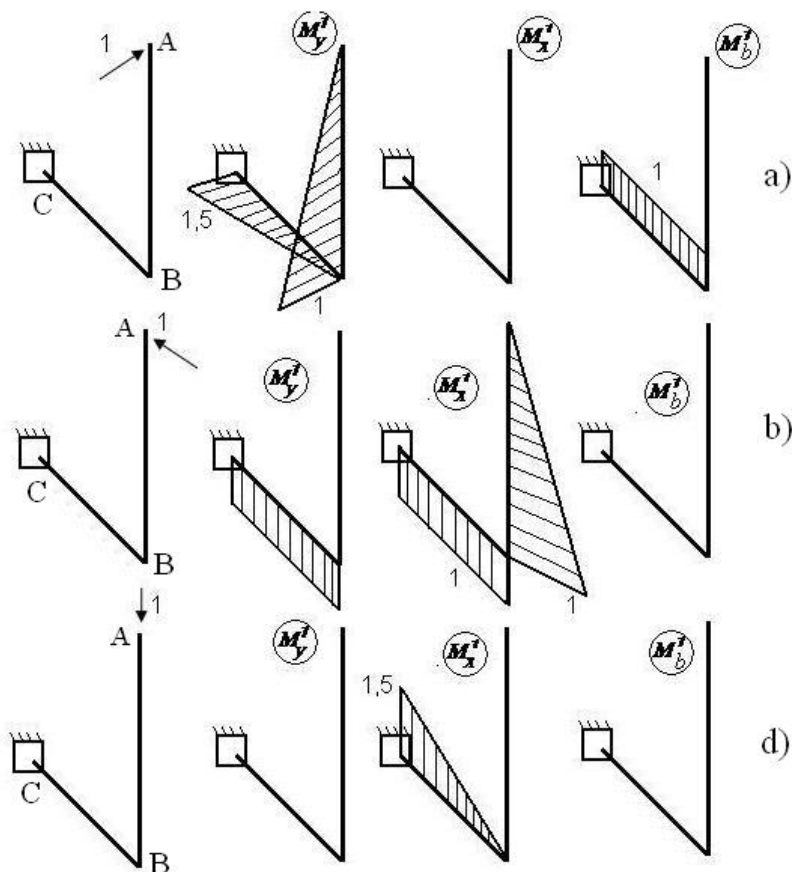
7- §. Sterjen ixtiyoriy yuklanishida ko'chishlarni aniqlash

Yuqorida ko'rsatib o'tilganidek ko'chishlarni aniqlash eng umumiy usuli Vereshchagin qoidasini qo'llab Mor usulidan foydalanishdir. Ko'ndalang va bo'ylama kuchlar ta'sirini e'tiborga olmay, qiyshiq egilish mumkinligini hisobga olsak ko'chishni aniqlash umumiy ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta = \sum \int_0^l \frac{M^P_x M'_x}{EI_x} dz + \sum \int_0^l \frac{M^P_y M'_y}{EI_y} dz + \sum \int_0^l \frac{M^P_b M'_b}{I_k G} \quad (11.19)$$

Bundan kelib chiqib, ko'chishni aniqlash uchun, ko'chishni aniqlanayotgan nuqtalar birlik kuch qo'yib, birlik kuch epyurasi quriladi va uni Vereshchagin qoidasi asosida tashqi yuk epyurasi bilan ko'paytiramiz.

Misol tariqasida 11.25 rasmda keltirilgan A nuqtaning gorizontal va vertikal ko'chishini aniqlaylik (11.30-rasm).



11.30-rasm. Fazoviy siniq sterjenlar ko'chishlarni aniqlash:
a), b), d) birlik kuch turli yo'nalishlar bo'yicha ta'sir etganda qurilgan birlik kuch epyuralari.

Sterjen ko'ndalang kesimi geometrik xarakteristikalarini 11.7 da keltirilgan o'lchamlar asosida aniqlaymiz.

$$d=12sm, \quad h=7,2sm, \quad b=22sm$$

AB qismida:

$$I_x = I_y = 0,05d^4 = 1040 \text{ sm}^4, \quad I_\rho = 0,1d^4 = 2080 \text{ sm}^4$$

$$BC \text{ qismida: } I_x = (7,2)^3 \times 22/12 = 675 \text{ sm}^4$$

(7.12 ifodaga asosan) $I_x = d \times b^4$ ga teng, bu yerda b – to‘g‘ri to‘rtburchak kichik tomoni (misolimizda 7,2 ga teng). α kattaligini 7.1-jadvaldan tomonlar nisbati 1:3 hol uchun $d=0,79$ shunday qilib $I_k = 0,79(7,4)^4 = 2120 \text{ sm}^4$. Elastiklik modullari $E=2 \times 10^6 \text{ kg/m}^2$, $G=8 \times 10^5 \text{ kg/sm}^2$

X o‘qi yo‘nalishi bo‘yicha ko‘chishni 9.2-jadvaldan foydalanib topamiz

$$\Delta_{r(y)}^{gor} = \frac{2 \times 1 \times 1}{3 \overset{\circ}{A} I_1} + \frac{1 \times 1,5 \times 1,5}{3 E I_2} + \frac{1 \times 1,5 \times 2}{G I_\rho} = \frac{2000 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^3}{3 \times 2 \times 10^6 \text{ kg/sm}^2 \times 1040 \text{ sm}^4} +$$

$$+ \frac{22500 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^3}{2 \times 10^6 \text{ kg/sm}^2 \times 6400 \text{ sm}^4} + \frac{3000 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^3}{8 \times 10^5 \text{ kg/sm}^2 \times 2010 \text{ sm}^4} = 2,49 \text{ sm}.$$

$$\Delta_{\dot{A}(\delta)}^{gor\delta} = -\frac{1 \times 1,5 \times 1,5}{2 \overset{\circ}{A} I_2} = -\frac{2250 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^3}{2 \times 2 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^2 \times 675 \text{ sm}^4} = -0,83 \text{ sm}$$

Natijadagi (–) ishora ko‘chish yo‘nalishi birlik kuch yo‘nalishiga qarama-qarshi ekanligini bildiradi.

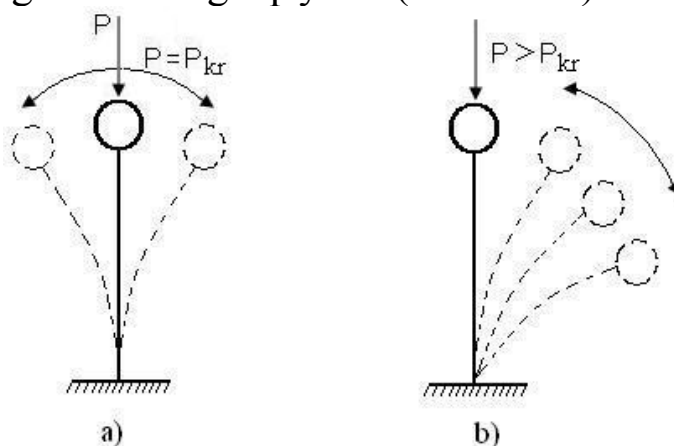
$$\Delta_{\dot{A}}^{ver} = \frac{1,5 \times 1,5 \times 1,5}{3 \overset{\circ}{A} I_2} = \frac{3380 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^3}{3 \times 2 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^2 \times 675 \text{ sm}^4} = 0,835 \text{ sm}.$$

XII bob

SIQILGAN STERJENLAR USTUVORLIGI

1- §. Kritik kuch va kritik kuchlanish haqida tushuncha

Siqilgan sterjen ustuvorligi tushunchasini P yuk ta'siridagi qistirib mahkamlangan egiluvchi sterjen misolida ko'ramiz (12.1-rasm). Agar P kuch uncha katta bo'lmasa sterjen qisqa muddatli gorizontaal yuk ta'sirida egiladi va yuk olingach o'z o'qi atrofida tebranma harakat qilib, o'zining boshlang'ich holatiga qaytadi (12.1-rasm).



12.1-rasm. Erkin uchiga P kuch qo'yilgan qistirib mahkamlangan sterjen:

a) ustuvor holat; b) noustuvor holat.

Yuk kattaligi oshirilganda sterjen qisqa muddatli yukdan keyin o'zining boshlang'ich holatini saqlay olmay, egilgan holda qolishi yuz beradi. U ikkinchi marta muvozanat holatidan chiqarilganda yukni olingach, o'zining yangi egilgan o'qi atrofida tebranadi (12.1b-rasm).

Sistemaning sterjen va yukdan iborat birinchi holati ustuvor, ikkinchi holati ustuvor bo'lmagan holat deyiladi. Sterjen geometrik parametrlari o'zgarmas bo'lganda sistemaning ustuvor holatdan ustuvor bo'lmagan holatga o'tishi siquvchi kuch P kattaligiga bog'liq.

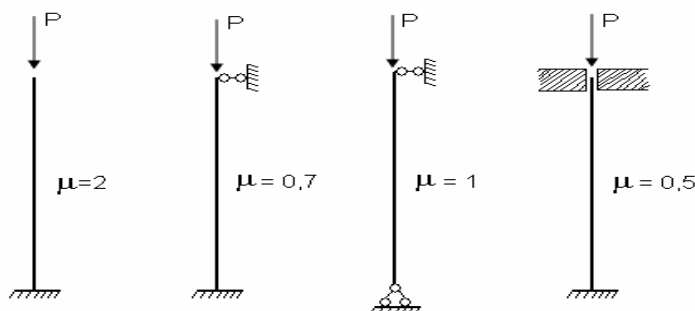
Sterjenni ustuvor holatdan ustuvor bo'lmagan holatga o'tkazuvchi siquvchi kuchga P_{kr} kritik kuch, bu sterjenda hosil bo'luvchi kuchlanishlarga σ_{kr} kritik kuchlanish deyiladi.

Materialning kritik kuchlanishlarga yetishi juda xavflidir, chunki sterjen ustuvorligi yo‘qolganda deformatsiyalar keskin oshib ketadi va bu hol konstruktsiya buzilishiga olib kelishi mumkin.

Birinchi marta kritik kuch kattaligini Leonard Eyler aniqlagani uchun, ba‘zan uni Eyler kuchi ham deb ataladi. Eylerga asosan kritik kuch kattaligi quyidagi bog‘lanishdan topiladi:

$$P_{kr} = \pi^2 EI_{\min} / (\mu \ell)^2 \quad (12.1)$$

Bu yerda $I_{\min}$ – ko‘ndalang kesim bosh markaziy inersiya momentlaridan biri (kichigi), ℓ – sterjen uzunligi, μ – sterjen uchlarini mahkamlash usuliga bog‘liq o‘lchamsiz koeffitsient (12.2-rasm).



12.2-rasm. Sterjen uchlari mahkamlanishini uzunlikni keltirish koeffitsientiga bog‘liqligi.

Bikr mahkamlash sof holda amalda juda kam uchrashini aytish lozim. Masalan, yetarli uzunlikdagi metall sterjen, asosiy konstruktsiyaga payvandlash yoki birikma orqali tutashtirilgan sistema – bikr mahkamlanganga misol, ammo uni ustuvorlikka tekshirishda sharnirli mahkamlangan deb olinadi. Bu ferma sterjenlariga ham taalluqli bo‘lib, hisoblashlarda $\mu=1$ ni qabul qiladi. $\mu \ell$ ko‘paytma keltirilgan uzunlik deyiladi.

Kritik kuchga mos keluvchi, miqdori P_{kp}/F ga teng bo‘lgan kuchlanish kritik kuchlanish deyiladi.

Tajribalar tahlili shuni ko‘rsatadiki, Eyler formulasi asosida hisoblangan natijalar sterjen geometrik parametrlari ma‘lum diapazonida yaxshi mos tushadi. Bu parametrlarni umumiy baholash uchun sterjen egiluvchanligi λ o‘lchamsiz kattaligi kiritiladi.

$$\lambda = \frac{\mu \cdot \ell}{i_{\min}} \quad (12.2)$$

bu yerda, $\mu \cdot \ell$ – sterjen keltirilgan uzunligi, $i_{\min}$ – bosh markaziy inersiya o‘qlaridan biriga nisbatan ko‘ndalang kesim inersiya radiusi.

Kesim inersiya radiusi quyidagi ifodadan topiladi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}}$$

λ egiluvchanlik o'lcamsiz kattalik bo'lib 0 dan 200 gacha bo'lgan qiymatlarni qabul qiladi. (12.1) ifodani λ ning $\lambda \approx 100-200$ qiymatlarida qo'llash mumkin. λ ning Eyler formulasini qo'llash mumkin bo'lgan quyi chegarasi materialga bog'liq. Xususan yog'och uchun 110 ga, cho'yan uchun 80 ga teng va hokazo.

Egiluvchanligi o'rtacha egiluvchanlikdan kichik bo'lgan sterjenlar uchun Peterburg temir yo'llar instituti professori F.S.Yasinskiy tomonidan σ_{kr} kritik kuchlanishni aniqlash imkonini beruvchi empirik bog'lanish taklif etildi:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda \quad (12.3)$$

bu yerda a, b – sterjen materialiga bog'liq tajribada aniqlanuvchi, kuchlanish o'lchov birligidagi kattaliklar, masalan po'lat uchun $a=3100 \text{ kg/sm}^2$, $b=11,4 \text{ kg/sm}^2$ ga teng.

O'rtacha egiluvchanlik deb λ qiymati $40 \div 100$ gacha bo'lgan egiluvchanlikka aytiladi. $\lambda < 40$ holda kritik kuchlanishni oquvchanlik chegarasiga teng deb olinadi.

2- §. Sterjenlarni ustuvorlikka amalda hisoblash

Sterjen ustuvorligini yo'qotishi mumkin bo'lgan chegaraviy kuchlanish σ_{kr} kattaligi sterjen materiali va geometrik o'lchamlariga bog'liq ekanligini aniqladik. Ustuvorlikka hisoblashda, ruxsat etilgan kuchlanishdagi kabi ehtiyot koeffitsienti kiritiladi. Mustahkamlikka nisbatan ustuvorlikdagi ehtiyot koeffitsienti kattaroq qiymatga ega, chunki bir qator tasodifiy kattaliklar – sterjen egriligi, markaziy bo'lmagan yuk, tasodifiy yondan ta'sirlar kabi kattaliklarga bog'liq bo'ladi. Ustuvorlikdagi ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma_y]$ mustahkamlikdagi ruxsat etilgan kuchlanish bilan quyidagicha bog'langan

$$[\sigma_y] = \varphi \sigma_{kr} \quad (12.4)$$

bu yerda: φ – o'lchovsiz koeffitsient, siqilgan sterjenlar uchun asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni pasaytirish koeffitsienti deb, ba'zan bo'ylama egilish koeffitsienti deb ataladi.

φ kattaligi sterjen materiali egiluvchanligiga bog'liq va u maxsus jadvalda (12.1-jadval) keltiriladi.

φ koeffitsientining qiymatlari

12.1-jadval

Sterjen egiluvchan- ligi $\lambda = \frac{\mu \cdot \ell}{i_{\min}}$	Materiallar							
	Po‘lat OS, St2, St3, St4	Po‘lat St5	Po‘lat SPK	Cho‘yan	Yog‘och	Beton	Temir beton	Tosh devor
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99	0,99	0,99	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97	0,96	0,98	0,96
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93	0,90	0,97	0,91
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87	0,83	0,94	0,85
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80	0,76	0,88	0,78
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71	0,69	0,82	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60	0,63	0,72	0,65
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48	0,56	0,64	0,58
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38	0,51	0,57	0,52
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31	0,45	0,52	0,47
110	0,52	0,43	0,35	—	0,25	—	—	0,42
120	0,45	0,36	0,30	—	0,22	—	—	0,38
130	0,40	0,33	0,26	—	0,18	—	—	0,34
140	0,36	0,29	0,23	—	0,16	—	—	0,31
150	0,32	0,26	0,21	—	0,14	—	—	0,28
160	0,29	0,24	0,19	—	0,12	—	—	—
170	0,26	0,21	0,17	—	0,11	—	—	—
180	0,23	0,19	0,15	—	0,10	—	—	—
190	0,21	0,17	0,14	—	0,09	—	—	—
200	0,19	0,16	0,13	—	0,08	—	—	—

Sterjen siqilishidagi mustahkamlik sharti ustuvorlikni yo‘qotish ehtimolini hisobga olgan holda ko‘rinishi

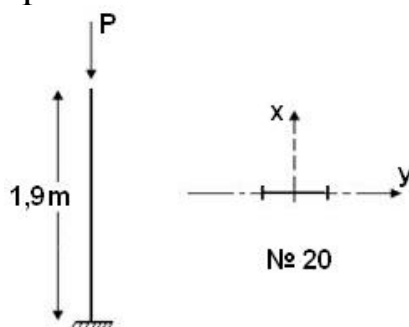
$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma_y] \quad \text{yoki} \quad \sigma = \frac{P}{F} \leq \varphi[\sigma] \quad (12.5)$$

Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikni yo‘qotish ehtimolini hisobga olgan holdagi hisobi masalasi 2 turga bo‘linadi.

- 1) Sterjen ko‘ndalang kesimi geometrik o‘lchamlari ma’lum bo‘lganda ruxsat etilgan siquvchi kuch kattaligini topish.
- 2) Siquvchi kuch kattaligini va kesim shakli berilganda uning geometrik o‘lchamlarini aniqlash.

Ikkala turdagi masalalarini yechish tartibiga doir misollar keltiramiz.

12.3-rasmda tasvirlangan qo'shtavr profildagi ustun uchun ruxsat etilgan kuch kattaligi aniqlansin.

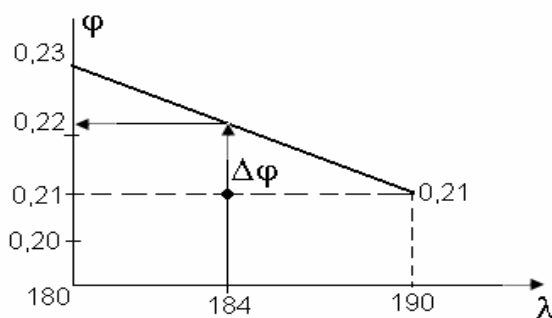


12.3-rasm. Qo'shtavr kesimli ustun hisobi.

Bu ko'rinishdagi masalalarni yechish unga qiyin emas. (12.5) mustahkamlik shartidan ruxsat etilgan kuch kattaligi topiladi $P^{rux} = F \times \varphi \times [\sigma]$. Sortamentdan $F = 26,8 \text{ sm}^2$, $i_y(i_{min}) = 2,07 \text{ sm}$ ni topamiz. Koeffitsient $\mu = 2$ (12.2-rasm) sterjen egiluvchanligi:

$$\lambda = \mu \times \ell / i_{min} = 2 \cdot 190 / 2,07 = 184$$

12.1-jadvaldan chiziqli interpolyatsiyalash usuli bilan $St\ 3$ uchun $\lambda = 184$ qiymatini topamiz. 12.1-jadvalda egiluvchanlik 180 va 190 bo'lgandagi φ qiymatlari keltirilgan. Oraliq qiymatlarni topish uchun φ ni 180 dan 190 gacha oraliqda chiziqli o'zgaradi deb qabul qilamiz. 12.4-rasmda chiziqli interpolyatsiya usulining grafik tasviri keltirilgan.



12.4-rasm. Chiziqli interpolyatsiya usuli.

Uchburchaklar o'xshashligidan $\lambda = 184$ ga mos keluvchi φ qiymatini analitik usulda topamiz.

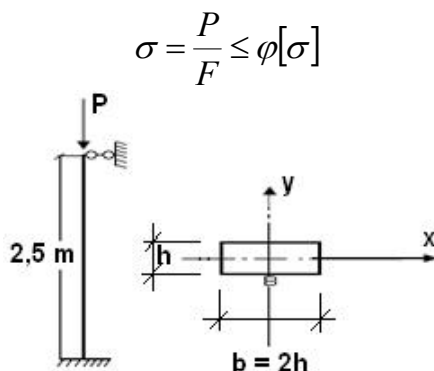
$$\Delta\varphi = \left[\frac{0,23 - 0,21}{190 - 180} \right] (190 - 184) \text{ bu yerdan}$$

$$\Delta\varphi = 0,012, \varphi = 0,21 + \Delta\varphi = 0,222$$

$$\text{Shunday qilib, } P^{rux} = 26,8 \text{ sm}^2 \times 0,222 \times 1600 \text{ kg/sm}^2 = 9500 \text{ kg} = 9,5 \text{ t}$$

Ikkinchi turdagi masalalarni yechish qiyinroq, chunki (12.5) mustahkamlik shartiga ko'ndalang kesim o'lchamlariga bog'liq ikkita kattalik kiradi va ulardan biri φ analitik ko'rinishda emas, balki jadval ko'rinishida beriladi. Amalda (12.5) tenglama bir noma'lumli (ko'ndalang kesim o'lchami) bo'lsa ham uni ketma-ket yaqinlashish usuli bilan yechishga to'g'ri keladi. Bunday tipdagi masalalarni yechishga misollar keltiramiz.

40 t kuch yuklangan po'lat ustun ko'ndalang kesimi o'lchamlari topilsin (12.5-rasm).



12.5-rasm. To'g'ri to'rtburchak kesimli po'lat ustun uchun ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlash.

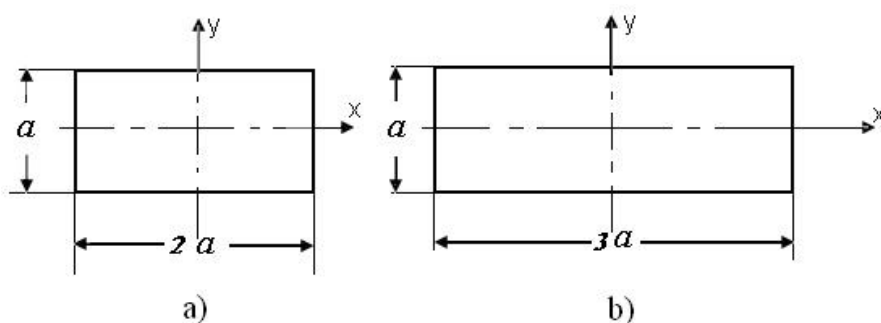
Mustahkamlik shartida P va $[\sigma]$ ma'lum hisoblanadi.

$F = hb = h \times 2h = 2h^2$. 12.1-jadval asosida φ ni aniqlash uchun λ ni bilish kerak. $\lambda = \mu l / i_{\min}$, $\mu = 0,7$ (12.2-rasmga qarang) $i_{\min} = i_x = 0,29h$ (11.15-rasmga qarang) $\lambda = 0,70 \times 250 / 0,29h = 603/h$.

Shunday qilib, mustahkamlik sharti tenglamasida faqatgina h noma'lum xolos. h ni bilgan holda F , λ ni topish mumkin, λ asosida jadvaldan φ ni topamiz.

3- §. Siqilgan sterjenlar ko'ndalang kesimining eng qulay shakllari

Sterjen egiluvchanligi λ qancha kichik bo'lsa, sterjen o'zgarmas ko'ndalang kesimidagi kuchlanishlar shuncha kam bo'lishi (12.5) bog'lanish va 12.1-jadvaldan ma'lum. O'z navbatida ko'ndalang kesim minimal inersiya radiusi kattalashishi bilan sterjen egiluvchanligi kamayadi. Bundan ko'ndalang kesimi halqali ustunlar, yaxlitga nisbatan qulayroq ekanligi kelib chiqadi. Ikkinchi tomondan minimal inersiya radiusi tushunchasi geometrik xarakteristika sifatida o'z xususiyatlariga ega. Ko'ndalang kesimning ikki shaklini ko'raylik (12.6a,b-rasmlar).



12.6-rasm. Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan kesim:
a) o'lchami $a \times 2a$ bo'lgan kesim; b) o'lchami $a \times 3a$ bo'lgan kesim.

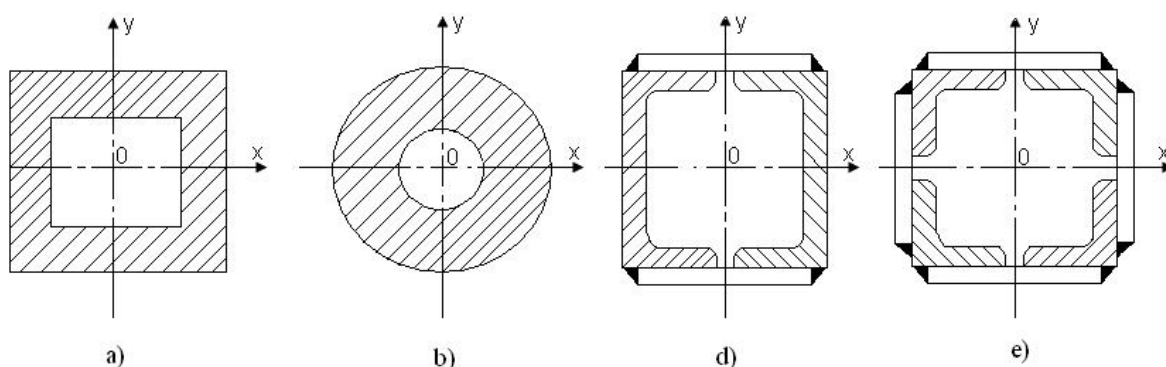
Ikkala kesim uchun i_{min} ni x o'qiga nisbatan aniqlanadi:
 a sxema uchun

$$i_{min} = i_x = \sqrt{a^3 2a / 12 \times 2a^2} = 0,29a$$

b sxema uchun

$$i_{min} = i_x = \sqrt{a^3 3a / 12 \times 3a^2} = 0,29a$$

ya'ni inersiya radiuslari, mos ravishda sterjenlar egiluvchanligi bir xil keltirilgan uzunlikda o'zaro teng. Shunday qilib, x o'qi yo'nalishida ustun o'lchamlarini kattalashtirish, ustun yuk ko'tarish qobiliyatini oshirish uchun kesim yuzasini kengaytirish ruxsat etilgan kuchlanish pasaytirish ko'effitsientiga ta'sir etmas ekan. Buning qulayroq usuli ustun o'lchamlarini y o'qi yo'nalishida kengaytirish, bu holda F oshishi bilan i_{min} kattalashadi, demak bikrlilik kamayadi va ruxsat etilgan kuchlanish pasaytirish ko'effitsienti ko'payadi. y o'qi bo'yicha o'lchamlarni oshirishni x va y o'qlariga nisbatan inersiya radiuslari o'zaro teng bo'lguncha davom ettirish kerak.



12.7-rasm. Sterjen ko'ndalang kesim yuzalari:

a) to'g'ri to'rtburchakli kovak kesimi; b) halqasimon kesim; d) shveller va listdan tayyorlangan kesim; e) teng yonli burchaklik va listdan tayyorlangan kesim.

Bundan sterjen kesimidagi materialni iloji boricha markazdan uzoqroqqa – chegaraga joylashtirish kerakki, kesim bikrligi, ya'ni markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari bir xil bo'lishi kelib chiqadi (12.7b,d-rasmlar).

Birikmali kesim elementlari uzunligi bo'yicha ma'lum bir oraliqlarda yaxlit yoki tutashtiruvchi plankalar orqali bir-birlari bilan biki qilib bog'lanishi lozim.

4- §. Bo'ylama ko'ndalang egilish

Odatda bo'ylama egilish amalda doimo u yoki bu qo'shimcha omillar orqali murakkablashadi. Bularga ustunning boshlang'ich egriligi, siquvchi kuchning ozgina markazdan qochishi va nihoyat intensivligi q ga teng bo'lgan qo'shimcha yuk, masalan shamol kuchi.

Bu omillarni kichik qiymatlarida asosiy hisoblash natijalariga ta'siri sezilarli bo'lsa, hisobga olish zarur. Bunday hollarda ustunni bo'ylama siquvchi kuch ta'sirida, ustuvorlikka tekshirish kerak, ya'ni bo'ylama egilishdan qo'shimcha omillarni hisobga olinmaydi, va keyin ustun xavfli kesimidagi kuchlanishni ular ta'sirini hisobga olib tekshiriladi.

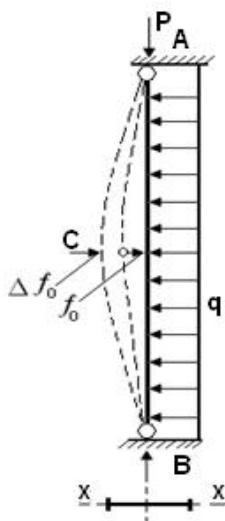
Taqribiy hisoblashlarda sanab o'tilgan murakkablashtiruvchi qo'shimcha omillar siquvchi kuch uchun yelka hosil qiladi va natijada biror boshlang'ich moment yuzaga keladi deb olinadi.

Masalan, agar ustunda boshlang'ich egrilik mavjud bo'lsa (12.8-rasm), u holda P siquvchi kuch yelkasi boshlang'ich solqilikka teng bo'ladi, agar yuk markazdan biror masofaga qochgan bo'lsa, P kuch yelkasi uchun shu masofa olinadi. Intensivligi q bo'lgan ko'ndalang yukda yelka f_0 ustun solqiligiga teng.

AB ustunga bo'ylama siquvchi P kuch va ko'ndalang yuk bir vaqtda ta'sir etgan holni ko'raylik. Siquvchi P kuch Δf_0 ga teng qo'shimcha solqilik hosil qiladi va undan egilgan o'qi ABC egri chiziq bilan aniqlanadi. Endi kuchlar ta'sirining mustahkamlik qonuniga asosan ustun o'rtasidagi kesimdaga eng katta normal kuchlanishlarni topamiz.

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_q = \frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W}$$

bu yerda, σ_p – siquvchi kuch ta'siridan kuchlanish, σ_q – ko'ndalang yuk ta'siridan hosil bo'luvchi normal kuchlanish.



12.8-rasm. AB ustunning bo‘ylama ko‘ndalang egilishi.

Siquvchi kuch ta’siridan ustun o‘rtasida qo‘shimcha eguvchi moment hosil bo‘ladi, uning miqdori $\Delta M = Pf$ ga teng, bu yerda $f = f_0 + \Delta f_0$, ya’ni siquvchi kuch va ko‘ndalang yuk ta’siridan to‘la solqilik. Bu solqilik P kuch yelkasi hisoblanadi va birinchi marta professor K.S.Zavriev tomonidan taklif etilgan formula asosida yetarli aniqlikda topiladi.

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{P}{P_k}} \quad (12.6)$$

bu yerda: f_0 – ko‘ndalang yuk ta’siridan solqilik va u quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$f_0 = 5q\ell^4 / 384EI$$

P_k – kritik kuch, u ixtiyoriy egiluvchanlik uchun Eyler formulasidan topiladi:

$$P_k = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2} \quad (12.7)$$

va kritik kuch P_k dan farqi uni aniqlashda I inersiya momenti ko‘ndalang kesim tekisligiga perpendikulyar bosh o‘qqa nisbatan eng katta yoki eng kichik bo‘lishidan qat’iy nazar aniqlanishi kerak.

(12.6) formuladan siquvchi P kuchning P_k kuchga yaqin qiymatlarida solqilik cheksizlikka intiladi va bu holda formuladan foydalanib bo‘lmaydi. Formula siquvchi kuch quyidagi chegarada bo‘lgan hollar uchun qoniqarli natijalar beradi

$$0 \leq P \leq 0,8 P_k$$

Bo‘ylama ko‘ndalang egilishdagi sterjen kesimlaridagi eng katta kuchlanishlarni topish formulasi quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W} + \frac{Pf_o}{W(1 - \frac{P}{P_k})} \quad (12.8)$$

Olingan formuladan quyidagilarni aytish mumkin:

1) Sterjen ko‘ndalang kesimidagi kuchlanishlar bo‘ylama siquvchi kuch bilan chiziqli bog‘lanmagan, demak ular kattaligi bo‘yicha berilgan yukdagi mustahkamlik zahirasi haqida xulosa chiqarish mumkin emas.

2) Kesimlardagi kuchlanishlar yukga nisbatan tezroq o‘sadi va uni hisoblangandan ortiq, juda kam miqdorda oshirilishi ham konstruksiyani buzishgacha olib keluvchi katta kuchlanishlar hosil bo‘lishiga olib kelishi mumkin.

5- §. Tekis shaklning egilishdagi ustuvorligi

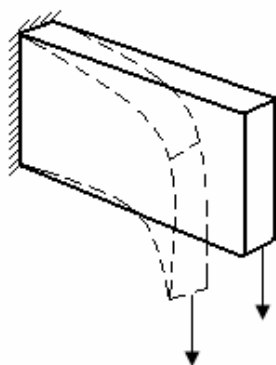
XII-bob, 1–3-§ larda ko‘rib o‘tilgan ustuvorlikni yo‘qolish hollaridan tashqari yana tekis shakl egilishdagi ustuvorlikni yo‘qolish holati ham mavjud. U amalda inersiya bosh momentlari bir-biridan keskin farq qiluvchi, moment ta’sir tekisligi inersiya momenti eng katta o‘q bo‘ylab o‘tadigan balkalarda hosil bo‘ladi.

Bunday balkalarga xarakterli misol sifatida balandligiga nisbatan kesim kengligi 5–10 marta kichik bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchak kesimli, prokat qo‘shstavrlari yoki birikmali (payvandlangan yoki parchinlangan) balkalarni keltirish mumkin. Oxirgilarda ba’zan eng katta bikrligi eng kichik bikrligidan 10–50 marta katta bo‘ladi.

Bunday balkalarda tekis shakl egilishi ustuvorligini yo‘qotishi shundan iboratki, uning siqilgan qismi – belbog‘i va (vertikal listning) yarim devori yuk ma’lum bir qiymatga yetganda ustuvorligini yo‘qotib bir tomonga ezilish (smyatiya) (12.9-rasm). Yuk qo‘yilgan kesim oshishi natijasida odatda balka buziladi.

Amalda balka ustuvorligini yo‘qotishi uning yon bikrligi kamligi sababli ro‘y beradi.

Tekis shaklning egilishdagi ustuvorligi balka ko‘ndalang kesimi o‘lchamlari (belbog‘ va devor)ga va balka uzunligiga bog‘liq bo‘ladi. Tekis ko‘ndalang egilishdagi balkalar ustuvorligini saqlash uchun uning uzunligini qo‘shimcha tirgaklar qo‘yish yoki balkalar o‘rtasiga qo‘shimcha bog‘lanishlar qo‘yiladi.



12.9-rasm. Ustuvorlikni yo‘qotilishi.

Tekis shakl egilishdagi ustuvorligi masalasiga plastinka va qo‘shstavrlı balkalarnı hisoblash masalasi (plastinka yoki balka) o‘zining egilishdagi tekis shaklini yo‘qota boshlaydigan P_k kritik kuchni aniqlashdan iborat. P_k ni aniqlash formulalarini kelib chiqishi boshqa maxsus adabiyotlarda keltirilgan. Biz ularni tayyor holida keltiramiz.

To‘g‘ri to‘rtburchakli kesimli (plastinka) balka uchun P_k kritik kuchi miqdori quyidagiga teng:

a) Erkin uchiga P yig‘ilgan yuk bilan yuklangan konsol balka uchun

$$P_k = 4,01 / L^2 \sqrt{c_1 c_2} \quad (12.9)$$

b) butun uzunligi bo‘ylab q intensivlikdagi tekis yoyilgan yuk qo‘yilgan konsol balka uchun

$$qL = 12,85 / L^2 \sqrt{c_1 c_2} \quad (12.10)$$

v) o‘rtasida yig‘ilgan P kuch qo‘yilgan 2 ta sharnirli tayanchlarda yotuvchi balka uchun

$$P_k = 17,2 / L^2 \sqrt{c_1 c_2} \quad (12.11)$$

g) butun uzunligi bo‘ylab q intensivlikdagi tekis taqsimlangan yuk qo‘yilgan 2 ta tayanchda yotuvchi balka uchun

$$(qL)_k = 28,3 / L^2 \sqrt{c_1 c_2} \quad (12.12)$$

Bu tenglamalarda L – balka uzunligi, c_1 – egilishdagi bıkrlık (eng kattasi), c_2 – buralishdagi bıkrlık.

Qo‘shstavrlı balkalar uchun P_k quyidagi formuladan topiladi:

$$P_k = \beta / L^2 \sqrt{c_1 c_2} \quad (12.13)$$

bu yerda, β – tokchanning yonlanma egilishi qarshiligiga bog‘liq koeffitsient. U quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$a = c_2 / c_1 (L / h^2) \quad (12.14)$$

bu yerda, h – balka balandligi.

β – kattaligi 12.2-jadvaldan olinadi.

α va β bog'lanishlar jadvali

12.2-jadval

a $=c_2/c_1(L/h)^2$	β_1	β_2	β_3	a $=c_2/c_1(L/h)^2$	β_1	β_2	β_3
0,1	31,6	3,64	143,0	16	5,08	18,3	30,5
1,0	9,76	31,9	53,0	20	–	18,1	30,1
2,0	8,03	25,6	42,6	32	–	17,9	29,4
4,0	6,73	21,8	36,3	50	–	17,5	29,0
6,0	6,19	20,3	33,8	70	–	17,4	28,8
8,0	5,87	19,6	32,6	90	4,04	17,2	28,6
12	5,36	18,8	31,2	100	4,04	17,2	28,6

Bu jadvalda quyidagi miqdorlar berilgan 2 – qatorda erkin uchiga kuch ta'sir etuvchi konsol uchun, 3 – qator o'rtasida kuch ta'sir etuvchi 2 ta tayanchda yotuvchi balka uchun, 4 – qator – butun uzunligi bo'ylab tekis taqsimlangan kuch ta'sir etuvchi, 2 tayanchda yotuvchi balka uchun.

β koeffitsientining oraliq qiymatlari chiziqli interpolyatsiyalash yo'li bilan topiladi.

Tekis shaklni egilishdagi ustuvorligi hisobida egilishdagi eng katta normal kuchlanishlar $[\sigma_y]$ kattaligi quyidagi ifodadan topiladi:

$$[\sigma_y] = \sigma_k / K_y \quad (12.15)$$

bu yerda $[\sigma_y]$ – ustuvorlikdagi ruxsat etilgan kuchlanish. σ_k – Eyler yoki Yasinskiy formulalari asosida (12.1–12.3 bo'limlar) aniqlanuvchi kritik kuchlanish. K_y – ustuvorlikdagi zahira koeffitsienti.

Ustuvorlikdagi zahira koeffitsienti mustahkamlikdagiga nisbatan katta bo'ladi. Bu sterjen ustuvorligiga ta'sir etuvchi omillarning ko'p ekanligiga bog'liq. Amalda K_y po'lat uchun 1,8–3,3 oralig'ida, cho'yan uchun 5–5,5, yog'och uchun 2,8–3,2 ga teng olinadi.

Kritik kuchlanish quyidagi (12.16) ifodadan aniqlanadi:

$$\sigma_k = M_{kr}^{\min} / W_y \quad (12.16)$$

bu yerda: $M_{kr}^{\min}$ – kritik yuk ta'siridan eng katta eguvchi moment W_y – σ o'qiga nisbatan qarshilik momenti (W_{min}).

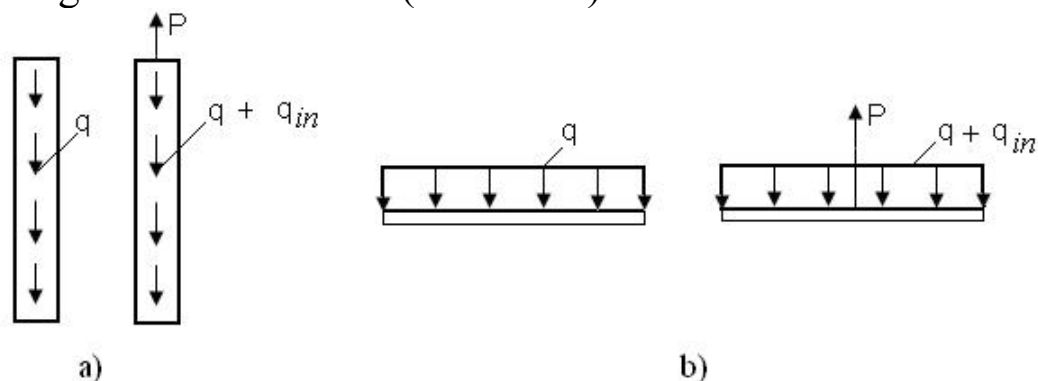
Kritik kuchlanish material proporsionallik chegarasidan kichik bo'lishi kerak.

XIII bob

YUKNING DINAMIK TA'SIRI

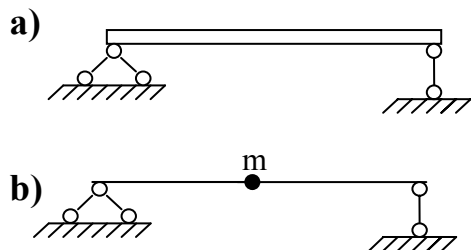
1- §. Umumiy tushunchalar

Yuklarni statik va dinamik turga bo'linishi yetarli darajada shartli tushuncha. Ixtiyoriy yuk qo'yilishi bilan inshoot alohida nuqtalari ko'chish oladi, ularning ko'chish tezliklari noldan eng katta qiymatgacha oshib borib, so'ngra yana nolgacha kamayadi, ya'ni jism qismlari tezlanish bilan harakat qiladi. Bu hol ko'chish yo'nalishiga qarama – qarshi tomonga yo'nalgan inersiya kuchlarini paydo bo'lishiga olib keladi. Nyuton qonuniga asosan inersiya kuchi miqdori jism massasini tezlanishiga ko'paytmasiga teng. Agar past tezlanishlardagi hosil bo'luvchi inersiya kuchlari yukga nisbatan kichik bo'lsa va ularni hisobga olmasa ham bo'lsa, bu yuk statik, agar inersiya kuchi miqdori yuk bilan solishtirarli bir xil bo'lsa dinamik yuk deyiladi. Nazariy mexanika fanidagi Dalamber prinsipiga asosan har bir alohida olingan vaqt uchun inersiya kuchini statikka aylantirish mumkin, ya'ni har bir vaqtda konstruktsiya elementi tashqi va inersiya kuchlari sistemasi ta'sirida muvozanatda bo'ladi. Inersiya kuchlari xususiy og'irlik kuchi kabi hajmiy kuchlar toifasiga kiradi, ya'ni jism hajmi har bir nuqtasiga qo'yiladi. Shu sababli ular hisoblash sxemalarida yoyilgan yuk ko'rinishida tasvirlanadi. Masalan to'satdan qo'yilgan P kuch ta'siridagi sterjenning vertikal ko'chishi (13.1-rasm).



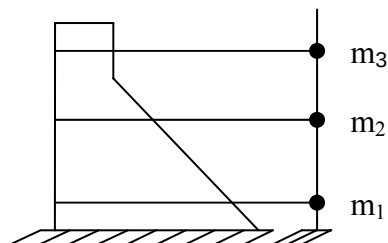
13.1-rasm. Inersiya kuchlarini yoyilgan yukka keltirish:
a) kuch vertikal qo'yilgan hol; b) kuch gorizontal qo'yilgan hol.

Hisob sxemasida hisoblashlarni soddalashtirish uchun jism bo'yicha taqsimlangan massasini, bir yoki bir nechta nuqtalarga qo'yilgan massalarga almashtiriladi, inshootni esa og'irlikka ega bo'lmagan, inersiyasiz deb olib, massalar jamlangan nuqtalarga inersiya kuchlarini qo'yiladi (13.2-rasm va 13.3-rasm).



a – inshoot

13.2-rasm. Taqsimlangan massani bir nuqtaga keltirish



a) b)

b – hisob sxemasi

13.3-rasm. Taqsimlangan massani bir nuqtaga keltirish

Umuman olganda inshoot yoki uning biror qismiga qo'yilgan yukni ikki yoki undan ortiq jismlar o'zaro ta'siri deb olish mumkin, inersiya kuchlari inshootga qo'yilgan yuk bilan qo'shib inshoot sterjenlari kesimlarida dinamik kuchlanishlarni hosil qiladi. Tashqi yuk ta'siridan hosil bo'luvchi statik kuchlanishni, yuk va inersiya kuchi birgalikda ta'siridan hosil bo'luvchi dinamik kuchlanishga nisbati K_D ni dinamik koeffitsient deyiladi.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_d &= K_D \sigma_{st} \\ \tau_d &= K_D \tau_{st} \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

Natijada mustahkamlik sharti ko'rinishi

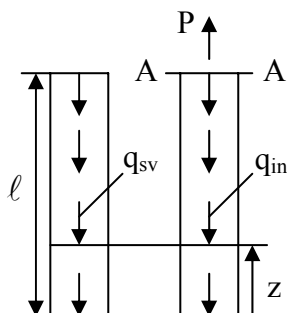
$$\left. \begin{aligned} \sigma_d &= K_D \sigma_{st} \leq [\sigma] \\ \tau_d &= K_D \tau_{st} \leq [\tau] \end{aligned} \right\} \quad (13.2)$$

K_D kattaligi nazariy yoki tajriba yo'li bilan aniqlanadi. (13.1) ifodani ba'zi hollarda qo'llash mumkin emas, xususan statik yuk bo'lmagan hol, mos ravishda statik kuchlanish ham yuzaga kelmaydi, inshoot faqat inersiya kuchlari bilan yuklangan bo'ladi.

Quyida inshootga ta'sir etayotgan dinamik yuklar eng sodda hollari va taqriban hisoblash usullari keltiriladi. Murakkab hollar va hisoblashning aniq usullari "Inshootlar dinamikasi" fani doirasida o'rganiladi.

2- §. Tekis tezlanish bilan harakatlanayotgan va aylanayotgan inshootlar hisobi

P kuch ta'siri ostida yuqoriga ko'tarilayotgan sterjenni ko'raylik (13.4-rasm).



13.4-rasm. Yuqoriga o'zgarmas tezlanish bilan harakatlanayotgan sterjen hisobi.

O'zgarmas tashqi kuch ta'sirida sterjen a tezlanish bilan tezlanuvchan harakat qiladi. Bu holda sterjen kesimida miqdori $\rho Fza/g$ ga teng inersiya kuchi yuzaga keladi, bu yerda ρFz – z kesim pastidagi sterjen bo'lagi og'irligi, a sterjen tezlanishi, F – sterjen ko'ndalang kesim yuzasi, g – erkin tushish tezlanishi, ρ – material zichligi.

Inersiya kuchlari ta'siridan hosil bo'lgan kuchlanish $\sigma_{in} = \rho za/g$, xususiy og'irlikdan hosil bo'lgan kuchlanish $\sigma_x = \rho z$, to'la kuchlanish $\sigma_d = \sigma_x + \sigma_{in} = \rho z + \rho za/g = \rho z(1 + a/g)$ bo'ladi. Kuchlanish o'zining eng katta qiymatiga $z = \ell$ dagi A – A kesimda erishadi.

$$\sigma_d = \rho \ell (1 + a/g) \quad (13.3)$$

(13.3) ifodani (13.1) ko'rinishida yozamiz $\sigma_d = K_D \sigma_{st}$, bu yerda: $K_D = (1 + a/g)$.

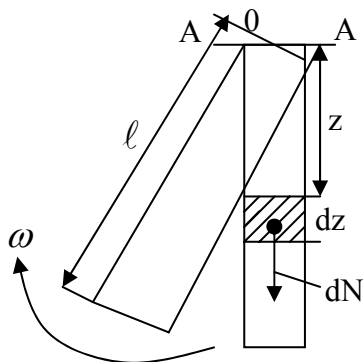
Oldingi masaladagi sterjenda hosil bo'luvchi kuchlanishlarni sterjen A nuqtasi atrofida o'zgarmas ω burchak tezlik bilan aylangan hol uchun ko'ramiz (13.5-rasm).

Masala shartiga ko'ra burchak tezlanish nolga teng bo'lgani uchun urinma tezlanish ham nolga teng bo'ladi. Ajratilgan element radial (markazga intilma) tezlanishi $\omega^2 z$ ga, ajratilgan bo'lak inersiya kuchi esa

$$dN = \frac{\rho F dz}{g} \omega^2 z \text{ ga teng.}$$

Butun sterjen uchun inersiya kuchi:

$$N_{in} = \int_0^{\ell} \frac{\rho F \omega^2 z}{g} dz = \rho \frac{F \omega^2 \ell^2}{2g} \quad (13.4)$$



13.5-rasm. O'zgaras burchak tezlanish bilan aylanayotgan sterjen hisobi.

A – A kesimda inersiya kuchlari eng katta kuchlanishiga erishadi va $\sigma_d = \frac{N_{in}}{F} = \rho \omega^2 \ell^2 / 2g$ ga teng bo'ladi.

Bu kuchlanishlar sterjen pastki holatida xususiy og'irligidan hosil bo'lgan kuchlanish bilan qo'shiladi, sterjen yuqori holatida ayriladi.

$$\sigma_d^{\max} = \rho \times \ell + \rho \omega^2 \ell^2 / 2g = \rho \ell (1 + \frac{\omega^2 \ell}{2g}) \quad (13.5)$$

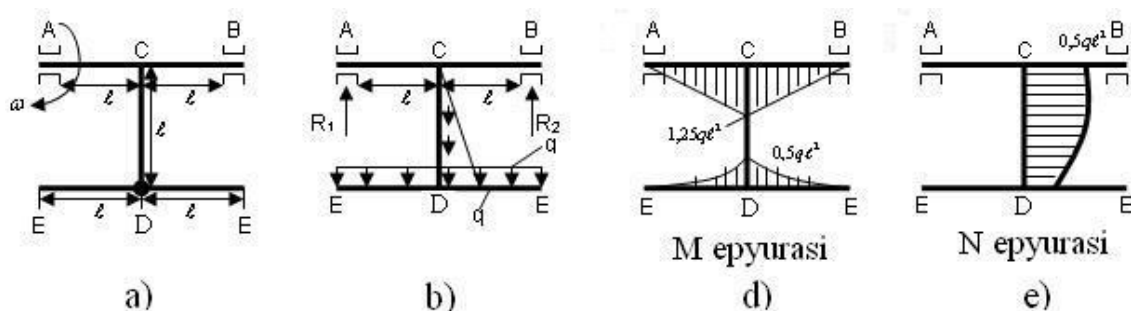
(13.5) ifodani (13.1) ko'rinishida yozsak $K_D = (1 + \frac{\omega^2 \ell}{2g})$ hosil bo'ladi. Sterjenda hosil bo'luvchi inersiya kuchlari uning kesimlarida faqat cho'zilish emas, balki egilish ham hosil qilishi mumkin.

Doirasimon ko'ndalang kesimli, o'zgaras burchak tezlik bilan aylanuvchi, siniq sterjen kesimlarida hosil bo'luvchi kuchlanishlarni ko'raylik (13.6a-rasm).

ED – DE uchastkada inersiya kuchlari intensivligi $\rho F \omega^2 l / g$ ga teng bo'lgan tekis taqsimlangan yukdan iborat, CD bo'lakdagi ixtiyoriy kesimda inersiya kuchi kattaligi $\rho F \omega^2 z / g$ ga teng va C nuqtada 0 dan boshlab D nuqtada $q = \rho F \omega^2 l / g$ gacha o'zgaradi.

13.6b-rasmda sterjen inersiya kuchlari taqsimlanish epyurasi keltirilgan.

Mos ravishda AB bo'lakda egilish, DC bo'lakda esa cho'zilish paydo bo'ladi.



13.6-rasm. O‘zgarmas burchak tezlanish bilan aylanuvchisiniq sterjen hisobi:

a) berilgan sistema; b) inersiya kuchlarining taqsimlanishi; d) eguvchi moment epyurasi; e) bo‘ylama kuch epyurasi.

Sistema va yukni simmetrikligidan foydalanib M_e va N epyuralarini quramiz (13.6d,e-rasmlar).

Podshipnikli A va B tayanchlarni sharnirli deb olamiz. Tayanch reaksiyalari: $R_1 = R_2 = q\ell + \frac{q\ell}{4} = 1,25q\ell$. $ED - DE$ bo‘lakda $M_{\max}$ ga erishadi $M_{\max} = q\ell^2/2 = 0,5q\ell^2$. AB bo‘lakda C nuqtada $M_{\max} = 1,25q\ell^2$ ga teng.

CD bo‘lakdagi cho‘zuvchi kuch D nuqtada $2q\ell$ dan to C nuqttagacha $2q + q\ell/2 = 2,5q\ell$ gacha o‘zgaradi. Hamda N bo‘ylama kuch epyurasi egri chiziqli. Bo‘ylama kuch ta‘sirini hisobga olmasak eng katta $\sigma_{\max}$ kuchlanish AB bo‘lak C nuqtasida hosil bo‘ladi

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = 1,25q\ell^2/W_x \quad (13.7)$$

q kattalikni burchak tezlik orqali ifodalasak $q = \rho F \omega^2 \ell / g$

$$\sigma_{\max} = \frac{1,25\rho \frac{\pi d^2}{4} \cdot \omega^2 \ell^3}{\frac{\pi d^3}{32} g} = 10 \frac{\rho \omega^2 \ell^3}{dg} \quad (13.8)$$

Bu yerda W_x – qarshilik momenti, F, d – mos ravishda sterjen ko‘ndalang kesim yuzasi va diametri ($F = \frac{\pi d^2}{4}$, $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$)

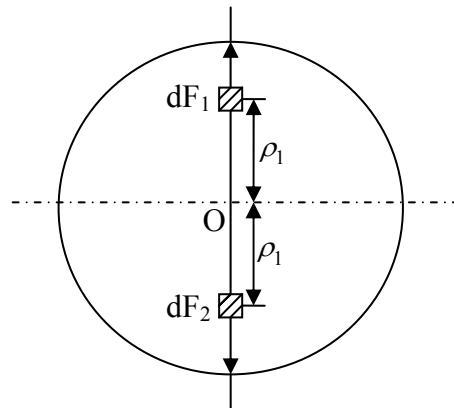
$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ mustahkamlik shartidan: ω va d – berilganlarga asosan mustahkamlikka tekshirish, ω – burchak tezlik berilganda val kerakli diametrini topish, d berilganda mumkin bo‘lgan burchak tezlikni topish mumkin.

$$\frac{10\rho\omega^2\ell^3}{d} \leq [\sigma] \text{ bu yerda } \omega_{\text{rux}} = \sqrt{\frac{[\sigma]gd}{10\rho\ell^3}}$$

Sistema burilish burchagini o'zgarishini ko'rsatuvchi ω burchak tezlik, *radian/sek* da o'lchanadi, uni minutiga aylanishlar soni n bilan almashtirsak ($n=30\omega/\pi$) valning ruxsat etilgan aylanishlar sonini topamiz

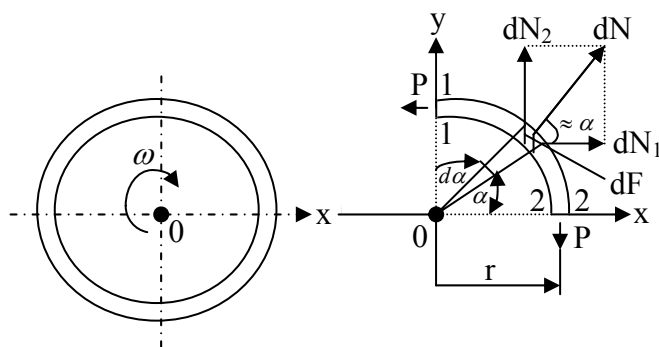
$$n_{\text{rux}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{[\sigma]gd}{10\rho\ell^3}} \quad (13.9)$$

AB uchastkada inersiya kuchlari eguvchi moment ham, bo'ylama cho'zuvchi kuchlar ham hosil qilmagani AB uchastka ko'ndalang kesimlarida kuchlanish hosil bo'lmaydi degani emas. Buning sababi val AB bo'lagi ixtiyoriy ko'ndalang kesimidagi har bir dF_1 elementar yuzachaga unga teng, u bilan bitta diametrda yotgan, O aylanish o'qidan shuncha ρ masofada yotgan dF_2 yuzacha mos keladi. Bu yuzachalarga ta'sir etuvchi elementar inersiya kuchlari o'zaro muvozanatlashadi. Ushbu yuzachalarga ta'sir etuvchi elementar inersiya kuchlari o'zaro muvozanatlashadi, shu sababli ko'ndalang kesimlarda momentlar, ko'ndalang va bo'ylama kuchlar hosil qilmaydi. Ammo, dF_1 , dF_2 yuzachalarga qo'yilgan elementar inersiya kuchlari (13.7-rasm) cho'zuvchi normal kuchlanish paydo qiladi. Valning kichik diametrida ular sezilmaydi, ammo katta diametrlarda katta qiymatga erishadi.



13.7-rasm. Elementar yuzachaga qo'yilgan inersiya kuchlari.

r radiusiga nisbatan qalinligi kichik bo'lgan, aylanma harakatdagi halqada hosil bo'ladigan kuchlanishlarni ko'raylik (13.8-rasm). Halqa ko'ndalang kesimi yuzi F ga, hajmiy zichligi ρ ga teng. Halqa kesimida dN inersiya kuchlaridan kuchlanish hosil bo'ladi. Bu kuchlar ta'sirida halqa elementar zarralari markazdan radial yo'nalishda ko'chib – qochadi.



13.8-rasm. Halqada hosil bo‘ladigan kuchlanishlar.

Halqa zarrasi markazdan qochma tezlanishi

$$w_R = v^2/r$$

bu yerda v – halqa nuqtasining chiziqli yoki aylanma tezligi va u $v = \omega \cdot r$ ga teng.

Halqa dF elementar bo‘lagi inersiya kuchi

$$dN = dmjw_R = \frac{F \cdot r \cdot d\alpha}{g} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{F\rho v^2}{g} d\alpha$$

x o‘qiga dN kuchini proeksiyalasak

$$dN_1 = dN \cos \alpha = \frac{F\rho v^2 \cos \alpha d\alpha}{g}$$

Halqaning x va y o‘qlari bilan chegaralangan to‘rtidan bir qismini ajratib olamiz (13.8-rasm). Halqaning bu bo‘lagi inersiya kuchlari ta’sirida aylanish markazidan qochib, halqadan ajralishga intiladi. Ammo 1–1 va 2–2 kesimlarda hosil bo‘luvchi ichki kuchlar uni muvozanatda tutib turadi. Natijada

$$\sum X = -P + \int_0^{\pi/2} \frac{F\rho v^2}{g} \cos \alpha d\alpha = 0 \quad \text{yoki} \quad P = F\rho v^2/g$$

Halqa 2–2 kesimida σ cho‘zuvchi kuchlanishlar hosil bo‘ladi.

$$\sigma = \frac{P}{F}$$

Bu yerdan aylanayotgan halqadagi kuchlanish quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\sigma = \rho v^2/g \quad (13.6)$$

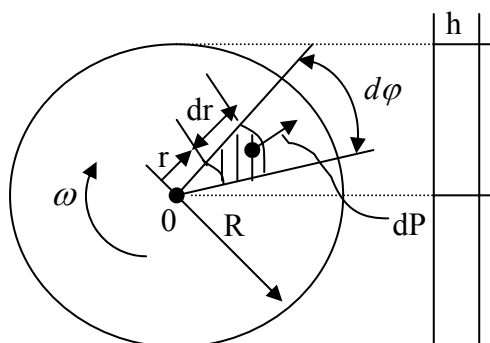
Ko‘rilgan holda halqa massasi perimetri bo‘ylab taqsimlangan. Tez aylanayotgan to‘liq diskni hisoblash masalasi qiyinroq, ammo yetarli darajada muhim. Ma’lumki, gaz trubinalari disklari, shlifalanuvchi

doiralar, maxoviklar kabi detallar buzilishi natijasida jiddiy nosozliklar kelib chiqishi mumkin.

O'zgarmas h qalinlikdagi, o'zgarmas ω burchak tezlik bilan aylanuvchi diskni ko'raylik (13.9-rasm). Disk hajmi bo'ylab taqsimlangan inersiya kuchlari disk uchun yuk hisoblanadi (13.7-rasmdagi kabi).

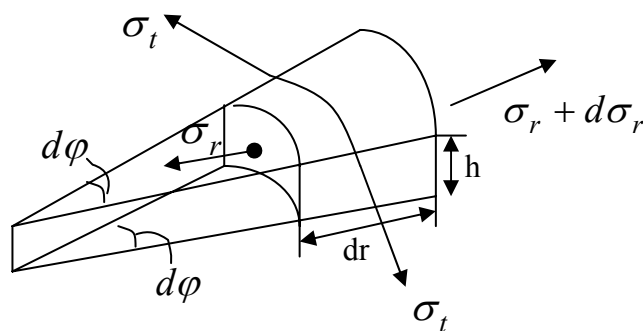
$h r d\varphi dr$ elementar hajm uchun elementar dP inersiya kuchi massa bilan normal tezlanish ko'paytmasiga teng.

$$dP = \frac{\rho h}{g} \omega^2 r^2 d\varphi \cdot dr$$



13.9-rasm. O'zgarmas qalinlikdagi va o'zgarmas ω burchak tezlik bilan aylanuvchi disk hisobi.

Ajratilgan element yon qirralari bo'ylab radial (σ_r) va urinma (σ_t) kuchlanishlar hosil bo'ladi (13.10-rasm). Shunday qilib, disk materialida tekis kuchlanish holati yuzaga keladi.



13.10-rasm. Ajratilgan elementda hosil bo'ladigan kuchlanishlar.

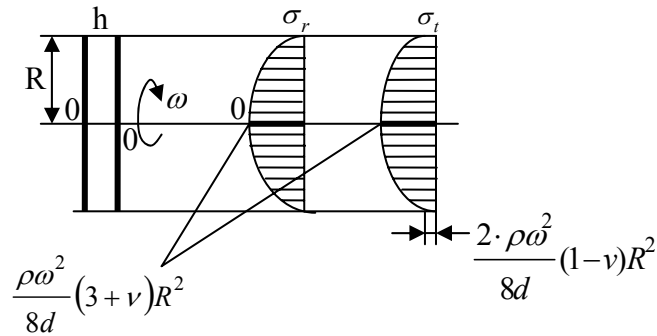
Ajratilgan element muvozanati orqali kuchlanish kattaligini topish mumkin.

$$\sigma_r = \frac{\rho \omega^2}{8g} (3 + \nu)(R^2 - r^2) \quad (13.7)$$

$$\sigma_t = \frac{\rho\omega^2}{8g}(3+\nu)(R^2 - \frac{1+3\nu}{3+\nu} \cdot r^2) \quad (13.8)$$

bu yerda: ν – Puasson koeffitsienti.

σ_r , σ_t kuchlanishlari taqsimoti epyuralari 13.11-rasmda keltirilgan.



13.11-rasm. Diskda hosil bo‘ladigan kuchlanishlar.

Eng katta kuchlanishlar markaziy sohalarda hosil bo‘lgani uchun, tez aylanuvchi disklarni qalinligi o‘zgaruvchan qilib, ya’ni markazda qalinroq, chekkalarida yupqaroq qilib yasaladi.

3- §. Konstruksiyalarni zarbli yukka hisoblash

Zarbli yuk deb sistemaga qisqa vaqt ichida ta’sir etuvchi yukka aytiladi. Bu holda sistemaga kuch ta’siri asosan yukning kinetik energiyasi hisobiga amalga oshadi va u keyinchalik sistema potensial energiyasiga ko‘p yoki oz darajada almashinadi. Bunday konstruksiyalardagi kuchlanishglar qiymati yetarli darajada katta bo‘lib, konstruksiya va mashina detallarini buzilishiga olib kelishi mumkin, bu hol esa ushbu kuchlanishlarni kamaytirish uchun maxsus moslamalar – turli ko‘rinishdagi amortizatorlarni o‘rnatishni talab etadi. Zarbga inshootlarni hisoblash murakkabligi shundan iboratki, ta’sirning qisqa vaqtdaligi hosil bo‘luvchi tezlashishlarni aniqlashda qiyinchilik tug‘diradi va shu sababli muhandislik masalalarini yechishda quyidagi cheklashlarga asoslangan taqribiy zarb nazariyasidan foydalaniladi:

1. Urilayotgan jismning kinetik energiyasi zarb qabul qiluvchi jism potensial energiyasiga to‘la o‘tadi va bu holda uriluvchi jism va zarb qabul qiluvchi jism yotgan asos deformatsiyasiga ketgan energiyasi hisobga olinmaydi.

2. Zarb qabul qiluvchi jism hajmi bo'yicha kuchlanishi va deformatsiyalarni aniqlash qonuni kuchlarning statik ta'siri holi kabi bo'ladi; bu holda jismlar to'qnashgan joydagi kuchlanish va deformatsiyalar o'zgarishi hisobga olinmaydi, shuningdek yuqori chastotali tebranish hisobiga jism butun xajmi bo'ylab zarb vaqtida hosil bo'lgan kuchlanish va deformatsiyalar ham hisobga olinmaydi.
3. Sterjenli sistemalarda massa kattaligiga konstruksiya ta'siri hisobga olinmaydi.

Yuqoridagilardan kelib chiqib, zarb paytidagi kuchlanish quyidagi tenglikdan aniqlanadi:

$$\sigma_{din} = \sigma_{st} \cdot K_D$$

Mustahkamlik sharti esa

$$\sigma_{din}^{max} = \sigma_{st} \cdot K_D \leq [\sigma]_{din} \quad (13.9)$$

Bu yerda, $[\sigma]_{din}$ – zarb paytidagi normal kuchlanishning ruxsat etilgan kattaligi.

Plastik materiallar uchun $[\sigma]_{din} = \sigma_{st} / K_0$, xuddi yuk statik ta'siri paytidagi ruxsat etilgan kuchlanish kabi, ammo K_0 ni odatda K_1 kabi 1,5–1,6 emas, balki 2,8–5 gacha olinadi. (4.3-jadvalga qarang).

Dinamik koeffitsient K_D kattaligi (uriluvchi konstruksiya xususiy og'irligini hisobga olgan holda) quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + g^2 / q \Delta_{st}} \quad (13.10)$$

Bu yerda, g – uriluvchi jismning kontakt paytidagi tezligi, Δ_{st} – zarb qabul qiluvchi konstruksiya nuqtasining zarb yo'nalishidagi uriluvchi jism og'irligiga teng statik kuch zarbi ta'siridagi ko'chishi.

Agar jismning konstruksiyasiga erkin tushishdagi zarbni ko'rsak, erkin tushish tezligi $\sqrt{2gh}$ ekanligi, bu yerda h – yuk tushish balandligi, u holda zarbdagi dinamik koeffitsient quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + 2h / \Delta_{st}} \quad (13.11)$$

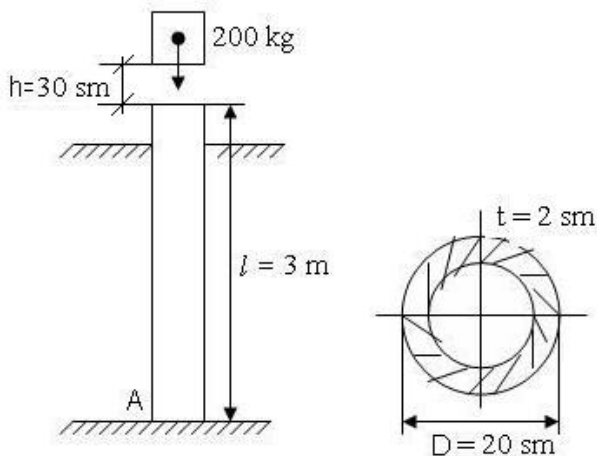
Agar $h=0$ bo'lsa, ya'ni yuk to'satdan qo'yilganda

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{0}{\Delta}} = 2$$

« Δ_{st} » ning kichik h ning katta qiymatlarida koeffitsient quyidagicha topiladi:

$$K_D = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{st}}} \quad (13.12)$$

Dinamik koeffitsient kattaligi Δ_{st} kamayishi, ya'ni konstruktsiya bikrligi oshishi bilan ko'payishi (13.9), (13.10) ifodalardan ko'rinib turibdi.



13.12-rasm. Halqasimon kesimli po'lat qoziqni yuqoridan tushayotgan yukka hisobi.

Zarbli yuk ta'sirini bir necha holini ko'raylik. Halqasimon kesimli po'lat qoziqqa 30 sm balandlikdan og'irligi $P=200 \text{ kg}$ bo'lgan yuk tushadi (13.12 rasm).

Dinamik kuchlanishni topish talab etiladi. Qoziq qattiq asosga yetib borgan va A nuqta ko'chishi 0 ga teng bo'lgan holatni ko'ramiz.

$$\sigma_d = \sigma_{st} \cdot K_D$$

$$\sigma_{st} = N/F = P/F = 200/115 = 1,74 \text{ kg/sm}^2$$

$$F = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}(20^2 - 16^2) = 115 \text{ sm}^2$$

Δ_{st} , ya'ni yukni statik qo'yilishidan nuqta ko'chishi $P\ell/EF$ ga teng (sm)

$$\Delta_{st} = 200 \text{ kg} \times 300 \text{ sm} / 2 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{sm}^2 \times 115 \text{ sm}^2 = 0,00026 \text{ sm}$$

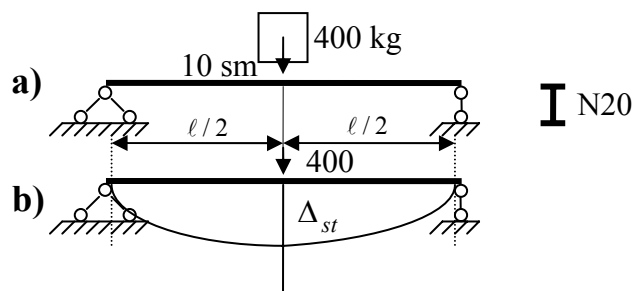
(13.10) ifodaga asosan dinamik koeffitsient

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + 2 \times 30 \text{ sm} / 0,00026 \text{ sm}} = 481$$

Mos ravishda dinamik kuchlanish

$$\sigma_D = 1,74 \times 481 = 837 \text{ kg/sm}^2$$

Ikkita tayanchda yotuvchi balka o'rtasiga 10 sm balandlikdan og'irligi 400 kg bo'lgan yuk erkin tushgan zarb holini ko'raylik (13.13-rasm).



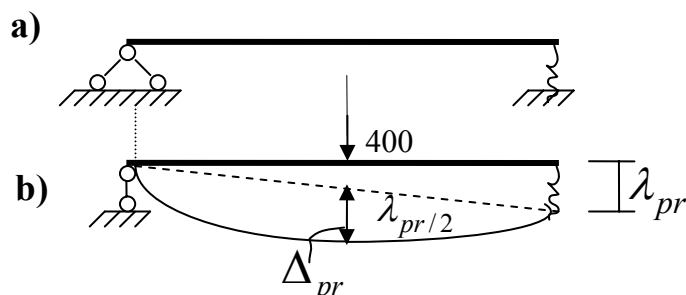
13.13-rasm. Ikkita tayanchda yotuvchi balkaga yukni erkin tushishi:
a) berilgan sistema; b) hisob sxemasi.

Profil geometrik xarakteristikalar $I_x=1840 \text{ sm}^4$, $W_x=184 \text{ sm}^3$, $\ell = 2 \text{ m}$. Yuk statik qo'yilganda $M_{\max}=20000 \text{ kg}\cdot\text{sm}$, $\sigma_{st}=M_{\max}/W_x=20000/184=109 \text{ kg/sm}^2$. Statik solqilik:

$$\Delta_{st} = P \ell^3 / 48 E I_x = 400(200)^3 / 48 \times 2 \times 10^6 \times 1840 = 0,018 \text{ sm}$$

boladi (13.14-rasm). Dinamik koeffitsient:

$$\hat{E}_D = 1 + \sqrt{1 + 10 / 0,018} = 25 \text{ va } \sigma_{din} = 2725 \text{ kg/sm}^2$$



13.14-rasm. Elastik asosdagi balka hisobi:
a) berilgan sistema; b) hisob sxemasi.

Ko'rinib turibdiki, statik kuchlanishlar kichik qiymatida ham dinamik kuchlanish kattaligi ruxsat etilgandan katta.

Yuqoridagi masalani o'ng tayanchni cho'kishi $\lambda^l=1 \text{ sm}$ ga 500 kg bo'lgan prujina bilan almashtirib yechaylik (prujinalar hisobi 7.4 bo'limda ko'rilgan) (13.14-rasm). Prujina statik cho'kishi $\lambda_{pr}=\lambda^l R_2=200\lambda^l=0,4 \text{ sm}$. Yuk tushgan nuqtaning prujina cho'kishidan ko'chishi $\lambda/2=0,2$ ga teng.

Yuk tushgan nuqtaning umumiy ko'chishi

$$\Delta_{st}=0,2+0,018=0,218 \text{ sm}$$

Dinamik koeffitsient
$$\hat{E}_D = 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 10 / 0,218} = 10,6$$

Dinamik kuchlanish

$$\sigma_d = \sigma_{st} K_D = 109 \times 10,6 = 1160 \text{ kg/sm}^2$$

Vertikal yoʻnalishda qoʻzgʻalmas boʻlgan bitta tayanchni prujina bilan almashtirish dinamik kuchlanish qiymatini koʻp marta kamayishiga olib kelishini koʻrdik. Bu misol u yoki bu maʼnoda tashqi zarbli yuklamani oʻziga qabul qiluvchi amortizatorlar kiritishdagi effektni namoyish qilmoqda.

13.12-rasmda keltirilgan holda qoqilayotgan qoziq absolyut qattiq qatlamga yetgan hol koʻrilgan. Qoziqni qoqishda kuch qoʻyilgan nuqta koʻchishi oldin aniqlangan qoziq oʻzining deformatsiyasi va qoziqning bitta zarbdan otpor deb ataluvchi boʻylama koʻchishi yigʻindisidan iborat. Otpor kattaligi grunt xossalriga bogʻliq va oldingi misollardagi prujina bikrligi bilan oʻxshash.

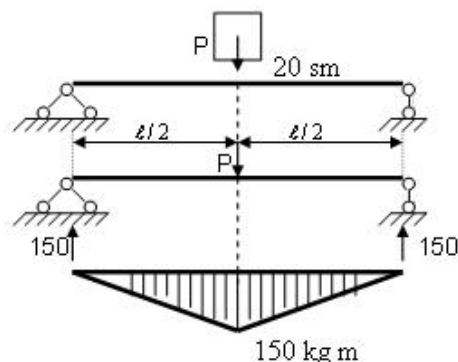
Agar zarbli yuklamadan hosil boʻluvchi kuchlanishlarni koʻndalang kesim oʻlchamlari maʼlum boʻlganda oson topilsa, teskari masalada, yaʼni zarbli yuklama kattaligiga asosan kerakli koʻndalang kesim oʻlchamlarini topish qiyinroq. Bu hol σ_{st} kesim qarshilik momentiga, statik solqilik esa kesim inersiya momentiga bogʻliq ekanligi sabablidir. Shunday qilib, mustahkamlik sharti koʻndalang kesim chiziqli oʻlchamlariga nisbatan toʻrtinchi darajali tenglama ekan. Bunday masalalarni tanlash usuli bilan yechish qulay. Misol tariqasida koʻndalang kesimi toʻgʻri toʻrtburchakli poʻlat balkani koʻndalang kesimi oʻlchamlarini uning oʻrtasiga ogʻirligi 300 kg yuk tushgan hol uchun topaylik (13.15-rasm). $P=300 \text{ kg}$, $\ell = 2 \text{ m}$.

$$\sigma_{din} = K_D \times \sigma_{st} \leq [\sigma] \quad K_D = 1 + \sqrt{1 + 2h / \Delta_{st}}$$

$$\sigma_{st} = M^{st}_{\max} / W_x; \quad \Delta_{st} = P\ell^3 / 48EI_x$$

$$W_x = bh^2 / 6 = 4b^3 / 6 = 0,67b^3; \quad I_x = bh^3 / 12 = 8b^4 / 12 = 0,67b^4$$

$$M^{st}_{\max} = 15000 \text{ kg} \cdot \text{sm}$$



13.15-rasm. Koʻndalang kesimi yuzasi toʻgʻri toʻrtburchakli poʻlat balkaning oʻrtasiga erkin tushayotgan yukka hisobi.

Birinchi yaqinlashishda

$$b=5 \text{ sm}, W_x=83,75 \text{ sm}^3, J_x=420 \text{ sm}^4$$

$$\sigma_{st}=173 \text{ kg/sm}^2, \Delta_{st}=300(200)^3/48 \times 2 \times 10^6 \times 420=0,06 \text{ sm}$$

$$\hat{E}_D = 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 20 / 0,06} = 26,6 \quad \sigma_{din} = 4700 \text{ kg/sm}^2 > [\sigma]_{din}$$

$$[\sigma]_{din} = \sigma^t / K_o^{din} = 1200 \text{ kg/sm}^2 \text{ ekanligini eslatib o'tamiz.}$$

Yana b ni qiymatini 10 sm gacha oshiramiz.

$$W_x = 670 \text{ cm}^3, J_x=6700 \text{ sm}^4, \sigma_{st}=22,4 \text{ kg/sm}^2$$

$$\Delta_{st}=300(200)^3/48 \times 2 \times 10^6 \times 67000=0,00038 \text{ sm}$$

$$\hat{E}_D = 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 20 / 0,0037} = 105, \quad \sigma_{din} = 22,4 \times 105 = 2352 \text{ kg/sm}^2 > [\sigma]$$

Ko'rinib to'ribdiki, ko'ndalang kesim o'lchamlarini oshirish statik kuchlanishni kamayishiga, dinamik koeffitsientni oshishiga olib keladi.

b ni qiymatini 15 sm deb olamiz.

$$W_x = 2280 \text{ sm}^3, I_x = 33750 \text{ sm}^4, \sigma_{st} = 6,6 \text{ kg/sm}^2$$

$$\Delta_{st} = 300(200)^3 / 48 \times 2 \times 10^6 \times 33750 = 0,00074 \text{ sm}$$

$$\hat{E}_D = 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 20 / 0,00048} = 233, \quad \sigma_{din} = 1538 \text{ kg/sm}^2 > [\sigma]_{din}$$

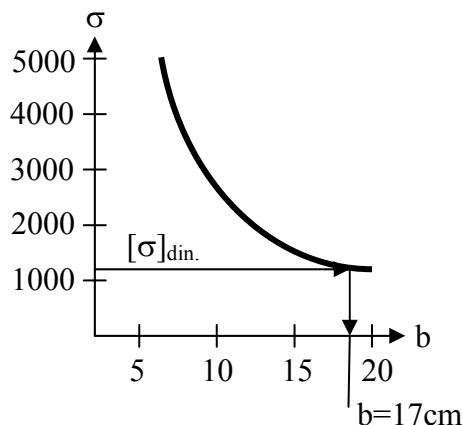
b ni qiymatini 20 sm deb olamiz.

$$W_x = 5350 \text{ sm}^3, I_x = 107000 \text{ sm}^4, \sigma_{st} = 2,8 \text{ kg/sm}^2$$

$$\Delta_{st} = 300(200)^3 / 48 \times 2 \times 10^6 \times 107000 = 0,00023 \text{ sm}$$

$$\hat{E}_D = 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 20 / 0,00023} = 418, \quad \sigma_{din} = 1170 \text{ kg/sm}^2 < [\sigma]_{din}$$

$\sigma=f(b)$ bog'lanish grafigini quramiz (13.16-rasm).



13.16-rasm. σ va b ni bog'lanish grafigi.

Grafikdan ruxsat etilgan kuchlanishga mos keluvchi b o'lchamini topamiz.

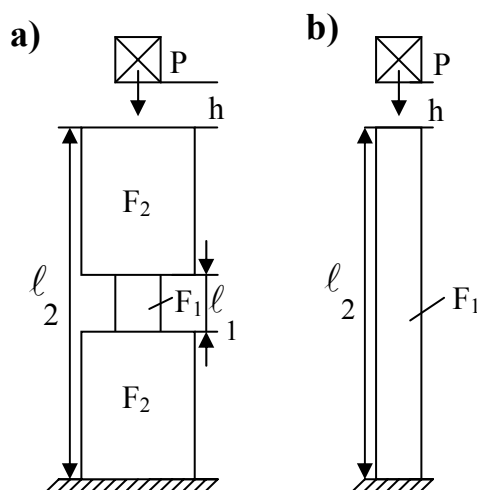
$$b=17 \text{ sm}, h=34 \text{ sm}$$

Umuman olganda zarbli yuk statik yukdan keskin farq qiladi.

Zarbli yuk ta'sir etayotgan o'zgaruvchi kesimli sterjenni ko'ramiz (13.17a-rasm) va uni ko'ndalang kesimi o'zgarmas sterjen bilan $l_1 \gg l_2$ hol uchun solishtiramiz (13.17b-rasm).

Ikkala sterjenda ham statik kuchlanishlar bir xil va P/F_1 ga teng. Dinamik koeffitsient kattaligi $\Delta \ell$ ga teng va birinchi holda taxminan $P\ell/EF_2$ ga ikkinchi holda esa $P\ell/EF_1$ ga teng, ya'ni birinchiga nisbatan katta. Mos ravishda birinchi holda dinamik koeffitsient ikkinchi holga nisbatan ko'proq, natijada dinamik kuchlanish ham kattaroq.

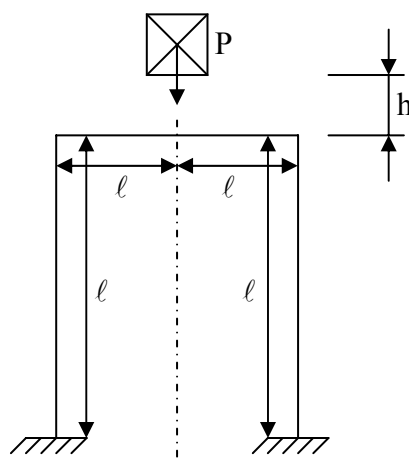
Sterjen biror kichik uzunligida ko'ndalang kesim yuzasi o'lchamlarini kichraytirish kuchlanishning keskin oshishiga olib kelishi mumkin.



13.17-rasm. Zarbli yuk ta'sir etayotgan o'zgaruvchan va o'zgarmas kesimli sterjenlarni solishtirish:

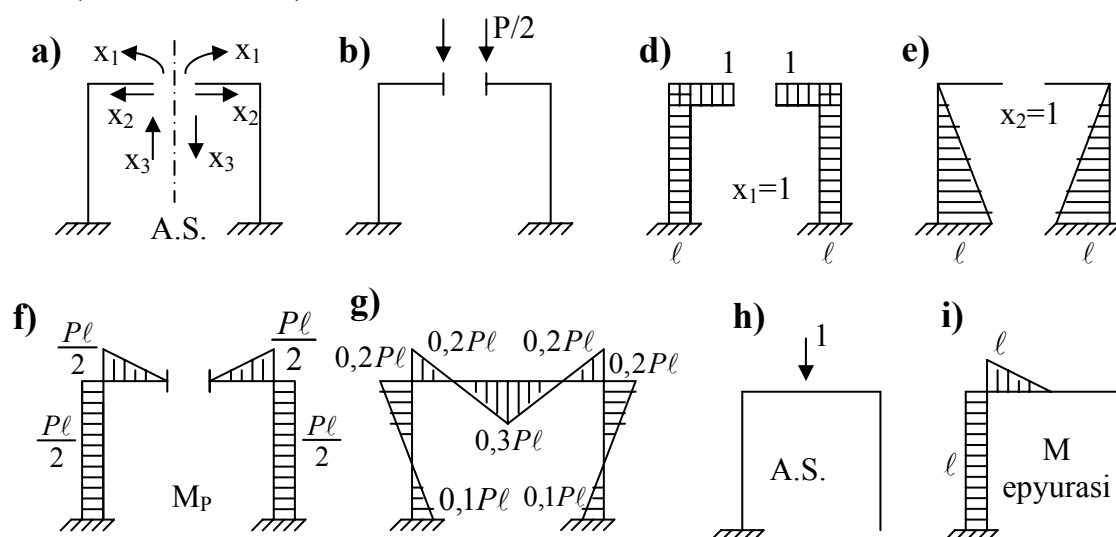
a) o'zgaruvchan kesimli sterjen; b) o'zgarmas kesimli sterjen.

Statik noaniq sterjenli konstruksiyalarni zarbli yukga hisoblash umuman olganda statik aniq sistemalar hisobidan farq qilmaydi, farqi statik solqilikni aniqlashda xolos, uni aniqlash tartibi XI bo'limda keltirilgan. Masalan, ramaga og'irligi $P=100 \text{ kg}$ yukning $h=20 \text{ sm}$ balandlikdan tushgandagi dinamik kuchlanishni aniqlash talab etilsin. $P=100 \text{ kg}$, $I_x=7080 \text{ sm}^4$, $W_x=472 \text{ sm}^3$, $l=3 \text{ m}$. Rama N30 qo'shtavrdan tayyorlangan (13.18-rasm).



13.18-rasm. Zarb yuki ta'siridan ramadagi kuchlanishni aniqlash.

Yuk tushgan joydagi statik solqilikni aniqlaymiz. Buning uchun statik noaniqlikni ochamiz va momentlar epyurasini quramiz. Rama statik noaniqlik darajasi 3 ga teng. Asosiy sistemani simmetrikdan tanlab olamiz (13.19a-rasm).



13.19-rasm. Ramani statik yukka hisoblash:

a) asosiy sistema; b) birlik kuch; d) birlik moment epyurasi; e) gorizontaal birlik kuch epyurasi; f) tashqi kuch epyurasi; g) eguvchi moment epyurasi; h) yuk tushishi nuqtasiga birlik kuch qo'yilgan; i) birlik kuch epyurasi.

Yukni kesim ikkala tomonida joylashgan $\frac{P}{2}$ ga teng kuchlar bilan almashtiramiz. Yuk bu holda simmetrik va X_3 zo'riqish nolga teng. Kanonik tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \Delta_{1p} = 0$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \Delta_{2p} = 0$$

Birlik kuchlar epyurasini quramiz (13.19d,e-rasmlar). Tashqi yuklama epyurasini ham quramiz (13.19f-rasm). Bu epyuralarni ko'paytirib, kanonik tenglamalar sistemasiga kiruvchi ko'chishlarni topamiz. Rama va yukning simmetrikligi tufayli rama bir bo'lagini ko'paytirish kifoya.

$$\delta_{11} = \frac{1 \cdot l \cdot 1}{EI} + \frac{1 \cdot l \cdot 1}{EI} = \frac{2l}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{l \cdot l \cdot 1}{2EI} = \frac{0,5l^2}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{l \cdot l \cdot l}{3EI} = \frac{0,33l^3}{EI}$$

$$\Delta_{1p} = \frac{-\frac{Pl}{2} \cdot l \cdot 1}{2EI} + \frac{-Pl \cdot l \cdot 1}{2EI} = -\frac{0,75Pl^2}{EI}$$

$$\Delta_{2p} = \frac{-\frac{Pl}{2} \cdot l \cdot l}{2EI} = -\frac{0,25Pl^3}{EI}$$

Topilgan qiymatlarni kanonik tenglamalar sistemasiga qo'yib, uni $\frac{l}{EI}$ ga qisqartirib, sistemani yechamiz

$$\left. \begin{aligned} 2X_1 + 0,5lX_2 - 0,75Pl &= 0 \\ 0,5lX_1 + 0,33l^2X_2 - 0,25Pl^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ bu yerdan } \begin{aligned} X_1 &= 0,3Pl \\ X_2 &= 0,3P \end{aligned}$$

Bu kattaliklarni $X_1=l$, $X_2=l$ epyuralariga ko'paytirib M_p epyurasi bilan qo'shamiz va M_{yak} epyurasini hosil qilamiz. (13.19g-rasm).

Asosiy sistemada yuk tushish nuqtasiga $P=l$ birlik kuchni yuklab (13.19h-rasm), bu kuch ta'siridan M'_1 epyurasini quramiz (13.19i-rasm).

Eslatib o'tamiz, asosiy sistema ixtiyoriy bo'lishi mumkin, statik noaniqligini ochishdagidan farq qilsa bo'ldi.

M_{yak} epyurasini M'_1 epyurasi bilan ko'paytirib, Δ_{st} kattaligini topamiz.

$$\Delta_{st} = \frac{l \times l}{6EI} [2 \times 2,2Pl - 0,3Pl] + \frac{l}{6EI} [2(l \times 0,2Pl - l \times 0,1Pl) - 0,2Pl \times l - 0,1Pl \times l] = \frac{0,0167Pl^3}{EI}$$

Engilishdagi statik kuchlanish

$$\sigma_{st} = \sigma_e = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{9000}{472} = 19 \text{ kg/sm}^2$$

$$M_{\max} = 0,3Pl = 0,3 \times 100 \times 300 = 9000 \text{ kg} \cdot \text{sm}$$

Qisqartirilgan (13.12) formula asosida dinamik koeffitsient

$$K_d = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{st}}} = \sqrt{\frac{2}{0,0032}} = 110$$

$$\Delta = \frac{0,0167 \times Pl^3}{EI} = \frac{0,0167 \times 100(300)^3}{2 \times 10^6 \times 7000} = 0,0032 \text{ sm}$$

$$\sigma_{din} = \sigma_{st} \times \hat{E}_d = 19 \times 110 = 2100 \text{ kg/sm}^2 > [\sigma]$$

Bu yerdan inshoot ustuvorligini tekshirish kerakligi ko‘rinib turibdi. Statik noaniq sistemalar uchun bunday masalalar maxsus kurslarda o‘rganiladi.

Materiallarning zarbli yukka reaksiyasi statik yukka reaksiyasidan farq qilishini eslatib o‘tamiz. Bu farqlar ayniqsa past haroratlarda, toblash, quyush kabilarda hosil bo‘luvchi qoldiq kuchlanishlar mavjudligida aniq bilinadi.

Po‘latlarni zarbga qarshilik ko‘rsatish darajasini pasayishiga ba’zi elementlar, masalan fosfor aralashmasi ta’sir qiladi. Bu kabi xususiyatlarni hisobga olish uchun «zarbli namuna» deb ataluvchi maxsus tajriba tekshirishlari o‘tkaziladi. Tekshirilayotgan maxsus konstruksiyaga ega bo‘lgan namuna egilishdagi zarb bilan buziladi va uni buzish uchun kerak bo‘lgan E energiya miqdori aniqlanadi. E ni buzilish joyidagi namuna ko‘ndalang kesimi yuzasiga nisbati zarbli qovushqoqlik kattaligi a_q deyiladi.

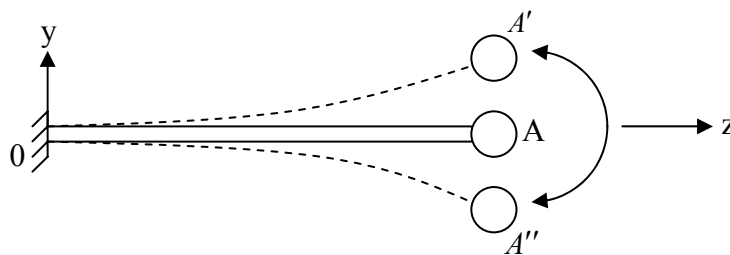
$$a_q = \frac{T}{F} \text{ kgk} \cdot \text{sm} \quad (13.13)$$

Po‘latning turli markalari uchun $a_q = 2-2,5 \text{ kgk} \cdot \text{sm}$ oraliqda o‘zgaradi.

4- §. Tebranishlar

Fizika kursidan ma’lumki, mexanik tebranish deb moddiy nuqtaning biror traektoriya bo‘ylab navbatma – navbat davriy qaytariluvchi harakatiga aytiladi. Masalan, konsol balka A uchiga qo‘yilgan P kuch ta’siridagi (13.20 rasm) harakat, P kuch olinishi bilan balka uchi $A'A''$ oralig‘ida harakatlanadi.

A' va A'' holatlarda tezlik nolga teng, A holatda esa – eng katta qiymatga ega. Nuqta A dan A' ga (yoki A'' ga) ko‘chganda harakat yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalgan elastik qarshilik kuchi (qaytaruvchi kuch) hosil bo‘ladi. Moddiy nuqtaning faqat qaytaruvchi kuch ta’siridagi tebranma harakati xususiy tebranma harakat deyiladi.



13.20-rasm. Erkin uchiga P kuch ta'sir etayotgan konsol balka.

Agar qaytaruvchi kuchdan tashqari jismga muhit qarshilik kuchi ham ta'sir etsa, tebranish erkin tebranish deyiladi.

«Materiallar qarshiligi» fanida ko'rilayotgan masalalarda odatda muhit qarshiligi hisobga olinmaydi, shu sababli erkin va xususiy tebranma harakatlarga ajratilmaydi.

Tebranma harakatni sonli parametri sifatida tebranishlar davri T olinadi va u bitta to'la tebranish, A' dan A'' ga (13.20-rasm) o'tish vaqtiga teng. Tebranish davri T sekunda o'lchanadi. Tebranish davriga teskari kattalik $\nu = \frac{1}{T}$ (sek^{-1}) ga tebranish chastotasi deyiladi.

Tebranish chastotasi birligi 1 sekunddagi to'la aylanishlar soni olinadi va u gers (Gs) da o'lchanadi. Nuqtaning 2π sekunddagi aylanishlar soni ω bilan belgilanib, xususiy tebranish aylanma chastotasi deyiladi.

ω kattaligi konstruksiya materiali va o'lchamlariga bog'liq bo'lib quyidagi ifodada aniqlanadi:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{st}}} \quad (13.14)$$

Bu yerda, Δ_{st} : $P=mg$ statik kuch qo'yilgan nuqtadagi solqilik (ko'chish).

Tebranish davri va chastotasidan tashqari ushbu jarayonni tebranishlar amplitudasi "Y" ham aniqlaydi va u nuqtaning muvozanat holatidan eng katta chetga chiqish kattaligiga teng. Amplitudaning ikkilangani tebranish qulochi deyiladi.

Amalda juda ko'p tarqalgan hollardan biri P yuk sistema tebranishi sababchisi bo'lishidir, masalan P yuk (13.20-rasm) aylanayotgan sozlanmagan dvigatel og'irligi bo'lsin. Bu tebranishlar davriy qaytariluvchi "S" "uyg'otuvchi kuch" ta'siridagi majburiy tebranma harakat deyiladi. Majburiy tebranishlar aylanish chastotasi

(ϖ_0) dvigatelning minutiga aylanishlar soni “n” ga bog‘liq va quyidagicha aniqlanadi

$$\varpi_0 = \frac{n}{60} \cdot 2\pi = \frac{\pi n}{30} \quad (13.15)$$

Sozlanmagan (debalans) massa aylanishida hosil bo‘luvchi uyg‘otuvchi kuch quyidagi ifodadan topiladi:

$$S = m\varpi_0 r \quad (13.16)$$

Bu yerda, m – debalans massasi, $m = \frac{P}{g}$, P – debalans og‘irligi, g – erkin tushish tezlanishi, r – debalans aylanish radiusi.

Amaliyotda rezonans hodisasi keng tarqalgan va u xususiy tebranish chastotasi (ω) va majburiy tebranish chastotasi (ω_0) bir-biriga yaqinlashganda ya’ni tebranish amplitudasi keskin oshib ketishi bilan o‘zini namoyon etadi. Rezonans hodisasi hosil bo‘lishi tebranishlar o‘shish koeffitsienti “ β ” orqali aniqlanadi.

$$\beta = \left| \frac{1}{1 - \frac{\varpi_0^2}{\varpi^2}} \right| \quad (13.17)$$

Tebranishlar o‘shish koeffitsienti musbat yoki manfiy bo‘lishi mumkin. Hisoblashlarda uning absolyut qiymati ishlatiladi.

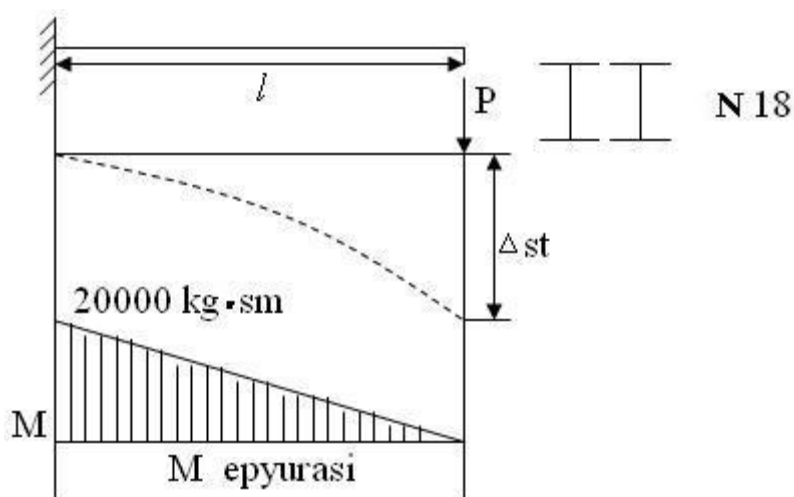
Agar $\varpi_0 = \varpi$ bo‘lsa tebranishlar o‘shish koeffitsienti cheksiz qiymatga erishadi. Amalda bunday hol sodir bo‘lmaydi, chunki doimo qarshilik kuchlari mavjud ekanligi, xususiy tebranishlar emas, balki erkin tebranishlar mavjud bo‘ladi. Bu holat amplitudani cheksiz o‘shishini cheklaydi, ammo u juda katta qiymatlarga erishishi mumkin. I.M.Belyaev “Sapellin” dvigatellari tirsakli valining Atlantika okeani uzra uchib o‘tishda val buralish burchagi rezonans natijasida 6 marta oshib ketib singanligini keltiradi. Rezonans hosil bo‘lmasligi uchun ω_0 / ω chastotalar nisbati 0,7 dan kichik yoki 1,5 dan katta bo‘lgani ma’qul.

Tebranma harakatdagi kuchlanishlar, dinamik yuklama boshqa hollari kabi statik kuchlanish (σ_{st}) ni dinamik koeffitsientiga (K_D) ko‘paytirib topiladi. Majburiy tebranma harakat holida K_D kattaligi quyidagicha aniqlanadi:

$$K_D = \left(1 + \frac{S}{P} \beta\right) \quad (13.18)$$

Amaldagi masalalar ikki guruhga ajratiladi – konstruksiya ko‘ndalang kesimi o‘lchamlari ma’lum bo‘lganda dinamik kuchlanishlarni topish orqali rezonans paydo bo‘lishini tekshirish va ko‘ndalang kesim kerakli o‘lchamlarini aniqlash.

Masalan, qo‘shstavrlar profili ikki balkadan iborat konsolga $P = 200 \text{ kg}$ og‘irlikdagi dvigatel o‘rnatilgan bo‘lsa, konsoldagi kuchlanishlarni aniqlab uni rezonansga tekshiring. Dvigatel minutiga 300 marta aylanadi. Sozlanmagan massa og‘irligi $m = 50 \text{ kg}$, debalans radiusi $r = 0,1 \text{ m}$, balka uzunligi $\ell = 1 \text{ m}$ ga teng (13.21-rasm). Qo‘shstavrlarning geometrik xarakteristikalarini 18: $I_x = 1290 \text{ sm}^4$; $W_x = 143 \text{ sm}^3$, $\ell = 1 \text{ m}$.



13.21-rasm. Ikki qo‘shstavrlar konsol balkaning erkin uchiga qo‘yilgan kuch ta’siridagi kuchlanishlarni aniqlash va uni rezonansga tekshirish.

Xususiylar tebranishlar chastotasini aniqlaymiz. Statik egilish

$$\Delta_{st} = P\ell^3 / 3EI_x = 200 \text{ kg} (100 \text{ sm})^3 / 3 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ kg / sm}^4 \cdot 1290 \cdot 2 = 0,013 \text{ sm}.$$

$$\omega = \sqrt{981 / 0,013} = 272 \text{ rad / sek}.$$

Majburiylar tebranishlar chastotasi

$$\omega_i = \frac{\pi i}{30} = 3,14 \cdot 300 / 30 = 314 \text{ sek}^{-1}$$

$$\frac{\omega_o}{\omega} = \frac{314}{272} = 1,16, \text{ ya'ni rezonans hodisasi ro'y berish ehtimoli mavjud.}$$

Majburiylar tebranish chastotasini o‘zgartirib bo‘lmaydi, shu sababli qo‘shstavrlar profilini o‘zgartiramiz.

№14 ni olamiz. $I_x = 572 \text{ sm}^4$; $W_x = 82 \text{ sm}^3$

$$\text{U holda } \Delta_{st} = 200(100)^3 / 3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 572 = 0,029 \text{ sm}$$

$$\omega = \sqrt{981/0,029} = 184 \text{ rad/sek}$$

Natijada $\frac{\omega_i}{\omega} = \frac{314}{184} = 1,7$ Bu natija kritik qiymat chegarasidan ancha uzoq. Tebranishlar o'sish koeffitsienti.

$$\beta = \left| \frac{1}{1 - \frac{(314)^2}{(184)^2}} \right| = 0,52$$

Uyg'otuvchi kuch kattaligini (13.16) ifodadan topamiz:

$$S = m\omega_o r = 50 \cdot 314 \cdot 0,1 = 1570 \text{ kg}$$

(13.18) dan dinamik koeffitsientini topamiz:

$$\hat{E}_D = 1 + \frac{1570}{200} \cdot 0,52 = 5,08$$

$$\text{Statik kuchlanish } \sigma_{st} = 20000 \text{ kg sm} / 2 \cdot 82 \text{ sm}_2^3 = 122 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

$$\text{Dinamik kuchlanishi } \sigma_D = \hat{E}_D \cdot \sigma_{st} = 620 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

Dinamik kuchlanishining kichik qiymati dvigatel nomerini yana bir marta o'zgartirishga imkon beradi, N10 qo'shtavrni tanlaymiz. $I_X = 198 \text{ sm}^4$, $W_X = 39,7 \text{ sm}^3$.

Hisoblashlarni qaytarib

$$\Delta_{st} = 200(100)^3 / 3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 198 = 0,084 \text{ sm}.$$

$$\omega = \sqrt{981/0,084} = 108 \text{ rad/sek.}$$

$$\text{Tebranishlar o'sish koeffitsienti } \beta = 1/[1 - (314/108)^2] = -0,13$$

$$\text{Dinamik koeffitsient } \hat{E}_D = 1 + (500/200) \cdot 0,13 = 1,33$$

$$\text{Statik kuchlanish } \sigma_{st} = 20000 / 2 \cdot 39,7 = 252 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

$$\text{Dinamik kuchlanish } \sigma_D = \hat{E}_D \cdot \sigma_{st} = 335 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

Ko'ndalang kesim o'lchamlarini oshirish dinamik koeffitsientni oshishi va σ_{st} ni kamayishiga olib keluvchi zarbli yukdan farqli o'laroq tebranma harakatda ushbu kattaliklar orasidagi bog'lanishi murakkab xarakterga ega bo'lib, ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlashda ularni hisobga olish kerakligini ko'rsatadi.

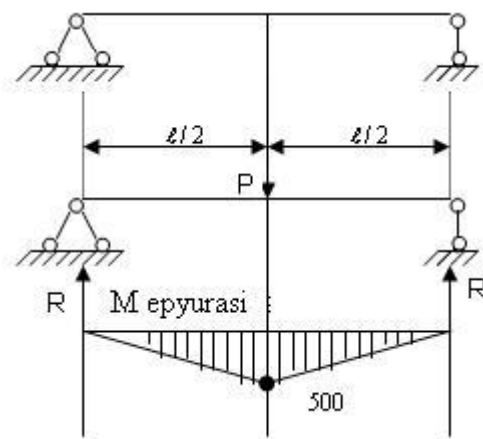
Konstruksiya ko'ndalang kesimi kerakli o'lchamlarini aniqlashda asosiy masala rezonans hodisasiga yo'l qo'ymaslik, ya'ni xususiy

tebranishlar chastotasi $(0,7-1,5) \omega_o$ kritik diapazonda yotmasligiga erishishdir.

Misol tariqasida og'irligi $P=1000 \text{ kg}$ dvigatel o'rnatilgan qo'shtavrli balka ko'ndalang kesimi kerakli o'lchamlarini aniqlaylik. Dvigatel minutiga 500 marta aylanadi, qismlar sozlanmagani sababli $S=500\text{kg}$ (13.22-rasm) uyg'otuvchi kuch va majburiy tebranma harakat hosil qiladi. $\omega_i = 500\text{sek}^{-1}$, $\ell = 2\text{m}$.

Xususiyy tebranish chastotasini $0,7 \omega_i = 350\text{sek}^{-1}$ deb olamiz. $R_1 = R_2 = 300\text{kgk}$ bo'lsa, statik egilish kerakli kattaligi:

$$\Delta_{st} = \frac{g}{\omega} = \frac{981}{(350)^2} = -0,008 \text{ sm}$$



13.22-rasm. O'rtasiga dvigatel o'rnatilgan balka ko'ndalang kesim tanlash.

Ikki tayanchda yotuvchi, o'rtasiga Δ kuch qo'yilgan balka egriligi $\Delta = \frac{P\ell^3}{48EI_X}$, bu yerdan $I_X = \frac{1000(200)^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0,008} = 10406 \text{ sm}^4$

Bitta qo'shtavr inersiya momenti 5203 sm^4 . Sortament jadvalidan (ilova) №27 qo'shtavrni tanlaymiz: $I_X = 5010 \text{ sm}^4$, $W_X = 371 \text{ sm}^3$.

Tebranishlar o'sish koeffitsienti $\beta = \frac{1}{1 - (\frac{500}{350})^2} = 0,96$

Dinamik koeffitsient $\hat{E}_D = 1 + \frac{s}{\rho} \beta = 1 + \frac{500}{1000} \cdot 0,96 = 1,48$

$$\text{Statik kuchlanish } \sigma_{st} = \frac{W}{2W_X} = \frac{50000}{2 \cdot 371} = 67 \text{ kg / sm}^2$$

$$\text{Dinamik kuchlanish } \sigma_D = 1,48 \cdot 67 = 100 \text{ kg / sm}^2 < [\sigma]$$

Kuchlanishining kichik qiymati qo'shtavr nomerini kichraytirishga, ya'ni № 10 qo'shtavrni tanlashga imkon beradi.

$$I_X = 198 \text{ sm}^4, W_X = 39,7 \text{ sm}^3$$

$$\Delta_{st} = \frac{1000(200)^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 198 \cdot 2} = 0,21, \quad \omega = \sqrt{\frac{981}{0,21}} = 68,3 \text{ sek}^{-1}$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{500}{68,3}\right)^2} \approx 0,02, \quad \hat{E}_D = 1 - \frac{500}{1000} \cdot 0,02 \approx 1$$

$$\sigma_{st} = \frac{50000}{2 \cdot 39,7} = 630 \text{ kg / sm}^2 \text{ kattaligi } [\sigma] \text{ bilan bir xil o'lchovlidir.}$$

Shunday qilib, xususiy tebranish chastotasi kattaligi kritik holdan uzoqlashib borgani sari dinamik koeffitsient 1 ga yaqinlashib boradi, dinamik kuchlanish esa statik kuchlanishga yaqinlashib boradi.

Konstruksiya ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi nisbatan kichik kuchlanishlar bitta hususiyatga ega – tebranish jarayonida nuqtadagi kuchlanish ishorasi bir tebranish davrida qarama-qarshisiga o'zgaradi. Bunday ko'rinishdagi kuchlanish va yuklamaga ishorasi almashinuvchi yoki siklik deyiladi. Materiallarni ishorasi o'zgaruvchi yuklama ta'siridagi holati keyingi bobda o'rganiladi.

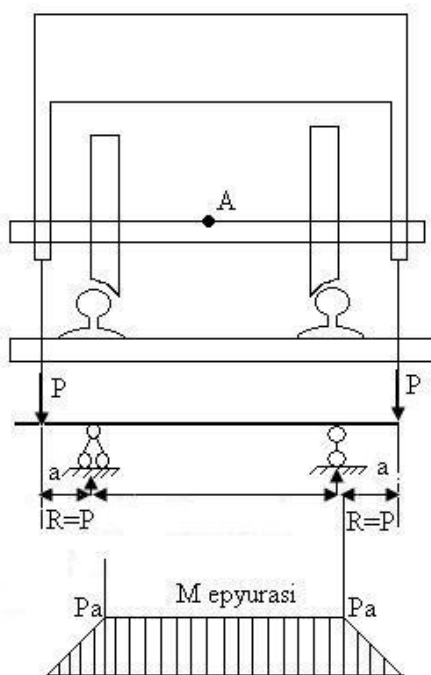
XIV bob

DAVRIY O'ZGARUVCHI KUCHLANISHLARDAGI MUSTAHKAMLIK

1- §. Umumiy tushunchalar

Inshoot va mashinaning turli qismlarida ishlash jarayonida miqdori hamda ishorasi o'zgaruvchan kuchlanishlar hosil bo'ladi. Vagonlarning o'qida bunday kuchlanishlar paydo bo'ladi. O'qning ko'ndalang kesimida sof egilish deformatsiyasi sodir bo'ladi.

14.1-rasmda ko'rsatilgan A nuqtada miqdori $+M/W$ ga teng cho'zuvchi kuchlanish, o'qni 90° ga bursak A nuqta neytral o'qning ustida joylashadi, kuchlanish esa nolga, 180° ga bursak A nuqta siqiluvchi sohaga joylashadi, kuchlanish esa $-M/W$ ga teng bo'ladi. 360° ga buralganda A nuqta dastlabki holatiga qaytadi. Kuchlanish ishorasining to'la almashishi (bizning misolda vagon o'qining bir marta to'la aylanishi) ga sikl, bunday nagruzkaga siklik nagruzka deyiladi.



14.1-rasm. Siklik nagruzka ta'siridagi detalning hisobi.

Ekspluatatsiya jarayonida bunday sikllar soni juda katta bo'lishi mumkin.

Shartli ravishda vagon g'ildiragi diametrini 1 metr deb qabul qilsak, har 3,14 metr yo'lda kuchlanish ishorasi to'la almashadi. 1000 km masofada bunday sikldan taxminan 330000 ta sodir bo'ladi. XIII-bob, 4-§ da ko'rib chiqilgan sistemaning tebranishi ham siklik nagruzkaga misol bo'ladi.

Uzoq muddat siklik nagruzka ta'siri ostidagi konstruksiya detallarining ishlashi materialning to'satdan yemirilishiga va sinishiga olib keladi. Lokomotiv va vagon o'qlarining sinishida bu jarayonni ko'rish mumkin.

Buzilgan yuzalar ikki qismga ajralib qoladi, biri silliq-plastik, ikkinchisi kristallsimon-mo'rt materiallarga xos.

Siklik nagruzka ta'sirida plastik materialdan mo'rt material «tug'iladi» (hosil bo'ladi) degan xulosaga kelish mumkin. Bu hodisaga materialning toliqishi deyiladi.

Hozirgi vaqtda bu hodisaga boshqacha izohlar ham mavjud. Chunonchi, buzilishning asosiy sababchisi mikroskopik (sochsimon) darzlarning paydo bo'lishi va vaqt o'tishi bilan siklik nagruzka ta'siri ostida bu darzlar rivojlanadi.

Darz tekisligi bir-biriga ishqalanish natijasida buzilishning «plastik» sohasini tashkil qiladi.

Darzlarning hosil bo'lishiga materialning va uni qayta ishlashdagi nuqsonlar sababchi bo'ladi.

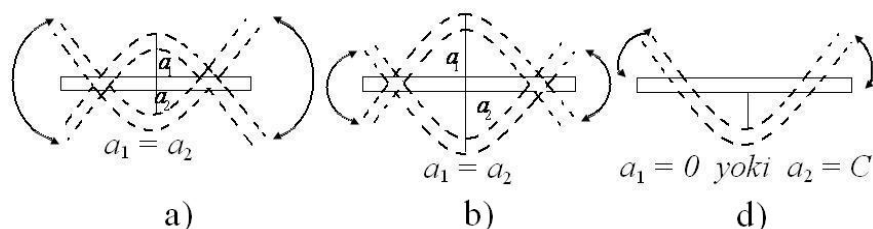
Bundan tashqari nagruzkaning parametrlari, turlari, shakllari hamda boshqa omillar darzlarga sababchi bo'ladi.

2- §. Siklik kuchlanishning parametrlari

Siklik kuchlanishlar nagruzkaning davriy o'zgarishi (masalan, ichki yonuv dvigatellarining devorlari) natijasida yoki avval ko'rib chiqilgan hol doimiy nagruzka ostidagi detal holatining o'zgarishidan hosil bo'ladi.

Materialning buzilishi siklning soni va xarakteristikalariga bog'liqdir.

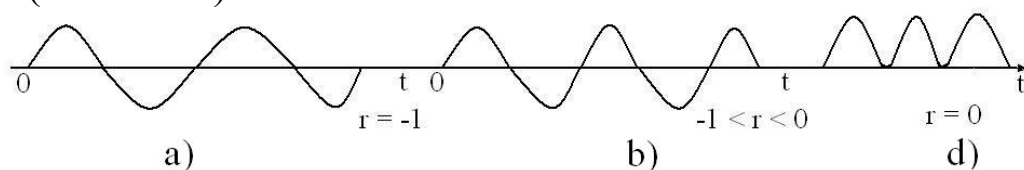
Siklning xarakteristikasini ko'p marta egiladigan sim misolida ko'rib chiqamiz (14.2-rasm).



14.2-rasm. Siklik kuchlanish parametrlari

«a» – simmetrik sikl; «b» – asimmetrik sikl; «d» – tepki yoki nol sikl.

Agar kuchlanishning sikli buralish deformatsiyasi bilan bog‘liq bo‘lsa, $\sigma, \tau = f(t)$ funksiya grafigi t-vaqtga bog‘liq sinusoida ko‘rinishida bo‘ladi (14.3-rasm).



14.3-rasm. Sinusoida ko‘rinishidagi siklik yuklamalar

a – simmetrik; b – asimmetrik; d – tepki.

Siklning algebraik eng katta kuchlanishiga maksimal ($\sigma_{\max}$ yoki $\tau_{\max}$), va eng kichigiga minimal ($\sigma_{\min}$ yoki $\tau_{\min}$) kuchlanish deyiladi (14.4-rasm).

Siklning o‘rtacha kuchlanishi (σ_m, τ_m) maksimal va minimal kuchlanishlar yig‘indisining yarmiga teng

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad \tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2};$$

Maksimal va minimal kuchlanishlar ayirmasining yarmiga siklning amplitudasi deyiladi.

$$\sigma_q = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \quad \tau_q = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2};$$

Simmetrik siklning absolyut qiymatlari uchun $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ ifoda o‘rinli.

Asimmetrik sikl uchun $\sigma_{\max} \neq \sigma_{\min}$.

Tepki sikllar $\sigma_{\max} = 0$ yoki $\sigma_{\min} = 0$

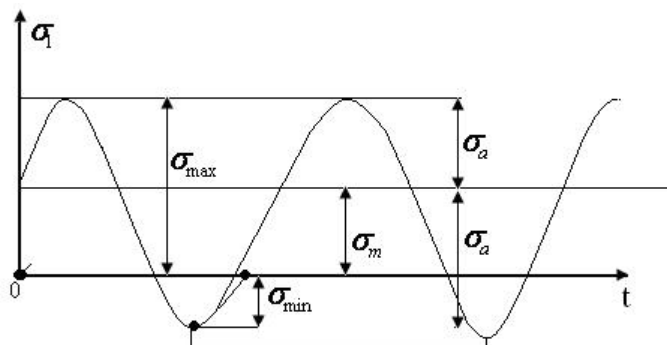
$\sigma_{\max} / \sigma_{\min}$ – nisbatga siklning asimmetrik koeffitsienti (r) deyiladi.

Siklning asimmetrik koeffitsienti normal kuchlanish uchun r_σ , urinma kuchlanish uchun r_τ – bilan ifodalanadi.

Simmetrik sikl uchun $r = -1$,

Tepki sikl uchun kuchlanish ishorasiga qarab $r = 0$ ga, asimmetrik sikl uchun r – ning oraliqdagi qiymati olinadi.

" $\sigma_{\max}$ ", " $\sigma_{\min}$ ", " σ_m ", " τ_m ", " r " – ifodalarga siklning xarakteristiklari deyiladi.



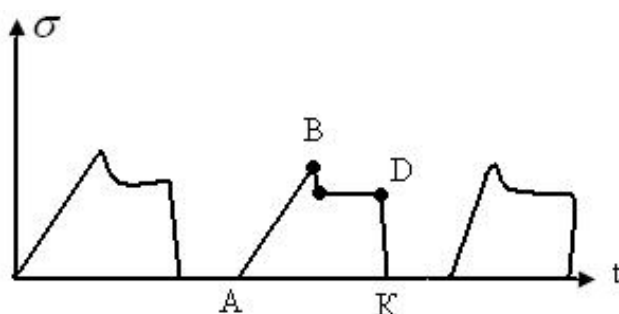
14.4-rasm. Siklik nagruzka xarakteristiklari.

Amaliyotda esa yuqorida ko‘rib chiqilgandan murakkab bo‘lgan grafiklar bilan xarakterlanuvchi siklik nagruzkalarni uchraydi.

14.5-rasmda vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi yuk ko‘taruvchi kraning trosida hosil bo‘luvchi siklik kuchlanishning grafigi tasvirlangan.

AB – tezlanish bilan ko‘tarilayotgan yuk, BD – yukning ko‘chishi, DK – yukdan ozod bo‘lish.

O‘zgaruvchan kuchlanishlar ta’sirida darzlarning sodir bo‘lishiga plastik deformatsiyalarning yig‘ilishi sabab bo‘ladi. Toliqish mustahkamligi faqat siklning maksimal va minimal kuchlanishlariga bog‘liq bo‘lib, $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$ oraliqdagi kuchlanishning o‘zgarish qonuniyatiga bog‘liq emas.



14.5-rasm. Yuk ko‘taruvchi kran trosida hosil bo‘ladigan siklik kuchlanish grafigi.

Vaqt birligi orasidagi sikllar soni ya’ni siklning chastotasini ham salmog‘i kam.

3- §. Chidamlilik chegarasini aniqlash

Materialning takrorlanib turuvchi o'zgaruvchan kuchlanishlarga qarshilik ko'rsata olish qobiliyatiga chidamlilik, bunday kuchlanishlarga hisoblash esa chidamlilikka yoki toliqish mustahkamligiga hisob deb yuritiladi.

Materialning mexanik xarakteristikalari maxsus sinash mashinalarida namunani sinash orqali aniqlanadi.

Tajriba simmetrik sikl bo'yicha o'zgaruvchi nagruzka ostida amalga oshiriladi. Chunki, bunday kuchlanish ko'p uchraydi hamda tajriba o'tkazish ham qulay.

Ko'ndalang kesim yuzasi doiraviy bo'lgan namuna podshipniklar orqali vagon o'qiga o'xshash yuklanadi (14.1-rasm), ya'ni namunaning ko'ndalang kesimida sof etilish deformatsiyasi hosil bo'ladi.

Namuna 2000–3000 ayl / min tezlanish bilan aylanadi va har bir aylanish bitta siklga to'g'ri keladi. Sikllar soni hisobga olib boriladi.

Tajriba 6–10 ta namunalarda o'tkaziladi.

Birinchi namuna $\sigma_{\max} (\sigma_{\min}) \approx 0,6 \sigma_v$ ga teng bo'lgan kuchlanish bilan yuklanadi.

Bu yerda σ_v – vaqtinchalik qarshilik, ya'ni materialning buzilish chegarasidagi kuchlanish.

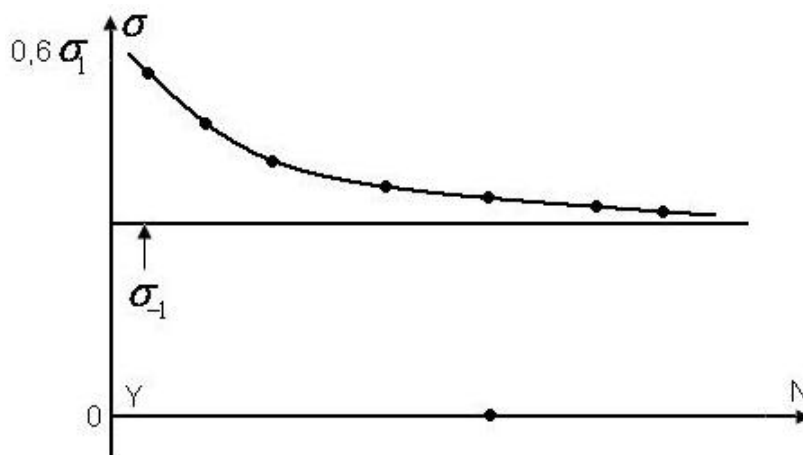
Tajriba namunaning buzilishigacha amalga oshiriladi va sikl soni N_1 – yozib qo'yiladi.

Ikkinchi namuna birinchisiga nisbatan oz bo'lgan kuchlanish bilan yuklanib N_2 – aniqlanadi va hokazo. Kuchlanishni kamaytirish bilan namunaning buzilishigacha bo'lgan sikllar soni ortib boradi kuchlanish bilan sikllar soni orasidagi bog'lanishni ifodalovchi grafikka Veller egri chizig'i deyiladi (14.6-rasm).

Ko'plab qora metallar uchun har qanday sikl sonida material buzilmaydigan eng katta kuchlanishni aniqlash mumkinligi tajribalardan ma'lum.

Bunday kuchlanishga toliqish chegarasi yoki egilishdagi chidamlilik chegarasi deyiladi (σ_{-1}).

Tajribalardagi sikllar soni juda yuqori qora metallar uchun $(6 \div 10) \cdot 10^6$, rangli metallar uchun bu raqam $5000 \cdot 10^6$ gacha yetadi.



14.6-rasm. Kuchlanish va sikllar orasidagi bog‘lanish grafigi.

Egilishdagi chidamlilik chegarasi, cho‘zilishdagi (σ_{-1}^0) va buralishdagi (τ_{-1}^e) chidamlilik chegarasidan farq qiladi.

Simmetrik sikl uchun po‘lat namunalarida:

$$\begin{aligned}\sigma_{-1}^4 &= 0,4\sigma_v \\ \sigma_{-1}^e &= 0,28\sigma_v \\ \tau_{-1}^e &= 0,22\sigma_v\end{aligned}\quad (14.3)$$

Rangli metallar uchun $\sigma_{-1}^4 = (0,24 \div 0,5) \cdot \sigma_v$ nagruzkalar o‘zgarishining nosimmetrik sikli uchun chidamlilik chegarasini (σ_t) nazariy va amaliy jihatidan aniqlash mushkul. Tajriba yo‘li bilan aniqlangan qiymatlar bo‘lmaganda maxsus adabiyotlarda keltirilgan taqribiy qiymatlardan foydalanish mumkin.

4- §. Siklik nagruzkalarda ruxsat etilgan kuchlanish

Charchashdagi ruxsat etilgan kuchlanishni aniqlash uchun chidamlilik chegarasidagi kuchlanishni charchashdagi ehtiyot ko‘effitsientiga bo‘linadi.

Bu ko‘effitsientning miqdori detalning shakliga o‘lchamlariga hamda sirtining holati, qayta ishlanishi va boshqa miqdorlarga bog‘liq.

Detalning ko‘ndalang kesim o‘lchamlari namunaning ko‘ndalang kesim o‘lchamlariga nisbatan ortishi bilan (uning diametri 10 mm ga yaqin) chidamlilik chegarasi pasayadi;

Chidamlilik chegarasi $\sigma_{-1}^4 \cdot \varepsilon$ – kattalik bilan xarakterlanadi. Bu yerda ε – detalning o‘lchamlarini hisobga oluvchi ko‘effitsient.

ε – ko‘effitsientning taqribiy qiymatlari 14.1-jadvalda keltirilgan.

ε – koeffitsientining taqribiy qiymatlari

14.1-jadval

Sterjen diametri (mm)	10	20	30	40	50	60	80	100	150	200
ε – koeffi- sienti	1	0,93	0,87	0,82	0,78	0,75	0,7	0,65	0,58	0,55

Diametrning keyingi ortishi chidamlilik chegarasining o'zgarishiga sezilarli ta'sir ko'rsatmaydi. Ba'zida detalning o'lchamlarining chidamlilik chegarasiga ta'sirini masshtab koeffitsienti deb ataluvchi " α_m " – miqdor bilan xarakterlanadi. α_m ning miqdori birdan katta bo'ladi. Chidamlilik chegarasi $\sigma_{-1} \cdot \varepsilon$ – dan emas, balki σ_{-1} / α_m – nisbatdan topiladi.

Chidamlilik chegarasiga quyidagi omillar keskin ta'sir qilishi aniqlangan; detalning o'lchamlari, kuchlanish konsentratsiyasi, detal sirtining holati, diametr o'zgarishi, teshiklar va hokazo.

Kuchlanishlar konsentratsiyasi detalning materialiga bog'liq. Kuchlanish konsentratsiyasini e'tiborga olish uchun, kuchlanish konsentratsiyasining haqiqiy koeffitsienti deb ataluvchi α_{kg} – kattalik kiritiladi. α_{kg} – ning qiymatlari maxsus adabiyotlarda keltiriladi yoki taqriban quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\alpha_{kg} = 1,2 + 0,2(\sigma_v - 40)/110 \quad (14.4 \text{ a})$$

$$\alpha_{kg} = 1,5 + 1,5(\sigma_v - 40)/110 \quad (14.4 \text{ b})$$

14.4a – ifodadan detalda kuchlanishlar to'planadigan zaifliklar bo'lmaganda,

14.4 b – dan esa zaifliklar bo'lganda foydalaniladi.

14.4 – ifodadagi σ_v kg/mm² da qo'yiladi.

Umuman olganda materialning mustahkamligi yuqori bo'lgan sari, kuchlanishlar konsentratsiyasiga sezgirliги ortib borishi tufayli, uni tez-tez qayta ishlashga ehtiyoj seziladi.

Shunday qilib siklik nagruzkalardagi ruxsat etilgan kuchlanishlar quyidagi ifodalardan topiladi.

$$[\sigma_{-1}] = \sigma_{-1}(\varepsilon/K) \alpha_{kg} \quad (14.5 \text{ a})$$

$$[\tau_{-1}] = \tau_{-1}(\varepsilon/K) \alpha_{kg} \quad (14.5 \text{ b})$$

Bu yerda, K – soni 1,05–1,1 oralig‘ida olinadigan umumiy ehtiyot koeffitsienti.

Ruxsat etilgan kuchlanishning ko‘ndalang kesim o‘lchamlariga bog‘liqligi masalani murakkablashtiradi, shuning uchun oldin ko‘rib chiqilgan holatlardagi kabi tanlash usuli bilan yechiladi.

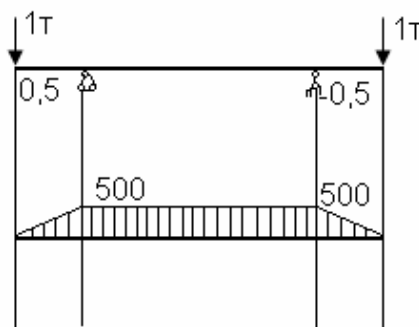
Masalan, 14.7-rasmda keltirilgan, ikkita miqdori 1 tonnadan iborat bo‘lgan kuch bilan yuklangan vagon o‘qining diametri aniqlansin.

O‘qning kesimi zaiflashganligi uchun $\sigma_v = 5500 \text{ kg/sm}^2$ mustahkamlik sharti

$$\sigma_v = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma_{-1}^4]$$

Egilishdagi chidamlili chegarasi 14.3-ifodaga ko‘ra $\sigma_1^4 = 0,4\sigma_2 = 2200 \text{ kg/sm}^2$

14.4a-ifodadan kuchlanish konsentratsiyasining haqiqiy koeffitsientini aniqlaymiz.



14.7-rasm. Yuklangan vagon o‘qining diametrini aniqlash.

$$\sigma_{nd} = 1,2 - 1,2(\sigma_v - 40)/110 = 1,2 - 0,2(55 - 40)/110 = 1,21$$

$$\sigma_v = 5500 \text{ kg/sm}^2 = 55 \text{ kg/mm}^2$$

$\varepsilon = 0,7$ ixtiyoriy qiymatni qo‘ysak

$$[\sigma_{-1}^4] = 2200 \cdot 0,7 = 1160 \text{ kg/sm}^2$$

$$W = 11000 \text{ kg} \cdot \text{sm} / 1160 = 8,6 \text{ sm}^3 = 0,1d^3, d = \sqrt[3]{8,6/0,1} = 4,4 \text{ sm} = 44 \text{ mm}$$

14.1-jadvaldan ε ni aniqlaymiz.

$\alpha = 44 \text{ mm}$ uchun $\varepsilon = 0,81$ ga teng

$\varepsilon = 0,75 - 0,81/2 = 0,73$ deb qabul qilamiz

$$[\sigma_{-1}^4] = 1290 \text{ kg/sm}^2 \quad W = 7,75 \text{ sm}^3 \quad d = 4,25 \text{ sm} \quad \varepsilon = 0,3 \quad \varepsilon \approx \varepsilon$$

jadvaldan $d = 4,25 \text{ sm} = 4,25 \text{ mm}$.

$P = 0,4 \text{ t}$ kuch ta'sir etayotgan cho'zilish va siqilish deformatsiyasi almashib turuvchi silindrsimon prujina o'ramining diametri aniqlansin. Prujina radiusi $R = 20 \text{ mm}$, buralishdagi materialning charchash chegarasi $\sigma_{-1} = 3000 \text{ kg/sm}^2$, hamda prujina ishlashining charchash koeffitsienti 2 teng deb olinsin.

Yechish: prujina bunday holatda simmetrik sikl ostidagi kuchlanishga ishlaydi.

Charchashdagi ruxsat etilgan kuchlanishni hisoblaymiz.

$$[\tau_{-1}] = \tau_{-1} / \kappa = 3600 / 2 = 1800 \text{ kg/sm}^2 \quad [\tau_1] = 16PR / \sigma_1 d^3 \text{ ekanligidan}$$

$$d = \sqrt[3]{16PR / \sigma [\tau_{-1}]} = \sqrt[3]{16 \cdot 400 \cdot 8 / 3,14 \cdot 1800} \approx 2,09 \text{ sm}; \quad d = 21 \text{ mm}$$

deb qabul qilamiz.

XV bob
**CHEKLI NAGRUZKA (YUKLAR) VA CHEKLI
HOLATLAR USULI BILAN KONSTRUKSIYA
HISOBINING ASOSLARI**

1- §. Asosiy tushunchalar

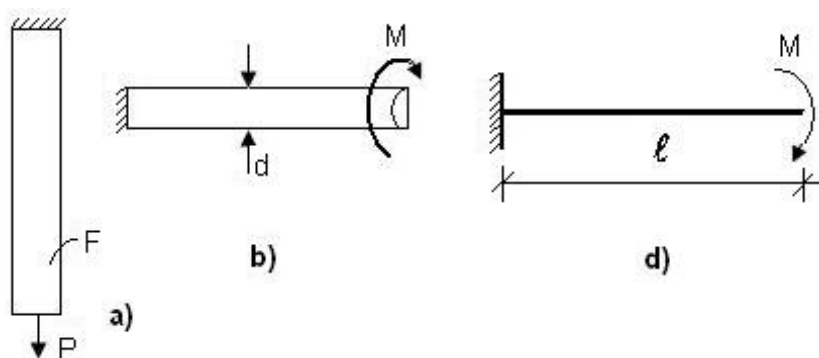
Oddiy konstruksiyalar hisobining oldinda ko‘rib chiqilgan usullari ruxsat etilgan kuchlanishlar bo‘yicha hisob deb yuritiladi. Bu usul o‘ziga xos kamchilikdan xoli emas. Materiallarning yuk ostida ishlashi to‘g‘risidagi ma‘lumotlarni yig‘ilishi bilan $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ (yoki $\leq [\tau]$) shart ayrim hollarda materialning mustahkamligidan to‘la foydalanish imkonini bermaydi.

Ikkinchi tomondan mustahkamlikning ehtiyot koeffitsientlari K_1 , K_2 (4.8, 4.9-formulalar) ba‘zi holatlarda konstruksiya materialini mustahkamligini oshirib yoki kamaytirib yuboradi, chunki doimiy ehtiyot koeffitsienti konstruksiya ishining barcha qirralarini aks ettira olmaydi.

Konstruksiya hisobi rivojlanishning navbatdagi bosqichi mukammallashayotgan ruxsat etilgan kuchlanishlar, chekli yuklar usuli bilan hisoblashga olib keldi. Bu usul chekli yuk ko‘tara olish yoki chekli holatlar usuli deb ham yuritiladi.

2- §. Chekli yuk ko‘tara olish usuli bilan hisoblashning asoslari

Ruxsat etilgan yukning miqdorini aniqlashni cho‘zilish, buralish, egilishga doir masalalarni ruxsat etilgan kuchlanishlar usulida hisoblashni ko‘p marta ko‘rib chiqqan edik. Oddiy hollarda (15.1-rasm) – cho‘zilishda (15.1a-rasm) $P^{rux} = [\sigma]F$, buralishda (15.1b-rasm) $M_{bur}^{rux} = [\tau] \cdot W$, egilishda (15.1d-rasm) $M^{rux} = [\sigma] \cdot W$ va hokazo.



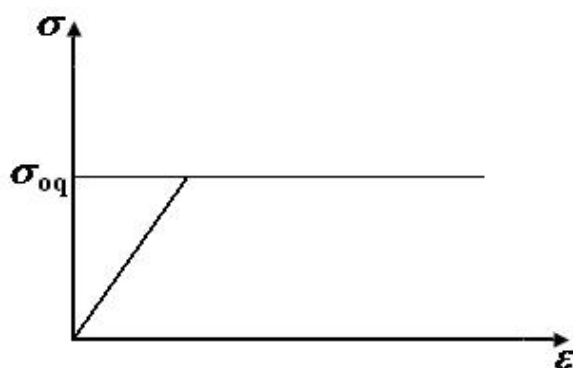
15.1-rasm. Chekli yuk ko'tara olish usuli bilan hisobdagi oddiy balkalar:
 a) cho'zilishda; b) buralishda; d) egilishda.

Ammo bu usul bilan hisoblangan tashqi kuchlar konstruksiyasini yemira olmaydi. Tashqi yuklar ruxsat etilgan chegaradan so'ng tashqi yukni ortishi bilan ma'lum muddatda materialning deformatsiyasi ortib boradi $\sigma_{\max} = \sigma_{oq}$.

$\sigma_{\max} = \sigma_{oq}$ shartda oquvchanlik deformatsiyasi hosil bo'ladi (plastik materiallar nazarda tutilmoqda).

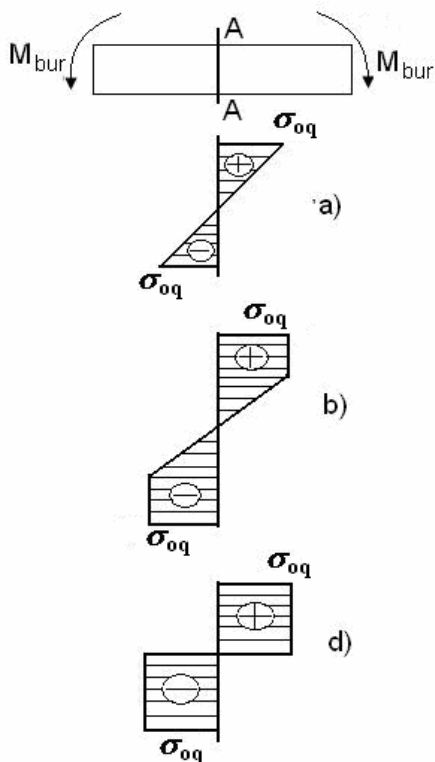
Odatda materialning ishlashi σ_{oq} – oquvchanlik chegarasidan ortiq kuchlanishlarda ko'rilmaydi, chunki «oquvchanlik» holati konstruksiyada orqaga qaytmaydigan katta deformatsiyalarning hosil bo'lishiga sabab bo'ladi. Bu cheklash $\sigma - \varepsilon$ ning haqiqiy diagrammasini shartli diagramma bilan almashtirishga imkon beradi.

Bu diagramma Prandtl diagrammasi deb yuritiladi (15.2-rasm). Bu diagramma bilan xarakterlanuvchi material esa uprugoplastik deyiladi.

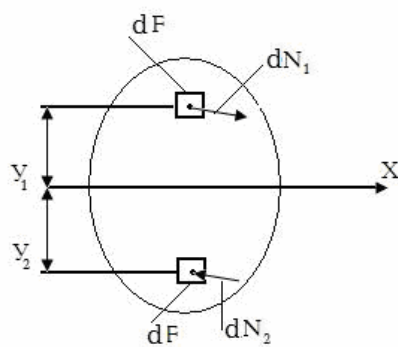


15.2-rasm. Prandtl diagrammasi.

Prandtl diagrammasida $\sigma_{ps} = \sigma_{oq}$ bo'lganda oquvchanlik yuzasi uzunlikni chegaralanmagan elementar kuchlarning kesimning neytral o'qiga nisbatan momenti mos ravishda $y_1 \sigma_1 \cdot dF_1$ va $y_2 \sigma_{oq} \cdot dF_2$ ga teng.



15.3-rasm. Sof buralishda hosil bo'ladigan kuchlanishlar.



15.4-rasm. Sterjenning ko'ndalang kesim yuzasidagi kuchlar.

Bu momentlarning ishoralari bir xil. U holda

$$\dot{I}_{chek} = \int_{F_1} y_1 \sigma_{\tau} dF_1 + \int_{F_2} y_2 \sigma_{\tau} dF_2 = \sigma_{\tau} \left(\int_{F_1} y_1 dF_1 + \int_{F_2} y_2 dF_2 \right)$$

Bu yerda F_1 va F_2 lar ko'ndalang kesimning neytral o'qdan yuqorida va pastda joylashgan yuzalari.

$\int_{F_1} y_1 dF$ va $\int_{F_2} y_2 dF$ – integrallar ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan yuqorida va pastki yuzachalarining S_1 va S_2 statik momentlari. Bundan $\dot{I}_{chek} = \sigma_{\tau} (S_1 + S_2)$

$S_1 + S_2$ – yig'indi o'qqa nisbatan plastik qarshilik momenti va W_t – bilan belgilanadi. Chekli moment quyidagicha ifodalanadi. $\dot{I}_{chek} = \sigma_{\tau} W_{\tau}$

Tomonlari b va h – ga teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak uchun

$$S_1 = S_2 = \frac{bh}{2} \cdot \frac{bh}{4} = \frac{bh^2}{8}$$

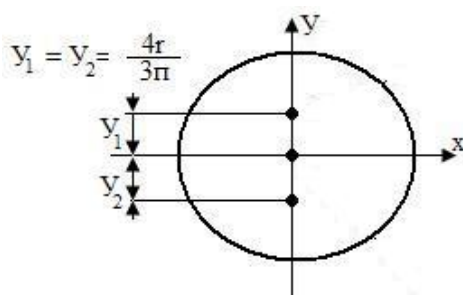
Plastik qarshilik momenti $W_{\tau} = S_1 + S_2 = \frac{bh^2}{4}$. Aylana uchun (15.5-rasm)

$$F_1 = F_2 = \frac{\pi r^2}{2}; \quad C = \frac{4r}{3\pi}$$

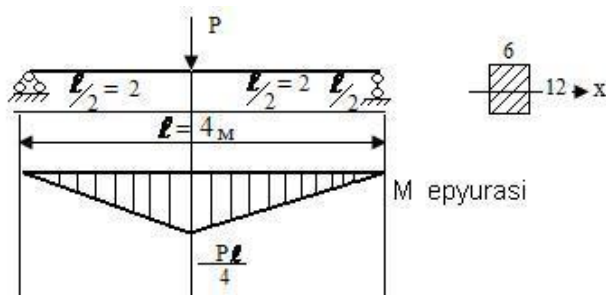
$$S_1 = S_2 = \frac{\pi r^2}{2} \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{2r^3}{3} = \frac{d^3}{12};$$

$$W_\tau = \frac{d^3}{6} = 0.167d^3$$

Qo'shtavr kesim uchun $W_\tau = 2S_x$, S_x – sortament jadvalida (ilovada) keltirilgan.



15.5-rasm. Aylana uchun plastik qarshilik momentini aniqlash.



15.6-rasm. Ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan po'latdan tayyorlangan balka uchun ruxsat etilgan nagruzkani aniqlash.

Misol tariqasida ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan po'latdan tayyorlangan balka uchun ruxsat etilgan nagruzkani, $\sigma_{oq} = 2400 \text{ kg/sm}^2$, mustahkamlik ehtiyot koeffitsientini $n=1,5$ deb hisoblab aniqlaymiz.

15.4-ifodadan chekli moment

$$I_{chek} = W_\tau \cdot \sigma_{oq} = 2400 \cdot 216 = 518400 \text{ kg/sm} \quad \text{to'rtburchak uchun}$$

$$W_\tau = \frac{bh^2}{4} = 6 \cdot 144 / 4 = 216 \text{ sm}^3 \quad M - \text{epyrasidan ko'rinadiki (15.6-rasm),}$$

$$M_{max} = Pl/4 \quad \text{bo'lganligidan} \quad M_{max} = M_{chek} \quad \text{ga teng, bundan}$$

$$P_{chek} = 4M_{chek} / l = 4 \cdot 518400 \text{ kg} \cdot \text{sm} / 400 \text{ sm} = 5184 \text{ kg}.$$

Ruxsat etilgan kuch $[P]_{chek} = P_{chek} / n = 5184 / 1,5 = 3460 \text{ kg}$ solishtirish uchun ruxsat etilgan kuchlanish usuli bilan P^{rux} – ni aniqlaymiz.

Egishdagi mustahkamlik shartidan

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W} \leq [\sigma]; \quad M^{rux} = [\sigma] \cdot W; \quad W = bh^2 / 6 = \frac{6 \cdot 12^2}{6} = 144 \text{ cm}^3$$

$$M^{rux} = 1600 \text{ kg/sm}^2 \cdot 144 \text{ sm}^3 = 230000 \text{ kg} \cdot \text{sm}, \quad \text{bundan}$$

$$P^{rux} = 4 \cdot 230400 / 400 = 2300 \text{ kg}.$$

Eslatib o'tamiz $[\sigma] = \sigma_{\tau} / K_1$ bizning misolimizda $n=K_1$.

Ikkala usul bilan hisoblangan ruxsat etilgan kuchlarning nisbati $3460/2300=1,5$ ga teng. Bu esa plastik va «elastik» qarshilik momentlarning nisbatiga mos keladi. $W_{\tau} / W_x = 216/144 = 1,5$.

Shunday qilib, bir xil sharoitdagi ikkala usul bilan hisoblangan ruxsat etilgan kuchlarning nisbati, W_{τ} / W_x – ning nisbatlari kabidir.

Doira uchun bu nisbat $0,167d^3/0,1d^3=1,67$, qo'shtavr uchun $2S_x / W_x = 1,25$ va hokazo.

VIII-bob, 2-§ da egilishga ishlaydigan elementlar ko'ndalang kesimlarining turli maqbul shakllari tekshirilgan edi. Ularni W_{τ} / W_x nisbat bilan solishtirib – shakl qanchalik maqbul tanlansa ikkala usul bilan hisoblangan ruxsat etilgan kuchlarning farqi shunchalik kam bo'ladi.

Neytral o'qqa nisbatan ko'ndalang kesim nosimmetrik bo'lgan sterjenli sistemalarning egilish deformatsiyasiga hisobning o'ziga xos tomoni – kesimdagi bo'ylama kuchlarni yig'indisi nolga teng bo'ladi. Neytral o'q, ko'ndalang kesimni o'zaro teng bo'lgan ikki qismga ajratganidan bir xil markazdan o'tuvchi o'q bilan mos kelmaydi. Elastik egilish deformatsiyalanishda esa bu o'qlar ustma-ust tushar edi. Ko'ndalang yuzasi tavr bo'lgan profilni ko'rib chiqamiz (og'irlik markazi «Y» o'qida yotadi).

$$Y_c = S_x / F = [a \cdot 3 \cdot a \cdot 2,5a + 3a \cdot a \cdot 0,5a] / (3a^2 + 3a^2) = 1,5a$$

Elastik holatda X_c neytral o'q shu nuqtadan o'tadi.

Neytral o'qning holatini, kesimlarning bo'lish shartidan aniqlaymiz.

$$F_1 = F_2; \quad F = 6a^2; \quad F_1 = F_2 = 3a^2$$

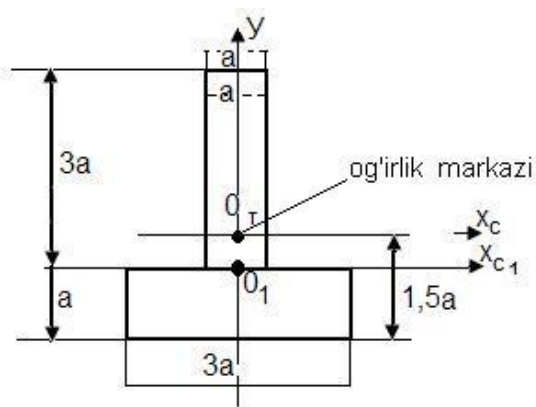
X_c – neytral o'q O nuqtadan o'tadi.

Plastik qarshilik momenti

$$W_p = S_1 + S_2 = 3a \cdot a \cdot 1,5a + 3a \cdot a \cdot 0,5a = 6a^3$$

Chekli moment $M_{chek} = \sigma_{\tau} 6 \cdot a^3$;

Materiallar qarshiligining asosiy masalasi chekli nagruzklar usuli bilan berilgan nagruzka uchun ko'ndalang kesim o'lchamlarini tanlashda bu nagruzkani $[P_{chek}]$ – chekli deb hisoblanadi.



15.7-rasm. Tavr kesimli balkani hisoblash.

Eguvchi moment epyurasidan va P_{chek} – kuch miqdoridan chekli eguvchi moment M_{chek} – aniqlanadi. $M_{chek} = \sigma_{\tau} \cdot W_P$ – shartdan plastik qarshilik momentining kerakli qiymati aniqlanadi. $W_P = M_{chek} / \sigma_{\tau}$.

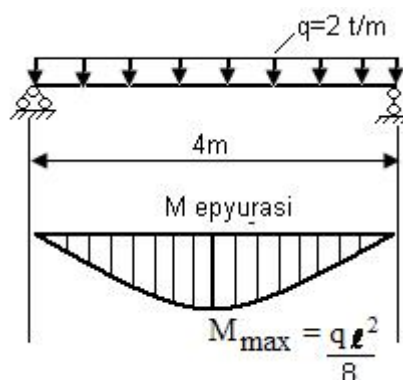
$q=2t/m$ taqsimlangan nagruzka ostidagi balkalar uchun qo'shtavr kesim tanlaylik (15.8-rasm). $q=2t/m$ taqsimlangan nagruzkani ruxsat etilgan deb hisoblaymiz. $[q_{chek}]$ ehtiyot koeffitsientini $n=1,5$ deb qabul qilamiz.

$$q_{chek}=2 \cdot 1,5=3t/m=30kg/sm,$$

$$M_{chek}=q_{chek} \ell^2 / 8 = 30 kg/sm \cdot (400sm)^2 / 8 = 600000 kg \cdot sm.$$

$$W_P=600000/2400=250 sm^3$$

Qo'shtavr uchun $W_P=2S_x$, bundan $S_x=125 sm^3$, sortament jadvalidan $S_x=131 sm^3$ bo'lgan 22 qo'shtavr tanlaymiz.



15.8-rasm. Taqsimlangan nagruzka ostidagi balka hisobi.

Solishtirish uchun ruxsat etilgan kuchlanish usuli bilan kerakli qo'shtavr kesim tanlaymiz.

$$M_{max} = q \ell^2 / 8 = 20kg / sm \cdot (400sm)^2 / 8 = 400000kg \cdot sm$$

Egilishdagi mustahkamlik shartidan

$$W_x = 400000 \text{ kgsm} / 1600 \text{ kg/sm}^2 = 250 \text{ sm}^3$$

Sortament jadvalidan $W_x = 289 \text{ sm}^3$ bo'lgan 24 – qo'shtavrni tanlaymiz.

Ikkala holatda ham ko'ndalang kesim o'lchamlari ortig'i bilan standart o'lchamgacha yaxlitlandi.

Ikkala usul bilan aniqlangan balka xususiy og'irliklarining nisbati, $F^{N24} / F^{N22} = 34,8 / 30,6 = 1,14$ nisbatga tengligi oldin chiqarilgan xulosaning to'g'riligini tasdiqlaydi.

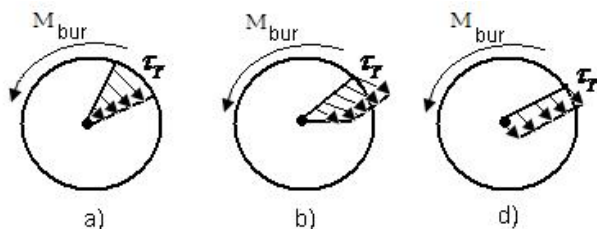
15.9-rasmda buralish deformatsiyasida ko'ndalang kesim yuzasida urinma kuchlanishlarning o'zgarishi plastik deformatsiyalar hosil bo'lishda keltirilgan.

$$\text{Chekli burovchi moment } M_{chek}^{bur} = \sigma_\tau \cdot W_P;$$

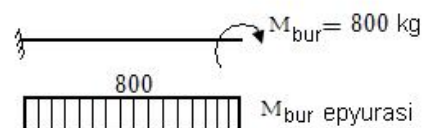
W_P – plastik qutb qarshilik momenti, doira uchun $\pi d^3 / 12 \approx 0,26d^3$ (eslatib o'tamiz $W_P = 0,2d^3$ ga teng). Boshqa holatlarda doiraviy sterjenlarning buralishiga hisobi egilishdagi elementlar hisobidan farq qilmaydi. Quyidagi qiymatlar bo'yicha sterjen diametrini aniqlaymiz (15.10-rasm).

$$\tau_T = 1200 \text{ kg/sm}^2 \text{ ehtiyot koeffitsienti}$$

$$n = 2, M_{chek} = 800 \text{ kgm}; [M_{chek}^{bur}] = 800 \text{ kgm}$$



15.9-rasm. Buralish deformatsiyasida ko'ndalang kesim yuzasida plastik deformatsiyalar hosil bo'lishda urinma kuchlanishlarning o'zgarishi.



15.10-rasm. Buralish deformatsiyasidagi konsol balka hisobi.

$$\text{Chekli moment } M_{chek} = [M_{chek}^{bur}] n = 1200 \text{ kgm}.$$

$$\text{Ikkinchi tomondan } [M_{chek}^{bur}] = \tau_T \cdot W_t, \text{ bundan}$$

$$W_{chek} = M_{chek}^{bur} / \tau_T = 120000 \text{ kg} \cdot \text{sm} / 1200 \text{ kg/sm}^2 = 100 \text{ sm}^3 \text{ bundan}$$

$$d = \sqrt[3]{100 / 0,26} = 7,3 \text{ sm} = 73 \text{ mm}.$$

Ruxsat etilgan kuchlanish bo'yicha mustahkamlik shartidan.

$$W_p = M_{bur} / [\tau] \quad [\tau] = \tau_T / K; \quad K = n; \quad [\tau] = 800 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

$$W_p = 80000 \text{ kg} \cdot \text{sm} / 800 \text{ kg} / \text{sm}^2; \quad W_p = 0,2 d^3, \quad \text{bundan}$$

$d = \sqrt[3]{100/0,2} = 7,8 \text{ sm} = 78 \text{ mm}$ cho'zilish va siljish defomatsiyalarida statik aniq konstruksiyalar uchun ikkala usul bilan hisoblangan natijalar to'la mos keladi. Bu cho'zilish va siljish defomatsiyasida esa urinma bo'ylab tekis taqsimlanishi bilan izohlanadi.

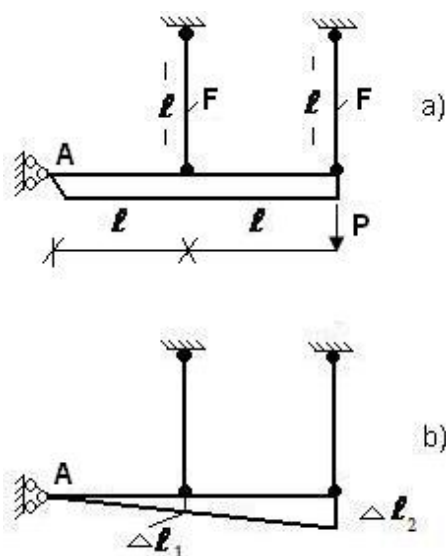
(K_1) va (n) koeffitsientlar o'zaro teng bo'lganda ruxsat etilgan nagruzka, ruxsat etilgan kuchlanish usuli bilan aniqlangan nagruzka bilan mos keladi.

3- §. Statik aniqmas konstruksiyalarni chekli nagruzkalar usuli bilan hisoblash

Statik aniqmas sistemalarni chekli nagruzkalar usuli bilan hisoblashning, X-bobdagi statik aniqmas sistemalarning kuch usuli bilan hisoblash orasidagi o'ziga xos farqlar mavjud.

Cho'zilish va siljish defomatsiyasiga ishlaydigan oddiy statik aniqmas sistemani ko'rib chiqamiz (15.11-rasm).

Defomatsiya e'tiborga olinmaydigan bikrlilik katta bo'lgan sterjen uzunligi va ko'ndalang kesim yuzasi bir xil bo'lgan ikkita tortqi bilan mahkamlangan. P – kuch ta'sirida sterjen A nuqta atrofida aylanadi hamda tortqilar $\Delta \ell_1$ va $\Delta \ell_2$ – ga uzayadi (15.11b-rasm).



15.11-rasm. Cho'zilish va siljish defomatsiyasiga ishlaydigan oddiy statik aniqmas sistemani:

a) berilgan sistema; b) defomatsiya ko'rinishi.

Deformatsiyalarning kichikligidan, tortqining mahkamlanish nuqtalari vertikal ko'chadi deb faraz qilamiz.

U holda deformatsiya $\Delta\ell_1/\Delta\ell_2 = \ell/2\ell$ ya'ni $\Delta\ell_2 = 2\Delta\ell_1$, sterjening elastik ish jarayonida Guk qonunidan $N_2\ell/EF = 2N_1\ell/EF$, ya'ni $N_2 = 2N_1$

A nuqtaga nisbatan momentlar yig'indisini tuzamiz.

$$\left. \begin{aligned} \sum M_A &= N_1\ell + N_2 2\ell - P \cdot 2\ell = 0 \\ N_2 &= 2N_1 \end{aligned} \right\}$$

bundan $N_1=0,4P$; $N_2=0,8P$ kuchlanishlar mos ravishda $\sigma_1 = 0,4P/F$, $\sigma_2 = 0,8P/F$ ga teng. Kuchlanishlarning kattasi σ_2 – ni ruxsat etilgan kuchlanishga tenglaymiz va P^{rux} – ni aniqlaymiz.

$$P^{rux} = [\sigma] \cdot F / 0,8 = 1,25[\sigma] \cdot F$$

Bu hisob $\sigma_2 < \sigma_1$ shartlarida o'rinli P kuchni ortishi va $\sigma_2 = \sigma_1$ shart bajarilishi bilan 1-sterjenning deformatsiyasida kuchlanish ortmasdan $\sigma_{oq}F$ – miqdorga, 2-sterjen esa kuchlanish (zo'riqish) oquvchanlik chegarasiga yetmaguncha ortib boriladi. Bu holda ikkala sterjendagi zo'riqishlar o'zaro teng bo'ladi va $\sigma_{oq}F$ – miqdorga yetadi.

A nuqtaga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz.

$$\sum M_A = \sigma_1 \cdot F \cdot \ell + \sigma_1 \cdot F \cdot 2\ell - P_{chek} \cdot 2\ell = 0$$

Bundan,

$$P^{chek} = 3/2 \cdot \sigma_{oq} \cdot F, \quad [P_{chek}] = \frac{3}{2} \sigma_{oq} \cdot F / n = 1,5 \cdot \sigma_{oq} \cdot F / n$$

Hisobdagi ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ ni σ_{oq}/K nisbatga almashtirib, oldingi masaladagi kabi $k=n$ deb hisoblab, ikkala usul bilan topilgan ruxsat etilgan tashqi nagruzklar nisbatini aniqlaymiz.

$$[P]/P^{rux} = 1,5\sigma_{oq} \cdot Fk / n \cdot 1,25 \cdot \sigma_{oq} \cdot F = 1,2$$

ya'ni chekli nagruzkani 20 % ga ortirishga imkon beradi.

Xuddi shu masalani 1-sterjenning uzunligiga 2ℓ ga teng deb ruxsat etilgan kuchlanish usuli bilan hisoblaymiz.

$$\text{Sxemadan } \Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 \text{ yoki } N \cdot 2\ell / EF = 2N_1\ell / EF$$

bundan $N_1 = N_2$

$$\sum M_A = N_1\ell + N_1 \cdot 2\ell - P \cdot 2\ell = 0 \quad N_1 = N_2 = 0,66P$$

Sterjendagi kuchlanishlar $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,66/F$ ularni ruxsat etilgan kuchlanish bilan tenglab ruxsat etilgan kuchni aniqlaymiz.

$$P^{rux} = [\sigma] \cdot F / 0,66 = 1,5\sigma_{oq} \cdot F / K_1$$

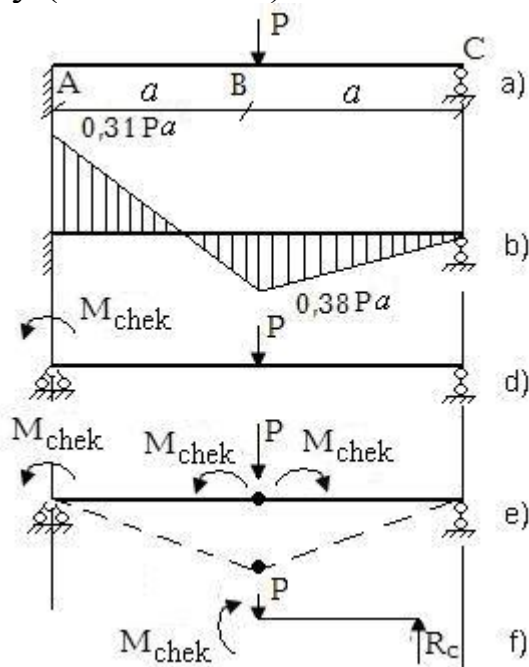
Ruxsat etilgan nagruzkalar usuli bilan hisob 1-sterjenning uzunligiga ta'sir ko'rsatmaydi $[P_n] = 1,5\sigma_{oq} \cdot F / n$ miqdorga teng. Shunday qilib, bu hol uchun ikkala usul natijalari mos tushar ekan, bu esa ikkala sterjendagi kuchlanishlar ish jarayonida teng bo'ladi.

Ruxsat etilgan nagruzkalar usulining asosiy tushunchasi deformatsiyaning oquvchanlik chegarasida tenglashishga mos keladi. Bundan parchin mixlar yordamida mahkamlanish hisobida (6.2-rasm) foydalanilgan edi.

Parchin mixlarning kesilish tekisligida urinma kuchlanishlar, birikmaga kiruvchi hamma parchin mixlar tekisligida o'zaro teng bo'ladi.

Egilish deformatsiyasiga ishlayotgan statik aniqmas konstruksiyalar hisobida plastik sharnirlar hosil bo'ladigan joylar va ularning sonini aniqlashga to'g'ri keladi.

Bir marta statik aniqmas bo'lgan doimo o'sib boruvchi nagruzka bilan yuklangan oddiy (15.12a-rasm) balkani ko'rib chiqaylik.



15.12-rasm. Bir marta statik aniqmas bo'lgan balka doimo o'sib boruvchi nagruzka bilan yuklangan hol:

- a) berilgan balka; b) eguvchi moment epyurasi; d) statik aniq sistema; e) B nuqtaga plastik sharnir qo'yilgan; f) balkaning o'ng kesimi.

Materialning elastik ish jarayonida eguvchi momentlar epyurasi 15.12b-rasmda keltirilgan grafikdan iborat bo‘ladi. P kuch ortib borishi bilan eng katta kuch ta’sir etuvchi plastik sharnir, bu sharnirda esa chekli eguvchi moment M_{chek} hosil bo‘ladi. Natijada balka statik aniq bo‘lib qoladi va uning yuk ko‘tarish qobiliyati yo‘qolmaydi.

Kuchning keyingi ortishi bilan plastik sharnir B nuqtada hosil bo‘ladi. Uning hosil bo‘lish paytida sistema geometrik o‘zgaruvchan bo‘lmaganligidan u mexanizmga aylanadi. Bu paytda sistema yuk ko‘tara olish qobiliyatini yo‘qotadi, P kuch esa chekli qiymatiga erishadi. Uni aniqlash uchun butun balkaning muvozanatini tekshiramiz (15.12b-rasm).

$$\sum M_A = M_{chek} - Pa + R_c \cdot 2a = 0$$

balkaning o‘ng tomoni (15.12f-rasm)

$$\sum M_B = M_{chek} - R_c \cdot a = 0$$

Muvozanat tenglamalar sistemasi quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$M_{chek} - P_{chek} \cdot a + R_c \cdot 2a = 0$$

$$I_{chek} - R_{\tilde{n}} \cdot \tilde{a} = 0$$

Bu tenglamalar sistemasini yechsak $P_{chek} = 3M_{chek} / a$, bu yerda P_{chek} – chekli nagruzka, $M_{chek} = \sigma_{oq} \cdot W_P$

Quyidagi qiymatlar bo‘yicha kerakli qo‘shstavrni tanlaymiz: $\bar{D} = 6_t$, $a = 2m$, $\sigma_{oq} = 2400kg / sm^2$, $n = 1,5$

Chekli ruxsat etilgan kuch $\bar{D} = 6_t$ deb hisoblab, nagruzkaning chekli qiymatini aniqlaymiz.

$$P_{chek} = [P_{chek}] \cdot n = 9_T$$

$$M_{chek} = P_{chek} \cdot 2 / 3 = 9 \cdot 2 / 3 = 6tm$$

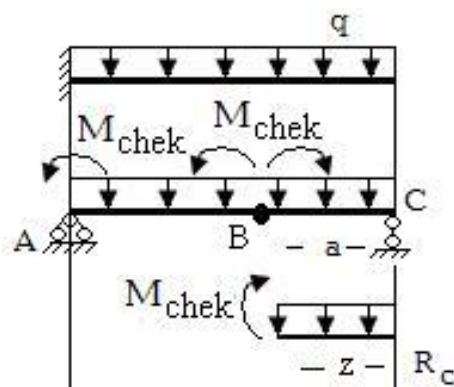
Ikkinchi tomondan $M_{chek} = \sigma_{oq} \cdot W_P$ bundan $W_P = 2S_x$ qo‘shstavr uchun $S_x = 131sm^3$ bo‘lgan 22 – raqamli qo‘shstavr tanlaymiz. Ruxsat etilgan kuchlanishlar usuli bilan qo‘shstavr tanlab ularni solishtiramiz.

$$M_{max} = 0,38P \cdot a = 0,38 \cdot 6 \cdot 2 = 4,55tm$$

$$W_x = M_{max} / [\sigma] = 455000kg \cdot sm / 1600kg / sm^2 = 290sm^3$$

Sortament jadvalidan №24 – qo‘shstavrni tanlaymiz.

Statik aniqmas sistemalarni ikkala usul bilan analitik hisobi natijalari bir-biriga mos keladi.



15.13-rasm. Taqsimlangan nagruzka ostidagi statik aniqmas konsol balka hisobi.

Ko‘rib chiqilgan masalada plastik sharnirni sistema yuklanishiga qarab ham aniqlash mumkin edi.

Agar bu sistema tekis taqsimlangan nagruzka bilan yuklangan bo‘lsa, plastik sharnirning oraliqdagi holatini aniqlash kerak.

Oraliqdagi plastik sharnir momentining ekstremal qiymatli nuqtasida hosil bo‘ladi, bu kesimda esa $Q=0$ (jadvalidan munosabatlarga qarang). Oraliqdagi Q ning miqdori $Q - R_n + qz = 0$, $z = 0$ bo‘lganda nolga teng, $z = a$ bo‘lsa $R_c = qa$.

Butun balka bo‘yicha muvozanat tenglamasini tuzamiz

$$\sum M_A = M_{chek} - q\ell^2 / 2 + R_c \cdot \ell = 0$$

Balkaning o‘ng qismi uchun (15.13 rasm)

$$\sum M_B = M_{chek} + qa^2 / 2 - R_c \cdot a = 0$$

Shunday qilib, muvozanat tenglamalari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi.

$$M_{chek} - q\ell^2 / 2 + R_c \ell = 0$$

$$M_{chek} + qa^2 / 2 - R_c a = 0$$

$$qa - R_c = 0$$

Bu tenglamalar sistemasini “ a ” ga nisbatan yechsak $a^2 + 2\ell \cdot a - \ell^2 = 0$ bundan $a = 0,414\ell$

$$M_{chek} - 0,5q\ell^2 + 0,414q\ell^2 = 0$$

$$M_{chek} = 0,08q\ell^2$$

Keyingi hisoblar olidingi masala singari olib boriladi.

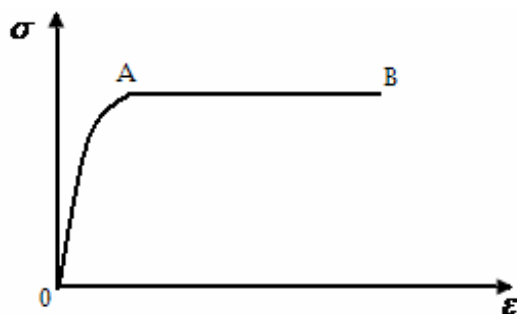
Bundan ko‘rinadiki, sistemaning chekli holatga erishishdagi plastik sharnirlar soni uning statik aniqmaslik darajasi « n » dan bitta ortiq bo‘lar ekan.

Murakkab statik aniqmas nagruzka sistemalarining hisobi «Qurilish mexanikasi» fanida o'rganiladi.

Chekli nagruzklar hisobini qo'llashning majburiy sharti, konstruksiya materialining plastik xususiyatlarini mavjudligidir. Hisobda Prandtl diagrammasidan foydalaniladi. Bu usuldan mo'rt materiallar hisobida foydalanib bo'lmaydi. Bu qoida beton uchun mustasno, chunki beton qisqa vaqt ta'sir qiluvchi nagruzka ta'sirida mo'rt, uzoq muddatli nagruzka ta'sirida esa oquvchanlik xususiyatlariga ega bo'ladi.

Og'ir beton uchun $\sigma - \varepsilon$ diagrammasi 15.14-rasmda keltirilgan. Doimiy nagruzka ta'sirida 3–4 oylar mobaynida qoldiq deformatsiyalarning sezilarli darajada ortishi kuzatiladi.

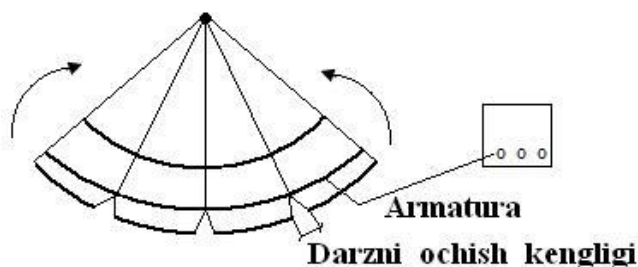
15.14-rasmda keltirilgan diagramma xarakterli jihatlari Prandtl diagrammasiga mos tushadi.



15.14-rasm. Og'ir beton uchun $\sigma - \varepsilon$ diagrammasi.

Bu holatda hozirgi temir beton elementlarini hisoblashda foydalaniladi. Temir beton cho'ziluvchi sohasiga armatura joylashtirilgan betondir.

Armatura cho'zuvchi, beton esa siquvchi kuchlanishni qabul qiladi. Cho'ziluvchi sohadagi beton miqdor jihatdan buzila boshlaydi (15.15-rasm).

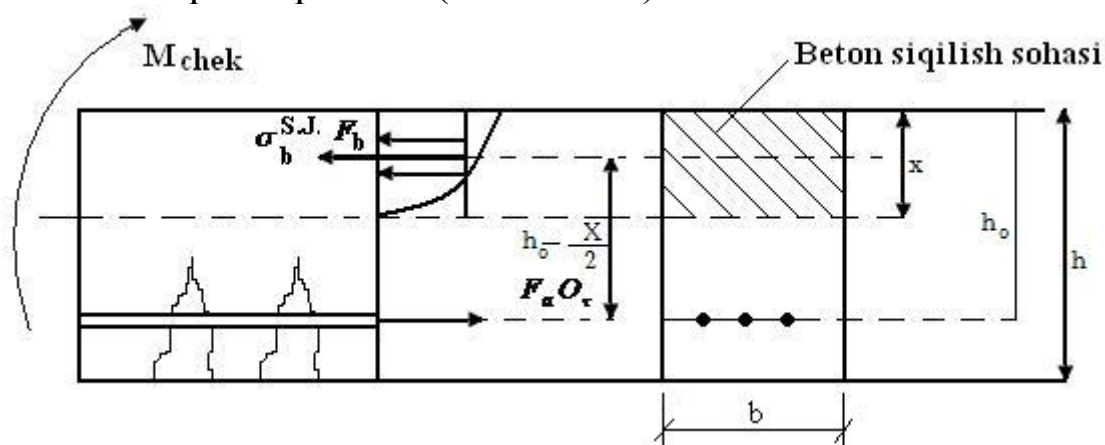


15.15-rasm. Armaturali betonda darzning hosil bo'lishi.

Darzlarning hosil bo'lishi betonning chekli cho'zilishi $\varepsilon_{n\sigma}$ – miqdoriga yetganda buzilishning boshlanishi bilan izohlanadi.

Beton uchun uning o'rtacha miqdori $\varepsilon_{n\sigma} \approx 2 \cdot 10^3$ ga teng. Deformatsiyaning ortishi bilan armaturadagi kuchlanish oquvchanlik chegarasiga yetadi va undagi kuch $N_g = \sigma_{oq} \cdot F_a$ ga teng bo'ladi.

Siqilgan sohadagi beton siquvchi zo'riqlishlarni qabul qiladi. Siqilgan sohadagi kuchlanishlar epyurasining ko'rinishi yetarli darajada murakkab ko'rinishga ega bo'ladi, hisoblashda epyura ko'rinishi to'g'ri burchakli deb qabul qilinadi. (15.16-rasm)



15.16-rasm. Siqilgan sohadagi betonda hosil bo'luvchi zo'riqlishlar.

Kesimda hosil bo'luvchi bo'ylama kuch nolga teng bo'lishi kerak.

$$\sum z = \sigma_{oq} \cdot F_a - \sigma_b^{siq} \cdot F_b = 0$$

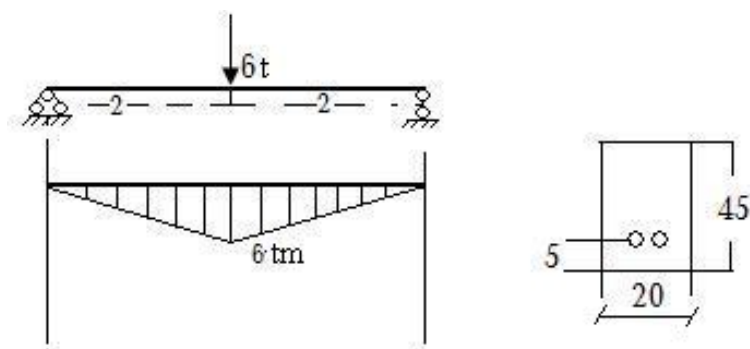
Bu yerda: σ_b^{siq} – betondagi ruxsat etilgan kuchlanish uning miqdori 0,45 R ga teng, R – tajriba yo'li bilan aniqlanadigan betonning kubik musthkamligi, F_b – siqilgan sohaning kesim yuzasi, to'rtburchak uchun bx ga teng, x – siqilgan soha balandligi, F_a – armatura ko'ndalang kesim yuzasi.

Ikkinchi tomondan ichki kuchlar momentlarining yig'indisi tashqi chekli momentga teng bo'lishi kerak. Eng qulay usul armatura ko'ndalang kesimining og'irlik markazi O nuqtaga nisbatan ichki kuch momentlari yig'indisi tenglamalarini tuzishdir.

$$\sum M_o = \sigma_b \cdot F_b (n_0 - x/2) - M_{chek} = 0 \quad (15.6)$$

F_b ni xb ga almashtirib va (15.5), (15.6) tenglamalarni birgalikda yechib siqilgan soha balandligini aniqlaymiz. $X = U_0 - \sqrt{h^2 - M / 0,5 \cdot \sigma_{oq} b}$ va kerakli armatura yuzasi – $F_A = \sigma_b^{sin} \cdot b \tilde{\sigma} / \sigma_{oq}$ ni hisoblaymiz.

Misol tariqasida 15.17-rasmdagi temir beton balkaga kerakli armatura yuzasini topamiz.



15.17-rasm. Temir beton balkaga kerakli armatura tanlash

$$h = 25sm \quad b = 14sm \quad \sigma_{oq} = 2400kg/sm^2 \quad \sigma_b^{\sin} = 200kg/sm^2 \quad n = 1,5$$

$$h_0 = 45 - 5 = 40sm$$

$$[M_{chek}] = 6tm; \quad M_{chek} = [M_{chek}] \cdot n = 9tm = 900000kg \cdot sm$$

Siqilgan soha balandligi

$$X = 40 - \sqrt{(40)^2 - 900000 / 0,5 \cdot 200 \cdot 20} = 6sm$$

armatura yuzasi

$$F_a = 200 \cdot 6 \cdot 20 / 2400 = 10sm^2$$

Armatura yuzasidan armaturalarning soni va diametri aniqlanadi. Temir betonning to'la hisobi «Muhandislik konstruksiyasi» kursida chuqur o'rganiladi.

4- §. Chekli holatlar usuli bilan konstruksiya hisobining asoslari

Konstruksiyaning chekli holati deb shunday holat tushiniladiki, bu holatda undan ishlatish jarayonida foydalanib bo'lmaydi.

Qurilish me'yori va qoidalarida (QM va Q yoki SNIIP) hisobiy holatning ikki turi mavjudligi keltirilgan.

A) Birinchi chekli holat – yuk ko'tarish qobiliyati ustuvorligi va charchashi bo'yicha: bu chekli holat, materialning mustahkamlik (oquvchanlik) chegarasiga yetganda, konstruksiya ustuvorligini yo'qotganda yoki uning oqibatida kuzatiladi. Konstruksiyaning yuk ko'tara olish qobiliyati deganda uning buzilmasligi tushiniladi.

B) Ikkinchi chekli holat – katta deformatsiyalarning rivojlanishi: bunday chekli holat konstruksiya mustahkamlik va ustuvorlik qobiliyatlarini saqlagan paytda ham sodir bo'lishi mumkin. Masalan, kolonna bikrligi yetarli bo'lmaganda, yuk ko'taradigan kran osti balkalarida tebranishlar hosil bo'ladi. Natijada kranlar harakati xavfli bo'lib, hatto ulardan foydalanish mumkin emas.

Yuqorida bayon qilinganlarga asoslanib chekli holatlar usuli bilan hisobni quyidagicha ta'riflash mumkin:

Hisobni shunday olib borish kerakki, konstruksiyani ishlatish jarayonida chekli holatlarning birortasi sodir bo'lishiga yo'l qo'ymaslik kerak.

Chekli holatlar usuli bilan hisobda bitta (umumiy) me'yoriy (normativ) ehtiyot koeffitsientni o'rniga bir necha koeffitsientlardan foydalaniladi.

a) Ortiqcha yuklanish koeffitsienti « n » – haqiqiy nagruzka ortishini (yoki kamayishi, bu bilan konstruksiyaning ishlash sharoiti yomonlashadi) hisobga oluvchi qoidalar bilan belgilangan koeffitsient.

Turli yuklanishlar uchun ortiqcha yuklanish koeffitsienti har xil bo'ladi. Konstruksiya xususiy og'irligi uchun ortiqcha yuklanish koeffitsienti katta emas (0,9 yoki 1,1), chunki bu yukni konstruksiyaning loyiha o'lchamlari bo'yicha aniqlanadi va materialning mustahkamligi yetarli darajada aniq.

Vaqtinchalik yuklar uchun ortiqcha yuklanish koeffitsienti katta ahamiyatga ega, chunki turar joy binolarining oraliq tom yopmalari uchun bu miqdor 1,4 ga teng.

Hisobiy nagruzkaning miqdori me'yoriy (normativ) nagruzkaning ortiqcha yuklanish koeffitsientiga ko'paytmasigi teng.

b) Bir jinslilik koeffitsienti « K_0 », material mustahkamligining haqiqiy qiymatlarini normativ qiymatlardan og'ishini hisobga oladi. Bu koeffitsientning miqdori birga yaqin bo'lgan materiallarda (po'lat uchun bir jinslilik koeffitsienti 0,9 ga teng), boshqa materiallarda (masalan beton uchun 0,6).

Hisobiy mustahkamlik (hisobiy qarshilik) materiallar uchun me'yoriy qarshilikni (mustahkamlikning me'yoriy ko'rsatmalar bo'yicha aniqlanadi) bir jinslilik koeffitsientiga ko'paytirish bilan aniqlanadi.

d) Ishlash sharoiti koeffitsienti ishlash sharoitining o'ziga xos tomonlarini (masalan tashqi muhit ta'sirini, kuchlanishlar konsentratsiyasini) e'tiborga oladi. Bu koeffitsient miqdori birdan katta yoki kichik bo'lishi mumkin. Koeffitsientning kichrayishi bilan konstruksiyaning umumiy mustahkamligi ortib boradi.

Mustahkamlik sharti (bikrligi chekli holat yuk ko'tarish qobiliyati bo'yicha) konstruksiya elementidagi eng katta zo'riqish (hisobiy nagruzkalardan, ya'ni mumkin bo'lgan yukdan ortig'ni hisobga oladi), bu elementning material mustahkamligi o'zgarishi yoki inshootning

ishlash sharoitini hisobga oluvchi minimal yuk ko'tarish qobiliyatidan kichik (yoki teng) bo'lishi kerak.

$$\text{Qarshilik } R < R^N; \sigma_{oq} = 2400 \text{ kg} / \text{sm}^2; F_4 = 2100 \text{ kg} / \text{sm}^2.$$

Inshootning me'yorda ishlashini ta'minlovchi tashqi nagruzkalarga normativ nagruzkalar deyiladi. (M^N , P^N , q^N) ularning ortiqcha yuklanish – hisobiy nagruzkalarda.

Hisobiy nagruzkalar sterjen ko'ndalang kesimlarida ichki – N , Q , M_{eg} , M_p – kuchlarni hosil bo'lishiga sabab bo'ladi. Engi kichik (minimal) yuk ko'tara olish qobiliyati quyidagicha aniqlanadi:

a) Cho'zilish va siqilishda – mRF_{netto} – bu yerda «m» – ishlash sharoiti koeffitsienti; R – materialning cho'zilish va siqilishdagi hisobiy qarshiligi, F_{netto} – ko'ndalang kesim yuzasi (netto);

b) Buralish deformatsiyasida $MR_{bur} \cdot W_{pl}(W_\rho)W_x$,

bu yerda, R_{bur} – buralishdagi hisobiy qarshilik.

W_{pl} – plastik qarshilik moment (plastik materiallardan foydalanilganda)

W_ρ – qutb qarshilik momenti (mo'rt material uchun)

W_x – ko'ndalang kesim yuzasi doiraviy bo'lmagan material uchun burovchi qarshilik momenti.

v) Egilishda – $mR_e W_{pl}(W_x)$, bu yerda R_e – egilishdagi hisobiy qarshilik;

W_x – o'qqa nisbatan qarshilik momenti (mo'rt materiallar uchun)

Birinchi chekli holat bajarilishi shartlarini umumlashtirib quyidagicha xulosani chiqaramiz – hisobiy nagruzka ta'sirida sterjen ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi ichki eng katta kuch yuk ko'tarish qobiliyatidan kichik bo'lishi shart.

Yoki cho'zilish – siqilish, buralish, egilish deformatsiyalari uchun quyidagi shart bajarilishi kerak.

$$N \leq mR \quad (15.7 \text{ a})$$

$$M_b \leq mR \quad (15.7 \text{ b})$$

$$M_{eg} \leq mR \quad (15.7 \text{ d})$$

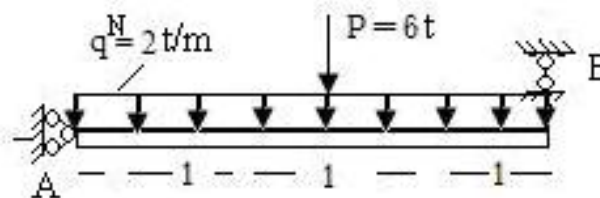
Bu ifodalar cho'zilish, buralish, egilish deformatsiyalari uchun mustahkamlik shartlari bilan mos keladi.

$$\sigma^{\max} \leq N / F \leq [\sigma]; \quad \tau^{\max} = M_{bur} / W_\rho \leq [\tau], \quad \sigma = M_{eg} / W_x \leq [\sigma]$$

(15.7 a,b,d) bog'lanishlardan va mustahkamlik shartlaridan sterjen ko'ndalang kesim yuzasini tanlash mumkin.

Masalan po'latdan tayyorlangan AB tortqining diametrini aniqlaylik. Bu tortqini $P=6$ doimiy $q=2t/m$ bo'lgan vaqtinchalik yuklangan balkani ushlab turadi. (15.18-rasm). Doimiy yuklar uchun ortiqcha yuklanish koefitsienti 1,1 ga, vaqtinchalik yuk uchun – 1,3 ga, $m=0,9$; $\sigma_{oq} = 2400kg/sm^2$; $K=0,9$.

P, q – ning miqdorlarini normativ deb hisoblab, ya'ni $P^n = 6t$ $q^n = 2t/m$.



15.18-rasm. Po'latdan tayyorlangan AB tortqiga diametr tanlash.

Hisobiy nagruzkalar $P=P^n \cdot 1,1=6,6t$, $q=q^n \cdot 1,3=2,6t/m$.

Hisobiy qarshilik $R_{his} = 2100kg/sm^2$

AB – tortqidagi N – hisobiy ichki kuchni topish uchun O nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz.

$$\sum \dot{I}_0 = 6,6 \cdot 1 + 2,6 \cdot 2 \cdot 1 - N \cdot 2 = 0 \quad N = 11,8t$$

(15.7 a) – shartdan

$$F_{netto} = N / mR_{cho'z} = 11800kg / 0,9 \cdot 2100 = 6,25sm^2$$

Undan tortqining diametri

$$d = \sqrt{F/0,8} = \sqrt{6,2/0,8} = 2,8sm = 30mm$$

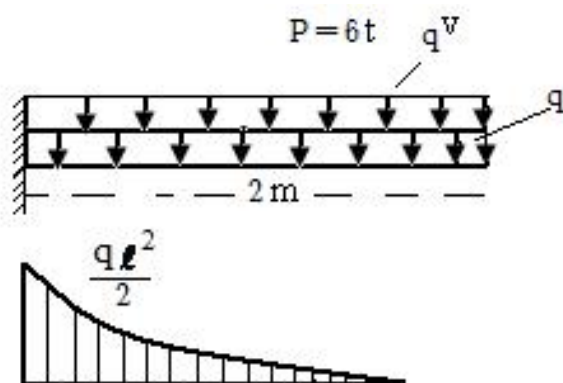
15.19-rasmdagi konsol balka uchun zarur bo'lgan qo'shtavr kesim tanlaymiz. Balka $q=2t/m$ doimiy taqsimlangan nagruzka va vaqtinchalik $q=1t/m$ yuk bilan yuklangan. Koefitsientlar oldingi masalalar kabi.

Hisobiy nagruzka $q=q_p \cdot 1,1 + q_e \cdot 1,4 = 2 \cdot 1,1 + 1 \cdot 1,4 = 3,6t/m$

$M_{bur} = 3,6 \cdot 4^2 / 2 = 28,8 tm$, (15.7d) shartdan

$$W_i = \dot{I}_{eg} / mR_{eg} = 2880000kg \cdot sm / 0,9 \cdot 2100kg / sm^2 = 1530sm^3; \quad W_n = 2S,$$

undan $S = 1530 / 2 = 760 sm^3$, sortament jadvalidan 36-raqamli profildan $S_x = 743 sm^3$ bo'lgan qo'shtavr tanlaymiz, ortiqcha yuklanish 3% ga teng.



15.19-rasm. Konsol balka uchun zarur bo'lgan qo'shtavr kesim tanlash.

Ikkinchi chekli holat bo'yicha hisob «Muhandislik konstruksiyalari» kursida ko'rib chiqiladi.

Chekli holatlar bo'yicha hisob ehtiyot koeffitsientlari to'g'risidagi tushunchalarni kengaytiradi, qurilish konstruksiyalarini ishlash sharoitini chuqurroq o'rganishni, unga ta'sir qiluvchi nagruzkalar va qurilish materiallari xossalarini boyitishga imkon beradi.

XVI bob

CHEKLI ELEMENTLAR USULI

1- §. Chekli elementlar usuli haqida qisqacha ma'lumot

So'nggi paytlarda juda tez rivojlanib hayotni har bir jabhasida amaliy masalalarni yechish uchun qo'llanayotgan usul – bu chekli elementlar usulidir. Chekli elementlar usuli deyilganda har doim hisoblash jarayonini hozirgi zamon kompyuterlari bilan amalga oshirish ko'zda tutiladi. Chunki bu usulda chekli elementni tasvirlash, element uchun matritsalar qurish, sonli integrallash, inshootni hisoblash uchun matritsalarini hosil qilish va tenglamalarni yechish sonli usullar bilan amalga oshiriladi.

1909-yilda Rits tutash muhitlar mexanikasi masalalarini samarali taqribiy yechish usulini ishlab chiqdi. Bu usul energiya funksionalni koeffitsientlari noma'lum bo'lgan ma'lum funksiyalar yordamida approksimatsiyalanishga asoslangan bo'lib, funksionalni minimizatsiyalash natijasida tenglamalar sistemasi olinib, noma'lum koeffitsientlar esa shu tenglamalardan aniqlanar edi. Faqat funksionalni approksimatsiyalovchi funksiyalar masalani chegaraviy shartlarini qanoatlantirishi shart edi.

1943-yil Kurant buralish masalasini yechishda uchburchaklik soha uchun alohida chiziqli funksiyalar kiritib, Rits usulining imkoniyatlarini yanada kengaytirdi. Bu holda funksiyalarning noma'lum koeffitsientlari sifatida uchburchak uchidagi nuqtalardagi funksiyalar qiymatlarini olishni taklif qildi. Shu yo'l bilan Rits usulida funksiyalarga qo'yiladigan chegaraviy shartlarni qanoatlantirish talabi olib tashlanadi.

«Chekli element» degan tushunchani birinchi bo'lib, 1960 yilda Klaff o'zining «Tekis kuchlanganlik holatini chekli elementlar usuli bilan tekshirish» degan maqolasida kiritdi. Shundan keyin bu usul juda tezlik bilan tutash muhitlar mexanikasining turli masalalarini yechishda keng qo'llanila boshlandi.

Kurant tomonidan modifikatsiyalashtirilgan Rits usuli chekli elementlar usuliga juda o'xshash bo'lib, ko'p yillar o'tgandan keyin bu usuldan bexabar holda Klaff uni yana qaytadan hayotga qaytardi.

Bu usulni Kurant davrida rivojlanmaganining asosiy sababi, u davrda katta xotira bilan katta tezlikda hisoblash ishlarini bajaradigan EHMLar mavjud emasligi edi.

Hozirgi vaqtda sonli hisoblash usullarini rivojlanishi va EHMLarni tez taraqqiy etishi murakkab shaklli konstruksiya elementlaridagi deformatsiya va kuchlanishlarni aniqlash uchun juda katta imkoniyat yaratdi.

2- §. Chiziqli algebraning ba'zi bir tushunchalari

Chekli elementlar usuli bilan ishlaganda, matritsa ko'rinishida beriladigan munosabatlar bilan ko'p ishlashga to'g'ri keladi. Shuning uchun bu usulni tushunishni osonlashtirish maqsadida matritsalar bilan bajariladigan ba'zi bir amallarni eslatib o'tishni lozim topdik.

Matritsa deganda tartiblashtirilgan sonlar to'plami tushuniladi. Umumiy holda matritsa m ta sonlar qatori va n esa sonlar ustundan iborat bo'lib, $(m \times n)$ ta sonlarni birlashtiruvchi to'plamdir. Matritsalar odatda quyidagicha belgilanishi mumkin:

$$A, [A], A_{ij}, \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1} a_{m2} \dots a_{mn} \end{bmatrix}$$

$a_{11}, a_{12} \dots a_{mn}$ – lar matritsani elementlari bo'lib, $(m \times n)$ matritsani tartibini bildiradi.

Agar $[A]$ matritsa bitta qatordan (ya'ni $m=1$) yoki bitta ustundan (ya'ni $n=1$) bo'lsa bunday matritsalar vektor deyilib, u quyidagicha belgilanadi $\{A\}$.

Misol: a) $\begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix}$ – tartibi $(m \times n) = (2 \times 1)$ bo'lgan (vektor) matritsa,

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5,2 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ – tartibi $(m \times n) = (2 \times 3)$ bo'lgan matritsa,

d) $\{3,1,0,1\}$ – tartibi $(m \times n) = (1 \times 4)$ bo'lgan (vektor) matritsa.

Matritsani ixtiyoriy elementi a_{ij} deb belgilanadi, misol uchun b) matritsada $a_{12} = 2$, $a_{21} = -3$, $a_{23} = 4$ va hokazolar.

Agarda $m=n$ bo'lsa, kvadrat matritsa hosil bo'ladi. Matritsani qatori bilan ustunini o'zaro almashtirish yo'li bilan hosil qilingan matritsa transponirlangan matritsa deyilib, $u[A]^T$ deb belgilaniladi.

Agarda $[A]=[A]^T$ bo'lsa, bu matritsada $m=n$ bo'lib, $a_{ij} = a_{ji}$ bo'ladi.

$a_{ij} = a_{ji}$ bo'lgan matritsalar simmetrik matritsalar deyiladi.

Agarda matritsani faqat diogonal elementlar, ya'ni $a_{ii} \neq 0$ bo'lib, qolgan elementlari $a_{ij} = 0 (i \neq j)$ bo'lsa, bunday matritsa diogonal matritsa deyiladi.

Diogonal matritsada $a_{ii} = 1$ bo'lsa, bunday matritsa birlik matritsa $[I]$ deyiladi.

Agar simmetrik matritsani har bir qatorida bir xil sondagi, ya'ni $p=n-k$ elementlari $a_{ij} \neq 0 \quad (j = i, p + (i - 1))$, qolganlari $a_{ij} = 0 (j = p + i, n)$ bo'lsa, bunday simmetrik matritsa lentali matritsa deyiladi.

Quyidagicha belgilanadigan matritsa $\{a\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix}$ vektor-ustun

deyilib, uni transponirlangani $\{a\}^T = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ vektor-qator deyiladi.

Matritsalar ustidagi amallar va ularni xususiyatlari quyidagilardan iboratdir:

1. Ikkita $[A]$ va $[B]$ matritsalar bir biriga teng bo'lishi uchun ularning qatorlari va ustunlari bir xil bo'lib, barcha $i = 1, m$ va $j = 1, n$ larga tegishli elementlari, ya'ni $a_{ij} = b_{ij}$ bo'lishi kerak.

2. Ikkita $[A]$ va $[B]$ matritsani qator va ustunlarining soni bir xilda bo'lganda ularni qo'shish mumkin bo'lib, $[C] = [A] + [B]$ bo'ladi va $[C]$ ni elementlari quyidagicha topiladi $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ (barcha $i = 1, m, j = 1, n$ lar uchun).

3. Matritsa, skalyar songa ko'paytirilganda uning barcha elementlari shu songa ko'paytiriladi, ya'ni: $[C] = \alpha[A]$ yoki $c_{ij} = \alpha a_{ij}$ (barcha $i = 1, m, j = 1, n$ lar uchun).

4. Agarda $[A]$ ni tartibi $(m \times p)$ va $[B]$ ni tartibi $(p \times n)$ bo'lsa, bu ikkita matritsani ko'paytirib $[\tilde{N}] = [A] \cdot [B]$ ni hosil qilish mumkin. Bu holda $[C]$ ni elementlari quyidagicha aniqlanadi: $c_{ij} = \sum_{r=1}^p a_{ir} \cdot b_{ri}$. Hosil bo'lgan matritsa $[C]$ ni tartibi $(m \times p) \times (p \times n) = (m \times n)$ bo'ladi.

5. Matritsalar ko'paytirilganda kommutativlik xususiyat bajarilmaydi ya'ni:

$$[A] \cdot [B] \neq [B] \cdot [A]$$

6. Vektorlar ko'paytirilganda tartibi $(m \times n)$ yoki (1×1) bo'lgan matritsa hosil bo'ladi.

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} \quad \{B\}^T = \{3, 4\}$$

$$\{A\}\{B\}^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \quad \{B\}^T \{A\} = [11]$$

Matritsalar ko'paytirilganda quyidagi xususiyatlar o'rinli bo'ladi:

$$7. [D] = ([A] + [B])[C] = [A] \cdot [C] + [B] \cdot [C]$$

$$8. [G] = ([A] \cdot [B])[C] = [A] \cdot ([B] \cdot [C]) = [A] \cdot [B] \cdot [C]$$

$$9. ([A] \cdot [B])^T = [B]^T [A]^T$$

10. Matritsani determinanti (aniqlovchisi) quyidagicha belgilanadi:

$$\Delta(A), \quad \Delta(A_{ij}) \text{ yoki } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Tartibi $(n \times n)$ bilan $[A]$ matritsaning determinantini

(aniqlovchisini) quyidagicha topish mumkin: $\Delta(A) = \sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} \Delta(A_{ij})$.

Bu yerda $i, j, [A]$ matritsaning ixtiyoriy qatori va ustunini nomeri A_{ij} esa $[A]$ matritsadan i -qator va j -ustunni o'chirilib hosil qilingan tartibi $((n-1) \times (n-1))$ bo'lgan matritsadir.

Misol: $[A] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ matritsani determinanti topilsin:

$$\begin{aligned} \Delta(A) &= (-1)^{1+1} \cdot 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot 0 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot 2 \cdot (6 - 1) - 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 \cdot 1 = 8 \end{aligned}$$

11. $[A]$ matritsaning teskari matritsasi $[A]^{-1}$ deb belgilanib, $[A]^{-1} \cdot [A] = [I]$ bo'ladi.

Misol: $[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ ning teskari matritsasini $[A]^{-1}$ topilsin.

Teskari matritsani elementlari a_{ij}^{-1} ni topish uchun $[A]$ matritsani har bir elementi turgan qator va ustun navbatma-navbat o'chirilib, teskari matritsani elementlari quyidagicha topiladi

$$\begin{aligned} a_{11}^{-1} &= (-1)^{1+1} \frac{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, & a_{12}^{-1} &= (-1)^{1+2} \frac{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, \\ a_{13}^{-1} &= (-1)^{1+3} \frac{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, & a_{21}^{-1} &= (-1)^{2+1} \frac{\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, \\ a_{22}^{-1} &= (-1)^{2+2} \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, & a_{23}^{-1} &= (-1)^{2+3} \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, \\ a_{31}^{-1} &= (-1)^{3+1} \frac{\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, & a_{32}^{-1} &= (-1)^{3+2} \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{33} \end{vmatrix}}{\Delta(A)}, \\ a_{33}^{-1} &= (-1)^{3+3} \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}{\Delta(A)} \end{aligned}$$

Bu yerda $\Delta(A)$, $[A]$ matritsani determinanti; $\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \dots, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ lar $[A]$ matritsadan tegishli qator va ustun o'chirilgandan keyin hosil bo'lgan tartibi (2×2) bo'lgan matritsani determinantlari.

Determinantni va teskari matritsani topish (agar matritsani tartibi (3×3) dan katta bo'lsa) ancha murakkab masala bo'ladi. Bu hollarda teskari matritsani standart dasturlar yordamida EHM da topiladi.

12. Chiziqli tenglamalar sistemasi:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix}$$

yoki $[A]\{x\} = \{b\}$ ni yechimi quyidagicha topiladi: $\{x\} = [A]^{-1}\{b\}$

13. Quyidagi ko‘rinishdagi $([A] - \lambda[B])\{x\} = 0$ algebraik tenglamalar sistemasini xususiy qiymati λ va xususiy vektori $\{x\}$, EHM larda maxsus algoritmlar asosida tuzilgan dasturlar yordamida topiladi.

3- §. Chekli elementlar usulining asosiy tushunchalari

Odatda variatsion usulda (Rits usulida) tashqi ta’sir natijasida hosil bo‘ladigan elastik ko‘chishlar quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^n a_i f_i(x, y, z), & v &= \sum_{i=1}^n b_i \varphi_i(x, y, z) \\ w &= \sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x, y, z) \end{aligned} \quad (16.1)$$

bu yerda f_i, φ_i, ψ_i – tanlab olingan masalani chegaraviy shartlarini qanoatlantiruvchi funksiyalar, a_i, b_i, c_i – to‘la potensial energiya funksionalini minimum yoki statsionar qiymatini qanoatlantiruvchi noma’lum koeffitsientlar.

Bu usul yordamida masala yechishdagi muammo ko‘chish komponentlari (u, v, w) larni aproksimatsiya qiluvchi funksiyalarni tanlab olishdir. Bunday funksiyalarning soni (n) qancha ko‘p olinsa, masalani yechimi ham shuncha aniq bo‘ladi.

Chekli elementlar usulida esa hisoblanayotgan jism, kichik chekli elementlarga bo‘linadi. Bu holda har bir element ichidagi ko‘chishni ifodalovchi (u, v, w) funksiyalar oddiy (chiziqli yoki kvadratik) funksiyalar orqali ifodalanadi. Chekli elementlarning uchlaridagi noma’lum koeffitsientlar (ya’ni tugunlardagi ko‘chishning qiymatlarini) funksionalning minimum yoki statsionar kiymatini ta’minlash uchun hosil qilinadigan tenglamalar xuddi variatsion usuldagidek mumkin bo‘lgan ko‘chish prinsipi asosida hosil qilinadi ya’ni:

$$-\delta A_\sigma - \delta A_u + \delta A_F + \delta A_P = 0 \quad (16.2)$$

Bu yerda, $\delta A_\sigma, \delta A_u, \delta A_F, \delta A_P$ – elastik, inersiya, hajmiy va jism sirtiga qo'yilgan kuchlarning bajargan virtual ishlari.

Hajmiy (fazoviy) kuchlanish holatida bu kuchlarning bajargan virtual ishlari quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned}\delta A_\sigma &= \int_V \{\sigma\}^T \{\delta\varepsilon\} dV \\ \delta A_u &= \rho \int_V \{\ddot{u}\}^T \{\delta u\} dV \\ \delta A_F &= \int_V \{F\}^T \{\delta u\} dV \\ \delta A_P &= \int_V \{P\}^T \{\delta u\} dV\end{aligned}\quad (16.3)$$

$\{\sigma\}^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}$ – fazoviy kuchlanish holatida elementar hajmdagi kuchlanishlarni ifodalovchi kuchlanish komponentlari; $\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}$ – elementar hajmning nisbiy bo'ylama va siljish deformatsiyalarini ifodalovchi deformatsiya komponentlari; $\{u\}^T = \{u, v, w\}$ – nuqtaning ko'chishini ifodalovchi ko'chish komponentlari; $\{F\}^T = \{F_x, F_y, F_z\}$ – hajmiy kuchning koordinata o'qlardagi proeksiyalari; $\{P\}^T = \{P_x, P_y, P_z\}$ – jism sirtiga ta'sir qilayotgan tashqi kuchning koordinata o'qlaridagi proeksiyalari; $\{\ddot{u}\}^T = \{\ddot{u}, \ddot{v}, \ddot{w}\}$ – nuqtaning tezlanishini ifodalovchi tezlanish komponentlari; δ – variatsiyalash operatsiyasini bildiradi; V – deformatsiyalanuvchi jism hajmi; S – deformatsiyalanuvchi jismning tashqi kuch qo'yilgan yuzasi; ρ – materialning zichligi.

Elastik jismlar uchun kuchlanish komponentlari $\{\sigma\}$ – deformatsiya komponentlari $\{\varepsilon\}$ bilan umumlashgan Guk qonuni orqali quyidagicha bog'lanadi.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_x, & \tau_{xy} &= \mu\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_y, & \tau_{xz} &= \mu\gamma_{xz} \\ \sigma_z &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_z, & \tau_{yz} &= \mu\gamma_{yz}\end{aligned}\quad (16.4)$$

Urinma kuchlanishning juftlik qonuniga asosan $\tau_{yx} = \tau_{xy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}, \tau_{zy} = \tau_{yz}$ bo'ladi.

Deformatsiya komponentlari $\{\varepsilon\}$ ko'chish komponentlari $\{u\}$ bilan Koshi munosabatlari orqali bog'lanadi, ya'ni:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}
\end{aligned}
\tag{16.5}$$

Bu yerda, $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ – hajmiy deformatsiya; λ, μ – Lamé koefitsientlari deyilib, elastiklik moduli E va Puasson koefitsienti ν orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{E \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Bu (16.4), (16.5) munosabatlar fazoviy kuchlanish holati uchun yozilgan bo‘lib, cho‘zilish (siqilish), buralish, egilish va tekis kuchlanish holatlaridagi masalalarni ko‘rilganda ular soddalashib ketadi.

Ko‘rilayotgan masala uchun (16.2), (16.3), (16.4), (16.5) munosabatlar asosida variatsion tenglama hosil qilinib, u chekli elementlar usuli yordamida yechiladi.

Chekli elementlar usuli bilan masalani yechish quyidagi bosqichlardan iborat bo‘ladi:

1. Hisoblanayotgan jismni elementlarga bo‘lish.
2. Elementlar ichidagi ko‘chish va deformatsiyalarni element (uchlaridagi) tugunlardagi ko‘chishlar orqali ifodalash.
3. Mumkin bo‘lgan ko‘chish prinsiplaridan foydalanib, butun jism uchun hisoblash tenglamalar sistemasini hosil qilish.
4. Hosil qilingan tenglamalar sistemasini yechib, jismda hosil bo‘ladigan ko‘chish, deformatsiya va kuchlanishlarni aniqlash.

Chekli elementlar usuli bilan hisoblash ishlarini bajarish uchun masala shartiga qarab, har xil chekli elementlarni qo‘llash mumkin. Chekli element har doim tugunlarda va element ichida hosil bo‘ladigan ko‘chish va kuchlanishlarni o‘zida yaxshi aks ettirishi kerak. Odatda chekli elementlar sifatida, sterjen, balka, uchburchak, to‘rtburchak yoki fazoviy elementlar (tetraedr) qo‘llaniladi.

Chekli element ichidagi ko‘chishni element tugunlarining soniga qarab har xil ko‘rinishdagi polinomlar yordamida approksimatsiya qilinadi.

4- §. Chekli elementlar usuli bilan cho‘zilish (siqilish) masalalarini yechish

Sterjenning cho‘zilish (siqilish) masalalari qaralganda yuqoridagi (16.3) – (16.5) munosabatlar soddalashib quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

1. Deformatsiya bilan ko‘chish orasidagi bog‘lanish.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (16.6)$$

2. Kuchlanish bilan deformatsiya orasidagi bog‘lanish (Guk qonuni)

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (16.7)$$

3. Elastik kuchni bajargan virtual ishi

$$\delta A_\sigma = \int_L \sigma \delta \varepsilon dx \quad (16.8)$$

4. Inersiya kuchini bajargan virtual ishi

$$\delta A_u = \rho \int_L \ddot{u} \delta u dx \quad (16.9)$$

5. Hajmiy kuchni bajargan virtual ishi

$$\delta A_F = \int_L F_x S(x) \delta u dx \quad (16.10)$$

Bu yerda, u – sterjen o‘qining ixtiyoriy nuqtasini ko‘chishi, L – sterjen uzunligi, $F_x - x$ o‘qi yo‘nalishi bo‘yicha ta’sir qilayotgan hajmiy kuch.

Sterjenning ko‘ndalang qismi yuzasi quyidagicha o‘zgaradi deb olamiz:

$$S(x) = S_0 \left(I - \alpha \frac{x}{L} \right) \quad (16.11)$$

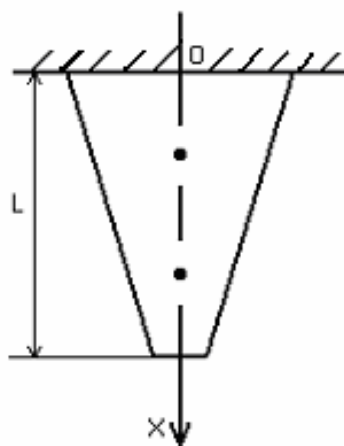
Bu yerda: S_0 – sterjenning $x=0$ kesimidagi yuzasi; α – yuzaning kichrayishni ifodalovchi koeffitsient.

Cho‘zilish va siqilishga tegishli masalalarni yechish uchun 16.1-rasmdagi sterjen chekli elementlarga (16.2-rasm) bo‘linib, N -ta elementga bo‘lingan sterjen modeli hosil qilinadi (16.3-rasm).

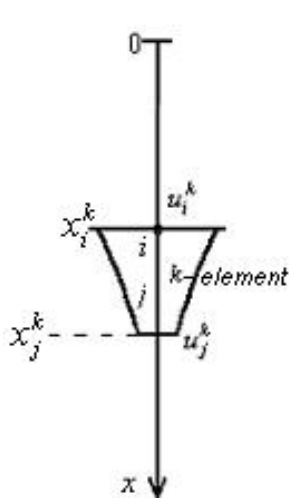
k – element ichidagi ko‘chish o‘zgarishini quyidagicha ifodalanish mumkin:

$$u^k = a_1^k + a_2^k x \quad (16.12)$$

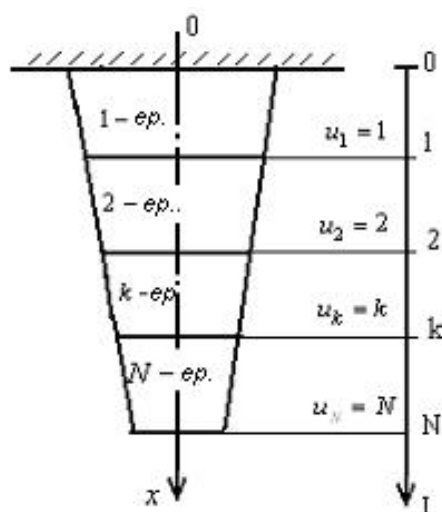
Har bir elementda (16.2-rasm) ikkita tugun (i, j) bo‘lib, bu tugunni koordinatalari (x_i^k, x_j^k) , tugundagi ko‘chish (u_i^k, u_j^k) bo‘ladi.



16.1-rasm. Cho‘zilishga ishlaydigan sterjen.



16.2-rasm. Chekli elementlarga ajratish.



16.3-rasm. Chekli elementga bo‘lingan sterjen modeli.

Chekli elementlar usulini tushuntirishda skalyar ko‘rinishida ifodalangan munosabatlar bilan birga ularni vektor ko‘rinishlari ham berilib boriladi.

Element tugunlaridagi (16.2-rasm) ko‘chishni (16.12) orqali aniqlaymiz.

$$\begin{Bmatrix} u_i^k \\ u_j^k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i^k \\ 1 & x_j^k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1^k \\ a_2^k \end{Bmatrix} \text{ yoki } \{u^k\} = [\Gamma] \{a^k\} \quad (16.13)$$

(16.13)ni $\{a^k\}$ ga nisbatan yechsak,

$$\{a^k\} = [\Gamma]^{-1} \{u^k\} \quad (16.14)$$

hosil bo‘ladi.

$$\{u^k\}^T = \{u_i^k \cdot u_j^k\}; \{a^k\}^T = \{a_1^k \cdot a_2^k\}; [\Gamma] = \begin{bmatrix} 1 & x_i^k \\ 1 & x_j^k \end{bmatrix}; [\Gamma]^{-1} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}$$

(16.14)dan a_1^k va a_2^k ni quyidagicha yozib olishimiz mumkin:

$$a_1^k = \gamma_{11}u_i^k + \gamma_{12}u_j^k \quad a_2^k = \gamma_{21}u_i^k + \gamma_{22}u_j^k \quad (16.15)$$

(16.15) munosabatni (16.12) ga olib borib qo'ysak, k – elementning ichidagi ko'chish, tugunlaridagi ko'chishlar orqali quyidagicha ifodalaniladi:

$$u^k = (\gamma_{11} + \gamma_{21}x)u_i^k + (\gamma_{12} + \gamma_{22}x)u_j^k$$

yoki

$$u^k = \{\gamma_{11} + \gamma_{21}x, \gamma_{12} + \gamma_{22}x\} \begin{Bmatrix} u_i^k \\ u_j^k \end{Bmatrix} \quad (16.16)$$

(16.16)dan foydalanib, (16.6) – (16.10) dagi munosabatlarni alohida k -element uchun yozib olamiz:

$$\varepsilon(u^k) = \frac{\partial u^k}{\partial x} = \gamma_{21}u_i^k + \gamma_{22}u_j^k = \{\gamma_{21}, \gamma_{22}\} \begin{Bmatrix} u_i^k \\ u_j^k \end{Bmatrix} \quad (16.17)$$

$$\delta\varepsilon(u^k) = \delta \frac{\partial u^k}{\partial x} = \{\gamma_{21}, \gamma_{22}\} \begin{Bmatrix} \delta u_i^k \\ \delta u_j^k \end{Bmatrix} \quad (16.18)$$

$$\delta u^k = \{\gamma_{11} + \gamma_{21}x, \gamma_{12} + \gamma_{22}x\} \begin{Bmatrix} \delta u_i^k \\ \delta u_j^k \end{Bmatrix} \quad (16.19)$$

$$\delta A_\sigma(u^k) = \frac{\partial A_\sigma u^k}{\partial u^k} = \int_{x_j^k}^{x_i^k} \sigma \delta\varepsilon(u^k) dx = \int_{x_j^k}^{x_i^k} E \cdot \varepsilon(u^k) \delta\varepsilon(u^k) dx \quad (16.19)$$

$$\delta A_u(u^k) = \frac{\partial A_u}{\partial u^k} \delta u^k = \rho \int_{x_j^k}^{x_i^k} S(x) \ddot{u}^k \delta u^k dx \quad (16.20)$$

$$\delta A_F(u^k) = \frac{\partial A_F}{\partial u^k} \delta u^k = \int_{x_j^k}^{x_i^k} S(x) F_x \delta u^k dx \quad (16.21)$$

Sterjenning kuchlanish va deformatsiyasini tekshirish. Sterjenni o'z og'irligi (ya'ni hajmiy kuch) ta'sirida hosil bo'ladigan ko'chishini, deformatsiyasini va kuchlanishini ko'radigan bo'lsak, u holda (16.2) variatsion tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$-\delta A_\sigma + \delta A_F = 0 \quad (16.22)$$

Sterjenning (16.2-rasm) chekli elementlarga bo'lgandan keyin (16.22) ni quyidagicha yozish mumkin

$$-\sum_{k=1}^N \delta A_\sigma(u^k) + \sum_{i=1}^N \delta A_F(u^k) = 0 \quad (16.23)$$

yoki:

$$-\sum_{k=1}^N \int_{x_j^k}^{x_i^k} E \varepsilon(u^k) \delta \varepsilon(u^k) dx + \sum_{k=1}^N \int_{x_j^k}^{x_i^k} S(x) F_x \delta u^k dx = 0 \quad (16.24)$$

(16.24) ga (16.17)–(16.19) ni qo‘ysak quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} & -\sum_{k=1}^N E \left\{ \delta u_i^k, \delta u_j^k \right\} \int_{x_j^k}^{x_i^k} \begin{Bmatrix} \gamma_{21} \\ \gamma_{22} \end{Bmatrix} \left\{ \gamma_{21}, \gamma_{22} \right\} \begin{Bmatrix} u_i^k \\ u_j^k \end{Bmatrix} dx + \\ & + \sum_{k=1}^N \left\{ \delta u_i^k, \delta u_j^k \right\} \int_{x_j^k}^{x_i^k} S(x) F_x \begin{Bmatrix} \gamma_{11} + \gamma_{21} x \\ \gamma_{12} + \gamma_{22} x \end{Bmatrix} dx = 0 \end{aligned} \quad (16.25)$$

Bu tenglamadagi quyidagi kattalik k – element uchun bikrlilik matritsasini

$$[k^k] = E \int_{x_j^k}^{x_i^k} \begin{Bmatrix} \gamma_{21} \\ \gamma_{22} \end{Bmatrix} \left\{ \gamma_{21}, \gamma_{22} \right\} dx \quad (16.26)$$

ifodalab, bu k – elementning i va j tugunlariga ta’sir qilayotgan hajmiy kuch esa quyidagi vektor bilan ifodalaniladi:

$$\{f^k\} = \int_{x_j^k}^{x_i^k} S(x) F_x \begin{Bmatrix} \gamma_{11} + \gamma_{21} x \\ \gamma_{12} + \gamma_{22} x \end{Bmatrix} dx \quad (16.27)$$

Bikrlilik matritsasi (16.26) tartibi (2x2) teng bo‘lgan, quyidagi ko‘rinishdagi matritsadir

$$[k^k] = \begin{bmatrix} k_{11}^k & k_{12}^k \\ k_{21}^k & k_{22}^k \end{bmatrix} = E \int_{x_j^k}^{x_i^k} \begin{bmatrix} \gamma_{21} \gamma_{21} & \gamma_{21} \gamma_{22} \\ \gamma_{22} \gamma_{21} & \gamma_{22} \gamma_{22} \end{bmatrix} dx \quad (16.28)$$

Konstruksiya uchun umumiy matritsani hosil qilish algoritmi.

Sterjen (16.1-rasm) uchun umumiy birlik matritsasi $[K]$ ni va unga ta’sir qilayotgan hajmiy kuch vektori $\{f\}$ ni qurish uchun (16.28) va (16.27) dan faqat i -tugunga tegishli $[k^k]$ matritsa elementlari k_{11}^k, k_{12}^k lar olish yetarli bo‘ladi.

Buning uchun sterjen ”fiktiv koordinata” (OI) sistemasida chekli elementlarga bo‘linadi (16.3-rasm). Bu (16.3-rasm) ”fiktiv koordinatada”, ya’ni I ning har bir qiymatlariga to‘g‘ri keladigan tugunlardagi noma’lum u_I lar nomerlanadi (masalan $I=2$ ga, $u_2 = 2$ va xakazolar to‘g‘ri keladi).

Umumiy matritsa $[K]$ va vektor $\{f\}$ ni hosil qilish uchun $I=1,2,\dots,N$ bo‘yicha sikl ochilib, I ning har bir qiymatida, shu I atrofida

birlashgan chekli elementlarning tugunlariga to'g'ri keladigan noma'lum u_I larning nomerlari, va tugunlarning OX o'qidagi koordinatalari aniqlanadi.

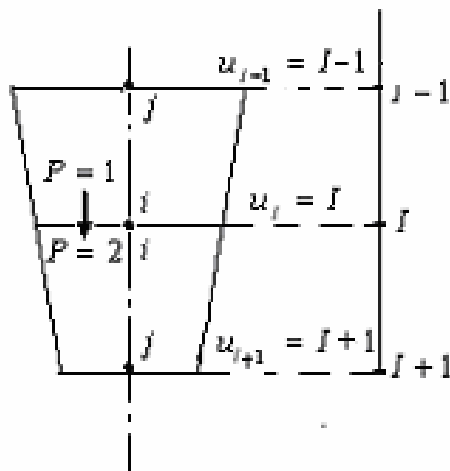
Bu ishlarni bajarish sterjen qanday va nechta bo'lakka (N) ga bo'linganiga qarab EHM da avtomatik ravishda aniqlanadi. $[K]$ va $\{f\}$ ni hosil qilishning keyingi bosqichi, har bir I kesimni atrofida nechta chekli element, ya'ni P birlashgan bo'lsa shu elementlar bo'yicha siklli tashkil qilinadi (16.4-rasm). Odatda har bir noma'lum u_I atrofida ko'pi bilan ikkita element, ya'ni $P=1,2$ birlashgan bo'ladi (16.4-rasm), u_I noma'lum atrofida birlashgan elementlarning i tuguni shunday joylashtiriladiki, ular "fiktiv koordinata" I ga to'g'ri kelsin. P ga navbatma-navbat $P=1$ va $P=2$ qiymatlarni berib, har bir elementni tugunlariga to'g'ri keluvchi noma'lum u_i^P, u_j^P larni va ularning koordinatlari x_i^P, x_j^P larni, "fiktiv koordinata" I da aniqlangan u_I va x_I lar orqali ifodalanadi. Bu ma'lumotlar asosida (16.28), (16.27) lardan P chekli elementining i tugunga tegishli $[k^k]$ va $\{f^k\}$ ning qiymatlari hisoblanadi. Bundan keyin EHM da har bir elementning bikrlilik matritsasi $[k^k]$ dan qidirilayotgan nom'alum u_I ga to'g'ri keladigan bikrlilik koeffitsienti $[k_{11}^k], [k_{12}^k]$ lar topilib, ular qo'shiladi $\{f^k\}$ uchun ham xuddi shu operatsiyalar bajariladi, ya'ni bu hisoblangan qiymatlar $(k_{11}^k, k_{12}^k, \lambda^k)$ ni, u_I ni nomeriga qarab, har bir P da (ya'ni $P=1,2$ da) umumiy matritsa $[K]$ va vektor $\{f\}$ ni u_I ga to'g'ri keluvchi qator va ustunlarga joylashtirilib, bir xil ustun va qatorlarga to'g'ri keladiganlari qo'shilsa, u holda matritsa $[K]$ va vektor $\{f\}$ ni u_I noma'lumga tegishli qatori hosil bo'ladi.

Bu operatsiya "fiktiv koordinata" I ning har bir qiymatlarida ($I=1, N$) bajarib chiqilsa, sterjenning (16.4-rasm) tugunlarida hosil bo'ladigan ko'chish $\{u\}^T = \{u_1, u_2, \dots, u_I, \dots, u_N\}$ larni hisoblash uchun algebraik tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (16.29)$$

Bu yerda, $[K]$ – sterjen uchun umumiy birlik matritsasi, $\{u\}^T = \{u_1, u_2, \dots, u_I, \dots, u_N\}$ sterjen tugunlaridagi ko'chish, $\{f\}^T = \{f_1, f_2, \dots, f_I, \dots, f_N\}$ – sterjen tugunlariga ta'sir qilayotgan hajmiy

kuch qiymatlari. Bu yerda, $[K]$ – lentasimon simmetrik matritsa bo‘lib, uni eni S tartibi n dan ancha kichik bo‘lgan matritsa, ya’ni $S < n$.



16.4-rasm. Sterjenning tugunlarida hosil bo‘ladigan ko‘chish.

Hosil qilingan algebraik tenglama (16.29) ni tartibi har doim yuqori bo‘ladi. Shuning uchun bu tenglama Gauss yoki kvadrat ildizi usullari yordamida EHM larda yechilib, ko‘chish vektorlar $\{u\}^T = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ ni qiymatlari topiladi.

Bu yerda keltirilgan barcha operatsiyalar EHMlarda, maxsus algoritm asosida tuzilgan dasturlar yordamida bajariladi.

Tugunlardagi ko‘chish $\{u\}^T = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ lar topilgandan keyin har bir elementning ichida hosil bo‘ladigan ko‘chish (16.7), kuchlanish (16.7) hisoblab chiqiladi.

Sterjenning bo‘ylama tebranishini tekshirish. Cho‘zilish va siqilishga ishlaydigan sterjenning (16.1-rasm) xususiy tebranish chastotasi va formasini topishni ko‘radigan bo‘lsak, u holda variatsion tenglama (16.2) quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$-\delta A_\sigma - \delta A_u = 0 \quad (16.30)$$

yoki :

$$\sum_{k=1}^N \int_{x_j^e}^{x_i^e} E \varepsilon(u^e) \delta \varepsilon(u^e) dx + \omega^2 \rho \sum_{e=1}^N \int_{x_j^e}^{x_i^e} S(x) u^e \delta u^e dx = 0 \quad (16.31)$$

Bu yerda: ω – sterjenning xususiy tebranish chastotasi.

(16.31) ga (16.16), (16.17), (16.18), (16.19) ni olib borib qo‘ysak, u holda k-element uchun bikrlilik matritsasi (16.26) va quyidagi ko‘rinishdagi massa matritsasi hosil bo‘ladi:

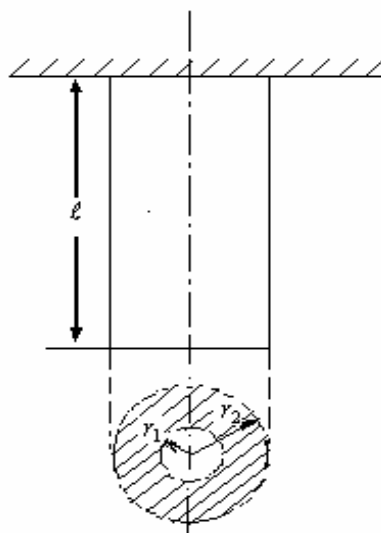
$$\begin{aligned}
[m^k] &= \begin{bmatrix} m_{11}^k & m_{12}^k \\ m_{21}^k & m_{22}^k \end{bmatrix} = \rho \int_{x_j^k}^{x_i^k} S(x) \begin{Bmatrix} \gamma_{11} + \gamma_{21}x \\ \gamma_{12} + \gamma_{22}x \end{Bmatrix} \{\gamma_{11} + \gamma_{21}x, \gamma_{12} + \gamma_{22}x\} dx = \\
&= \rho \int_{x_j^k}^{x_i^k} S(x) \begin{bmatrix} (\gamma_{11} + \gamma_{21}x)(\gamma_{11} + \gamma_{21}x) & (\gamma_{11} + \gamma_{21}x)(\gamma_{12} + \gamma_{22}x) \\ (\gamma_{12} + \gamma_{22}x)(\gamma_{11} + \gamma_{21}x) & (\gamma_{12} + \gamma_{22}x)(\gamma_{12} + \gamma_{22}x) \end{bmatrix} dx
\end{aligned}
\tag{16.32}$$

Yuqorida keltirilgan algoritm yordamida sterjen uchun EHMda umumiy birlik matritsasi $[K]$ va massa matritsasi $[M]$ ni hosil qilib, xususiy chastota ω va forma $\{u\}$ ni topish uchun quyidagi ko‘rinishdagi algebraik tenglamalar sistemasi hosil qilinadi:

$$([K] - \omega^2 [M])\{u\} = 0 \tag{16.33}$$

Bu (16.33) tenglamadan sterjenning xususiy tebranish chastotalari $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_N$ va bu chastotalarga to‘g‘ri keladigan $\{u\}^T = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$, $\{u\}_2^T = \{u_1, u_2, \dots, u_N\} \dots$ tebranish formalari EHMda standart dasturlar yordamida topiladi.

Misol: Po‘lat sterjenni (16.5-rasm) bo‘ylama tebranishining xususiy chastotalari topilsin. $\ell = 300 \text{ sm} : r_1 = 10 \text{ sm} : r_2 = 15 \text{ sm} : E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kgk/sm}^2 : \gamma = 7,95 \text{ tk/m}^3 : \rho = \frac{\gamma}{g}$.



16.5-rasm. Po‘lat sterjen bo‘ylama tebranishi xususiy chastotasini aniqlash.

Bu sterjenning xususiy tebranish chastotalari $\omega_1, \omega_2, \dots$ larni quyidagi formula, ya’ni aniq yechim yordamida topish mumkin:

$$\omega_k = \frac{\pi(2k-1)}{\ell} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (k=1,2,3,\dots) \quad (16.34)$$

Xuddi shu xususiy tebranish chastotalarini yuqorida keltirilgan chekli elementlar usulining algoritmi yordamida (16.33) tenglamaga keltirilib, topilsa u 16.1-jadvalda keltirilgan qiymatlarga ega bo'ladi. Aniq yechim (16.34) yordamida olingan natijalar ham 16.1-jadvalda keltirilgan.

Aniq yechim va chekli elementlar usulida topilgan natijalar

16.1-jadval

Chastotalar	Aniq yechim (16.34) yordamida topilgan (rad/sek)	Chekli elementlar usuli yordamida topilgan (rad/sek)
ω_1	269.107	269.262
ω_2	807.320	807.322
ω_3	1345.534	1346.000
ω_4	1883.147	1884.163
ω_5	2421.961	2422.840

Keltirilgan natijalardan (16.1-jadval) ko'rinadiki, chekli elementlar usuli yordamida sterjenning bo'ylama tebranish xususiy chastotalarini juda katta aniqlik bilan topish mumkin ekan.

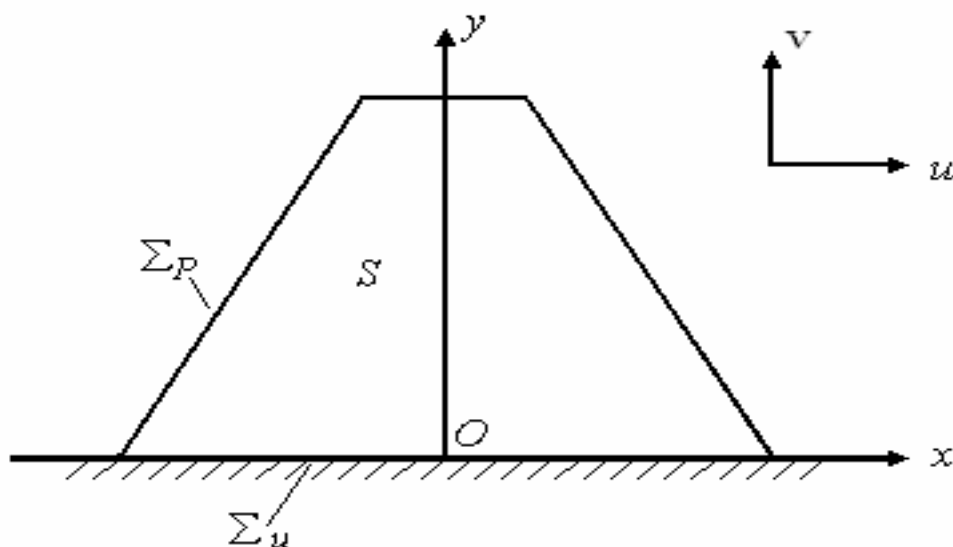
5- §. Tekis kuchlanish va tekis deformatsiya holatida bo'lgan jismlarning chekli elementlar usuli (CHEU) yordamida hisoblash

Chekli elementlar usuli variatsion uslub bo'lgani uchun, ko'pgina tekis kuchlanish va tekis deformatsiya holatida ishlaydigan konstruksiya elementlarini va har xil inshootlarni mustahkamligini bu usul yordamida baholash yaxshi natijalarni beradi.

Misol tariqasida tekis deformatsiya holatida ishlaydigan tuproqli to'g'onda har xil kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalarni ko'rib chiqamiz.

Odatda to'g'onning uzunligi qolgan ikki o'lchamiga nisbatan ancha katta bo'ladi, shuning uchun unga tekis kuchlanish holatidagi elastik yaxlit jism sifatida qarasa bo'ladi. Bu yechilayotgan masalani ancha soddalashtiradi. Buning uchun to'g'ondan yuzasi S va qalinligi

bir bo‘lgan bo‘lak ajratib olinadi (16.6-rasm). Bu yerda, S yuzaning har bir nuqtasining gorizontall ko‘chishi u va vertikal ko‘chishi V hisobga olinadi.



16.6-rasm. To‘g‘onning ko‘ndalang kesim yuzasi.

To‘g‘onning har bir nuqtasini kuchlanish–deformatsiyanishi holatini (KDH) aniqlash uchun quyidagi variatsion tenglamani yechish talab etiladi:

$$\int_S [\sigma_x \delta \epsilon_x + 2\tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \sigma_y \delta \epsilon_y] ds - \rho \int_S [\ddot{u} \delta u + \ddot{v} \delta v] ds + \int_S f_y \delta v ds + \int_{\Sigma_P} [P_x \delta u + P_y \delta v] d\Sigma = 0 \quad (16.35)$$

$$x, y, \in \Sigma_u : u = 0, v = 0 \quad (16.36)$$

(16.35) tenglamadagi birinchi integral – ichki kuchlanishlarning virtual ishini, ikkinchi integral – inersiya kuchlarining ishini, uchinchi-massa kuchlarining ishini, to‘rtinchisi esa – Σ_P maydonchaga qo‘yilgan tashqi kuchlar (gidrostatik, gidrodinamik va boshqalar) ishini ifoda etadi.

Bu yerda, $\delta u, \delta v$ – ko‘chishlar komponentlarining variatsiyalari;

$\delta \epsilon_x, \delta \epsilon_y, \gamma_{xy}$ – deformatsiya komponentlarining variatsiyalari;

f_y – u o‘qi bo‘yicha ta’sir etuvchi massa kuchlari;

P_x, P_y – Σ_P maydonchaga x va u o‘qi yo‘nalishida ta’sir etuvchi tashqi kuchlar komponentlari;

ρ – material zichligi.

Deformatsiya komponentlari ko'chishlar orqali Koshi formulasidan aniqlanadi:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (16.37)$$

Kuchlanish va deformatsiya komponentlari orasidagi bog'lanish umumlashgan Guk qonunidan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2G\varepsilon_x, \\ \sigma_y &= \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2G\varepsilon_y, \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \end{aligned} \quad (16.38)$$

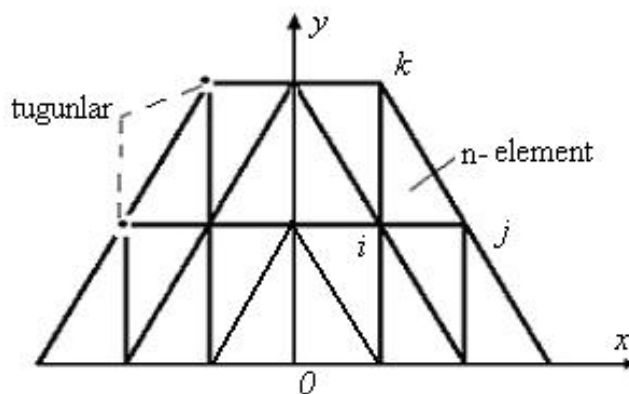
Bu yerda, σ_x, σ_y – normal, τ_{xy} – urinma kuchlanishlar.

λ, G – Lyame ko'effitsientlari bo'lib, quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{E \cdot \mu}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

E, μ – materialning elastiklik moduli va Puasson ko'effitsienti.

Keyin variatsion masala (16.35)-(16.38) chekli elementlar usulida yechiladi, buning uchun S yuza uchburchak shaklli chekli elementlarga bo'lib chiqiladi (16.7-rasm), ya'ni diskretizatsiya qilinadi.



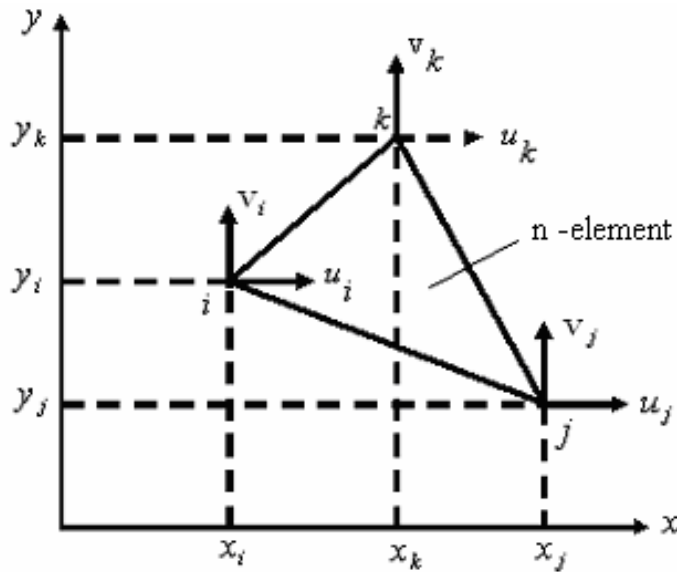
16.7-rasm. To'g'on ko'ndalang kesimini uchburchakli elementlarga bo'lish.

n-element ichidagi ko'chishlar (16.8-rasm) tugundagi ko'chishlar va element koordinatalari orqali chiziqli approksimatsiya yordamida aniqlanadi.

Qo'yilgan yuklarga qarab, variatsion tenglama (16.35) quyidagi masalalarga keltiriladi:

a) faqat statik kuchlar qo'yilsa, quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan algebraik tenglamalar sistemasini yechishga:

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (16.39)$$



16.8-rasm. n – elementdagi ko'chishlar.

b) xususiy tebranishlarda – quyidagi ko'rinishdagi algebraik tenglamalarning xususiy tebranishlar masalasini yechishga:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{u\} = 0 \quad (16.40)$$

d) dinamik (seysmik) ta'sirlar natijasida majburiy tebranishlarni tadqiq etishda – boshlang'ich shartlari $u(0) = u_o$, $\dot{u}(0) = \dot{u}_o$ bo'lgan, oddiy differensial tenglamalar sistemasini yechishga:

$$[M] \{\ddot{u}\} - [K] \{u(t)\} = \{P(t)\} \quad (16.41)$$

$$u(0) = u_o, \dot{u}(0) = \dot{u}_o$$

(16.39)–(16.41) tenglamalarda quyidagi belgilashlar qabul qilingan: $[K]$, $[M]$ – to'g'on bikrligi va massasi matritsalar, ω – izlanayotgan xususiy chastota, $\{u\}$ – tugun ko'chishlari izlanayotgan komponentlarining vektori.

Bu barcha masalalar maxsus dasturlar yordamida EHM da yechiladi. Yechim natijasida tugunlardagi ko'chishlar $u_i, u_k, u_j, v_i, v_j, v_k$, keyin har bir chekli element ichidagi ko'chishlar u, v deformatsiyalar $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ va kuchlanishlar $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ aniqlanadi.

Hisob natijasida to'g'onning har bir nuqtasidagi kuchlanish-deformatsiyalanish holati haqida to'la tasavvur hosil bo'ladi, ya'ni S soha bo'yicha (16.6-rasm).

To'g'onning cho'kishi yoki deformatsiyasiga baho berishda (16.39) yoki (16.41) tenglamalarning yechimlari kifoya qiladi va deformatsiya (16.37) formuladan aniqlanadi.

Zarurat tug'ilganda to'g'onning istalgan nuqtasidagi maksimal urinma kuchlanishni quyidagi formuladan topsa bo'ladi:

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (16.42)$$

Bosh kuchlanishlar quyidagi formuladan topiladi:

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (16.43)$$

Bu natijalar to'g'onning zilzilabardoshligiga yoki tegishli mustahkamlik nazariyalaridan foydalanib, nishabliklar ustuvorligiga umumiy baho berish imkoniyatini beradi.

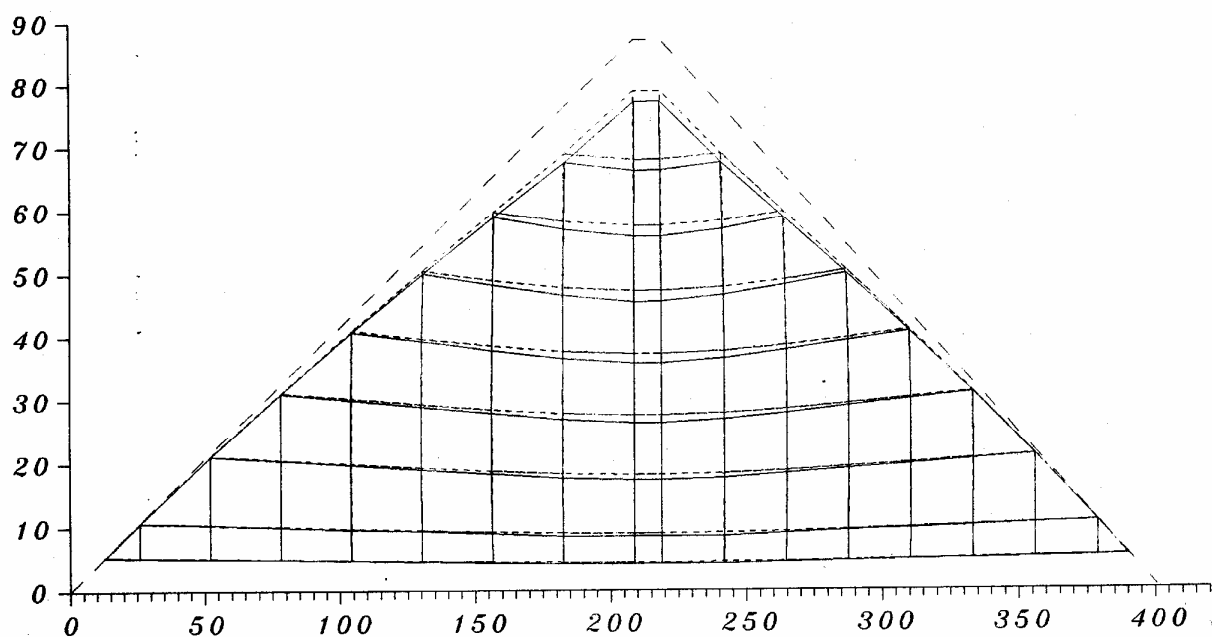
CHEU dan foydalanib, to'g'on hisobini tekis yoki fazoviy hisoblash sxemalari bo'yicha bajarish mumkin. Eksperimental tadqiqotlarning ko'rsatishicha, agar to'g'onning uzunligi uning balandligidan 4 yoki undan ko'p marta ortiq bo'lsa, hisobni tekis sxema bo'yicha bajarsa bo'lar ekan.

CHEU ni qo'llash to'g'on materialining bir jinsli emasligini hisobga olish imkonini beradi, ya'ni bir elementdan boshqa elementga o'tganda fizik-mexanik parametrlarning o'zgarishini hisobga olish imkoniyatini yaratadi, bu ayniqsa hamma vaqt uch sohadan iborat bo'lgan gruntli to'g'onlarda yanada ahamiyatliroqdir.

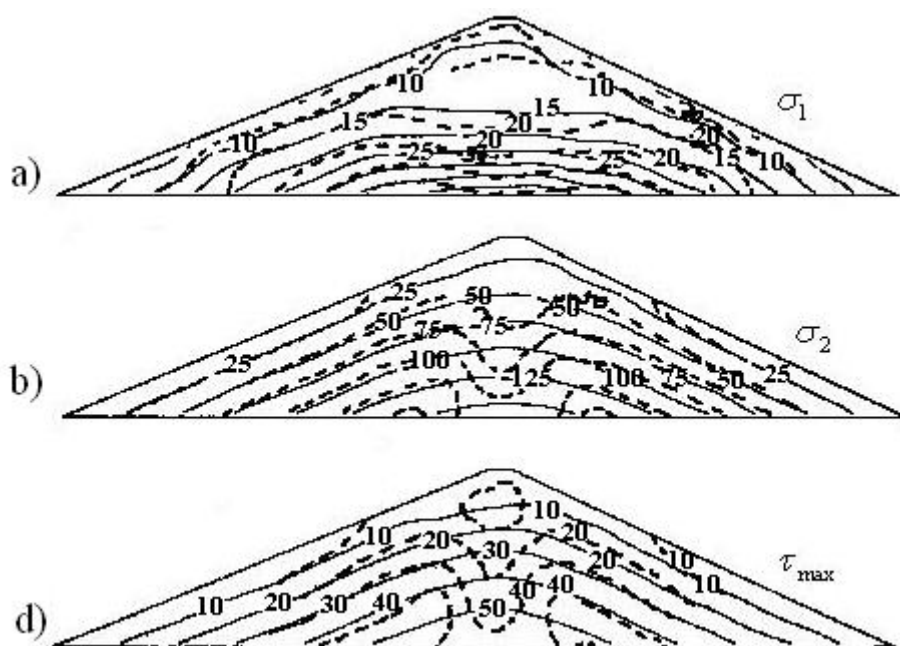
Toshkent irrigatsiya va melioratsiya instituti (TIMI) «Nazariy va qurilish mexanikasi» kafedrasida xodimlari tomonidan gruntli inshootlarni hisoblashning kompleks uslubi yaratilgan va to'g'onlarni EHMda hisoblashga doir turli dasturlar ishlangan va bular uchun O'zbekiston Respublikasi Patent idorasining qator mualliflik guvohnomalari olingan. Bu dasturlardan foydalanib Respublikamizda va Markaziy Osiyoda bir qancha to'g'onlar hisoblangan.

Misol tariqasida, 16.9- va 16.10-rasmlarda So'x to'g'oni inshootining real geometriyasi va birjinssiz materiali hisobga olingan holda, to'g'onning xususiy og'irligi ta'sirida hosil bo'lgan cho'kish hisoblari natijalari (ko'chishlarning tarqalish maydoni) hamda bosh kuchlanishlar tarqalish maydoni: σ_1 (16.10a-rasm), σ_2 (16.10b-rasm) va maksimal urinma kuchlanishlar $\tau_{\max}$ (16.10d-rasm) berilgan.

Shu erning o'zida taqqoslash uchun tarkibiga ko'ra bir jinsli bo'lgan to'g'onning o'sha parametrlari keltirilgan.



16.9-rasm. Soʻx toʻgʻonining oʻz ogʻirligi taʼsirida choʻkishi keltirilgan, punktir chiziq bilan toʻgʻon grunti bir jinsli boʻlgan hol uchun, uzluksiz chiziq orqali esa grunt bir jinsli boʻlmagan hol uchun.



16.10-rasm. Kuchlanishlarni toʻgʻon yuzasi boʻyicha taqsimlanishi:
a), b) bosh kuchlanishlar boʻyicha d) urinma kuchlanishlar boʻyicha.

16.9-rasmda punktir chiziq bilan toʻgʻon grunti bir jinsli boʻlgan hol uchun oʻz ogʻirligi taʼsirida choʻkishi keltirilgan, uzluksiz chiziq orqali esa xuddi shu holat grunt bir jinsli boʻlmagan hol uchun

keltirilgan. Bu 16.9-rasmda ko'rsatilgan hisob natijalari masshtab e'tiborga olinmasdan sxematik ravishda ko'rsatilgan.

16.10-rasmda esa kuchlanishlarni to'g'on yuzasi bo'yicha taqsimlanish qonuniyati hisob natijalari bo'yicha keltirilgan. Bu erda uzluksiz chiziq to'g'on grunti bir jinsli, punktir chiziq esa to'g'on grunti bir jinsli bo'lmagan hollar uchun keltirilgan. Bu natijalarni bari to'g'onning o'z og'irligi ta'sirida hosil bo'ladigan to'g'ondagi kuchlanish va deformatsiyalanish jarayonni o'zida aks ettiradi.

Olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, CHEU yordamida deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarda hosil bo'ladigan jarayonlarni juda katta aniqlik bilan olish mumkin ekan.

ADABIYOTLAR

1. Ўрозбоев М.Т. Материаллар қаршилиги. – Т.: «Ўқитувчи», 1979. – 510 б.
2. Материаллар қаршилиги / А.Ф.Смирнов таҳрири остида. – Т.: «Ўқитувчи», 1988. – 464 б.
3. Мансуров К.М. Материаллар қаршилиги. – Т.: «Ўқитувчи», 1983. – 504 б.
4. Беляев Н.М. ва б. Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами. – Т.: «Ўзбекистон», 1993.
5. Хамраев П.Х., Рахманов Б.Қ. Эластиклик ва пластиклик назариясининг қисқа курси. – Т.: ТАҚИ, 2005. – 103 б.
6. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. – М.: «Высшая школа», 1989. – 624 с.
7. Феодосев В.М. Сопротивление материалов. – М.: «Высшая школа», 1979.
8. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – М.: «Наука», 1986. – 560 с.
9. Терегулов И.С. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности. – М.: «Высшая школа», 1984. – 472 с.
10. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: «Высшая школа», 1982. – 288 с.
11. Рекач В.Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости. – М.: 1984.
12. Мирсаидов М.М., Трояновский И.Е. Динамика неоднородных систем с учетом внутренней диссипации и волнового уноса энергии. – Т.: «Фан», 1990. – 108 с.
13. Мирсаидов М.М., Годованников А.М. Сейсмостойкость сооружений: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. – Т.: «Узбекистан», 2008. – 220 с.
14. Мирсаидов М.М. Теория и методы расчета грунтовых сооружений на прочность и сейсмостойкость. – Т.: «Фан», 2010. – 312 с.
15. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: «Мир», 1975. – 542 с.

MUNDARIJA

	bet
SO‘ZBOSHI	3
MATERIALLAR QARSHILIGI FANIDA UCHRAYDIGAN KATTALIKLAR VA ULARNING O‘LCHOV BIRLIKLARI	5
KIRISH	7
<i>I bob.</i> UMUMIY TUSHUNCHALAR	10
1- §. Materiallar qarshiligi fanining asosiy prinsip va farazlari	10
2- §. Hisob sxemasini tuzish	11
3- §. Kesish usuli. Ichki kuchlarni aniqlash	16
4- §. Kuchlanishlar to‘g‘risida tushuncha	22
<i>II bob.</i> ICHKI KUHLAR EPYURALARINI QURISH	27
1- §. Ichki kuchlar epyuralarini qurish tartibi	27
2- §. Cho‘zilish va siqilishda ichki kuchlar epyuralarini qurish	28
3- §. Buralishda ichki kuchlar epyurasini qurish	32
4- §. Egilishda ichki kuchlar epyuralarini qurishning umumiy qoidalari	36
5- §. Juravskiyning differensial bog‘lanishlari	38
6- §. Egilishda ichki kuchlar epyuralarini qurish	40
<i>III bob.</i> TEKIS KESIMLARNING GEOMETRIK XARAKTERISTIKALARI	71
1- §. Umumiy ma’lumotlar	71
2- §. Statik momentlar	73
3- §. Sodda kesimli shakllarning inersiya momentlari	78
4- §. Koordinata o‘qlari parallel ko‘chirilganda inersiya momentlarining o‘zgarishi	85
5- §. Koordinata o‘qlari burilganda inersiya momentlarining o‘zgarishi	88
6- §. Bosh inersiya o‘qlari va bosh inersiya momentlari	90

7- §.	Murakkab tekis kesimlar bosh markaziy o'qlarining holatini va bosh markaziy inersiya momentlarini aniqlash	93
IV bob.	CHO'ZILISH VA SIQILISH	102
1- §.	Umumiy qoidalar	102
2- §.	Cho'zilish va siqilishda mustahkamlikka hisoblash	105
3- §.	Cho'zilish va siqilishda deformatsiyalar	109
4- §.	Cho'zilish va siqilish diagrammalari	113
5- §.	Ruxsat etilgan kuchlanishlar	120
6- §.	Materialning qattiqligi to'g'risida tushuncha	121
7- §.	Egiluvchan iplar	123
8- §.	Qiya kesimlarda hosil bo'ladigan kuchlanishlar	127
V bob.	NUQTANING KUCHLANISH HOLATI	129
1- §.	Kuchlanish holatining turlari	129
2- §.	Bosh yuzalar va bosh kuchlanishlar	133
3- §.	Ekstremal urinma kuchlanishlar	134
4- §.	Sof siljish	135
5- §.	Umumlashgan Guk qonuni	137
6- §.	Deformatsiyaning potensial energiyasi	139
7- §.	Mustahkamlik nazariyalari haqida tushuncha	141
8- §.	Sof siljishda ruxsat etilgan kuchlanish	144
VI bob.	SILJISHGA ISHLOVCHI KONSTRUKSIYA ELEMENTLARINI HISOBLASH	146
1- §.	Parchin mixli va payvandli birikmalarning konstruktiv xususiyatlari	146
2- §.	Parchin mixli birikmalar hisobi	148
3- §.	Payvandli birikmalar hisobi	152
VII bob.	BURALISH	156
1- §.	Umumiy qoidalar	156
2- §.	Doiraviy kesimli sterjenlar buralishidagi kuchlanishlar	157
3- §.	Doiraviy kesimli sterjenlar buralishidagi deformatsiyalar	164
4- §.	Doiraviy kesimli bo'lmagan sterjenlarning buralishi	166
5- §.	Vintli prujinalar hisobi	169
VIII bob.	EGILISH	173
1- §.	Umumiy qoidalar	173
2- §.	Sof egilishda kuchlanishlar	175
3- §.	Ko'ndalang egilishdagi kuchlanishlar	186

4- §.	Egilishda deformatsiyalar	192
5- §.	Egiluvchi konstruksiyalarni mustahkamlik va bikrlikka hisoblashga doir misollar	206
<i>IX bob.</i> ELASTIK SISTEMALARDA KO‘CHISHLARNI ENERGETIK USULDA ANIQLASH		
		212
1- §.	Umumiy tushunchalar	212
2- §.	Ko‘chishlarni Mor usuli bilan aniqlash	213
3- §.	Vereshchagin qoidasi	220
<i>X bob.</i> STATIK NOANIQ STERJENLI SISTEMALAR HISOBHI		
		238
1- §.	Umumiy tushunchalar	238
2- §.	Kuch usulining asosiy tushuncha va g‘oyalari	239
3- §.	Kuch usuli bilan statik noaniq sistemalar hisobini yozish tartibi	244
4- §.	Kuch usuli bilan statik noaniq ramalarni hisoblash	247
5- §.	Statik noaniq sistemalarda ko‘chishlarni aniqlash	253
6- §.	Yopiq konturli sistemalar hisobi	255
7- §.	Statik noaniq balkalar hisobi	265
8- §.	Cho‘zilish-siqilish va buralishga ishlovchi statik noaniq sistemalarni kuch usuli bilan hisoblash	270
9- §.	Oddiy yassi fazoviy sistemalarni kuch usuli bilan hisoblash	280
<i>XI bob.</i> MURAKKAB QARSHILIK		
		284
1- §.	Murakkab qarshilik haqida tushuncha	284
2- §.	Qiyshiq egilish	285
3- §.	Egilish va cho‘zilish (siqilish) ning birgalikdagi ta’siri	291
4- §.	Markaziy bo‘lmagan cho‘zilish va siqilish	296
5- §.	Egilish va buralishning birgalikda ta’siri	308
6- §.	Murakkab qarshilik umumiy holi	312
7- §.	Sterjen ixtiyoriy yuklanishida ko‘chishlarni aniqlash	316
<i>XII bob.</i> SIQILGAN STERJENLAR USTUVORLIGI		
		319
1- §.	Kritik kuch va kritik kuchlanish haqida tushuncha	319
2- §.	Sterjenlarni ustuvorlikka amalda hisoblash	321
3- §.	Siqilgan sterjenlar ko‘ndalang kesimining eng qulay shakllari	324
4- §.	Bo‘ylama ko‘ndalang egilish	326

5- §.	Tekis shaklning egilishdagi ustuvorligi	328
XIII bob.	YUKNING DINAMIK TA’SIRI	331
1- §.	Umumiy tushunchalar	331
2- §.	Tekis tezlanish bilan harakatlanayotgan va aylanayotgan inshootlar hisobi	333
3- §.	Konstruksiyalarni zarbli yukka hisoblash	339
4- §.	Tebranishlar	348
XIV bob.	DAVRIY O‘ZGARUVCHI KUCHLANISHLARDAGI MUSTAHKAMLIK	355
1- §.	Umumiy tushunchalar	355
2- §.	Siklik kuchlanishning parametrlari	356
3- §.	Chidamlilik chegarasini aniqlash	359
4- §.	Siklik nagruzkalarda ruxsat etilgan kuchlanish	360
XV bob.	CHEKLI NAGRUZKA (YUKLAR) VA CHEKLI HOLATLAR USULI BILAN KONSTRUKSIYA HISOBINING ASOSLARI	364
1- §.	Asosiy tushunchalar	364
2- §.	Chekli yuk ko‘tara olish usuli bilan hisoblashning asoslari	364
3- §.	Statik aniqmas konstruksiyalarni chekli nagruzkalar usuli bilan hisoblash	371
4- §.	Chekli holatlar usuli bilan konstruksiya hisobining asoslari	378
XVI bob.	CHEKLI ELEMENTLAR USULI	383
1- §.	Chekli elementlar usuli haqida qisqacha ma’lumot	383
2- §.	Chiziqli algebraning ba’zi bir tushunchalar	384
3- §.	Chekli elementlar usulining asosiy tushunchalari	388
4- §.	Chekli elementlar usuli bilan cho‘zilish (siqilish) masalalarini yechish	391
5- §.	Tekis kuchlanish va tekis deformatsiya holatida bo‘lgan jismlarning chekli elementlar usuli (CHEU) yordamida hisoblash	398
ADABIYOTLAR		405