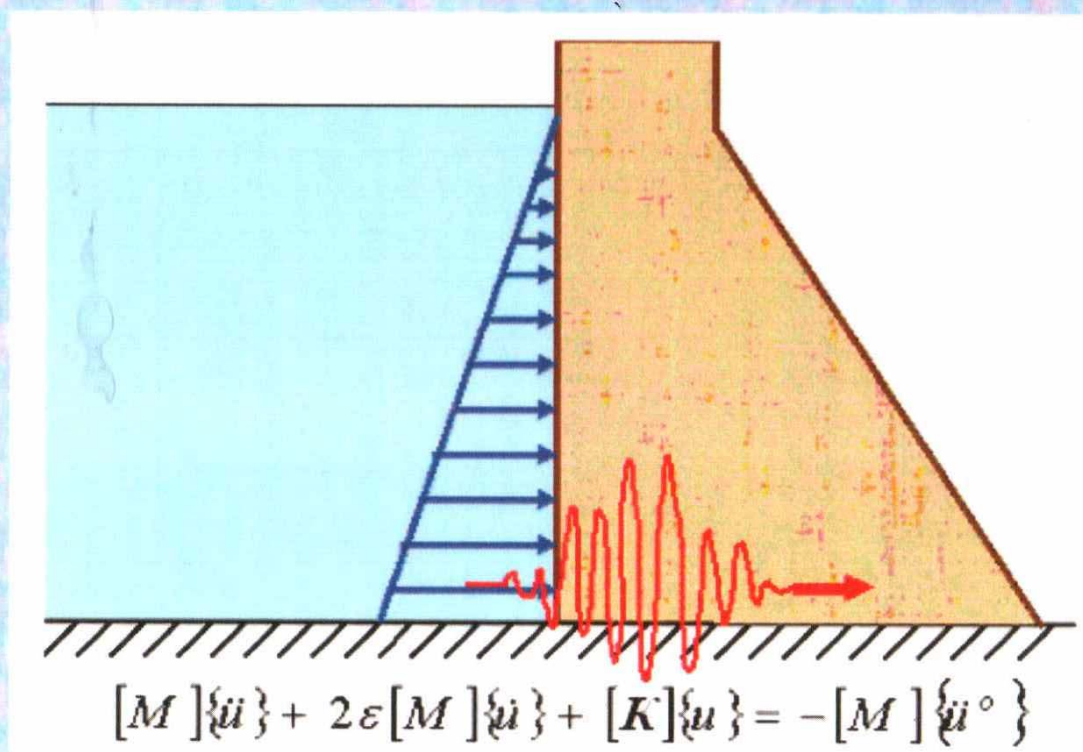


М. М. Мирсайдов
А. М. Годованников

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ



М.Мирсаидов, А.М.Годованников.

Сейсмостойкость сооружений: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. Ташкент, «Узбекистан», 2008, ...с., ил. 70.

В учебном пособии приводятся общие сведения о физической природе землетрясений и об их воздействиях (сейсмических силах) на сооружения. Рассмотрены основные теории, модели, методы расчета, расчетные схемы, способы определения динамических характеристик, сейсмических нагрузок на сооружения при различных динамических и сейсмических воздействиях с использованием известных теорий, и указаний СНиПа. Приводится ряд примеров расчета простейших конструкций при динамических и сейсмических воздействиях. Основное внимание уделено расчету гидротехнических сооружений и изложены перспективные проблемы расчета грунтовых плотин на сейсмическую нагрузку.

Пособие предназначено для бакалавров, обучающихся по направлениям 5650100- «Использование водной энергии в ирригационных системах», 5580700 - «Гидротехническое строительство», 580000 - «Архитектура и строительство». Оно также может быть использовано магистрантами, аспирантами и инженерами-практиками.

Ответственный редактор: Академик АН РУз, д.т.н., профессор
Т.Ш.Ширинкулов

Рецензенты: 1. Ташкентский архитектурно-строительный институт, Кафедра «Строительная механика и сейсмостойкость сооружений» (д.т.н., профессор К.С. Абдурашидов).

2. Ташкентский институт железнодорожного транспорта, Кафедра «Строительная механика» (д.т.н., профессор А. Абдусаттаров)

Данное учебное пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, печатается на основании разрешения (приказ № 306 от 14.10.2008 г., удостоверение №1705), выданного Министерством высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан.

А н н о т а ц и я

М.Мирсаидов, А.М.Годованников
Иншоатлар зилзилабардошлиги

Укув кулланмада ер кимирашнинг физик табиати, сейсмик таъсирнинг пайдо булиши ва бахоланиши, у келтириши мумкин булган салбий окибатлар хакида умумий маълумотлар келтирилган булиб, унда иншоатлар зилзилабардошлигининг асосий назариялари, моделлари, хисоблаш усуллари ва хисоб схемалари берилган. Иншоатларнинг динамик характеристикаларини аниклаш, ер кимираш натижасида иншоатга таъсир киладиган сейсмик куч кийматларини мавжуд назариялар ва норматив хужжатлар асосида аниклаш ва уларнинг зилзилабардошлигини бахолаш усуллари келтирилган. Кулланмада гидротехник иншоатларнинг ва грунтли тугонларнинг сейсмик кучларга хисоблашга алоҳида етибор берилган. Укув кулланма 5650100-«Ирригация тармоклари сув энергиясидан фойдаланиш», 5580700-«Гидротехника курилиши» ва 580000 -«Архитектура ва курилиш»нинг баъзи йуналишлари буйича таълим олаётган бакалаврлар учун мулжалланган булиб, у магистр, аспирант ва амалиёт инженерлари учун ҳам фойдали булиши мумкин.

А н н о т а ц и я

М.Мирсаидов, А.М.Годованников
СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

В учебном пособии приводятся общие сведения о физической природе землетрясений и об их воздействиях (сейсмических силах) на сооружения. Рассмотрены основные теории, модели, методы расчета, расчетные схемы, способы определения динамических характеристик, сейсмических нагрузок на сооружения при различных динамических и сейсмических воздействиях с использованием известных теорий, и указаний СНиПа. Приводится ряд примеров расчета простейших конструкций при динамических и сейсмических воздействиях. Основное внимание уделено расчету гидротехнических сооружений и изложены перспективные проблемы расчета грунтовых плотин на сейсмическую нагрузку. Пособие предназначено для бакалавров, обучающихся по направлениям 5650100- «Использование водной энергии в ирригационных системах», 5580700 - «Гидротехническое строительство», 580000 - «Архитектура и строительство». Оно также может быть использовано магистрантами, аспирантами и инженерами-практиками.

A n n o t a t i o n

M.Mirsaidov, A.M.Godovannikov
SEISMIC STABILITY OF STRUCTURES

General information on physical character of an earthquake and its effects (seismic forces) on structures are given in the text-book. Principal theories, models, methods of design, design schemes, means of determination of dynamic characteristics, magnitudes of seismic loads on structures under different dynamic and seismic effects are considered both according to well-known theories and Building Code. A number of examples of design of the simplest structures under dynamic and seismic effects are given. A special attention is paid to a design of hydro-technical structures; perspective problems of design of earth dams on seismic loads are stated. The text-book is aimed for the bachelors, who have a training course on scientific directions 5650100 - “The Use of Water Power in Irrigation Systems”, 5580700 - “Hydro-technical Engineering” and on a number of bachelors’ directions 580000 - “Architecture and Engineering”. The text-book may also be useful for masters, post-graduate students and engineers who work at construction sites.

ВВЕДЕНИЕ

Землетрясения относятся к наименее изученным и серьезным природным явлениям, всегда представляющим интерес для человечества. Несмотря на многовековые попытки исследовать причины возникновения землетрясений, прогнозировать их и учитывать вероятность их последствий, до настоящего времени эти вопросы в достаточной степени нельзя считать решенными.

В настоящее время накоплен большой объем знаний о строении Земли, процессах, происходящих в ней, а также статистический материал о землетрясениях. На основе имеющихся данных созданы карты возможных землетрясений предположительной интенсивности и разработаны методы расчета сооружений на сейсмические воздействия.

Среди сейсмоактивных стран мира Япония занимает особое место. Вся ее территория высоко сейсмична – там ежегодно ощущается до 1500 землетрясений, и по крайней мере, одно из них является разрушительным. Поэтому первая попытка создания научно-обоснованной теории сейсмостойкости была предпринята именно в Японии. В начале XX века японским ученым Омори была выдвинута так называемая статическая теория сейсмостойкости, которая исходила из простейшей модели сооружения, как твердом недеформируемом (абсолютно жестком) теле, жестко заделанном в грунте. Считалось, что при горизонтальных перемещениях основания в движение вовлекаются одновременно все части сооружения с одним и тем же ускорением, равным ускорению основания, и, следовательно, силы инерции распределяются по высоте сооружения пропорционально массам ее частей.

Эта теория подверглась серьезной критике, основным ее недостатком было допущение о недеформируемости сооружений, при этом закон колебаний почвы не учитывался, достаточным являлось лишь максимальное значение ускорения основания. Это приводило к существенному уменьшению величины инерционных сил, действующих на сооружение. Несмотря на отмеченные недостатки, в основу нормативных документов, используемых в ряде стран до 1958г, была заложена именно эта теория.

Дальнейшие исследования последствий сильных землетрясений показали, что нельзя не учитывать деформационные свойства материала конструкции, распределение жесткости и массы по высоте сооружений, характеристик затухания, динамического характера действия сейсмических сил, а так же возможности появления резонанса.

В 20-е годы XX века свое дальнейшее развитие теория сейсмостойкости получила в работах японского профессора Мононобе и немецкого инженера Бриске, которые заложили основу динамической теории, рассмотрев сооружение как упругое тело, защемленное в основании. В дальнейшем эта теория получила свое развитие, в теоретическом и экспериментальном плане в фундаментальных работах К.С.Завриева, А.Г.Назарова, И.Л.Корчинского, И.И.Гольденблата, С.В.Медведева, М.Т.Уразбаева, В.К.Кабулова, Ш.Г.Напетваридзе, Т.Р.Рашидова, Т.Ш.Ширинкулова, В.Т.Рассказовского, К.С.Абдурашидова, С.С.Полякова, Я.М.Айзенберга, Э.Е.Хачияна и др. В используемых в настоящее время нормативных документах по сейсмостойкому строительству разных стран эти результаты нашли самое широкое отражение.

При расчетах конструкций на действие динамических нагрузок в механике деформируемого твердого тела применяется принцип Даламбера, согласно которому динамическую нагрузку в каждый момент времени можно рассматривать как статическую с учетом возникающих сил инерции. При этом динамические нагрузки на конструкцию считаются равными статическим, умноженным на динамический коэффициент, который зависит от деформируемости конструкции. Сооружение, в зависимости от его конструктивных особенностей, при различных частотах воздействия может деформироваться по различным формам. Совокупность форм деформации при различных частотах называется спектром форм. Рассматривая спектр форм деформации и определяя для каждой формы динамический коэффициент, устанавливаются сейсмические нагрузки на сооружения.

Теория, на которой базируется этот метод, называется линейно-спектральной теорией. Она в той или иной степени учитывает такие важнейшие для определения сейсмических нагрузок величины как частоту собственных колебаний сооружения, формы его деформации и декремент колебаний и т.д.

В настоящее время эта теория и метод расчета используются в нормативных документах и поэтому в пособии им уделено особое внимание. При расчете по этой теории основным моментом является определение собственных частот и форм колебаний сооружений, что, само по себе, является самостоятельной и трудной задачей. Как все расчеты реальных объектов, так и расчеты по линейно-спектральной теории являются приближенными. Их точность зависит от точности описания поведения реального сооружения при определении собственных форм колебаний, количества удержанных форм, что особенно сказывается при расчете таких сооружений, как грунтовые

плотины. Особенность расчета грунтовых плотин при сейсмических воздействиях зависит не только от правильного описания свойств грунта, конструктивных особенностей сооружения, но и от адекватной оценки прочности (сейсмостойкости) грунтового сооружения. Это заставляет искать более совершенные методы расчета, учитывающие характер сейсмического воздействия, и использующие огромные возможности вычислительной техники, позволяющие численно, практически без ограничений решать (методом конечных элементов, методом конечных разностей и т.д.) самые сложные задачи.

Настоящее учебное пособие посвящено разработке методов расчета сооружений различных конструкций и исследованию их прочности и сейсмостойкости. Большое внимание уделено грунтовым плотинам.

В данном учебном пособии наряду с известными результатами по сейсмостойкости сооружений получили свое отражение новые научные данные, полученные по грантам А-5-098 и КХ-4ФТ-02 сотрудниками кафедры «Теоретическая и строительная механика» Ташкентского института ирригации и мелиорации - это даст возможность студентам ознакомиться с современными методами расчета сооружений на ЭВМ.

Данное учебное пособие предназначено для бакалавров и магистров, специализирующихся по направлениям 5650100-«Использование водной энергии в ирригационных системах», 5580700-«Гидротехническое строительство», 580000 - «Архитектура и строительство», 5А580701 «Гидротехнические сооружения» и изучающих дисциплины «Сейсмостойкость сооружений», «Динамика гидротехнических сооружений и оборудования» и «Динамика и сейсмостойкость сооружений». Оно также может быть полезно аспирантам и инженерам-практикам, занимающимся исследованием и проектированием различных сооружений в сейсмоактивных районах.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность сотрудникам кафедры «Теоретическая и строительная механика» Ташкентского института ирригации и мелиорации к.т.н., доценту Т.З.Султанову за участие при написании и подготовку отдельных разделов, к.т.н., доценту Д.Ф.Руми и инженеру Н.А. Усмановой за помощь при редактировании и техническом оформлении рукописи, а также ответственному редактору и рецензентам за ценные замечания при обсуждении содержания настоящего учебного пособия.

Уважаемые коллеги! Ваши пожелания и предложения по недостаткам данного учебного пособия просим направлять по адресу: 100000, г.Ташкент, ул. Кары-Ниязова, 39, ТИИМ, каф. «Теоретическая и строительная механика». E-mail: theormir@mail.ru

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ, О ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И ИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

1.1. Сведения о землетрясениях

1.1.1. Строение Земли. Землетрясение - физическое явление, проявляющееся в виде подземных толчков и колебаний на поверхности Земли, вызываемое тектоническими геобразующими процессами.

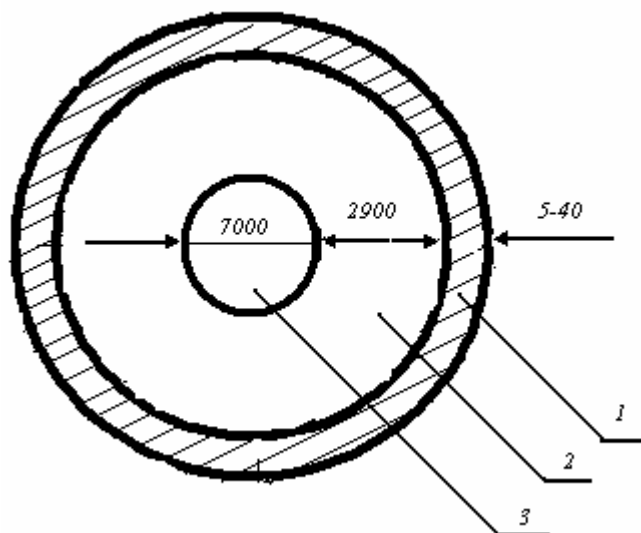


Рис. 1.1. Схематическая модель Земного шара. 1-земная кора, 2-мантия, 3-ядро.

Земной шар представляет собой сферическое твердое тело с радиусом порядка 6400 км. В упрощенной модели его представляют состоящим из трех слоев разной природы (рис.1.1): ядра или центросферы-3, мантии-2 и земной коры или литосферы-1. Ядро составляет центральную часть Земли и представляет собой сферу радиусом 3500 км с жидкой поверхностью. Мантия покрывает ядро и имеет толщину около 2900 км. Она состоит главным образом из ультраосновных оливиновых пород, находящихся в расплавленном состоянии. Земная кора состоит из изверженных (гранитных и базальтовых) пород и её толщина составляет от 5 до 40 км.

С инженерной точки зрения наибольший интерес представляет земная кора, представляющая собой твердое тело, и поверхностный слой мантии, обладающий вязко-упруго-пластическими свойствами и находящийся в большом напряжении.

1.1.2. Температура и давление. С приближением к центру земли температура и давление увеличиваются. Температура на глубине 100 км составляет 1000°-1500°С, на глубине 700 км - около 2000°С, а в центре

ядра - 4000° - 4500° С. Давление в верхней части мантии составляет 9 тс/см^2 , в наружном слое ядра 1440 тс/см^2 , в центре ядра 3700 тс/см^2 . Эти давления во много раз превышают прочность скальных пород, из чего следует, что в коре Земли возникают огромные напряжения, являющиеся причиной геотектонических явлений.

1.1.3. Происхождение и механическое образование землетрясений. Условно можно считать, что земная кора состоит из относительно тонких плит или платформ и “плавает” на поверхности мантии. Поверхностный слой мантии находится в непрерывном движении, что приводит к постоянному смещению плит. С движением плит связаны процессы преобразования рельефа, называемые тектоническими (от греческого тектоника – строительство). Эти процессы происходят по “геологическим” часам, т.е. весьма медленно. О причинах, вызывающих эти процессы, существует ряд гипотез, но ни одна из них в полной мере не отображает грандиозность этих явлений. Согласно существующим воззрениям, суша на Земле первоначально существовала на одном материке – Пангее, окруженном океаном –Тетис. Ориентировочно 135 млн. лет назад Пангея распалась на два континента – северный (Лавразия) и южный (Гондванна). Процесс деления и “расползания” материков продолжался и продолжается в настоящее время (дрейф материков). Так, например, расстояние между Лондоном и Нью-Йорком увеличивается в среднем на 1 см в год, расстояние между другими точками, наоборот, уменьшается. На рис.1.2 показаны три схемы движения плит, связанные с образованием очагов землетрясений. Стрелками показано направление движения плит. Изучение этих процессов привело к формированию так называемой «теории тектоники плит». Согласно этой теории литосфера Земли с расположенными на ней материками и океанами состоит из шести основных плит –Африканская, Евразийская, Индийская, Американская, Антарктическая и Тихоокеанская. При сближении плит происходит процесс горообразования (рис.1.2а). Считается, что сближение Индийской и Евразийской плит привело к образованию горной системы Гималаев. На рисунке 1.2б, показано сближение плит, когда одна из них изгибается и погружается под край другой, а в месте перегиба образуется желоб - океаническая впадина. Трение, возникающее при движении стыкуемых элементов желоба, приводит к разогреву и образованию вулканов. Такие явления обычно происходят на большой глубине. Кроме движения плит по оси друг к другу возможны их взаимные сдвиги, приводящие к трещинам, которые называются трансформными сдвигами (рис.1.2в).

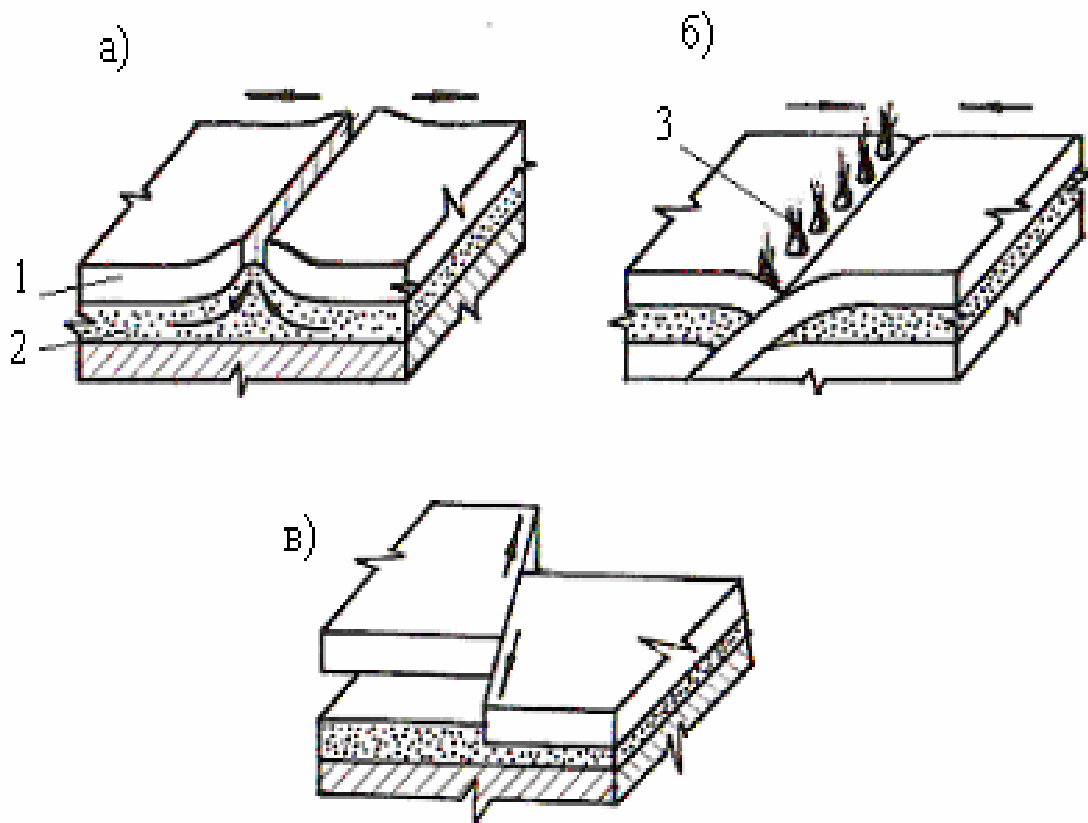


Рис.1.2. Типы границ между плитами
а-хребет; б- желоб; в-трансформный разлом; 1 –плита;
2- разжиженная зона; 3- вулканы.

Естественно, что перечисленные “главные” плиты, в свою очередь, делятся на более мелкие, и взаимодействие их между собой имеет более сложный характер перемещения; например, на рис.1.3 приведена схема перемещения литосферы в Памиро-Гиндукушской области.

Как правило, географические районы горообразовательных, вулканических и сейсмических процессов совпадают, например, на Камчатке, Южной Америке и т.д., но есть и исключения. Например, в районах Средней Азии, отличающихся высокой сейсмической активностью, вулканическая деятельность отсутствует. При движении плит в течение длительного периода накапливается потенциальная энергия деформации и увеличиваются напряжения в материале плит. При достижении предельного для материала значения напряжений происходит разрушение и переход потенциальной энергии деформации в кинетическую энергию, величина которой может достигать громадных значений (до 10^{25} эрг). Эта “разрядка” происходит в течение очень небольшого времени-10-60 с и тектонические явления переходят в сейсмические.

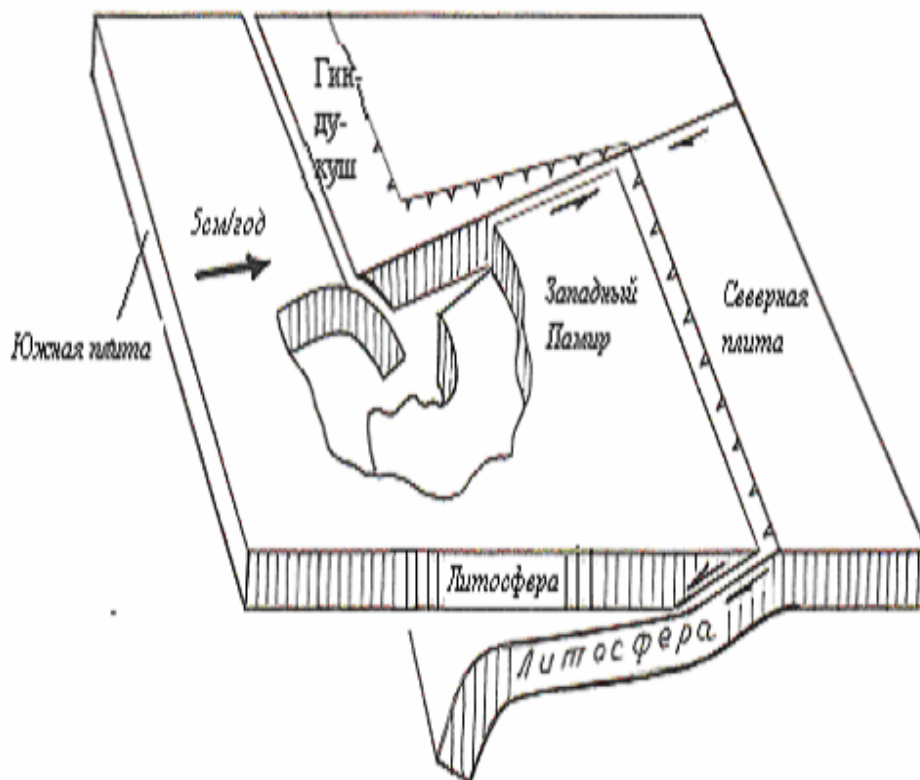
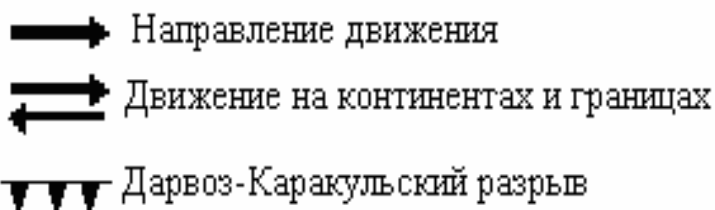


Рис.1.3. Схема перемещений плит



Подытожив вышеперечисленное, можно сказать, что землетрясение происходит при горообразовании, вулканической деятельности, при разрушении и относительном перемещении плит. В широком смысле под термином землетрясение можно было бы понимать любое сотрясение поверхности Земли.

В более узком смысле под землетрясением понимается кратковременное сотрясение поверхности Земли, вызываемое сейсмическими волнами, возникающими при местном нарушении сплошности, с внезапным выделением в недрах коры или верхней мантии упругой энергии.

1.1.4. Сейсмические волны. Во время землетрясений за очень короткое время выделяется громадная энергия, при этом по всему Земному шару распространяются упругие волны. Эти волны делятся на три вида- продольные, поперечные и поверхностные.

При прохождении продольной волны движение частиц грунта совпадает с направлением фронта волны, при движении поперечных волн

направление движения частиц перпендикулярно направлению фронта. Скорости распространения продольных V_p и поперечных V_s волн определяются с помощью выражений

$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (1.1)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (1.2)$$

где E, ν, ρ - модуль упругости, коэффициент Пуассона и плотность грунта, соответственно.

В табл.1.1 для различных грунтов приводятся ориентировочные величины удельного веса γ и скорости распространения в них упругих продольных и поперечных волн V_p, V_s .

Таблица 1.1.

Грунты и породы	Удельный вес γ , тс/м ³	Скорость упругих волн, км/с	
		Продольных V_p	Поперечных V_s
1	2	3	4
Мергель	1,8-2,6	1,4-3,5	0,8-2,0
Известняк прочный	2,0-3,0	3,0-6,5	1,5-3,7
Глинистые сланцы	2,0-2,8	2,0-5,0	1,2-3,0
Гравелисто-песчаные	1,6-1,9	0,2-0,5	0,10-0,25
Песчаные:			
сухие	1,4-1,7	0,15-0,9	0,13-0,50
Средней влажности	1,6-1,9	0,25-1,3	0,16-0,60
Водонасыщенные	1,7-2,2	0,30-1,60	0,20-0,80
Супеси, суглинки	1,6-2,1	0,30-1,40	0,12-0,70
Лесс	1,3-1,6	0,38-0,40	0,13-0,14
Глинистые:			
влажные, пластичные	1,7-2,2	0,5-2,8	0,13-1,20
Плотные, полутвердые ,	1,9-2,6	2,0-3,5	1,10-2,0

твердые			
---------	--	--	--

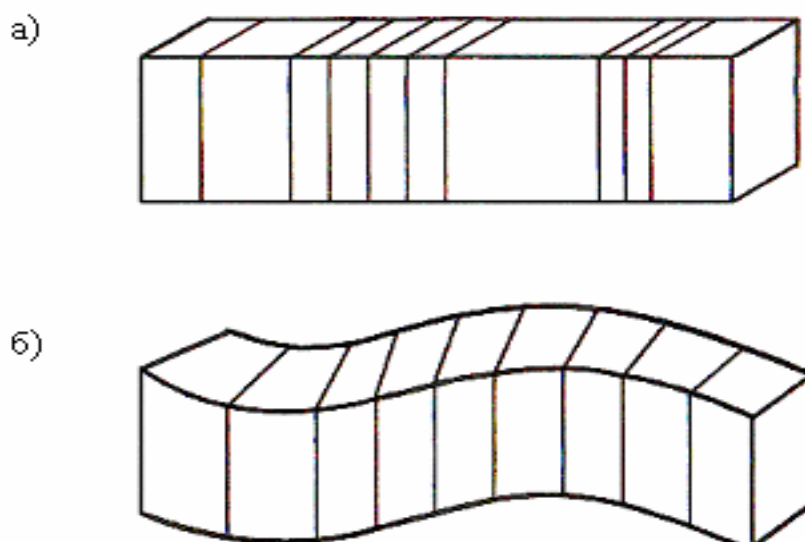


Рис.1.4. Схема перемещения частиц грунта при прохождении продольных –а) и поперечных –б) волн.

Продольные волны являются причиной объемных изменений, поперечные - изменений формы.

Условные схемы перемещения грунта при прохождении продольных и поперечных волн приведены на рис.1.4.

Обычно отношение скоростей продольных и поперечных волн V_p/V_s находится в пределах 1,67-1,78.

Продольные и поперечные волны называются объемными. Наряду с этим на поверхности Земли возникают специфические волны, быстро затухающие в глубинных слоях. Эти волны называются волнами Релея. Скорость их распространения (V_R) меньше, чем скорости объемных волн и составляет ориентировочно $V_R \approx 0,91 V_s$; $V_R \approx 0,54 \cdot V_p$.

1.1.5. Гипоцентр и эпицентр. Место зарождения землетрясения называется гипоцентром или фокусом. Глубина гипоцентров обычно колеблется от 60 до 100 км, но иногда доходит до 200 км от поверхности Земли. Участок поверхности Земли, где сила подземных толчков достигает максимума, называется эпицентром. Высвобождаемая энергия распределяется по окружающей среде и достигая поверхностного слоя, приводит его в колебательное движение. Область вокруг эпицентра, в которой наблюдаются наибольшие разрушения, называется сейсмогенной зоной.

1.1.6. Афтершок и форшок. В какой-то момент землетрясения возникает препятствие взаимному смещению плит (блоков) вдоль

образовавшихся швов – частично восстанавливаются связи разрывного шва, которыми могут служить силы трения, зацепления на неровностях. Не освободившаяся часть энергии вызывает в новых связях напряжения, которые через некоторое время, преодолевая сопротивление, приводят к новому разрыву и новому толчку, однако меньшей силы, чем в момент основного землетрясения. Таких повторных толчков (афтершоков) после сильного землетрясения бывает обычно до нескольких сотен и происходят они в течение нескольких месяцев, постепенно ослабевая. Отдельные афтершоки по силе могут приближаться к силе основного землетрясения.

Иногда землетрясениям предшествуют слабые толчки, называемые форшоками.

1.1.7. Цунами. Землетрясения или извержения вулкана, происходящие под дном океана, возбуждают морские волны, которые достигая суши, поднимаются на высоту до нескольких десятков метров. Такие волны-цунами (по японски цу - порт, нами – волны) временами приносят прибрежным районам большие разрушения.

1.1.8. Классификация землетрясений. В зависимости от глубины расположения очага, землетрясения делятся на следующие три типа: 1) нормальные - с глубиной очага 0-70 км; 2) промежуточные – 70-300 км; 3) глубокофокусные – более 300 км. По количеству и частоте происходящих землетрясений Земля разделена на три пояса:

1.Тихоокеанский пояс – до 80% всех землетрясений (включая и большинство катастрофических) происходит именно в этом поясе. Сюда входят Курильские острова, юго-восток Камчатки, Командорские и Алеутские острова, Аляска, Тихоокеанское побережье Северной и Южной Америки, южное и восточное побережье Азии. Сюда входят Филиппины, Малазия, Австралия и Новая Зеландия.

2.Средиземноморский или Трансазиатский пояс. Сюда входят Бирма, Памирские горы, Иран, бассейны Черного и Средиземного морей и Атлантический океан. В этом поясе происходит до 15% всех землетрясений планеты, причем наиболее сильные и частые землетрясения наблюдаются вдоль горных цепей Испании, Альп, Балкан, Карпат, Крыма, Кавказа, Гималаев. Активная ветвь этого пояса начинается на территории Среднеазиатских Государств и через Казахстан проходит к Байкалу.

3.Второстепенный пояс, в который входит Арктика, западная часть Индийского океана и Восточная Африка.

1.2. Интенсивность землетрясений

Интенсивность землетрясений определяется в баллах, как на основе показаний сейсмических приборов, т.е. по величине смещений, скорости и ускорений, так и на основе ощущений людей и инженерного анализа последствий землетрясения.

1.2.1. Сейсмические приборы. Теория и практика сейсмостойкого строительства непосредственно связана с развитием техники измерений сейсмических движений.

Первое использование приборов для наблюдений за землетрясениями относится к началу нашей эры. Китайским ученым Чжан Хэном (78-139г) в 132 г. был создан прибор, позволяющий на далеком расстоянии от эпицентра фиксировать факт происшедшего землетрясения.

В 1703 году французский физик Жан Отфей изготовил прибор, похожий на прибор Чжан Хэна. Та же идея была использована итальянцем Качиаторе в приборе, построенном в 1848 г. Эти все приборы назывались сейсмоскопами и позволяли только установить факт происшедшего землетрясения, но не регистрировали процесс движений за весь период.

В 1853 г. Луиджи Пальмиаром был изготовлен прибор, который не только фиксировал землетрясение, но и указывал момент его начала и продолжительность.

Решение проблемы затруднялось необходимостью, получения записей колебаний поверхности Земли или сооружения относительно какой-нибудь, не участвующей в этом колебании точки. Выход из трудного положения был найден с помощью маятника в виде груза, подвешенного на длинной гибкой нити к станине, жестко соединенной с землей. В случаях, когда период собственных колебаний маятника значительно превышал период колебаний опоры, к которой был подвешен груз маятника, последний не принимал участия в движениях опоры и мог служить неподвижной точкой, относительно которой записывалось движение грунта (или сооружения). Все эти приборы также имели ряд недостатков, не обладали необходимой точностью, были громоздкими.

В 1880 г. английским горным инженером Д. Милном был изобретен прибор для записи горизонтальных колебаний, который обладал большим периодом при сравнительно небольших размерах. Этот прибор представляет сейсмограф, позволяющий производить графическую запись колебаний земли или сооружений с разверткой движения во времени.

1902-1906 гг. акад. Б.Б. Голицын разработал гальванометрический прибор для регистрации землетрясений с электродинамическим преобразованием перемещений маятника в электроток. С этого времени начался период интенсивной разработки сейсмических приборов, а исследователи получили возможность перейти к широким количественным оценкам параметров сейсмических движений грунта и сооружений во время землетрясений.

Обычно движение элементарного объема характеризуется тремя составляющими линейных смещений вдоль осей x , y , z и тремя поворотами вокруг этих осей. При этом повороты, возникающие при прохождении сейсмических волн, малы, поэтому приборы их не улавливают, и записываются только линейные смещения. Для записи без развертки и с разверткой во времени смещений, скоростей или ускорений используются соответственно: сейсмометры и сейсмографы, велосиметры и велосиграфы, акселерометры и акселерографы.

В настоящее время приборы различаются возможностью записи малых и больших колебаний, непрерывного действия и автоматически включающиеся при воздействии толчков.

Для определения только максимальных смещений используются сейсмометры, а для записи смещений во времени - сейсмографы.

В настоящее время применяются два типа сейсмометров: одномаятниковый СБМ (предложенный С.В. Медведевым) и многомаятниковые системы АИС (предложенные А.Г. Назаровым). В основу действия обоих приборов положена автоматическая регистрация наибольших отклонений их маятников при колебании грунта. На крупных и важных объектах (на плотинах, на энергетических и атомных станциях) установлены сейсмические станции, которые работают в ждущем режиме (автоматически включается при некоторой заранее заданной величине движений) и предназначены для записи смещений, скоростей и ускорений. Обработка полученных записей позволяет установить действительные динамические характеристики сооружений (периоды, декременты и формы колебаний).

1.2.2. Сейсмические шкалы. Оценка интенсивности землетрясений осуществляется в баллах по специальным шкалам. Всего было предложено до 50 различных сейсмических шкал, используемых для оценки интенсивности землетрясений. Ниже приведены некоторые из них:

-10-балльная шкала Росси-Фореля (1883г), была распространена в странах западной Европы;

-10 - балльная шкала Голицына Б.Б. (1911г);

-12- балльная шкала Меркалли-Канкани-Зибберга, принятая в 1917 г. Международной сейсмической ассоциацией, используется и сейчас в странах Европы;

- 12 - балльная модифицированная шкала Меркалли (шкала ММ), предложенная в 1931 г. Вудом и Ньюманом, применяется в США;

- 12 – балльная шкала ИФЗ (институт физики Земли) РАН, разработанная С.В.Медведевым (1952г), использовались на территории России, Закавказья, Центральной Азии и др.

В 1964 г. С.В.Медведев, В.Шпоахоер и В.Карник разработали шкалу MSK, являющуюся усовершенствованием предшествующих, которая кроме смещений, регистрировала скорость и ускорение почвы, характерные для различных баллов.

В 1975 г. ИФЗ РАН и другими сейсмологическими институтами была подготовлена новая редакции шкалы на основе шкалы MSK, отличие которой состоит тем, что значение смещений, скорости и ускорений соответствующие каждому баллу были приняты большими, чем в шкале MSK. Эта шкала также является 12 балльной и приблизительно соответствует шкале ММ.

В Японии с 1949 г. для оценки интенсивности землетрясений используется 7-балльная шкала JMA.

Во всех этих шкалах градация интенсивности землетрясений приведена по баллам или по степеням.

Между некоторыми шкалами установлены переходные формулы. Так переход от шкалы JMA к шкале ММ приближенно выражается формулой:

$$I_m = 0.5 + 1.5I_j \quad (1.3)$$

где: I_m - шкала ММ; I_j - шкала JMA.

Интенсивность землетрясения в 1 балл по шкале MSK-64, регистрируется только с помощью специальных приборов, при 7 баллах разрушаются низко прочные постройки, в крепких зданиях появляются трещины; 8 баллов соответствуют разрушительному землетрясению, при этом разрушаются прочные постройки, появляются оползни, а на почве – трещины; 9 баллов- опустошительное землетрясение, разрушаются все постройки, значительные трещины на почве; землетрясение 10 баллов и выше - катастрофа, при которой разрушаются все инженерные сооружения.

Балльность землетрясения относится к качественным оценкам, с инженерной точки зрения более важны количественные оценки воздействий на сооружения, а именно ускорение, скорость и смещение точек основания. Так, например, при интенсивности 7 баллов ускорения

по MSK приблизительно могут быть 50-100 см/сек², скорость 4-8 см/сек, смещения 4-8 мм на почве. При увеличении интенсивности на 1 балл все показатели удваиваются.

Величины смещений, скоростей и ускорений почвы устанавливаются при помощи специальных приборов, называемых соответственно сейсмографами, велосиографами и акселерографами. Графики изменения этих величин по времени называют сейсмограммами, велосигramмами, акселерограммами, т.е. сейсмограмма представляет собой график зависимости $y = f(t)$, велосигramма $V = \phi(t)$, акселерограмма $W = \psi(t)$, где y -перемещение; V -скорость; W - ускорение точки. Как известно из теоретической механики, эти величины связаны между собой зависимостями: $\frac{dy}{dt} = V$, $\frac{dV}{dt} = W$ и по любой из них путем дифференцирования или интегрирования можно определить две другие. Безусловно, одновременная запись перемещений, скоростей и ускорений дала бы наиболее полную информацию о землетрясении. Однако, при многоканальных измерениях колебаний сооружений (МИКС) установка в каждой точке наблюдений приборов для одновременной записи всех трех параметров затруднительна и на практике ограничиваются записью одного, редко двух параметров. Записи параметров землетрясений являются ценнейшей основой для накопления статистического материала, который, безусловно, служит основой для разработки принципиально новых способов расчета сооружений на сейсмические воздействия. Однако следует отметить, что в настоящее время четкой зависимости между балльностью землетрясений и его физическими характеристиками не установлено.

В частности, при одном землетрясении в Японии зарегистрировано ускорение 418 см/сек², но повреждения сооружений были весьма незначительны. Вообще, землетрясения одинаковой балльности, могут иметь самое различное соотношение физических параметров. Это накладывает определенные условности при прогнозировании последствий землетрясений. С другой стороны, при прогнозах необходимо учитывать статистическую повторяемость землетрясений и их частотный спектр, которые играют немаловажную роль при прогнозе последствий землетрясений. Для приближенного сравнения интенсивности землетрясений в баллах по шкалам различных стран могут быть использованы данные, приведенные табл. 1.2.

Таблица 1.2

MSK-64	Американская ММ, 1931	Японская ЯМА, 1949	Российская-Фореля,	Меркалли-Канкани-Зибберга, 1917
--------	-----------------------	--------------------	--------------------	---------------------------------

			1883	
1	2	3	4	5
1	I	0	I	I
2	II	1	II	II
3	III	2	III	III
4	IV	2-3	IV	IV
5	V	3	V-VI	V
6	VI	4	VII	VI
7	VII	4-5	VIII	VII
8	VIII	5	IX	VIII
9	IX	6	X	IX
10	X	6	X	X
11	XI	7	X	XI
12	XII	7	X	XII

Наряду с этим в табл.1.3 приводятся приблизительные значения ускорения точки поверхности Земли, отнесенные к ускорению ($g = 981 \text{ см/сек}^2$) свободного падения, т.е. $\ddot{y}/g$ при различной интенсивности землетрясений.

Таблица 1. 3

Балльность по Европейской (1917), ММ(1931), MSK (1952) ИФЗ РАН шкалам	Относительное ускорение $\ddot{y}/g$	Балльность по Японским – JMA(1949), шкалам	Относительное ускорение $\ddot{y}/g$
1	2	3	4
6	0,005-0,010	4	0,025-0,080
7	0,010-0,025	4-5	
8	0,025-0,050	5	0,08 -0,258
9	0,050-0,10	5-6	
10	0,10 -0,25	6	0,258
11	0,25 -0,50	7	0,80
12	0,50 -1,0	7	

Как видно из этих таблиц, существует достаточное расхождение как между балльностью различных шкал, так и между относительными ускорениями. Наряду с этим, необходимо отметить, что результаты обработки большого числа записанных акселерограмм показывают, что наибольшая амплитуда колебаний ускорения приходится на землетрясения с периодом колебаний от 0,1 до 0,5 сек.

Во всех рассмотренных шкалах не содержатся необходимые для расчета сооружений сведения о частотном спектре и продолжительности землетрясения, что затрудняет проводить расчеты сооружений на

сейсмостойкость. В таблице 1.4 приводятся данные по шкале ИФЗ РАН (1975г.), где в классификации землетрясений по баллам даются не только ускорения, но также скорости, смещения и периоды, к которым относятся эти параметры. Эти данные в отличие от других позволяют с высокой точностью проводить расчеты при оценке сейсмостойкости сооружений.

Таблица 1.4

Балльность	Максимальное ускорение $\ddot{y}_0$, см/сек ² при $T \geq 0,1$ сек	Максимальная скорость $\dot{y}_0$, см/сек	Максимальное смещение y_0 , см
6	30-60	3,0-6,0	1,5-3,0
7	61-120	6,1-12,0	3,1-6,0
8	121-240	12,1-24,0	6,1-12,0
9	241-480	24,1-48	12,0-24,0

1.2.3. Очаг, энергия и магнитуда. Интенсивность землетрясений, проявляющихся на поверхности Земли, различна, и зависит от расстояния данной точки на поверхности земли от гипоцентра и выделяемой энергии при внезапном разрушении материала в очаге.

Под очагом необходимо понимать всю область, из которой выделяется энергия при разрыве материала (заштрихованная область на рис.1.5 является очагом), гипоцентр (фокус) – точка в очаге, где начинается этот разрыв. Линии, соединяющие точки на поверхности Земли вокруг эпицентра, где землетрясения проявляются с одинаковой силой, представляют собой замкнутые кривые, называемые изосейстами (рис. 1.5).

В начале 40 годов XX столетия американскими исследователями К. Рихтером и Б. Гутенбергом для оценки мощности очага была предложена магнитудная величина, основанная на “нулевом землетрясении”, подсчитываемая по формуле:

$$M = \lg A + 1,32 \lg \Delta \quad (1.4)$$

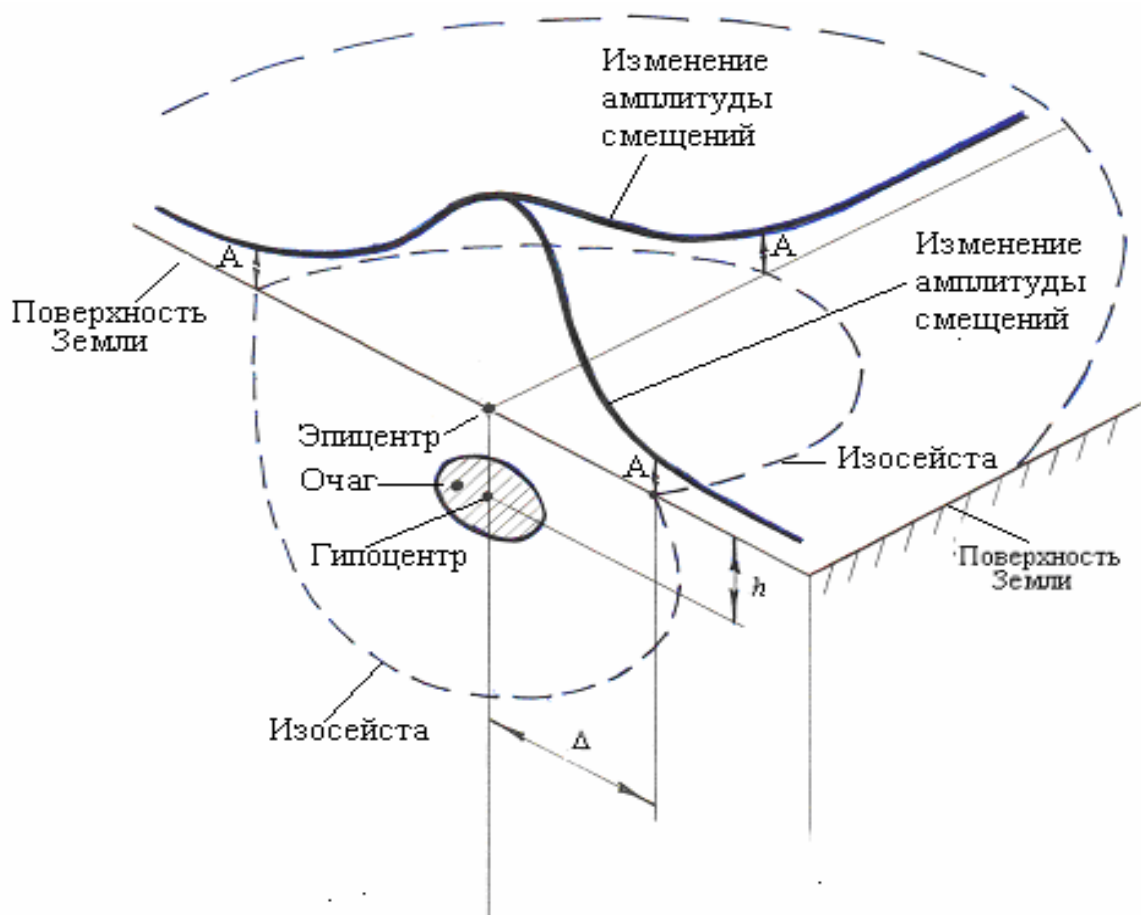


Рис.1.5. Схема очага, гипоцентра, эпицентра и изосейсты.

В качестве нулевого землетрясения выбирается такое слабое землетрясение, которое представляется возможным зарегистрировать приборами.

Здесь A - максимальные амплитуды смещения поверхности Земли при нулевом землетрясении, т.е. в изосейсте [мкм], Δ - расстояние от эпицентра до нулевого землетрясения в [км].

Магнитуды наиболее сильных прошедших землетрясений таковы: Ноби (1891), $M=8,4$; Колумбийское в Южной Америке (1906), $M=8,6$; Санрику (1933), $M=8,5$. Максимально возможная величина магнитуды может составлять $M=9,2$.

Большая часть энергии, высвобождаемая во время землетрясения, распространяется в форме сейсмических волн. При этом оценивается время, в течение которого излучаются сейсмические волны, а затем вычисляется полная энергия.

Приблизительная оценка величины выделенной энергии некоторых сильных землетрясений: Сантама (1931)- 10^{21} эрг, Микава (1945) – 10^{22} эрг, Канто (1923)- 10^{23} эрг, Тонанкай (1944) – 10^{24} эрг, Санрику (1933)- 10^{25} эрг.

Эмпирическая зависимость между энергией E [эрг] и магнитудой M , имеет вид

$$\lg E = 11,8 + 1,5M. \quad (1.5)$$

Увеличение M на 20% приводит к удвоению выделенной энергии, а при увеличении M на 1 энергия возрастает в 32 раза.

Н.В.Шабалиным была предложена следующая эмпирическая формула для определения балльности землетрясения по шкале MSK на основании магнитуды M землетрясений:

$$I = 1,5M - 3,5 \lg \sqrt{\Delta^2 + h^2} + 3 \quad (1.6)$$

Здесь h [км]-глубина гипоцентра, Δ [км]- расстояние от эпицентра до точки поверхности Земли, где определяется балльность землетрясения.

На основании этой формулы максимальная интенсивность землетрясения (в эпицентре при $\Delta=0$) определяется по формуле:

$$I_{\max} = 1,5M - 3,5 \lg h + 3 \quad (1.7)$$

Таким образом, зная магнитуду M , глубину гипоцентра h [км] и эпицентральное расстояние Δ [км], можно приближенно определить интенсивность землетрясения в баллах в любой точке поверхности Земли.

Наряду с этим часто можно слышать сообщения, что «произошло землетрясение интенсивностью столько-то баллов по шкале Рихтера». Это означает ни что иное, как произошло землетрясения с такой-то магнитудой.

1.2.4. Грунтовые условия и интенсивность сейсмического воздействия. Сейсмическое районирование. Установлено большое влияние грунтовых условий на разрушительные последствия сильных землетрясений. Часто фиксировались такие случаи, когда на близко расположенных, но заметно отличающихся по грунтам участках, одинаковые по типу сооружения показывали совершенно, различную сейсмостойкость.

Влияние грунтовых условий на сотрясения поверхности Земли, можно объяснить двумя причинами: первая связана с динамическими характеристиками грунтовых пород в поверхностных слоях Земли, вторая - с несущей способностью самих грунтов.

С.В. Медведев на основе многолетних исследований разделил грунты на 7 категорий: 1) граниты; 2) известняки и песчаники; 3) полускальные; 4) крупнообломочные; 5) песчаные; 6) глинистые; 7) насыпные. Им была установлена зависимость приращения интенсивности колебаний ΔI в баллах (по шкале ИФЗ) от категории

грунта, при этом, за эталонный грунт был принят гранит, для которого $\Delta I = 0$. Для различных категорий грунтов значение ΔI устанавливается в зависимости от сейсмической жесткости грунта $V \cdot \rho$:

$$\Delta I = 1,67 \lg \frac{V_o \rho_o}{V_n \rho_n}. \quad (1.8)$$

Здесь V_o, V_n - скорости распространения продольных сейсмических волн в граните и рассматриваемом грунте [км/сек], а ρ_o, ρ_n - плотности гранита и грунта.

Значения ΔI для различных категорий грунтов равны:

- 1) $\Delta I = 0$; 2) $\Delta I = 0,18-0,83$; 3) $\Delta I = 0,58-1,25$; 4) $\Delta I = 0,98-1,74$;
5) $\Delta I = 1,2-2$; 6) $\Delta I = 1,22-2$; 7) $\Delta I = 2,3-3$.

Эти данные означают, что если сейсмичность площадки I баллов, то при строительстве сооружения, в зависимости от грунтовых условий основания, проектирование должно производиться для сейсмичности площадки $I + \Delta I$ баллов.

Ряд практических вопросов сейсмостойкого строительства решается с помощью карты сейсмического районирования (или микрорайонирования), которая составляется на основе статистической обработки сейсмологической информации.

На основе этой карты определяется сейсмичность (исходная балльность) района строительства. Такие карты для каждого района составляются на основании сейсмологической информации и геологических условий района организациями, занимающимися этими вопросами, и утверждаются Госархитектурно-строительным комитетом РУз. В настоящее время в Республике Узбекистан используются карты сейсмического районирования (рис.1.6) из утвержденного в 1995 г. нормативного документа КМК 2.01.03-96. Цифры на карте соответствуют балльности района. По карте устанавливается “исходная балльность” района строительства. В зависимости от конкретных условий площадки строительства, балльность уточняют по табл.1.5.

Таблица 1. 5.

Уточнение сейсмичности площадки в зависимости от
свойств грунтового основания

Категория грунта по		Сейсмичность района в баллах		
		7	8	9

	Грунты	Уточненная сейсмичность площадки строительства в баллах		
I	Скальные грунты всех видов пород, слабо-выветренные, крупнообломочные, плотные, маловлажные из магматических пород.	6	7	8
II	Скальные выветренные, пески средней плотности, глины, суглинки с показателем консистенции $\leq 0,5$ при коэффициенте пористости $e < 0,8$, супеси с $e < 0,8$	7	8	9
III	Пески рыхлые, пылеватые с пористостью $e > 0,7$, суглинки с $e > 0,8$	8	9	9



Рис.1.6. Карта общего сейсмического районирования территории Республики Узбекистан

Таким образом, исходная балльность района определяется по картам сейсмического районирования, затем уточняется в зависимости от грунтов конкретной площадки строительства по таблице 1.5. Полученная информация служит исходной величиной при проектировании сооружений II, III и IV класса и используется при обосновании проектов сооружений I класса. При проектировании сооружений I класса обязательно проводят дополнительные специальные исследования по микросейсморайонированию.

1.3. О последствиях землетрясений

Сильные землетрясения причиняют значительные разрушения и могут привести к многочисленным человеческим жертвам.

По некоторым данным в результате землетрясений в мире с 1947-1970гг. погибли - 190000 человек. Только в г.Токио в 1923 г. погибли 150000, в 1927 г.- 76 000, в 1932 г. – 78 000, а в 1939 г.- 61 000 человек.

В г.Верном (ныне Алматы) 9 июня 1887 г. произошло сокрушительное землетрясение, сила которого по шкале Росси-Фореля достигала 10 баллов. Землетрясение вызвало большие разрушения в горах, где было много обвалов, оползней и трещин. Наносная глиняно-песчаная порода, покрывающая граниты, обрывалась с крутых склонов, образуя грязевые потоки, которые устремились вниз с гор. Одна из грунтовых лавин имела высоту 40 м, ширину 500 м и протянулась в длину примерно на 7 км. В отдельных местах обваливались гранитные глыбы весом до 50 т.

В результате сильнейшего землетрясения в г. Лиссабоне(Португалия) 1 ноября 1755 г. изменились очертания города, одна его часть опустилась, другая поднялась.

25-26 июня 1855 г. сильные землетрясения разрушили три города Швейцарии. Они вызвали большие горные обвалы.

Максимальная интенсивность по шкале Росси-Фореля Великого Чарлстонского землетрясения, произошедшего в США 31 августа 1886г., достигла 10 баллов. Оно вызвало катастрофические разрушения.

28 октября 1891 г во время землетрясения в префектуре Мино-Овери (Япония) образовался сброс вдоль тектонической линии - разлома Нео, в результате чего остров Хонсю был рассечен на две части. При этом взаимное смещение их по горизонтали достигало 4м, а по вертикали - 7 м. Произошли большие оползни, образовались озера, местность вблизи сброса площадью около 10 тыс.кв.км покрылась руинами. После землетрясения в первый же день произошло 318 толчков, а всего за два года было зарегистрировано свыше 3 тыс. афтершоков.

Землетрясение в Ассаме (Индия) 14 июня 1897 г. потрясло страну. Амплитуда колебаний на грунте при этом землетрясении достигла 30 см. Высота гор Ассама увеличилась на 6 м, реки изменили направление течения, появились впадины, некоторые здания получили большие осадки.

Андижанское землетрясение 16 декабря 1902 г. привело к гибели 4500 человек. Интенсивность землетрясения по шкале Росси-Фореля достигла VIII-IX баллов.

Во время Семиреченского землетрясения (ныне между Алматы и Бишкеком) 4 января 1911 г. в эпицентральной зоне интенсивность была не менее X баллов по шкале Росси-Фореля, магнитуда - около 8. Это землетрясение ощущалось в радиусе 550-600 км. При этом в Пулкове смещение почвы достигло 4 мм. После землетрясения было много сильных афтершоков. Оно вызвало большие разрушения в г. Верном (Алматы). При этом на поверхности земли образовалось много трещин, имевших направление, перпендикулярное направлению основного толчка. Трещины шириной до 1,5 м пересекли многие улицы города и примыкающей к нему станицы. Широкие и глубокие трещины были характерны для глинистых и лессовых грунтов, узкие трещины были в грунтах с мелким галечником.

Очень сильное землетрясение произошло в 1909 г. на Памире, в результате чего на р. Мургаб (Таджикистан) образовалась высочайшая естественная, каменно-набросная плотина, засыпавшая селение Усой (Усойский завал). В результате образовалось естественное водохранилище, называемое Сарезским озером, по названию затопленного селения Сарез.

1 мая 1929 года в Ашхабаде произошло сильное землетрясение, эпицентр которого находился на территории Ирана в городе Боджнурд. Интенсивность в эпицентре была 9 баллов по шкале ИФЗ (Института физики земли РАН) и с магнитудой 7,2. Оно вызвало большие разрушения; только на территории Туркмении погибло 2600 человек.

Чаткальское землетрясение 3 октября 1946 года охватило значительную часть Узбекистана и Киргизстана. Магнитуда - 7,5. Максимальная интенсивность в эпицентре, находящемся на расстоянии 230 км от Ташкента, составляла 9 баллов. При этом в 20 км от Токтогуля, вниз по течению реки Нарын, произошел большой горный обвал.

Интенсивность Ашхабадского землетрясения 6 октября 1948 года с эпицентром расположенном примерно в 30 км от г. Ашхабада достигала 9-10 баллов, магнитуда - 7,3. Очаг находился на глубине 10-40 км. Это землетрясение привело к большим разрушениям и человеческим жертвам.

Хаитское землетрясение 10 июля 1949 г. в Таджикистане имело интенсивность в эпицентре 9-10 баллов, магнитуду 7,5. Территория, где были большие разрушения, охватила почти 600 кв.км. В результате сильного толчка откололась верхняя часть горы Чокурак и упала в ущелье р. Оби-Дара-Хауз. Огромная масса грунта и камней с большой скоростью устремилась вниз и погребла под собой районный центр Хаит. Высота образовавшегося завала достигла нескольких десятков метров. Горные завалы возникли и в других местах; вследствие завалов образовались грязевые озера.

Землетрясение в Ташкенте 26 апреля 1966 г. Интенсивность его 8 баллов, магнитуда 5,1, глубина очага 8 км. Эпицентр находился в центре города.

Параметры движения грунта в эпицентре оцениваются следующими величинами: амплитуда горизонтальных смещений $y_{o \max} = 16$ мм, ускорение $\ddot{y}_{o \max} = 175$ см/сек², амплитуда вертикальных смещений $z_{o \max} = 6,3$ мм и ускорение $\ddot{z}_{o \max} = 65$ см/сек².

За первую неделю после землетрясения было зарегистрировано 240 афтершоков, самый сильный автершок (7 баллов) произошел 10 мая 1966 г. За последние 100 лет в Ташкенте 7 раз наблюдались 7-8 балльные землетрясения с различными физическими параметрами. Поэтому и в будущем в Ташкенте возможны землетрясения различных типов.

Землетрясению в Дагестане 14 мая 1970 года предшествовал сильный форшок, который произошел в 12 ч 20 мин и имел магнитуду 5,6 при глубине очага 20 км и интенсивностью в эпицентре 7 баллов.

Этот форшок вызвал небольшие повреждения зданий и заставил население покинуть дома до начала основного землетрясения, которое произошло через 9 часов после форшока. Магнитуда основного землетрясения была 6,6, глубина очага 13 км, интенсивность 8-9 баллов. После этого в течение 19 дней было зарегистрировано 1094 афтершока. При этом в междуречье Сулака и Шураозени произошли обвалы и оползни больших массивов грунта. Некоторые оползни перекрыли реку, образовав два озера.

Газлийское землетрясение 8 апреля 1976 г. вызвало серьезные разрушения г.Газли. По-видимому, этот толчок надо рассматривать как сильный форшок. Во время этого землетрясения в этом районе сейсмических приборов не было, поэтому о характере этого землетрясения можно судить только по показаниям удаленных станций. Судя по этим данным, магнитуда землетрясения составила -7, интенсивность в эпицентре - 9 баллов, глубина очага 20-25 км, очаг - в 40 км северо-западнее Газли. После этого толчка были установлены

различные сейсмические станции в Газли, которые зафиксировали ряд афтершоков. Повторное землетрясение 17 мая 1976 г. в этом районе имело магнитуду 7,3, глубину расположения очага 25 км. Эпицентр был близко расположен к эпицентру землетрясения 8 апреля 1976 года. Интенсивность землетрясения превышала 9 баллов. В эпицентре находилась сейсмостанция ИФЗ РАН и, впервые на территории Узбекистана, были получены хорошие записи ускорений. Они показали, что максимальные вертикальные ускорения превышали g , а горизонтальные - $0,65 g$. Это землетрясение завершило разрушения, начатые 8 апреля 1976г.

Очень сильные землетрясения происходили на Сицилии (г.Медина), в Японии, Индии, Калифорнии и т.д.

Здесь приведены последствия лишь некоторых землетрясений, при которых происходили сильные разрушения горных массивов, грунтовых сооружений и заметные изменения на поверхности земли.

Чрезвычайно большие разрушения приносят землетрясения, эпицентр которых находится на морском дне. При этом возникают морские волны большой длины и высоты (цунами). Создаваемые при этом волны, двигаясь со скоростью, около 10 м/сек, резко увеличивают скорость и высоту волны при встрече с прибрежными препятствиями - заливами, рифами и т.д. (явления сейша). При этом прибрежной зоне наносятся разрушения, масштаб которых бывает трудно измерить. Примером может служить цунами, обрушившееся на побережье Южной Азии в декабре 2004 года. При этом количество жертв, по некоторым сведениям, достигло 200000 человек.

Рассмотрение выше перечисленных вопросов показывает насколько сложно точное определение сейсмических нагрузок, приходящихся на сооружение, но правильно будет отнести их к классу динамических нагрузок, воздействие которых на сооружение определяется, как известно, не только параметрами нагрузки, но ее частотным спектром и особенностям самого сооружения в этом динамическом процессе.

II. ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ НАГРУЗКИ НА СООРУЖЕНИЕ

2.1. Виды динамических нагрузок

Статическая нагрузка прикладывается, постепенно возрастая, от нуля и затем не изменяется или изменения ее столь незначительны, что ими можно пренебречь.

Динамические нагрузки отличаются от статических тем, что при их приложении, приходится учитывать возникающие при этом силы инерции в массах и элементах сооружения. Это происходит в случае, когда прикладываемая нагрузка сообщает точкам сооружения значительные ускорения. Вызываемые динамической нагрузкой деформации и, следовательно, напряжения в сооружениях, являются функциями времени. Возникающее при приложении нагрузок движение частей сооружения может продолжаться и после прекращения действия нагрузки.

Задача определения усилий, напряжений и перемещений в любой точке сооружений как функций времени, а также определение их максимальных значений, является задачей динамики или сейсмостойкости сооружения.

Возможные варианты графиков изменения динамической нагрузки по времени приведены на рис.2.1, где рис.2.1а соответствует так называемой ударной нагрузке, при которой силовое воздействие прикладывается в течение очень короткого отрезка времени.

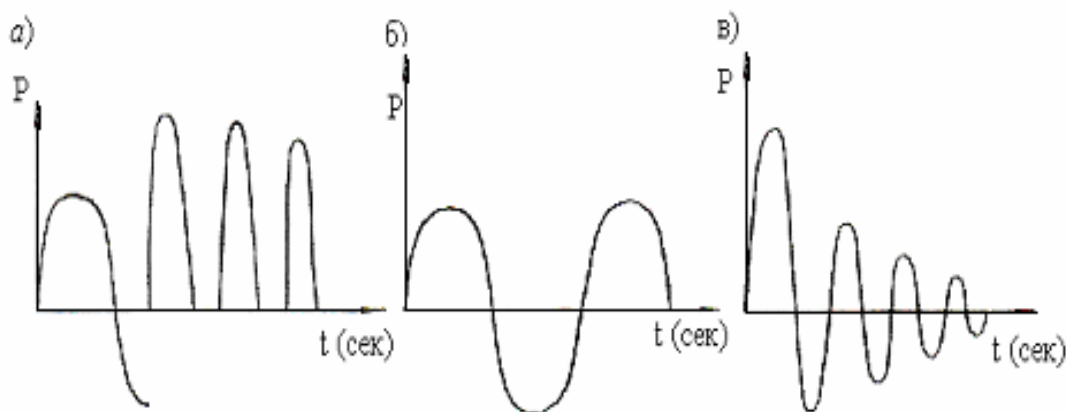


Рис.2.1. Изменения динамической нагрузки по времени

При равномерном вращении частей машин с неуравновешенными массами возникает вибрационная или микросейсмическая нагрузка, называемая гармонической. Характер её изменения приведен на рис. 2.1б.

Вибрацию, в зависимости от обстоятельств, можно рассматривать как отрицательное, так и положительное явление. Например, вибрация широко используется при уплотнении вязких сред, например, бетона, при перемещении сыпучих материалов, вибропогружении свай и т.д.

Возможный график изменения нагрузки при сейсмических воздействиях приведен на рис. 2.1в.

2.2. Основные допущения, применяемые в динамике сооружений

При составлении расчетной схемы и проведении расчетов сооружений в той или иной степени рассматривается не реальный объект, а некоторая идеализированная (условная) схема. Степень идеализации определяется, с одной стороны, необходимостью наиболее полно описать реальный объект, а с другой – техническими возможностями расчета. В динамике сооружений к материалу применяются, в основном, те же гипотезы и допущения, что и в сопротивлении материалов, т.е. - материал обладает свойствами сплошности, однородности и изотропности.

Деформации предполагаются малыми по отношению к размерам конструкции, что позволяет использовать принцип наложения перемещений и независимости действия сил (принцип суперпозиции).

На первом этапе изучения в динамике сооружений применяется модель идеально- упругого тела, т.е. считается, что материал подчиняется закону Гука. Эта гипотеза является необходимой для упрощения применяемого при расчете математического аппарата, но и в тоже время при её использовании не учитывается такое важнейшее

явление, как затухание свободных колебаний. В реальных материалах колебания сопровождаются потерей энергии, вызывающей затухание колебаний. Это связано с внутренним сопротивлением материала, “внутренним трением” или вязкоупругими свойствами материала. Физическая сущность этого явления до конца не выяснена. Имеется ряд гипотез о природе внутреннего трения и способах учета его влияния при расчетах. Создан ряд моделей, например, модель линейного вязкого упругого тела Кальвина – Фойгта, наследственная модель Больцмана-Волтерра и др.

Существенным отличием свойств материала при динамических расчетах (в отличие от статических) является учет динамического модуля упругости. Являясь по смыслу той же величиной, что и в статике сооружений, т.е. коэффициентом пропорциональности между напряжением и относительными деформациями в законе Гука, динамический модуль упругости ($E_{\text{дин}}$) ниже статического ($E_{\text{дин}} < E_{\text{ст}}$). Кроме того динамический модуль упругости не является постоянной и зависит от частоты колебаний (с повышением частоты $E_{\text{дин}}$ уменьшается). Однако на первом этапе расчетов можно условно считать, что статический и динамический модули упругости равны между собой. При составлении расчетных схем все виды инженерных сооружений обычно сводятся к трем основным типам (рис. 2.2): а) стержневые (балки, рамы, арки, фермы), б) пластины и оболочки, в) массивные сооружения.

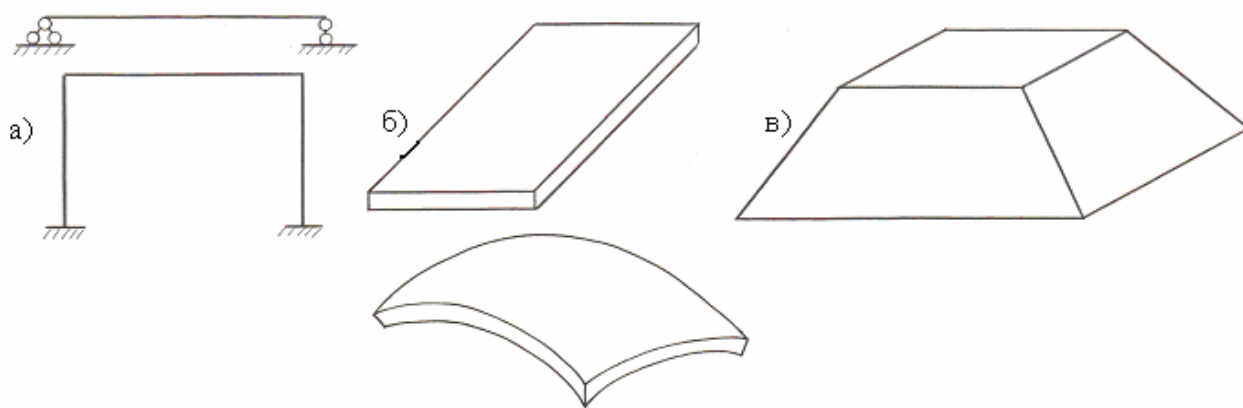


Рис. 2.2.

Для расчета всех видов сооружений можно использовать полную систему уравнений теории упругости для плоской или пространственной задачи, но это связано с применением достаточно сложного математического аппарата, поэтому чаще используются приближенные технические теории.

Система уравнений в динамике сооружений отличается от соответствующей системы уравнений при решении задач статики тем, что составляются и используются уравнения динамического равновесия или уравнения движения. Эти уравнения получаются из уравнений статики добавлением к ним, согласно известному из теоретической механики принципу Даламбера, сил инерции. Наличие в уравнениях динамического равновесия сил инерции, содержащих вторые производные от перемещений по времени (ускорения), определяет особенности этих уравнений.

Напомним, что первая производная представляет собой скорость, а вторая - ускорение. Силы инерции определяются как произведение массы на ускорение.

Трудоемкость динамического расчета такой системы зависит, прежде всего, от степени свободы, т.е. от числа независимых геометрических параметров, определяющих положение всех масс при любых возможных перемещениях системы в любой момент времени.

Следует иметь в виду, что в понятие «степень свободы» в динамике сооружений вкладывается другой смысл, чем в статике сооружений. Подсчет степеней свободы при кинематическом анализе в статике сооружений производится без учета собственных деформаций конструктивных элементов сооружений, которые считаются абсолютно жесткими. В динамике же сооружений, при определении степени свободы системы, рассматриваются именно её упругие или упругопластические деформации.

Так, например, показанная на рис. 2.3а, невесомая балка с одной точечной массой m_1 имеет одну степень свободы, так как положение этой массы определяется одним параметром y_1 . Невесомая балка с тремя точечными массами, показанная на рис. 2.3б, несмотря на бесконечное число возможных форм упругой линии, имеет только три степени свободы, так как положение трех масс m_1 , m_2 , m_3 , определяется тремя прогибами y_1 , y_2 , y_3 , соответствующих точек балки.

Рама изображенная на рис. 2.3в, с тремя сосредоточенными массами имеет четыре степени свободы, так как положение каждой из масс m_1 и m_3 , характеризуется только их горизонтальным перемещением, а положение массы m_2 характеризуется уже двумя её перемещениями - горизонтальным и вертикальным.

Если же учесть продольные деформации стержней, то раму, показанную на рис. 2.3в, следует считать с шестью степенями свободы, так как массы m_1 , m_2 и m_3 в этом случае могут иметь не только горизонтальные, но и вертикальные перемещения. Однако в большинстве

случаев колебания масс, связанные с продольными деформациями стержней, можно не учитывать, так как они бывают незначительными.

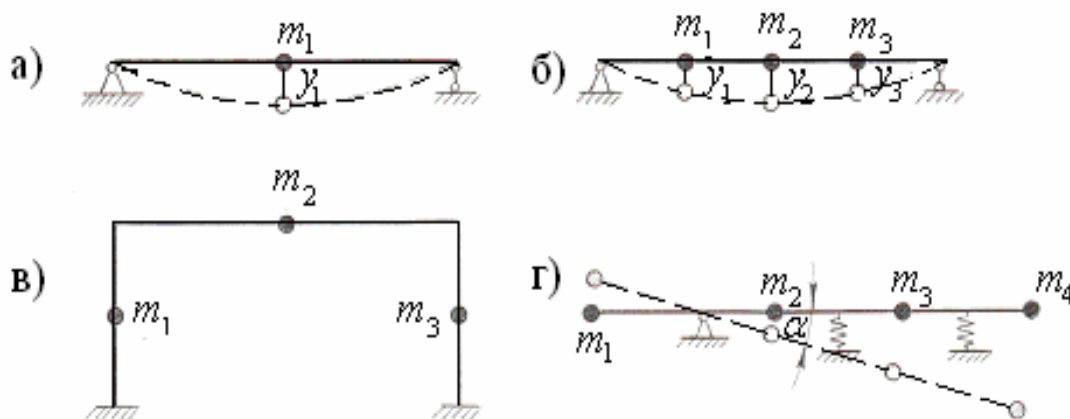


Рис. 2.3.

Абсолютно жесткая балка (рис.2.3г), которая может совершать перемещения, вращаясь вокруг неподвижной точки O , является системой с одной степенью свободы, независимо от числа масс и упругих опор, так как положение всех масс определяется одним параметром – углом поворота α балки относительно центра O .

Если массы рассматриваются не как точечные, то приходится учитывать инерцию их вращения, и тогда во всех рассмотренных примерах число степеней свободы оказывается большим, так как положение масс в этом случае определяется уже не только прогибами, но и углами их поворотов.

Если учитывать собственную распределенную массу упругой системы, то степень свободы такой системы окажется уже равной бесконечности. Строго говоря, поскольку все сооружения имеют распределенную массу, они всегда являются системами со степенью свободы, равной бесконечности, однако во многих случаях удастся свести расчет такой системы к расчету систем с конечным числом или, даже с одной степенью свободы.

В динамике сооружений рассматриваются следующие типы движения сооружений.

Собственные колебания: - это наиболее упорядоченные движения, протекающие при отсутствии внешних воздействий; при этом все точки системы колеблются по одному и тому же гармоническому закону с различными амплитудами.

Установившиеся вынужденные колебания: – колебания при периодическом внешнем воздействии; предполагается, что движение системы происходит в течение весьма длительного времени, настолько

длительного, что начальные условия уже не влияют на движение системы.

Неустановившиеся вынужденные колебания происходят в результате непериодических воздействий; рассматриваемые неустановившиеся колебания предполагаются кратковременными, существенно зависящими от начальных перемещений и скоростей системы.

Свободные колебания системы рассматриваются как частный случай неустановившихся вынужденных колебаний, так как представляют собой результат начальных возмущений в момент $t=t_0$ при отсутствии внешних воздействий в последующие моменты.

Понятия собственных и свободных колебаний различны. Свободные колебания являются суперпозицией собственных колебаний. Только для системы с одной степенью свободы эти понятия совпадают.

2.3. Свободные колебания системы с одной степенью свободы

2.3.1. С учетом затухания. Если упругая система в результате взаимодействия с каким – либо физическим телом оказывается выведенной из состояния равновесия, то после прекращения указанного взаимодействия система будет совершать свободные затухающие колебания.

Рассмотрим свободные колебания системы с одной степенью свободы на примере балки, жестко заделанной одним концом, и точечной массой m на свободном конце (рис.2.4).

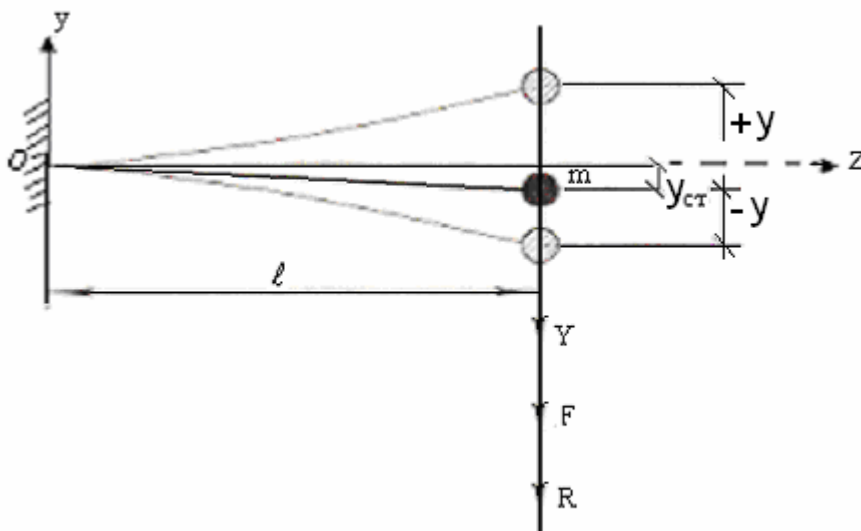


Рис. 2.4.

Под действием груза $Q = mg$ ($g = 981 \text{ см/сек}^2$) точка его приложения переместится вниз на величину $y_{\text{ст}}$. На рис.2.4. упругая линия балки от статической силы Q изображена сплошной линией.

При свободных колебаниях балки в любой момент времени на массу m , отклонившуюся от положения статического равновесия на величину “ y ”, будет действовать восстанавливающая сила R , сила сопротивления F и сила инерции Y . Рассмотрим каждую из этих сил, считая положительными силы, перемещения, скорости и ускорения, направленные вниз.

Восстанавливающая сила R – это сила упругой реакции балки, возникающая при отклонении массы m от положения статического равновесия. Эта сила, стремящаяся вернуть массу в положение статического равновесия, направлена в сторону, противоположную перемещению, и в соответствии с принятым правилом знаков должна считаться отрицательной. Восстанавливающая сила пропорциональная величине отклонения “ y ” точки, в которой сосредоточена масса, т.е.

$$R = -ry \quad (2.1)$$

Коэффициент пропорциональности « r » представляет собой реакцию балки в рассматриваемой точке при перемещении этой точки, равном единице. Эта величина, зависящая от упругих и геометрических характеристик системы, может быть найдена из общего выражения для перемещения, вызванного силой “ r ” и приравненного единице, т.е.

$$\bar{y} = \delta_{11} r = 1 \quad \text{или} \quad r = 1/\delta_{11}$$

где δ_{11} - перемещение (прогиб) точки приложения силы Q , вызванный единичной силой $\bar{Q} = 1$.

Из курса сопротивления материалов известно, что для консольной балки длиной ℓ и жесткостью на изгиб EI_x наибольший прогиб

определяется формулой $\delta_{11} = \frac{\bar{Q} \ell^3}{3EI_x} = \frac{\ell^3}{3EI_x}$ следовательно, $r = 1/\delta_{11} = \frac{3EI_x}{\ell^3}$.

Сила сопротивления F возникает от внутреннего трения, трения в соединениях элементов конструкции и в опорных устройствах, а также сопротивление внешней среды (воздуха или воды) - при всех этих неупругих сопротивлениях происходит рассеивание энергии.

Обычно принимают, что сила сопротивления F пропорциональна скорости движения $V = \dot{y}$, а ее направление противоположно направлению движения. Последнее учитывается знаком «минус»:

$$F = -k \, dy/dt = -k \dot{y} \quad (2.2)$$

Здесь: k – коэффициент пропорциональности, физический смысл которого будет установлено ниже; t – время.

Сила инерции Y равная произведению массы m на ускорение, т.е. на вторую производную перемещения y по времени и направлена в сторону, противоположную ускорению:

$$Y = -m d^2 y / dt^2 = -m \ddot{y} \quad (2.3)$$

Тогда уравнение динамического равновесия всех сил, действующих на массу m , согласно принципу Даламбера, будет:

$$\sum Y = Y + F + R = 0 \quad (2.4)$$

Сила Q в это уравнение не входит, так как её действие учтено тем, что перемещения отсчитываются не от нуля, а от уровня статического равновесия.

Подставляя вместо сил R , F и Y в уравнении (2.4) их выражения (2.1)-(2.3), получаем обыкновенное линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{y} + \frac{k}{m} \dot{y} + \frac{r}{m} y = 0 \quad (2.5)$$

Решение этого дифференциального уравнения ищется в виде:

$$y = a_0 e^{-\frac{kt}{2m}} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.6)$$

здесь: e – основание натуральных логарифмов ($e = 2,714$):

ω - круговая частота свободных колебаний, т.е. число циклов колебаний в течении 2π секунд:

$$\omega = \sqrt{(r/m) - [k/(2m)]^2} \quad (2.7)$$

a_0 – начальная амплитуда свободных колебаний:

$$a_0 = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{V_0 + y_0 k / (2m)}{\omega} \right)^2} \quad (2.8)$$

φ_0 – начальная фаза свободных колебаний, характеризующая отклонение массы в начале движения:

$$\varphi_0 = \arcsin (y_0 / a_0) \quad (2.9)$$

y_0 – начальное перемещение:

$$y_0 = a_0 \sin(\varphi_0) \quad (2.10)$$

V_0 - начальная скорость массы.

y_0 и V_0 задаются как начальные условия для решения конкретных задач. Продолжительность полного цикла колебаний (период) в секундах, составляет:

$$T = 2\pi / \omega \quad (2.11)$$

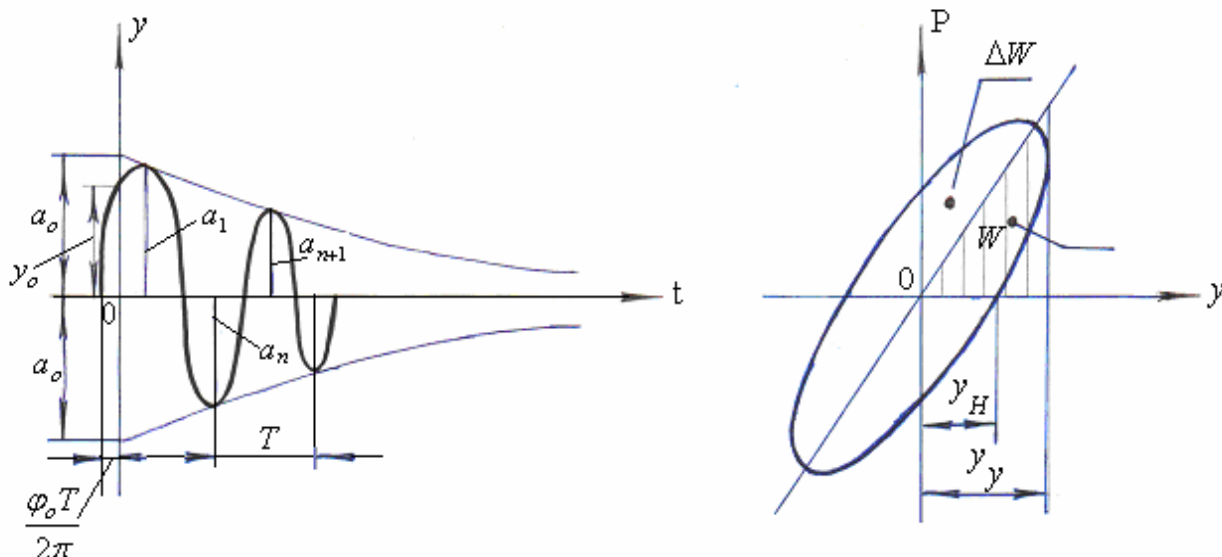


Рис.2.5.

График свободных затухающих колебаний (2.6), массы m показан на рис.2.5а.

Натуральный логарифм отношения двух последовательных однозначных амплитуд свободных колебаний, характеризующий скорость затухания колебаний, называется *логарифмическим декрементом колебания*:

$$\begin{aligned} \delta &= \ln \frac{a_n}{a_{n+1}} = \ln \frac{e^{-kt_n/(2m)}}{e^{-kt_{n+1}/(2m)}} = \ln e^{k(t_{n+1}-t_n)/(2m)} = \\ &= \ln e^{kT/(2m)} = kT/(2m) = \alpha T \end{aligned} \quad (2.12)$$

величина $\alpha = k/(2m)$ носит название *коэффициента затухания*.

В системе с затуханием зависимость между внешней силой P и перемещением « y » нелинейная, поэтому при каждом цикле колебаний на диаграмме $P \sim y$ получается замкнутая кривая, называемая *петлей гистерезиса* (рис. 2.5б). При гармонических колебаниях петля гистерезиса имеет форму эллипса с центром в начале координат. Отношение работы неупругих сопротивлений ΔW за цикл к работе W упругих сил за четверть цикла от ненагруженного до крайнего деформированного состояния системы, называется коэффициентом поглощения энергии

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} \quad (2.13)$$

Как известно, в координатах P, y работа выражается площадью соответствующей фигуры. На графике рис.2.5б работа ΔW выражается площадью эллипса, а работа W – площадью заштрихованного треугольника:

$$W = Py/2 = y^2 / 2\delta_{II} \quad \text{откуда} \quad dW = (y / \delta_{II}) dy \quad (2.14)$$

Коэффициент поглощения энергии при свободных колебаниях с переменной амплитудой деформации за период цикла T с учетом (2.13) имеет вид:

$$\psi = \Delta W / W = - \int_t^{t+T} dW / W = -2 \int_t^{t+T} dy / y = 2 \ln(a_n / a_{n+1}) = 2\delta \quad (2.15)$$

В расчет обычно вводятся значения коэффициента неупругого сопротивления материалов в конструкции γ , равные коэффициентам поглощения, деленным на 2π , и представляющие собой отношения амплитуд неупругой и упругой деформации:

$$\gamma = y_H / y_y = \psi / (2\pi) = \delta / \pi = kT / (2\pi n) = k / (m\omega) \quad (2.16)$$

Значения этого коэффициента для различных материалов и амплитуд инерционных сил приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1.

Величина инерцион-ной силы, кг	Коэффициент неупругого сопротивления				
	Железобетон		Кирпичная Кладка	Дерево	Сталь прокат- ная
	предварительно напряженный	ненапря- женный			
<100	0.025	0.05	0.04	0.03	0.01
≥100	0.05	0.1	0.08	0.05	0.025

Из формулы (2.16) можно выразить, первоначально принятый коэффициент пропорциональности k через другие характеристики затухания:

$$k = 2m\delta / T = m\psi / T = m\gamma\omega = 2m\alpha = \gamma\sqrt{rm} \quad (2.17)$$

Таким образом, коэффициент k не является физической постоянной материала, и зависит от массы и жесткости конструкции.

Иногда силу сопротивления принимают пропорциональной массе или жесткости системы.

2.3.2. Без учета затухания. Если не учитывать затухания колебаний, т.е. принять $k=0$, то решение уравнения (2.5), будет иметь вид:

$$y = a_o \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.18)$$

$$\omega = \sqrt{r / m} = 1 / \sqrt{\delta_{11} m} = \sqrt{g / y_{cm}} \quad (2.19)$$

$$a_o = \sqrt{y_o^2 + (V_o / \omega)^2} \quad (2.20)$$

$$\varphi_0 = \arcsin(y_o / a_o) \quad (2.21)$$

При этом $y_{cm} = \delta_{11} Q$ – статическое перемещение системы от груза $Q=mg$.

Дифференцированием выражения (2.18) получаем формулы для скорости и ускорения гармонического колебания движения:

$$V = \dot{y} = a_o \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (2.22)$$

$$W = \ddot{y} = -a_o \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.23)$$

График свободных колебаний без учета затуханий, полученных на основе (2.18) представлен на рис. 2.6.

Величина a_0 характеризующая максимальное отклонение от положения статического равновесия называется *амплитудой колебаний*. Величина φ_0 является *начальной фазой колебаний*.

Решение уравнения (2.18) является периодической функцией с периодом T , выраженным формулой (2.11), т.е. для всех $t = t_1$, $t = t_1 + 2\pi / \omega$, ..., $t = t_1 + 2\pi n / \omega$ выражение (2.18) будет иметь одинаковое значение.

На рисунке 2.6 эта величина, имеющая размерность времени, показана отрезком времени, между двумя соседними однозначными амплитудами.

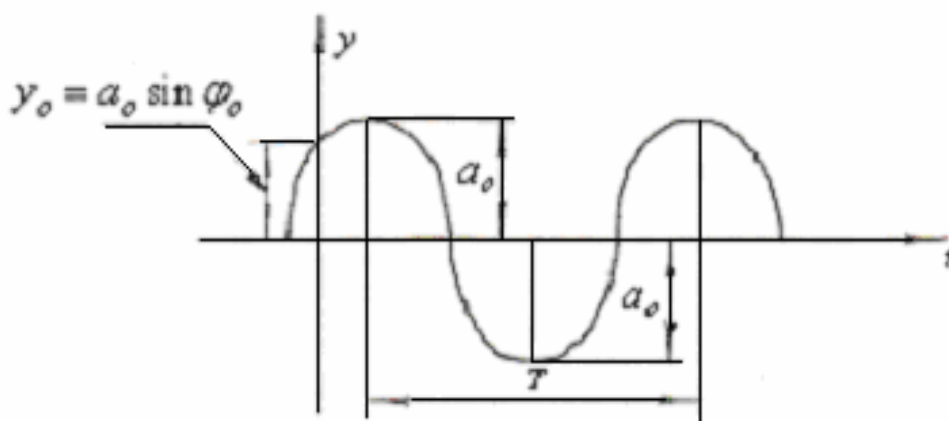


Рис.2.6.

Частота колебаний, т.е. число полных циклов колебаний за 1 сек, выражается в Герцах и определяется формулой:

$$f = 1 / T = \omega / (2\pi) \quad (2.24)$$

Из зависимости (2.19) видно, что частота уменьшается с увеличением статического прогиба упругой системы, т.е. с уменьшением её жесткости. Частота убывает также с увеличением массы.

Технической частотой n называют число колебаний в минуту. Формулы, связывающие ее с другими параметрами колебательного процесса таковы:

$$n = 60f = 60/T = 60\omega/2\pi = 30\omega/\pi =$$

$$= (30/\pi)\sqrt{981/y_{cm}} \approx 300/\sqrt{y_{cm}} \quad (2.25)$$

Учет затухания приводит к уменьшению частоты (2.7) свободных колебаний. Однако второй член под корнем этого выражения, как правило, во много раз меньше первого, поэтому можно считать, что это влияние – незначительно.

Более существенно величина частоты свободных колебаний системы (2.19) и (2.25) зависит от перемещения точки установки массы или от перемещения точки в месте падения груза, определяемых упругими параметрами системы.

2.3.3. Определение перемещений точки сооружений

В стержневых системах перемещение точки сооружения можно определять различными методами- непосредственным интегрированием, методом начальных параметров и т.д., но наиболее рациональным является использование универсального метода Мора. Этот метод позволяет определять перемещения в любых стержневых системах (как статически определимых, так и статически неопределимых), если материал подчиняется закону Гука.

Для определения перемещения этим методом необходимо составить выражение для определения внутренних сил для каждого участка от внешней нагрузки в виде:

$$M_{изг}^P = f(z_n), M_{кр}^P = f(z_n), N^P = f(z_n), Q^P = f(z_n).$$

Затем точка, в которой определяется перемещение, загружается единичной безразмерной силой, направление которой совпадает с направлением определяемого перемещения; при определении угла поворота поперечного сечения стержня, точки оси, через которую проходит сечение загружаются безразмерным моментом.

Далее составляются выражения для определения внутренних сил от безразмерной единичной нагрузки в виде:

$$\bar{M}_{изг} = f(z_n), \bar{M}_{кр} = f(z_n), \bar{N} = f(z_n), \bar{Q} = f(z_n)$$

где: «n»- порядковый номер участка.

Обычно перемещение точки обозначается через “Δ” или “у_{ст}” и определяется по формуле (или интегралу) Мора:

$$y_{cm} = \sum \int_0^{\ell} \frac{M_{изг}^P \bar{M}_{изг}}{EI} dz + \sum \int_0^{\ell} \frac{M_{кр}^P \bar{M}_{кр}}{GI_k} dz + \sum \int_0^{\ell} k \frac{Q^P \bar{Q}}{GF} dz + \sum \int_0^{\ell} \frac{N^P \bar{N}}{EF} dz \quad (2.26)$$

где: ℓ - длина участка, EI , GI_k , EF – соответственно жесткости стержня на данном участке при изгибе, кручении, сдвиге и растяжении; k - коэффициент, принимаемый по специальным таблицам в зависимости от формы сечения.

Знак " $\sum$ " показывает, что интегрирование проводится по каждому участку отдельно, а результат суммируется. Если, определяемое перемещение получается со знаком плюс, то это значит, что направление перемещения совпадает с принятым направлением единичной силы.

В системах, работающих на изгиб, как правило, пренебрегают влиянием на величину перемещения всех силовых факторов, кроме изгибающего момента $M_{изг}^P = M^P$, $\bar{M}_{изг} = \bar{M}$ и перемещение определяется по выражению:

$$y_{ст} = \sum \int_0^{\ell} \frac{M^P \bar{M}}{EI} dz \quad (2.27)$$

Если EI постоянно, в пределах некоторого участка, его можно вынести за знак интеграла.

В принципе, для определения перемещений методом Мора, построение эпюр внутренних сил от внешней нагрузки и от единичной силы необязательно, но если эпюры построены, то возможно графоаналитическое раскрытие интеграла Мора, по так называемому правилу Верещагина (табл. 2.2.).

Этот способ основывается на следующем выражении:

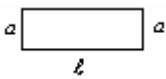
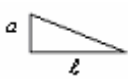
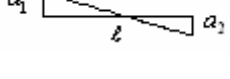
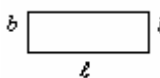
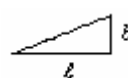
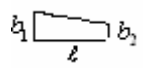
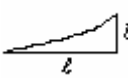
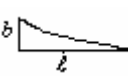
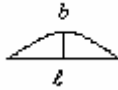
$$\int_0^{\ell} \frac{M^P \bar{M}}{EI} dz = \frac{F y}{EI} \quad (2.28)$$

где: F - площадь первой эпюры, y - ордината второй эпюры под центром тяжести первой.

Этот прием возможен если хотя-бы одна эпюра прямолинейна, что практически как правило выполняется, т.е. эпюра от единичной силы как правило прямолинейна. Если одна из эпюр криволинейная, то она обязательно "первая". Применение этого способа рационально при наличии специальной таблицы, т.е. таблицы интегралов Мора по Верещагину (табл.2.2).

Таблица интегралов Мора по Верещагину

Таблица 2.2.

	$\begin{array}{c} \overline{M}_1 \\ \hline M^P \end{array}$				
1		abl	$\frac{abl}{2}$	$\frac{(a_1 + a_2)bl}{2}$	$\frac{(a_1^2 - a_2^2)}{2(a_1 + a_2)}bl$
2		$\frac{abl}{2}$	$\frac{abl}{3}$	$\frac{bl}{6}(2a_1 + a_2)$	$\frac{bl}{6}(2a_1 - a_2)$
3		$\frac{abl}{2}$	$\frac{abl}{6}$	$\frac{bl}{6}(a_1 + 2a_2)$	$\frac{bl}{6}(a_1 - 2a_2)$
4		$\frac{(b_1 + b_2)l \cdot a}{2}$	$\frac{al}{6}(2b_1 + b_2)$	$\frac{l}{6}[2(a_1b_1 + a_2b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)]$	$\frac{l}{6}[2(b_1a_1 - b_2a_2) - (a_2b_1 - a_1b_2)]$
5		$\frac{b_1^2 - b_2^2}{2(b_1 + b_2)}al$	$\frac{al}{6}(2b_1 - b_2)$	$\frac{l}{6}[2(a_1b_1 - a_2b_2) - (a_1b_2 - a_2b_1)]$	$\frac{l}{6}[2(a_1b_1 + a_2b_2) - (b_1a_2 + a_1b_2)]$
6		$\frac{b la}{3}$	$\frac{bal}{12}$	$\frac{lb}{12}(3a_2 + a_1)$	$\frac{lb}{12}(-3a_2 + a_2)$
7		$\frac{b la}{3}$	$\frac{b la}{4}$	$\frac{lb}{12}(3a_1 + a_2)$	$\frac{lb}{12}(3a_1 - a_2)$
8		$\frac{2bal}{3}$	$\frac{2bal}{6}$	$\frac{2}{6}bl(a_1 + a_2)$	$\frac{2}{6}bl(a_1 - a_2)$

Если эпюры $M^P, \overline{M}$ расположены по одну сторону от оси, то результат перемещения берется со знаком плюс, значит, направление перемещений совпадает с направлением единичной силы.

В качестве примера подробно рассмотрим определение вертикального перемещения (т.е. статического прогиба) на примере следующих задач.

Пример 1. Найти частоту ω свободных (собственных) колебаний системы, приведенной на рис. 2.7а. Вес груза $Q=3$ тс, $\ell=1$ м.

Поперечное сечение стержня- двутавр №20, для которого $I_x = 1840 \text{ см}^4$, $W_x = 184 \text{ см}^3$. Собственный вес двутавра не учитывать.

Определяем статический прогиб балки в месте приложения груза, используя метод Мора-Верещагина. Строим эпюры от статического приложения силы Q . В системе всего один участок $0 \leq x_1 \leq \ell$, поэтому, эпюра изгибающего момента определяется как: $M^P = -Q \cdot x_1$ (рис.2.7б). Загружаем точку приложения груза единичной безразмерной силой $\bar{P} = 1$, тогда $\bar{M} = -\bar{P} \cdot x_1 = -1 \cdot x_1$ (рис.2.7в).

Определяем статический прогиб по формуле (2.27):

$$\begin{aligned} y_{cm} = \Delta_{cm} &= \frac{1}{EI_x} \int_0^{\ell} M^P \bar{M} dx_1 = \frac{1}{EI_x} \int_0^{\ell} (-Qx_1)(-1x_1) dx = \\ &= \frac{1}{EI_x} \int_0^{\ell} Qx_1^2 dx_1 = \frac{Qx_1^3}{3EI_x} \Big|_0^{\ell} = \frac{Q\ell^3}{3EI_x} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Учитывая модуль упругости стали $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$; момент инерции по сортаменту для двутавра №20 $I_x = 1840 \text{ см}^4$, получим для величины y_{ct} , определяемой с помощью (2.29), следующее значение:

$$y_{ct} = \frac{Q\ell^3}{3EI_x} = \frac{3000 \text{ кгс} \cdot (100 \text{ см})^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2 \cdot 1840 \text{ см}^4} \approx 0,27 \text{ см}$$

При этом эпюра M^P -представляет собой треугольник со сторонами 3 тсм и $\ell = 1 \text{ м}$ (рис.2.7.б), а эпюра $\bar{M}$ - треугольник со сторонами 1м и $\ell = 1 \text{ м}$ (рис.2.7.в).

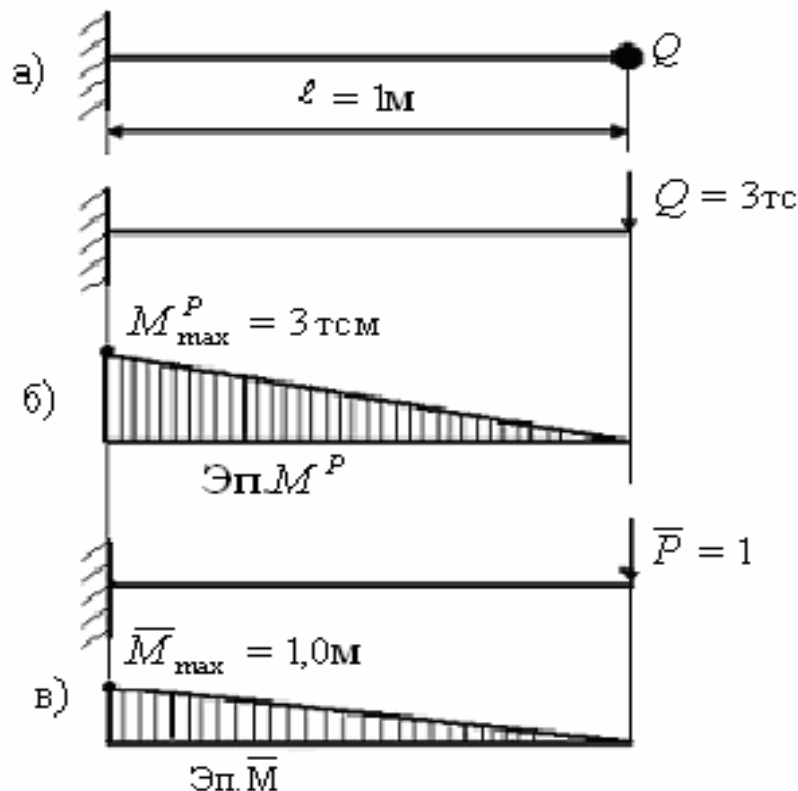


Рис.2.7.

Проверим этот результат, определив статический прогиб, перемножением этих эпюр (M^P и $\bar{M}$) по методу Мора-Верещагина по формуле 2.28), получим аналогичный результат. Для этого из таблицы 2.2, берем результаты перемножения двух треугольных эпюр, находящиеся в левой верхней графе таблицы:

$$y_{cm} = \int_0^l \frac{M^P \bar{M}}{EI_x} dx = \frac{a \cdot b \cdot \ell}{3EI_x} = \frac{M_{max}^P \bar{M}_{max} \cdot \ell}{3EI_x} = \frac{300000 \cdot 100 \cdot 100}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} = 0,27 \text{ см}$$

$$(M_{max}^P = Q \cdot \ell = 3000 \cdot 100 = 300000 \text{ кгссм}; \bar{M}_{max} = 100 \text{ см})$$

Частоту свободных колебаний системы (рис.2.7а) определяем с помощью формулы (2.19):

$$\omega = \sqrt{g / y_{cm}} = \sqrt{\frac{981}{0,27}} = 60,5 \text{ рад/сек}$$

Пример 2. Найти частоту свободных колебаний системы, приведенной на рис.2.8а. Вес груза, материал и поперечное сечение балки такие же, как и в предыдущем примере.

Определяем статический прогиб в месте установки груза Q , используя метод Мора-Верещагина, аналогично предыдущему примеру.

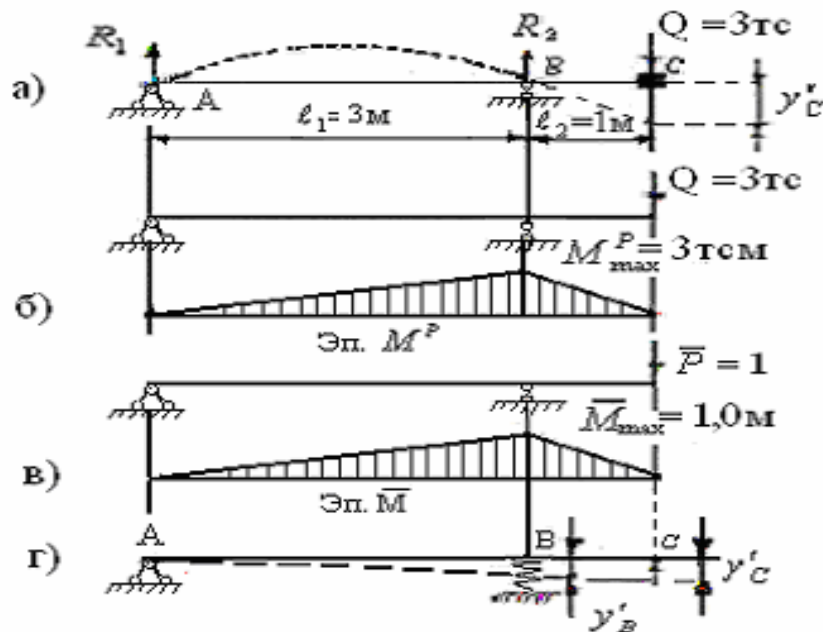


Рис.2.8

При $E=2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, $I_x = 1840 \text{ см}^4$, используя (рис.2.8б,в) и метод Мора-Верещагина (табл.2.2.) находим статический прогиб y_c'' в месте установки груза Q , т.е. в точке С:

$$y_c'' = \frac{M_{\text{vax}}^P \bar{M}_{\text{max}} \cdot \ell_1}{3EI_x} + \frac{M_{\text{max}}^P \bar{M}_{\text{max}} \cdot \ell_2}{3EI_x} =$$

$$= \frac{300000 \cdot 100 \cdot 100}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} + \frac{300000 \cdot 100 \cdot 300}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} = \frac{400}{2 \cdot 184} \approx 1,09 \text{ см}$$

Как видно из сравнения статических прогибов этой и предыдущей задач, жесткость системы на рис.2.8а меньше, чем жесткость балки на рис.2.7а.

Используя формулу (2.19) определим частоту свободных колебаний системы (рис.2.8а):

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{981}{1,07}} = 30 \text{ рад/сек}$$

Сравнение этого результата с предыдущим показывает, что уменьшение жесткости конструкции уменьшает частоту свободных колебаний системы. Частоту свободных колебаний можно уменьшить еще больше, заменив, например, правую жесткую опору пружиной (рис.2.8г) В этом случае, из-за осадки пружины точка установки груза переместится на величину y'_c , а общая величина статического прогиба будет определяться из выражения $y_{cm} = y'_c + y''_c$, где y''_c - перемещение точки установки груза Q от деформации балки, определенное выше, т.е. $y''_c = 1,09$ см. Принимая осадку пружины λ равную 1 см/тс, определим величину y'_c . Для этого из уравнения равновесия для моментов относительно точки A найдем R_2 , т.е:

$$\sum M_A = -R_2 \ell_2 + Q(\ell_1 + \ell_2) = 0,$$

откуда $R_2 = 4$ тс. Таким образом, осадка пружины составит:

$$y_B^I = \lambda R_2 = 1 \cdot 4 = 4 \text{ см}.$$

Из подобия треугольников

$$\frac{y_B^I}{\ell_2} = \frac{y'_c}{(\ell_1 + \ell_2)}; y'_c = \frac{y_B^I(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_2} = \frac{4 \cdot 4}{3} = 5,33 \text{ см, следовательно,}$$

$$y_{cm} = y'_c + y''_c = 5,33 + 1,09 = 6,42 \text{ см}.$$

В этом случае частота свободных колебаний (2.19) рассматриваемой системы (рис.2.8г) будет равна:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{981}{6,42}} = 12,4 \text{ рад/сек}$$

Как видно из этих результатов установка пружины на одной из опор позволила изменить частоту свободных колебаний.

Пример 3. Найти частоту свободных колебаний системы, приведенной на рис.2.9а.

Материал рамы - сталь. Момент инерции поперечного сечения ригеля и стойки $I_x = 2000 \text{ см}^4$. Вес груза $Q=3 \text{ тс}$, $h=6 \text{ м}$, $a=3 \text{ м}$, $b=3 \text{ м}$.

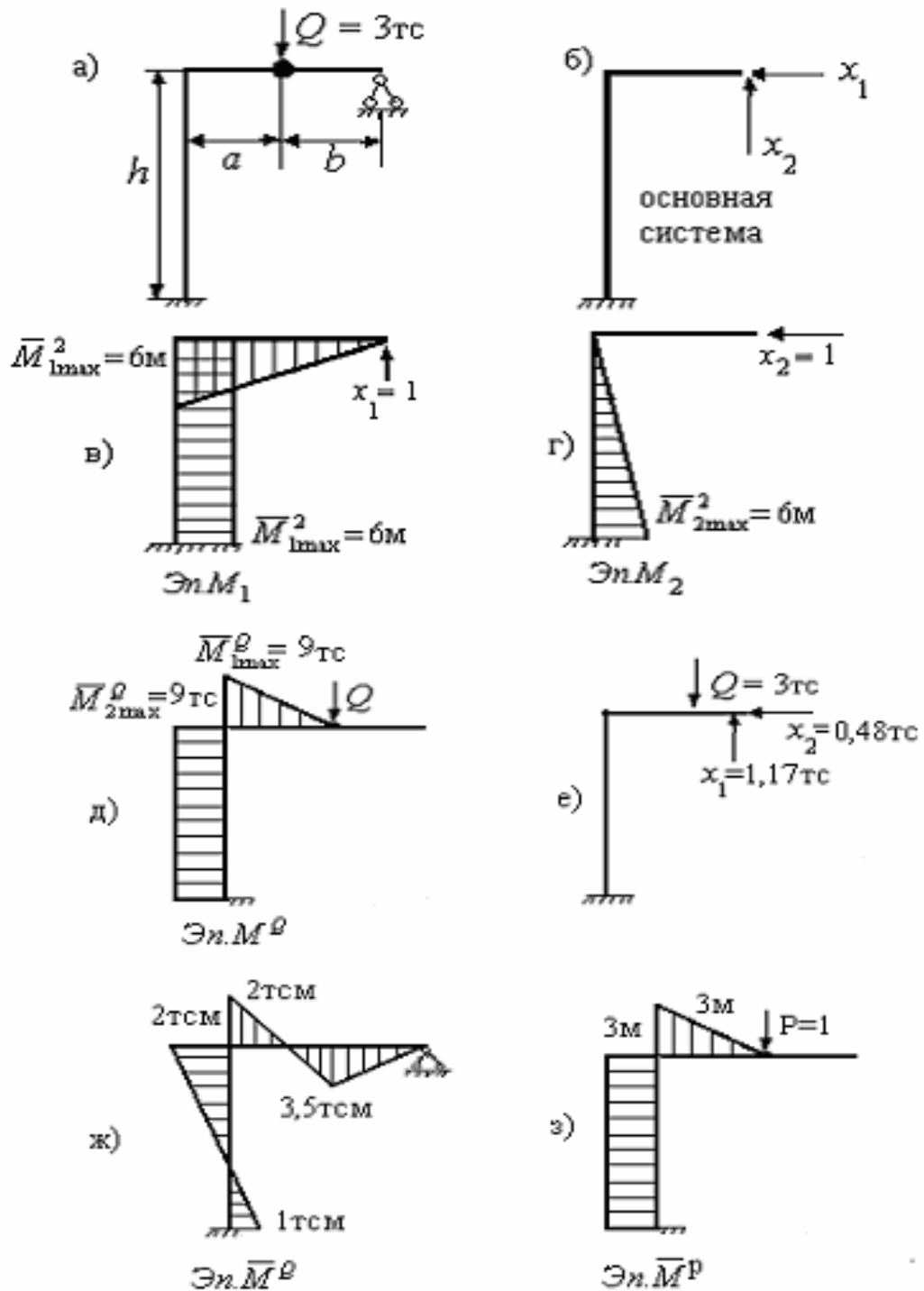


Рис.2.9.

Данная система 2 раза статически неопределима и для решения задачи, необходимо раскрыть ее статическую неопределимость.

Канонические уравнения для определения x_1, x_2 будут иметь вид:.

$$\left. \begin{aligned} x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} + \Delta_{1p} &= 0 \\ x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} + \Delta_{2p} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Для определения коэффициентов уравнений (2.30) строим эпюры изгибающих моментов от единичных сил (рис.2.9 в,г) и от внешней нагрузки (рис.2.9д) и перемножив эти эпюры по способу Мора-Верещагина, определяем:

Умножаем $\bar{M}_1$ на $\bar{M}_1$:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{EI_x} \left(\frac{(a+b)\bar{M}_{1max}^1 \bar{M}_{1max}^1}{3} + h \bar{M}_{1max}^2 \bar{M}_{1max}^2 \right) = \\ &= \frac{1}{EI_x} \left(\frac{(3+3) \cdot 6 \cdot 6}{3} + (6 \cdot 6 \cdot 6) \right) = \frac{288}{EI_x} \end{aligned}$$

Умножаем $\bar{M}_1$ на $\bar{M}_2$:

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI_x} \frac{h \cdot M_{2max}^2 \cdot 3M_{1max}^2}{6} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{2EI_x} = \frac{108}{EI_x}$$

Умножаем $\bar{M}_2$ на $\bar{M}_2$:

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI_x} \frac{h \cdot M_{2max}^2 \cdot M_{2max}^2}{3} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{3EI_x} = \frac{72}{EI_x}$$

Умножаем поочередно $\bar{M}_1$ и $\bar{M}_2$ на эпюру M^Q :

$$\begin{aligned}\Delta_{lp} &= \frac{1}{EI_x} \left(\frac{M_{lmax}^Q a \cdot \left(2 \cdot \bar{M}_{lmax}^I + \frac{M_{lmax}^I}{2} \right)}{6} + h M_{2max}^Q \bar{M}_{lmax}^I \right) = \\ &= \frac{1}{EI_x} \left(\frac{-9 \cdot 3 \cdot \left(2 \cdot 6 + \frac{6}{2} \right)}{6} + 6(-9) \cdot 6 \right) = -\frac{391,5}{EI_x} \\ \Delta_{2p} &= \frac{1}{EI_x} \frac{h M_{2max}^Q \cdot 3 M_{2max}^2}{6} = \frac{1}{EI_x} \cdot 6 \cdot \frac{(-9) \cdot 3 \cdot 6}{6} = -\frac{162}{EI_x}\end{aligned}$$

Подставляя эти значения в систему уравнений (2.30), сокращая на EI_x , получим:

$$\left. \begin{aligned} 288x_1 + 108x_2 - 391,5 &= 0 \\ 108x_1 + 72x_2 - 162 &= 0 \end{aligned} \right\} x_1 = \frac{391,5}{288} - \frac{108x_2}{288} \quad (2.31)$$

В результате решения (2.31) получим:

$$\begin{aligned} 108 \left(\frac{391,5}{288} - \frac{108}{288} x_2 \right) + 72x_2 - 162 &= 0, \\ 146,8 - 40,5x_2 + 72x_2 - 162 &= 0 \\ 31x_2 &= 15,2 \\ x_2 &= 0,483 \text{ тс} \\ x_1 &= \frac{391,5}{288} - \frac{108}{288} \cdot 0,483 = 1,36 - 0,375 \cdot 0,483 = 1,17 \text{ тс.} \end{aligned}$$

Загружаем основную систему внешней нагрузкой Q и определенными значениями x_1 и x_2 (рис.2.9 е) и строим окончательную эпюру $\bar{M}_{ок}^P$ (рис.2.10 ж). Как известно из курса “Строительная механика” для определения перемещения точки приложения сил Q в статически неопределимой системе необходимо построить эпюру $\bar{M}_{ок}^P$, а также эпюру $\bar{M}^P$, загрузив основную систему единичной силой P , приложенной

в той точке, перемещение которой определяется с использованием эпюр $\overline{M}_{ок}^P$ (рис.2.9ж) и $\overline{M}^P$ (рис.2.9з), т.е. перемножив их методом Мора-Верещагина (табл. 2.2). При этом, основная система (О.С.) может быть любой, не совпадающей с той, которая использовалась при расчете.

Статический прогиб в месте установки груза Q будет:

$$y_{cm} = \frac{3 \cdot 3}{6EI_x} [2 \cdot 2 - 2,5] + \frac{6}{6EI_x} [2(2 \cdot 3 - 3 \cdot 1) - 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2] = \frac{11,25 \text{ м}^3}{EI_x} =$$

$$= \frac{11250 \cdot 10^6 \text{ кгссм}^3}{2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2 \cdot 2000 \text{ см}^4} = 2,82 \text{ см}$$

Соответственно, частота свободных колебаний системы (рис.2.9а) получится равной:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{981}{2,82}} = 18,7 \text{ рад/сек}$$

2.4. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы

Вынужденными называются колебания механической системы, на массу которой кроме восстанавливающей силы, силы сопротивления и силы инерции действует ещё одна сила, изменяющаяся во времени.

Наибольшее практическое значение для расчета сооружений имеет гармоническая нагрузка, т.е. сосредоточенная сила, изменяющаяся во времени по закону

$$P(t) = P \sin \theta \cdot t, \quad (2.32)$$

где: P – амплитуда возмущающей силы; θ – круговая частота возмущающей силы.

По гармоническим законам изменяются вертикальная (P_y) и горизонтальная (P_x) составляющие центробежной силы, возникающие при наличии неуравновешенной массы m (рис.2.10) равномерно вращающейся части машины (рис.2.11).

Если к системе с одной степенью свободы, например к балке, рассмотренной §2.3 (рис.2.4), приложена гармоническая возмущающая сила $P(t)$ (рис.2.11), то кроме сил R , F , Y в уравнении динамического равновесия войдет еще сила $P(t)$ и тогда вместо однородного уравнения (2.5.) получим неоднородное дифференциальное уравнение с правой частью

$$\ddot{y} + \frac{k}{m} \dot{y} + \frac{r}{m} y = \frac{P}{m} \sin \theta \cdot t \quad (2.33)$$

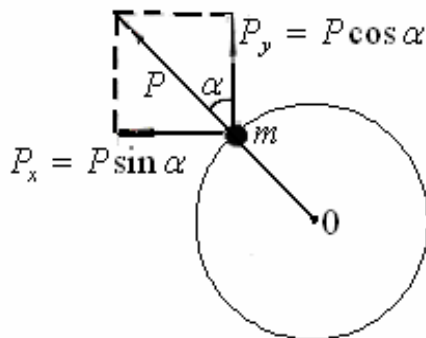


Рис.2.10

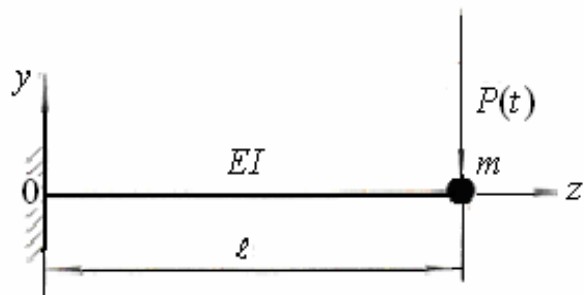


Рис.2.11

Полное решение этого уравнения состоит из общего решения соответствующего однородного уравнения (2.5) и частного решения уравнения (2.33.):

$$y = a_0 e^{-kt/2m} \sin(\omega t + \varphi_0) + \mu y_{CT} \sin(\theta t - \varepsilon) \quad (2.34)$$

Первый член этого уравнения выражает свободные колебания, а второй - вынужденные.

Как было показано выше, свободные колебания с частотой ω быстро затухают благодаря силам сопротивления и тогда устанавливаются колебания с частотой θ .

Во второе слагаемое выражение (2.34) входят следующие величины: ε - сдвиг фазы вынужденных колебаний по отношению к колебаниям возмущающей силы

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{k}{m} \cdot \theta}{\omega^2 - \theta^2} \right) \quad (2.35)$$

а также μ - динамический коэффициент гармонической нагрузки или коэффициент нарастания колебаний, показывающий во сколько раз её динамическое действие превышает статическое

$$\mu = \left| \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{k\theta}{m\omega^2}\right)^2}} \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(\gamma \frac{\theta}{\omega}\right)^2}} \right| \quad (2.36)$$

Явление, при котором частота возмущающей силы θ совпадает с частотой собственных колебаний ω конструкции называется резонансом. При этом амплитуда вынужденных колебаний растёт и становится недопустимо большой даже при очень малой величине возмущающей силы. Сопротивление системы γ при этом ограничивают амплитуду колебаний при резонансе, тем не менее, увеличение амплитуд в этом случае может быть достаточно большим. Поэтому, при проектировании сооружений, необходимо «не приближаться» к резонансной области, как это будет показано ниже. В отдельных случаях явление резонанса играет положительную роль, например, при уплотнении сред вибрированием, в радиоэлектронике, в музыкальных инструментах и т.д.

Амплитуда вынужденных колебаний и динамические коэффициенты, благодаря затуханию, уменьшаются и даже при резонансе, при совпадении частот собственных и вынужденных колебаний, остаются конечными, хотя могут оказаться опасными.

При совпадении частот ($\theta = \omega$) из выражения (2.36) получаем:

$$\mu = \frac{1}{\gamma} = \frac{2\pi}{\psi} = \frac{\pi}{\delta} \quad (2.37)$$

Наибольшего значения динамический коэффициент достигает при

$$\left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2 = 1 - \frac{\gamma^2}{2} \quad (2.38)$$

т.е.

$$\mu_{MAX} = \frac{1}{\left(\frac{\gamma}{2}\right)\sqrt{4-\gamma^2}} \quad (2.39)$$

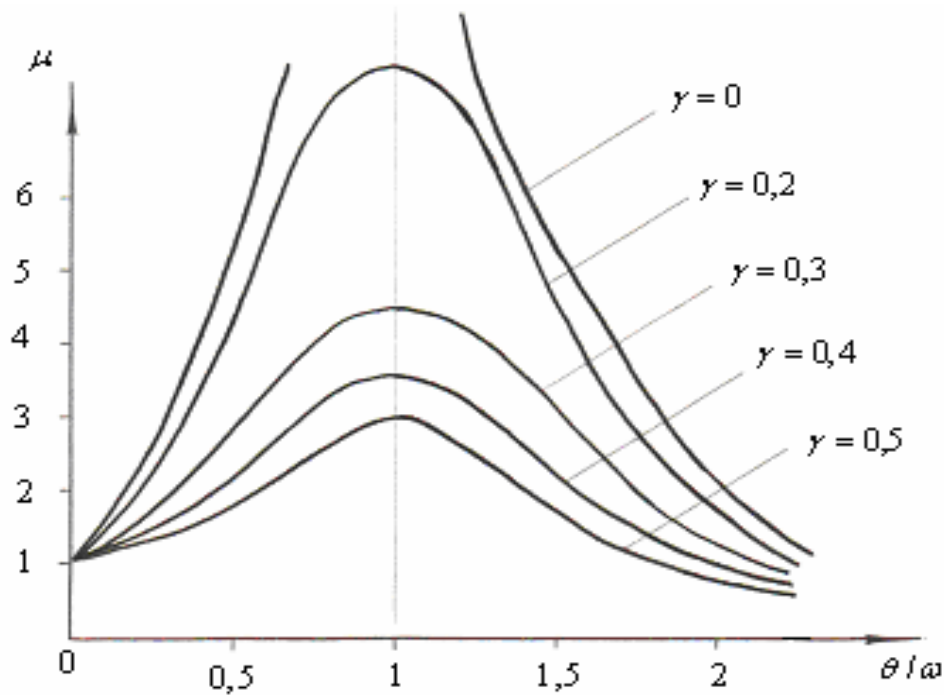


Рис.2.12

Однако разница между результатами по выражениям (2.37) и (2.39) очень мала. График коэффициента μ при различном значении затуханий, т.е. γ показан на рис.2.12. При этом, значения γ превышают табличные данные.

Таким образом, при резонансе амплитуда вынужденных колебаний обратно пропорциональна логарифмическому декременту колебаний. Сдвиг же фазы колебаний по отношению к возмущающей силе составляет при этом $\varepsilon = -\pi / 2$, т.е. 1,4 периода.

При очень большом коэффициенте поглощения $\psi > 4\pi$, например, при колебаниях в вязкой жидкости, частота ω по формуле (2.7), может получиться мнимой. Это означает, что колебаний не будет, что упругая система, выведенная из положения равновесия, медленно вернется в это состояние.

При $k=0$, т.е. без учета затухания, формула (2.36) получает следующий вид:

$$\mu = \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega} \right)^2} \right| \quad (2.40)$$

Однако это выражение оказывается недостаточно точным в области близкой к резонансу, для которой особенно велико влияние затухания. При равенстве частот $\theta = \omega$ формула приводит к значениям $\mu = \pm\infty$, которые в действительности не могут быть достигнуты. Величина динамического коэффициента (2.40) быстро уменьшается при удалении соотношения частот $\frac{\theta}{\omega}$ в обе стороны от единицы.

Приняв частоту $\theta=200$ рад/сек определим из (2.40) величину μ при $\omega=100, 200, 300, 400, 500$ рад/сек, соответственно:

$$\omega = 100 \text{ рад/сек} : \quad \mu = \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{200}{100} \right)^2} \right| = 0,33;$$

$$\omega = 200 \text{ рад/сек} : \quad \mu = \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{200}{200} \right)^2} \right| = \infty,$$

$$\omega = 300 \text{ рад/сек} : \quad \mu = \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{200}{300} \right)^2} \right| = 1,8;$$

$$\omega = 400 \text{ рад/сек} : \quad \mu = \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{200}{400} \right)^2} \right| = 1,33$$

$$\omega = 500 \text{ рад/сек} : \quad \mu = \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{200}{500} \right)^2} \right| = 1,19 \quad \text{и т.д.}$$

Эти результаты совпадают с результатами, приведенными на рис.2.12.

Особенностью вынужденных колебаний при резонансе является то, что перемещения сдвинуты по фазе на $\omega T / 4 = \pi / 2$ относительно возмущающей силы, т.е. перемещения, достигают наибольшей величины в те моменты, когда эта сила обращается в нуль.

При $\theta > \omega$ величина μ в уравнении (2.40) меньше 0, поэтому она выбирается по модулю. В этом случае, колебания возмущающей силы и самой массы направлены противоположно.

Пример 4. Определить динамический коэффициент, амплитуду вынужденных колебаний, наибольшие, нормальные напряжения в балке и оценить прочность системы, рассмотренной в примере 1 (рис.2.7.), если сосредоточенный груз $Q=3$ тс является двигателем с частотой вращения 400 об/мин, дающим вертикальную составляющую центробежной силы $P(t) = P \sin \theta t$. При этом $P=0,8$ тс. Найти также величину динамического коэффициента μ при резонансе.

Частота свободных колебаний была найдена в примере 1 и равна, $\omega = 60,5 \text{ рад/сек}$. Частота вынужденных колебаний θ определяется согласно (2.25) по формуле

$$\theta = \frac{n\pi}{30}; \quad \theta = 400 \cdot \pi / 30 = 41,9 \text{ рад / сек}$$

Так как балка стальная, а амплитуда вертикальной составляющей центробежной силы превышает $P > 100$ кгс, то по таблице 2.1 коэффициент неупругого сопротивления материала принимается $\gamma = 0,025$.

Динамический коэффициент определяется по формуле (2.36):

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(\gamma \frac{\theta}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{41,9^2}{60,5^2}\right)^2 + \left(\frac{0,025 \cdot 41,9}{60,5}\right)^2}} = 1,91$$

Динамический коэффициент по выражению (2.40):

$$\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{41,9}{60,5}\right)^2} = 1,92$$

Таким образом, учет затухания при отсутствии резонанса почти не изменил величину динамического коэффициента. При резонансе же (т.е. при $\theta = \omega$) с учетом затухания по выражению (2.37) получим :

$$\mu = 1 / \gamma = 1 / 0,025 = 40$$

Следовательно, хотя с учетом затухания динамический коэффициент при резонансе и не получается бесконечно большим, он все же оказывается весьма высоким. Это заставляет избегать в конструкциях явления резонанса.

Статический прогиб от силы $P=0,8$ тс найдем, используя результаты примера 1, где статический прогиб при $Q=3$ тс составил $y_{ст} = 0,27$ см :

$$\frac{y_{ст}^P}{P} = \frac{y_{ст}}{Q},$$

$$y_{ст}^P = \frac{y_{ст} \cdot P}{Q} = \frac{0,27 \cdot 0,8}{3} = 0,072 \text{ см}$$

Динамический прогиб $y_{дин}$ равен:

$$y_{дин} = \mu y_{ст} = 1,92 \cdot 0,072 = 0,138 \text{ см}$$

Полный прогиб балки или наибольшая динамическая амплитуда будет равна статическому прогибу от силы Q плюс динамический прогиб от силы P :

$$y_{пол} = y_{дин} + y_{ст} = 0,138 + 0,27 = 0,408 \text{ см}$$

Наибольший изгибающий момент с учетом динамического действия силы P

$$M_{max}^{\partial} = (Q + \mu P) \ell = (3 + 1,92 \cdot 0,8) 1,0 = 4,536 \text{ тсм} = 453600 \text{ кгссм}$$

Наибольшие нормальные динамические напряжения в опасном поперечном сечении балки:

$$\sigma_{max}^{\partial} = M_{max}^{\partial} / W_x = 453600 / 184 = 2465,2 \text{ кгс/см}^2 > [\sigma] = 1600 \text{ кгс/см}^2$$

В случае же когда двигатель не работает:

$$M_{max}^{ст} = Q \cdot \ell = 3 \text{ тс} \cdot 1,0 \text{ м} = 300000 \text{ кгссм}$$

$$\sigma_{max}^{ст} = \frac{M_{max}^{ст}}{W_x} = 300000 / 184 = 1630 \text{ кгс/см}^2 \approx [\sigma]$$

Таким образом, наличие динамической нагрузки, даже при отсутствии резонанса, может привести к сильному увеличению напряжений в сооружении по сравнению со статическими. В данном случае прочность балки в динамическом режиме работы не обеспечена, т.к. $\sigma^{\partial} > [\sigma]$.

При расчете конструкции на статическую нагрузку, снижение максимальных напряжений до уровня, допускаемых решалось простым увеличением размеров поперечного сечения, т.е. увеличением номера двутавра.

При динамическом действии нагрузки задача усложняется, так как одновременно с увеличением номера двутавра уменьшается статический прогиб, а следовательно, изменяется частота собственных колебаний, что в свою очередь может ввести конструкцию в резонанс. Поэтому, при динамическом расчете удобнее решать обратную задачу, определив

сначала размеры поперечного сечения конструкции, при котором она (конструкция) входит в резонансный режим.

Для предыдущей задачи это произойдет при $\omega = 41,9$ сек. Таким образом, из выражения (2.19) $\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{ст}}}$ определим $y_{ст}$, т.е. из $41,9 = \sqrt{\frac{981}{y_{ст}}}$ следует $y_{ст} = 0,56$ см. При этой величине статического прогиба, система входит в резонансный режим. Из выражения (2.29) $y_{ст} = \frac{Q\ell^3}{3EI_x}$ определяем I_x :

$$I_x = \frac{Q\ell^3}{3EY_{ст}} = \frac{3000 \text{ кгс} \cdot (100 \text{ см})^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2 \cdot 0,56 \text{ см}} = 893 \text{ см}^4$$

Из сортамента выбираем двутавр №18, для которого $I_x = 1290 \text{ см}^4$, $W_x = 143 \text{ см}^3$. Следовательно, изменение размеров поперечного сечения балки в данном случае надо вести, увеличивая номер двутавра.

Как показывает анализ решения конкретных задач, влияние динамического коэффициента существенно сказывается в диапазоне изменения частоты собственных колебаний $\omega = (0,7 \div 1,4)\theta$, т.е. для рассматриваемой конструкции безопасная, с точки зрения не вхождения в резонанс частота собственных колебаний составляет $\omega = 1,4 \cdot 41,9 = 58,5$ сек.

Величина статического прогиба при этом, согласно (2.19) составляет:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{ст}}}, \quad y_{ст} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{981}{58,5^2} = 0,29 \text{ см},$$

а т.к. $y_{ст} = \frac{Q\ell^3}{3EI_x}$, то необходимая величина I_x равна:

$$I_x = \frac{Q\ell^3}{3E y_{ст}} = \frac{3000 \cdot 100^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0,29} = 1724 \text{ см}^4,$$

Такой момент инерции соответствует двутавру №20. Из этого следует, что необходимое увеличение размеров поперечного сечения не приведет

к увеличению динамического коэффициента. Поэтому принимаем двутавр №24 для которого с $I_x = 3460 \text{ см}^4$, $W_x = 289 \text{ см}^3$.

Для двутавровой балки №24 статический прогиб будет равен

$$y_{\text{ст}} = \frac{Q\ell^3}{3EI_x} = \frac{3000 \cdot 100^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3460} = 0,145 \text{ см}$$

Определяем собственную частоту для балки №24

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{\text{ст}}}} = \sqrt{\frac{981}{0,145}} = 82,3 \text{ рад/сек}$$

и динамический коэффициент

$$\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{41,9}{82,3}\right)^2} = 1,35.$$

$$M_{\text{max}}^{\partial} = (Q + \mu P)\ell = (3,0 + 1,35 \cdot 0,8) \cdot 1,0 = 4,08 \text{ тсм} = 408000 \text{ кгс} \cdot \text{см}$$

$$\sigma_{\text{max}}^{\partial} = \frac{M_{\text{max}}^{\partial}}{W_x} = \frac{408000}{289} = 1412 \text{ кгс/см}^2 < [\sigma].$$

Для уточнения результатов можно повторить расчет для двутавра №22 с характеристикой $I_x = 2550 \text{ см}^4$, $W_x = 232 \text{ см}^3$.

$$y_{\text{ст}} = \frac{Q\ell^3}{3EI_x} = \frac{3000 \cdot (100)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2550} = 0,196 \text{ см};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{\text{ст}}}} = \sqrt{\frac{981}{0,196}} = 70,7 \text{ рад/сек};$$

$$\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{41,8}{70,7}\right)^2} = 1,54;$$

$$M_{\text{max}}^{\partial} = (Q + \mu P) \cdot \ell = (3,0 + 1,54 \cdot 0,8) \cdot 1,0 = 4,232 \text{ тсм} = 423200 \text{ кгс} \cdot \text{см};$$

$$\sigma_{\text{max}}^{\partial} = \frac{M_{\text{max}}^{\partial}}{W_x} = \frac{423200}{232} = 1824 \text{ кгс/см}^2 > [\sigma] = 1600 \text{ кгс/см}^2$$

Расчет, проведенный для двутавра №22, для которого $\sigma^{\partial} > [\sigma]$, еще раз подтверждает, необходимость использования для данной конструкции двутавра №24.

Пример 5. На заданной раме (рис.2.13) установлен двигатель, весом $Q=6$ тс, делающий $n=500$ об/мин. Величина вертикальной составляющей неуравновешенной силы $P(t)=P\sin\theta t$, $P=2$ тс. Оценить прочность конструкции и подобрать необходимый номер двутавра.

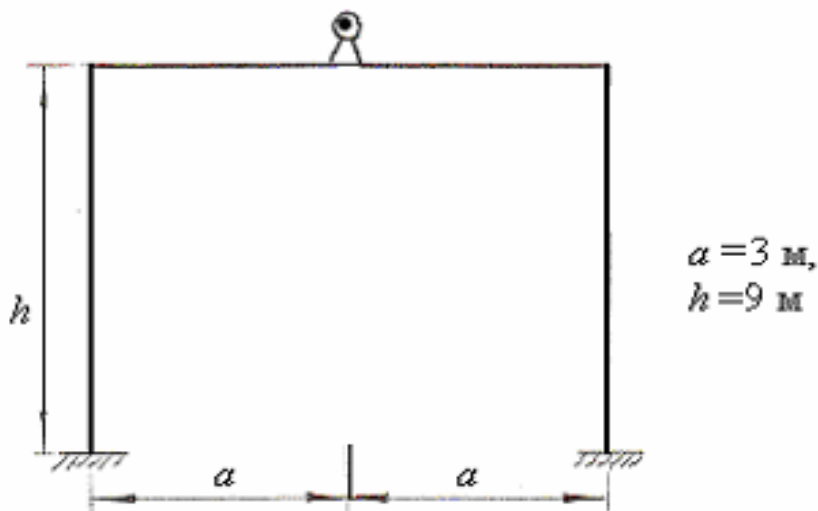


Рис.2.13

Определяем круговую частоту вынужденных колебаний, создаваемых двигателем:

$$\theta = \frac{\pi n}{30} = \frac{3.14 \cdot 500}{30} = 52 \text{ рад/сек}$$

Для определения частоты собственных колебаний рамы $\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{\text{ст}}}}$,

необходимо определить $y_{\text{ст}}$. Для этого сначала раскроем статическую неопределимость рамы и построим эпюру $M_{\text{ок}}$. Рассматриваемая рама 3 раза статически неопределима, поэтому система канонических уравнений будет иметь вид:

$$x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} + x_3 \delta_{13} + \Delta_{1p} = 0$$

$$x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} + x_3 \delta_{23} + \Delta_{2p} = 0$$

$$x_1 \delta_{31} + x_2 \delta_{32} + x_3 \delta_{33} + \Delta_{3p} = 0$$

Для упрощения системы уравнений выбираем симметричную основную систему (О.С.) (рис.2.14а)

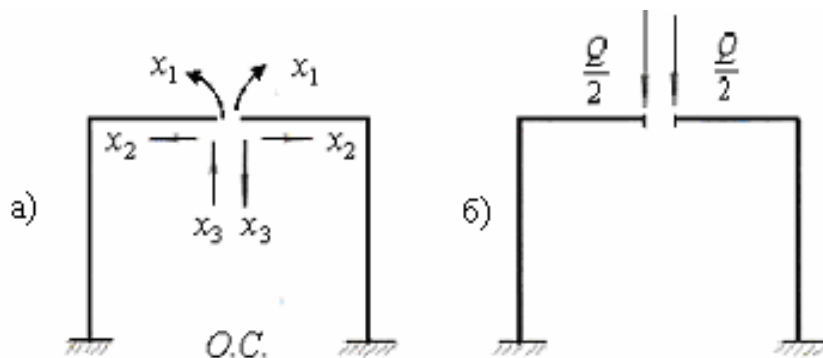


Рис.2.14

Внешнюю статическую нагрузку, вес двигателя представим разделенной на две половины ($Q/2$) по обе стороны от разреза (рис.2.14б).

Как известно из курса «Строительная механика» при симметричной нагрузке кососимметричные неизвестные (в данном случае x_3) равны нулю и система канонических уравнений преобразуется к виду:

$$\left. \begin{aligned} x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} + \Delta_{1p} &= 0 \\ x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} + \Delta_{2p} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Строим эпюры изгибающих моментов от единичных сил ($x_1=1$, $x_2=1$) и внешней нагрузки $\frac{Q}{2} = 3 \text{ тс}$ (рис.2.15) и перемножаем их по методу Мора-Верещагина.

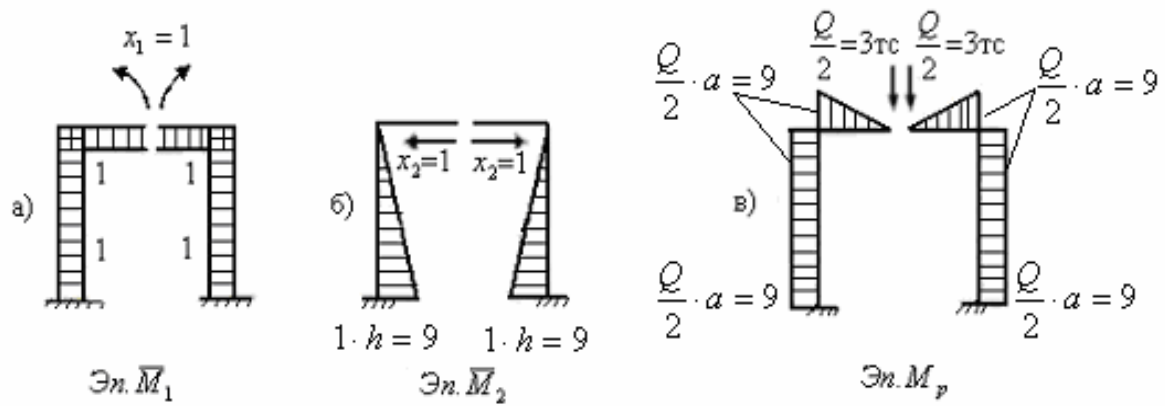


Рис.2.15

$$\delta_{11} = 2 \left(\frac{1 \cdot a \cdot 1}{EI_x} + \frac{1 \cdot h \cdot 1}{EI_x} \right) = 2 \left[\frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{EI_x} + \frac{1 \cdot 9 \cdot 1}{EI_x} \right] = \frac{24}{EI_x}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = 2 \left[\frac{h \cdot h \cdot 1}{2EI_x} \right] = 2 \left[\frac{9 \cdot 9 \cdot 1}{2EI_x} \right] = \frac{81}{EI_x}$$

$$\delta_{22} = 2 \left[\frac{h \cdot h \cdot h}{3EI_x} \right] = 2 \frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{3EI_x} = \frac{486}{EI_x}$$

$$\Delta_{1p} = -2 \left[\frac{Q/2 \cdot a \cdot a \cdot 1}{2EI_x} + \frac{Q/2 \cdot a \cdot h \cdot 1}{EI_x} \right] = -2 \left[\frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1}{2EI_x} + \frac{3 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 1}{EI_x} \right] = -\frac{189}{EI_x}$$

$$\Delta_{2p} = -2 \left[\frac{h \cdot h \cdot Q/2 \cdot a}{2EI_x} \right] = -2 \left[\frac{9 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 3}{2EI_x} \right] = -\frac{729}{EI_x}$$

Подставляя значения перемещений в систему канонических уравнений, сокращая на $\frac{1}{EI_x}$, получим систему уравнений для определения (x_1, x_2) :

$$\left. \begin{aligned} 24x_1 + 81x_2 - 189 &= 0 \\ 81x_1 + 486x_2 - 729 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad x_1 = \frac{189}{24} - \frac{81}{24}x_2; \quad 81 \left(\frac{189}{24} - \frac{81}{24}x_2 \right) + 486x_2 = 0$$

Откуда, $x_1=6,4$; $x_2=0,43$.

Умножаем на величину $x_1=6,4$ эпюры от $x_1=1$ (рис.2.15а) и на величину $x_2=0,43$ эпюры от $x_2=1$ (рис.2.15б) и получаем эпюры (рис.2.16а,б). Складывая эпюры (рис.2.16а,б) с эпюрой M_p (рис.2.15в) получаем окончательную эпюру от статически приложенной нагрузки $M_{ок}$ (рис.2.16в) .

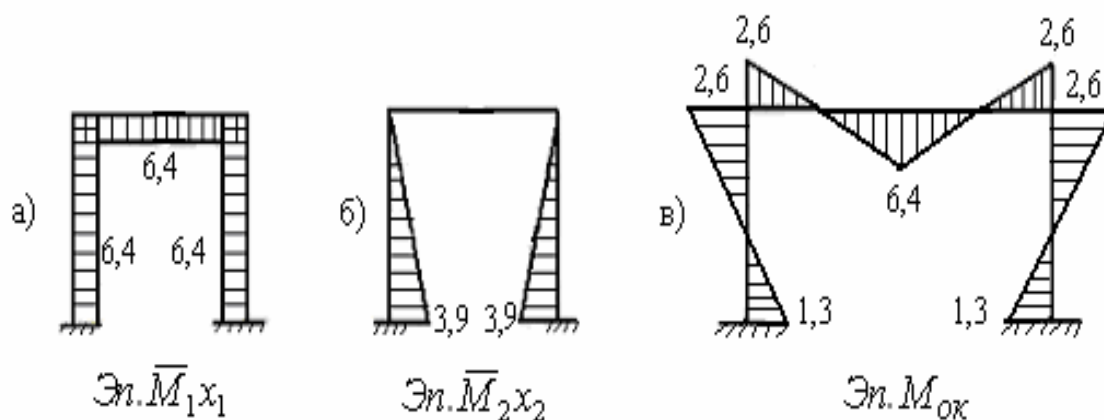


Рис.2.16

Для определения статического прогиба рамы в месте установки двигателя загружаем новую основную систему (рис.2.17а) единичной силой и строим эпюру M_p от этой силы (рис.2.17.б). Перемножаем эпюру M_p (рис.2.17б) с эпюрой $M_{ок}$ (рис.2.16в или рис.2.18) и получим статический прогиб в месте установки двигателя:

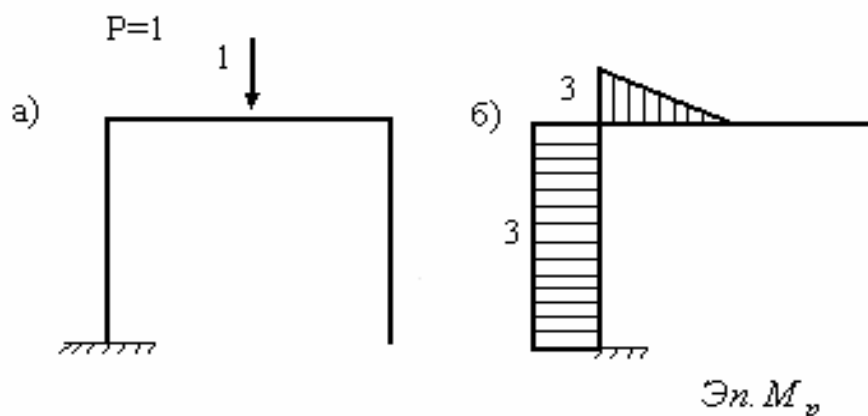


Рис.2.17.

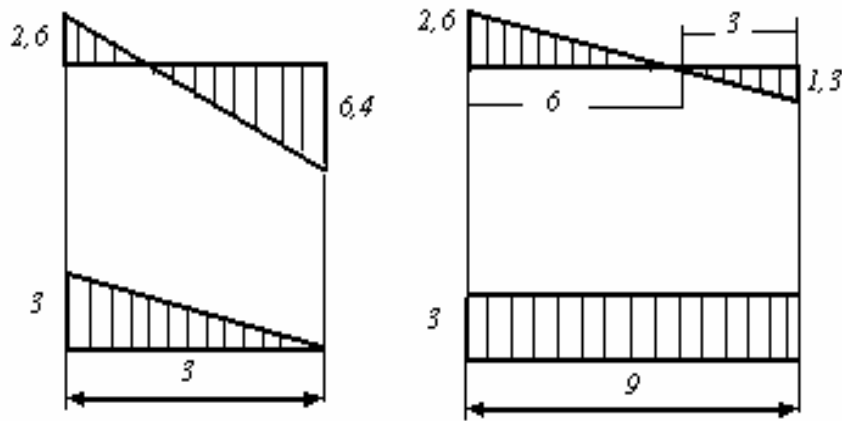


Рис.2.18

$$y_{\text{ст}} = \frac{3 \cdot 3}{6EI_x} [2 \cdot 2,6 - 6,4] + \frac{2,6 \cdot 6 \cdot 3}{2EI_x} - \frac{1,3 \cdot 3 \cdot 3}{2EI_x} = -\frac{1,8}{EI_x} + \frac{23,5}{EI_x} - \frac{5,85}{EI_x} = \frac{19,45 \text{ тсм}^3}{EI_x}$$

Резонансный режим наступает при $\omega = \theta$ или $\sqrt{\frac{g}{y_{\text{ст}}^{\theta}}} = \theta$,

следовательно резонанс наступит при величине статического прогиба :

$$y_{\text{ст}}^{\theta} = \frac{g}{\theta^2} = \frac{981}{(52,3)^2} \approx 0,36 \text{ см.}$$

Приравниваем эту величину к $y_{\text{ст}}$ и находим для данной рамы находим значение I_x , при котором может возникнуть резонанс, т.е.

$$y_{\text{ст}} = y_{\text{ст}}^{\theta} :$$

$$y_{\text{ст}} = \frac{19,45 \text{ тсм}^3}{EI_x} = y_{\text{ст}}^{\theta} = 0,36, \text{ откуда}$$

$$I_x = \frac{19,45 \text{ тсм}^3}{0,36 \cdot E} = \frac{19450 \cdot 10^6 \text{ кгсм}^3}{0,36 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2} = 27000 \text{ см}^4$$

Такому значению соответствует двутавр №45 с моментом инерции $I_x = 28000 \text{ см}^4$ и моментом сопротивления $W_x = 1640 \text{ см}^3$.

Максимальное статическое напряжение возникает в сечениях двутавра № 45, где максимальный изгибающий момент будет равен:

$$M_{ст}^{max} = M_{ст} = 6,4 \text{ тсм}$$

$$\sigma_{cm} = \frac{M_{ст}}{W_x} = \frac{6,4 \text{ тсм}}{1640 \text{ см}^3} = \frac{640000 \text{ кгссм}}{1640 \text{ см}^3} = 390 \text{ кгс/см}^2 < [\sigma]$$

Из этого можно сделать вывод, что для выхода из резонансного режима можно не увеличивать, а наоборот, уменьшать номер двутавра, увеличивая тем самым статический прогиб. Как указывалось выше «безопасной» частотой будет: $\omega = 0,7\theta$, т.е. $\omega = 0,7 \cdot 52,3 = 36,5$ рад/сек.

Такая частота возникает при статическом прогибе

$$y_{ст} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{981}{(36,5)^2} = 0,74 \text{ см, для которого момент инерции будет равен}$$

$$I_x = \frac{19,45 \text{ тсм}^3}{E y_{ст}} = \frac{19450 \cdot 10^6 \text{ кгссм}^3}{2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2 \cdot 0,74 \text{ см}} = 13100 \text{ см}^4,$$

что соответствует двутавру №32, у которого момент сопротивления равен $W_x = 706 \text{ см}^3$.

При этом динамический коэффициент колебаний будет равен:

$$\mu = \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{\theta}{\omega} \right)^2 \right|} = \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{52,3}{36,5} \right)^2 \right|} = 0,96$$

Максимальный изгибающий момент неуравновешенной силы P можно определить из следующего выражения

$$M_{max}^P = \frac{M_{ст}^{ст} P}{Q} = \frac{6,4 \cdot 2}{6} = 2,13 \text{ тсм.}$$

Определяем динамическое напряжение в системе (рис.2.13). При этом, динамический изгибающий момент равен моменту от статической силы Q и моменту от неуравновешенной силы P , умноженному на динамический коэффициент μ т.е.:

$$M_{max}^{\partial} = M_{max}^{ст} + \mu M_{max}^P = 6,4 + 0,96 \cdot 2,13 = 8,4 \text{ тсм}$$

Динамическое напряжение будет:

$$\sigma_{max}^{\partial} = \frac{M_{max}^{\partial}}{W_x} = \frac{8,4 \text{ тсм}^3}{706 \text{ см}^3} = \frac{840000 \text{ кгсм}}{706 \text{ см}^3} = 1200 \text{ кгс/см}^2 < [\sigma]$$

Таким образом, для рамы (рис.2.13) при использовании двутавра №32 необходимая динамическая прочность обеспечена, т.к. $\sigma_{max}^{\partial} < [\sigma]$.

2.5. Действие импульсивных возмущающих нагрузок на систему с одной степенью свободы

2.5.1 Внезапно приложенная возмущающая сила постоянной величины. Если к упругой системе (рис.2.4), находящейся в состоянии покоя, в момент времени t_0 прикладывается возмущающая сила $P(t)=P$, то уравнение динамического равновесия без учета затухания для $t > t_0$ будет:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = P / m \quad (2.41)$$

Полное решение этого уравнения, включающее свободные и вынужденные колебания системы при $t_0 = 0$, имеет следующий вид:

$$y = a \sin(\omega t + \varphi_0) + [P / (m \omega^2)] (1 - \cos \omega t) \quad (2.42)$$

Здесь согласно (2.20) $\omega^2 = \frac{1}{\delta_{11} m}$, а $y_{ст} = \frac{P}{m \omega^2}$, поэтому,

динамический коэффициент силы P при вынужденных колебаниях будет:

$$\mu = 1 - \cos \omega t \quad (2.43)$$

Наибольшее значение коэффициента μ при $\omega_n = \pi, 3\pi \dots (2n-1)\pi$ будет $\mu_{MAX} = 2$.

На рис.2.15 показан график колебательного движения упругой системы под действием приложенной силы P .

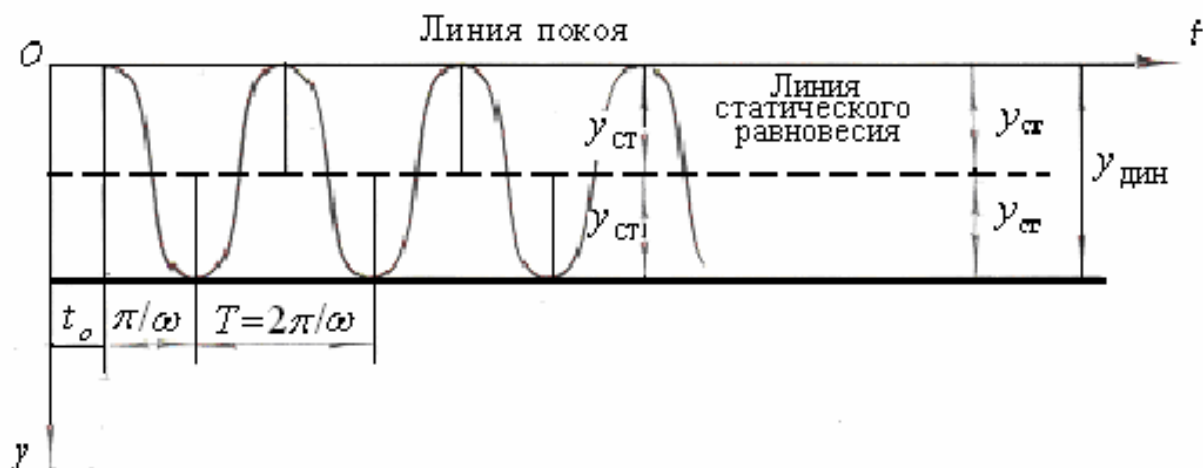


Рис.2.19

2.5.2. Внезапно приложенная и внезапно прекратившая своё действие сила постоянной величины. Пусть сила P прикладывается внезапно в момент времени t_0 и сохраняет постоянное значение в течении периода T_p .

Для периода $t_0 < t < (t_0 + T_p)$ справедливо предыдущее решение, а в дальнейшем при $t > t_0 + T_p$, т.е. после прекращения действия силы P , система будет совершать свободные колебания, описываемые первым слагаемым выражения (2.42). При этом начальные условия этого движения (при $t = t_0 + T_p$), совпадающие с условиями движения в конце предыдущего периода, позволяют определить амплитуду колебаний и динамический коэффициент силы P :

$$\mu = \pm 2 \sin(\omega T_p / 2) = \pm 2 \sin(\pi T_p / T) \quad (2.44)$$

Величина этого коэффициента зависит от соотношения между периодом T_p действующей нагрузки и периодом T свободных колебаний системы. В таб.2.3 приведены значения μ в зависимости от величины T_p/T .

Таблица 2.3.

T_p/T	0	0,01	0,02	0,05	0,1	0,167	0,2	0,3	0,4	0,5 и более
---------	---	------	------	------	-----	-------	-----	-----	-----	-------------

μ	0	0,52	0,126	0,313	0,618	1,00	1,175	1,617	1,902	2,0
---	---	------	-------	-------	-------	------	-------	-------	-------	-----

2.5.3. Кратковременный импульс силы. Если кратковременный импульс сосредоточенной силы $P(t)$ имеет величину S и действует в течении малого промежутка времени (периода) T_p^0 , то среднее значение силы за этот период будет:

$$P = S / T_p^0 \quad (2.45)$$

Статическая сила, эквивалентная данному импульсу получится в результате замены силы $P(t)$ её средним значением P , помноженным на динамический коэффициент (2.44). В результате несложных преобразований получим:

$$P_{э\kappa\beta} = \mu P = \pm P \omega T_p^0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega T_p^0}{2}\right)}{\left(\frac{\omega T_p^0}{2}\right)} = \pm \omega S \frac{\sin(\omega T_p^0 / 2)}{(\omega T_p^0 / 2)} \quad (2.46)$$

Принимая во внимание, что $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$, а для любого другого угла α отношение $\sin \alpha / \alpha < 1$, то наибольшее значение эквивалентной силы будет

$$P_{э\kappa\beta} = \pm \omega S \quad (2.47)$$

2.5.4 Ударная нагрузка. При ударе движущегося тела по упругой системе, например, в случае падения груза $Q = mg$ на конец балки (рис.2.20), происходит передача кинетической энергии движения груза балке, сопровождающаяся деформацией последней и возникновением равных между собой сил взаимодействия груза и балки. Каждая из этих сил называется *силой удара*. Сила удара имеет вполне определенную продолжительность, или период действия, T_p^0 обычно измеряющийся сотыми или тысячными долями секунды, и в течение этого периода изменяется по величине. Примерный график силы удара (диаграмма удара), показан на рис.2.21 сплошной линией.

Сила удара характеризуется её наибольшей величиной P , периодом T_p^0 и импульсом, равным площади диаграммы удара

$$S = \int_0^{T_p^0} P(t) dt \quad (2.48)$$

В то же время импульс силы удара равен количеству движения ударяющей массы m :

$$S = mv \quad (2.49)$$

где v - скорость движущейся массы m .

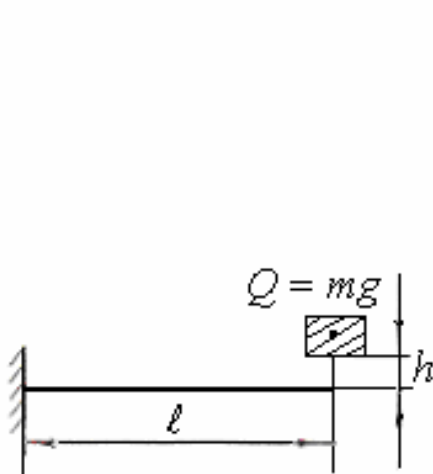


Рис.2.20

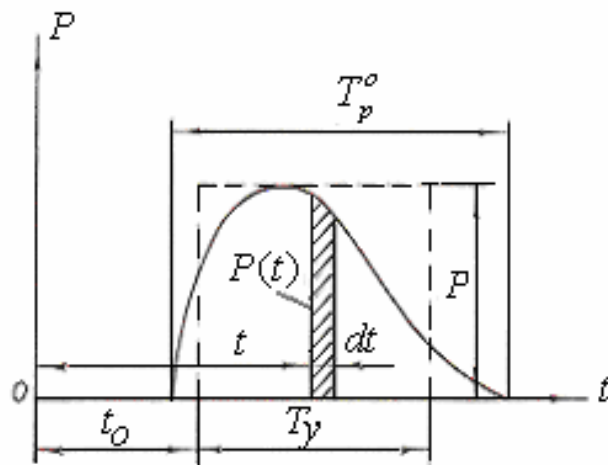


Рис.2.21

Если сила в течение периода T_p остается постоянной и равной P , то импульс силы будет выражаться простым произведением:

$$S = PT_p \quad (2.50)$$

Сила удара, период её действия и закон изменения во времени зависят не только от величины массы тела и скорости его движения, но также и от упругих свойств самого сооружения и его поверхности в месте удара. В настоящее время получение графика силы удара возможно только экспериментальным путем, например с помощью осциллографа. График силы удара можно приближенно заменить равновеликим прямоугольником, например, исходя из равенства наибольших ординат,

как это показано на рис.2.21 штриховой линией, или исходя из равенства, периодов $T_p = T_p^0$.

Зная величину импульса S ударной нагрузки, период её действия T_p^0 и круговую частоту ω собственных колебаний системы, можно воспользоваться формулой (2.46) для нахождения статической силы, эквивалентной силе неупругого удара. Не зная периода действия ударной нагрузки, будем считать её импульс мгновенным. Тогда эквивалентная статическая сила выразится формулой (2.47), а динамический коэффициент ударяющегося груза Q будет равен:

$$\mu = \frac{P_{ЭKB}}{Q} = \frac{\omega S}{Q} = \frac{\sqrt{\frac{g}{y_{CT}}} m v}{Q} = \frac{\sqrt{\frac{g}{y_{CT}}} \frac{Q}{g} v}{Q} = \frac{v}{\sqrt{g y_{CT}}} \quad (2.51)$$

Эта формула справедлива при движении массы m в любом направлении. Формула показывает, что эффект ударной нагрузки зависит не только от величины её импульса, но также и от частоты собственных колебаний самой системы. Чем жестче сооружение, тем больше будет динамический коэффициент удара при одном и том же импульсе.

Если принять скорость v равной скорости свободного падения груза Q с высоты $h + \mu y_{CT}$, т.е. считать $v = \sqrt{2g(h + \mu y_{CT})}$, то после подстановки этого выражения в формулу (2.51) и решения квадратного уравнения, получим:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + 2h / y_{CT}} \quad (2.52)$$

В случае, когда высота h много больше, чем величина y_{CT} , то пренебрегая единицами, стоящими под и перед корнем, можно получить приближенное выражение :

$$\mu \approx \sqrt{2h / y_{CT}} \quad (2.53)$$

При внезапном приложении груза, т.е. при $h = 0$, из выражения (2.52) следует, что $\mu = 2$.

При наличии на сооружении в месте удара сосредоточенной массы m_1 статический прогиб под действием обеих масс будет равным:

$$y_{1CT} = y_{CT}(m + m_1)/m = y_{CT}(1 + m_1/m)$$

Подставляя в выражение (2.53) вместо $y_{ст}$ величину $y_{1ст}$, получим :

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{ст}} \cdot \frac{1}{1 + m_1 / m}} \quad (2.54)$$

Таким же путём могут быть уточнены формулы (2.51) и (2.52).

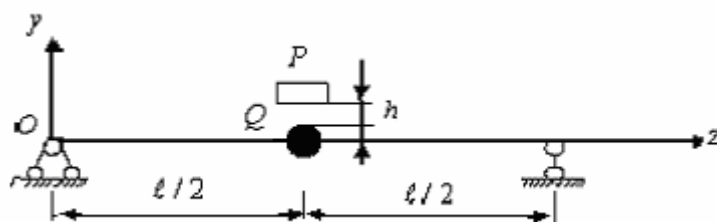
Если на балку действует равномерно распределенная масса, то эта масса приводится к сосредоточенной, путем умножения её на коэффициент меньший единицы. При этом необходимо учитывать условия опирания концов балки.

Ударная нагрузка может быть направлена не только перпендикулярно продольной оси стержня (изгибающий удар), но и вдоль оси (сжимающий и растягивающий удары). В этом случае при определении величины статического перемещения $y_{ст}$ необходимо учитывать не только перемещение точки падения за счет деформации стержня, но и перемещение точки падения груза из-за общего перемещения стержня как например, при забивке свай. Величина погружения сваи при одном ударе называется отказом. Обычно, деформация растянутого или сжатого стержня невелика, и часто отказ гораздо больше перемещений от собственной деформации стержня, которой можно пренебречь.

Пример 6. На железобетонную балку пролетом $\ell = 6$ м падает посередине груз $P=200$ кгс с высоты $h=20$ см (рис.2.22). Определить силу удара, если модуль упругости железобетона $E=340000$ кгс/см², момент инерции поперечного сечения балки $I_x=360000$ см⁴, а собственный вес балки $Q=2,0$ тс.

Статический прогиб балки от груза весом P :

$$y_{ст} = P \ell^3 / 48 E I_x = 200 \cdot (600)^3 / 48 \cdot 340000 \cdot 360000 = 0,0074 \text{ см}$$



Собственный вес балки, приведенный к точке удара, принимается равным половине действительного собственного веса, т.е.

$$Q_1 = \frac{Q}{2} = 1,0 \text{ тс}$$

По формуле (2.55) определяется динамический коэффициент при ударе. При этом отношение масс $\frac{m_1}{m_2} = \frac{Q_1}{P}$, поэтому:

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{\text{ст}} \left(1 + \frac{Q_1}{P}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{0,0074 \left(1 + \frac{1000}{200}\right)}} = 31$$

Сила удара оказывается равной:

$$P_y = \mu P = 31 \cdot 200 = 6200 \text{ кгс}$$

Если пренебречь массой балки $m_1 = Q_1 / g$, то динамический коэффициент и сила удара получились бы значительно больше, т.е:

$$\mu = \sqrt{2 \cdot 20 / 0,0074} = 73,5$$

$$P_y = \mu P = 73,5 \cdot 200 = 14700 \text{ кгс}$$

Таким образом, сила удара, даже при падении груза с небольшой высоты, оказывается значительно больше, чем его вес. При этом сила удара увеличивается и с увеличением жесткости системы.

Пример 7. Железобетонная свая - стойка сечением 40×40см и длиной 10 м забивается с помощью копра, вес ударной части которого $Q=1$ тс и высота падения $h=0,3$ м. Отказ сваи $\ell'=0,2$ см. Определить напряжения в свае в процессе забивки в момент, когда свая достигнет скального грунта (рис.2.23).

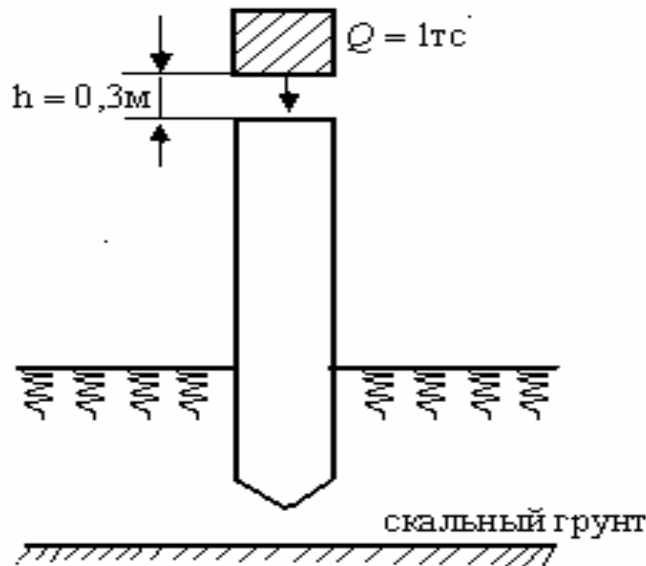


Рис.2.23

Площадь сечения сваи $F=40 \times 40 \text{ см} = 1600 \text{ см}^2$. Модуль упругости железобетона $E=340000 \text{ кгс/см}^2$. Продольная внутренняя сила от статического приложения груза $N^{\text{ст}} = Q = 1000 \text{ кгс}$. Собственная статическая деформация сваи:

$$y'_{\text{ст}} = \frac{N^{\text{ст}} \cdot \ell}{E \cdot F} = \frac{1000 \text{ кгс} \cdot 1000 \text{ см}}{340000 \text{ кгс/см}^2 \cdot 1600 \text{ см}^2} = 0,00184 \text{ см}$$

Тогда $y_{\text{ст}} = y'_{\text{ст}} + \ell' \approx 0,00184 + 0,2 \approx 0,2 \text{ см}$.

Полученное значение $y_{\text{ст}} \approx 0,2 \text{ см}$ еще раз подтверждает, что если собственная деформация сваи $y'_{\text{ст}}$ мала по сравнению с отказом ℓ' ($y'_{\text{ст}} \ll \ell'$), ею можно пренебречь.

Динамический коэффициент (2.53):

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{\text{ст}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{0,2}} \approx 17,3$$

Максимальное статическое напряжение:

$$\sigma_{\text{max}}^{\text{ст}} = \frac{N^{\text{ст}}}{F} = \frac{1000 \text{ кгс}}{1600 \text{ см}^2} \approx 0,63 \text{ кгс/см}^2$$

Максимальное динамическое напряжение:

$$\sigma_{\text{max}}^{\partial} = \sigma_{\text{max}}^{\text{ст}} \cdot \mu = 0,62 \cdot 17,3 = 10,7 \text{ кгс/см}^2.$$

В момент соприкосновения сваи со скальным основанием (подстилающим грунтом) отказ становится равным нулю ($\ell' \approx 0$), а статическое перемещение равно собственной деформации сваи, т.е.

$$y_{ст} \approx y'_{ст} = 0,00184 \text{ см}$$

Тогда динамический коэффициент будет

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{ст}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{0,00184}} \approx 180,6$$

а максимальное динамическое напряжение

$$\sigma_{\max}^{\partial} = \sigma_{\max}^{ст} \cdot \mu = 0,63 \cdot 180,6 = 113,8 \text{ кгс/см}^2,$$

т.е. намного больше, чем в первом случае.

Снижение динамических напряжений при ударе достигается введением в конструкцию системы упругих элементов- пружин, рессор, различного вида амортизаторов.

Пример 8. На балку пролетом $\ell=6\text{м}$ падает посередине груз $P=200$ кгс с высоты $h=20$ см. Материал балки железобетон ($E=340000$ кгс/см²), момент инерции поперечного сечения балки (рис.2.24а) $I_x=36000$ см⁴. Рассмотрим изменение динамических напряжений при замене одной из опор балки (рис.2.24а) - пружиной (рис.2.24б) с осадкой $k=2$ см/тс.

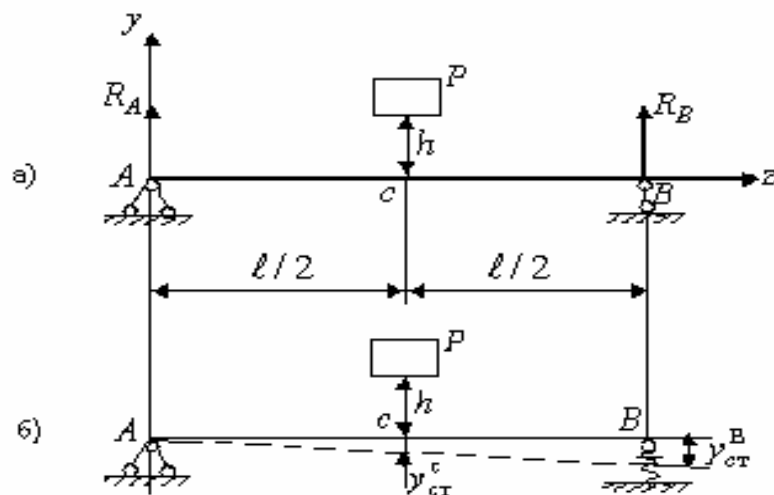


Рис.2.24

Массой балки пренебрегаем. При статическом расположении груза $P=200\text{кгс}$, реакция каждой опоры составляет: $R_A = R_B = 100\text{кгс}$; статический прогиб балки (рис.2.24а) в месте падения груза:

$$y'_{ст} = \frac{P\ell^3}{48EI_x} = \frac{200 \cdot 600^3}{48 \cdot 340000 \cdot 36000} = 0,074 \text{ см}$$

Осадки опоры В (рис.2.24б):

$$y_{l_{ст}}^B = k \cdot R_B = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ см}$$

Осадки точки С (рис.2.24б):

$$\frac{y_{l_{ст}}^B}{\ell} = \frac{y_{l_{ст}}^c}{\ell/2}; \quad y_{l_{ст}}^c = \frac{y_{l_{ст}}^B \cdot \frac{\ell}{2}}{\ell} = \frac{y_{l_{ст}}^B}{2} = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ см}$$

Общий статический прогиб в месте падения груза, т.е. в точке С будет :

$$y_{ст}^c = y'_{l_{ст}} + y_{l_{ст}}^c = 0,074 + 0,1 = 0,174 \text{ см}$$

Определяем динамический коэффициент (2.53) и силу удара для балки (рис.2.24а) без пружины:

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{l_{ст}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{0,074}} = 23,2,$$

$$P_y^\delta = \mu P = 23 \cdot 200 = 4650 \text{ кгс};$$

То же для балки (рис.2.24б) с пружинным амортизатором:

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{ст}^c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{0,174}} = 15,2$$

$$P_y^\Pi = \mu P = 15,2 \cdot 200 = 3032 \text{ кгс}$$

Значит, в данном случае пружинный амортизатор в 1,5 раза уменьшает силу удара ($P_y^\delta / P_y^\Pi \approx 1,5$). Большую сложность представляет определение необходимых размеров поперечного сечения конструкции, рассчитываемой на ударную нагрузку. Это связано с тем, что статическое напряжение зависит от момента сопротивления сечения W_x , а динамический коэффициент μ включает в себя зависимость $y_{ст}$ от момента инерции I_x при изгибающем ударе. Получить же аналитическую зависимость между моментом инерции I_x и сопротивлением W_x не всегда возможно – например, при проектировании конструкций из прокатных профилей. Поэтому задачу такого типа проще решать численным методом.

Пример 9. Пусть требуется определить номер двутавра для консольной балки (рис.2.20) длиной $\ell = 1$ м, на конец которой падает с высоты $h = 10$ см груз весом $Q = 100$ кгс. Максимальный изгибающий

момент от статического приложения груза $M_{max}^{ст} = P\ell = 100 \cdot 100 = 10000$ кгссм. Статическое перемещение балки при падении груза

$$y_{ст} = \frac{P\ell^3}{3EI_x} = \frac{100 \text{ кгс} \cdot (100 \text{ см})^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2 \cdot I_x} = \frac{16,7 \text{ см}^5}{I_x}.$$

Максимальное статическое напряжение

$$\sigma_{max}^{ст} = \frac{M_{max}^{ст}}{W_x} = \frac{10000}{W_x} \text{ кгс/см}^2.$$

При решении задачи в первом приближении принимаем двутавр №20 с $I_x = 1840 \text{ см}^4$, $W_x = 184 \text{ см}^3$.

$$\sigma_{max}^{ст} = \frac{M_{max}^{ст}}{W_x} = \frac{10000}{184} = 54,3 \text{ кгс/см}^2$$

$$y_{ст} = \frac{16,7}{I_x} = \frac{16,7}{1840} \approx 0,0091 \text{ см},$$

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{ст}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{0,0091}} = 46,9$$

$$\sigma_{max}^{\partial} = \mu \cdot \sigma_{max}^{ст} = 46,9 \cdot 54,3 = 2545 \text{ кгс/см}^2$$

Возникающие динамические напряжения σ_{max}^{∂} больше допускаемых $[\sigma] = 1600 \text{ кгс/см}^2$, т.е. $\sigma_{max}^{\partial} > [\sigma]$, следовательно, номер двутавра нужно увеличивать.

Принимаем двутавр №30 с $I_x = 7080 \text{ см}^4$, $W_x = 472 \text{ см}^3$ и продолжаем расчет:

$$\sigma_{max}^{ст} = \frac{10000}{W_x} = \frac{10000}{472} = 21,2 \text{ кгс/см}^2,$$

$$y_{ст} = \frac{16,7}{I_x} = \frac{16,7}{7080} = 0,00236 \text{ см}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{ст}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{0,00236}} \approx 92$$

$$\sigma_{max}^{\partial} = \mu \cdot \sigma_{max}^{ст} = 92 \cdot 21,2 = 1951,7 \text{ кгс/см}^2$$

И в этом случае $\sigma_{max}^{\partial} > [\sigma]$, поэтому расчет продолжаем.

Принимаем двутавр №40 с $I_x = 19000 \text{ см}^4$, $W_x = 953 \text{ см}^3$, тогда

$$\sigma_{max}^{ст} = \frac{10000}{W_x} = \frac{10000}{953} = 10,5 \text{ кгс / см}^2,$$

$$y_{ст} = \frac{16,7}{I_x} = \frac{16,7}{19000} = 0,00088 \text{ см}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_{ст}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{0,00088}} \approx 150,75$$

$$\sigma_{max}^{\partial} = \mu \cdot \sigma_{max}^{ст} = 150,75 \cdot 10,5 = 1583 \text{ кгс / см}^2$$

Выбранный двутавр №40 обеспечит необходимую прочность балки при таком ударе, т.к. $\sigma_{max}^{\partial} < [\sigma]$.

2.6. Собственные колебания системы со многими степенями свободы

Число собственных форм колебаний упругой системы равно числу степеней ее свободы. Каждой форме колебаний соответствует своя частота. Совокупность всех частот называется *спектром собственных частот*, рассматриваемой системы

На практике часто достаточно найти наименьшую частоту, представляющую наибольшую опасность в смысле возможности возникновения резонанса с динамической нагрузкой. Обычно, первый резонанс на низшей частоте приводит к наибольшему динамическому эффекту, поскольку колебания в этом случае происходят по наиболее энергоемкой форме. Если даже частота возмущающей силы значительно превышает низшую частоту собственных колебаний системы, то резонанс на этой частоте все же будет возникать, например, при разгоне машины во время ее пуска или при землетрясении, т.к. оно происходит с большим диапазоном спектра частот. Низшую (первую) частоту иногда называют *частотой основного тона колебаний*.

2.6.1. Определение собственных частот системы с тремя степенями свободы методом сил. В качестве примера системы с несколькими степенями свободы рассмотрим простую балку с тремя точечными массами m_1, m_2, m_3 (рис.2.25).

Эта балка имеет три степени свободы, и соответственно, три частоты собственных колебаний - $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Для определения собственных частот этой системы (рис.2.25) составим дифференциальное уравнение:

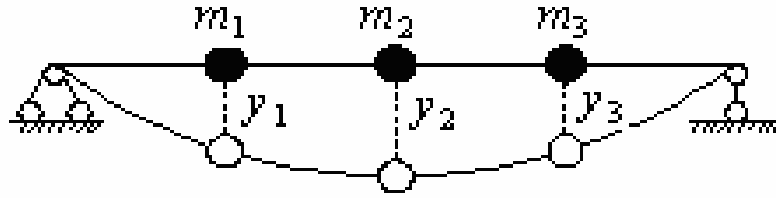


Рис.2.25

$$\begin{aligned} y_1 &= -\delta_{11}m_1\ddot{y}_1 - \delta_{12}m_2\ddot{y}_2 - \delta_{13}m_3\ddot{y}_3, \\ y_2 &= -\delta_{21}m_1\ddot{y}_1 - \delta_{22}m_2\ddot{y}_2 - \delta_{23}m_3\ddot{y}_3, \\ y_3 &= -\delta_{31}m_1\ddot{y}_1 - \delta_{32}m_2\ddot{y}_2 - \delta_{33}m_3\ddot{y}_3 \end{aligned} \quad (2.55)$$

Перемещения δ_{11} , $\delta_{12} = \delta_{21}$, $\delta_{13} = \delta_{31}$, δ_{22} , $\delta_{23} = \delta_{32}$, δ_{33} рассматриваемых масс, вызванных единичной силой вычисляются, как обычно способом Мора-Верещагина.

Однородная система обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка (2.55) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 \sin(\omega t + \varphi_0), \\ y_2 &= a_2 \sin(\omega t + \varphi_0), \\ y_3 &= a_3 \sin(\omega t + \varphi_0). \end{aligned} \quad (2.56)$$

здесь: a_1, a_2, a_3 - амплитуды колебаний соответствующих масс; φ_0 - начальная фаза колебаний.

Ускорения, определяются выражениями

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= -\omega^2 a_1 \sin(\omega t + \varphi_0) \\ \ddot{y}_2 &= -\omega^2 a_2 \sin(\omega t + \varphi_0) \\ \ddot{y}_3 &= -\omega^2 a_3 \sin(\omega t + \varphi_0). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Подставив (2.56), (2.57) в систему уравнений (2.55) и сократив на $[\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)]$ получим систему однородных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} (\delta_{11}m_1 - 1/\omega^2)a_1 + \delta_{12}m_2a_2 + \delta_{13}m_3a_3 = 0, \\ \delta_{21}m_1a_1 + (\delta_{22}m_2 - 1/\omega^2)a_2 + \delta_{23}m_3a_3 = 0, \\ \delta_{31}m_1a_1 + \delta_{32}m_2a_2 + (\delta_{33}m_3 - 1/\omega^2)a_3 = 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

Тривиальное (нулевое) решение этой системы ($a_1 = a_2 = a_3 = 0$) означает равенство нулю амплитуд колебаний, т.е. соответствует случаю, когда система находится в покое.

Существование отличных от нуля амплитуд a_1, a_2, a_3 возможно только в том случае, если определитель, составленный из коэффициентов системы равен нулю, т.е.:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11}m_1 - 1/\omega^2 & \delta_{12}m_2 & \delta_{13}m_3 \\ \delta_{21}m_1 & \delta_{22}m_2 - 1/\omega^2 & \delta_{23}m_3 \\ \delta_{31}m_1 & \delta_{32}m_2 & \delta_{33}m_3 - 1/\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.59)$$

Раскрыв определитель и приравняв его нулю, получим уравнение, которое называется характеристическим (или вековым) уравнением. Это уравнение (2.59) определяет характеристические корни $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2$, и собственные частоты $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ трехмассовой системы (рис.2.25).

Каждое из найденных значений $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ будучи подставленным в систему уравнений (2.58), дает множество линейно-зависимых решений для амплитуд колебаний масс системы, т.е. решений, отличающихся постоянными множителями. Нормированное решение, полученное в результате деления всех амплитуд на максимальную, представляет нормированную по амплитуде собственную форму колебаний.

2.6.2. Определение собственных частот системы с n степенями свободы методом сил. В общем виде, характеристическое уравнение для системы с n степенями свободы записывается в следующем виде:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11}m_1 - 1/\omega^2 & \delta_{12}m_2 & \dots & \delta_{1n}m_n \\ \delta_{21}m_1 & \delta_{22}m_2 - 1/\omega^2 & \dots & \delta_{2n}m_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1}m_1 & \delta_{n2}m_2 & \dots & \delta_{nn}m_n - 1/\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.60)$$

Характеристическое уравнение (2.60), небольшого порядка ($n \leq 3$) можно решить вручную, в остальных случаях оно решается на ЭВМ с помощью специальных программы расчета.

Если направления перемещений $y_1, y_2, \dots, y_n$ выбраны так, что побочные перемещения δ_{ik} ($i \neq k$) обращаются в нуль, то система дифференциальных уравнений и соответствующее ей характеристическое уравнение (2.60) распадаются на отдельные уравнения, содержащие только

главные перемещения. В этом случае перемещения $y_1, y_2, \dots, y_n$ называются *главными координатами колебаний*. Главные формы колебаний независимы друг от друга и каждая из них происходит со своей определенной частотой, которая выражается формулой

$$\omega_i = 1/\sqrt{\delta_{ii}m_i} \quad (2.61)$$

Эта формула по своей структуре аналогична формуле (2.19) для системы с одной степенью свободы

Однако выбрать главные координаты для системы с числом степеней свободы более двух-трех в общем случае весьма затруднительно.

Для системы с двумя степенями свободы это всегда оказывается возможным.

Для симметричных систем с симметрично расположенными массами возможны симметричные и обратно симметричные формы колебаний, при которых силы инерции будут симметричны и обратно симметричны аналогично приему группировки неизвестных в методе сил. В этом случае перемещения вычисляются как групповые от парных симметричных или обратно симметричных единичных сил. Побочные же перемещения, связывающие симметричные и обратно симметричные силы инерции, обращаются в нуль. Это также приводит к распаду уравнения частот на два независимых уравнения, из которых одно позволит найти частоты симметричных колебаний, а другое – обратно симметричных.

При этом групповые перемещения находятся от парных единичных сил, соответствующая масса должна входить в характеристическое уравнение с коэффициентом 1/2.

Пример 10. Определить частоты собственных колебаний невесомой консольной балки (рис.2.26а) с двумя $m_1 = m_2 = m$ сосредоточенными массами:

$$Q = 500 \text{ кгс} = 0,5 \text{ тс}; \\ m = Q/g = 0,5/9,81 = 0,051 \text{ т} \cdot \text{сек}^2 / \text{м}; E = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2; \ell = 4,0 \text{ м}; I_x = 10000 \text{ см}^4.$$

Перемещения от единичных сил вычисляем путем перемножения построенных от них эпюр изгибающих моментов (рис.2.26б, в), используя метод Мора-Верещагина:

$$\delta_{11} = \frac{\ell/2 \cdot \ell/2 \cdot \ell/2}{3EI_x} + \frac{\ell/2 \cdot \ell/2 \cdot \ell}{3EI_x} = \frac{\ell^3}{8EI_x}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{\ell/4 \cdot \ell/2 \cdot [2 \cdot \ell/4 + \ell/2]}{6EI_x} - \frac{\ell/4 \cdot \ell/4 \cdot \ell/2}{3EI_x} = -\frac{\ell^3}{32EI_x}$$

$$\delta_{22} = \frac{\ell/4 \cdot \ell/2 \cdot \ell/4}{3EI_x} \cdot 2 = \frac{\ell^3}{48EI_x}$$

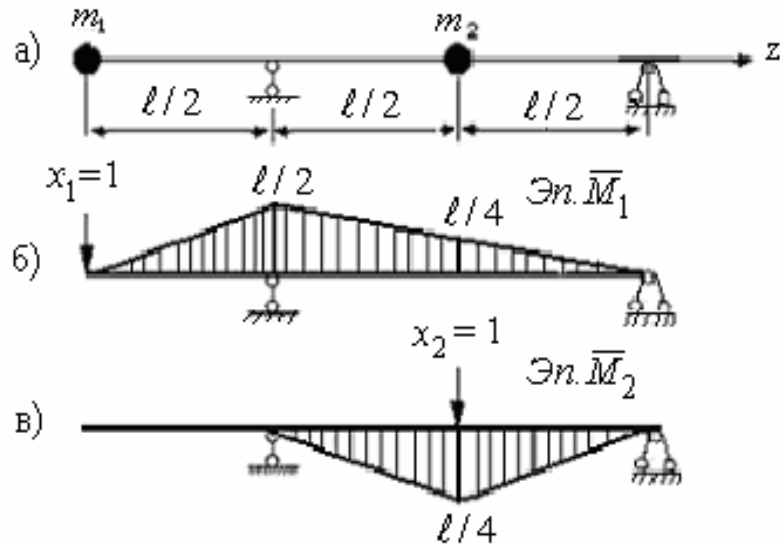


Рис.2.26

Составляем определитель из этих коэффициентов и приравниваем его нулю:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11}m - 1/\omega^2 & \delta_{12}m \\ \delta_{21}m & \delta_{22}m - 1/\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

или

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\ell^3 m}{8EI_x} - \frac{1}{\omega^2} & -\frac{\ell^3 m}{32EI_x} \\ -\frac{\ell^3 m}{32EI_x} & \frac{\ell^3 m}{48EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$$

Раскрывая определитель, получаем уравнение частот, квадратное относительно $1/\omega^2$:

$$\left(\frac{\ell^3 m}{8EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) \left(\frac{\ell^3 m}{48EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) - \left(\frac{\ell^3 m}{32EI_x} \right)^2 = 0$$

или

$$\left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 - \frac{7\ell^3 m}{48EI_x} \cdot \frac{1}{\omega^2} + \frac{5\ell^6 m^2}{3072(EI_x)^2} = 0$$

Производя замену: $\frac{1}{\omega^2} = z$,

получим квадратное уравнение:

$$z^2 = \frac{7\ell^3 m}{48EI_x} z + \frac{5}{3} \left(\frac{\ell^3 m}{2^5 \cdot EI_x} \right) = 0,$$

корни которого определяются по формуле:

$$\begin{aligned} z_{1,2} &= \frac{\frac{7\ell^3 m}{48EI_x} \pm \sqrt{\left(\frac{7\ell^3 m}{48EI_x}\right)^2 - 4 \cdot \frac{5}{3} \left(\frac{\ell^3 m}{2^5 \cdot EI_x}\right)}}{2} = \\ &= \frac{\frac{7\ell^3 m}{48EI_x} \pm \sqrt{\left(\frac{7\ell^3 m}{24EI_x}\right)^2 - \frac{5}{3} \left(\frac{\ell^3 m}{2^4 \cdot EI_x}\right)}}{2} = \frac{7\ell^3 m \pm \sqrt{34}\ell^3 m}{2 \cdot 48EI_x} \\ z_1 &= \frac{(7 + \sqrt{34})\ell^3 m}{96EI_x} = \frac{12,83\ell^3 m}{96EI_x} \\ z_2 &= \frac{(7 - \sqrt{34})\ell^3 m}{96EI_x} = \frac{1,17\ell^3 m}{96EI_x}. \end{aligned}$$

Возвращаясь к исходным обозначениям, получим:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{12,83\ell^3 m}{96EI_x}; \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{96EI_x}{12,83\ell^3 m}} = \sqrt{\frac{96 \cdot 2000}{12,83 \cdot 4^3 \cdot 0,051}} = 67,7 \text{ рад/сек}$$

$$\frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1,17\ell^3 m}{96EI_x}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{96EI_x}{1,17\ell^3 m}} = \sqrt{\frac{96 \cdot 2000}{1,17 \cdot 4^3 \cdot 0,051}} = 224,2 \text{ рад/сек}$$

Пример 11. Определить частоты собственных колебаний балки (рис.2.27а) с тремя равными сосредоточенными массами $m_1 = m_2 = m_3 = m$. Жесткость балки равна EI_x .

Так как система и расположенные на ней массы симметричны, то задача может быть решена с учетом симметрии.

Построив эпюры изгибающих моментов от единичных сил инерции (рис.2.27б-г), находим перемещения путем перемножения эпюр с использованием метода Мора-Верещагина.

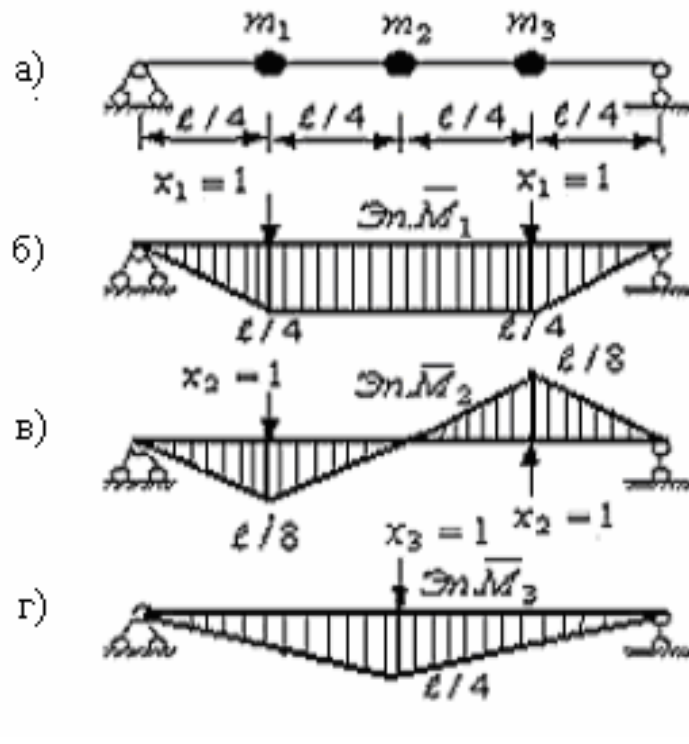


Рис.2.27

$$\delta_{11} = \left(\frac{\ell}{4} \frac{\ell}{4} \frac{1}{2} \frac{2\ell \cdot 2}{3 \cdot 4} + \frac{\ell}{4} \frac{\ell}{2} \frac{\ell}{4} \right) \frac{1}{EI_x} = \frac{\ell^3}{24 EI_x}$$

$$\delta_{13} = \left[\frac{\ell}{8} \frac{\ell}{4} \frac{1}{2} \frac{2\ell}{3 \cdot 4} \cdot 2 + \left(\frac{\ell}{8} + \frac{\ell}{4} \right) \frac{1}{2} \frac{\ell}{4} \frac{\ell}{4} \cdot 2 \right] \frac{1}{EI_x} = \frac{11}{384} \frac{\ell^3}{EI_x}$$

$$\delta_{33} = \frac{\ell}{4} \frac{\ell}{2} \frac{1}{2} \frac{2\ell}{3 \cdot 8} \cdot 4 \frac{1}{EI_x} = \frac{\ell^3}{48 EI_x}$$

$$\sigma_{22} = \frac{\ell}{8} \cdot \frac{\ell}{4} \frac{1}{2} \frac{2\ell}{3 \cdot 8} \cdot 4 \cdot \frac{1}{EI_x} = \frac{\ell^3}{192 EI_x}$$

Перемещения δ_{12} и δ_{23} обращаются в нуль, т.е. $\delta_{21}=0$, $\delta_{32}=0$.

Для симметричных колебаний составляем определитель с учетом того, что перемещения от групповой силы X_1 , состоящей из двух сил, получились удвоенными, поэтому соответствующая масса вводится с коэффициентом 1/2:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11} \frac{m}{2} - \frac{1}{\omega^2} & \delta_{13} m \\ \delta_{21} m / 2 & \delta_{33} m - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$$

или

$$D = \begin{vmatrix} \left(\frac{\ell^3}{2 \cdot 24 EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) & \frac{11 \ell^3 \cdot m}{384 EI_x} \\ \frac{11 \ell^3}{384 EI_x} \frac{m}{2} & \left(\frac{\ell^3 m}{48 EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) \end{vmatrix} = 0$$

Раскрывая определитель, получаем уравнение частот, квадратное относительно $1/\omega^2$

$$\left(\frac{\ell^3 m}{48 EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{11 \ell^3 m}{384 EI_x} \right)^2 = 0$$

$$\left[\left(\frac{\ell^3 m}{48 EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) - \left(\frac{11 \ell^3 m}{\sqrt{4} \cdot 384 EI_x} \right) \right] \left[\left(\frac{\ell^3 m}{48 EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) + \left(\frac{11 \ell^3 m}{\sqrt{2} \cdot 384 EI_x} \right) \right] = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\ell^3 m}{48 EI_x} - \frac{11 \ell^3 m}{\sqrt{2} \cdot 384 EI_x} = \frac{1}{\omega^2} \\ \frac{\ell^3 m}{48 EI_x} + \frac{11 \ell^3 m}{\sqrt{2} \cdot 384 EI_x} = \frac{1}{\omega^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{0,314 \ell^3 m}{543 EI_x} = \frac{1}{\omega^2} \\ \frac{22,31 \ell^3 m}{543 EI_x} = \frac{1}{\omega^2} \end{cases}$$

Решая это уравнение, находим:

$$\omega_1 = 4,93 \sqrt{EI_x / \ell^3 m}$$

$$\omega_3 = 41,6 \sqrt{EI_x / \ell^3 m}$$

Уравнение частот для обратно симметричных колебаний:

$$\delta_{22} \frac{m}{2} - \frac{1}{\omega^2} = 0;$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2}{\delta_{22} m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 192 \cdot EI_x}{\ell^3 m}} = 19,6 \sqrt{\frac{EI_x}{\ell^3 m}}$$

Пример 12. Определить частоты собственных колебаний рамы с тремя равными сосредоточенными массами $m_1 = m_2 = m_3 = m$, показанной на рис.2.28а. $h = 0,6 \cdot \ell$, $EI_p = 1,5EI_{ст}$.

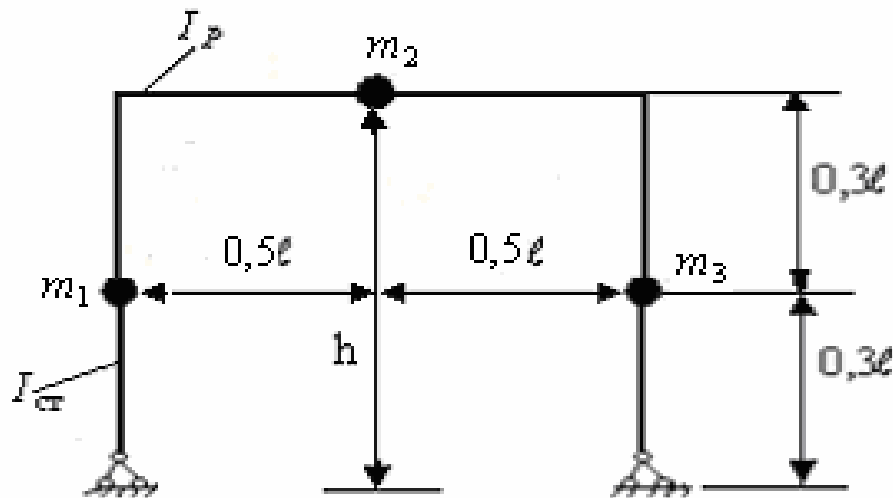


Рис. 2.28а

Система имеет 4 степени свободы, т.к. масса m_2 имеет две степени свободы в продольном и поперечном направлениях. Загрузим каждую массу единичными силами в направлении возможных перемещений (рис.2.28б)

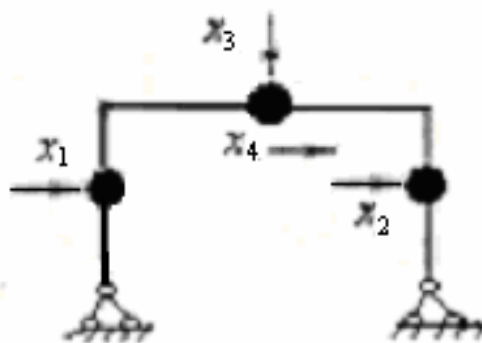


Рис.2.28б

Для сил x_1 и x_2 применим группировку неизвестных :

$$x_1 = z_1 + z_2, \quad x_2 = z_1 - z_2,$$

а силы x_3 и x_4 обозначим через z_3 и z_4 (рис.2.28в)

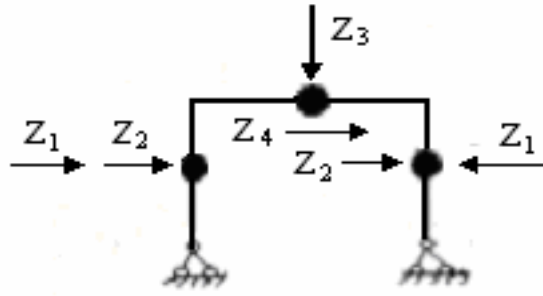


Рис.2.28в

Составим отдельно характеристические определители для симметричной и кососимметричной системы:

Для симметричной

$$D = \begin{vmatrix} \left(\delta_{11} \frac{m}{2} - \frac{1}{\omega^2} \right) & \delta_{13} m \\ \delta_{31} m/2 & \left(\delta_{33} m - \frac{1}{\omega^2} \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.62)$$

Для кососимметричной

$$D = \begin{vmatrix} \left(\delta_{22} \frac{m}{2} - \frac{1}{\omega^2} \right) & \delta_{24} m \\ \delta_{42} m/2 & \left(\delta_{44} m - \frac{1}{\omega^2} \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.63)$$

Перемещения, входящие в (2.62), (2.63) определяются перемножением эпюр от z_1, z_2, z_3, z_4 , но системы в целом являются статически неопределимыми, поэтому, для построения эпюр необходимо раскрыть статическую неопределимость, считая каждую из единичных сил z_n внешней нагрузкой. Пусть внешняя нагрузка представлена силой z_1 .

Основная система имеет вид (рис.2.28г). При этом, каноническое уравнение будет:

$$x_1 \delta_{11} + \Delta_{1p} = 0 \quad (2.64)$$

Строим эпюры от единичной силы $x_1=1$ и внешней нагрузки $P(z_1)=1$ (рис.2.28г,д) и определяем перемещения δ_{11}, Δ_{1p} .

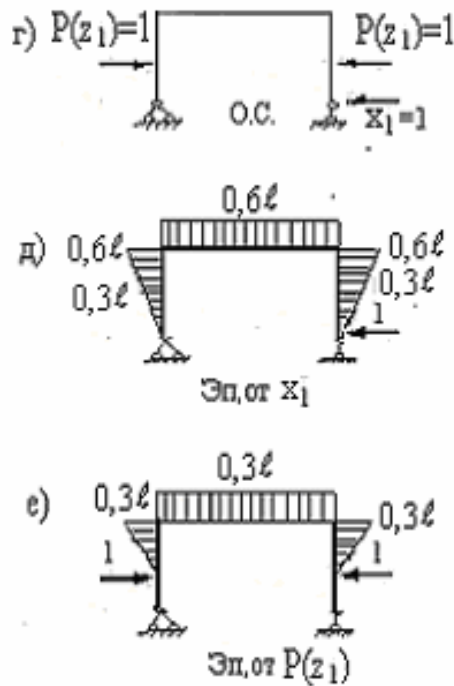


Рис.2.28 г,д,е

$$\delta_{II} = 2 \cdot \frac{0,6l \cdot 0,6l \cdot 0,6l}{3EI_{\text{ст}}} + \frac{0,6l \cdot 0,6l \cdot l}{1,5EI_{\text{ст}}} = \frac{0,384l^3}{EI_{\text{ст}}}$$

$$\Delta_{IP} = 2 \cdot \frac{0,3l \cdot 0,3l}{6EI_{\text{ст}}} [2 \cdot 0,6l + 0,3l] + \frac{0,6l \cdot 0,3l \cdot l}{1,5EI_{\text{ст}}} = \frac{0,165l^3}{EI_{\text{ст}}}$$

из канонического уравнения (2.64) получим :

$$x_I = -\frac{\Delta_{IP}}{\delta_{II}} = -\frac{0,165}{0,384} = -0,43$$

Умножаем эюру от $x_1=1$ (рис.2.28д) на эту величину, т.е. на $x_1 = -0,43$ и складываем ее с эюрой (рис.2.28е), получаем эюру $\bar{M}_1$ от $z_1=1$ (рис.2.28з)

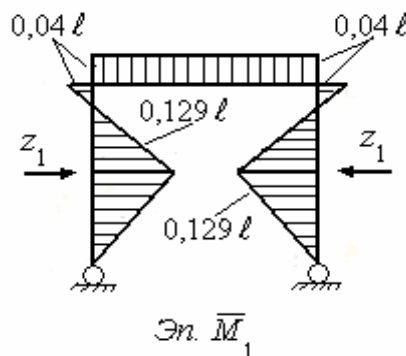


Рис.2.28з

Аналогичным образом строим эпюры $\bar{M}_2$ от $z_2 = 1$ (рис.2.28ж) , $\bar{M}_3$ от $z_3 = 1$ (рис.2.28к), $\bar{M}_4$ от $z_4 = 1$ (рис.2.28л) .

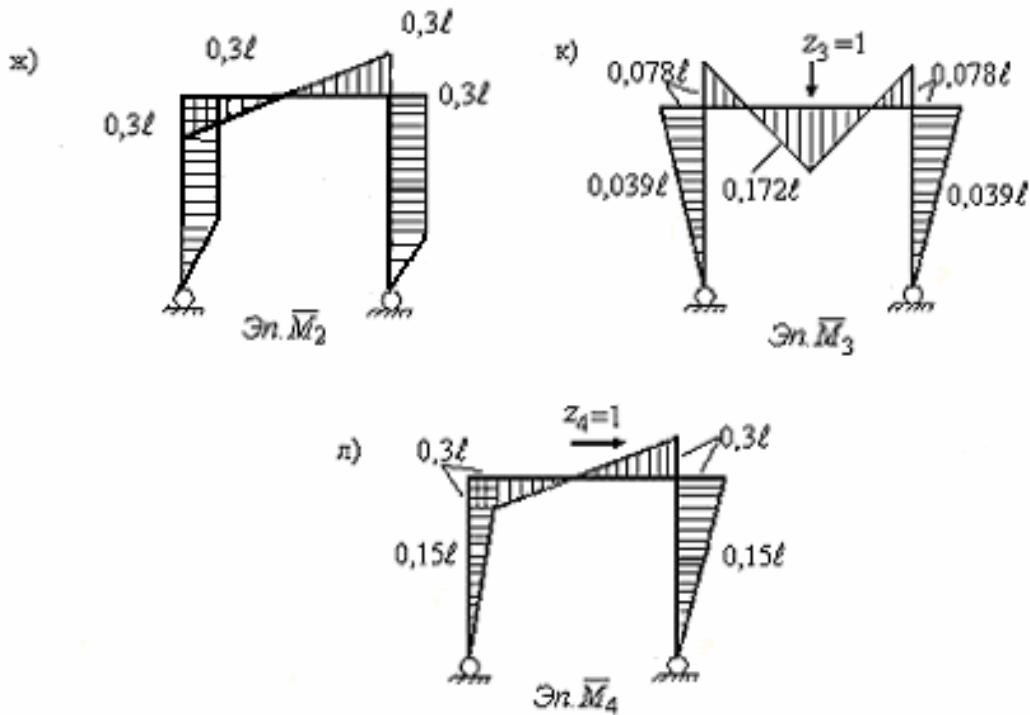


Рис.2.28 ж,к,л

Перемножив эти эпюры, получим следующее выражение для определения перемещений, входящих в определители (2.62), (2.63):

$$\begin{aligned} \delta_{11} = & 2 \left\{ \frac{0,129\ell \cdot 0,3\ell \cdot 0,129\ell}{3EI_{\text{ст}}} + \frac{0,3\ell}{6EI_{\text{ст}}} [2(0,129\ell \cdot 0,129\ell + 0,04\ell \cdot 0,04\ell) - \right. \\ & \left. - 0,04\ell \cdot 0,129\ell - 0,04\ell \cdot 0,129\ell] \right\} + \frac{\ell \cdot 0,04\ell \cdot 0,04\ell}{1,5EI_{\text{ст}}} = \frac{0,0118\ell^3}{EI_{\text{ст}}} \\ \delta_{13} = \delta_{31} = & 2 \left\{ -\frac{0,039\ell \cdot 0,3\ell \cdot 0,129\ell}{3EI_{\text{ст}}} + \frac{0,3\ell}{6EI_{\text{ст}}} [2(-0,129\ell \cdot 0,039\ell + 0,04\ell \cdot 0,078\ell) + \right. \\ & + 0,04\ell \cdot 0,039\ell - 0,129\ell \cdot 0,078\ell] + \frac{0,5\ell}{6EI_{\text{ст}}} [2(0,04\ell \cdot 0,078\ell - 0,172\ell \cdot 0,04\ell) + \\ & + 0,078\ell \cdot 0,04\ell - 0,172\ell \cdot 0,04\ell] \left. \right\} = \frac{0,00352\ell^3}{EI_{\text{ст}}} \end{aligned}$$

$$\delta_{33} = 2 \left\{ \frac{0,078 \ell \cdot 0,6 \ell \cdot 0,078 \ell}{3EI_{\text{ст}}} + \frac{0,5 \ell}{6 \cdot 1,5EI_{\text{ст}}} [2(0,078 \ell \cdot 0,078 \ell + 0,172 \ell \cdot 0,172 \ell) - 0,078 \ell \cdot 0,172 \ell - 0,078 \ell \cdot 0,172 \ell] \right\} = \frac{0,00352 \ell^3}{EI_{\text{ст}}}$$

$$\delta_{22} = 2 \left\{ \frac{0,3 \ell \cdot 0,3 \ell \cdot 0,3 \ell}{3EI_{\text{ст}}} + \frac{0,3 \ell \cdot 0,3 \ell \cdot 0,3 \ell}{EI_{\text{ст}}} + \frac{0,3 \ell \cdot 0,5 \ell \cdot 0,3 \ell}{3 \cdot 1,5EI_{\text{ст}}} \right\} = \frac{0,0447 \ell^3}{EI_{\text{ст}}}$$

$$\delta_{24} = \delta_{42} = 2 \left\{ \frac{0,3 \ell \cdot 0,3 \ell \cdot 0,15 \ell}{3EI_{\text{ст}}} + \frac{(0,15 \ell \cdot 0,3 \ell) \cdot 0,3 \ell}{2EI_{\text{ст}}} + \frac{0,3 \ell \cdot 0,3 \ell \cdot 0,5 \ell}{3 \cdot 1,5EI_{\text{ст}}} \right\} = \frac{0,0695 \ell^3}{EI_{\text{ст}}}$$

$$\delta_{44} = 2 \left\{ \frac{0,3 \ell \cdot 0,3 \ell \cdot 0,6 \ell}{3EI_{\text{ст}}} + \frac{0,3 \ell \cdot 0,3 \ell \cdot 0,5 \ell}{1,5 \cdot 3EI_{\text{ст}}} \right\} = \frac{0,056 \ell^3}{EI_{\text{ст}}}$$

Подставив вычисленные значения перемещений $\delta_{11}, \delta_{13}, \delta_{33}$ от единичных сил в (2.62) и решая это уравнение, получим частоты симметричных колебаний:

$$\omega_1 = 10,57 \sqrt{\frac{EI_{\text{ст}}}{m \ell^3}}; \quad \omega_2 = 17,3 \sqrt{\frac{EI_{\text{ст}}}{m \ell^3}}$$

$I_{\text{ст}}$ - момент инерции поперечного сечения стойки.

Подставляя значение $\delta_{23}, \delta_{24}, \delta_{44}$ в (2.63) и, решая, это уравнение находим частоты обратно симметричных колебаний:

$$\omega_3 = \omega_{\min} = 3,14 \sqrt{EI_{\text{ст}} / (\ell^3 m)}; \quad \omega_4 = 33,43 \sqrt{EI_{\text{ст}} / (\ell^3 m)}$$

Следует иметь ввиду, что в отличие от балок частоты различных форм колебаний рам могут быть близкими друг к другу. При этом возможен сдвоенный резонанс (за счет взаимодействия различных форм колебаний), представляющий повышенную опасность для сооружения.

В тех случаях, когда раскрытие определителя приводит к уравнению частот третьей степени или выше, для нахождения корней такого уравнения могут быть применены различные численные методы и стандартные программы на ЭВМ для решения алгебраических уравнений на собственные значения.

2.6.3. Определение собственных частот системы с n степенями свободы методом перемещений. Частоты собственных колебаний систем со многими степенями свободы можно определить также методом перемещений, при этом силы инерции выражаются как функции перемещений. Так, например, для системы с тремя степенями свободы, показанной на рис.2.25, силы инерции масс m_1, m_2, m_3 выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned}
-m_1 \ddot{y}_1 &= y_1 r_{11} + y_2 r_{12} + y_3 r_{13} \\
-m_2 \ddot{y}_2 &= y_1 r_{21} + y_2 r_{22} + y_3 r_{23} \\
-m_3 \ddot{y}_3 &= y_1 r_{31} + y_2 r_{32} + y_3 r_{33}
\end{aligned}
\tag{2.65}$$

Реакции $r_{11}, r_{22}, r_{33}, r_{12} = r_{21}, r_{13} = r_{31}, r_{23} = r_{32}$ вычисляются, как обычно, от единичных перемещений, приложенных в сечениях, в которых находятся точечные массы.

Для перемещений и их вторых производных остаются в силе выражения (2.56) и (2.57). Подставляя их в уравнение (2.65), можно получить следующую систему однородных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
(r_{11} - m_1 \omega^2) a_1 + r_{12} a_2 + r_{13} a_3 &= 0 \\
r_{21} a_1 + (r_{22} - m_2 \omega^2) a_2 + r_{23} a_3 &= 0 \\
r_{31} a_1 + r_{32} a_2 + (r_{33} - m_3 \omega^2) a_3 &= 0
\end{aligned}
\tag{2.66}$$

Из коэффициентов уравнения (2.66) можно составить определитель аналогично (2.59), и, раскрывая его, найти частоты собственных колебаний системы.

По этому же принципу можно найти частоты собственных колебаний системы с любым числом степеней свободы.

Уравнение частот для данной системы при использовании этого метода имеет тот же порядок, что и в методе сил.

При этом не всегда можно воспользоваться таблицей реакций, применяемой для расчета рам на действие статической нагрузки, так как реакции приходится определять через перемещения. Поэтому этот метод оказывается более трудоемким, чем метод сил.

2.6.4. Оценка низшей частоты собственных колебаний системы.

Расчет собственных частот системы с произвольным числом степеней свободы достаточно трудная задача, поэтому часто ограничиваются нахождением нескольких первых частот собственных колебаний системы. Наряду с этим во многих случаях определение даже нескольких частот собственных колебаний системы оказывается излишним и достаточно отыскать только первую, т.е. самую низшую частоту. Это может быть, например, в том случае, когда частота возмущающей нагрузки ниже первой собственной частоты колебаний конструкции и, следовательно, резонанс с более высокими частотами уже исключен. Для отыскания первой частоты могут быть применены различные приближенные методы, не требующие решения характеристического

уравнения и приводящие к более или менее простым вычислительным действиям.

Исходя из свойств характеристического определителя для определения первой частоты, установлены пределы, между которыми заключена частота основного тона колебаний. Эти пределы называются двусторонними оценками частоты $\omega_{\min}$ и могут быть записаны в следующем виде:

$$1 / \sqrt[4]{B_2} < \omega_{\min} < \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \quad (2.67)$$

где

$$B_1 = \sum \delta_{ii} m_i$$

$$B_2 = \sum \delta_{ii}^2 m_i^2 + 2 \sum \delta_{ik}^2 m_i m_k$$

Здесь δ_{ii} и δ_{ik} – главные и соответственно побочные перемещения системы от действия единичных сил в точках приложения сосредоточенных масс m_i и m_k .

Суммирование распространяется на все массы и соответствующие им перемещения системы.

Пример 13. Определить низшую частоту собственных колебаний балки, показанной на рис.2.29а, если $m_3 = m_1 = m$, $m_2 = 2m$.

Жесткость балки равна EI_x .

По построенным единичным эпюрам (рис.2.29б-г), перемножив их методом Мора-Верещагина, определим перемещения:

$$\delta_{11} = \delta_{22} = \frac{\frac{2}{9}\ell \cdot \frac{1}{3}\ell \cdot \frac{2}{9}\ell}{3EI_x} + \frac{\frac{2}{9}\ell \cdot \frac{2}{9}\ell \cdot \frac{2}{3}\ell}{3EI_x} = \frac{8\ell^3}{486EI_x};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{\frac{2}{9}\ell \cdot \frac{1}{3}\ell \cdot \frac{1}{9}\ell}{3EI_x} \cdot 2 + \frac{\frac{1}{3}\ell \left[2\left(\frac{2}{9}\ell \cdot \frac{1}{9}\ell + \frac{2}{9}\ell \cdot \frac{1}{9}\ell\right) + \frac{2}{9}\ell \cdot \frac{2}{9}\ell + \frac{1}{9}\ell \cdot \frac{1}{9}\ell \right]}{6EI_x} = \frac{7\ell^3}{486EI_x};$$

$$\delta_{22} = \delta_{11} = \frac{8\ell^3}{486EI_x};$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \frac{\frac{1}{3}\ell \cdot \frac{2}{9}\ell \cdot \frac{1}{9}\ell}{3EI_x} - \frac{\frac{2}{9}\ell \cdot \frac{2}{3}\ell \left[2 \cdot \frac{1}{9}\ell + \frac{1}{3}\ell \right]}{6EI_x} = -\frac{8\ell^3}{486EI_x};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = -\frac{\frac{1}{3}\ell \cdot \frac{2}{9}\ell \left[2 \cdot \frac{2}{9}\ell + \frac{2}{9}\ell \right]}{6EI_x} - \frac{\frac{1}{3}\ell \cdot \frac{2}{9}\ell \left[2 \cdot \frac{2}{9}\ell + \frac{1}{3}\ell \right]}{6EI_x} = -\frac{10\ell^3}{486EI_x};$$

$$\delta_{33} = \frac{\frac{1}{3}\ell \cdot \frac{1}{3}\ell \cdot \ell}{3EI_x} + \frac{\frac{1}{3}\ell \cdot \frac{1}{3}\ell \cdot \frac{1}{3}\ell}{3EI_x} = \frac{24\ell^3}{486EI_x}$$

Используя эти значения, находим параметры, входящие в формулу (2.67)

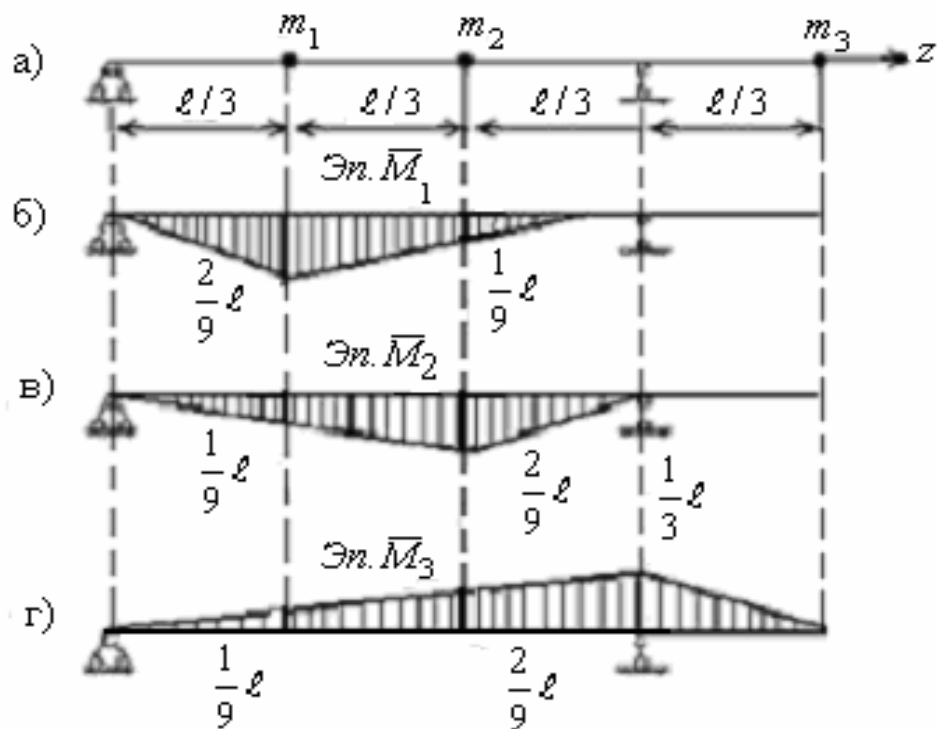


Рис. 2.29

$$\begin{aligned}
B_1 &= \delta_{11}m_1 + \delta_{22}m_2 + \delta_{33}m_3 = \\
&= \frac{8 \ell^3 m}{486EI_x} + \frac{8 \ell^3 \cdot 2m}{486EI_x} + \frac{24 \ell^3 m}{486EI_x} = \frac{48 \ell^3 m}{486EI_x} \\
B_2 &= \delta_{11}^2 m_1^2 + \delta_{22}^2 m_2^2 + \delta_{33}^2 m_3^2 + 2(\delta_{12}^2 m_1 m_2 + \delta_{23}^2 m_2 m_3 + \delta_{13}^2 m_1 m_3) = \\
&= \left(\frac{8 \ell^3 m}{486EI_x} \right)^2 + \left(\frac{8 \ell^3 2m}{486EI_x} \right)^2 + \left(\frac{24 \ell^3 m}{486EI_x} \right)^2 + \\
&2 \left[\left(\frac{7 \ell^3}{486EI_x} \right)^2 2m^2 + \left(\frac{-10 \ell^3}{486EI_x} \right)^2 2m^2 + \left(\frac{-8 \ell^3}{486EI_x} \right)^2 m^2 \right] \\
&= 1620 \left(\frac{m \ell^3}{486EI_x} \right)
\end{aligned} \tag{2.68}$$

Используя (2.67) и (2.68) определим частоту $\omega_{\min}$, которая лежит в пределах:

$$\begin{aligned}
\omega_{\min} &> \frac{1}{\sqrt[4]{B_2}} = \frac{1}{\sqrt[4]{1620 \left(\frac{m \ell^3}{486EI_x} \right)^2}} = 3,48 \sqrt{\frac{EI_x}{m \ell^3}} \\
\omega_{\min} &< \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} = \sqrt{\frac{48 \ell^3 m}{486EI_x \cdot 1620 \left(\frac{m \ell^3}{486EI_x} \right)^2}} = 3,7 \sqrt{\frac{EI_x}{m \ell^3}}
\end{aligned}$$

Среднее значение $\omega_{\min}$ будет $\omega_{\min} = 3,59 \sqrt{EI_x / (m \ell^3)}$.

Резюмируя данный раздел можно отметить, что определение собственных частот различных систем является самостоятельной и достаточно трудной задачей даже для механики стержневых систем. При этом собственная частота и форма колебаний сооружений являются основными параметрами - динамическими характеристиками, и несут в себе достаточно большую информацию о динамических свойствах системы в целом.

Еще более сложной задачей является определение частоты собственных колебаний для массивных гидротехнических сооружений. При этом, приходится использовать весьма приближенные расчетные схемы сооружения, позволяющие получить основные расчетные величины хотя - бы в первом приближении. Такие расчеты будут приведены в дальнейшем.

III. РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

3.1 Основные требования по обеспечению сейсмостойкости сооружений.

Основные требования, на основе которых ведется проектирование сооружений в сейсмических районах, определяются строительными нормами и правилами (СНиП). Нормы предусматривают отсутствие в гидротехнических сооружениях при сейсмических воздействиях разрушений или повреждений, которые могут вызвать катастрофические последствия. Эти последствия могут заключаться в затоплении населенных пунктов, повреждении промышленных и других объектов или затруднять проведение восстановительных работ по ликвидации последствий землетрясений.

Сейсмостойкость сооружения обеспечивается: 1- выбором благоприятной в сейсмическом отношении площадки строительства; 2- выбором рациональной конструктивно-планировочной схемы и материалов; 3- проведением специальных конструктивных мероприятий, повышающих сейсмостойкость сооружений; 4- совершенным расчетом конструкций на сейсмические воздействия; 5 - качеством выполнения строительно-монтажных работ.

В данное учебное пособие включены вопросы расчета сооружений на сейсмическое воздействие по СНиП, так и по динамической теории сейсмостойкости, а также некоторые рекомендации по проведению мероприятий, повышающих сейсмостойкость грунтовых плотин.

Расчет сооружений с учетом сейсмического воздействия производится по первому предельному состоянию (по несущей способности), т.е. определяется прочность или сейсмостойкость сооружений. При этом, в первую очередь, определяются динамические характеристики (основная частота и форма собственных колебаний), перемещения, усилия и напряжения в сооружениях и по полученному напряженному состоянию оценивается прочность при сейсмических нагрузках как сооружения в целом, так и его отдельных элементов.

3.2. Сведения о теориях расчета сооружений на сейсмические воздействия.

Как отмечалось в предыдущих главах, при землетрясении в земной коре и по ее поверхности распространяются упругие волны. Эти волны

взаимодействуя с сооружением, находящемся на поверхности Земли, вызывают сложные волновые явления в самом сооружении. Расчет сооружений с учетом волновых явлений называется расчетом по волновой теории, который даже в идеализированном случае для простых расчетных схем очень трудоемок

Эта теория расчета, находящаяся еще в стадии развития, позволяет учесть несинхронность колебаний различных точек оснований и сооружений во времени, что особенно важно для решения задачи сейсмостойкости сооружений большой протяженности. Для небольших в плане сооружений справедливо допущение об одновременном движении всех точек сооружения при сейсмическом воздействии.

Первой теорией сейсмостойкости, созданной в начале XX века японскими учеными Омори и Санно, является статическая теория, основанная на следующих допущениях.

1. Сооружение считается расположенным на условной жесткой платформе, совершающей поступательные перемещения с заданным ускорением a_0 .

2. Сооружение считается жестким, поэтому все его точки имеют одинаковые ускорения, равные ускорению основания a_0 .

В результате таких допущений на любой элемент сооружения весом Q или массой $m=Q/g$ будет действовать инерционная сила:

$$S = ma_0 = Q \frac{a_0}{g} = K_c Q \quad (3.1.)$$

где: $K_c = a_0/g$ – коэффициент сейсмичности, который принимается равным 0,025; 0,05; 0,1 при расчетной балльности 7,8,9 баллов, соответственно. Далее, на основе статически приложенной нагрузки S , определяются напряжения и перемещения в сооружении.

Дальнейшие исследования по уточнению теории показали, что поведение сооружений при землетрясении существенно зависит от его динамических характеристик (частот и форм колебаний), а также характера колебаний во времени. Это привело к необходимости перехода к расчету сооружений по динамической теории сейсмостойкости.

В динамической теории сооружение считается деформируемым твердым телом, причем появляется возможность использования различных моделей деформирования: линейной упругой, вязко-упругой, нелинейно-упругой и упругопластической.

Расчет сооружения по акселерограммам является дальнейшим развитием динамической теории. При этом, сооружение рассматривается расположенным на платформе, все точки которой совершают поступательные колебания по заданной акселерограмме, реальной (

полученной ранее в заданном районе) или аналоговой (взятой для района Земли с аналогичными или близкими условиями).

Одним из направлений динамической теории расчета является спектральный метод или расчет по спектральным кривым. Впервые идея этого метода была высказана в 1933 г. американским ученым М.Био. При этом методе сейсмические нагрузки, усилия и напряжения определяются не функциями от времени, а постоянной величиной, зависящей от параметров сейсмической нагрузки и от деформации сооружения. Расчетные величины сейсмических нагрузок, с учетом всех форм колебаний находятся по формуле средних квадратов. Спектральный метод в настоящее время является основным методом расчета сооружений на сейсмические воздействия в большинстве стран мира, в том числе и в Республике Узбекистан (КМК 2.01.03-96).

Четвертым направлением динамической теории является стохастическая теория, основанная на вероятностных методах оценки возможного эффекта землетрясения. При этом предполагается, что колебания почвы при землетрясениях носят хаотичный характер, при котором движение грунта рассматривается как случайный процесс, подчиненный лишь статистическим закономерностям.

3.3. Расчетные схемы , используемые в сейсмостойкости сооружений.

Для динамического расчета различных сооружений по любому методу, в первую очередь, необходимо выбрать расчетную схему, по возможности адекватно отражающую поведение сооружения. Для каждого сооружения можно подобрать расчетную схему различной степени сложности как одно- массовую так и пространственную. Простые расчетные схемы, как правило, резко упрощают проводимые расчеты, хотя поведение конструкции описывают весьма приближенно. Сложные схемы достаточно хорошо описывают поведение сооружения, но усложняют расчеты. Поэтому всегда надо выбирать оптимальные расчетные схемы, которые могут быть реализованы при конкретных расчетах и с необходимой точностью описывать поведение сооружений.

Варианты расчетных схем для различных типов сооружений при расчете на сейсмические воздействия приведены на рис.3.1-3.10.

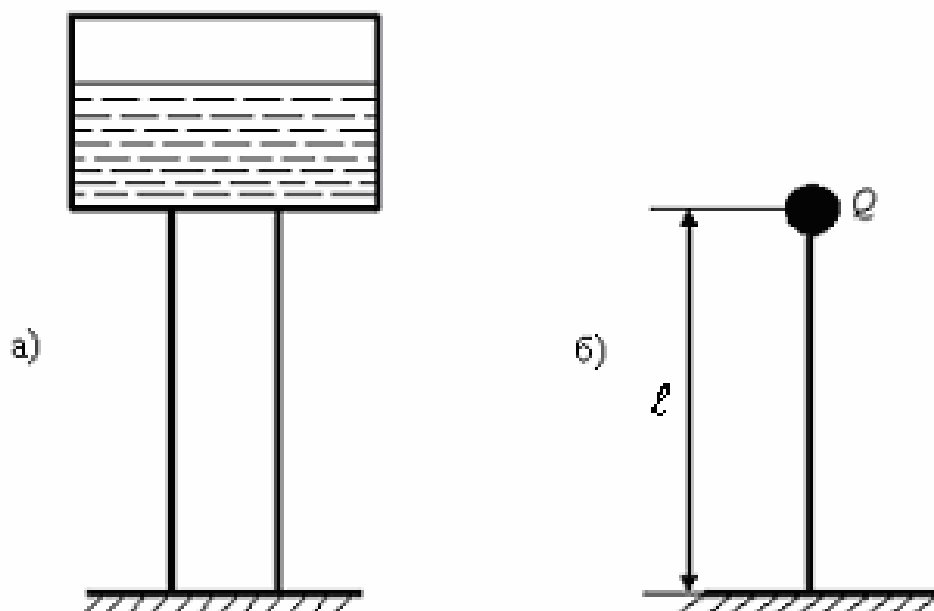


Рис. 3.1 Водонапорная башня (а), ее одномассовая (б) расчетная схема (Q -вес водонапорной башни с водой).

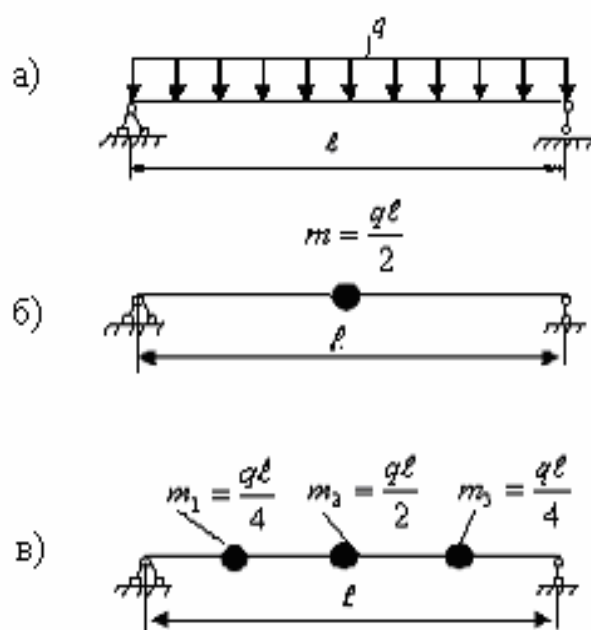


Рис. 3.2. Схема моста (а) по разрезной балке, его одномассовая (б) и трехмассовая (в) расчетные схемы (q -распределенный собственный вес моста).

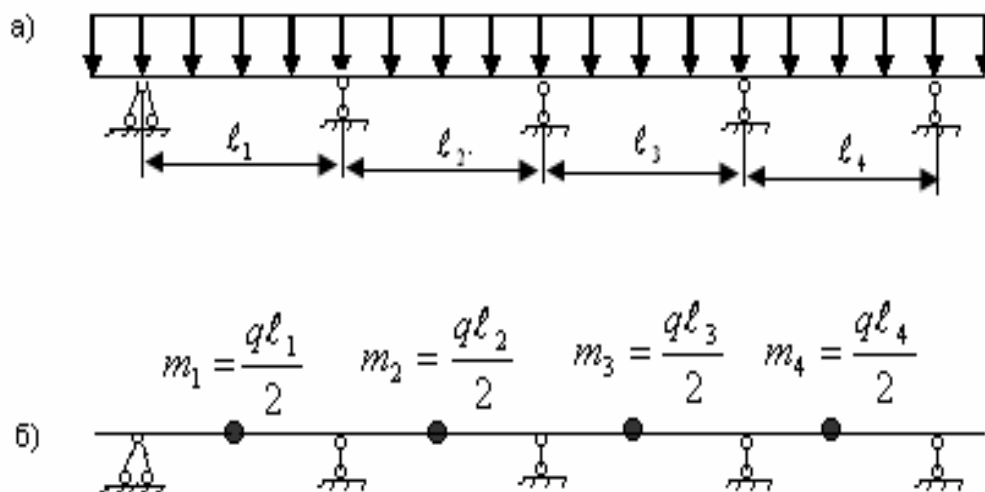


Рис.3.3. Схема трубопроводной системы или моста (а) по неразрезной балке, (б) его расчетная схема (q -распределенный собственный вес).

При принятой расчетной схеме (рис.3.3б), эта балка становится системой с сосредоточенными массами $m_1, m_2, \dots, m_4$.

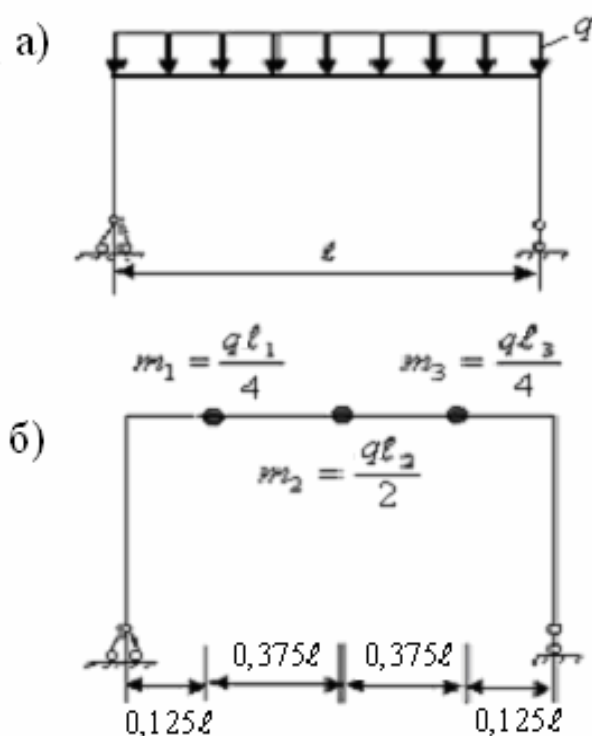


Рис.3.4. Схема рамы (а) и (б) ее трех массовая расчетная схема (q -распределенная нагрузка)

При расчете гравитационных плотин на продольные сейсмические воздействия обычно рассматриваются элементы плотин, выделенные вертикальными плоскостями шириной в 1 м.

На рисунках 3.5-3.6 показаны возможные расчетные схемы монолитной гравитационной плотины: треугольная с вертикальной напорной гранью, находящаяся при продольном сейсмическом воздействии в условиях плоской деформации (рис.3.5) или в виде упругой консоли, защемленной одним концом с несколькими массами различной величины (рис.3.6).

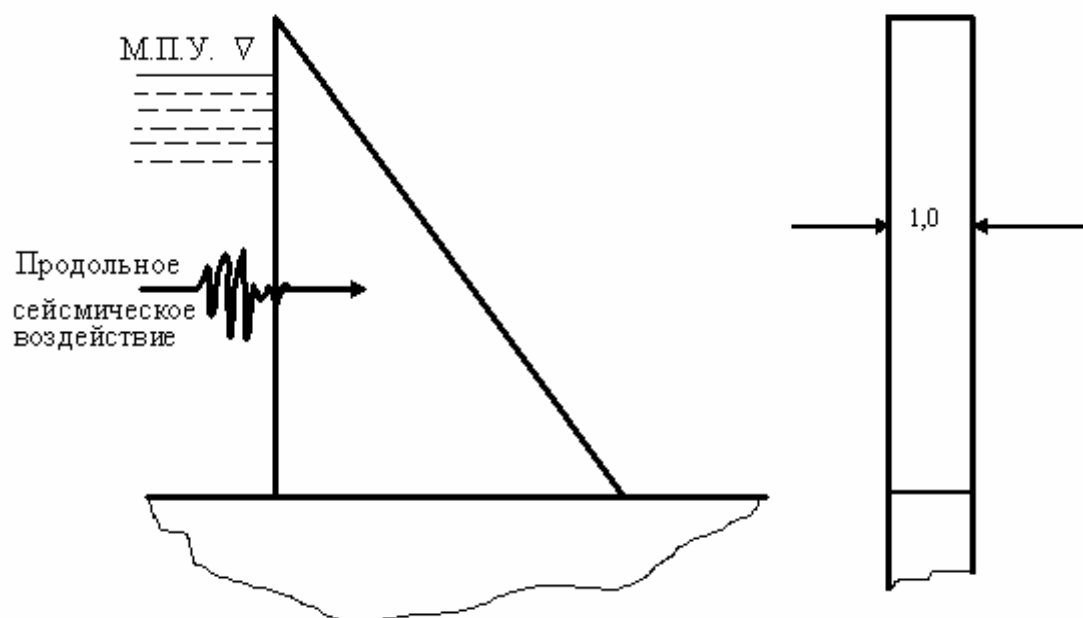


Рис. 3.5. Расчетная схема монолитной гравитационной плотины.

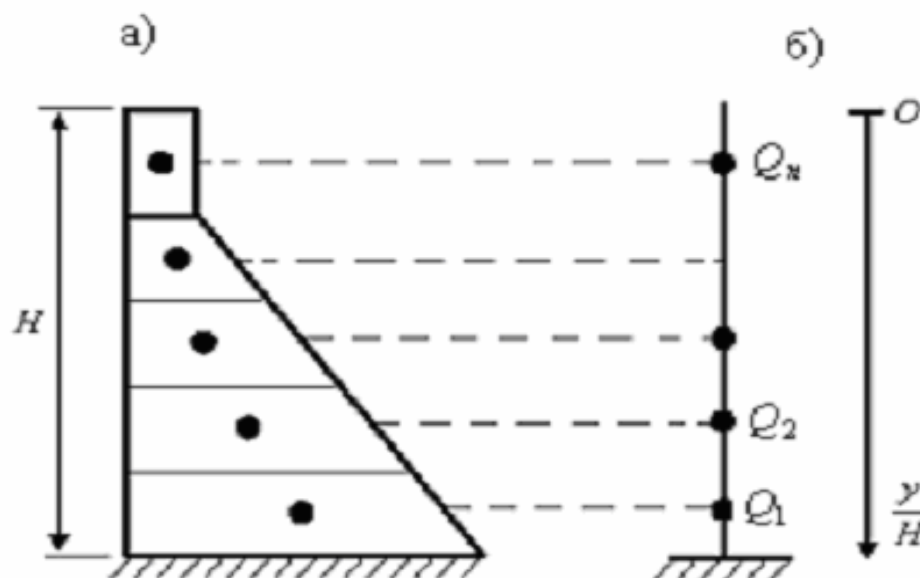


Рис. 3.6 Схема гравитационной плотины (а), ее многомассовая расчетная схема (б)

На рис.3.7 приведена расчетная схема секции контрфорсной плотины, с массивными оголовками, находящейся под продольным сейсмическим воздействием.

При этом для использования формулы плоской теории упругости толщина плиты контрфорса приводится к толщине оголовка (или наоборот) т.е.:

$$\frac{h_o}{h_n} = a = const$$

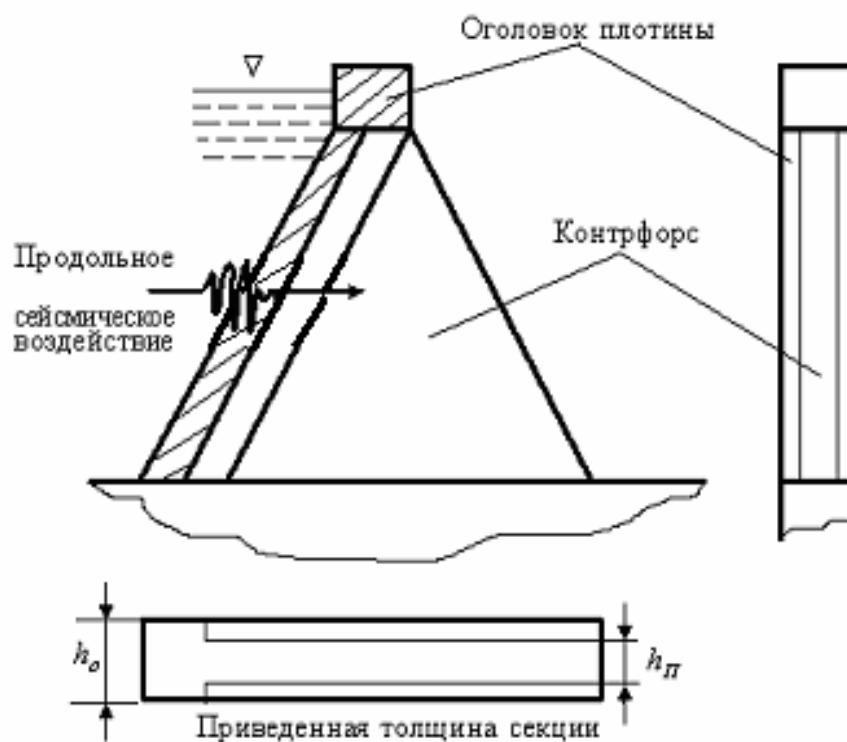


Рис.3.7. Расчетная схема контрфорса плотины

Арочные плотины (рис.3.8.) при расчете на продольные и поперечные сейсмические воздействия представляют как оболочку. При использовании теории тонких оболочек в расчете плотин такого вида возникают значительные математические трудности, поэтому арочная плотина рассматривается как сочетание горизонтальных арок и вертикальных консолей сочлененных в узлах.

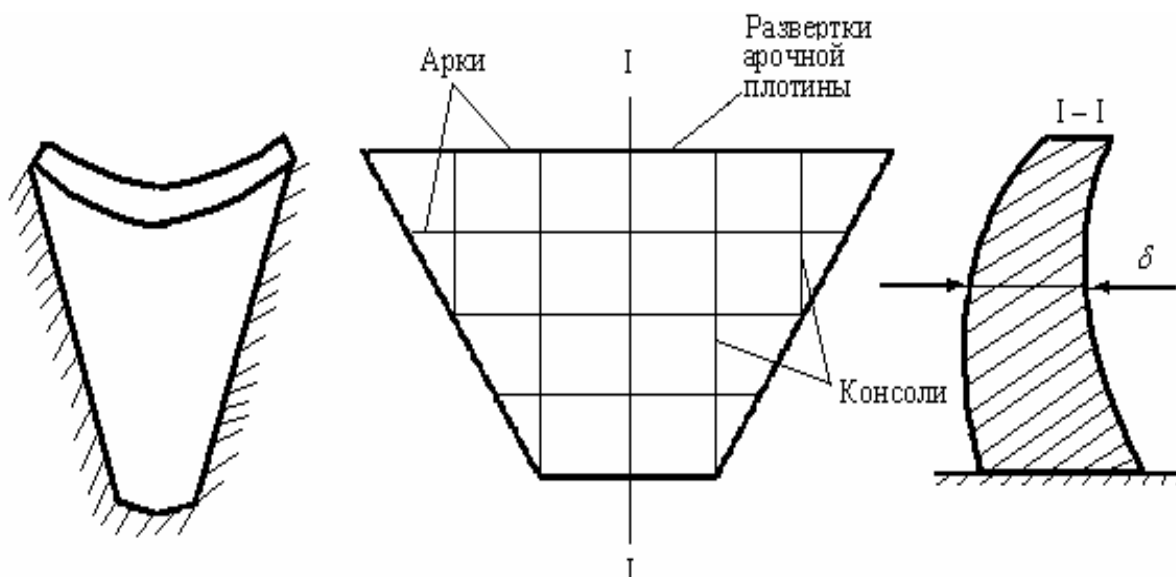


Рис. 3.8 Расчетная схема арочной плотины

Расчетная схема в виде плоско деформируемого тела применяется при расчете на продольные и вертикальные сейсмические воздействия плотин из грунтовых материалов (рис.3.9). Особенностью плотин такого вида является то, что материал плотины (любой грунт) сопротивляется только сжимающим и касательным напряжениям, не воспринимая растягивающих. Устойчивость откосов таких плотин под воздействием горизонтальных сейсмических усилий обеспечивается за счет внутреннего трения грунта и поэтому расчетной схемой является схема сдвигового клина (рис.3.10а), которая описывает возможное обрушение низового откоса по кругло-цилиндрической поверхности (рис.3.10б).

На рисунках 3.1-3.10 показаны различные расчетные схемы, соответствующие тем или иным типам сооружений. Обычно водонапорную башню (рис.3.1а) можно привести к одномассовой расчетной схеме, показанной на рисунке 3.1б. При этом, если учитывать ее движение только в горизонтальном направлении, эта система будет иметь одну степень свободы, а если учитывать горизонтальные и вертикальные, то она будет иметь уже две степени свободы.

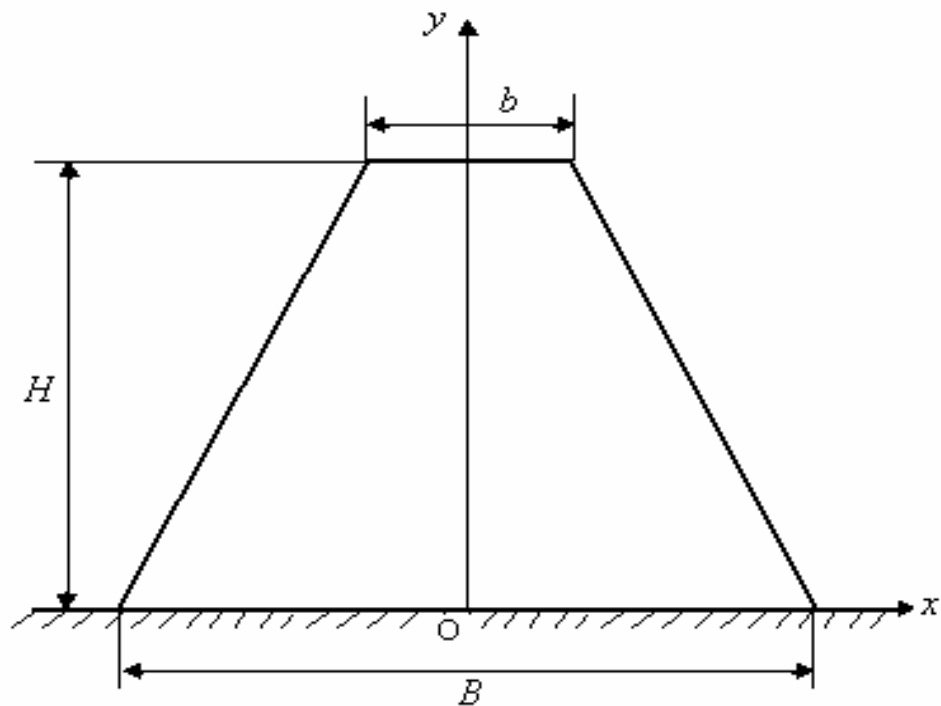


Рис.3.9. Плоская расчетная схема грунтовой плотины

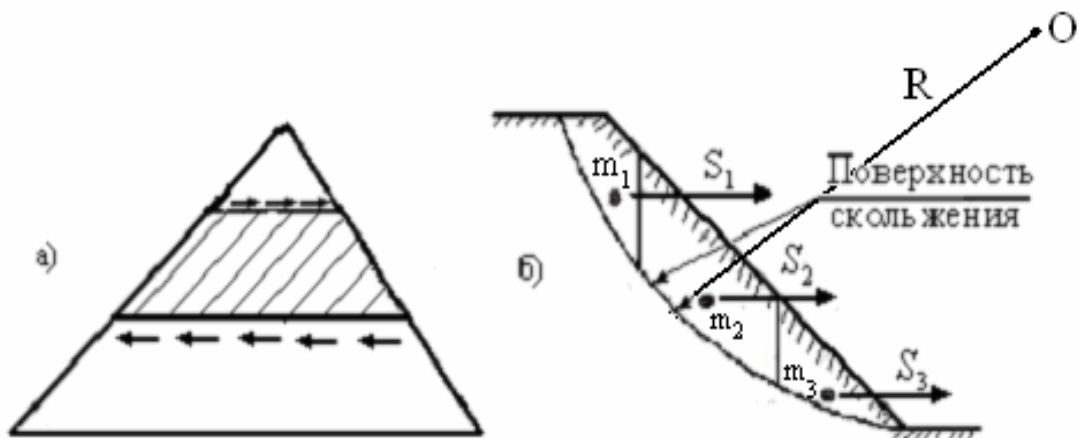


Рис.3.10. Расчетная схема грунтовой плотины по сдвиговому клину: а) для всей плотины в целом; б) для оценки устойчивости низового откоса

Таким образом, различные мосты, трубопроводные системы и рамные конструкции можно привести к расчетным схемам с конечным числом сосредоточенных масс, заменяющих равномерно распределенный по длине вес сооружения (рис.3.2-3.4).

Различные плотины также можно привести к расчетным схемам, состоящим из нескольких масс (рис.3.6), к консольным балкам, пластинам, оболочкам или к плоским системам (рис.3.7-3.10).

При сейсмическом расчете грунтовых плотин приходится использовать плоскую расчетную схему (рис.3.9). При этом считается, что сооружение находится в плоско деформированном состоянии. Использование пространственной расчетной схемы, значительно усложняется расчет. Часто при расчете грунтовых плотин на сейсмическое воздействие используется упрощенная расчетная схема, называемая сдвиговым клином (рис.3.10а). При её использовании предполагается, что в грунтовых плотинах происходят только сдвиговые деформации. При этом для оценки устойчивости низового откоса используется кругло цилиндрическая поверхность скольжения с радиусом R (рис.3.10б). Далее поверхность призмы скольжения разбивается на отсеки, в центре тяжести каждого отсека прикладывается сейсмическая сила S , действующая на отсек (рис.3.10б).

3.4. Определение сейсмических нагрузок на жесткие сооружения.

Простейшей расчетной моделью для массивных сооружений является «модель памятника» или модель Окамото. Это название произошло от производимых в Японии наблюдений за поведением при землетрясениях кладбищенских памятников, представляющих собой очень жесткую систему, которую можно считать практически недеформируемой (рис.3.11). Расчет таких сооружений можно производить по статической теории сейсмостойкости.

В данном случае при горизонтальных перемещениях основания, в движение вовлекаются одновременно все части сооружения с одним и тем же ускорением a_0 , равным ускорению основания. Значение инерционной (сейсмической) силы, приложенной в центре тяжести сооружения определяется по следующей формуле:

$$S = ma_0 \quad (3.2.)$$

где m -масса рассматриваемого сооружения или его элемента; a_0 - максимальное ускорение, сообщенное фундаменту сооружения.

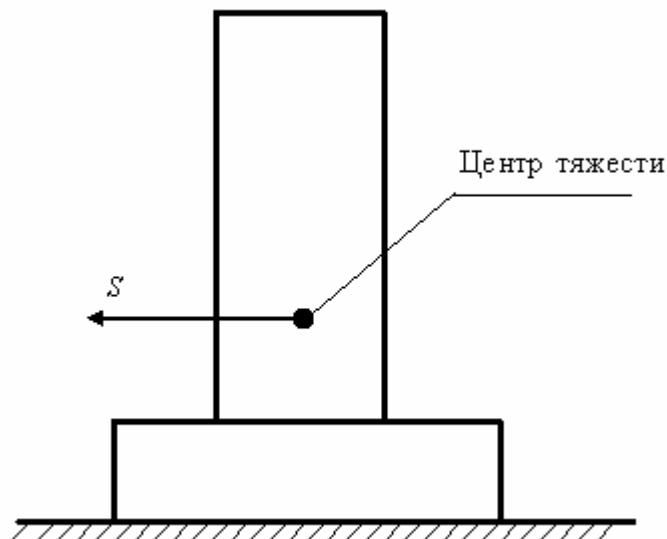


Рис.3.11. Схема памятника

Знак минус в формуле (3.2.) отсутствует, так как принимается абсолютное значение силы инерции, которая направляется в сторону наиболее невыгодную для работы сооружения.

Учитывая, что $m=Q/g$ (g - ускорение силы тяжести, Q - вес рассматриваемого сооружения), сейсмическая сила, действующая на сооружение, может быть определена формулой (3.1), т.е.:

$$S = Q \frac{a_o}{g} = K_c Q$$

Коэффициент K_c , показывающий отношение максимального ускорения, возникающего у основания сооружения к ускорению свободного падения, есть коэффициент сейсмичности, величина его принимается в зависимости от сейсмичности района. Обычно, значения K_c составляют для 7 балльной зоны- $K_c = 0,025$, 8 балльной - $K_c = 0,05$, 9 балльной зоны - $K_c = 0,1$.

Статическая теория дает заниженные значения инерционных сил, так как не учитываются кратковременность землетрясения (импульса), возникновение резонанса и другие динамические эффекты.. Поэтому, статическую теорию можно использовать только для достаточно жестких сооружений.

Из двух сооружений одинаковой конструкции и одинаковых размеров, сооружение, имеющее меньший период свободных колебаний, считается более сейсмостойким при условии, что период его свободных колебаний не совпадает с периодом колебания основания.

Для приведенного выше примера, с помощью динамической теории, предложенной японским профессором Мононобе и немецким инженером Бриске, определим сейсмические нагрузки, действующие на сооружение (рис.3.11), предполагая при этом, что на него действует горизонтальное

смещение. Сооружение рассматривается как упругая система, несущая лишь один сосредоточенный груз весом Q . Пусть смещение изменяется по закону:

$$x = b \cos \frac{2\pi}{T_o} t, \quad (3.3)$$

Тогда значение наибольшей горизонтальной силы инерции, приложенной к грузу будет определяться выражением:

$$S = \beta \frac{a_o}{g} Q \quad (3.4)$$

При этом

$$a_o = \left(\frac{2\pi}{T_o} \right)^2 b;$$

β -динамический коэффициент, зависящий от упругих свойств сооружения и параметров колебания основания, определяемый формулой:

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{T^2}{T_o^2}} \quad (3.5)$$

Здесь T - период собственных колебаний сооружения, T_o – период гармонического колебания основания при землетрясении. Нетрудно заметить, что для достаточно жестких сооружений период свободных колебаний T значительно меньше периода колебаний основания T_o , поэтому для таких сооружений $\frac{T^2}{T_o^2} \rightarrow 0$ и можно принять $\beta = 1$, и тогда результаты динамической теории совпадут с результатами статической теории.

Анализируя результаты Мононобе, убеждаемся, что его теория была шагом вперед, поскольку учитывала деформируемость сооружения. Однако, как нетрудно заметить, формула (3.4) получается при рассмотрении только установившихся вынужденных колебаний системы. Следовательно, существенным недостатком теории Мононобе является неучет влияния свободных колебаний, возникающих в сооружении при землетрясении. Наблюдения показали, что разрушительные свойства некоторых землетрясений проявляются в первые же моменты его возникновения, когда свободные колебания в сооружении еще не успели затухнуть. Это отметил также Бриске, указав, что «по сообщениям

очевидцев знаменитого японского землетрясения 1 сентября 1923 г., разрушения повсюду произошли в момент первого сильного подземного толчка».

В начальный момент землетрясения ускорение почвы сразу достигает максимального значения согласно (3.3.), а скорость равна нулю.

К.С.Завриев в своих исследованиях, принимая закон движения основания в виде (3.3) для упругой системы с одной сосредоточенной массой показал удвоение максимального значения инерционной силы, т.е.:

$$S = \beta_1 \frac{a_o}{g} Q \quad (3.6)$$

где:

$$\beta_1 = \frac{2}{1 - \frac{T^2}{T_o^2}} \quad (3.7)$$

Сравнение формул (3.5) и (3.7) показывает, что учет свободных колебаний сооружений приводит к увеличению динамического коэффициента в два раза. Для достаточно жестких сооружений $T \rightarrow 0$ и (3.6) переходит в формулу,

$$S = 2 \frac{a_o}{g} Q \quad (3.8)$$

показывающую, что даже для жестких сооружений, учет свободных колебаний приводит к удвоенному значению сейсмической нагрузки по сравнению с данными статической теории.

В дальнейшем подробно остановимся на расчете сооружений по спектральным методам и по записям акселерограмм.

При проектировании особенно ответственных сооружений проводится специальное изучение и классификация различных типов землетрясений, как случайных процессов, так и реальных записей акселерограмм, исследуется реакция (поведение) сооружений при землетрясениях как на случайные колебания. При этом применяются различные усложненные методы и расчетные схемы самих сооружений, т.к. уточненный расчет обеспечивает достоверность расчетов, повышая его трудоемкость.

Если проанализировать реальные записи смещений, скорости и ускорения земной поверхности при землетрясении Паркфильда, США, 1966г (рис.3.12), то явно выделяется область одного-двух «толчков» повышенной интенсивности, при которых и возникают наибольшие напряжения в конструкции, и затем, сейсмические

воздействия резко уменьшаются. Это позволяет говорить не о колебательных процессах с возможным вхождением системы основание-сооружение в резонансный режим, а о нагрузке, близкой к ударной, параметры которой определяются спектрами и формой собственных колебаний сооружения и их затуханием.

При расчете конструкции по акселерограмме предполагается, что на все точки деформируемого сооружения действует сейсмическая (инерционная) нагрузка, пропорциональная величине ускорения (по акселерограмме), изменяющаяся по времени, как показано на рис.3.12. Далее рассматривается динамическое поведение сооружения при сейсмическом воздействии (рис.3.12) и определяется изменение сейсмической нагрузки каждой точки сооружения в различные моменты времени.

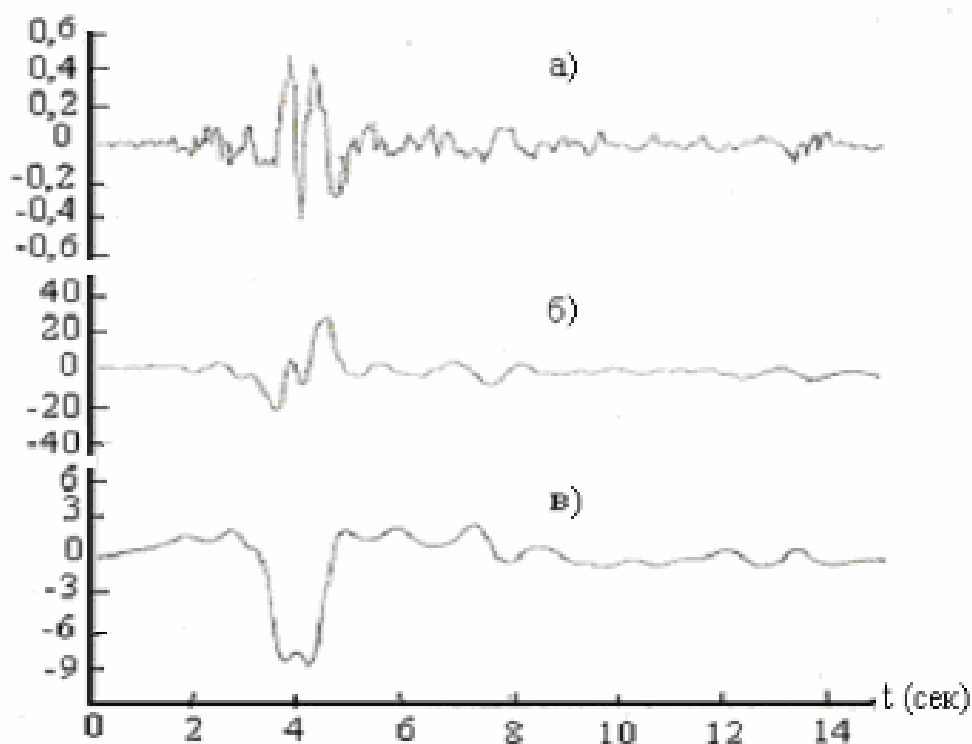


Рис.3.12. Реальные записи землетрясения (Паркфильд, США, 1966г.)

а) акселерограмма – ускорение в долях от g ;

б) велосиграмма – скорость в дюймах/сек;

в) сейсмограмма – перемещение в дюймах (1 дюйм = 2,54см.).

В спектральном методе, в отличие от метода расчета по акселерограмме, для каждой формы колебаний определяется перемещение, сейсмические нагрузки, усилия и напряжения не как

функции времени, а находятся только максимальные значения этих величин.

3.5 . Расчет системы с одной степенью свободы по заданной акселерограмме

Рассмотрим систему с одной степенью свободы в виде невесомой упругой консоли с массой m (рис.3.13а) при заданных законах движения (рис.3.13б) основания $y_o(t)$:

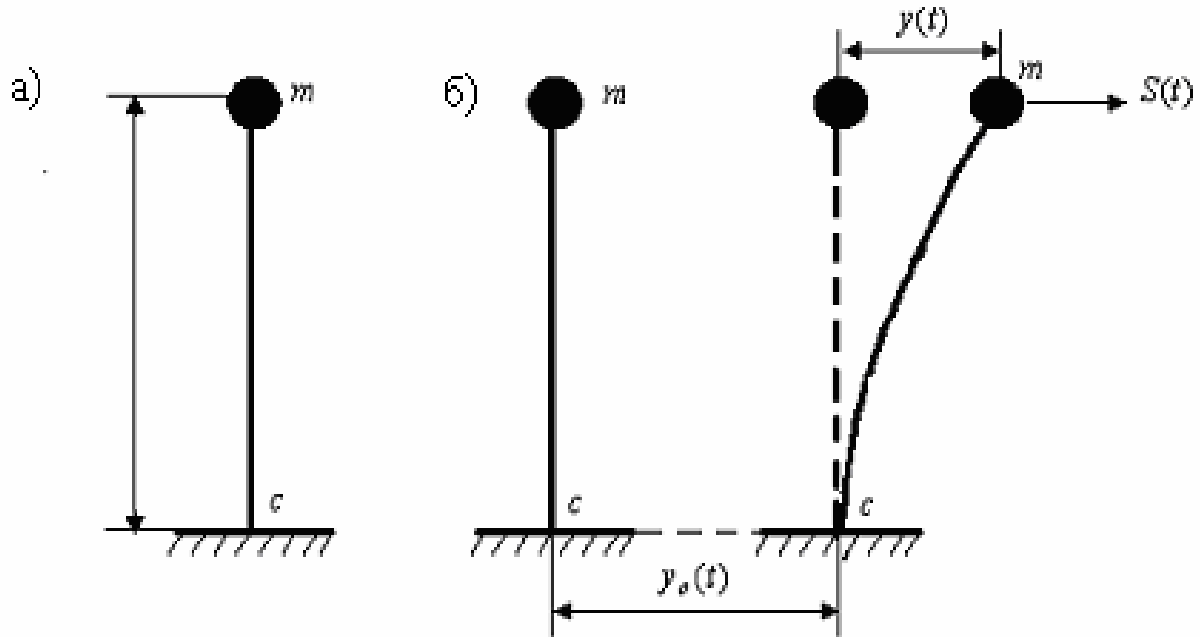


Рис.3.13. Одномассовая система.

Полное горизонтальное перемещение массы m можно определить как:

$$\bar{y}(t) = y_o(t) + y(t) \quad (3.9)$$

Тогда уравнение колебаний одномассовой системы будет иметь вид:

$$m\ddot{\bar{y}}(t) + \beta\dot{\bar{y}}(t) + r\bar{y}(t) = 0 \quad (3.10)$$

Подставив (3.9) в (3.10), получим:

$$m\ddot{y}(t) + \beta\dot{y}(t) + ry(t) = -m\ddot{y}_o(t) \quad (3.11)$$

или

$$\ddot{y}(t) + 2\varepsilon\dot{y}(t) + \omega^2 y(t) = -\ddot{y}_o(t) \quad (3.12)$$

Здесь: $\ddot{y}_o$ - ускорение основания сооружения (т.е. действующая

акселерограмма);
 m - масса рассматриваемой системы;
 β - коэффициент вязкого сопротивления;
 $\varepsilon = \beta / 2m = \frac{\delta}{2\pi} \bar{\omega}$ - удвоенный коэффициент затухания колебаний;
 δ - логарифмический декримент колебаний.

Собственная частота колебаний:

$$\bar{\omega} = \omega \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^2} = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}} \quad (3.13)$$

При малых $\delta \bar{\omega} \approx \omega$, т.е.

$\omega = \sqrt{\frac{r}{m}}$ - собственная частота незатухающих колебаний;

r – коэффициент жесткости системы, или сила ее упругого сопротивления при единичном смещении массы.

Решение уравнений (3.12) при однородных начальных условиях ($y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$) будет:

$$y(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}} \int_0^t \ddot{y}_o(\tau) e^{-\frac{\delta}{2\pi} \bar{\omega}(t-\tau)} \sin \bar{\omega}(t-\tau) d\tau \quad (3.14)$$

Если представить заданное ускорение колебаний основания в виде:

$$\ddot{y}_o(t) = \alpha f(t)$$

где α - максимальная амплитуда действительного ускорения, заданного в виде акселерограммы, $f(t)$ - заданная относительная функция времени, то получим:

$$y(t) = y_{ст} \beta(t)$$

где $y_{ст} = \alpha / \omega^2$ - есть перемещение от статически приложенной инерционной силы $S_o = m\alpha$, соответствующее максимальному ускорению α .

Здесь $y_{ст} = S_o \delta_{11} = m\alpha \left(1 / (m\omega^2)\right) = \alpha / \omega^2$; $\delta_{11} = 1 / r = 1 / m\omega^2$ -

упругое перемещение от единичной силы или коэффициент податливости.

При этом коэффициент динамичности будет:

$$\beta(t) = \frac{y(t)}{y_{ст}} = -\bar{\omega} \int_0^t f(\tau) e^{-\frac{\delta}{2\pi} \bar{\omega}(t-\tau)} \sin \bar{\omega}(t-\tau) d\tau \quad (3.15)$$

Из этого для рассматриваемой системы вытекает

$$\beta(t) = \frac{S(t)}{S_o}$$

где $S(t)$ – инерционная сила, или сейсмическая нагрузка, действующая на массу m при заданных ускорениях основания $\ddot{y}_o(t)$; $S_o = m\alpha$ – сейсмическая нагрузка, соответствующая постоянному максимальному ускорению α .

Отсюда

$$S(t) = S_o \beta(t) = m\alpha \beta(t) \quad (3.16)$$

С помощью формулы (3.16) можем определить величину сейсмической нагрузки, действующей на массу m в любой момент времени t при действии ускорений $\ddot{y}_o(t)$.

3.6. Расчет многомассовой системы при использовании спектрального разложения по собственным формам колебаний

Рассмотрим плоскую упругую систему (рис.3.14) с массами $m_1, m_2, m_3 \dots m_n$, каждая из которых обладает двумя степенями свободы ($u_i, v_i, i=1, n$).

Пусть на нее действует горизонтальное сейсмическое воздействие $u_o(t)$.

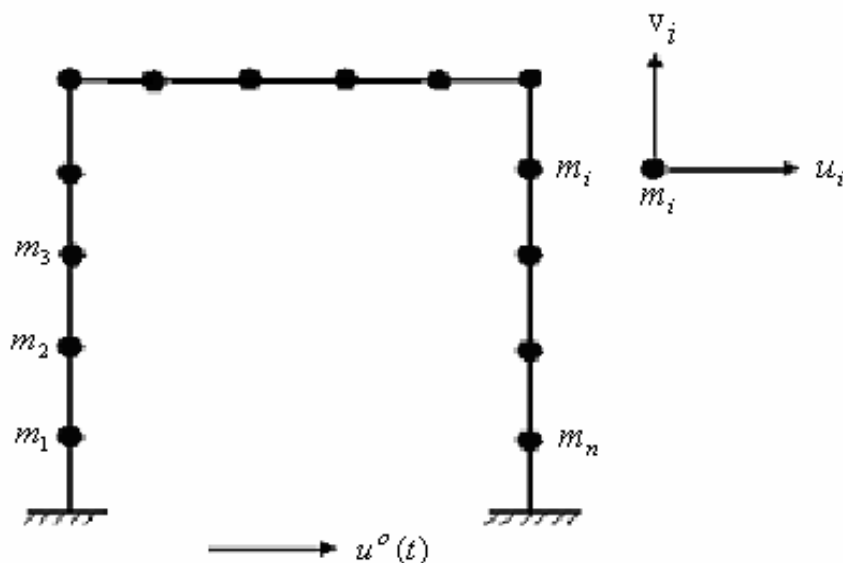


Рис.3.14. Плоская система

Уравнение движения системы (рис.3.14) в матричной форме можно записать в следующем виде:

$$[M]\{\ddot{\bar{u}}\} + 2\varepsilon[M]\{\dot{\bar{u}}\} + [R]\{\bar{u}\} = 0 \quad (3.17)$$

$$\{\bar{u}(0)\} = \{\bar{u}_o\}, \quad \{\dot{\bar{u}}(0)\} = \{\bar{v}_o\}$$

Здесь
$$\{\bar{u}(t)\} = \{u(t)\} + \{u^o(t)\} \quad (3.18)$$

есть вектор полных перемещений системы.

При этом, знак []- означает матрицу, {u} – означает вектор, а знак Т- операцию транспонирования. На основе этого можем записать, что:

$$\{\bar{u}\}^T = \{\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_2, \dots, \bar{u}_n, \bar{v}_n\}; \quad \{u\}^T = \{u_1, v_1, u_2, \dots, u_n, v_n\}; \quad \{u^o\}^T = \{u_1^o, 0, u_2^o, 0, \dots, u_n^o, 0\}$$

$\{u^o\}$ - вектор заданных кинематических (сейсмических) воздействий;
 $\{u\}$ – вектор упругих перемещений масс;
 $\{\bar{u}\}$ – вектор полных перемещений масс;
 $[M], [R]$ – матрица массы и жесткости системы.

Подстановка (3.18) в (3.17) приводит уравнение (3.17) к виду:

$$[M]\{\ddot{u}\} + 2\varepsilon[M]\{\dot{u}\} + [R]\{u\} = -[M]\{\ddot{u}^o\} \quad (3.19)$$

при начальных условиях:

$$\{u(0)\} = \{u_o\}, \quad \{\dot{u}(0)\} = \{v_o\} \quad (3.20)$$

При расчете системы (рис.3.14) на сейсмические воздействия с использованием спектрального метода сначала необходимо решить задачу на собственные значения:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [R]\{u\} = 0 \quad (3.21)$$

Решение (3.21) ищем в виде:

$$\{u\} = \{u^*\} \cos \omega t. \quad (3.22)$$

Подстановка (3.22) в (3.21) сводит рассматриваемую задачу (3.21) к алгебраическому уравнению на собственные значения вида:

$$([M] - \omega^2 [R]) \{u^*\} = 0 \quad (3.23)$$

Решая специальными методами вычислительной математики на ЭВМ уравнение (3.23), определим $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots \omega_n$ собственных частот и соответствующие им собственные формы $\{u^*\}_1, \{u^*\}_2, \dots, \{u^*\}_n$ колебаний системы.

Пример. Рассмотрим определение собственных частот и форм колебаний плоской рамы (рис.3.14). Высота стойки $h = 6$ м, длина ригеля $\ell = 10$ м, удельный вес $\gamma = 2,4$ тс/м³. Материал рамы железобетон, предполагаемый модуль упругости $E = 34000$ кгс/см². Момент инерции поперечного сечения стойки $I_{\text{ст}} = \frac{(0,4)^4}{12}$ м⁴, ригеля $I_{\text{риг}} = \frac{(0,7)^3 \cdot (0,4)}{12}$ м⁴.

Методом конечных элементов (МКЭ) раму сводим к многомассовой системе с количеством массы равным $n=23$. Каждая масса имеет две степени свободы: горизонтальные - u и вертикальные - v перемещения.

Процедура МКЭ сводит рассматриваемую задачу к задаче определения собственных частот и форм колебаний (3.23), решая которую определяем 5 первых низших собственных частот и соответствующих им форм колебаний.

На рисунке 3.15 показаны различные собственные формы колебаний плоской рамы, а в таблице 3.1 приведены значения амплитуд нормированных перемещений масс, соответствующие различным собственным формам колебаний ($T_i = \omega_i / 2\pi$ - период собственных форм колебаний).

Для проведения сейсмического расчета сооружения с использованием спектрального разложения по формам колебаний решение уравнения (3.19) ищем в виде:

$$\{u\} = \sum_{i=1}^m \{u^*\}_i y_i(t) \quad (3.24)$$

где i - количество удержанных собственных форм, в разложение (3.24);

$\{u^*\}_i$ - найденные собственные формы колебаний системы;

$y_i(t)$ - искомые функции времени, соответствующие i -й форме колебаний.

Подстановка (3.24) в (3.25) сводит задачу о колебаниях системы при сейсмических воздействиях к решению системы дифференциальных уравнений вида:

$$m_{ij}\ddot{y}_j(t) + 2\varepsilon_i m_{ij}\dot{y}_j(t) + r_{ij}y_j(t) = -\ddot{H}_i(t) \quad (3.25)$$

с начальными условиями : $y_i(0) = y_i^o, \dot{y}_i(0) = v_i^o$

Порядок уравнения (3.25) является небольшим, т.е. он равен количеству собственных форм, удержанных в разложении (3.24). Из-за ортогональности собственных форм, система уравнения распадается на отдельные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка вида:

$$\ddot{y}_i(t) + 2\varepsilon_i\dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = -H_i(t) \quad (3.27)$$

где: $\ddot{H}_i(t) = \ddot{u}^o(t) \cdot \eta_i$; $u^o(t)$ - действующее на систему кинематическое (сейсмическое) воздействие; η_i - коэффициент формы колебаний.

Коэффициент форм колебаний вычисляется следующим образом:

$$\eta_i = \frac{\{u^*\}_i [M]}{\{u^*\}_i^T [M] \{u^*\}_i}$$

При однородных (нулевых) начальных условиях ($y_i^o = 0, v_i^o = 0$) решение уравнения (3.27) имеет вид:

$$y_i(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}_i} \int_0^t \ddot{H}_i(\tau) e^{-\varepsilon_i(t-\tau)} \sin \bar{\omega}_i(t-\tau) d\tau \quad (3.28)$$

В любой момент времени перемещение масс системы, соответствующее i -той форме, вызванное сейсмическими воздействиями, определяется с помощью выражения (3.24), т.е.

$$\{u\}_i = \{u^*\}_i y_i(t) \quad (3.29)$$

Коэффициент затухания ε_i и частоту затухающих колебаний $\bar{\omega}_i$ можно определить с помощью выражений

$$\varepsilon_i = \frac{\delta}{2\pi} \bar{\omega}_i \approx \frac{\delta}{2\pi} \omega_i; \quad \bar{\omega}_i = \frac{\omega_i}{\sqrt{1 + (\delta/2\pi)^2}} \approx \omega_i$$

здесь δ - логарифмический декремент колебаний, который связан с коэффициентом поглощения энергии ψ и коэффициентом неупругого сопротивления γ следующим образом: $\gamma = \frac{\psi}{2\pi} = \frac{\delta}{\pi}$.

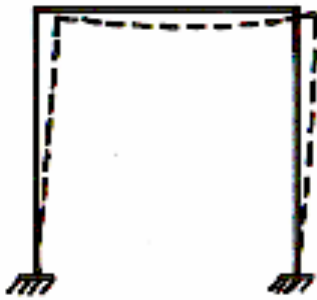
Обычно $\bar{\omega}_i$ отличается от ω_i очень незначительно, поэтому почти всегда можно принять $\bar{\omega}_i \approx \omega_i$.

Сейсмическую нагрузку, соответствующую i -й форме колебаний можно определить

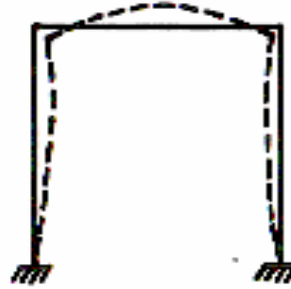
$$\{\bar{S}_i\} = \omega_i^2 [M] \{u^*\}_i$$

или

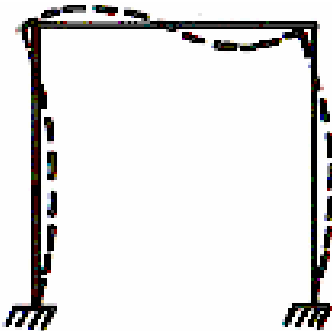
$$\{S_i\} = \{\bar{S}_i\} y_i(t)$$



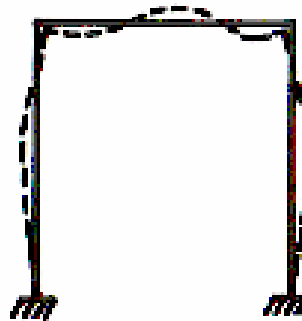
1-ая форма
 $\omega_1=4,57$ рад/сек, $T_1=0,219$ сек



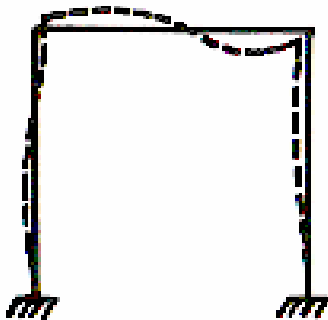
2-ая форма
 $\omega_2=13,81$ рад/сек, $T_2=0,072$ сек



3-ья форма
 $\omega_3=38,53$ рад/сек, $T_3=0,026$ сек



4-ая форма
 $\omega_4=40,60$ рад/сек, $T_4=0,0246$ сек



5-ая форма
 $\omega_5=52,42$ рад/сек, $T_5=0,0191$ сек

Рис.3.15 Собственные формы колебаний плоской рамы.

Амплитуда нормированных перемещений масс системы при различных собственных формах колебаний плоской рамы

Табл.3.1.

№ масс	Перемещения массы									
	1-ая форма		2-ая форма		3-я форма		4-я форма		5-ая форма	
	u	v	u	v	u	v	u	v	u	v
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.07	0.0	0.046	0.003	0.273	0.005	-0.279	0.004	-0.325	0.031
3	0.246	0.0	0.143	0.006	0.747	0.009	-0.759	0.007	-0.808	0.062
4	0.476	0.001	0.243	0.009	1.0	0.014	-1.0	0.011	-0.900	0.092
5	0.709	0.001	0.268	0.012	0.830	0.018	-0.818	0.015	-0.489	0.121
6	0.899	0.002	0.200	0.015	0.331	0.023	-0.355	0.018	0.061	0.150
7	0.999	0.002	-0.0	0.018	-0.155	0.027	-0.022	0.022	0.113	0.177
8	0.999	-0.028	-0.0	0.302	-0.158	0.307	-0.018	-0.013	0.118	0.644
9	0.999	-0.038	-0.0	0.576	-0.161	0.448	-0.014	-0.032	0.121	0.993
10	0.999	-0.034	-0.0	0.801	-0.163	0.424	-0.009	0.109	0.123	0.999
11	0.999	-0.019	-0.0	0.948	-0.164	0.254	-0.004	0.175	0.125	0.624
12	1.0	0.0	0.0	1.0	-0.164	0.0	0.0	0.201	0.126	0.0
13	0.999	0.019	0.0	0.948	-0.164	-0.254	0.004	0.175	0.125	-0.624
14	0.999	0.034	0.0	0.801	-0.163	-0.424	0.009	0.109	0.124	-1.0
15	0.999	0.038	0.0	0.576	-0.161	-0.448	0.014	0.032	0.121	-0.993
16	0.999	0.028	0.0	0.302	-0.158	-0.307	0.018	-0.013	0.118	-0.644
17	0.999	-0.002	0.0	0.018	-0.155	-0.027	0.022	0.022	0.113	-0.177
18	0.899	-0.002	-0.200	0.015	0.332	-0.023	0.355	0.018	0.061	-0.150
19	0.709	-0.001	-0.268	0.012	0.830	-0.018	0.818	0.015	-0.489	-0.121
20	0.476	-0.001	-0.234	0.009	1.0	-0.014	1.0	0.011	-0.900	-0.092
21	0.246	-0.0	-0.143	0.006	0.747	-0.009	0.759	0.007	-0.808	-0.062
22	0.07	-0.0	-0.046	0.003	0.273	-0.005	0.279	0.004	-0.325	-0.031
23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Суммарное перемещение и сейсмические нагрузки, приходящиеся на каждую массу, возникающие при различных формах колебаниях в любой момент времени можно определить:

$$\{u\} = \sum_{i=1}^m \{u^*\}_i y_i(t), \{S\} = \sum_{i=1}^m \{\bar{S}_i\} y_i(t)$$

С помощью этого метода можно оценить сейсмическую нагрузку, возникающую при сейсмическом воздействии на сооружение, соответствующем принятой акселерограмме землетрясения.

Обычно в спектральном методе вместо вычисления выше приведенных интегралов, находят их максимальные величины, которые зависят от двух параметров - собственной частоты ω_i (или периода T_i) и

коэффициента затухания ε_i , соответствующих i -й форме колебаний сооружения.

С учетом этого, для определения значения y_i вместо (3.28) можно использовать их следующие максимальные значения:

$$y_i = y_i(T_i) = \frac{\eta_i \alpha}{\omega_i^2} \beta(T_i) \quad (3.30)$$

$\beta(T_i)$ - коэффициент динамичности сооружения, зависящий от величины периода T_i по i -ой форме колебаний; α - максимальная амплитуда ускорения землетрясения, т.е. $\ddot{u}^o(t) = \alpha \cdot f(t)$, $f(t)$ - заданная относительная функция времени.

При этом, $\beta(T_i)$ определяется по спектральной кривой (рис. 3.16) или, приблизительно, можно принять:

$$\begin{aligned} \beta(T_i) &= 3, & 0 < T_i \leq 0,33 \text{ сек}; \\ \beta(T_i) &= 1/T_i, & 0,33 \leq T_i \leq 1,25 \text{ сек}; \\ \beta(T_i) &= 0,8, & T_i \geq 1,25 \text{ сек}. \end{aligned}$$

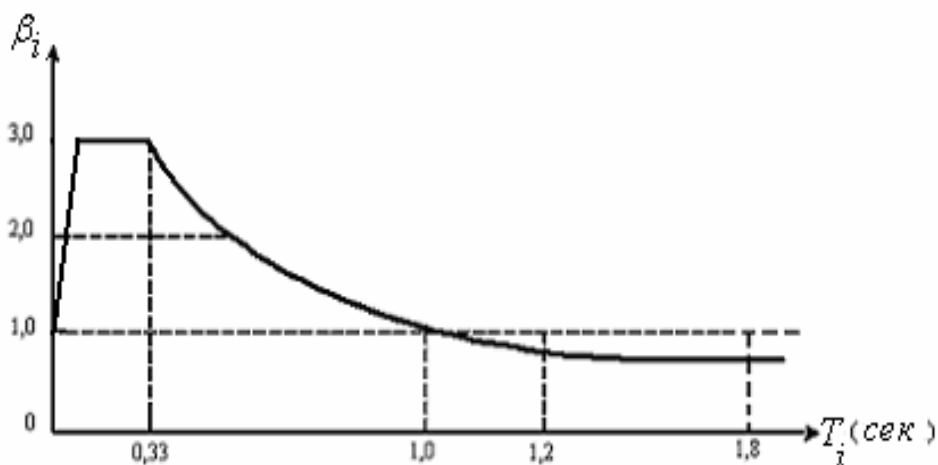


Рис.3.16. Коэффициент динамичности

С учетом (3.30) максимальное перемещение и усилие, приходящееся на каждую массу в i -й форме колебаний, можно определить:

$$\{u\} = \{u^*\}_i y_i, \quad \{S_i\} = \{\bar{S}_i\} y_i$$

В спектральном методе также предполагается, что перемещение и сейсмические нагрузки во всех формах колебаний одновременно достигают максимальных значений для всех масс или во всех сечениях сооружения. При этом суммарные величины максимальных перемещений и сейсмических нагрузок, получаемые каждой массой системы при сейсмических воздействиях, определяются по формулам:

$$\{u\} = \sum_{i=1}^m \{u^*\}_i y_i; \{S\} = \sum_{i=1}^m \{\bar{S}_i\} y_i$$

Обычно такой случай не реален, т.к. не все частоты сооружений при землетрясениях возникают одновременно. Учет всех их дает завышенные значения расчетных параметров. Поэтому, при расчете сооружений на сейсмостойкость используются среднеквадратичные величины перемещений и усилий, т.е.

$$\{u\} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \{u\}_i^2}, \{S\} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \{S_i\}^2} \quad (3.31)$$

3.7. Методы определения расчетных сейсмических нагрузок на гидротехнических сооружениях

Рассмотрим последовательность расчета на сейсмическое воздействие гидротехнических сооружений на простом примере, используя модель консольной балки переменного сечения (рис. 3.17а).

Пусть сооружение под действием горизонтального сейсмического воздействия $u^o(t) = \alpha f(t)$ совершает сдвиговые колебания. Обычно, при обосновании сооружений I и II классов и проектировании сооружений III и IV классов, в расчетах на сейсмическое воздействие ограничиваются первыми тремя низшими формами колебаний.

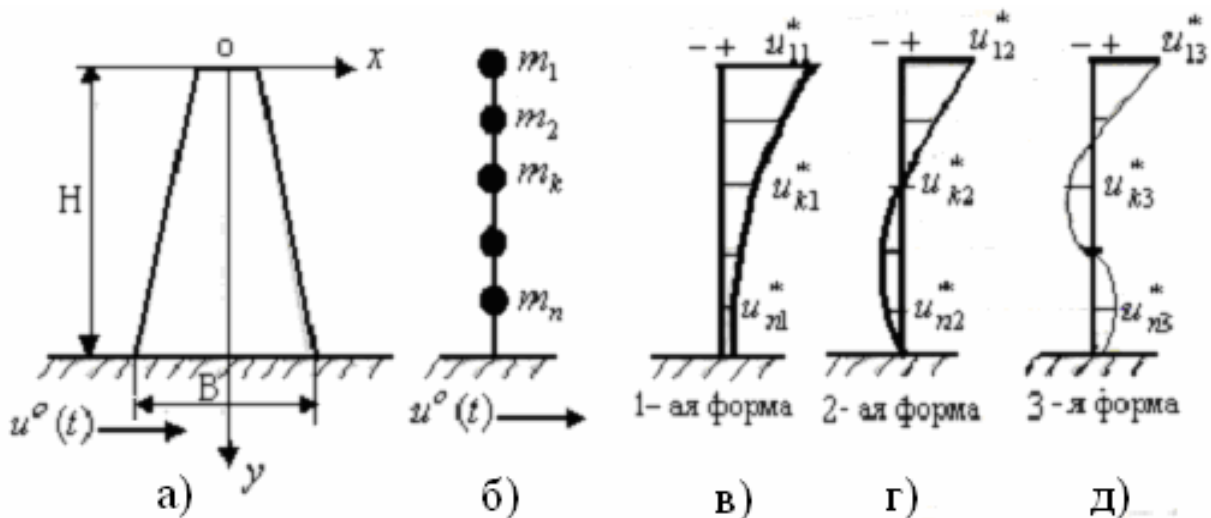


Рис.3.17

Для оценки сейсмостойкости рассматриваемое сооружение (рис.3.17а) методом конечных элементов сводится к многомассовой

системе с n - ми степенями свободы (рис.3.17б). Составляется уравнение (3.23) и определяется несколько низших собственных частот $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_k$ (или периодов $T_1, T_2 \dots T_k$), далее определяются соответствующие им формы колебаний $\{u^*\}_1, \{u^*\}_2, \dots, \{u^*\}_k$. В данном примере показаны только 3 собственные частоты и, соответствующие им формы колебаний (рис.3.17в,г,д). При рассмотрении данной задачи предполагается, что каждая масса ($1, 2 \dots k, \dots n$) имеет одну степень свободы, т.к. рассматриваются только сдвиговые колебания. При дополнительном учета изгибе, каждая масса будет иметь две степени свободы.

Здесь под $\{u^*\}_i$ имеется в виду перемещение различных точек (масс),

т.е.:

$$\{u^*\}_i^T = \{u_{1i}^*, u_{2i}^*, u_{3i}^*, \dots, u_{ki}^*, \dots, u_{ni}^*\},$$

Обычно, u_{ki} означает перемещение точки k в i -й форме колебаний.

Во вторую очередь определяются коэффициенты формы колебаний:

$$\eta_{ki} = \frac{u_{ki}^* \sum_{k=1}^n m_k u_{ki}^*}{\sum_{k=1}^n m_k u_{ki}^{*2}} = \frac{u_{ki}^* \sum_{k=1}^n Q_k u_{ki}^*}{\sum_{k=1}^n Q_k u_{ki}^{*2}} \quad (3.32)$$

Здесь: $Q_k = m_k g$ - вес, m_k - масса сооружения, приходящаяся на соответствующую k -ю точку сооружения ($k = 1, 2, \dots, n$), g -ускорение свободного падения.

В третью очередь определяется перемещение и сейсмическая нагрузка, приходящаяся на точку (массу)- k , соответствующую i -й форме колебаний,

т.е.:

$$u_{ki} = \frac{K_c g \beta_i^o}{\omega_i} \eta_{ki} \quad (3.33)$$

$$S_{ki} = K_c \beta_i^o \eta_{ki} Q_k \quad (3.34)$$

K_c —коэффициент сейсмичности (значение которого для землетрясений различной силы приведено в § 3.1.).

Наряду с этим, сейсмическая нагрузка, приходящаяся на точку k , соответствующую i -й форме колебаний по нормативным документам (СНиП) определяется по формуле:

$$S_{ki} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_\psi \cdot Q_k \cdot A \cdot \beta_i \cdot \eta_{ki} \quad (3.35)$$

Здесь вместо значения α использован коэффициент A , который является безразмерным ускорением, т.е. $A=\alpha /g$. Его значение дается в СНиПе: для сейсмичности 7,8,9 баллов, A соответственно равно 0.1, 0.2, 0.4. K_1 -коэффициент, учитывающий появление остаточных деформаций, трещин и т.д. Величина K_1 -постоянна и равна 0,25. Коэффициент K_2 учитывает высоту сооружений H ; при $H < 60\text{м}$, $K_2=0,8$, при $H= 60\text{-}100\text{м}$, $K_2=0,9$, при $H>100\text{м}$, $K_2=1$.

K_ψ - коэффициент, зависящий от материала сооружения и балльности района строительства; для грунтовых сооружений при сейсмичности 7,8 баллов $K_\psi =0.7$, при 9 бал. $K_\psi =0,65$. Для бетонных и железобетонных сооружений при 7,8 баллах $K_\psi = 1$, при 9 баллах $K_\psi = 0,8$. β_i – коэффициент динамичности, характеризует влияние движения основания при сейсмических воздействиях на сооружение. Его величина зависит от вида грунта основания и периода (T_i) собственных колебаний сооружения (рис.3.16). Введение коэффициента « β_i » позволяет учесть возможность совпадения частот вынужденных и собственных колебаний сооружения, т.е. возможность появления резонанса.

Для гидротехнических сооружений вместо β_i рекомендуется принимать:

$$\beta_i^o = \beta_i \cdot m^o \quad (3.36)$$

где m^o - коэффициент, зависящий от вида материала и конструкции сооружения. Значение m^o рекомендуется принимать: для железобетонных и бетонных сооружений, работающих при колебаниях без раскрытия швов $m^o=1,0$, для бетонных сооружений, свободно деформирующихся при колебаниях при частичном раскрытии межблочных швов $m^o=0,8$, для земляных и каменно-набросных сооружений $m^o=0,7$. В любом случае, произведение (β_i^o, K_ψ) должно быть не меньше 0,8.

Определенная по формулам (3.34) или (3.35) сейсмическая нагрузка будет иметь вид, приведенный на рис.3.18.

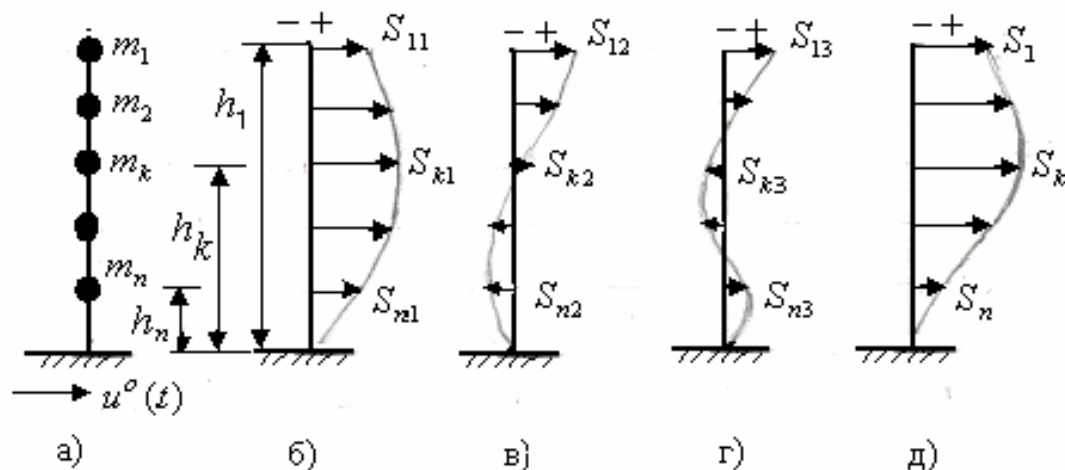


Рис.3.18. Сейсмическая нагрузка

а)- многомассовая модель гидротехнического сооружения;
 б), в), г)-сейсмическая нагрузка, действующая на сооружение по первой, второй и третьей форме, соответственно; д)-суммарная (расчетная) сейсмическая нагрузка (3.31), действующая на каждую массу сооружения.

Таким образом, определенные (рис.3.18д) сейсмические силы (нагрузки) статически прилагаются к сооружению и суммируются с остальной нагрузкой, действующей на сооружение. Возникающие при этом напряжения определяются по формулам сопротивления материалов или теории упругости.

Для стержневых систем это, как правило, изгиб или растяжение-сжатие, для массивных бетонных сооружений (гравитационных плотин)-внецентренное растяжение - сжатие или контактные напряжения по границе сооружения с основанием .

В дальнейшем, эти теоретические предпосылки будут использованы для оценки сейсмостойкости сооружений.

IV. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА СЕЙСМОСТОЙКОСТИ РАЗЛИЧНЫХ СООРУЖЕНИЙ.

4.1. Расчет водонапорной башни

Водонапорная башня является одним из важнейших элементов системы водоснабжения, особенно сельскохозяйственного. Её основными конструктивными элементами является емкость для воды и поддерживающая конструкция – ствол.

Обычно емкость изготавливается металлической, с объемом от 25 до 500 м³, ствол делается стальным или железобетонным.

Пример 1. Водонапорная башня со стальным стволом (рис.4.1).

Стальной ствол, как правило, выполняется или трубчатым со сплошными стенками, либо в виде сквозной стойки, которую, хотя и неточно, называют фермой. Вес ствола намного меньше веса емкости с водой, поэтому при расчетах им пренебрегают.

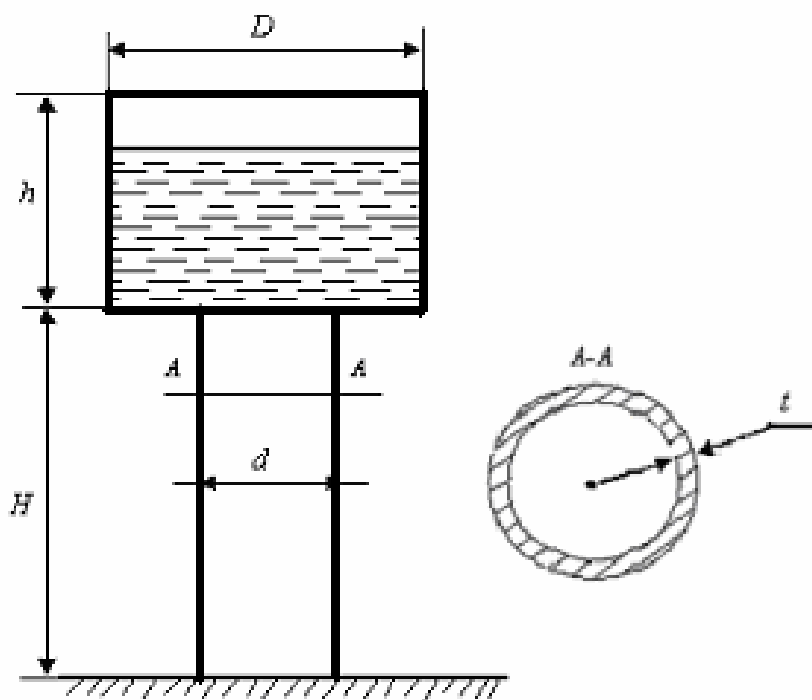


Рис. 4.1. Водонапорная башня

В качестве модели водонапорной башни для определения сейсмической нагрузки можно использовать одномассовый линейный осциллятор. Предположим, что расчетная балльность района строительства башни 8 баллов, грунт основания первой категории, геометрические параметры, показанные на рис.4.1, следующие: высота ствола $H = 15$ м, высота емкости $h = 5$ м, диаметр емкости $D = 5$ м, диаметр

и толщина стойки $d = 2,5$ м, $t = 0,01$ м, удельный вес ствола $\gamma_{ст} = 7,8$ тс/м³, удельный вес воды $\gamma_в = 1$ тс/м³.

Определим вес воды в емкости - $Q_B = \frac{\pi D^2}{4} h \cdot \gamma_B = \frac{3,14 \cdot 5^2}{4} 5 \cdot 1 = 98,1$ тс,

тогда масса воды-

$$m = \frac{Q_B}{g} = \frac{98,1}{9,81} = 10 \text{ тссек}^2/\text{м}$$

Определим вес ствола:

$$Q_{ст} = \pi d \cdot t \cdot H \cdot \gamma_{ст} = 3,14 \cdot 2,5 \cdot 0,01 \cdot 15 \cdot 7,8 = 9,9 \text{ тс.}$$

Поскольку $Q_в > Q_{ст}$, то при расчете воспользуется одностержневой моделью (рис.4.2а).

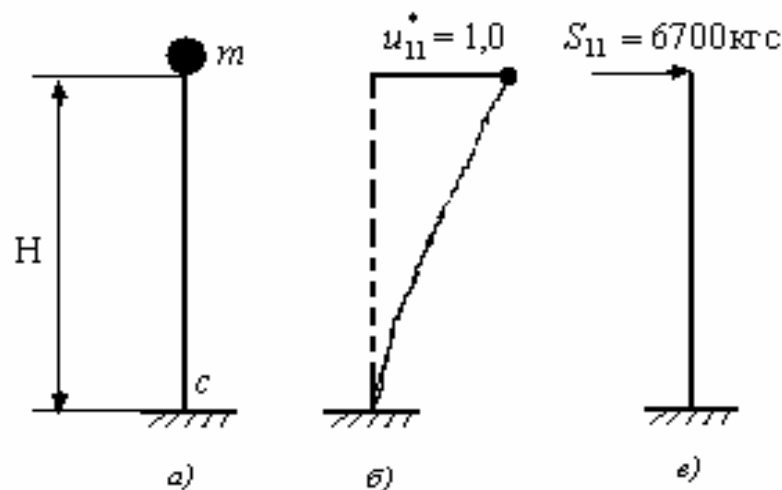


Рис.4.2.

Момент инерции поперечного сечения ствола

$$I_x \approx 0,05(d^4 - (d - 2 \cdot t)^4) = 0,05(2,5^4 - (2,5 - 2 \cdot 0,01)^4) = 0,062 \text{ м}^4 = 6,2 \cdot 10^6 \text{ см}^4$$

$$\text{Статический прогиб башни: } \Delta_{ст} = \frac{Q_B H^3}{3EI_x} = \frac{98100 \cdot 1500^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 6,2 \cdot 10^6} = 8,9 \text{ см.}$$

Частота собственных колебаний башни:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{ст}}} = \sqrt{\frac{981}{8,9}} = 10,5 \text{ рад/сек.}$$

$$\text{Период собственных колебаний : } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{10,5} \approx 0,6 \text{ сек.}$$

По графику (рис.3.16) определим динамический коэффициент, который для грунта первой категории и периода собственных колебаний сооружения $T=0,6$ сек, составит $\beta \approx 1,7$.

Используя формы колебаний (рис.4.2б), получим коэффициент формы (3.32) для одномассовой системы $\eta_{ik}(\eta_{11})=1$.

Определяем сейсмическую нагрузку, действующую на массу $m = \frac{Q_B}{g}$ по формуле (3.35). Коэффициенты, согласно СНиП, будут иметь значение: $A=0,2$; $K_1=0,25$; $K_2=0,8$; $K_\psi=1$.

$$S_{11} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_\psi \cdot Q_B \cdot A \cdot \beta \cdot \eta_{11} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot 98,1 \cdot 0,2 \cdot 1,7 \cdot 1 \approx 6,7 \text{ тс}$$

Максимальный изгибающий момент от сейсмической нагрузки возникает в сечении, где находится точка С (рис.4.2а) и равен:

$$M_{\max} = S_{11} \cdot H = 6700 \cdot 1500 = 1005 \cdot 10^4 \text{ кгс см.}$$

Момент сопротивления поперечного сечения ствола:

$$W_x = \frac{I_x}{0,5d} = \frac{6,2 \cdot 10^6}{0,5 \cdot 250} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ см}^3$$

Максимальное напряжение в поперечном сечении ствола, (т.е. в точке С):

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{1005 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^4} \approx 201 \text{ кгс/см}^2.$$

Полученное значение $\sigma_{\max}$ меньше допустимого, т.е. $\sigma_{\max} \leq [\sigma] = 1600 \text{ кгс/см}^2$, значит сейсмостойкость рассмотренной водонапорной башни обеспечена.

Пример 2. Водонапорная башня с железобетонным стволом.

Рассмотрим расчет водонапорной башни (рис.4.1) с железобетонным стволом. Все размеры башни принимаем такими же, как в примере 1, за исключением сечения железобетонного ствола, размеры которого $d=2,5$ м, $t=0,25$ м. Сейсмичность района и грунтовые условия соответствуют условиям примера 1. Вес воды в емкости : $Q_1=Q_B=98,1$ тс, вес железобетонного ствола ($d_1 = d - 2 \cdot t = 2$ м, $\gamma_\delta = 2,6$ тс/м³):

$$Q_2 = Q_{ct} = \left(\frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right) \cdot H \cdot \gamma_\delta = \left(\frac{3,14 \cdot (2,5)^2}{4} - \frac{3,14 \cdot (2)^2}{4} \right) 15 \cdot 2,6 \approx 68,9 \text{ тс}$$

Вес воды в емкости и вес ствола в данном случае соизмеримые величины, поэтому для расчета необходимо использовать двухмассовую модель (рис.4.3). При этом массу ствола $m_2 = \frac{Q_B}{g} = \frac{68,9}{9,81} = 7,2 \text{ тссек}^2/\text{м}$ прикладываем на высоте $\ell_2 = 8 \text{ м}$, а массу воды $m_1 = \frac{Q_B}{g} = \frac{98,1}{9,81} = 10 \text{ тссек}^2/\text{м}$ на высоте $H=15 \text{ м}$ ($H = \ell_1 + \ell_2 = 15 \text{ м}$, где $\ell_1 = 7 \text{ м}$).

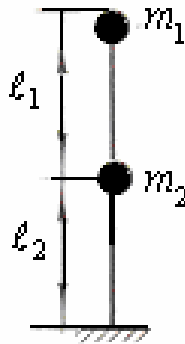


Рис.4.3

Определяем момент инерции поперечного сечения ствола башни

$$I_x = 0,05(d^4 - d_1^4) = 0,05(2,5^4 - 2^4) = 1,15 \text{ м}^4$$

Модуль упругости железобетона $E_{ж.б.}$ принимаем равным $E = E_{ж.б.} = 3,14 \cdot 10^6 \text{ тс/м}^2 = 3,14 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$.

Строим эпюры (рис.4.4) от единичных сил $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ и определяем перемещения от этих сил по методу Мора-Верещагина:

$$\delta_{11} = \frac{(\ell_1 + \ell_2)^3}{3EI_x} = \frac{(15)^3}{3EI_x} = \frac{1125}{EI_x}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{\ell_2 \cdot \ell_2}{6EI_x} = [2(\ell_1 + \ell_2) + \ell_1] = \frac{8 \cdot 8}{6EI_x} [2(7 + 8) + 7] = \frac{395}{EI_x}$$

$$\delta_{22} = \frac{\ell_2 \ell_2 \ell_2}{3EI_x} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8}{3EI_x} = \frac{171}{EI_x}$$

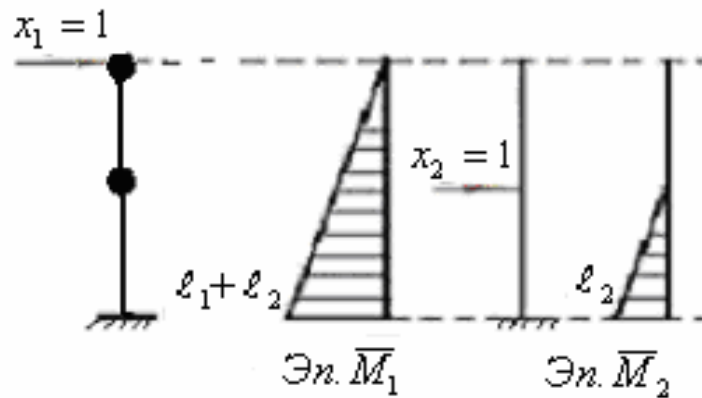


Рис.4.4

Составляем характеристическое уравнение для определения собственных частот ω водонапорной башни:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11} \cdot m_1 - \frac{1}{\omega^2} & \delta_{12} \cdot m_2 \\ \delta_{21} \cdot m_1 & \delta_{22} m_2 - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$$

$$D = \begin{vmatrix} \frac{1125 \cdot 10}{EI_x} - \frac{1}{\omega^2} & \frac{395 \cdot 7,2}{EI_x} \\ \frac{395 \cdot 10}{EI_x} & \frac{171 \cdot 7,2}{EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1125 \cdot 10}{EI_x} - \frac{1}{\omega^2} & \frac{2844}{EI_x} \\ \frac{3950}{EI_x} & \frac{1231}{EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$$

Раскрывая определитель, получим уравнение для определения ω :

$$\left(\frac{11250}{EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) \left(\frac{1231}{EI_x} - \frac{1}{\omega^2} \right) - \frac{3950}{EI_x} \frac{2844}{EI_x} = 0$$

$$\left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 - \frac{12481}{EI_x} \frac{1}{\omega^2} + \frac{2614950}{(EI_x)^2} = 0;$$

$$\frac{1}{\omega^2} = z :$$

$$z^2 - \frac{12481}{EI_x} z + \frac{2614950}{(EI_x)^2} = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{\frac{12481}{EI_x} \pm \sqrt{\left(\frac{12481}{EI_x}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2614950}{(EI_x)^2}}}{2} = \frac{12481 \pm 12054}{2EI_x};$$

$$z_1 = \frac{12267}{EI_x}; \quad z_2 = \frac{213,5}{EI_x}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{12267}{EI_x}; \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{EI_x}{12267}} = \sqrt{\frac{3,14 \cdot 10^6 \cdot 1,15}{12267}} \approx 17,16 \text{ рад/сек}$$

$$\frac{1}{\omega_2^2} = \frac{213,5}{EI_x}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{EI_x}{213,5}} = \sqrt{\frac{3,14 \cdot 10^6 \cdot 1,15}{213,5}} \approx 130,5 \text{ рад/сек}$$

Периоды собственных колебаний

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2 \cdot 3,14}{17,16} = 0,366 \text{ сек}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2 \cdot 3,14}{130} = 0,05 \text{ сек}$$

По графику (рис.3.16) для первой категории грунта определяем динамические коэффициенты, которые равны $\beta_1 = 2,73$; $\beta_2 = 3,0$ с учетом полученных периодов $T_1 = 0,366$ сек и $T_2 = 0,05$ сек.

Для определения i -ой нормированной формы колебаний решаем систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} \frac{11250}{EI_x} - \frac{1}{\omega_i^2} & \frac{2844}{EI_x} \\ \frac{3950}{EI_x} & \frac{1231}{EI_x} - \frac{1}{\omega_i^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{i1}^* \\ u_{i2}^* \end{Bmatrix} = 0 \quad i=1,2$$

В общем случае полученная системы однородных алгебраических уравнений с нулевым определителем будет иметь множество линейно-зависимых решений, отличающихся постоянными множителями. Для устранения этой неопределенности нормируем полученные решения по максимальной амплитуде, т.е. делим все компоненты полученного решения на максимальную (по модулю) амплитуду. Результатом решения будет являться вектор (набор чисел), все компоненты которого (кроме одной равной единице), будут меньше единицы.

Так для определения 1-ой нормированной формы колебаний решается система

$$\begin{bmatrix} \frac{11250}{EI_x} - \frac{1}{\omega_2^2} & \frac{2844}{EI_x} \\ \frac{3950}{EI_x} & \frac{1231}{EI_x} - \frac{1}{\omega_1^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11}^* \\ u_{12}^* \end{Bmatrix} = 0$$

Нормирование полученного решения по первой координате даст вектор, координаты которого (при $\omega_1=17,16$ рад/сек) равны $u_{11}^* = 1,0$; $u_{12}^* = 0,35$.

Аналогично получаем решение для второй формы колебаний, решая систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} \frac{11250}{EI_x} - \frac{1}{\omega_2^2} & \frac{2844}{EI_x} \\ \frac{3950}{EI_x} & \frac{1231}{EI_x} - \frac{1}{\omega_2^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{21}^* \\ u_{22}^* \end{Bmatrix} = 0$$

и нормируя решение по $u_{22}^* = 1$, получим при $\omega_2=130$ рад/сек : $u_{21}^* = -0,26$, $u_{22}^* = 1,0$.

Таким образом, вектор $\begin{Bmatrix} u_{11}^* \\ u_{12}^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,0 \\ 0,35 \end{Bmatrix}$ является первой, а

$\begin{Bmatrix} u_{21}^* \\ u_{22}^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,26 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$ - второй собственной формой колебаний водонапорной башни (рис.4.5б,в)

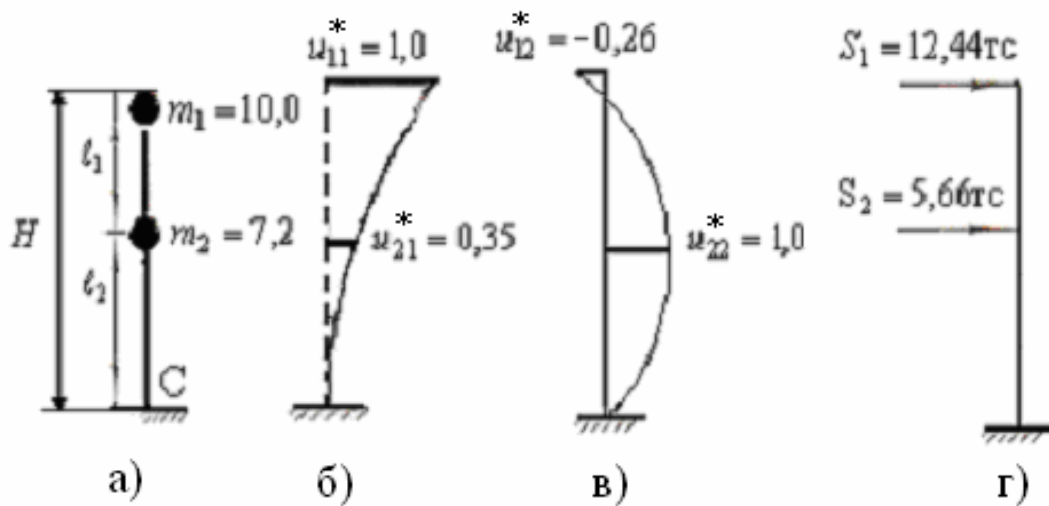


Рис.4.5

Используя значения безразмерных параметров u_{ki}^* (рис.4.5б,в), определяем коэффициенты формы колебаний η_{ki} по формуле (3.32):

$$\eta_{11} = \frac{u_{11}^* (m_1 u_{11}^* + m_2 u_{21}^*)}{m_1 u_{11}^{*2} + m_2 u_{21}^{*2}} = \frac{1,0 \cdot (10,0 \cdot 1,0 + 7,2 \cdot 0,35)}{10,0 \cdot 1,0^2 + 7,2 \cdot 0,35^2} = \frac{12,52}{10,88} = 1,15$$

$$\eta_{21} = \frac{u_{21}^* (m_1 u_{11}^* + m_2 u_{21}^*)}{m_1 u_{11}^{*2} + m_2 u_{21}^{*2}} = \frac{0,35 \cdot (10,0 \cdot 1,0 + 7,2 \cdot 0,35)}{10,0 \cdot 1,0^2 + 7,2 \cdot 0,35^2} = \frac{4,38}{10,88} = 0,40$$

$$\eta_{12} = \frac{u_{12}^* (m_1 u_{12}^* + m_2 u_{22}^*)}{m_1 u_{12}^{*2} + m_2 u_{22}^{*2}} = \frac{-0,26 \cdot (10,0 \cdot (-0,26) + 7,2 \cdot 1,0)}{10,0 \cdot (-0,26)^2 + 7,2 \cdot 1,0^2} = \frac{1,19}{7,88} = -0,15$$

$$\eta_{22} = \frac{u_{22}^* (m_1 u_{12}^* + m_2 u_{22}^*)}{m_1 u_{12}^{*2} + m_2 u_{22}^{*2}} = \frac{1,0 \cdot (10,0 \cdot (-0,26) + 7,2 \cdot 1,0)}{10,0 \cdot (-0,26)^2 + 7,2 \cdot 1,0^2} = \frac{4,6}{7,88} = 0,58$$

Определяем сейсмическую нагрузку (3.35), приходящуюся на каждую массу, при различных формах колебаний по формуле:

$$S_{ki} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_{\psi} \cdot Q_k \cdot A \cdot \beta_i \cdot \eta_{ki}$$

Коэффициенты A , K_1 , K_2 , K_{ψ} приведены в предыдущем примере и равны:

$$A = 0,2; K_1 = 0,25; K_2 = 0,8; K_{\psi} = 1, \beta_1(T_1) = 2,73; \beta_2(T_2) = 3,0$$

Подставляя их в формулу для определения сейсмической нагрузки, получим:

$$S_{11} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 98,1 \cdot 0,2 \cdot 2,73 \cdot 1,15 = 12,32 \text{ тс}$$

$$S_{21} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 68,9 \cdot 0,2 \cdot 2,73 \cdot 0,4 = 3,0 \text{ тс}$$

$$S_{12} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 98,1 \cdot 0,2 \cdot 3 \cdot (-0,15) = -1,76 \text{ тс}$$

$$S_{22} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 68,9 \cdot 0,2 \cdot 3 \cdot 0,58 = 4,8 \text{ тс}$$

Суммарные сейсмические нагрузки (рис.4.5г), приходящиеся на массы m_1, m_2 , равны:

$$S_1 = \sqrt{S_{11}^2 + S_{12}^2} = \sqrt{12,32^2 + (-1,76)^2} = 12,44 \text{ тс}$$

$$S_2 = \sqrt{S_{21}^2 + S_{22}^2} = \sqrt{3,0^2 + 4,8^2} = 5,66 \text{ тс}$$

Максимальный изгибающий момент, приходящийся на точку контакта сооружения с основанием (в точке С), будет:

$$M_{max} = S_1 \cdot H + S_2 \ell_2 = 12,44 \cdot 15 + 5,66 \cdot 8 = 231,88 \text{ тсм} = 23188000 \text{ кгс м}$$

Наибольшие напряжения, приходящиеся на нижнюю часть башни, т.е. в сечении контакта сооружения с основанием, можно определить с помощью формулы:

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = -\frac{N}{F} \pm \frac{M_{\max}}{W_x}$$

F, W - площадь и момент сопротивления поперечного сечения ствола башни.

$$F = \frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2,5^2}{4} - \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 1,77 \text{ м}^2$$

$$W_x = \frac{I_x}{\frac{d}{2}} = \frac{2I_x}{d} = \frac{2 \cdot 1,15}{2,5} = 0,92 \text{ м}^3$$

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = -\frac{167}{1,77} \pm \frac{231,88}{0,92} = -94,4 \pm 252 = \left\{ \begin{array}{l} 157,6 \text{ тс/м}^2 \\ -346,4 \text{ тс/м}^2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 15,8 \text{ кгс/см}^2 \\ -34,6 \text{ кгс/см}^2 \end{array} \right\}$$

Из полученных результатов видно, что растягивающие напряжения в рассмотренном (опасном) сечении незначительны, следовательно, прочность бетона обеспечена даже без использования арматуры.

Таким образом, сейсмостойкость водонапорной башни при 8 балльном землетрясении обеспечена, т.к. полученные наибольшие растягивающие напряжения в стволе башни $\sigma_{max} = \sigma_{рас} = 15,8 \text{ кгс/см}^2$, меньше, чем $[\sigma]$ на растяжение равное $[\sigma] = 20 \div 40 \text{ кгс/см}^2$.

4.1.2. Расчет гравитационной плотины.

В качестве примера рассмотрим расчет гравитационной плотины, строительство которой предполагается осуществить в районе г.Андижана. Категория грунта 1. Класс бетона 20. Размеры плотины приведены на рис.3.24а.

Район г.Андижана относится к 8 балльной сейсмической зоне. С учетом класса ответственности сооружения расчет ведем на 9 баллов.

При расчете используем 3-х массовую расчетную схему (рис.4.6б), разбивая поперечное сечение плотины на три отсека. Площади каждого из отсеков соответственно равны: $F_1=250\text{ м}^2$, $F_2=525\text{ м}^2$, $F_3=700\text{ м}^2$.

Вес каждого отсека (на один погонный метр длины плотины) определяем по выражению $Q = \gamma_{\delta} F \cdot l$, где γ_{δ} - удельный вес бетона, принимаемый равным $\gamma_{\delta}=2,6\text{ тс/м}^3$. Соответственно $Q_1=650\text{ тс}$, $Q_2=1360\text{ тс}$, $Q_3=1820\text{ тс}$. Массы каждого отсека $\left(m = \frac{Q_n}{g}\right)$, соответственно равны $m_1=66,0\text{ тсек}^2/\text{м}$, $m_2=138,6\text{ тсек}^2/\text{м}$, $m_3=185,5\text{ тсек}^2/\text{м}$.

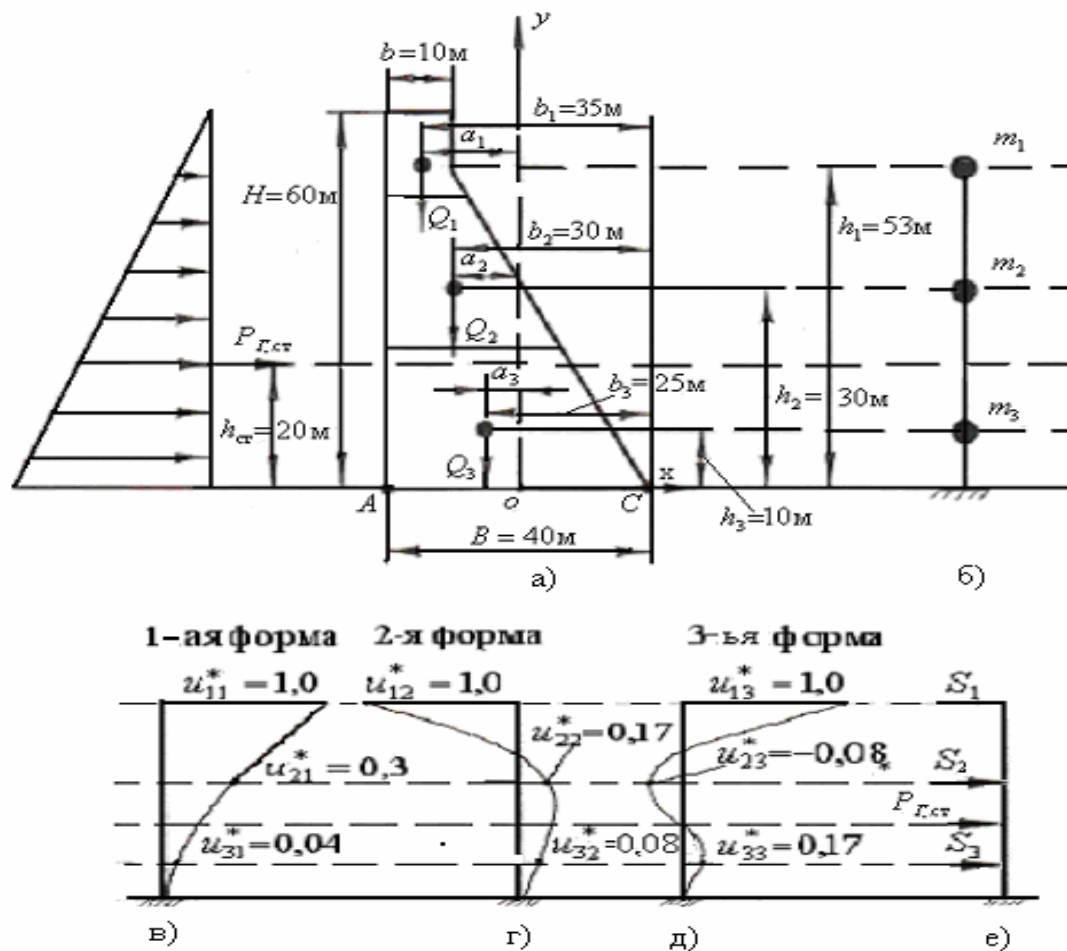


Рис.4.6

Период собственных колебаний гравитационной плотины приближенно определяется по формуле рекомендуемой СНиП

$$T_i = \frac{\frac{2\pi H}{a_i}}{\sqrt{\frac{E_\delta g}{\gamma_\delta}}} \quad (4.1)$$

где $E_\delta = 2,5 \cdot 10^5$ кгс/см² - модуль упругости бетона, $H=6000$ см- высота плотины, a_i - коэффициенты, значения которых принимаются: $a_1=1,25$; $a_2 = 2,8$; $a_3 = 4,5$.

Периоды собственных колебаний плотины (рис.4.6а) определяем используя (4.1),

$$T_1 = \frac{\frac{2\pi H}{a_1}}{\sqrt{\frac{E_\delta g}{\gamma_\delta}}} = \frac{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6000}{1,25}}{\sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 981}{0,0026}}} = 0,098 \text{ сек}, \quad T_2 = \frac{\frac{2\pi H}{a_2}}{\sqrt{\frac{E_\delta g}{\gamma_\delta}}} = \frac{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6000}{2,8}}{\sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 981}{0,0026}}} = 0,044 \text{ сек},$$

$$T_3 = \frac{\frac{2\pi H}{a_3}}{\sqrt{\frac{E_\delta g}{\gamma_\delta}}} = \frac{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6000}{4,5}}{\sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 981}{0,0026}}} = 0,027 \text{ сек},$$

Коэффициенты динамичности, определенные из графика рис.3.16, с учетом полученных периодов (T_1, T_2, T_3) колебаний и категории грунта -I, соответственно, равны: $\beta_1(T_1)=3$, $\beta_2(T_2)=3$, $\beta_3(T_3)=3$.

Используя формы колебаний (рис.4.6в-д), с помощью формулы (3.32) определяем коэффициенты формы η_{ki} (в СНиП формы колебаний обычно обозначаются x_{ki} , т.е. $x_{ki} = u_{ki}^*$, где k -номер массы, i -номер формы):

Для первой формы колебаний: ($u_{11}^* = 1,0$; $u_{21}^* = 0,3$; $u_{31}^* = 0,04$)

$$\eta_{k1} = \frac{u_{k1}^* (m_1 u_{11}^* + m_2 u_{21}^* + m_3 u_{31}^*)}{m_1 u_{11}^{*2} + m_2 u_{21}^{*2} + m_3 u_{31}^{*2}}$$

Здесь: $m_1 u_{11}^* + m_2 u_{21}^* + m_3 u_{31}^* = 66,0 \cdot 1,0 + 138,6 \cdot 0,3 + 185,5 \cdot 0,04 = 115,0$

$m_1 u_{11}^{*2} + m_2 u_{21}^{*2} + m_3 u_{31}^{*2} = 66,0 \cdot 1,0^2 + 138,6 \cdot 0,3^2 + 185,5 \cdot 0,04^2 = 78,8$

$$\eta_{11} = \frac{u_{11}^* \cdot 115,0}{78,8} = \frac{1,0 \cdot 115,0}{78,8} = 1,46$$

$$\eta_{21} = \frac{u_{21}^* \cdot 115,0}{78,8} = \frac{0,3 \cdot 115,0}{78,8} = 0,44$$

$$\eta_{31} = \frac{u_{31}^* \cdot 115,0}{78,8} = \frac{0,04 \cdot 115,0}{78,8} = 0,058$$

Для второй формы колебаний:

$$(u_{12}^* = -1,0; u_{22}^* = 0,17; u_{32}^* = 0,08)$$

$$\eta_{k2} = \frac{u_{k2}^* (m_1 u_{12}^* + m_2 u_{22}^* + m_3 u_{32}^*)}{m_1 u_{12}^{*2} + m_2 u_{22}^{*2} + m_3 u_{32}^{*2}}$$

$$m_1 u_{12}^* + m_2 u_{22}^* + m_3 u_{32}^* = 66,0 \cdot (-1,0) + 138,6 \cdot 0,17 + 185,5 \cdot 0,08 = -27,6$$

$$m_1 u_{12}^{*2} + m_2 u_{22}^{*2} + m_3 u_{32}^{*2} = 66,0 \cdot (-1,0)^2 + 138,6 \cdot 0,17^2 + 185,5 \cdot 0,08^2 = 71,2$$

$$\eta_{12} = \frac{u_{12}^* \cdot (-27,6)}{71,2} = \frac{-1,0 \cdot (-27,6)}{71,2} = 0,39$$

$$\eta_{22} = \frac{u_{22}^* \cdot (-27,6)}{71,2} = \frac{0,17 \cdot (-27,6)}{71,2} = -0,066$$

$$\eta_{32} = \frac{u_{32}^* \cdot (-27,6)}{71,2} = \frac{0,08 \cdot (-27,6)}{71,2} = -0,031$$

Для третьей формы колебаний:

$$(u_{13}^* = 1,0; u_{23}^* = -0,08; u_{33}^* = 0,17)$$

$$\eta_{k3} = \frac{u_{k3}^* (m_1 u_{13}^* + m_2 u_{23}^* + m_3 u_{33}^*)}{m_1 u_{13}^{*2} + m_2 u_{23}^{*2} + m_3 u_{33}^{*2}}$$

$$m_1 u_{13}^* + m_2 u_{23}^* + m_3 u_{33}^* = 66,0 \cdot 1,0 + 138,6 \cdot (-0,08) + 185,5 \cdot 0,17 = 86,43$$

$$m_1 u_{13}^{*2} + m_2 u_{23}^{*2} + m_3 u_{33}^{*2} = 66,0 \cdot 1,0^2 + 138,6 \cdot (-0,08)^2 + 185,5 \cdot 0,17^2 = 72,25$$

$$\eta_{13} = \frac{u_{13}^* \cdot 86,43}{72,25} = \frac{0,1 \cdot 86,43}{72,25} = 1,20$$

$$\eta_{23} = \frac{u_{23}^* \cdot 86,43}{72,25} = \frac{-0,08 \cdot 86,43}{72,25} = -0,096$$

$$\eta_{33} = \frac{u_{33}^* \cdot 86,43}{72,25} = \frac{0,17 \cdot 86,43}{72,25} = 0,20$$

По СНиП для сооружения высотой до $H=60$ м, $K_2=0,8$; для бетонных сооружений $K_\psi=0,8$; для 9 балльной зоны $A=0,4$; $K_I=0,25$. По формуле (3.35) определяем составляющие сейсмических нагрузок на сосредоточенные массы по формам колебаний:

По первой форме колебаний

$$S_{11} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 650 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 1,46 = 182,2 \text{ тс};$$

$$S_{21} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 1360 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 0,44 = 114,9 \text{ тс};$$

$$S_{31} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 1820 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 0,057 = 20,3 \text{ тс}.$$

По второй форме колебаний

$$S_{12} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 650 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 0,39 = 48,7 \text{ тс};$$

$$S_{22} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 1360 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot (-0,066) = -17,2 \text{ тс};$$

$$S_{32} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 1820 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot (-0,031) = -10,8 \text{ тс}.$$

По третьей форме колебаний

$$S_{13} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 650 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 1,20 = 149,8 \text{ тс};$$

$$S_{23} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 1360 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot (-0,096) = -25,1 \text{ тс};$$

$$S_{33} = 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 1820 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 0,20 = 69,9 \text{ тс}.$$

Определяем суммарную сейсмическую нагрузку на сосредоточенные массы

$$S_1 = \sqrt{S_{11}^2 + S_{12}^2 + S_{13}^2} = \sqrt{(182,2)^2 + (48,7)^2 + (149,8)^2} = 240,8 \text{ тс};$$

$$S_2 = \sqrt{S_{21}^2 + S_{22}^2 + S_{23}^2} = \sqrt{(114,9)^2 + (-17,2)^2 + (-25,1)^2} = 118,9 \text{ тс};$$

$$S_3 = \sqrt{S_{31}^2 + S_{32}^2 + S_{33}^2} = \sqrt{(20,3)^2 + (-10,8)^2 + (69,9)^2} = 73,6 \text{ тс}.$$

При расчетах гравитационных плотин, наряду с сейсмическими силами, необходимо учитывать горизонтальную силу, возникающую из-за гидродинамического давления воды (присоединенную массу). Величина горизонтальной силы зависит от глубины водохранилища. При предварительных расчетах действие присоединенной массы учитывают введением коэффициента, увеличивающего величину сейсмической силы S_i , т.е. $S_i \cdot K_{II}$, где $K_{II} = (1,1 \div 1,3)$.

Для оценки прочности сооружений загружаем расчетную схему (рис.4.6е) сейсмическими силами и гидростатическим давлением. Гидростатическое давление (на один погонный метр плотины) равно:

$$P_{\text{г.ст}} = \frac{l \cdot \gamma_{\text{в}} H^2}{2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot (60)^2}{2} = 1800 \text{ тс},$$

где $\gamma_{\text{в}} = 1 \text{ тс/м}^3$ - удельный вес воды.

В качестве первого приближения при проверочных расчетах предполагается, что по границе контакта плотины с основанием в материале плотины возникает изгиб с сжатием (внецентренное сжатие). При этом напряжения (σ_A, σ_C) в крайних точках А и С сечения определяются по формуле :

$$\sigma_{A,C} = \sigma_{\frac{\max}{\min}} = -\frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{W_x} \quad (4.2)$$

здесь: N - внутренняя сжимающая сила, определяемая весом плотины :

$$N = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 650 + 1360 + 1820 = 3830 \text{ тс};$$

M_x - изгибающий момент горизонтальных и вертикальных сил относительно центра фундамента (т.е. точки О) подошвы (рис.4.6е) вычисляется следующим образом ($a_1=20 \text{ м}$, $a_2=15 \text{ м}$, $a_3=4 \text{ м}$):

$$M_x = K_{\Pi} (S_1 h_1 + S_2 h_2 + S_3 h_3) + P_{\text{г.ст.}} \cdot h_{\text{ст.}} - Q_1 a_1 - Q_2 a_2 - Q_3 a_3 = \\ = 1,25 \cdot (240,8 \cdot 53 + 118,9 \cdot 30 + 73,6 \cdot 10) + 1800 \cdot 20 - 650 \cdot 15 - \\ - 1360 \cdot 10 - 1820 \cdot 4 = 26701,8 \text{ тсм};$$

величина K_{Π} принята равной 1,25.

Площадь поперечного сечения подошвы $F_{\Pi} = B \cdot l = 40 \cdot l = 40 \text{ м}^2$.

Момент сопротивления поперечного сечения подошвы $W_x = l \cdot B^2 / 6 = \frac{1 \cdot 40^2}{6} = 267 \text{ м}^3$. Вычисляя напряжения (4.2) в точках А и С (рис.4.6а) с учетом всех сил действующих на плотину, получим:

$$\sigma_A = -\frac{3830}{40} + \frac{26701,8}{268} = 4,25 \text{ тс/м}^2 = 0,425 \text{ кгс/см}^2 \quad (\text{растяжение})$$

$$\sigma_C = -\frac{3830}{40} - \frac{26701,8}{268} = -195,8 \text{ тс/м}^2 = -19,6 \text{ кгс/см}^2 \quad (\text{сжатие})$$

Результаты расчета показывают, что возникающие наибольшие растягивающие напряжения в точке А (рис.4.6а) получились намного меньше допускаемого напряжения для бетона на растяжение $[\sigma] = 20 \div 40 \text{ кгс/см}^2$, поэтому в данном случае прочность материала сооружения обеспечена.

Без учета сейсмических сил момент M_x определяется по формуле:

$$M_x = P_{\text{г.ст.}} \cdot h_{\text{ст.}} - Q_1 a_1 - Q_2 a_2 - Q_3 a_3 = 1800 \cdot 20 - 650 \cdot 15 - \\ - 1370 \cdot 10 - 1820 \cdot 4 = 5370 \text{ тсм}$$

В этом случае напряжения в точке А и С получились равными:

$$\sigma_A = -\frac{N}{F} + \frac{P_{\text{г.ст.}} \cdot h}{W} = -\frac{3830}{40} + \frac{5370}{267} = -75,6 \text{ тс/м}^2 = 7,6 \text{ кгс/см}^2 \quad (\text{сжатие})$$

$$\sigma_C = -\frac{N}{F} - \frac{P_{\text{г.ст.}} \cdot h}{W} = -\frac{3830}{40} - \frac{5370}{267} = -115,9 \text{ тс/м}^2 = 11,6 \text{ кгс/см}^2 \quad (\text{сжатие})$$

Как видим, сейсмические воздействия не только увеличивают максимальные напряжения почти в 2 раза, но и вызывают появление в зоне контакта растягивающих напряжений, хотя и небольшой величины.

Проверим устойчивость плотины на опрокидывание относительно точки С с учетом сейсмических воздействий. При этом опрокидывающий момент будет

$$M_{опр}^C = K_{II}(S_1 h_1 + S_2 h_2 + S_3 h_3) + P_{CT} \cdot h_4 =$$

$$= 1,25(240,8 \cdot 53 + 118,9 \cdot 30 + 73,6 \cdot 10) + 1800 \cdot 20 = 57331,75 \quad \text{тсм}$$

а удерживающий момент-

$$M_{уд} = Q_1 b_1 + Q_2 b_2 + Q_3 b_3 = 650 \cdot 35 + 1360 \cdot 30 + 1820 \cdot 25 = 109050 \quad \text{тсм}$$

Коэффициент устойчивости с учетом сейсмических воздействий $K_{уст}$.

$$K_{уст}^C = \frac{M_{уд}}{M_{опр}^C} = \frac{109050}{57331,75} \approx 1,9,$$

т.е. устойчивость плотины обеспечена.

Проверяем устойчивость плотины на опрокидывание относительно точки С без учета сейсмического воздействия

$$M_{опр}^{\delta} = P_{Г.СТ} \cdot h_4 = 1800 \cdot 20 = 36000 \quad \text{тсм}$$

Коэффициент устойчивости в этом случае

$$K_{уст}^{\delta} = \frac{M_{уд}}{M_{опр}^{\delta}} = \frac{109050}{36000} \approx 3.$$

Как видим, сейсмические силы значительно уменьшают величину коэффициента устойчивости.

Для еще большего повышения сейсмостойкости плотины необходимо увеличить размеры подошвы сооружения и изменить его положение, которое приведет к уменьшению растягивающих напряжений и обеспечит полный контакт подошвы с грунтовым основанием.

4.2 Расчет грунтовой плотины

В качестве примера рассмотрим расчет грунтовой плотины (рис.4.7) высотой $H=70$ м, которую предполагается возводить в районе с

сейсмичностью 7 баллов. Ширина плотины по верху $b_0=10$ м. Откосы $m_1 = m_2 = 1,75$. Сооружение отнесено ко 2 классу. Грунт основания II категории. Характеристики материала (грунта) плотины таковы: осредненный удельный вес $\gamma = 1,9$ тс/м³, осредненный модуль сдвига $G=3000$ кгс/см², коэффициент Пуассона $\mu=0,25$; коэффициент сцепления $C=0,8$ кг/см² и угол внутреннего трения $\varphi=30^\circ$.

Расчет будем вести на единичную толщину, т.е. на 1 погонный метр плотины. При расчете принимаем 6 массовую расчетную схему, разделив поперечный профиль плотины (рис.4.7) на 6 отсеков равной высоты

$$h = \frac{H}{6} = 11,67 \text{ м.}$$

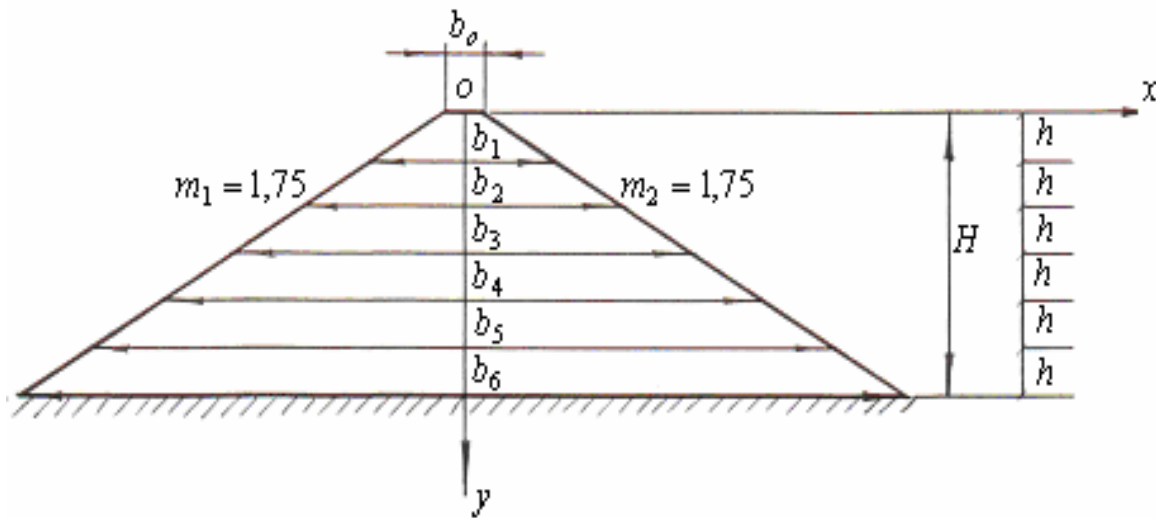


Рис.4.7

Вес каждого отсека вычисляется по формуле $Q_k = F_k \cdot 1 \cdot \gamma$, где F_k - площадь каждого отсека ($k=1,2,\dots,6$), цифра 1 в формуле означает, что в расчете учитывается один погонный метр плотины.

Площадь каждого отсека F_k определяется как площадь трапеции:

$$F_k = \frac{b_{k-1} + b_k}{2} h$$

При этом $h=11,67$ м; $b_0=10$ м; $b_1=50,83$ м; $b_2=91,67$ м; $b_3=132,5$ м; $b_4=173,34$ м; $b_5=214,7$ м; $b_6=255,0$ м.

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{10 + 50,83}{2} \cdot 11,67 = 354,8 \text{ м}^2, & F_2 &= \frac{50,83 + 91,67}{2} \cdot 11,67 = 831,3 \text{ м}^2, \\ F_3 &= \frac{91,67 + 132,5}{2} \cdot 11,67 = 1307,7 \text{ м}^2, & F_4 &= \frac{132,5 + 173,34}{2} \cdot 11,67 = 1784,1 \text{ м}^2, \\ F_5 &= \frac{173,34 + 214,17}{2} \cdot 11,67 = 2261,1 \text{ м}^2, & F_6 &= \frac{214,17 + 255,0}{2} \cdot 11,67 = 2737,6 \text{ м}^2, \end{aligned}$$

Соответственно, вес каждого отсека равен:

$$Q_1 = 674,1 \text{ тс}, Q_2 = 1579,5 \text{ тс}, Q_3 = 2484,6 \text{ тс},$$

$$Q_4 = 3389,8 \text{ тс}, Q_5 = 4296,1 \text{ тс}, Q_6 = 5201,4 \text{ тс}$$

Координаты центра тяжести каждого отсека определяются по формуле :

$$y_k = h(k-1) + \frac{0,5hb_{k-1} + 0,33(b_k - b_{k-1})h}{b_{k-1} + 0,5(b_k - b_{k-1})}, (k=1,2,\dots,6)$$

Расчетная схема плотины и координаты центра тяжести каждой массы приведены на рис.4.8а, где: $y_1 = 7,1 \text{ м}$, $y_2 = 18,0 \text{ м}$, $y_3 = 29,5 \text{ м}$, $y_4 = 41,1 \text{ м}$, $y_5 = 52,7 \text{ м}$, $y_6 = 64,3 \text{ м}$.

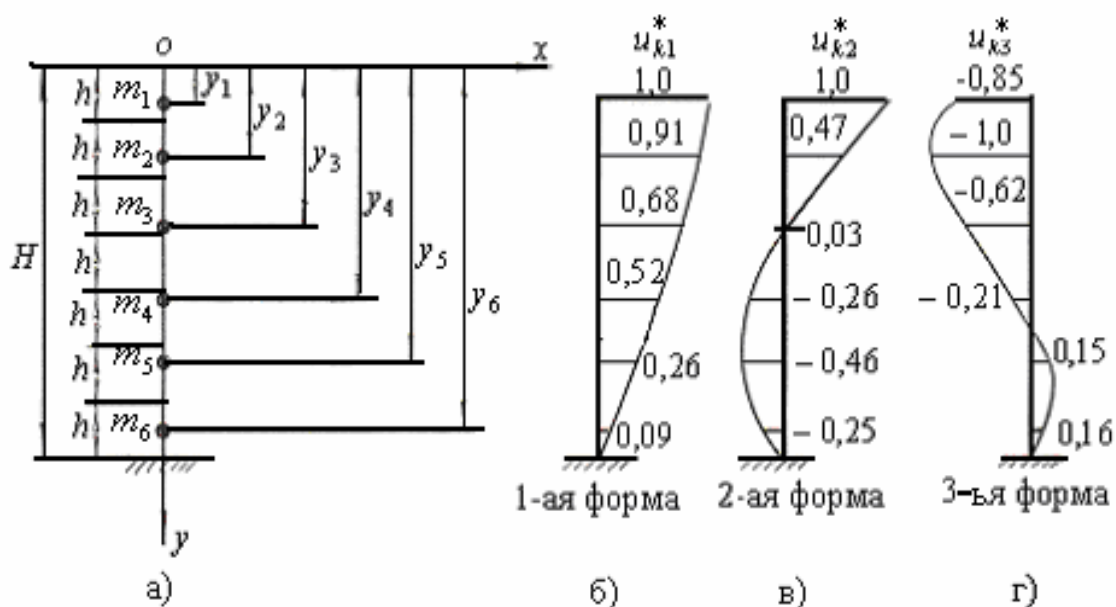


Рис.4.8

Если для приближенного расчета используется схема грунтовой плотины в виде сдвигового клина, то параметры его колебаний зависят от деформации при сдвиге. Поэтому период собственных колебаний плотины (при $b_0 > 4\text{ м}$, b_0 — ширина плотины по гребню) можно определить по формуле:

$$T_i = \frac{2\pi H}{a_i V_s} \quad (4.3)$$

где H - высота плотины, a_i - коэффициент, зависящий от номера собственных форм колебаний, соответственно, равный $a_1=2,4$; $a_2=5,52$; $a_3=8,6$.

V_s - скорость распространения поперечных волн, которая зависит от свойств грунта и определяется следующим образом:

$$V_s = \sqrt{\frac{G \cdot g}{\gamma}} = \sqrt{\frac{3000 \cdot 981}{0,0019}} = 39356,7 \text{ см/сек} = 393,6 \text{ м/сек}$$

Значит:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 70}{2,4 \cdot 393,6} = 0,463 \text{ сек}$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 70}{5,52 \cdot 393,6} = 0,202 \text{ сек}$$

$$T_3 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 70}{8,65 \cdot 393,6} = 0,13 \text{ сек}$$

Динамический коэффициент для первой формы -

$$\beta_1(T_1) = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,465} = 2,15,$$

а для остальных форм -

$$\beta_2(T_2) = 3, \quad \beta_3(T_3) = 3.$$

Используя формы колебаний (рис.4.8б-г), с помощью формулы (3.32) определяем коэффициенты формы η_{ki} , т.е.:

$$\eta_{ki} = \frac{u_{ki}^* \sum_{k=1}^6 m_k u_{ki}^*}{\sum_{k=1}^6 m_k u_{ki}^{*2}}$$

Результаты вычислений η_{ki} приведены в табл. 4.1.

Сейсмическую нагрузку S_{ki} , приходящуюся на каждый отсек, определяем с помощью формулы (3.35):

$$S_{ki} = K_1 \cdot K_2 K_{\psi} \cdot Q_k \cdot A \cdot \beta_i \cdot \eta_{ki}$$

Для расчета данной плотины по СНИП принимаем $A=0,1$ (т.к. 7 балльная зона), $K_2=0,9$ при высоте плотины $H=60\div 100\text{м}$, $K_\psi=0,7$ (для 7 балльной зоны), $K_1=0,25$. Результаты расчета S_{ki} , также приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1.

№ массы К		1	2	3	4	5	6
Вес	Q, тс	674,1	1579,5	2484,6	3389,8	4296,1	5201,4
Масса	m, тссек ² /м	68,7	161,0	253,3	345,5	437,9	530,2
Нормированная амплитуда собственных форм	u_{k1}^*	1,0	0,91	0,68	0,52	0,26	0,09
	u_{k2}^*	1,0	0,47	0,03	-0,26	-0,46	-0,25
	u_{k3}^*	-0,85	-1,0	-0,62	-0,21	0,15	0,16
Коэффициент формы	η_{k1}	1,63	1,48	1,10	0,84	0,42	0,15
	η_{k2}	-1,07	-0,50	-0,03	0,28	0,49	0,27
	η_{k3}	-0,73	-0,86	-0,53	-0,18	0,13	0,14
Сейсмическая нагрузка по формам, тс	S_{k1}	37,2	79,15	92,54	96,41	61,10	30,11
	S_{k2}	-34,08	-37,31	-3,52	44,85	99,46	66,35
	S_{k3}	-23,25	-64,18	-62,22	-28,83	26,38	34,40
Суммарная сейсмическая нагрузка S_k , тс		55,55	108,51	111,56	110,17	119,67	80,57
Гидростатическая сила P_k , тс		68,1	204,3	340,5	476,7	612,9	749,0

Суммарная сейсмическая нагрузка, действующая на каждую массу или отсек определяем по формуле:

$$S_k = \sqrt{S_{k1}^2 + S_{k2}^2 + S_{k3}^2},$$

Полученные значения нагрузки приведены в табл.4.1, а схема действия на -рис. 4.9а.

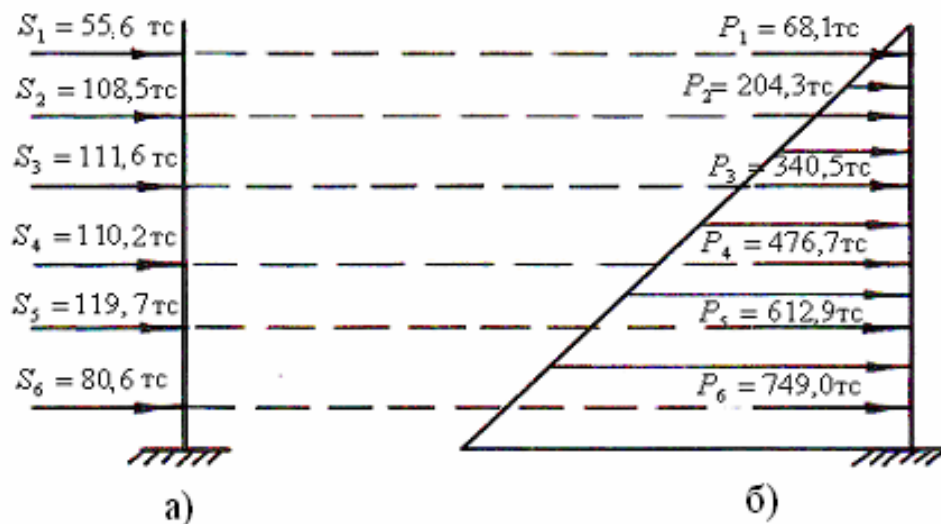


Рис.4.9

На каждый отсек плотины, кроме сейсмических сил действует гидростатическое давление воды со стороны верхнего бьефа (рис.4.9б), которое определяется следующим образом:

$$P_k = \gamma_B \cdot \frac{h(k-1) + h \cdot k}{2} \cdot h, \quad (k=1, 2, \dots, 6).$$

где: $\gamma_B = 1 \text{ тс/м}^3$ - удельный вес воды.

Вычисленные значения P_k для каждого отсека приведены в табл.4.1. Предельно-допустимое касательное напряжение $\tau_k^{\text{дон}}$ для связных грунтов по плоскостям скольжения отсека плотины по закону Кулона определяется следующим образом:

$$\tau_k^{\text{дон}} = \frac{\sum_{n=1}^{n=k} Q_n}{F_k} \cdot \text{tg} \varphi + C \quad (4.4)$$

где: $\sum_{n=1}^{n=k} Q_n$ - вес грунта, расположенного выше рассматриваемой плоскости скольжения; F_k - площадь плоскости скольжения, которая равна длине основания отсека b_k , умноженной на 1; φ - угол естественного откоса или угол внутреннего трения грунта; C - коэффициент сцепления грунта.

Касательное напряжение от горизонтальных (сейсмических и гидростатических) сил, действующих на часть плотины, расположенную выше площади скольжения равно:

$$\tau_k = \frac{\sum_{n=1}^{n=k} (S_n + P_n)}{F_k}$$

следовательно, условие прочности грунта плотины при сдвиге будет иметь вид:

$$\frac{\sum_{n=1}^{n=k} (S_n + P_n)}{F_k} \leq \frac{\sum_{n=1}^{n=k} Q_n}{F_k} \operatorname{tg} \varphi + C \quad (4.5)$$

Исходя из этого, для оценки прочности отдельных отсеков грунтовых плотин введем понятие коэффициента запаса прочности по предельным состояниям на сдвиг, т.е.:

$$K_k = \frac{\frac{\sum_{n=1}^{n=k} Q_n}{F_k} \operatorname{tg} \varphi + C}{\frac{\sum_{n=1}^{n=k} (S_n + P_n)}{F_k}} \quad (4.6)$$

Вычисленные по указанным формулам значения искомых величин приведены в таблице 4.2. Оценка прочности (4.6) каждого отсека плотины по плоскостям скольжения также приведена в табл.4.2.

Таблица.4.2

№ отсека, К	1	2	3	4	5	6
Площадь скольжения $F_k = b_k \cdot l \quad \text{м}^2$	50,83	91,67	132,5	173,3	214,2	255
$\sum_{n=1}^{n=k} (S_n + P_n) \quad \text{тс}$	123,65	436,5	888,5	1475,4	2208,0	3037,6
$\sum_{n=1}^{n=k} Q_n, \quad \text{тс}$	674,1	2253,6	4738,2	8128,0	12424,1	17625,5
$\sum_{n=1}^{n=k} Q_n \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad \text{тс}$	389,2	1300,3	2733,9	4689,8	7168,7	10169,9

$\frac{\sum_{n=1}^{n=k} Q_n \operatorname{tg} \varphi}{F_k}$ тс/м ²	7,66	14,18	20,63	27,06	33,46	39,88
$\frac{\sum_{n=1}^{n=k} Q_n \operatorname{tg} \varphi}{F_k} + C$ тс/м ²	15,66	22,18	28,63	35,06	41,46	47,88
$\frac{\sum_{n=1}^{n=k} (S_n + P_n)}{F_k}$ тс/м ²	2,43	4,76	6,70	8,51	10,31	11,91
K _k	6,4	4,6	4,2	4,1	4,0	4,0

Как видно из полученных результатов (табл.4.2), коэффициент запаса прочности плотины на сдвиг достаточно высок, т.е. необходимая прочность плотины при сдвиге обеспечена.

4.3. Расчет устойчивости откосов грунтовых плотин.

Одним из возможных видов разрушения грунтовых плотин является обрушение (оползание) низового откоса под действием собственного веса, фильтрационного давления и сейсмических воздействий. Поверхность оползания может быть самой различной формы, определяемой многими факторами, особенно положением кривой депрессии, т.е. границы раздела “мокрой” и “сухой” части сечения плотины. Возможные формы оползания приведены на рис.4.10а-в.

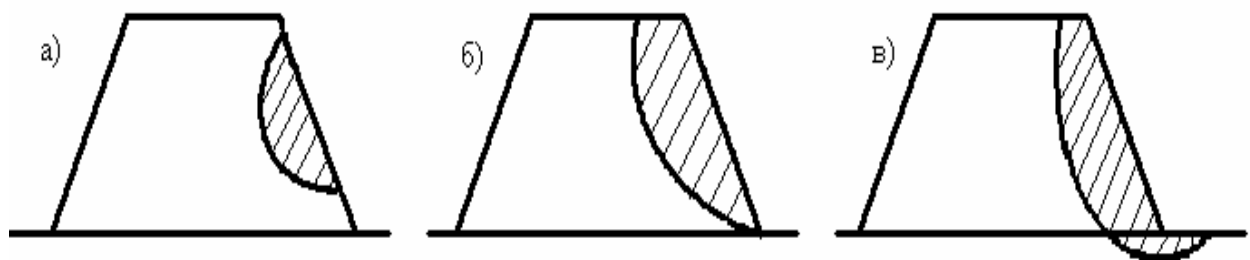


Рис.4.10

Иногда призма сползания может захватывать основание, вызывая его “выпор” (рис.4.10в).

Существует несколько способов расчета устойчивости откоса, наиболее разработанным из которых является метод расчета круглоцилиндрических поверхностей скольжения. В этом методе предполагается, что скольжение призмы обрушения будет происходить

по кругло цилиндрической поверхности радиусом "R" вокруг центра вращения 0 (рис.4.11а).

Положение центра вращения определяется методом "проб и ошибок", т.е. производится проверка устойчивости откоса для разных положений точки О, из которых выбирается наиболее опасное. Устойчивость откоса определяется величиной коэффициента устойчивости K_{yc} , вычисляемого соотношением моментов удерживающих сил к моменту сдвигающих относительно точки О, т.е.:

$$K_{yc} = \sum M^{yd} / \sum M^{cd} \quad (4.7)$$

Для учета изменения свойств грунта в пределах призмы скольжения ее разделяют вертикальными плоскостями на отсеки (увеличение их числа повышает точность расчета) (рис.4.11а). Схема сил, действующих на отсек, приведена на рис.4.11б.

Определение минимального значения K_{yc} , а следовательно и точки О сводится к следующему: из точки С на подошве плотины опускают вертикаль, на которой откладывают отрезок, равный высоте плотины Н и определяют положение точки С'. Из этой точки проводят горизонтальную линию параллельно основанию плотины и на ней, откладывая отрезок длиной 5Н, находят точку В. Из точки В через бровки откоса (точка А) проводят луч ВА. Вдоль этого луча, выше гребня плотины, в качестве центров вращения берут ряд точек $O, O_1, O_2 \dots$ и строят эпюру изменения K_{yc} .

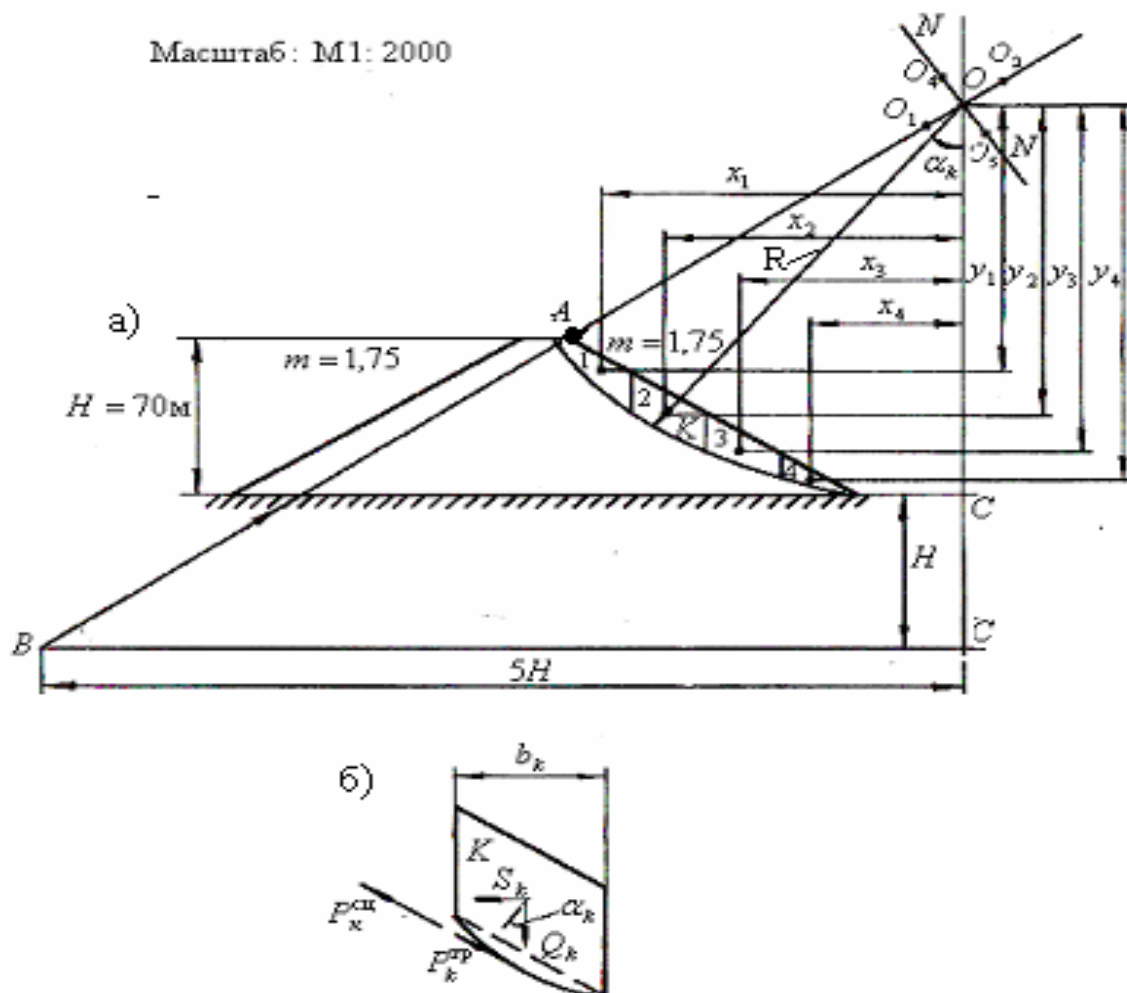


Рис.4.11

Через точку с минимальным значением K_{yc} (например, через точку O) проводят нормаль NN и на ней также выбирают ряд точек $O, O_3, O_4 \dots$ и строят эпюру изменения K_{yc} . По минимальному значению K_{yc} из всех коэффициентов запаса K_{yc} судят об устойчивости откоса. При этом все чертежи и размеры выполняются строго в определенном масштабе.

На рис.4.11б в увеличенном размере показан K -ый отсек и схема сил, действующих на него. Здесь $Q_k = \gamma \cdot \omega_k$ - собственный вес отсека, γ - объемный вес грунта, ω_k - площадь отсека, $P_k^{tp} = Q_k \cdot \cos \alpha_k \cdot \tan \varphi$ - сила трения, φ - угол естественного откоса (угол внутреннего трения); α_k - угол между радиусом, проходящий через центр тяжести K -ого отсека и вертикалью; $P_k^{cu} = c \cdot F_k$ - сила сцепления; c - коэффициент сцепления грунта; $F_k = \frac{b_k \cdot 1}{\cos \alpha_k}$ - площадь скольжения отсека; 1 - означает единичную толщину отсека; S_k - сейсмическая сила, действующая на отсек (рис.4.11б).

При определении величины сейсмической силы (в отличие от расчета плотины по схеме сдвигового клина) СНиП рекомендует предварительно определить безразмерное сейсмическое ускорение a_k , приведенное к центру тяжести K -ого отсека, по формуле.:

$$a_k = AK_1 K_2 \sqrt{\sum_{i=1}^n [K_\psi \cdot \beta_i \cdot \eta_{ki}]^2} \quad (4.8)$$

При этом сейсмическая сила S_k определяется как

$$S_k = Q_k \cdot a_k \quad (4.9.)$$

Построив эпюру для коэффициентов $\eta_{k1}, \eta_{k2}, \eta_{k3}$ форм колебаний (рис.4.12), используя значения из табл.4.1, можно определить соответствующую величину η_{ik} , приходящуюся на каждый отсек.

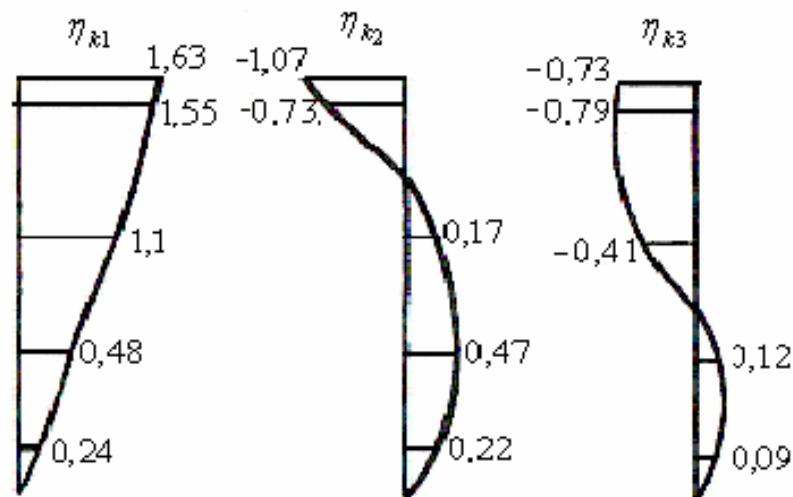


Рис.4.12

Сдвигающие моменты $\sum M_{сд}$ вызываются силами собственного веса Q_k и сейсмической силой S_k ; удерживающие моменты $\sum M_{уд}$ вызываются силами внутреннего трения $P_k^{тр}$ и сцепления $P_k^{сц}$.

Поэтому выражение (4.7) в развернутом виде можно записать в следующем виде:

$$K_{yc} = \frac{\sum M_{уд}}{\sum M_{сд}} = \frac{\sum (P_k^{тр} + P_k^{сц}) R}{\sum (Q_k x_k + S_k y_k)} \quad (4.10)$$

где: x_k, y_k -координаты центра тяжести K -ого отсека.

Обычно расчеты коэффициента устойчивости K_{yc} удобно вести в табличной форме. Одним из вариантов расчетной таблицы является таблица 4.3, где в каждой строке приводится только одно действие.

Как пример, рассмотрим оценку устойчивости низового откоса грунтовой плотины, рассмотренной в §4.2 при удержании трех форм колебаний (рис.4.8б,в,г), для которого приняты следующие геометрические размеры и физико-механические параметры материала $H=70$ м, $m=1,75$; $\gamma=1,9$ тс/м³, $\varphi=30^\circ$, $c=0,68$ кг/см²=6,8тс/м². Коэффициенты, входящие в выражение (4.8) для определения сейсмической силы:

$$A=0,1, K_1=0,25, K_2=0,9, K_\psi=0,7, \beta(T_1)=2,15, \beta(T_2)=\beta(T_3)=3.$$

В данном примере центр вращения точки О с радиусом $R=200$ м был определен с помощью выше изложенной методики (рис.4.11а). Все расчетные данные в строгой последовательности заносим в таблицу 4.3.

Для уменьшения объема расчета разделим призму оползания на 4 отсека, т.е. $K=1,2,3,4$.

При этом координаты центров тяжести (x_k, y_k) и площадь (ω_k) каждого отсека, будут следующими (по масштабу из чертежа)

$$\begin{aligned} x_1 &= 145\text{м}, x_2 = 121\text{м}; x_3 = 93\text{м}; x_4 = 62\text{м}; \\ y_1 &= 125\text{м}; y_2 = 145\text{м}; y_3 = 162\text{м}; y_4 = 175\text{м}; \\ \omega_1 &= 360 \text{ м}^2, \omega_2 = 560 \text{ м}^2, \omega_3 = 600 \text{ м}^2, \omega_4 = 300 \text{ м}^2. \end{aligned}$$

Умножая площадь отсека ω_k на удельный вес грунта $\gamma = 1,9$ тс/м³, получаем вес каждого отсека $Q_k = \gamma \cdot \omega \cdot k$ (строка 3). α_k определим по

формуле $\cos \alpha_k = \frac{y_k}{R}$ (строка 4).

Сегмент, ограничивающий поверхность скольжения каждого отсека заменяется его хордой. Проекция веса отсека на нормаль к хорде (рис.4.11) равна $Q_k \cos \alpha_k$ (строка 5). Сила трения по поверхности скольжения каждого отсека $P^{tp} = Q_k \cos \alpha_k \tan \varphi$ (строка 6), при этом $\tan \varphi = \tan 30^\circ = 0,577$

Площадь скольжения (по хорде) каждого отсека равна

$$F_k = \frac{b_k \cdot 1}{\cos \alpha_k} \quad (\text{строка 7}),$$

где $b = 31,875$ м - ширина отсека

Сила сцепления $P_k^{cu} = cF_k$ (строка 8). Силы трения и силы сцепления направлены по одной прямой, поэтому их можно суммировать, определив удерживающую силу, действующую на отсек $P_k^{y\partial} = P_k^{tp} + P_k^{cu}$ (строка 9). Плечо этих сил относительно центра вращения О равно R, следовательно момент удерживающих сил (удерживающий момент) $M_k^{y\partial} = (P_k^{tp} + P_k^{cu}) \cdot R$ (строка 10). Сумма 10-ой строки дает суммарную величину удерживающего момента, в данном случае она равна $\sum M_k^{y\partial} = 533600$ тсм.

Из эпюр (рис.4.12) находим значения $\eta_{k1}, \eta_{k2}, \eta_{k3}$ и заносим их в строку 11-13. Умножаем эти значения на величины $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, заносим в строку 14-16. Данные строки 14-16 умножаем на величину K_ψ и возводим в квадрат строки 17-19. С помощью формулы (4.8) вычисляем величины безразмерных ускорений a_k (строка 20), умножая величины безразмерных ускорений на вес отсека Q_k , получаем величину сейсмической силы, действующей на отсек, т.е. $S_k = Q_k a_k$ (строка 21).

Определяем сдвигающие моменты от сейсмической силы $M'_k = S_k y_k$ (строка 22). Определяем сдвигающие моменты от собственного веса отсека $M''_k = Q_k x_k$ (строка 23). Складывая эти моменты, получаем величину сдвигающего момента для каждого отсека $M_k^{c\partial} = M'_k + M''_k$ (строка 24). Суммируя по столбцам строку 24, получаем суммарную величину сдвигающего момента $\sum M^{c\partial}$; в данном случае $\sum M_k^{c\partial} = 388726,6$ тсм.

Таблица 4.3

Расчет устойчивости низового откоса плотины по трем формам колебаний

№ пп	Номера отсеков-К	1	2	3	4
1	Координаты центра тяжести отсека : x_k , м y_k , м	145 125	121 145	93 162	62 175
2	Площадь поперечного сечения отсека, ω_k , м ²	360	560	600	300
3	Вес отсека $Q_k = \gamma \omega_k$, тс	684	1064	1140	570

4	$\cos \alpha_k = \frac{y_k}{R}$	0,625	0,725	0,81	0,875
5	$Q_k \cos \alpha_k$ тс	428	771	923	499
6	Сила трения по площади скольжения $P_k^{\text{тр}} = Q_k \cos \alpha_k \operatorname{tg} \varphi$ тс $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} 30^\circ = 0,577$	247	445	533	288
7	Площадь скольжения отсека F_k $F_k = \frac{b_k \cdot 1}{\cos \alpha_k} \text{ м}^2$ $b_k = 31,875 \text{ м}$	51	44	39	36
8	Сила сцепления по площади скольжения $P_k^{c\mu} = cF_k$, тс	347	299	265	244
9	$P_k^{y\partial} = P_k^{\text{тр}} + P_k^{c\mu}$, тс	594	744	798	532
10	Удерживающий момент $M_k^{y\partial} = P_k^{y\partial} R$ тсм	118800	148800	159600	106400
$\sum M_k^{y\partial} = 533600 \text{ тсм}$					
11	η_{k1}	1,55	1,1	0,48	0,24
12	η_{k2}	-0,73	0,17	0,47	0,22
13	η_{k3}	-0,79	-0,41	0,12	0,09
14	$\eta_{k1} \cdot \beta_1$	3,33	2,37	1,03	0,52
15	$\eta_{k2} \cdot \beta_2$	-2,20	0,51	1,41	0,66
16	$\eta_{k3} \cdot \beta_3$	-2,37	-1,23	0,36	0,27
17	$(\eta_{k1} \beta_1 K_\psi)^2$	5,43	2,75	0,52	0,13
18	$(\eta_{k2} \beta_2 K_\psi)^2$	2,37	0,13	0,97	0,21
19	$(\eta_{k3} \beta_3 K_\psi)^2$	2,75	0,74	0,06	0,036
20	$a_k = A \cdot K_1 \cdot K_2 \sqrt{(\eta_{k1} \beta_1 K_\psi)^2 + (\eta_{k2} \beta_2 K_\psi)^2 + (\eta_{k3} \beta_3 K_\psi)^2}$	0,073	0,043	0,028	0,014
21	Сейсмическая сила $S_k = Q_k \cdot a_k$ тс	49,93	45,75	31,92	7,98
22	$M'_k = S_k y_k$ тсм	6241,3	6633,8	5171,0	1396,5
23	$M''_k = Q_k x_k$ тсм	99180,0	128744,0	106020,0	35340,0

24	$M_k^{c\partial} = M'_k + M''_k$ тсм	105421,3	135377,8	1111910,0	36736,5
$\sum M_k^{c\partial} = 388726,6$ тсм					

На основании этих данных вычисляем (4.10) коэффициент устойчивости низового откоса плотины:

$$K_{yc} = \frac{\sum M_k^{y\partial}}{\sum M_k^{c\partial}} = \frac{533600}{3887266} = 1,37.$$

В данном случае устойчивость откоса обеспечена. Повторив аналогичные расчеты для разных центров вращения O_1, O_2, O_3, O_4 , находим опасное положение откосов и точку, которая будет являться центром вращения с радиусом R.

Далее, для проверки расчетов определим величину коэффициента устойчивости K_{yc} при учете только первой формы колебаний плотины (рис.4.8б).

В этом случае, выражение (4.9) будет совпадать с общим выражением (3.35) для определения сейсмических нагрузок, т.е.

$$S_k = K_1 K_2 K_\psi A \beta_k Q_k \eta_{k1}$$

Для этого случая результаты расчетов сводим в табл. 4.4.

Таблица- 4.4

Расчет устойчивости низового откоса плотины по первой форме

№	Номера отсека К	1	2	3	4
1	Координаты центра тяжести откоса x_k , м y_k , м	145 125	121 145	93 162	62 175
2	Вес отсека Q_k , тс	684	1064	1140	570
3	Коэффициент первой формы η_{k1}	1,55	1,1	0,48	0,24
4	Сейсмическая сила $S_k = K_1 K_2 K_\psi A \beta_k Q_k \eta_{k1}$, тс	35,9	39,7	18,6	4,6
5	Моменты от сейсмических сил $M'_k = S_k y_k$, тсм	4487,5	5756,5	3013,2	805,0
6	Моменты от собственного веса $M''_k = Q_k x_k$, тсм	99180,0	128744,0	106020,0	35340,0
7	Сдвигающий момент $M_k^{c\partial} = M'_k + M''_k$, тсм	103667,5	134500,5	109033,2	36145

$$\sum M_k^{cd} = 383346,2 \text{ тсм}$$

Коэффициент устойчивости будет :

$$K_{yc} = \frac{\sum M_k^{y\partial}}{\sum M_k^{cd}} = \frac{533600}{383346,2} = 1,39$$

Как видно из сравнения результатов расчета при использовании трех и одной форм колебаний плотины, коэффициенты устойчивости откоса K_{yc} практически совпадают.

Следует иметь в виду, что приведенные здесь расчеты устойчивости откосов грунтовых плотин на сейсмическую нагрузку очень условны, т.е. при этом не учтен ряд важнейших факторов, в частности, взаимодействие грунта с водой, резко изменяющее свойства и поведение грунта под нагрузкой. Однако, методы расчетов, учитывающие эти факторы, а также предельно-напряженное состояние грунта на сегодняшний день еще не полностью доведены до практического применения. Вопросы перспективного развития этих методов будут рассмотрены в дальнейшем.

V. СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ ИЗ ГРУНТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

5.1. Основные свойства и поведение материалов, используемых при строительстве грунтовых сооружений

Определение сейсмических усилий, действующих на грунтовую плотину, по спектральной методике, приведенной в четвертой главе, мало отличается от определения таких же нагрузок в сооружениях из других материалов.

Как правило, при оценке сейсмостойкости грунтовых плотин, из-за несовершенства теории и методов расчета, не полностью учитываются реальные условия работы как самой конструкции, так и ее материала.

На сегодняшний день в нашей Республике из 65 функционирующих плотин 63 – грунтовые. Кроме того, для высокосейсмических районов проектируются и уже строятся новые уникальные объекты. К сейсмостойкости этих объектов предъявляются повышенные требования, так как их разрушение может привести к катастрофическим последствиям.

Известно, что в процессе эксплуатации грунт, составляющий тело плотины, в значительной степени изменяет свои физико-механические характеристики. Это происходит как в результате естественных физико-механических процессов, так и при периодическом увлажнении и высыхании. Происходящие процессы приводят к значительному изменению напряженно-деформированного состояния (НДС) плотины и снижению сейсмостойкости сооружения.

Продолжающиеся исследования и опыт строительства грунтовых плотин указывают, что при создании методики расчета необходимо учитывать весьма сложные условия работы сооружений: реальное деформирование, прочностные и деформационные свойства не только самой конструкции, но и ее материала при различных нагрузках, в том числе, при гидростатическом давлении, давлении грунтовых вод и сейсмическом воздействии.

Напряженно-деформированное состояние плотин формируется в процессе консолидации и ползучести скелета грунта - все это требует специального изучения различных свойств грунта, обобщения результатов в форме уравнений состояния и использования последних, как основы численного прогноза сейсмостойкости и устойчивости откосов грунтовых сооружений.

Решение проблемы сейсмостойкости грунтовых сооружений с учетом различных факторов наиболее полно и точно можно получить только пользуясь численными методами, такими как метод конечных разностей (МКР) или метод конечных элементов (МКЭ).

В задачах, рассмотренных в главе 4, при оценке сейсмостойкости сооружений использовались элементарные условия прочности. На самом деле оценка прочности (сейсмостойкости) сооружений является самостоятельной и достаточно трудоемкой задачей механики деформируемого твердого тела и теории прочности и такую оценку необходимо проверить по теории предельно-напряженного состояния.

Достоверные оценки базируются, обычно, на учете исходной информации о характеристиках материалов, конструктивных особенностях каждого конкретного сооружения, о сейсмических процессах, происходящих в районах строительства, а также о физических процессах, происходящих в конструкции и материале сооружений при статических и динамических воздействиях, вплоть до исчерпания несущей способности.

Поэтому для инженерной практики весьма важно уметь оценивать максимально возможную нагрузку (напряжение) на грунт, при которой он не теряет несущей способности. Для этого необходимо знать основные свойства и поведение материала сооружений при различных ситуациях.

При строительстве грунтовой плотины основным материалом служат различные грунты, которые (за исключением скального) представляют собой трехкомпонентную дисперсную* систему, состоящую из частиц собственно грунта, воды и воздуха, содержащегося в грунтовых порах. Содержание воды (влажность) является важнейшим показателем, от которого во многом зависят механические и строительные свойства грунта. В природе абсолютно сухие грунты не встречаются. Различают естественную влажность, зависящую от влажности атмосферы и влажность,

*Дисперсной системой называется система, состоящая из вещества разной степени раздробленности.

придаваемую грунтам притоком воды извне. При водонасыщении все поры грунта заполняются водой и трехфазная система переходит в двухфазную – скелет грунта + вода, которая называется грунтовой массой. Влияние влажности становится особенно заметным при уменьшении размеров частиц, т.е. с увеличением степени дисперсности. Вообще, по степени дисперсности, частицы грунта разделяются на галечные и щебнистые с размерами фракций 200 ± 20 мм, гравелистые (гравий с неокатанными зернами называется дресвой) - 20 ± 2 мм,

песчаные - $2 \pm 0,05$ мм, пылеватые – $0,05 \pm 0,005$ мм, глинистые – $0,005 \pm 0,0001$ мм. Частицы диаметром менее 0,0001 относятся к коллоидным.

Обычно, при строительстве плотин используются местные материалы - это грунты, имеющие различные качественные показатели содержания определенных фракций. Эти показатели для различных грунтов приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1.
Качественные показатели грунтовых частиц различных групп

Свойства грунта	Г р у п п ы			
	гравелистые	песчаные	пылеватые	глинистые
Водопроницаемость	очень высокая	высокая	низкая	отсутствует
Набухание	отсутствует	отсутствует	очень низкое	очень высокое
Внутренние трещины	очень высокое	высокое	низкое	отсутствует
Сцепление	отсутствует	отсутствует	очень низкое	очень высокое

В зависимости от процентного содержания тех или иных фракций, грунты делятся на глины, суглинки различного типа, супеси – тяжелые, легкие, пылеватые и пески - мелкие и крупные.

Лессы – наиболее распространенный грунт в предгорной и равнинной зонах Узбекистана, относится, в основном, к суглинкам, отличаясь высоким содержанием пылеватых фракций с очень небольшим содержанием песчаных и глинистых частиц, достигающим 16-20%. Для гидротехнического строительства важнейшей характеристикой является водостойкость грунтов, по степени которой они делятся на 5 классов.

1-й класс – Скальные породы с пределом раздавливания более 500 кгс/см²- водостойкие (гранит, габбро и т.д.) и водонестойкие (известняки, доломиты);

2-й класс- Полускальные группы с прочностью на раздавливание 500-500 кгс/см²- водостойкие (песчаники) и водонестойкие (гипс, каменная соль – галлит и т.д.);

3-й класс – Сыпучие грунты – пески из водостойких пород первого и второго классов (водостойкие) и пески из неводостойких пород 1-го и 2-го классов (неводостойкие);

4-й класс – глинистые грунты –малосжимаемые (сланцы, мергали) и сжимаемые (глины, супеси, лессы);

5-й класс- сжимаемые грунты (торф, ил)

Грунты 4-го класса делятся не по водостойкости, а по сжимаемости – грунты этого класса обладают условной связностью, обеспеченной кристаллическими образованиями солей различной водостойкости.

Наибольшее значение для гидротехнического строительства имеют грунты 4-го класса, в меньшей степени - 3-го класса, поскольку грунтовые сооружения выполняются, в основном, из них.

С точки зрения сейсмостойкости, важнейшими свойствами грунтов, относимыми к разряду физико-химических, является плавунность и тиксо-тропность.

Плавунность грунтов, т.е. их способность проявлять свойства тяжелой жидкости, проявляется при устройстве в них выемок, котлованов и т.д., причем это явление не связано с какими - либо внешними воздействиями и является естественным состоянием грунта.

Тиксотропностью грунта называется способность грунта переходить в плавунное состояние под действием различного рода механических воздействий, встряхивания, вибрации и т.д. При этом грунт полностью теряет свои прочностные свойства, но восстанавливает их при прекращении механических воздействий. Тиксотропное разжижение может проявляться иногда при очень незначительных механических воздействиях – известен случай большого сплыва грунта при строительстве Ташкентского канала им Палванова, причиной которого был прошедший по дамбе трактор. Строительство дамбы велось отсыпкой лессового грунта в воду и грунт был насыщен водой. Вибрации, передаваемой на грунт движением трактора, оказалось достаточно для проявления тиксотропных явлений. Тиксотропность грунта является чрезвычайно сложным, не изученным в настоящее время свойством; известно, что тиксотропностью обладают грунты, содержащие не менее 1,5-2% глинистых фракций. С повышением их содержания возможность проявления тиксотропных свойств увеличивается. Тиксотропностью обладают только те грунты, в которых содержится минимальное количество воды, необходимое для разжижения в период передачи механических воздействий. Чем больше водосодержание грунта, тем сильнее проявляется тиксотропность.

При повышении интенсивности внешнего воздействия, необходимая для тиксотропного разжижения влажность грунта уменьшается.

Грунт разжижается практически сразу после передачи на него механических воздействий, но восстановление свойств грунта - процесс более длительный. Интересно, что механические показатели грунта при этом несколько повышаются.

Из физико-механических свойств грунтов наиболее важными, с точки зрения сейсмостойкости, являются водонепроницаемость и

прочность. Такое важнейшее свойство грунтов как деформируемость при сейсмических воздействиях проявляется в меньшей степени, т.к. деформации грунтов протекают в течение значительного (по сравнению с протяженностью сейсмических воздействий) времени.

Водопроницаемостью грунтов называют их способность пропускать через себя гравитационную воду (т.е. воду, перемещающуюся под действием силы тяжести) под действием действующего напора. Действующим напором называется разность напоров H_A и H_B в точках А и В (рис.5.1). Отношение действующего напора к расстоянию между

точками А и В называется гидравлическим уклоном
$$i = \frac{H_A - H_B}{\ell}.$$

При этом скорость фильтрации воды в грунте пропорциональна гидравлическому уклону и определяется зависимостью Дарси:

$$V_\phi = ki \quad (5.1)$$

где: V_ϕ - скорость фильтрации воды, i - гидравлический уклон, k - коэффициент фильтрации, зависящий от свойств грунта и представляющий собой скорость фильтрации при $i=1$. Коэффициент фильтрации имеет размерность скорости, но является характеристикой не фильтрационного потока, а физико-механических свойств грунта.

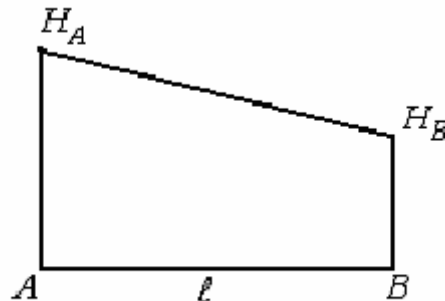


Рис.5.1.

Движение фильтрационного потока в обычных условиях протекает в ламинарном режиме и при движении в грунте преодолевает различные гидравлические сопротивления, обусловленные “тормозящими” силами грунта. В свою очередь, частицы грунта испытывают силы давления воды, равные тормозящим силам. Эти силы называются гидравлическим фильтрационным давлением. При определенной величине фильтрационного давления для каждого грунта начинается разрушение структуры грунта, называемое суффозией. В отдельных случаях грунт может перейти в плавунное состояние и произойдет явление фильтрационного размыва, называемое, иногда, фильтрационным

выпором грунта. Устойчивость грунтов к суффозии и фильтрационному размыву оценивается критическим градиентом фильтрации $k_{кр}$ и критической скоростью фильтрации $V_{фкр}$.

При сжатии водонасыщенного грунта часть внешнего давления, воспринимаемая поровой водой, и идущая на создание напора, вызывающего движение (фильтрацию) воды, называют *нейтральным*, или *поровым давлением*, а часть давления, воспринимаемая скелетом грунта и вызывающая его уплотнение, - *эффективным давлением*, или *эффективным напряжением*. Однако, необходимо обратить внимание на то, что нейтральное давление далеко не нейтрально. Очевидно, его правильнее называть поровым давлением.

Нейтральное давление- это напор, в результате действия которого вода выдавливается из пор грунта, т.е. движется по порам, создавая гидродинамическое давление, которое может вызвать разрушение грунта.

При интенсивной гидродинамической нагрузке ее значительная часть воспринимается поровой водой, и она выдавливается из пор грунта. Движение ее идет кратчайшим путем по линиям наименьшего сопротивления и совпадает с линиями скольжения грунта при потере им несущей способности.

Отсюда ясно, что поровое давление по отношению к скелету грунта является силой разрушающей, а не нейтральной.

При увеличении скорости фильтрации свыше допустимой для данного грунта, в результате суффозии и фильтрационного давления, может образоваться система направленных пор увеличенного диаметра. При движении фильтрационного потока по этим порам движение данного потока может перейти из ламинарного режима в турбулентный, что резко ускоряет процесс разрушения грунта.

Под прочностью грунта понимают способность грунта воспринимать внешнюю нагрузку, не разрушаясь. В принципе, это условие определяет прочность любого материала, но грунт обладает рядом специфических свойств. Это относится к сыпучим и слабо связным грунтам. Прочностные показатели скальных грунтов и методы их определения, в принципе, ничем не отличаются от обычных материалов, разрушающихся по “хрупкой” схеме.

Сыпучие и слабвязкие грунты совершенно не воспринимают растягивающие усилия; сжимающие напряжения в этих грунтах могут возникать только в условиях трехосного сжатия, а это возможно только в точках, находящихся внутри грунтового массива, удаленных на достаточную величину от точки приложения силы. Основными видами разрушения грунта является сдвиг одной его части по другой. Сдвиг

возникает в результате действия касательных напряжений τ в случае, когда их величина превышает предельное сопротивление грунта сдвигу, которое определяется зависимостью, выражающей закон Кулона :

$$\tau = P \operatorname{tg} \varphi + C \quad (5.2.)$$

где : τ - предельное сопротивление грунта сдвигу, P - сжимающее давление, φ - угол внутреннего трения грунта, C - удельное сцепление или коэффициент сцепления. Для несвязных грунтов величина C равна нулю. В табл.5.2. приведены ориентировочные значения φ и C для различных грунтов.

Таблица 5.2.

Ориентировочные значения φ и C для песчаных и глинистых грунтов

№	Вид грунта	φ (град)	C (кгс/см ²)
1	Пески крупные	43-38	0,01-0,02
2	Пески средние	35-40	0,01-0,03
3	Пески мелкие	28-38	0,02-0,06
4	Пески пылеватые	26-36	0,02-0,08
5	Супесь	21-30	0,03-0,15
6	Суглинки	17-26	0,12-0,39
7	Глины	7-21	0,29-0,81

Силы сопротивления грунта сдвигу резко уменьшаются при вибрационном воздействии на него. Это связано с периодическим уменьшением сжимающего давления при вибрации, и, с другой стороны - с разрушением контактных связей между частицами, т.е. уменьшением сил сцепления. Это явление внешне аналогичное тиксотропии грунта используется в технике, например, при вибропогружении свай.

5.2. Поведение гидросооружений из грунтовых материалов при землетрясениях

Под повреждением грунтовых сооружений следует понимать такие изменения геометрии сооружения, которые связаны со значительными нарушениями сплошности материала и могут привести к невозможности продолжения нормальной эксплуатации сооружения. Деформации грунтовых плотин практически всегда имеют место в процессе их эксплуатации и зависят от высоты сооружения, от вида грунтов в нем и от качества производства работ (степени уплотнения материала). Известное влияние на деформации сооружения оказывает и

конструкция плотины, например, вид противофильтрационного устройства и его расположение в теле сооружения.

Особенно значительные деформации возникают при недостаточном уплотнении материала плотины. Анализом результатов наблюдения за работой плотины доказано, что абсолютное значение деформации зависит от трех основных факторов – высоты плотины, степени уплотнения наброски в процессе строительства и времени эксплуатации (срока эксплуатации). При этом, отсутствие искусственного уплотнения камня в процессе строительства приводит к возрастанию статических деформаций сооружения в 2-3 раза. По абсолютным значениям такие деформации могут достигать 1 м и более. Так, для каменно-набросных плотин высотой 100 м без искусственного уплотнения обе составляющие деформаций гребня – горизонтальная и вертикальная – после 30 лет эксплуатации превышают 1 м. Для ряда грунтовых плотин (особенно для плотин с экраном на напорной грани) статические деформации носят ярко выраженный пространственный характер: максимальные деформации наблюдаются в центральной части сооружения, затухая к бортам плотины.

Сейсмическое воздействие служит как бы ускорителем, способствующим мгновенному протеканию деформаций, которые в обычных условиях могли бы проходить в течение десятилетий. Кроме того, для плотин из песчаных грунтов динамическая нагрузка, при ее достаточной интенсивности, способна вызвать деформации, превышающие максимальные статические. Это объясняется тем, что при интенсивной динамической нагрузке происходит изменение взаимного расположения частиц грунта, позволяющее им занять минимальный объем.

Наибольшую опасность для грунтовых плотин представляют следующие виды повреждений: значительные осадки, смещения части сооружения, оползание откосов, длинные и глубокие трещины. Значительные осадки гребня плотины могут привести к переливу воды через гребень, размыву грунтов, частичному или полному разрушению плотины, прорыву напорного фронта. Серьезным видом повреждения является нарушение целостности противофильтрационных элементов (образование трещин в экранах, ядрах, диафрагмах, взаимное смещение отдельных зон таких элементов).

Возникновение путей сосредоточенной фильтрации в теле грунтовой плотины может привести к серьезной аварии сооружения. В таком случае причиной разрушения плотины может быть внутренняя эрозия (суффозия) при движении воды по трещинам, образовавшимся в результате землетрясения. Именно такой механизм разрушения был

характерен для многих ирригационных дамб в Японии. В таких случаях разрушение сооружения происходит не сразу, а спустя некоторое время после землетрясения (через несколько часов или даже дней). Одним из видов повреждений является разжижение несвязных грунтов. Известен ряд случаев серьезных повреждений плотин из грунтовых материалов, вызванных разжижением песков при землетрясениях. Причем такое разжижение может иметь место как в теле сооружения, так и в его основании.

С 1875 по 1975 годы, около 400 грунтовых плотин, дамб и насыпей испытали воздействие различных землетрясений силой от 4-6 баллов и выше. При этом, некоторые плотины получили серьезные повреждения. Наибольшее число деформаций, повреждений и аварий грунтовых гидросооружений при землетрясениях наблюдалось в Японии. По статистическим данным 1966 г. из 1226 плотин этой страны (90% из которых имели высоту более 15 м), получивших различные деформации, повреждения, связанные с землетрясениями, были отмечены в 6% случаев.

Статистические данные о поведении гидросооружений из грунтовых материалов при землетрясениях интенсивностью свыше 6 баллов по шкалам ММ и RF за период с 1906 по 1975 г. показывают, что из 69 плотин, дамб и насыпей, испытавших землетрясения силой 6-10 баллов по шкале ММ ~ 41% не имели повреждений, ~ 25% получили слабые, ~ 17% получили умеренные деформации и повреждения и только 17%, включая плотины Сан-Андреас (США) – высота Н-29м, Шеффилд (США) -Н-9,6 м и другие невысокие плотины, дамбы и насыпи, были разрушены.

При сильном ($M=6,6$; $\Delta=22,5$ км) землетрясении вблизи г.Лос-Анжелес, продолжавшемся 12 сек, серьезные повреждения получила земляная плотина Сан-Фернандо нижняя ($H=43,3$ м). Во время землетрясения произошел большой (длиной 305 м) оползень верхового откоса вместе с бетонной облицовкой и верхней частью низового откоса.

В 1974 г. двумя сейсмическими толчками ($M=6,5$) был поврежден участок длиной 60 м энергетического водовода, проложенного в трещиноватых породах правобережного примыкания плотины Тарбела (Пакистан) высотой $H=154$ м. Это, в дальнейшем, привело к выбросу через него материала плотины, обломков скалы, бетона. При опорожнении водохранилища (понижение уровня за 23 дня на 100 м) произошел размыв скалы в нижнем бьефе.

На территории бывшего СССР большинство земляных плотин выдержали землетрясения высокой интенсивности без каких-либо значительных повреждений. Например, Иркутская плотина ($H=45$ м, из

гравелисто-галечникового грунта) без повреждений выдержала Байкальское землетрясение, интенсивность которого близ створа плотины составила 9 баллов.

Бозсуйская плотина-1 (высотой $H = 27,5$ м, отсыпка из суглинистого грунта, с бетонным экраном) при землетрясении 1946 г интенсивностью 7 баллов дала незначительную осадку по высоте (28 см) без каких-либо внешних нарушений. Наибольшие повреждения получила Чирюртская плотина на р.Сулак при Дагестанском землетрясении 1970 г, высота плотины 37 м из гравелисто-галечникового грунта с центральным суглинистым ядром. В результате землетрясения, по всей длине плотины образовались трещины вдоль оси гребня. Верхний слой грунта плотины разрыхлился и были разрушены сооружения по гребню плотины. Однако, катастрофы не произошло и после проведения ремонтных работ плотина была введена в эксплуатацию.

При сейсмических воздействиях различной интенсивности может иметь место различная комбинация тех или иных повреждений и деформаций грунтовых плотин.

Отдельные повреждения плотин связаны с особенностями геологии основания: например, наличие прослоек слабой глины также может привести к выходу сооружения из строя.

В приведенных данных практический интерес представляет не столько классификация и перечисление наиболее характерных для грунтовых плотин деформаций и повреждений при землетрясениях, сколько инженерный анализ причин таких деформаций и повреждений. Данные такого анализа позволят достаточно обосновано наметить круг возможных конструктивных мероприятий по повышению сейсмостойкости плотин из грунтовых материалов и пути оценки их эффективности.

В результате анализа статистических данных мировой практики можно выделить следующие основные виды и причины сейсмических деформаций, повреждений и аварий гидросооружений из грунтовых материалов:

1. Осадки, вызванные уплотнением материалов сооружения и грунтов основания, горизонтальными и вертикальными смещениями в результате сдвига (оползания) откосов при сейсмических воздействиях. Общая осадка плотины может изменяться от долей до 10% высоты сооружения (например, осадка плотины Мурояна (Япония) составила 0,65%, в Оно (Япония)-0,8%, в Хобген (США) -5,6%). При неблагоприятных условиях сейсмические осадки плотины могут достичь очень большого значения (например, в плотине Хосороги (Япония) она составила 40% высоты).

2. Остаточные горизонтальные смещения гребня или всего профиля на некотором участке длины сооружения, а также искривление его оси в плане, обусловленные деформациями сдвига и изгиба сооружения под действием сейсмических сил, могут составить от сантиметров до нескольких метров. Например, горизонтальные смещения гребня плотины Сан-Андреас (США) составили 2м, в плотине Хосороги (Япония) величина смещения оказалась равной ширине основания.

3. Продольные и поперечные трещины в плотине, возникающие за счет различных деформационных и прочностных свойств материала, т.е. за счет возникновения в плотине зон растяжения при поперечных и продольных сейсмических деформациях; за счет оползания верхового и низового откоса при землетрясении. Продольные трещины с шириной раскрытия от нескольких до 40 см, глубиной от десятка сантиметров до 10-20 м и длиной до нескольких сотен метров наблюдались на 20 плотинах (Сан-Андреас (США), Хебген (США), Мурояма (Япония), Глобочица (Югославия), Чирюртская (бывший СССР) и др. Образование трещин представляет большую опасность для гидросооружений.

4. Расслоение плотины по контакту между ее элементами, образованными из разнородных материалов (ядро или экран, упорных призм, переходных зон и пр.), а также осадки и трещины по контакту между грунтовыми материалами и жестким бетонным ядром или диафрагмой плотины. В плотине Оно (Япония) образовалась трещина глубиной 21 м между упорной призмой и центральным ядром; в плотине Хебген (США)- осадка грунта составила 1,5 м и по обе стороны бетонного ядра образовались продольные трещины, в ядре глубина трещин до 15 см и др.

5. Остаточные деформации и перемещение (оползание и осыпание материала, сдвиг и обрушение) откосов при землетрясениях. Оползание нижней части откосов наблюдалось в плотинах Мурояма (Япония), Буена Виста (США), оползание пригрузки верхового откоса в плотине Частворф (США), скатывание камней по откосу в плотине Коготи (Чили) и др. Так же, наблюдались сдвиги и обрушения больших участков откосов по фиксированной поверхности скольжения (плотины Шеффилд (США), Сан-Фернандо (США)) и др. Верховые водонасыщенные откосы являются менее сейсмостойкими, чем низовые необводненные откосы, т.к. при землетрясениях они испытывают дополнительное воздействие гидродинамического давления на их напорную грань и инерционные нагрузки не только от масс грунта призмы обрушения, но и от масс воды, заполняющей ее поры. С другой стороны, они имеют меньшее сопротивление сдвигу из-за взвешивающего действия воды. По результатам наблюдения японских ученых, из 31 случая оползания

откосов в 17 случаях наблюдались оползания верхового, в 6 – обоих и в 8 - только низового откосов.

Поэтому, обеспечению сейсмостойкости верховых откосов при проектировании гидросооружений из грунтовых материалов в сейсмоопасных районах должно уделяться серьезное внимание.

5.3. Принципы расчета грунтовых плотин методом конечных элементов (МКЭ)

Приведенные расчетные методики в 4 главе данного пособия, являясь приближенными, дают возможность только приближенно определить сейсмические нагрузки, приходящиеся на отдельные массы.

Для оценки возможной осадки, трещин, расслоения и обрушения откосов плотин необходимо использовать эффективные методики, учитывающие как конструктивные особенности сооружения, так и неоднородность его материалов, что возможно при использовании метода конечных элементов.

Название этого метода в некоторой мере предопределяет его сущность, так как при его использовании конструкция тем или иным путем разбивается на отдельные элементы достаточно простой конфигурации, напряженно-деформированное состояние которых должно полностью описать состояние тех участков сооружения, где оно находится. Сопряжение элементов осуществляется путем удовлетворения условий равновесия и неразрывности перемещений. Поведение каждого элемента описывается конечным числом обобщенных координат.

Такая формулировка позволяет объединить подход к расчету объектов строительной механики стержневых систем и объектов теории упругости (теории пластичности, если рассматривать пластические деформации и т.п.), и найти эффективные методы расчета реальных конструкций, сочетающих в себе стержни, плиты, пластины, оболочки, неоднородные массивы и т.д.

При использовании метода конечных элементов представляется возможным четко сформулировать три группы уравнений, как это сделано в теории упругости: 1) статические (динамические), описывающие равновесное состояние системы, 2) геометрические, устанавливающие связь между деформациями и перемещениями, и 3) физические, которые связывают между собой напряжения и деформации.

Для стержневых систем в рамках допущений, принимаемых в сопротивлении материалов, метод конечных элементов является достаточно точным методом, т.к. всегда можно “точно” установить напряженно-деформированное состояние при любом внешнем

воздействии. Иное дело, когда рассматриваются пластинки, плиты и оболочки, для которых условия неразрывности выполняются только в узлах, в связи с чем метод конечных элементов приобретает вариационный смысл.

Метод конечных элементов, точно отображающий поведение стержневой системы, применительно к непрерывным (континуальным) средам становится приближенным, хотя и сохраняет свою структуру. В этом случае область разбивается на отдельные конечные элементы простой геометрической конфигурации, причем достаточно широкие возможности открываются уже при введении в расчет элементов треугольной и прямоугольной формы. Сочленение элементов осуществляется в узлах, в которых полностью удовлетворяются условия равновесия и неразрывности перемещений. Деление рассматриваемой области приводит к кажущемуся нарушению условий неразрывности перемещений между узлами, в значительной степени компенсируемому предположением о линейном законе изменения перемещений в любой точке отдельного элемента, а это требует наложения на перемещения элемента сильно ограничивающих их связей. Эти связи, с одной стороны, способствуют соблюдению условия неразрывности перемещений, а с другой – не приводят к концентрации напряжений в узловых точках.

Отсюда следует, что расчленение системы на элементы заданной конфигурации отнюдь не приводит к отдельным частям, на которые разрезается конструкция. Фактически конечный элемент представляет собой упругий элемент особого типа, на деформацию которого наложены связи, заставляющие его деформироваться по определенной форме, так чтобы по возможности сохранилась непрерывность деформаций расчетной модели. Точность расчета может быть повышена за счет увеличения числа конечных элементов, что приводит к строгому удовлетворению условий неразрывности перемещений в большем числе точек.

Таким образом, сплошная среда (сооружение) заменяется совокупностью дискретных элементов треугольной или прямоугольной формы, связанных между собой наличием узловых связей. Это дает возможность ввести соотношения между силами, приложенными к узловым точкам и вызываемыми ими перемещениями. В пределах каждого элемента перемещения считаются линейными функциями координат точек, благодаря чему можно производить расчет всех перемещений, деформаций и напряжений элемента через перемещение его узлов. Все силы (собственный вес, инерционные, гидростатические, гидродинамические и др.) также приводятся к узлам и расчет колебаний тела с непрерывной массой сводится к расчету колебаний дискретных

масс, приложенных в узлах элементов, на которые разбито сооружение. В механике стержневых систем аналогичным образом распределенная масса конструкции заменяется сосредоточенной.

Метод конечных элементов является вариационным методом, поэтому решение различных задач сейсмостойкости для грунтовых сооружений рассмотрим в вариационной постановке.

Обычно длина плотины бывает намного больше, чем ее два других размера, поэтому плотину можно рассматривать как упругое сплошное тело, находящееся в плоско деформированном состоянии. Это упрощает решение рассматриваемой задачи. При этом, из плотины вырезается плоское тело, площадью S , имеющее единичную толщину (рис.5.2)

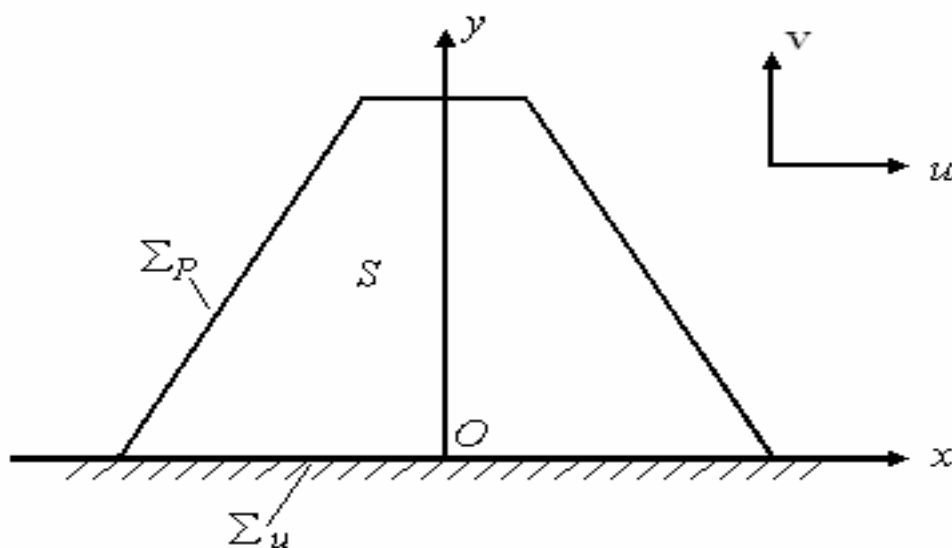


рис.5.2

Здесь перемещение каждой точки тела S описывается горизонтальным перемещением u и вертикальным v .

Для определения напряженно - деформированного состояния (НДС) каждой точки плотины необходимо решить следующее вариационное уравнение:

$$\int_S [\sigma_x \delta \epsilon_x + 2\tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \sigma_y \delta \epsilon_y] ds - \rho \int_S [\ddot{u} \delta u + \ddot{v} \delta v] ds + \int_S f_y \delta v ds + \int_{\Sigma_P} [P_x \delta u + P_y \delta v] d\Sigma = 0 \quad (5.3)$$

$$x, y, \in \Sigma_u : u = 0, v = 0 \quad (5.4.)$$

В (5.3) первый интеграл - виртуальная работа внутренних напряжений, второй – работа сил инерции, третий - работа массовых сил, а четвертый- работа внешних сил (гидростатических, гидродинамических и др.), приложенных к площадке Σ_P .

Здесь: $\delta u, \delta v$ - вариации компонентов перемещений;

$\delta \varepsilon_x, \delta \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ - вариации компонентов деформации;

f_y - массовые силы, действующие по оси y ;

P_x, P_y - компоненты внешних сил, действующих по оси x и y на площадку Σ_P ;

ρ - плотность материала.

Компоненты деформации через перемещение определяются соотношениями Коши:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5.5)$$

Связь между компонентами напряжения и деформации определяются через обобщенный закон Гука:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2G\varepsilon_x, \\ \sigma_y &= \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2G\varepsilon_y, \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \end{aligned} \quad (5.6)$$

(σ_x, σ_y - нормальные, τ_{xy} - касательные напряжения)

λ, G - коэффициенты Ляме, которые определяются:

$$\lambda = \frac{E \cdot \mu}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

E, μ - модуль упругости и коэффициент Пуассона материала.

Далее вариационная задача (5.3) - (5.6) решается МКЭ, для этого область S (рис.5.2) разбивается на треугольные конечные элементы (рис.5.3), т.е. производится дискретизация.

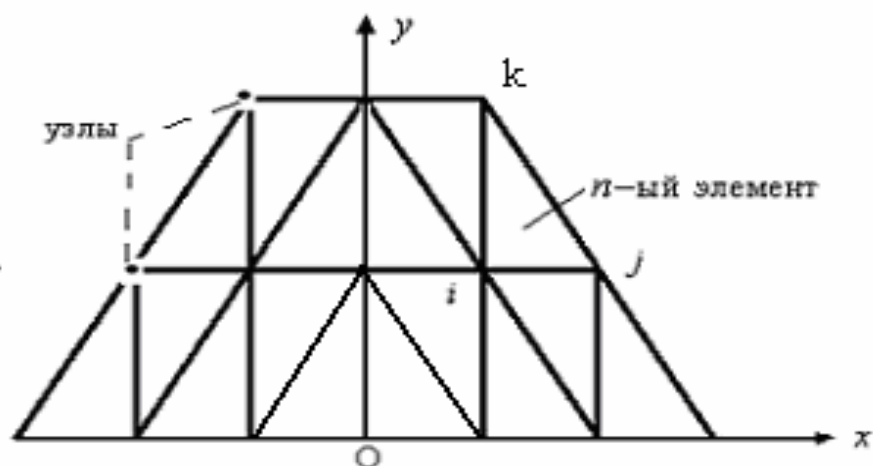


Рис.5.3

Поле перемещений внутри n-ого элемента (рис.5.3) определяется через узловые перемещения и координаты элемента с помощью линейной аппроксимации.

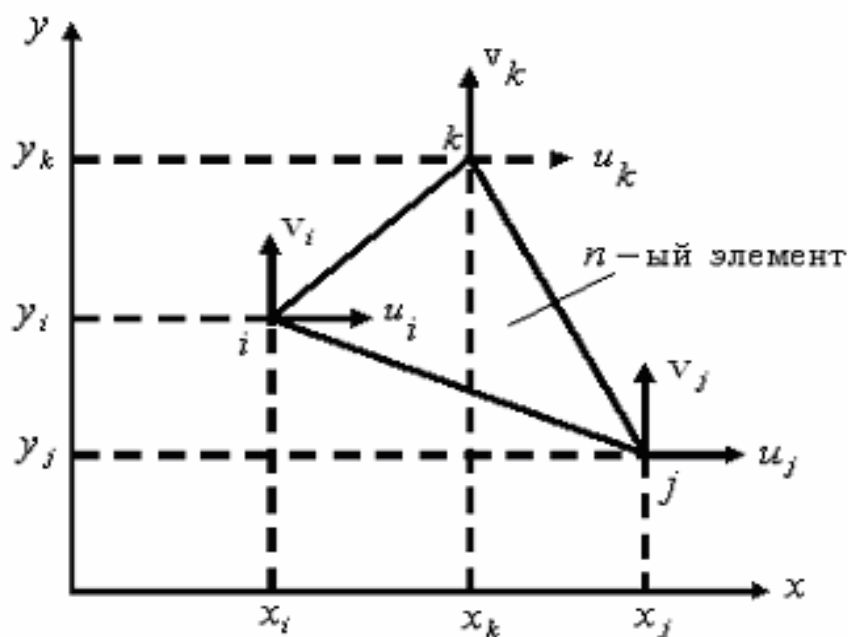


Рис.5.4

В зависимости от приложенных нагрузок вариационное уравнение (5.3) с помощью процедуры МКЭ сводится к следующим задачам:

а) в случае действия только статической нагрузки - к решению системы алгебраических уравнений вида:

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (5.7)$$

б) в случае собственных колебаний - к решению алгебраической задачи на собственные значения вида:

$$([K] - \omega^2 [M])\{u\} = 0 \quad (5.8)$$

в) в случае исследования вынужденных колебаний при динамическом (сейсмическом) воздействии - к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} & [M] \{\ddot{u}\} - [K] \{u(t)\} = \{P(t)\} \\ & \text{с начальными условиями} \quad u(0) = u_o, \dot{u}(0) = \dot{u}_o \end{aligned} \quad (5.9)$$

В (5.7)- (5.9) приняты следующие обозначения:

$[K], [M]$ – матрицы жесткости и массы плотины, ω - искомая собственная частота, $\{u\}$ - вектор искомых компонентов узловых перемещений, $\{f\}$ - вектор статического нагружения, $\{P(t)\}$ -вектор сейсмических воздействий.

Все эти задачи решаются на ЭВМ с помощью специальных программ. В результате решения определяется перемещение в узлах $u_i, u_k, u_j, v_i, v_j, v_k$, далее определяются перемещения u, v , деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ и напряжения $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ внутри каждого конечного элемента.

В результате расчета получается картина полного напряженно-деформированного состояния (НДС) в каждой точке плотины, т.е. в области S (рис.5.2)

Для оценки осадки или деформации в плотине достаточно ограничиться результатом решений уравнений (5.7) или (5.9) и определить деформации по формуле (5.5).

В случае необходимости можно определить в каждой точке плотины максимальное касательное напряжение $\tau_{\max}$ по формуле:

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5.10)$$

и главные напряжения -

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5.11)$$

Эти результаты позволяют оценить сейсмостойкость плотины в целом или устойчивость откосов с использованием соответствующих теорий прочности.

Использование МКЭ позволяет вести расчеты плотины, как по плоской (рис.5.2), так и по пространственной расчетной схеме. Экспериментальные исследования показали, что при длине плотины в 4 и более раз превышающей ее высоту, расчет можно вести по плоской схеме.

Применение МКЭ позволяет учитывать неоднородность материала плотины, т.е. учитывать изменение физико-механических параметров при переходе от одного элемента к другому, что особенно важно для плотин из грунтовых материалов, которые всегда имеют три зоны (грунты при различном увлажнении).

Сотрудниками кафедры «Теоретическая и строительная механика (Т и СМ)» Ташкентского института ирригации и мелиорации (ТИИМ) создана комплексная методика расчета грунтовых сооружений и разработаны различные программы для расчета плотин на ЭВМ, на которые получен ряд авторских свидетельств Патентного ведомства РУз. С помощью этих программ проведены расчеты различных плотин нашей Республики и Центральной Азии.

Как пример, на рис.5.5-5.6 показаны результаты расчета осадки (поле распределения перемещений) (рис.5.5), поле распределения главных напряжений: σ_1 , (рис.5.6а), σ_2 (рис.5.6б) и максимальных касательных напряжений $\tau_{\max}$ (рис.5.6в) для Сохской плотины с учетом реальной геометрии и неоднородности материала сооружения под действием собственного веса плотины. Здесь же для сравнения приведены те же параметры, полученные для однородной по составу плотины.

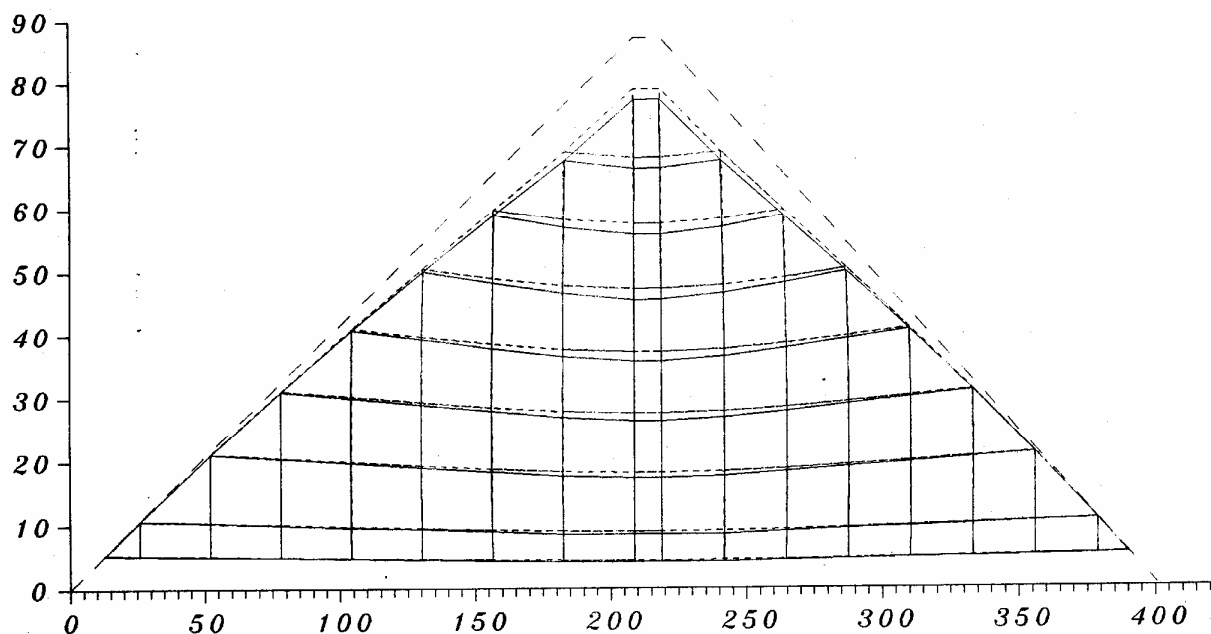


Рис.5.5. Поле распределения перемещений Сохской плотины . - - - - - исходное состояние плотины; ----- деформированное состояние однородной плотины и ———— - деформированное состояние неоднородной плотины (схематическое изображение).

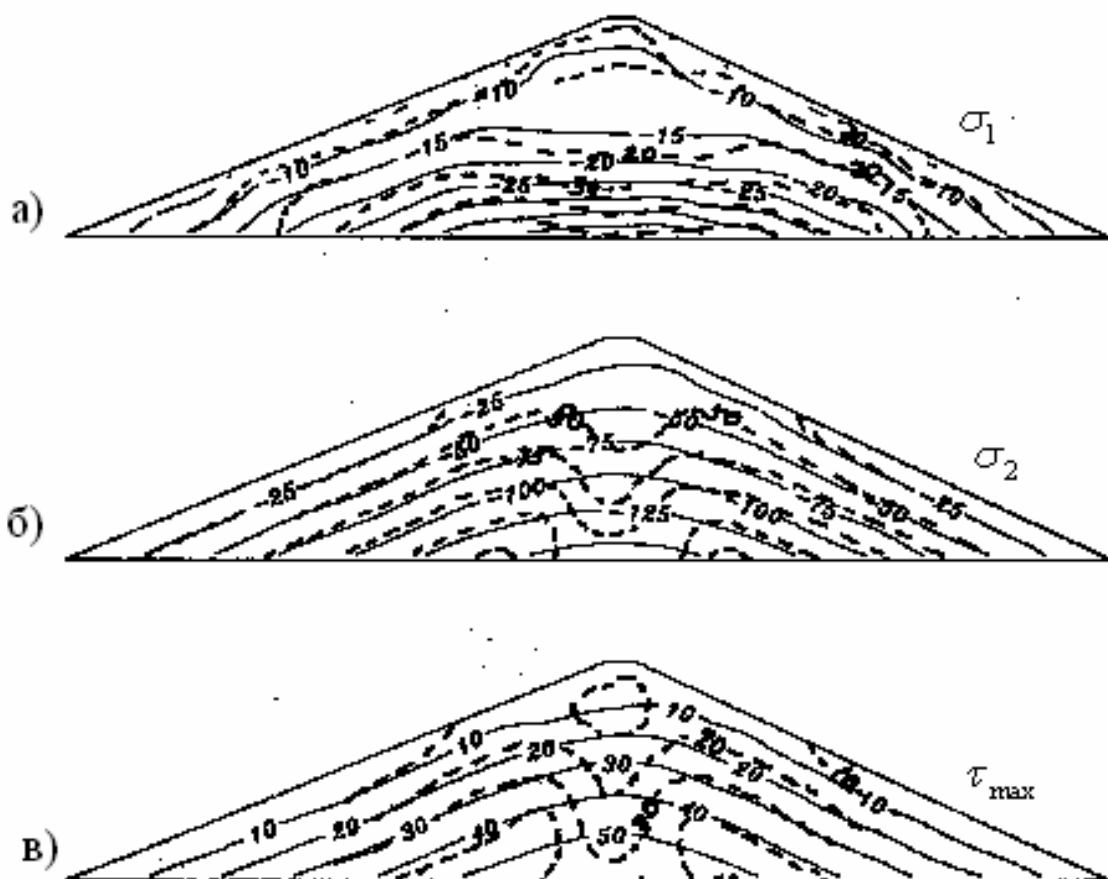


Рис.5.6 Поля распределения главных напряжений для Сохской плотины под действием собственного веса: ———— - плотина упругая однородная; ----- - плотина неоднородная с упругими свойствами грунта.

5.4. Определение напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений с учетом упруго-пластических свойств материала

В данном параграфе приводится методика исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценка прочности грунтовых сооружений под действием статических нагрузок с учетом предельно-напряженного состояния грунтов. Приводятся результаты численной реализации разработанной методики с учетом упругого и упруго-пластического законов деформирования грунта.

Рассматриваемое неоднородное сооружение $S = S_1 + S_2 + S_3$ (рис.5.7) находится в плоско-деформируемом состоянии. Верхняя и одна боковая грань его свободны от напряжения, нижняя часть - жестко закреплена. Учитывается структурная неоднородность сооружения, его реальная геометрия, а также упругое и упруго-пластическое деформирование материала. Грунтовое сооружение находится под действием гравитационных сил и гидростатического давления воды.

Для постановки задачи используется вариационное уравнение Лагранжа, основанное на принципе Даламбера (5.3), кинематические граничные условия (5.4), соотношения Коши (5.5), закон Гука (5.6) или закон малых упруго-пластических деформаций

В расчетах рассматриваются различные уровни заполнения водохранилища (h), соответственно чему ординаты гидростатического давления воды $\bar{P}$ на напорной грани плотины определяются по формуле:

$$\bar{P} = \rho_0 g(h - y) \quad (5.12)$$

где: ρ_0 - плотность воды; g - ускорение свободного падения; $(h - y)$ - глубина точки на напорной грани плотины.

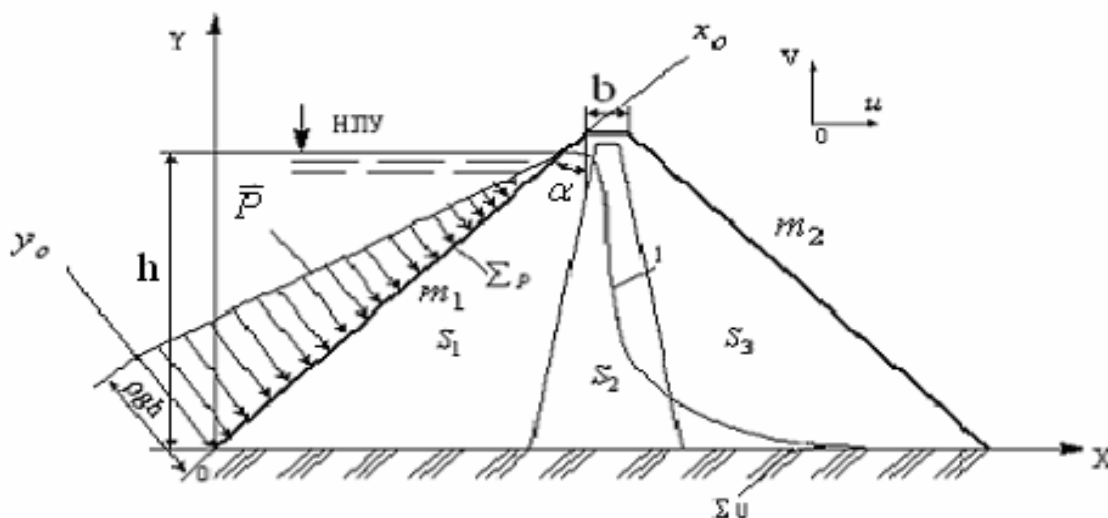


Рис.5.7 Расчетная схема плотины на жестком основании

Целью задачи является определение компонентов перемещений (u, v) , деформации $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$, напряжений $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ в каждой точке сооружения при различных внешних воздействиях.

Учет упруго – пластического деформирования грунта при определении элементов матрицы жесткости $[K]$ в МКЭ осуществляется методом переменных параметров упругости, который заключается в замене упругих параметров E, ν, μ в законе Гука на E^*, ν^*, μ^* , определяемых по формулам:

$$E^* = \frac{\sigma_i^*}{\varepsilon_i} \left[1 + \frac{1-2\nu}{3E} \frac{\sigma_i^*}{\varepsilon_i} \right]^{-1}; \quad \mu^* = \frac{\sigma_i^*}{3 \cdot \varepsilon_i}; \quad (5.13)$$

$$\nu^* = \left[\frac{1}{2} - \frac{1-2\nu}{3E} \frac{\sigma_i^*}{\varepsilon_i} \right] \left[1 + \frac{1-2\nu}{3E} \frac{\sigma_i^*}{\varepsilon_i} \right]^{-1} \quad (5.14)$$

Связь между “переменными параметрами упругости” имеет тот же вид, что и для упругих констант, E, μ, ν в теории упругости:

$$\mu = \mu^* = \frac{E^*}{2(1 + \nu^*)} \quad (5.15)$$

Здесь σ_i, ε_i - интенсивность напряжений и деформаций, соответственно, которые определяются по формулам:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \nu(\sigma_x + \sigma_y))^2 + (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_y))^2 + 6\tau_{xy}^2}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1 + \nu)} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \frac{3}{2}\gamma_{xy}^2}$$

Измененные физико-механические параметры материала (5.13)-(5.14) в каждой точке плотины определяются, исходя из достигнутого деформированного состояния ε_i (интенсивность деформаций) и соответствующей ему σ_i^* (интенсивность напряжений) согласно выбранной диаграммы деформирования $\sigma_i^* = \sigma_i^*(\varepsilon_i)$, составленной из экспериментальных данных для конкретных грунтов.

При этом рассматриваемая задача (5.3)-(5.6) после конечно-элементной дискретизации в отличие от уравнения (5.7) сводится к разрешающей системе алгебраических уравнений с переменными коэффициентами:

$$[K(\sigma_i, \varepsilon_i)]\{u\} = \{P\} \quad (5.16)$$

где: $\{u\}$ -искомый вектор узловых перемещений, $\{P\}$ -вектор внешней нагрузки (массовых сил и гидростатического давления воды), $[K(\sigma_i, \varepsilon_i)]$ -матрица жесткости элемента, зависящая от физико-механических параметров материала сооружения и достигнутого напряженно-деформированного состояния.

Полученные алгебраические уравнения (5.16) решаются методом Гаусса.

Достоверность разработанных алгоритмов и программ проверялась решением ряда тестовых задач. Для реализации поставленных целей разработаны алгоритмы и программы расчета, ориентированные на IBM PC, с помощью которых исследовались НДС (как с учетом упругих, так и с учетом упруго-пластических свойств грунта) следующих плотин: Сох, Гиссарак, Туполанг. Все результаты по определению поля перемещений (u), деформаций (ε_{ij}) и напряжений ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$), а так же главных напряжений ($\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\max}$) получены с учетом реальных конструктивных особенностей плотин и физико-механических свойств материала.

5.5. Оценка прочности грунтовых сооружений с учетом предельно-напряженного состояния грунтов

Как известно, исследования особенностей напряженного состояния сооружений позволяют раскрыть сущность механических процессов, происходящих как в ядре плотины, так и в откосных зонах. Обычным сравнением величин нормальных напряжений σ_x и σ_y можно установить зоны, где горизонтальные напряжения больше вертикальных, что может привести в этих зонах к таким нежелательным явлениям, как возможному выпору части грунта. Для обеспечения прочности грунтового сооружения нормальные напряжения (σ_x, σ_y), так же как и главные напряжения (σ_1, σ_2) должны быть сжимающими, т.е. со знаком минус (-).

Исследования напряженного состояния в теле плотины позволяют установить также и зоны концентрации напряжений. Это особенно важно для касательных напряжений $\tau_{\max}$, превышение которыми предельных значений вблизи откосов может привести к локальной неустойчивости на этих участках.

Проведенный анализ напряженного состояния грунтовых плотин дает только косвенный анализ прочности сооружения, который иногда может быть далек от истинной картины. Поэтому обязательно необходимо оценить прочность сооружений с использованием одной из теорий прочности, например, теория предельно-напряженного состояния. Как известно, предельное напряженное состояние грунта соответствует такому напряженному состоянию, когда малейшее добавочное силовое воздействие нарушает существующее равновесие и приводит грунт в неустойчивое состояние. При этом в грунте возникают поверхности скольжения, разрывы и нарушается прочность между его частицами. Такое напряженное состояние грунтов следует рассматривать как совершенно недопустимое. Из-за сложности в реализации, эта теории прочности практически не используется при решении конкретных задач, поскольку для нее требуется оценка полного напряженного состояния сооружения. Согласно этой теории, действительные величины сдвигающих напряжений не должны превышать предельных значений для связных грунтов, определяемых по формуле

$$\tau = \sigma \cdot tq\varphi + C \quad (5.17)$$

При этом предполагается, что нарушение равновесия грунтового массива является следствием потери упругой устойчивости массива грунта (пренебрегается развитием пластических деформаций) и разрушение происходит за счет сдвига одной части массива грунта относительно другой, а условие предельно равновесного состояния принимается в виде прямолинейной огибающей кругов главных напряжений (рис.5.8).

Для практической оценки прочности грунтового сооружения это условие для произвольной площадки (рис.5.9) с нормалью «n» можно написать в следующем виде:

$$|\tau_n^{np}| = \sigma_n tq\varphi + C \quad (5.18)$$

Эта зависимость представляет собой сопротивление грунта сдвигу по площадке с нормалью n , и складывается из сопротивления от внутреннего трения и сопротивления сил сцепления грунта.

Здесь: τ_n^{np} , σ_n - предельное касательное и нормальное напряжения, на площадке с нормалью n ; C - сила сцепления грунта; φ -угол внутреннего трения грунта.

Как известно, нормальные (σ_n) и касательные (τ_n) напряжения на произвольной площадке с нормалью n (рис.5.9) вычисляются по формулам:

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\alpha \quad (5.19)$$

$$\tau_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\alpha \quad (5.20)$$

где σ_1, σ_2 - главные напряжения, определенные для всех точек плотины, α - угол между нормалью к площадке и направлением наибольшего главного напряжения.

Положение площадок скольжения определяется углом:

$$\alpha = \pm \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (5.21)$$

Подстановка (5.21) в (5.19) и (5.20) дает формулы для определения действующих нормальных и касательных напряжений по площадкам скольжения:

$$\sigma_n^\partial = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin \varphi \quad (5.22)$$

$$\tau_n^\partial = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos \varphi \quad (5.23)$$

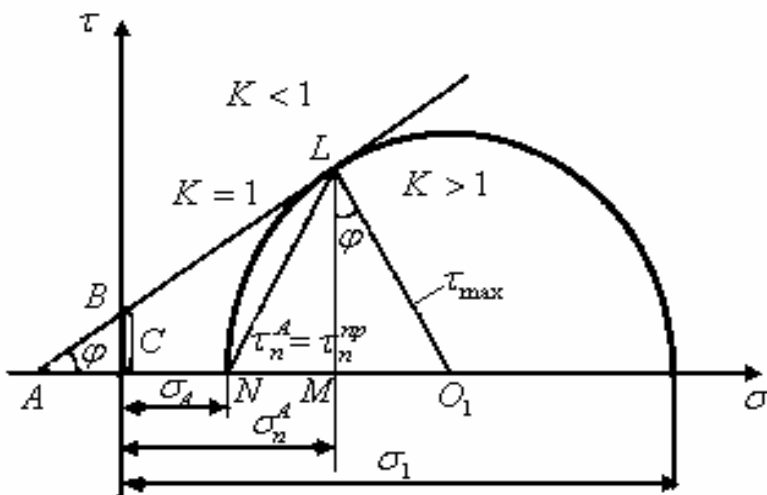


Рис.5.8

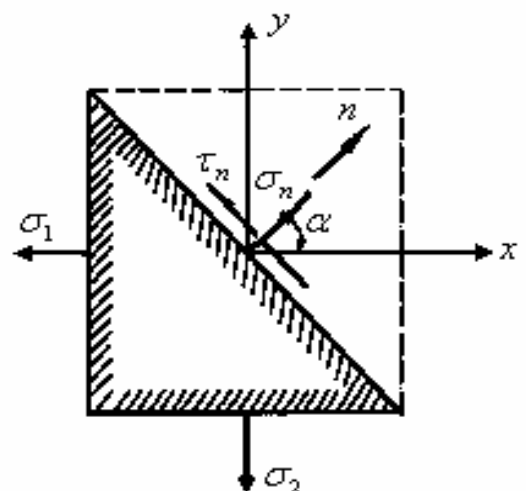


Рис.5.9

Подстановка (5.22) в (5.18) дает следующую зависимость для определения предельно допустимых сдвиговых напряжений:

$$\tau_n^{np} = 0,5[(\sigma_1 + \sigma_2 - 2\tau_{\max} \sin \varphi) \operatorname{tg} \varphi + 2C] \quad (5.24)$$

Таким образом, по формулам (5.23) и (5.24) определяются значения действующих касательных напряжений τ_n^{∂} и предельно допустимых напряжений τ_n^{np} по всему грунтовому сооружению с учетом количественных данных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\max}$, полученных при исследовании НДС плотин.

Теперь прочность сооружения определяется соотношением предельно допустимых для данного материала напряжений к фактически действующим. Сравнив в каждой точке плотины полученные величины сдвиговых напряжений τ_n^{∂} и предельно допустимых τ_n^{np} (предел прочности грунта на сдвиг), становится возможным оценить прочность в целом для плотины и для откосов.

Местный коэффициент запаса прочности в каждой точке плотины определяется отношением:

$$K = \frac{\tau_n^{np}}{\tau_n^{\partial}} \quad (5.25)$$

Подстановка (5.23) и (5.24) в (5.25) дает следующую зависимость для определения местного коэффициента запаса прочности в каждой точке плотины:

$$K = \frac{0,5[(\sigma_1 + \sigma_2 - 2\tau_{\max} \times \sin \varphi) \operatorname{tg} \varphi + 2C]}{\tau_{\max} \cos \varphi} \quad (5.26)$$

Получение полной картины распределения этого коэффициента по всему сооружению и по откосным зонам позволяет установить наличие, размеры и местоположение зон, в которых выполняется одно из следующих трех условий:

$K > 1$ - в этой области сооружения грунт обладает запасом прочности, т.е. находится в допредельном состоянии;

$K = 1$ - грунт находится в условиях предельного равновесия;

$K < 1$ - прочность грунта нарушена, и на данном участке сооружения образуется зона неустойчивости.

На рис.5.10 приведены результаты оценки устойчивости (прочности) откосов с помощью предложенной методики на примере модели Сохской плотины, находящейся под действием собственного веса при различных коэффициентах заложения откоса $m=1.5$, $m=1.8$, $m=2.4$. Приведенные значения полученных коэффициентов устойчивости K (рис.5.10) по

всему сечению плотины позволяют судить об устойчивости того или иного участка откоса или плотины. Как видно из рисунка 5.10, с увеличением угла откоса увеличивается размер зоны неустойчивости или зоны разрушения плотины. Окрашенные участки указывают на возможные зоны разрушения сооружений.

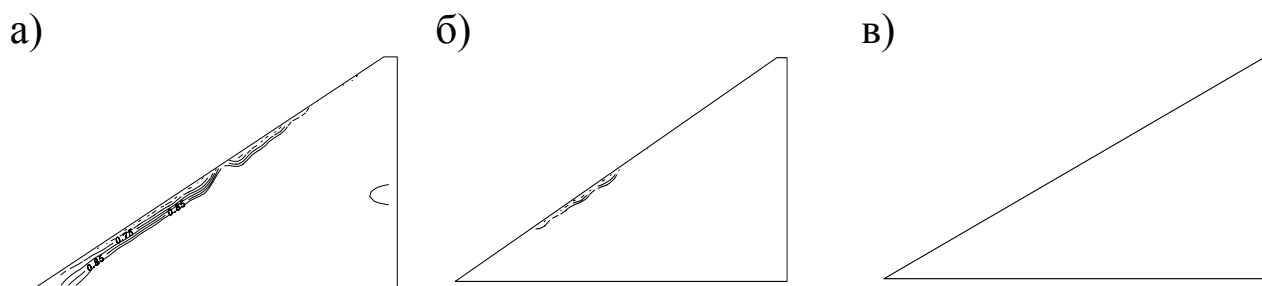


Рис.5.10. Распределение зон разрушения (неустойчивости) симметричного грунтового сооружения при различных значениях заложения откоса: $m=1.5$ (а), $m=1.8$ (б), $m=2.4$ (в).

Как показывают результаты решения модельных задач с использованием разработанной методики (рис.5.10), увеличение угла откосов (уменьшение значения - m) приводит к увеличению зоны неустойчивости (зоны разрушения) вблизи откосов.

На рисунках 5.11-5.12 приведены изолинии коэффициента устойчивости для однородной Сохской плотины (рис.5.11), находящейся под действием собственного веса, и с учетом конструктивных особенностей плотины, т.е. с учетом неоднородности плотины (рис.5.12). Приведенные цифры на изолиниях показывают значение коэффициента устойчивости K . В обоих случаях значения коэффициента $K > 1$, что указывает на устойчивость откосов сооружений, находящегося только под действием собственного веса.

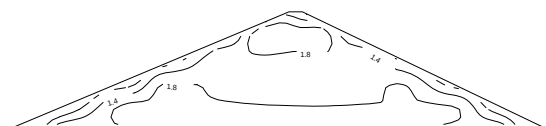


Рис.5.11 Изолинии коэффициентов устойчивости в упруго-однородной Сохской плотине

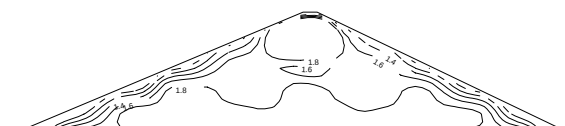


Рис.5.12 Изолинии коэффициентов устойчивости в упруго-неоднородной Сохской плотине.

Аналогичные результаты приведены для Туполангской (рис. 5.13-5.14) и для Гиссаракской (рис.5.15-5.16) плотин

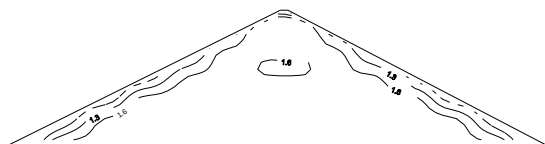


Рис.5.13 Изолинии коэффициентов устойчивости в упруго-однородной Туполангской плотине

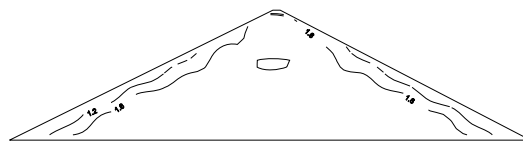


Рис.5.14 Изолинии коэффициентов устойчивости в упруго-неоднородной Туполангской плотине

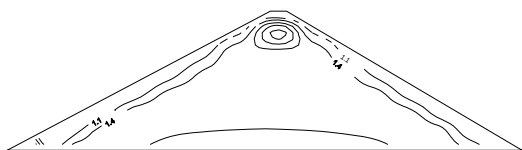


Рис.5.15 Изолинии коэффициентов устойчивости в упруго-однородной Гиссаракской плотине

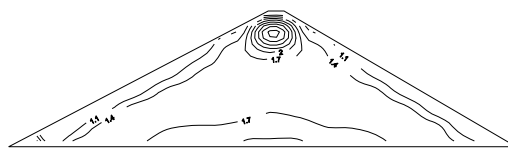


Рис.5.16 Изолинии коэффициентов устойчивости в упруго-неоднородной Гиссаракской плотине

Анализ результатов, полученных с помощью разработанной методики показывает, что собственный вес не нарушает прочность рассмотренных плотин, а устойчивость их откосов обеспечена

5.6. Оценка напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений, взаимодействующих с жидкостью.

В данном параграфе приводится методика решения динамических задач для грунтовых сооружений, взаимодействующих с жидкостью, т.е. задачи гидроупругости и некоторые результаты исследования плоского динамического поведения неоднородных грунтовых плотин, взаимодействующих с водной средой водохранилища. Учитываются конструктивные особенности, реальная геометрия и работа сооружения при различного рода динамических воздействиях.

Предполагается, что сооружения (рис.5.7), занимающие площадь $S = S_1 + S_2 + S_3$, существенно неоднородны в том смысле, что их части сильно различаются между собой физическими и деформационными свойствами, а на границах раздела непрерывны перемещения, нормальные и касательные компоненты напряжений. К сооружению приложены внешние воздействия – кинематические, гидростатические, а

также гидродинамические. Результат представляет собой анализ собственных и вынужденных сейсмических колебаний плоских сооружений, взаимодействующих с полубесконечным плоским слоем жидкости (рис.5.7).

На сегодняшний день существуют различные методы исследования задач гидроупругости, т.е. задач о совместных колебаниях конструкции и жидкости.

Применение тех или иных методов решения диктуется многими обстоятельствами - характером задачи, целью исследования, принятой схематизацией явления, требуемой точностью, возможностью вычислительных средств и т.п. Обычно при исследовании напряженно-деформированного состояния конструкции, стремятся исключить гидродинамические уравнения и свести вопрос к исследованию колебаний конструкции в пустоте, а влияние жидкости учесть при помощи некоторых “присоединенных” масс, сопротивлений и жесткостей. Анализ результатов ряда работ показывает, что при решении задач сейсмостойкости для гидросооружений (при определении инерционной составляющей гидродинамического давления) волнообразование на свободной поверхности можно не учитывать. Оно практически не оказывает влияния на оценку напряженно-деформированного состояния сооружения.

Для решения задачи гидроупругости дальнейшие расчеты выполняются по схеме Вестергарда-Лейбензона, которая является основой для решения задач сейсмостойкости в рамках динамической теории. Такая постановка получила широкое распространение при решении задачи гидроупругости для тонкостенных конструкций типа оболочек, пластинок и стержней. Однако пока отсутствуют работы, где бы использовалась такая постановка для грунтовых сооружений. Это, по-видимому, объясняется трудоемкостью решения задач гидроупругости, сложностью подбора координатных функций, удовлетворяющих геометрическим граничным условиям для реальных конструкций. Отличие данной постановки от постановки Вестергарда заключается в том, что стенки сооружения считаются деформируемыми и взаимодействующими с жидкостью. При этом жидкость предполагается идеальной и несжимаемой, а волнообразование на свободной поверхности не учитывается.

В этом случае потенциал скорости движения жидкости $\phi(x,y,t)$ должен удовлетворять уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (5.27)$$

и условиям на границах области, а именно: на поверхности водохранилища давление считается постоянным, а волнообразование, вызванное движением плотины, не учитывается, т.е.:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{y=h} = 0 ; \quad (5.28)$$

скорость жидкости на дне водохранилища в вертикальном направлении равна нулю:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 ; \quad (5.29)$$

движение жидкости в точках бесконечно удаленных от плотины отсутствует (составляющие скорости равны нулю):

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=-\infty} = 0 ; \quad (5.30)$$

на напорной грани $x=ym$ (где $m=tg\alpha$) скорости частиц жидкости и точек грани по направлению нормали n одинаковы:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\vec{u}(\vec{x}, t); \quad (5.31)$$

или, используя представление вектора n через координаты, получим:

$$\left(-\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \sin \alpha \right)_{x=ym} = -\dot{u}(\vec{x}, t). \quad (5.32)$$

Здесь $\vec{u}(\vec{x}, t)$ – полное смещение тела, которое в случае сейсмического воздействия представляется перемещениями плотины как твердого тела вместе с основанием $\vec{u}_o(\vec{x}, t)$ и ее упругими перемещениями $\vec{u}^*(\vec{x}, t)$:

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}_o(\vec{x}, t) + \vec{u}^*(\vec{x}, t), \quad (5.33)$$

$\vec{x}=\{x,y\}$ – вектор координат.

Выражение для потенциала скоростей, удовлетворяющего уравнению Лапласа (5.27) и граничным условиям (5.28) - (5.32), имеет вид:

$$\varphi(x,y,t) = \sum_{k=1,3,\dots} C_k(t) \cos\left(\frac{k\pi y}{2h}\right) \exp\left(\frac{k\pi x}{2h}\right) \quad (5.34)$$

где: $C_k(t) = B_k \int_0^{h_0} \dot{u}(\vec{x},t) \Big|_{x=ym} \cos\left(\frac{k\pi y}{2h}\right) dy$, $B_k = \frac{4 \cdot \exp\left(-\frac{k\pi y}{2h}\right)}{2 \cdot \sin \alpha + k\pi \cdot \cos \alpha}$, $h_0 = h/\cos \alpha$

Гидродинамическое давление воды на верхнем откосе плотины выражается через производную от потенциала скорости по формуле:

$$\vec{P}(\vec{x},t) = -\rho_o \dot{\varphi}(\vec{x},t) \quad (5.35)$$

ρ_o - ПЛОТНОСТЬ ВОДЫ.

И тогда в вариационном уравнении (5.3) поверхностная нагрузка будет представлена формулой

$$\int_0^{h_0} \vec{P}(\vec{x},t) \delta \vec{u} \, dy.$$

Кинематические граничные условия в основании, совершающем сейсмическое движение будут

$$x,y \in \sum_u: u = u_o(t), v = v_o(t) \quad (5.36)$$

Здесь $\vec{u} = \{u,v\}$, ε_{ij} и σ_{ij} - соответственно, вектор перемещений, компоненты тензоров деформаций и напряжений ($i,j=1,2$); $\delta \vec{u}$, $\delta \varepsilon_{ij}$ - вариации вектора перемещений и деформаций; $\rho = \rho_n$ - плотность материала элементов рассматриваемой системы ($n=1,2,3$); ρ_o - плотность воды. Для описания физических свойств материала плотины принимаются соотношения (5.6) обобщенного закона Гука (при $\varepsilon_z = 0$), а для описания связи между компонентами тензора деформаций и вектором перемещений используются соотношения Коши (5.5).

Общую постановку задачи (5.3), (5.5), (5.35), (5.36) далее можно конкретизировать для различных частных динамических задач.

Решение задачи (5.3), (5.5), (5.6), (5.35), (5.36) ищется в виде (5.33). Для этого сначала решается вариационная задача (5.8) на собственные значения без учета давления воды и определяются собственные формы колебаний сооружения. При этом расчленение заданной области на конечные элементы осуществляется с учетом конструктивных особенностей плотины и физико-механических свойств материала. Предположив идентичность деформации напорной поверхности сооружений в пустоте и в жидкости, решение задачи с учетом давления воды ищется в виде разложения по найденным собственным формам колебаний.

В рамках данной постановки исследованы собственные и вынужденные колебания Гиссаракской и Тупалангской грунтовых плотин, взаимодействующих с водной средой. Анализ исследования собственных колебаний плотины показал, что учет взаимодействия воды с плотиной приводит к уменьшению частот собственных колебаний и для первых восьми частот эта разница составляет от 2% до 10%, возрастающая по мере увеличения высоты плотины.

Анализ исследований НДС плотины при воздействии Газлийской акселерограммы при пустом и заполненном водохранилище показывает, что учет гидродинамического давления воды при сейсмическом воздействии приводит к изменению НДС плотины - к увеличению напряжений и перемещений и нарушению их симметричной картины. Так интенсивность напряжений σ_i в откосных зонах верхней упорной призмы увеличивается в 1,5 раза; горизонтальные напряжения σ_x в верхней призме - на 25-30%, а вертикальные напряжения σ_y в приоткосных зонах увеличиваются почти в 2 раза.

5.7. Конструктивные мероприятия по повышению сейсмостойкости плотин из грунтовых материалов

Конструктивные мероприятия по повышению сейсмостойкости условно можно разделить на “активные” и “пассивные”. К “пассивным” относятся мероприятия по повышению сейсмостойкости самой плотины, без воздействия на величину сейсмического ускорения. К ним относятся установка экранов, диафрагм, устройство откосов переменного заложения, дренаж и т.д.

Экраны на напорной грани плотины являются наиболее распространенным, весьма эффективным способом повышения сейсмостойкости плотины. Основное их назначение, с этих позиций, заключается в предотвращении резкого повышения порового давления

водонасыщенной части плотины при сейсмических воздействиях. Механизм и последствия такого воздействия рассмотрен в разделе 5.1. Выбор вида экрана определяется высотой плотины и рядом её конструктивных особенностей. Для плотин малой и средней высоты эффективными являются пленочные экраны, покрытые защитным слоем. Заложение верхового откоса должно обеспечивать отсутствие “сползания” экрана при сейсмических воздействиях. Эффективным конструктивным приемом является придание грунту верхового откоса волнистой поверхности.

В плотине большой высоты (более 60 м) экран так же эффективен, но должен выполняться с применением жестких элементов, связанных между собой, например, железобетонными плитами с армированием стыков. Это обусловлено значительными сжимающими напряжениями в его нижней части. Также с использованием специальных укрепляющих устройств возможно создание конструктивного экрана не по всей высоте напорных границ. Примером такого решения может служить проект Ташкумырской плотины, схема которой приведена на рис. 5.17.

Экран в поперечном сечении выполняется не плоским, а в виде треугольника, заполненного грунтом. Основание треугольника упирается на цементационную потерну и завесу. Эта конструкция имеет повышенную устойчивость против сползания. Роль экрана в нижней части играет цементационная завеса.

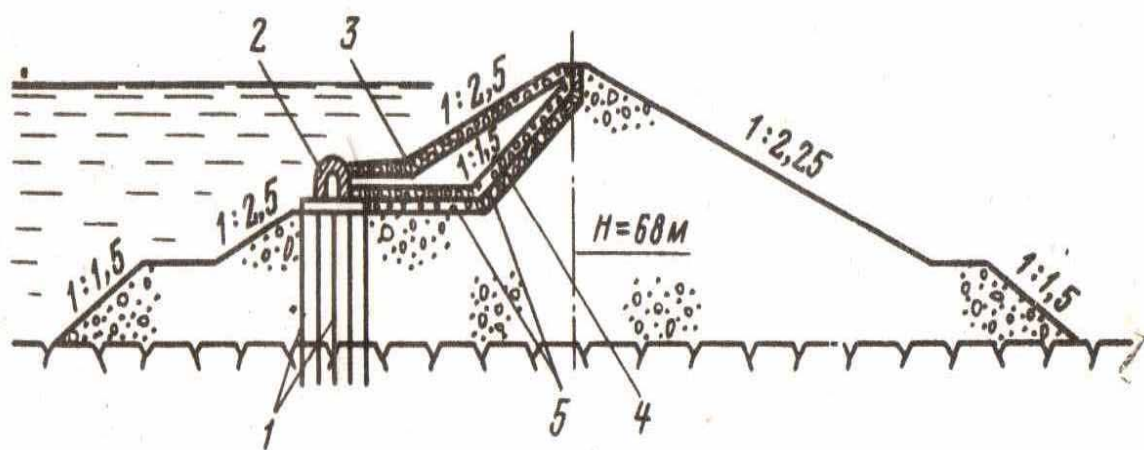


Рис.5.17. Проект Ташкумырской плотины

- 1- Цементационная завеса,
- 2- Цементационная потерна,
- 3,4,5-Экран из пленки с защитным слоем.

Дренаж является весьма важным элементом, повышающим сейсмостойкость плотины. Его назначение – отвести повышенные

расходы фильтрационной воды, появляющейся в результате гидродинамических явлений, возникающих при сейсмических воздействиях. При этом дренаж должен, по возможности, сдвигаться к напорной грани плотины. В этом случае уменьшается соотношение между объемами “мокрого” и “сухого” грунта в плотине, что повышает её сейсмостойкость.

Конструкция дренажа должна включать в себя как горизонтальные, так и вертикальные элементы. На рис.5.18 приведена конструктивная схема плотины Нуматара, построенная в Японии, с так называемым “древовидным” дренажом.

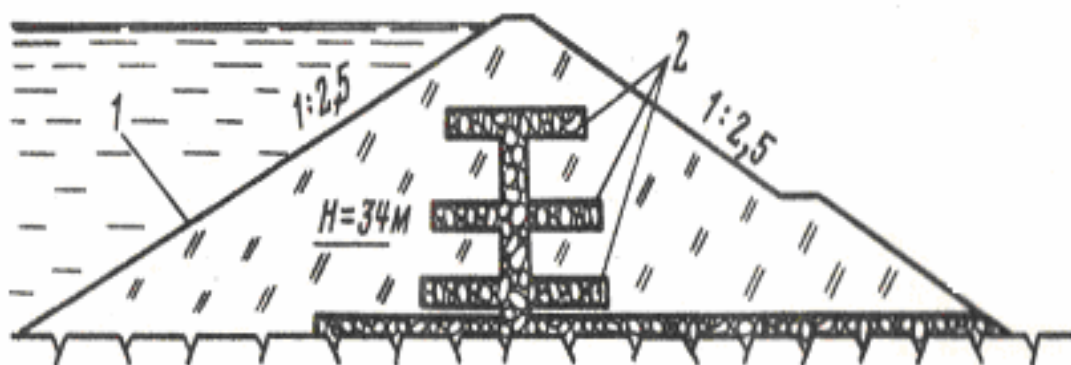


Рис.5.18. Схема плотины Нуматара
1. Железобетонный экран. 2. Дренаж.

Дренаж такого типа показал свою высокую эффективность за счет резкого уменьшения избыточного порового давления, которое, согласно расчетам, составляло около 15% от статического напора. Экраны, дренаж и аналогичные конструктивные мероприятия, в общем, предусматриваются практически во всех плотинах из грунтовых материалов и предназначены для устойчивости материала плотины к суффозии, механическому размыву, уменьшению фильтрации и т.д. Для повышения сейсмостойкости плотин следует только несколько изменить их форму и расположение.

Указанные мероприятия можно отнести к “пассивным” мерам. К “активным” мерам относятся принципиальные изменения конструкции плотины, направленные исключительно на повышение сейсмостойкости.

При этом приходится изменять частоты собственных колебаний системы, введением в неё гибкого элемента, “амортизатора”, влияющего на динамические нагрузки.

Ряд исследователей использовали этот принцип для разработки конструкций плотин повышенной сейсмостойкости. Объединяющей идеей этих конструктивных решений является выполнение плотины в

виде “слоеного пирога” из грунтов с различными динамическими характеристиками.

Слои грунтов могут быть горизонтальными (рис.5.19а), вертикальными (рис.5.19б), наклонными (рис.5.19в).

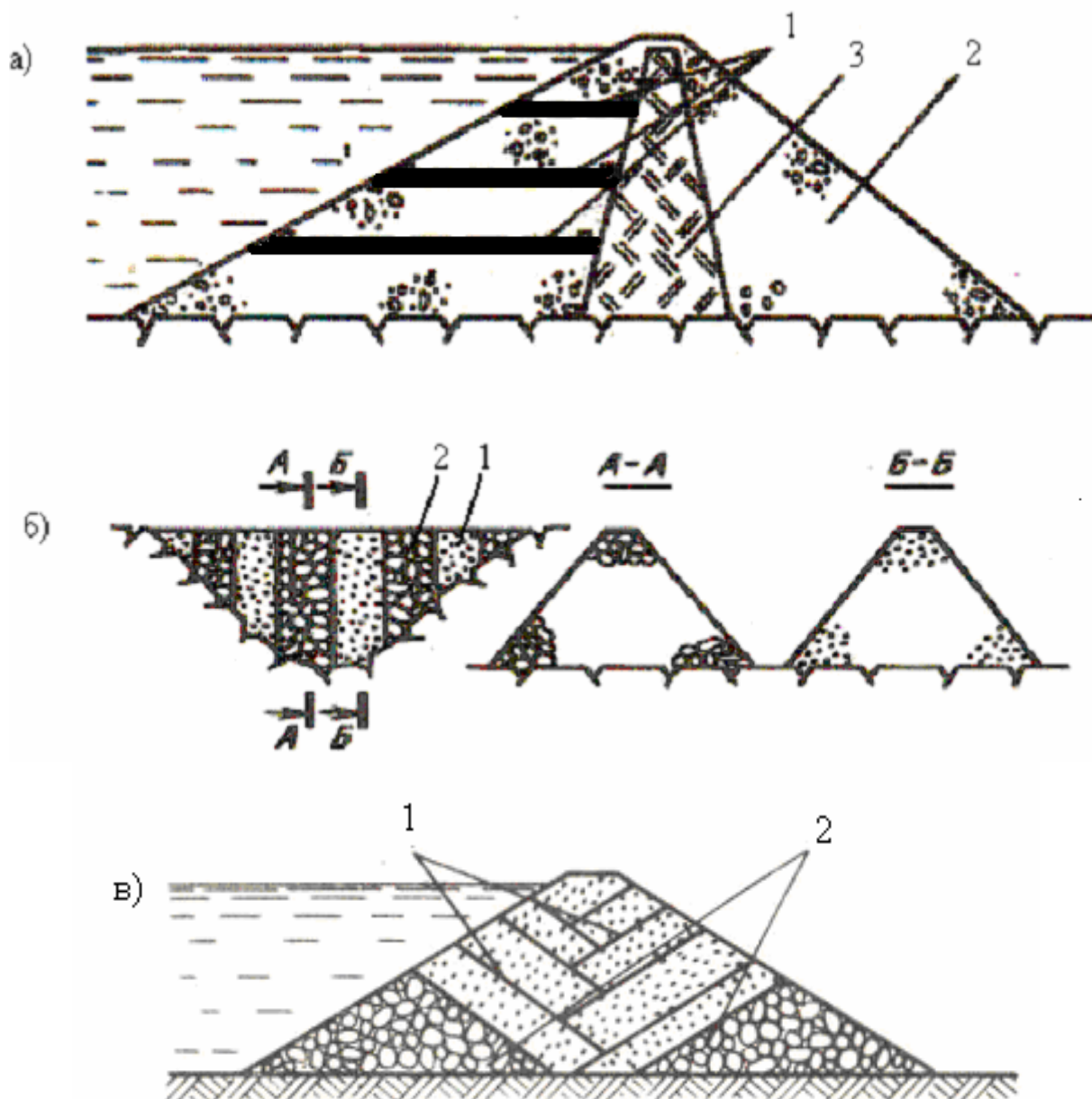


Рис.5.19. Схемы плотин из грунтов с различными механическими характеристиками
 1,2-грунты с различными механическими характеристиками, а) с горизонтальными слоями, б) с вертикальными слоями, в) с наклонными слоями.

Близкое к схемам, приведенным на рис.5.19, конструктивное решение заключается в создании на границе сооружение-основание сейсмоизолирующего слоя из грунта, динамические характеристики которого значительно отличаются от аналогичных характеристик грунта тела плотины (рис.5.20а,б)

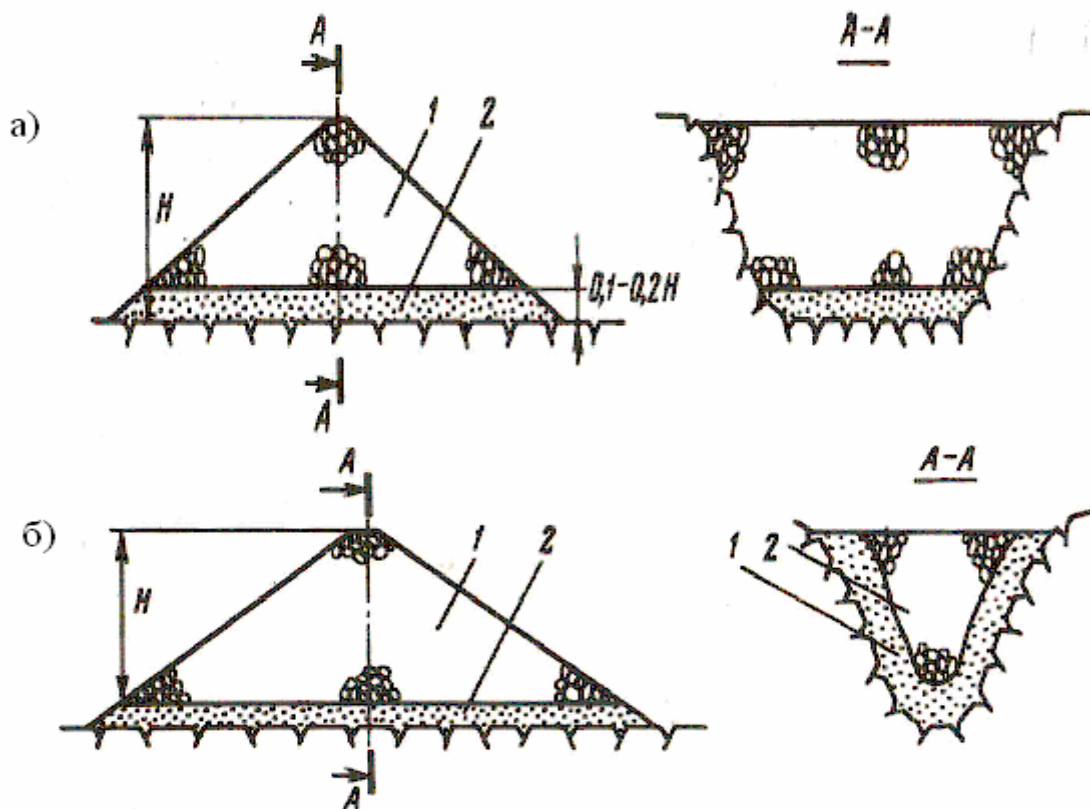


Рис.5.20 Плотины с сейсмоизолирующим слоем. 1- тело плотины, 2- сейсмоизолирующий слой. а)-в широких каньонах, б)- в узких каньонах.

Для плотин, имеющих большую протяженность в плане, т.е. построенных в широком каньоне, сейсмоизолирующий слой укладывается под основанием плотины (рис.5.20а), а в узком каньоне – под основанием и по бортам (рис.5.20б). Грунт сейсмоизолирующего слоя выполняет роль амортизатора при передаче сейсмических воздействий от источника (основание) к сооружению (телу плотины).

В плотинах, схема которых приведена на рис.5.19, идея амортизации заключается во взаимном гашении собственных колебаний слоев с разными динамическими характеристиками.

Если в теле плотины имеются слои, с различными скоростными импедансами, то это приводит к возрастанию затухания колебаний, аналогично уменьшению силы звука на границе сред различной плотности. Согласно проведенным различными авторами расчетам, в частности, методом конечных элементов, рассмотренные схемы могут снизить сейсмические нагрузки на 40-60%.

Однако, у инженеров-практиков предлагаемые конструкции, предусматривающие введение в плотину ослабленных элементов, особенно в зонах контакта сооружение-основание, вызывают

определенные сомнения. На наш взгляд более рациональным является (рис.5.21) введение в тело плотины -2, не ослабляющих, а наоборот, усиливающих элементов -1. Такими элементами могут служить антисейсмические железобетонные пояса -1. Сущность предложения заключается в устройстве в упорных призмах антисейсмических поясов из железобетонных элементов -1, укладываемых горизонтально в виде крупных ячеек, заполненных грунтом. Расстояние по высоте между поясами может достигать 10-20 м; число таких поясов высотой 1-3 м может быть различным. Схема плотины с антисейсмическими поясами приведена на рис 5.21.

Особенностью работы такого пояса является то, что его взаимодействие с грунтом упорной призмы осуществляется через грунт между поясами, деформативность которого ограничивается и регулируется железобетонными элементами и гибкими стальными связями, соединяющими эти элементы. Включение в состав упорных призм антисейсмических поясов придает грунту новые свойства, наделяя его, как бы повышенным сцеплением. Это должно, на наш взгляд, способствовать устойчивости укрепленных таким способом откосов (или больших зон тела плотины) при действии сейсмической нагрузки.

Следует обратить внимание на особенности работы таких антисейсмических поясов в теле упорных призм высоких плотин. В высоких плотинах особенно заметно различие вертикальных осадок у поверхности и в глубине сооружений - это может дать возможность осуществить постепенное обжатие тела плотины. Если создать антисейсмические пояса, имеющие достаточно надежные опорные связи и растягивающиеся за счет неравномерных осадок грунта у поверхности (малые осадки) и в глубине упорной призмы (большие осадки), то они, перераспределяя напряжения, создают равномерную осадку по сечению плотины.

Материал таких поясов должен обеспечивать надежную связь элементов конструкции с грунтом упорных призм, выдерживать многократные динамические нагрузки, обладать долговечностью, стойкостью против коррозии.

Всем этим требованиям удовлетворяет железобетон. Железобетонные балки (рис.5.21.) укладываются в направлении поперечном к оси плотины, а замыкающие ячейки - железобетонные плиты размером 2,6х10,0х0,6 м - в продольном направлении вдоль оси плотины. Высота балок 3.0 м у откоса и 2,0 м в теле плотин.

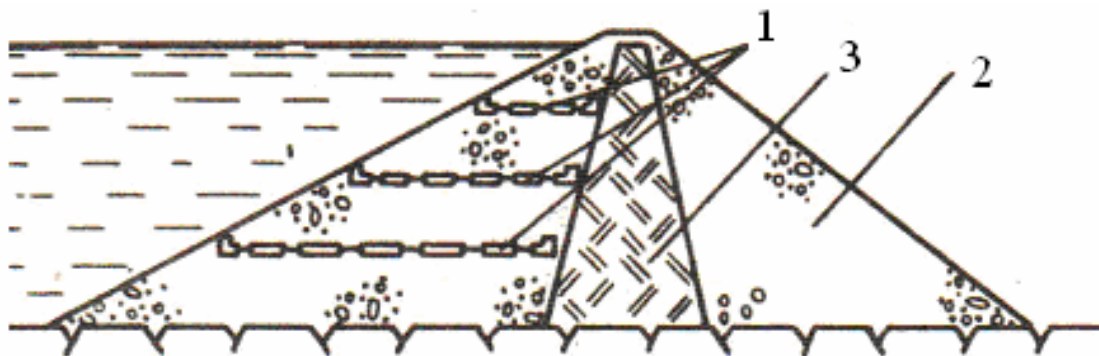


Рис.5.21. Схема плотины с железобетонными антисейсмическими поясами в верховой упорной призме: 1- антисейсмические железобетонные пояса, 2-песчано-гравийная смесь упорных призм, 3-ядро.

Внутреннее пространство на всю высоту заполняется прочным камнем (материал упорных призм - гравелисто-галечниковые грунты). Ввиду этого антисейсмические пояса являются дренажем, что позволяет в наиболее сейсмоопасной зоне сооружения исключить возможность возникновения высокого порового давления.

Данная конструкция плотины повышенной сейсмостойкости представляется наиболее перспективной. Для неё были проведены расчеты с целью исследования влияния сейсмопоясов на напряженно-деформированное состояние плотины. Работы были выполнены на кафедре «Теоретическая и строительная механика» Ташкентского института ирригации и мелиорации в порядке выполнения научно-исследовательской работы по прикладным грантам Республики Узбекистан.

На рисунках 5.22, 5.23, 5.24 приведены результаты исследования НДС грунтовых плотин с антисейсмическими железобетонными сейсмопоясами.

Анализ полученных результатов по оценке НДС, возникающего при различном количестве сейсмопоясов, показали, что при принятых условиях оптимальной конструкцией будет плотина с 4 сейсмопоясами. Дальнейшее увеличение их числа не приводит к существенному уменьшению напряжений в теле плотины.

Распределение напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} в напорной грани плотины при 4-х антисейсмических поясах приведено на рис.5.22-5.24 (а) - в реальном масштабе, б) - в увеличенном масштабе).

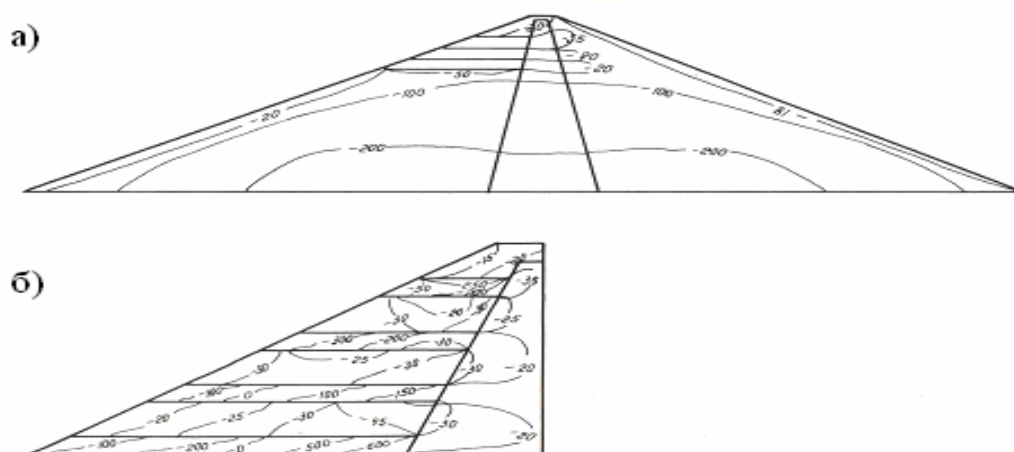


Рис.5.22. Распределение горизонтальных напряжений σ_x в плотине с 4-мя железобетонными сейсмопоясами:

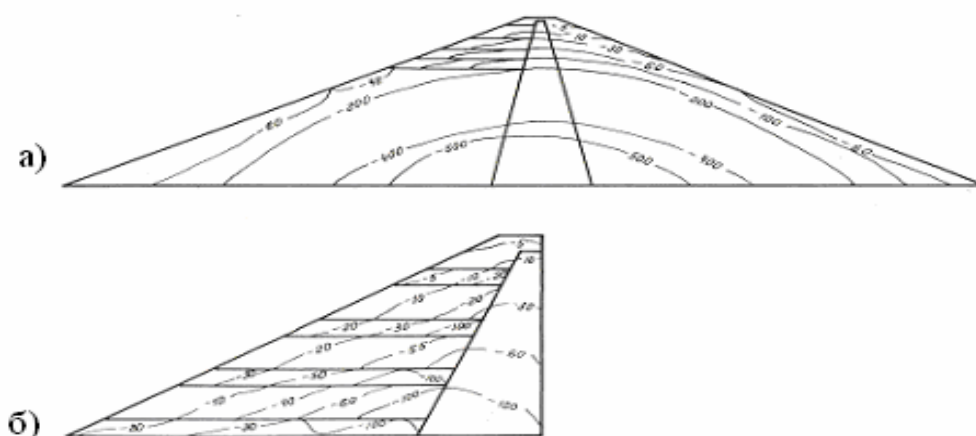


Рис.5.23. Распределение вертикальных напряжений σ_y в плотине с 4-мя железобетонными сейсмопоясами:

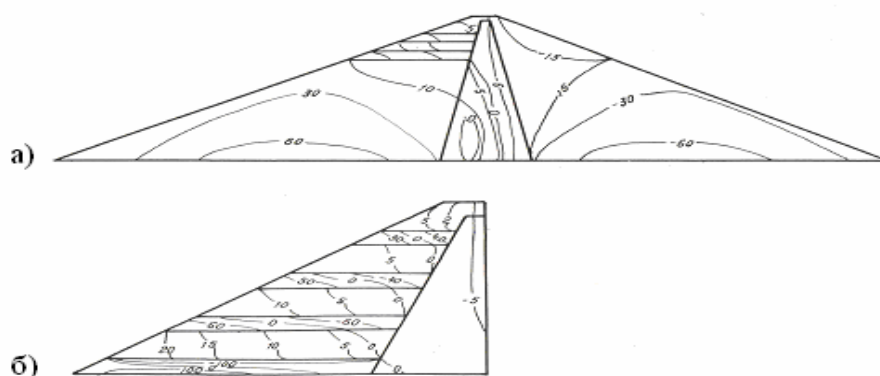


Рис.5.24. Распределение касательных напряжений τ_{xy} в плотине с 4-мя железобетонными сейсмопоясами:

В расчетах модуль упругости сейсмопоясов ($E_{\text{сейм}}$) принят в 30 раз больше, чем средний модуль упругости материала плотины $E = 307000$ тс/м². В этом случае величины напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} , (рис.5.22б, 5.23б,

5.24б) в зонах плотин, расположенных между сейсмопоясами, значительно уменьшаются по сравнению с величинами напряжений, полученными при отсутствии сейсмопоясов. Уменьшение $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ объясняется перераспределением напряжений по длине сейсмопоясов. Это, в свою очередь, вызывает уменьшение величин τ_{xy} вблизи откоса за счет перераспределения напряжений в зонах плотины, расположенных между сейсмопоясами.

Результаты проведенных исследований НДС позволяют рекомендовать сейсмопояса для восприятия и равномерного распределения наиболее опасных касательных напряжений, особенно вблизи откосов.

Приведенные результаты показывают, что использование 4-х сейсмопоясов (рис.5.22.-5.24) позволяет уменьшить напряженное состояние верховой упорной призмы и верхового откоса за счет равномерного распределения напряжений в теле плотины, а использование одного сейсмопояса позволяет снизить напряженное состояние плотины в зонах, расположенных вокруг сейсмопояса. При этом в самом сейсмопоясе возникают большие напряжения как сжимающего, так и растягивающего характера.

Наряду с сейсмопоясами, учеными различных стран предлагается ряд других конструктивных мероприятий, повышающих сейсмостойкость плотин из грунтовых материалов - использование воздухопроводов, специальных дренажных систем и т.д., которые в настоящее время находятся на уровне предложений и могут рассматриваться как проекты для будущего.

Л и т е р а т у р а

1. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А. Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил. -М.: Госстройиздат,1961.-320с.
2. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. -М.: Стройиздат,1979.-320с.
3. Константинов И.А. Динамика гидротехнических сооружений. -Л.: ЛПИ, 1976, ч.2. -193с.
4. Красников Н.Д. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов. - М.: Энергоиздат, 1981.-240с.
5. Ньюмарк Н., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкого строительства.-М.: Стройиздат, 1980.-344с.
6. Окомота Ш. Сейсмостойкость инженерных сооружений. -М.: Стройиздат, 1980.-324с.
- 7.Уразбоев М.Т. Сейсмостойкость упругих и гидроупругих систем-Ташкент: Фан, 1966.-254с.
8. Абдурашидов К.С. Натурные исследование колебаний зданий и сооружений и методы их восстановления. -Ташкент: Фан,1974.-216с.
9. Рассказовский И.Т. Основы физических методов определения сейсмических воздействий. -Ташкент: Фан,1973.-160с.
10. Рашидов Т.Р. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. -Ташкент: Фан, 1973.-182с.
11. Мирсаидов М., Трояновский И.Е. Динамика неоднородных систем с учетом внутренней диссипации и волнового уноса энергии. -Ташкент: Фан, 1990. -108с.
12. Строительная механика. Под. ред. А.В. Даркова.- М.: Высшая школа, 1976.- 600с.
13. Напетваридзе Ш.Г. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений. - М. : Госстройиздат.1959.-218с.
14. Поляков С.В. Последствия сильных землетрясений. -М.: Стройиздат, 1978.- 311с.
15. Смирнов А.Ф.,Александров А.В. и др. Строительная механика, динамика и устойчивость сооружений. -М.: Стройиздат, 1984.-414с.

16. КМК 2.01.03-96. Строительство в сейсмических районах. - Ташкент, 1996.-59с.
17. СНиП II-7-81. Строительство в сейсмических районах. -М.: Стройиздат, 1982.-48с.
18. Розанов Н.П. и др. Гидротехнические сооружения -М.: Агропромиздат, 1985. -432с.
19. Руководство по учету сейсмических воздействий на гидротехнические сооружения – М.: ВНИИГ, 1977.
20. Динамика сплошных сред в расчетах гидротехнических сооружений. Под ред. В.М.Ляхтера и Ю.С.Яковлева. -М.: Энергия,1976.-329с.
21. Основы теории сейсмостойкости зданий и сооружений. Руководство по проектированию зданий и сооружений. Т.2. К.С.Завриев, А.Г.Назаров, Я.М.Айзенберг и др.-М.: Стройиздат,1970.-224с.
22. Шульман С.Г. Расчеты сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. М.: Энергия,1976.-336с.
23. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М., Мир, 1975, с.541.
24. Цитович Н.А. Механика грунтов. М.: Высшая школа, 1983.-288с.
25. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. - М: Гостехиздат, 1954.- 274с .
26. Мирсаидов М., Маткаримов П.Ж., Султанов Т.З. Оценка НДС грунтовых плотин с учетом упругопластических свойств материала сооружения и уровня заполнения воды. ДАН РУз. Ташкент, Фан, 2000, №7, с.29-32.
27. Мирсаидов М., Маткаримов П.Ж. Динамическая задача для грунтовых сооружений, взаимодействующих с жидкостью. ДАН РУз. Ташкент, Фан, 2007, №1, с25-28.
28. Мирсаидов М., Султонов Т.З., Руми Д.Ф. Оценка прочности грунтовых сооружений с учетом предельно-напряженного состояния грунтов. Материалы Международной научно-технической конференции. Книга-4. Проблемы геотехники. Самарканд-2007.- с.38-44.
29. Натариус Я.Н. Повышение сейсмостойкости плотин из грунтовых материалов. М.: Энергоатомиздат, 1994.-88с.

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
Введение.....	4
I Общие сведения, о физической природе землетрясений и их воздействиях	8
1.1 Сведения о землетрясениях.....	8
1.1.1 Строение Земли.....	9
1.1.2 Температура и давление.....	9
1.1.3. Происхождение и механическое образование землетрясений.....	9
1.1.4. Сейсмические волны.....	12
1.1.5. Гипоцентр и эпицентр.....	14
1.1.6. Афтершок и форшок.....	14
1.1.7. Цунами.....	14
1.1.8. Классификация землетрясений.....	15
1.2. Интенсивность землетрясений.....	15
1.2.1. Сейсмические приборы.....	15
1.2.2. Сейсмические шкалы.....	17
1.2.3. Очаг, энергия и магнитуда.....	21
1.2.4. Грунтовые условия и интенсивность сейсмического воздействия. Сейсмическое районирование.....	24
1.3 О последствиях землетрясений.....	27
II. Динамическое действие нагрузки на сооружение.....	32
2.1. Виды динамических нагрузок.....	32
2.2. Основные допущения, применяемые в динамике сооружений.....	33
2.3. Свободные колебания системы с одной степенью свободы.....	37
2.3.1. С учетом затухания.....	37
2.3.2. Без учета затухания.....	43
2.3.3. Определение перемещений точки сооружений.....	45
2.4. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы.....	55
2.5. Действие импульсивных возмущающих нагрузок на систему с одной степенью свободы.....	71
2.5.1. Внезапно приложенная возмущающая сила постоянной величины.....	71
2.5.2. Внезапно приложенная и внезапно прекратившая свое действие сила постоянной величины.....	72
2.5.3. Кратковременный импульс силы.....	73
2.5.4. Ударная нагрузка.....	73

2.6.	Собственные колебания системы со многими степенями свободы.....	82
2.6.1.	Определением собственных частот системы с тремя степенями свободы методом сил	83
2.6.2.	Определение собственных частот системы с n степенями свободы методом сил.....	85
2.6.3.	Определение собственных частот системы с n степенями свободы методом перемещений	96
2.6.4.	Оценка низшей частоты собственных колебаний системы.....	97
III.	Расчет сооружений на сейсмические воздействия.....	101
3.1	Основные требования по обеспечению сейсмостойкости сооружений.....	101
3.2.	Сведения о теориях расчета сооружений на сейсмические воздействия.....	102
3.3.	Расчетные схемы , используемые в сейсмостойкости сооружений.....	103
3.4.	Определение сейсмических нагрузок на жесткие сооружения.....	111
3.5.	Расчет системы с одной степенью свободы по заданной акселерограмме.....	116
3.6.	Расчет многомассовой системы при использовании спектрального разложения по собственным формам колебаний.....	119
3.7.	Методы определения расчетных сейсмических нагрузок на гидротехнических сооружениях.....	127
IV.	Примеры расчета сейсмостойкости различных сооружений.....	131
4.1.	Расчет водонапорной башни.....	131
4.1.2.	Расчет гравитационной плотины.....	140
4.2.	Расчет грунтовой плотины.....	148
4.3.	Расчет устойчивости откосов грунтовых плотин.....	154
V.	Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов.....	164
5.1.	Свойства и поведение материалов, используемых при строительстве грунтовых сооружений.....	164
5.2.	Поведение гидросооружений из грунтовых материалов при землетрясениях.....	171
5.3.	Принципы расчета грунтовых плотин методом конечных элементов (МКЭ).....	176
5.4.	Определение напряженно-деформированного	

	состояния грунтовых сооружений с учетом упруго-пластических свойств материала.....	185
5.5.	Оценка прочности грунтовых сооружений с учетом предельно-напряженного состояния грунтов.....	188
5.6.	Оценка напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений, взаимодействующих с жидкостью.....	193
5.7.	Конструктивные мероприятия по повышению сейсмостойкости плотин из грунтовых материалов...	198
	Л и т е р а т у р а.....	208

CONTENTS

		Page
	Introduction	4
I	The general data, on the physical nature of earthquakes and their influences	8
1.1	Data on earthquakes	8
1.1.1	Structure of the Earth	9
1.1.2	Temperature and pressure	9
1.1.3.	Origin and mechanical formation of earthquakes	9
1.1.4.	Seismic waves	12
1.1.5.	The hypocentre and epicentre	14
1.1.6.	Aftershock and foreshock	14
1.1.7.	Tsunami	14

1.1.8.	Classification of earthquakes	15
1.2.	Intensity of earthquakes	15
1.2.1.	Seismic devices	15
1.2.2.	Seismic scales	17
1.2.3.	The centre, energy and magnitude	21
1.2.4.	Soil conditions and intensity of seismic influence. Seismic division into districts	24
1.3	About consequences of earthquakes	27
II.	Dynamic action of loading on a construction	32
2.1.	Kinds of dynamic loadings	32
2.2.	The basic assumptions applied in dynamics of constructions	33
2.3.	Free fluctuations of system with one degree of freedom ..	37
2.3.1.	Taking into account attenuation	37
2.3.2.	Without attenuation	43
2.3.3.	Definition of movings of a point of constructions	45
2.4.	The compelled fluctuations of system with one degree of freedom	55
2.5.	Action of impulsive revolting loadings on system with one degree of freedom	71
2.5.1.	Suddenly enclosed revolting force of a constant	71
2.5.2.	Force of a constant suddenly enclosed and suddenly stopped the action	72
2.5.3.	Short-term impulse of force	73
2.5.4.	Shock loading	73
2.6.	Own fluctuations of system with many degrees of freedom	82
2.6.1.	Definition of own frequencies of system with three degrees of freedom a method of forces	83
2.6.2.	Definition of own frequencies of system with n degrees of freedom a method of forces	85
2.6.3.	Definition of own frequencies of system with n degrees of freedom a method of movings	96
2.6.4.	Estimation of the lowest frequency of own fluctuations of system	97
III.	Calculation of constructions on seismic influences	101
3.1	The basic requirements on maintenance of seismic stability of constructions	101
3.2.	Data on theories of calculation of constructions on seismic influences	102
3.3.	The settlement schemes used in seismic stability of	

	constructions	103
3.4.	Definition of seismic loadings on rigid constructions	111
3.5.	Calculation of system with one degree of freedom on set natural modes of vibrations.....	116
3.6.	Calculation of multimass system at use of spectral decomposition under own forms of fluctuations	119
3.7.	Methods of definition of settlement seismic loadings on hydraulic engineering constructions	127
IV.	Examples of calculation of seismic stability of various constructions	131
4.1.	Water tower calculation.	131
4.1.2.	Calculation of a gravitational dam	140
4.2.	Calculation of a soil dam	148
4.3.	Calculation of stability of slopes of soil dams	154
V.	Seismic stability of hydraulic engineering constructions from soil materials	164
5.1.	Properties and behaviour of the materials used at building of soil constructions	164
5.2.	Behaviour of hydroconstructions from soil materials at earthquakes	171
5.3.	Principles of calculation of soil dams a method of final elements (MFE).....	176
5.4.	Definition of the is intense-deformed condition of soil constructions taking into account elastic-plastic properties of a material.....	185
5.5.	Estimation of durability of soil constructions taking into account the is limiting-strained condition грунтов	188
5.6.	Estimation of the is intense-deformed condition of the soil constructions co-operating with a liquid.....	193
5.7.	Constructive actions for increase of seismic stability of dams from soil materials	198
	Reference	208

М У Н Д А Р И Ж А

	бет.
Кириш.....	4
I Зилзилаларнинг физик табиатини ва уларнинг таъсири ҳақида умумий маълумотлар.....	8
1.1 Зилзила ҳақида маълумотлар.....	8
1.1.1 Ер тузилиши.....	9
1.1.2 Ҳарорат ва босим.....	9
1.1.3. Зилзилаларнинг келиб чиқиши ва механик вужудга келиши.....	9
1.1.4. Сейсмик тўлқинлар.....	12
1.1.5. Гипоцентр ва эпицентр.....	14
1.1.6. Авторшок ва форшок.....	14
1.1.7. Цунами.....	14
1.1.8. Зилзила турлари.....	15
1.2. Зилзилалар кучи	15
1.2.1. Сейсмик асбоблар.....	15
1.2.2. Сейсмик шкалалар.....	17
1.2.3. Манба, энергия ва магнитуда.....	21
1.2.4. Грунт шароитлари ва сейсмик таъсирлар интенсивлиги. Сейсмик районлаштириш.....	24
1.3 Зилзила оқитаблари ҳақида.....	27
II. Иншоотга таъсир этувчи динамик кучлар.....	32
2.1. Динамик кучлариши турлари.....	32
2.2. Иншоотлар динамикасида қўлланиладиган асосий йўл қўйишлар.....	33
2.3. Бита эркинлик даражасига эга бўлган системасини	37

	эркин тебраниши.....	
2.3.1.	Сўниншни хисобга олган холда.....	37
2.3.2.	Сўнишни хисобга олинмаган холда.....	43
2.3.3.	Иншоат нуқталарини кўчишини аниқлаш.....	45
2.4.	Бита эркинлик даражасига эга бўлган системасини мажбурий тебраниш.....	55
2.5.	Бита эркинлик даражасига эга бўлган системанинг импульсли кўзғатувчи куч таъсиридаги.....	71
2.5.1.	Доимий қийматга эга бўлган кўзғатувчи кучнинг тўсатдан қўйилиши	71
2.5.2.	Доимий қийматга эга бўлган кучни тўсатдан қўйилиб таъсири тугатилган ҳол.....	72
2.5.3.	Қисқа вақтли импульс кучлари.....	73
2.5.4.	Зарба юклар.....	73
2.6.	Бир нечта эркинлик даражасига эга бўлган системасини хусусий тебраниши.....	82
2.6.1.	Куч усули бўйича учта эркинлик даражасига эга бўлган системанинг хусусий тебранишини аниқлаш	83
2.6.2.	Куч усули бўйича n марта эркинлик даражасига эга бўлган системанинг хусусий тебранишини аниқлаш	85
2.6.3.	Кўчишлар усули бўйича n марта эркинлик даражасига эга бўлган системанинг хусусий тебранишини аниқлаш.....	96
2.6.4.	Сисистеманинг қуйи хусусий тебраниш частоталарини баҳолаш.....	97
III.	Иншоотларни сейсмик кучлар таъсирига хисоблаш.....	101
3.1	Иншоотларнинг зилзилабардошлигини таъминлашга қўйиладиган асосий талаблар.....	101
3.2.	Иншоотларни сейсмик таъсирларга хисоблаш назариялари тўғрисида маълумот.....	102
3.3.	Иншоотларни зилзилабардошликка хисоблашда фойдаланиладиган хисобий схемалар.....	103
3.4.	Бикр иншоотларнинг сейсмик юкларини аниқлаш...	111
3.5.	Бита эркинлик даражасига эга системани берилган акселограмма бўйича хисоблаш.....	116
3.6.	Хусусий тебраниш шакллари спектрал ёйишдан фойдаланган ҳолда кўп массали системаларни хисоблаш.....	119
3.7.	Гидротехника иншоотларига таъсир этувчи хисобий сейсмик юкларни аниқлаш усуллари.....	127

IV.	Турли иншоотларни зилзилабардошликка ҳисоблаш учун намуналар.....	131
4.1.	Сув кўтариш минорасини ҳисоблаш.....	131
4.1.2.	Гравитацион тўғонлар ҳисоби.....	140
4.2.	Грунтли тўғонлар ҳисоби.....	148
4.3.	Грунтли тўғонларнинг ён бағирлари устуворлигини ҳисоблаш.....	154
V.	Грунтли гидротехника иншоотларининг зилзилабардошлиги.....	164
5.1.	Грунтли иншоотлар қурилишида ишлатиладиган материалларнинг хусусиятлари.....	164
5.2.	Грунтли материаллардан қурилган гидроиншоотларнинг зилзила вақтидаги тавсифлари	171
5.3.	Грунтли тўғонларни чекли элементлар усули (ЧЭУ) билан ҳисоблаш йўллари.....	176
5.4.	Грунтли иншоотларни материалнинг эластик- пластиклик хусусияларини ҳисобга олган ҳолда кучланганлик деформацияҳолатларини аниқлаш.....	185
5.5.	Грунтли иншоотларни грунтнинг чегаравий кучланганлик ҳолатини ҳисобга олган ҳолда мустваҳкамлигини баҳолаш	188
5.6.	Сув билан ўзаро таъсирда бўлган грунтли иншоотнинг кучланганлик деформация ҳолатини баҳолаш.....	193
5.7.	Грунтли тўғонларнинг зилзилабардошлигини оширишга қаратилган конструктив чора тадбирлар.. Адабиётлар.....	198 208

Тошкентский институт ирригации и мелиорации

Мирсаидов Мирзиёд Мирсаидович

Годованников Александр Максимилянович

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. Ташкент, «Узбекистан», 2008, 220 с., ил. 70.

Ответственный редактор: Академик АН РУз, д.т.н., профессор
Ширинкулов Тошпулат Ширинкулович

Технический редактор: к.т.н., старший научный сотрудник
Руми Динара Фуадовна

Подписано в печать: 19.11.2008
Формат 60х84х/1/16. Объем 13,75 п.л.
Тираж 70 экз. Заказ № С- 4041.
Цена договорная.
Отпечатано в ИПТД «Узбекистан»