

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

“ТОШКЕНТ ИРРИГАЦИЯ ВА ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИНИ  
МЕХАНИЗАЦИЯЛАШ МУҲАНДИСЛАРИ ИНСТИТУТИ”  
МИЛЛИЙ ТАДҚИҚОТЛАР УНИВЕРСИСТЕТИ

«МЕХАНИКА ВА КОМПЬТЕРЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ» КАФЕДРАСИ

**ГИДРОТЕХНИКА ИНШООТЛАРИНИНГ ДИНАМИКАСИ ВА  
ЗИЛЗИЛАБАРДОШЛИГИ ФАНИ**

**МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ**

**МАВЗУ -9: ЭРКИНЛИК ДАРАЖАСИ БИР НЕЧТА БЎЛГАН СИСТЕМАЛАРНИНГ ХУСУСИЙ  
ТЕБРАНИШЛАРИНИ АНИКЛАШ УСУЛЛАРИ**

ТОШКЕНТ-2023.



TIQXMMI  
"TOSHKENT IRRIGATSIYA VA OISHLOQ  
XO'JALIGINI MEXANIZATSIVALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI"  
MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI



МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ  
т.ф.д., профессор

## • 7-МАЪРУЗА

### • РЕЖА:

1. Эркинлик даражаси бир нечта бўлган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини куч усули ёрдамида аниклаш.
2. Эркинлик даражаси учга тенг бўлган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини куч усули ёрдамида аниклаш.
3. Эркинлик даражаси “n” га тенг бўлган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини куч усули ёрдамида аниклаш.
4. Эркинлик даражаси “n” га тенг бўлган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини кўчиш усули ёрдамида аниклаш.
5. Эркинлик даражаси “n” га тенг бўлган системаларнинг хусусий тебранишларининг қуий частотасини баҳолаш.

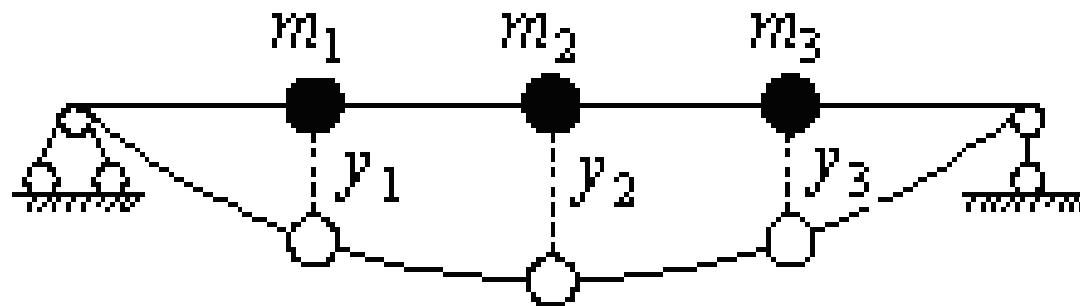
## **7.1. Эркинлик даражаси бир нечта бўлган системаларнинг хусусий тебранишларини куч усули ёрдамида аниклаш.**

Эластик системанинг хусусий тебраниш частоталари ва шакларининг сони унинг эркинлик даражасига тенг бўлади. **Ҳар бир тебраниш шаклининг ўз частотаси бор булиб,** **Бу частоталар мажмуаси хусусий частоталар спектри деб аталади.** Амалиётда кўпинча энг кичик, яъни қуи (биринчи) частотани аниклаш билан кифояланилади. **Бу частотада динамик кучлар таъсирида ҳосил бўладиган резонанс ҳолатининг вужудга келиш хавфи кўпроқ бўлади.** Одатда, энг кичик хусусий частотада рўй берадиган **биринчи резонанснинг динамик таъсири юқори бўлади**, чунки **бу частотадаги тебраниш катта қувватга эга бўлади.**

Хаттоки, агар қўзғатувчи кучнинг частотаси системанинг хусусий тебранишларининг қўйи частотасидан анча юқори бўлган тақдирда ҳам, бу частотадан ўтаётганда барибир резонанс ходисаси содир бўлиб ўтади. Масалан, машина юргизилиб, айланишлар сони орта бораётганда, бундай ҳодиса рўй бериши мумкин. Зилзила вактида ҳам шундай ҳодиса кузатилади, чунки бу ҳолда ҳам частоталар спектрининг диапазони (қамрови) катта бўлади. Шунинг учун, **хусусий тебранишларнинг биринчи частотаси кўпинча тебранишларнинг асосий частотаси (ёки тони ҳам)** деб аталади.

## 7.2. Эркинлик даражаси учга тенг бўлган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини куч усули ёрдамида аниқлаш.

Мисол тариқасида учта тўпланган  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  массаларга эга бўлган оддий балкани хусусий тебранишини кўриб чиқамиз (7.1-расм).



**7.1-расм. Уч массали система**

Бу система учта хусусий тебраниш частоталари- $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  га эга булади.. Ушбу системанинг хусусий тебраниш частоталарини аниклаш учун дифференциал тенгламалар системаси куйидаги куринишга эга булади :

$$y_1 = -\delta_{11}m_1\ddot{y}_1 - \delta_{12}m_2\ddot{y}_2 - \delta_{13}m_3\ddot{y}_3, \quad (7.1)$$

$$y_2 = -\delta_{21}m_1\ddot{y}_1 - \delta_{22}m_2\ddot{y}_2 - \delta_{23}m_3\ddot{y}_3,$$

$$y_3 = -\delta_{31}m_1\ddot{y}_1 - \delta_{32}m_2\ddot{y}_2 - \delta_{33}m_3\ddot{y}_3$$

Массаларнинг бирлик кучдан ҳосил бўлган кўчишлари  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12}=\delta_{21}$ ,  $\delta_{13}=\delta_{31}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\delta_{23}=\delta_{32}$ ,  $\delta_{33}$  Мор-Верешчагин усули билан аникланади.

Бир жинсли оддий дифференциал тенгламалар системаси (7.1) қуидаги ечимга әга бўлади:

$$\begin{aligned}y_1 &= a_1 \sin(\omega t + \varphi_o), \\y_2 &= a_2 \sin(\omega t + \varphi_o), \\y_3 &= a_3 \sin(\omega t + \varphi_o).\end{aligned}\tag{7.2}$$

Бу ерда:  $a_1, a_2, a_3$ -массаларнинг тебраниш амплитудалари;  $\varphi_0$ -тебранишнинг бошланғич фазаси.

Ҳар бир массанинг тезланиши қуидагича бўлади:

$$\begin{aligned}\ddot{y}_1 &= -\omega^2 a_1 \sin(\omega t + \varphi_o) \\ \ddot{y}_2 &= -\omega^2 a_2 \sin(\omega t + \varphi_o) \\ \ddot{y}_3 &= -\omega^2 a_3 \sin(\omega t + \varphi_o).\end{aligned}\tag{7.3}$$

(7.2)-(7.3) ларни (7.1) тенгламалар системасига күйиб, олинган натижани  $[\omega^2 \sin(\omega + \varphi_0)]$  га қисқартырсак, қуидаги бир жинсли алгебраик тенгламалар системасини эга бўламиз:

$$\begin{cases} (\delta_{11}m_1 - 1/\omega^2)a_1 + \delta_{12}m_2a_2 + \delta_{13}m_3a_3 = 0, \\ \delta_{21}m_1a_1 + (\delta_{22}m_2 - 1/\omega^2)a_2 + \delta_{23}m_3a_3 = 0, \\ \delta_{31}m_1a_1 + \delta_{32}m_2a_2 + (\delta_{33}m_3 - 1/\omega^2)a_3 = 0 \end{cases} \quad (7.4)$$

Агар  $a_1=a_2=a_3=0$  деб олинса, система тинч ҳолатда бўлади, яъни тебраниш бўлмайди. Бу ҳол биз қараётган масаламизни шартига тўғри келмайди. Хусусий тебраниш ҳосил бўлиши учун  $a_1, a_2, a_3$  амплитудалар нолдан фарқли бўлиб, система коэффициентларидан ташкил топган аниқловчи (детерминант) нолга тенг бўлиши керак, яъни:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11}m_1 - 1/\omega^2 & \delta_{12}m_2 & \delta_{13}m_3 \\ \delta_{21}m_1 & \delta_{22}m_2 - 1/\omega^2 & \delta_{23}m_3 \\ \delta_{31}m_1 & \delta_{32}m_2 & \delta_{33}m_2 - 1/\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (7.5)$$

Бу характеристик аниқловчи бўлиб, уни нолга тенгласак, асрий тенглама деб аталувчи характеристик тенглама келиб чиқади. Бу тенгламадан **характеристик илдизлар**  $\omega_1^2$ ,  $\omega_2^2$ ,  $\omega_3^2$  ва уч массали системанинг (7.1-расм) хусусий частоталари  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  топилади.

Частоталарнинг топилган қийматларини (7.4) тенгламалар системасига қўйиб, уни ечсак, массаларнинг тебраниш амплитудалари келиб чиқади. Топилган барча амплитудаларни максимал амплитудага бўлиш йўли билан системанинг (2.29-расм) хусусий тебраниш шакллари ҳосил қилинади.

### 7.3. Эркинлик даражаси “ $n$ ” га тенг бўлган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини куч усули ёрдамида аниқлаш.

Эркинлик даражаси  $n$  га тенг бўлган системанинг характеристик тенгламаси умумий кўринишда қўйидагича ёзилади:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11}m_1 - 1/\omega^2 & \delta_{12}m_2 & \dots & \dots & \dots & \delta_{1n}m_n \\ \delta_{21}m_1 & \delta_{22}m_2 - 1/\omega^2 & \dots & \dots & \dots & \delta_{2n}m_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1}m_1 & \delta_{n2}m_2 & \dots & \dots & \dots & \delta_{nn}m_n - 1/\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (7.6)$$

Характеристик тенгламалар системаси (7.6) нинг тартиби катта бўлмаса (яъни  $n \leq 3$  бўлса), у холда уни қўлда ечса ҳам бўлади, бошқа ҳолларда маҳсус дастурлар ёрдамида ЭҲМ да ечилади.

Агарда куч усули қулланганда асосий система қурай қилиб танланиб, ёндош күчишлар  $\delta_{ik}$  ( $i \neq k$ ) нолга айланса, бу ҳолда характеристик тенглама (7.6) алоҳида тенгламаларга бўлиниб кетиши мумкин. Бу алоҳида тенгламалар эса факат бош күчишлардан ташкил топади. Бу ҳолда  $y_1, y_2, \dots, y_n$  күчишлар тебранишнинг бош координаталари деб аталади.

Бу ҳолда тебранишнинг бош шакллари бир бирига боғлик бўлмай, хар бири ўз частотасига эга бўлади ва бу частоталар қуидаги формула ёрдамида аниқланади:

$$\omega_i = 1 / \sqrt{\delta_{ii} m_i} \quad (7.7)$$

Мазкур формула тузилишига кўра эркинлик даражаси бирга тенг бўлган системанинг формуласи га ўхшайди. Бироқ эркинлик даражаси икки-учдан ортиқ бўлган системалар учун **умумий ҳолда бош координаталарни танлаш анча қийин**.

Эркинлик даражаси иккига тенг бўлган система учун бу жуда осон масала ҳисобланади.

**Симметрик системаларда массалар ҳам симметрик жойлашган бўлса, тебраниш шакллари ҳам симметрик ва тескари симметрик бўлади.** Бунда инерция кучлари ҳам симметрик ва тескари симметрик бўлиб, улар куч усулида номаълумларни гурухлангандек гурухланади. Бу ҳолда кўчишлар симметрик ва бирлик кучдан ҳосил бўлган тескари симметрик жуфтлик гурухлар орқали ҳисобланади. **Тўғри ва тескари симметрик инерция кучларини боғловчи, ёndoш кўчишлар эса нолга айланади.** Натижада частоталар тенгламаси (характеристик тенглама) иккига ажralади ва уларнинг биридан симметрик тебранишларнинг, иккинчисидан эса тескари симметрик тебранишларнинг частоталари аниқланади.

Гурухланган кўчишлар жуфтланган бирлик кучлар орқали тузилган тенгламалардан аниқланади. Бу ҳолда характеристик тенгламаларга киритилган массалар  $1/2$  коэффициентга кўпайтирилган бўлиши керак.

## 7.4. Эркинлик даражаси “n” га тенг бўлган системаларнинг хусусий тебранишларини кўчиш усули ёрдамида текшириш.

Эркинлик даражаси кўп бўлган **системаларнинг хусусий тебраниш частоталари**ни кўчишлар усулида аниқлаш учун инерция кучларини кўчишлар орқали ифодалаш керак бўлади. Масалан, 7.1-расмда кўрсатилган эркинлик даражаси учга тенг (яъни  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  массали) бўлган системанинг массаларида вужудга келадиган инерция кучлари куйидагича ифодаланилади:

$$\begin{aligned} -m_1 \ddot{y}_1 &= y_1 r_{11} + y_2 r_{12} + y_3 r_{13} \\ -m_2 \ddot{y}_2 &= y_1 r_{21} + y_2 r_{22} + y_3 r_{23} \\ -m_3 \ddot{y}_3 &= y_1 r_{31} + y_2 r_{32} + y_3 r_{33} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Бу ердаги  $r_{11}$ ,  $r_{22}$ ,  $r_{33}$ ,  $r_{12} = r_{21}$ ,  $r_{13} = r_{31}$ ,  $r_{23} = r_{32}$  реакциялар, одатдагидек, бирлик күчишлар орқали аниқланади.

Бу холда күчишлар ва уларнинг иккинчи ҳосилалари учун (7.2) ва (7.3) ифодалар ўз кучида қолади. Уларни (7.8) га қўйиб, кўйидаги бир жинсли алгебраик тенламалар системасини ҳосил қиласиз:

$$\begin{aligned}(r_{11} - m\omega^2)a_1 + r_{12}a_2 + r_{13}a_3 &= 0 \\ r_{21}a_1 + \left(r_{22} - m_2\omega^2\right)a_2 + r_{23}a_3 &= 0 \\ r_{31}a_1 + r_{32}a_2 + \left(r_{33} - m_3\omega^2\right)a_3 &= 0\end{aligned}\quad (7.9)$$

(7.8) тенгламанинг коэффициентларидан (7.5) га ўхаш характеристик тенгламалар системасини тузиб, қаралаётган система (7.1-расм) учун хусусий тебранишнинг частоталарини аниқлаш мумкин.

Худди шу принцип тамоили асосида эркинлик даражаси исталганча бўлган системаларниг хусусий тебраниш частоталарини аниқлаш мумкин.

Бу усулда ҳам, қаралаётган система частоталарини топиш учун характеристик tenglamalар системасини тузиш тартиби куч усулидаги каби бўлади. Мазкур усул, куч усулига нисбатан кўпроқ меҳнат талаб қиласидиган усулдир. Шунинг учун хусусий частоталарни топишда купрок куч усулидан фойдаланилади.

## 7.5. Эркинлик даражаси “n” га teng бўлган системаларнинг хусусий тебранишларининг қуи частотасини баҳолаш

Кўпинча система хусусий тебранишининг дастлабки бир нечта частотасини аниқлаш билан кифояланиш мумкин. Кўп ҳолларда системанинг, факат биринчи, яъни энг қуи частотани аниқлаш етарли деб қаралади. Кўзғатувчи кучнинг частотаси конструкциянинг хусусий тебранишининг биринчи частотасидан кичик бўлганда шундай қилиниши тўғри бўлади, бинобарин, бунда юқори частотали резонанс содир бўлмайди.

Бу ҳолда биринчи частотани аниқлаш учун кўп меҳнат талаб қилмайдиган тақрибий усуллардан фойдаланилса бўлади.

Бу ҳолда, асосий частотаси (биринчи тони) нинг иккита чегарасини белгилаш мумкин. Бу чегаралар  $\omega_{\min}$  частотанинг икки томонлама баҳоси дейилиб, қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$1/\sqrt[4]{B_2} < \omega_{\min} < \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \quad (7.10)$$

$$B_1 = \sum \delta_{ii} m_i$$

$$B_2 = \sum \delta_{ii}^2 m_i^2 + 2 \sum \delta_{ik}^2 m_i m_k$$

Бу формуладаги  $\delta_{ii}$  (бош) ва  $\delta_{ik}$  (ёндош) кўчишлар  $m_i$  ва  $m_k$  массалар тўпланган нуқтага қўйилган бирлик кучлардан ҳосил бўлган кўчишлардир

## ВЕДИО МАТЕРИАЛ



## Why do certain buildings fall in earthquakes? Using *analogies* to understand *resonant frequency*\*

\*Natural frequency of vibration determined by the physical parameters of the vibrating object.



Classroom demo at end of this animation



# НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

1. Хусусий частоталар спектри деб нимага айтилади?
2. Амалиетда купинчи кайси хусусий частота аникланади ва бу нима учун?
3. Системанинг кайси частотаси асосий частота хисобланади?
4. Учта эркинлик даражаси булган системада нечта хусусий частота булиши мумкин?
5. Хусусий частоталарни топиш учун кандай алгебраик тенгламалар системасини ечиш керак булади?
6. Хусусий частоталарни топиш учун система коэффициентларидан тузилган аникловчи кандай булиши керак?
7. Системанинг характеристик тенгламасидан нима топилади?
8. Бир жинсли алгебраик тенгламада ендош кучишлар  $\delta_{ik} = 0$  ( $i \neq k$ ) булса, у холда характеристик тенглама кандай куринишга эга булади?

## НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

9. Ёндош кучишлари  $\delta_{ik} = 0$  ( $i \neq k$ ) булса, алгебраик тенгламани кучишлари нима деб аталади?
10. Агар системани ифодаловчи характеристик тенгламада ендош кучишлар  $\delta_{ik} = 0$  ( $i \neq k$ ) булса, бу холда системани хусусий тебраниш частотаси кандай аникланади?
11. Агар симметрик системада массалар хам симметрик жойлашган булса бундай системанинг хусусий тебраниш шакллари кандай булади?
12. Эркинлик даражаси кўп бўлган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини кўчишлар усулида аниклаш учун инерция кучларини нималар оркали ифодалаш керак?
13. Эркинлик даражаси куп булган системаларнинг хусусий тебраниш частоталарини кайси усул билан аниклаш кулай?

# ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З Иншоотлар зилзилабардошлиги. Тошкент, “Фан”.- 2012. - 240 бет. (Монография).
2. Мирсаидов М.М., Годованников А.М. Сейсмостойкость сооружений. Ташкент: «Узбекистан», 2008. - 220 стр. (Учебное пособие).
3. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z. Inshootlar zilzilabardoshligi (O'quv qo'llanma). Toshkent, “Shams”.- 2013. - 244 бет. (О'кув оқулашма).
4. Мирсаидов М.М. Теория и методы расчета грунтовых сооружений на прочность и сейсмостойкость. Ташкент: «Фан», 2010.- 312 стр. (Монография).
5. Бестужева А.С. Расчет сейсмостойкости сооружений. М.: Изд-во МИСИ-МГСУ. 2020. – 55 с.
6. Саркисов Д.Ю. Сейсмостойкость зданий и сооружений. Томск: Изд-во Том.гос.архит.-строит.ун-та. 2021. -364 с.
7. Немчинов Ю.И. Сейсмостойкость зданий и сооружений. Киев: 2008. – 480 с.
8. Поляков С.В. Последствия сильных землетрясений. М.: Стройиздат, 1978. 311 с.
9. Поляков С.В. Сейсмостойкие конструкции зданий. М.: Высшая школа, 1983.  
304



**ТИКХММУ**  
"TOSHKENT IRRIGATSIIYA VA QISHLOQ  
XO'JALIGINI MECHANIZATSIALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI"  
MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI



# ЭЪТИБОРИНГИЗ УЧУН РАХМАТ!



МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ



☎ + 998 71 237 09 81

✉ theormir@mail.ru