ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ТАЪЛИМ, ФАН ВА ИННОВАЦИЯЛАР ВАЗИРЛИГИ

“ТОШКЕНТ ИРРИГАЦИЯ ВА ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИНИ МЕХАНИЗАЦИЯЛАШ МУҲАНДИСЛАРИ ИНСТИТУТИ” МИЛЛИЙ ТАДҚИҚОТ УНИВЕРСИТЕТИ

“МЕХАНИКА ВА КОМПЮЬТЕРЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ “ КАФЕДРАСИ

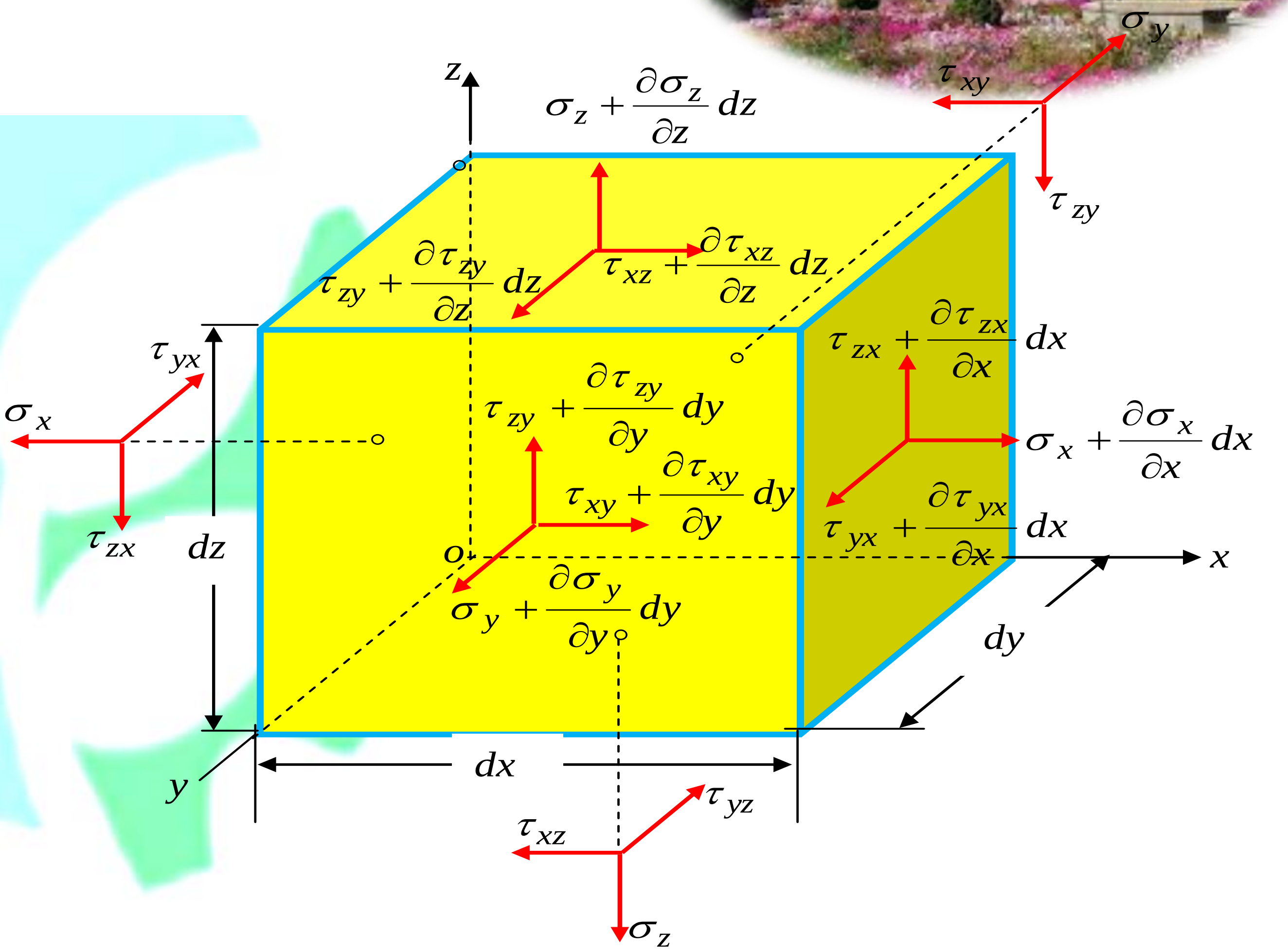
Эластиклик назариясиси фани

МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ

МАВЗУ- 5, 6: ДЕФОРМАЦИЯЛАР НАЗАРИЯСИ

ТОШКЕНТ-2023

TIQXMMI MTU
"TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI"
MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI



МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ

т.ф.д., профессор

• -МАЪРУЗА

• РЕЖА:

1. Эластик жисмнинг кўчиши ва деформацияси
2. Деформацияни узлуксизлик тенгламалари
3. Бош деформациялар
4. Хажмий деформация

Эластик жисмнинг кўчиши ва деформацияси

Жисмларнинг кўчишини икки гуруҳга бўлиш мумкин.

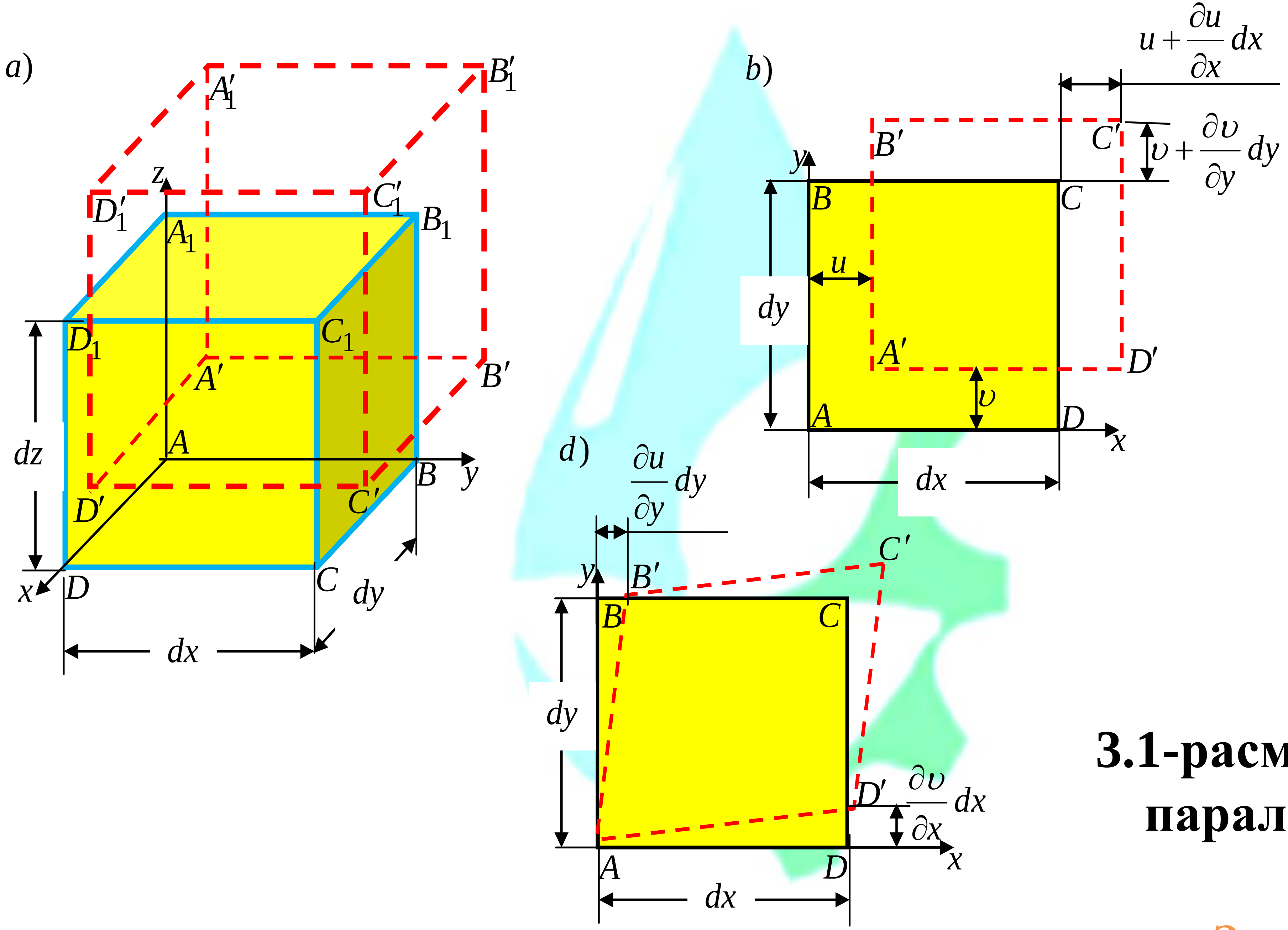
1. Ташқи таъсирлар натижасида **жисм деформацияланмай бир бутун кўчса**, бунда **жисм заррачаларининг бир-бирига нисбатан жойлашиши ўзгармаса, бу абсолют қаттиқ жисм бўлиб**, бундай жисмнинг мувозанати ва ҳолатларининг ўзгариши назарий **механика фанида ўрганилади**.

2. **Ташқи таъсирлар** (куч, температура, магнит майдони ва.х.к) **натижасида жисм заррачаларининг бир-бирига нисбатан жойлашиш ҳолати ўзгарса, бундай жисм деформацияланувчан қаттиқ жисм бўлади.**

Эластиклик назариясида ташқи физик таъсир (куч, температура ёки магнит майдони) натижасидан жисмни бирор $M(x,y,z)$ нуқтасининг $M_1(x_1,y_1,z_1)$ ҳолатига кўчишини ўрганади ва бу **кўчишнинг координата ўқларидаги проекциялари** $u=u(x,y,z)$, $\upsilon=\upsilon(x,y,z)$, $w=w(x,y,z)$ орқали ифодаланади. Жисм ихтиёрий нуқталарининг кўчиш қийматларининг турли йўналишлар ва катталикларда ҳар хил бўлиши, жисмнинг деформацияланишига олиб келади. **Жисм деформацияланганда (заррачалар жойларини узгартирганида)** икки хил: чизиқли ва бурчак**деформациялар ҳосил бўлади**. Чизиқли ва бурчак деформация компонентлари тегишлича ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} билан белгиланади.

Эластик жисм ихтиёрий нуқтасининг деформациясини ўрганиш учун жисмдан қирралари узунликлари dx, dy, dz бўлган чексиз кичик элементар $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипед ажратиб олиб ва унинг учини координатлар системаси бошига жойлаштирамиз (3.1 а-расм). Жисмнинг деформацияланиши натижасида, ажратиб олинган параллелепипед янги ҳолатга кўчади ва қирраларининг узунликлари ўзгариши ҳамда деформациягача қирралари орасидаги тўғри бурчакларининг ўзгариши рўй беради.

Қирралари орасидаги тўғри бурчаклари ўзгармаган параллелепипеднинг янги $A'B'C'D'A_1'B_1'C_1'D_1'$ ҳолат (3.1 *а*-расм)да келтирилган.



3.1-расм. Элементар параллелепипед

Параллелепипеднинг дастабки $ABCD$ қирраларини ва янги $A'B'C'D'$ қирраларини xAy координата текисликгига проекциялаймиз (3.1 b-расм). Бу текисликда A нуқтасининг x ва y ўқи бўйича чизиқли кўчишларини тегишлича u ва υ билан белгилаймиз. C нуқтасининг x ўқи бўйича чизиқли кўчиши $u+\frac{\partial u}{\partial x}dx$ га, y ўқи бўйича эса $\upsilon+\frac{\partial \upsilon}{\partial y}dy$ га тенг бўлади. Бунда деформациягача узунлиги dx бўлган AD қирра узунлиги $\frac{\partial u}{\partial x}dx$ ортирмага ва деформациягача узунлиги dy бўлган қирра AB узунлиги $\frac{\partial \upsilon}{\partial y}dy$ ортирмага ортади.

3.1 b-расмдаги AD қирранинг x ўқи бўйича нисбий чўзилишини (яъни нисбий чизиқли деформация ε_x ни) аниқлашимиз учун D нуқтанинг x ўқи бўйича кўчиши $u+\frac{\partial u}{\partial x}dx$ дан A нуқтанинг

x ўқи бўйича кўчиши u ни айириб, AD қирра узунлиги dxга нисбатини олишимиз керак бўлади:

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{\partial u}{\partial x}dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Худди шунингдек, координата y ўқи бўйича нисбий чизиқли деформация $\varepsilon_y = \frac{\partial \upsilon}{\partial y}$ ҳам аниқлади.

Параллелепипеднинг бошқа қирраларининг координата текисликларидаги проекцияларини қараб, юқоридагидек z ўқи бўйича нисбий чизиқли деформация $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$ ни ҳам аниқлаш мумкин. Бунда w A нуқтанинг z координата ўқи бўйича чизиқли кўчиши.

Параллелепипед деформацияланганда нафақат қирраларининг узунликлари ўзгариб қолмасдан қирралари орасидаги тўғри бурчаклар ҳам ўзгаради. Бу ҳолда тўғри туртбурчак $ABCD$ дасабки ҳолатга нисбатан $AB'C'D'$ ҳолатни олади (3.1 d-расм). Натижада BAD тўғри бурчак $B'AD'$ ҳолатга ўтиб, $ABCD$ тўғри туртбурчакни шакл ўзгаради (яъни бурчак деформацияси ҳосил бўлади). Тўртбурчак қирраларининг оғиши натижасида ҳосил бўлган бурчак деформациялари 3.1 d-расмда кўрсатилган. Кўринадики (3.1 d-расм), D нуқта D' нуқтага кўчганда кўчиши $\dfrac{\partial \upsilon}{\partial x}dx$ га, B нуқта B' нуқтага кўчганда кўчиши $\dfrac{\partial u}{\partial y}dy$ га тенг бўлади. Бурчак деформациясини γ деб белгиласак, у ҳолда бурчак деформация деб дастлабки ҳолатига нисбатан қирралари оғиб, улар орасидаги тўғри бурчакнинг ўзгаришига айтилади. Бу эса ўз навбатида $\gamma = \dfrac{\pi}{2} - \angle B'AD' = \angle BAB' + \angle DAD'$ бўлиб, $\angle BAB'$ ва $\angle DAD'$ **бурчаклар радианда ўлчанади.**

Учбурчак BAB' дан бурчак тенгенсини аниқлаймиз ва бу бурчаклар жуда кичик миқдор бўлгани учун бурчак тенгенси ушбу бурчакка тенг деб қабул қиламиз:

$$\angle BAB' = \frac{BB'}{AB} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} dy}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y};$$

$$\angle DAD' = \frac{DD'}{AD} = \frac{\frac{\partial \upsilon}{\partial x} dx}{dx} = \frac{\partial \upsilon}{\partial x}.$$

Демак, xAy координата текисликдаги бурчак деформация қуйидагига тенг бўлади:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Худди шунингдек, xAz ва yAz координата текисликларидаги бурчак деформацияларини аниқлаш мумкин:

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial z}.$$

Шундай қилиб, олтита деформация компоненталарининг ифодаларини учта кўчиш компонентлари орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y};$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial \upsilon}{\partial y}; \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial z}; \qquad \textbf{(3.1)}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \qquad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}.$$

Бу дифференциал боғланишни биринчи Коши аниқлаганлиги учун ***Коши муносабатлари*** ҳам деб юритилади.

Координата ўқи бўйлаб ҳосил бўлган чўзилиш деформациясини мусбат, акс ҳолда эса манфий деб қабул қиламиз.

Агар координата ўқларнинг мусбат йўналишлари орасидаги бурчак кичрайса, бурчакли деформация мусбат; катталашса, бурчакли деформация манфий деб қабул қилинади.

Цилиндрик $x\theta r$ координата системасида Коши муносабатлари қуйидагича ифодаланди:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \qquad \gamma_{x\theta} = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial \upsilon}{\partial x};$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial \upsilon}{\partial \theta} + \frac{w}{r}; \qquad \gamma_{\theta r} = \frac{\partial \upsilon}{\partial r} - \frac{\upsilon}{r} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial \theta}; \qquad \textbf{(3.2)}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial w}{\partial r}; \qquad \gamma_{rx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r}.$$

Деформациянинг узликсизлик тенгламалари

Коши тенгламаларидан аниқланувчи деформациянинг олтита ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} компонентлари, учта u, υ, w кўчиш компонентларига боғлиқдир.

Агар жисмнинг u, υ, w кўчиш функциялари маълум бўлса, унда деформациянинг олтита ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} компонентларини Коши тенгламаларини дифференциаллаб аниқлаш мумкин. Лекин деформациянинг олтита ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} компонентлари берилган бўлиб, u, υ, w кўчиш функцияларини аниқлаш талаб қилинса Коши тенгламалар системаси бир-дан бир кийматга эга бўлмайди. Демак, деформация компонентлари ихтиёрий функция бўла олмайди, улар орасида боғланиш бўлиши шарт.

Агарда бунда боғланишлар бўлмаса қаралаётган деформацияланувчан жисм деформациядан олдин ўзаро узликсиз боғланган майда элементар параллелепипедлардан ташкил топган бўлса, жисм деформацияланганидан кейин ҳам бу параллелепипедлар орасидаги узузликсиз бузилмаслиги керакликиги таъминланиши керак.

Буни амалга ошириш учун боғланишларнинг сони олтита бўлиб, улар икки гуруҳга бўлинади.

Биринчи гуруҳ боғланишлар.

Биринчи гуруҳ боғланишларни аниқаш учун Коши тенгламаларнинг биринчисини ***y*** бўйича, иккинчисини ***x*** бўйича икки марта дифференциаллаб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2};$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 \upsilon}{\partial y \partial x^2}.$$

Бу муносабатларнинг чап ва ўнг қисмларини мос равишда ўзаро қўшиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 \upsilon}{\partial y \partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right).$$

Бу ерда қавс ичидаги ифодани (3.1) Коши муносабатлари билан алмаштирсак қуйидаги тенглик ҳосил бўлади:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}.$$

Худди шунингдек, қолган нисбий чўзилиш деформация компонентларини ҳам дифференциалаб ва кейин қўшиб қуйидаги биринчи гуруҳ боғланишларини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} = 0.$$

Иккинчи гуруҳ боғланишлар.

Коши муносабатларидаги охирги учтасининг биринчисини ***z*** бўйича, иккинчисини ***x*** бўйича, учинчисини ***y*** бўйича дифференциаллаймиз, яъни

$$\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z}=\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x\partial z}+\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial y};$$

$$\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x}=\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z\partial x};$$

$$\frac{\partial\gamma_{zx}}{\partial y}=\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}.$$

Бу тенгламалардан биринчи иккита ифодасини ҳадлаб қўшиб, охиргисини айирсак қуйидаги муносабат ҳосил бўлади:

$$\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} = 2\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z \partial x}.$$

Ушбу муносабатни ***y*** бўйича дифференциалаб, ўнг томонида ҳосил бўлган ҳад қуйидагига

$$\frac{\partial^3 \upsilon}{\partial z \partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x}$$

тенг эканлигидан эътиборга олсак қуйидаги тенглик келиб чиқади:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right) = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x}.$$

Худди шунингдек, қолган нисбий бурчак деформациялари устида ҳам шундай амалларни бажариб қуйидаги иккинчи груҳнинг иккита боғланишларини ҳосил қиламиз:

$$2\frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial\gamma_{zx}}{\partial y}-\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z}\right)=0;$$

$$2\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y\partial z}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\gamma_{zx}}{\partial y}+\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z}-\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x}\right)=0.$$

Бу ифодалар шуни кўрсатадики, агар ўзаро перпендикуляр текисликларда учта бурчак деформациялари берилган бўлса, унда чизиқли деформациялар ихтиёрий берилиши мумкин эмас:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0;\\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = 0;\\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} = 0;\\
&2\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right) = 0;\\
&2\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right) = 0;\\
&2\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right) = 0.
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

Бу тенгламалар системаси деформациялар узлуксизлик тенгламалари ёки ***узликсизлик тенгламалари*** деб аталади. Бу тенгламалар Сен-Венан томонида кашф қилинганлиги учун унинг номи билан ***Сен-Венан айниятлари*** ҳам деб юритилади.

Бош деформациялар

Кучланишлар назарияси ва деформация назарияси орасидаги ўхшашликдан фойдаланиб, деформация назариясида зарур бўладиган барча формулаларни, кучланишлар назариясидаги каби ёзиш мумкин.

Унда бош деформациялар қуйидаги тенгламадан аниқланади:

$$\varepsilon^3 - I_{1\varepsilon}\varepsilon^2 + I_{2\varepsilon}\varepsilon - I_{3\varepsilon} = 0, \qquad \textbf{(3.4)}$$

бу ерда

$$I_{1\varepsilon} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z;$$

$$I_{2\varepsilon} = \varepsilon_x\varepsilon_y + \varepsilon_y\varepsilon_z + \varepsilon_z\varepsilon_x - \frac{1}{4}\left(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2\right); \qquad \textbf{(3.5)}$$

$$I_{3\varepsilon} = \varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z + \frac{1}{4}\gamma_{xy}\gamma_{yz}\gamma_{zx} - \frac{1}{4}\left(\varepsilon_x\gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y\gamma_{zx}^2 + \varepsilon_z\gamma_{xy}^2\right).$$

Агар (3.4) куб тенгламага $\varepsilon = Y + \frac{I_{1\varepsilon}}{3}$ ни қўйсак, у қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$Y^3 + PY + q = 0, \qquad \textbf{(3.6)}$$

бу ерда

$$P = I_{2\varepsilon} - \frac{I_{1\varepsilon}^2}{3}; \quad q = -\frac{2}{27}I_{1\varepsilon}^3 + \frac{1}{3}I_{1\varepsilon}I_{2\varepsilon} - I_{3\varepsilon}.$$

Агар дискриминант $\Delta = P^3 + q^2 < 0$ манфий бўлса, куб тенглама (3.6) нинг учта ҳақиқий илдизлари ҳам мавжуддир. Улар қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$Y_1 = -r\cos\frac{\varphi}{3}; \qquad Y_2 = 2r\cos\left(60^0 - \frac{\varphi}{3}\right); \qquad Y_3 = 2r\cos\left(60^0 + \frac{\varphi}{3}\right);$$

$$\cos\varphi = \frac{q}{2r^3}; \qquad r = \pm 0{,}51774\sqrt{|P|}.$$

r нинг ишораси q нинг ишораси билан бир хил олинади.

Куб (3.6) тенглама илдизларининг тўғри топилганлиги қуйидаги тенглама ёрдамида текширилади:

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 = 0. \qquad \textbf{(3.7)}$$

Бош деформацияларни қуйидаги формулалардан аниқлаймиз:

$$\varepsilon' = Y_1 + \frac{I_{1\varepsilon}}{3}; \quad \varepsilon'' = Y_2 + \frac{I_{1\varepsilon}}{3}; \quad \varepsilon''' = Y_3 + \frac{I_{1\varepsilon}}{3}. \qquad \mathbf{(3.8)}$$

Аниқланган деформациялар тегишлича бош деформациялар $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ билан белгиланади. Куб тенглама (3.4) ни илдизларининг тўғрилиги қуйидаги формулалар ёрдамида текширилади:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3;$$

$$\varepsilon_x\varepsilon_y + \varepsilon_y\varepsilon_z + \varepsilon_z\varepsilon_x - \frac{1}{4}\left(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2\right) = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1; \ \mathbf{(3.9)}$$

$$\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z + \frac{1}{4}\left(\gamma_{xy}\gamma_{yz}\gamma_{zx}\right) - \frac{1}{4}\left(\varepsilon_x\gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y\gamma_{zx}^2 + \varepsilon_z\gamma_{xy}^2\right) = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3.$$

Бош юзаларнинг ҳолати $\ell_i, m_i, n_i \ (i > 1,2,3)$ йўналтирувчи косинуслар билан аниқланади.

Йўналтирувчи косинуслар қуйидаги тенгламалар системаси:

$$\left(\varepsilon_x - \varepsilon_i\right)\ell_i + \frac{1}{2}\gamma_{xy} m_i + \frac{1}{2}\gamma_{xz} n_i = 0;$$

$$\frac{1}{2}\gamma_{yx}\ell_i + \left(\varepsilon_y - \varepsilon_i\right)m_i + \frac{1}{2}\gamma_{yz} n_i = 0; \qquad \textbf{(3.10)}$$

$$\frac{1}{2}\gamma_{zx}\ell_i + \frac{1}{2}\gamma_{zy} m_i + \left(\varepsilon_z - \varepsilon_i\right)n_i = 0,$$

ва қуйидаги шартидан фойдаланиб аниқланади:

$$\ell_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1. \qquad \textbf{(3.11)}$$

Йўналтирувчи косинуслар l_i, m_i, n_i қийматларининг тўғри топилганлиги, уларнинг ортогоналлигидан фойдаланиб текширилади:

$$\ell_1\ell_2 + m_1m_2 + n_1n_2 = 0;$$
$$\ell_2\ell_3 + m_2m_3 + n_2n_3 = 0; \qquad \mathbf{(3.12)}$$
$$\ell_3\ell_1 + m_3m_1 + n_3n_1 = 0.$$

Ихтиёрий v йўналишидаги нисбий чўзилиш деформация, деформация компонентлари орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x\ell^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + \gamma_{xy}\ell m + \gamma_{yz} mn + \gamma_{zx} n\ell. \qquad \mathbf{(3.13)}$$

Октаэдрик юзалардаги деформациялар ва силжиш деформациялари куйидагича ифодаланади:

$$\varepsilon_{окт} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3);$$

$$\gamma_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}. \qquad \textbf{(3.14)}$$

Деформация интенсивлиги қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}\left(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2\right)}. \qquad \textbf{(3.15)}$$

Агар бош текисликлардан бири маълум бўлса, бош деформациялар қуйидаги формуладан топилади.

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\varepsilon_x - \varepsilon_y\right)^2 + 4\gamma_{xy}^2}. \qquad \varepsilon_3 = \varepsilon_z. \qquad \textbf{(3.16)}$$

Бош ўқларнинг ҳолати қуйидаги формуладан аниқлади:

$$tg2\alpha_0 = \frac{2\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}. \qquad \textbf{(3.17)}$$

Бу формуладан $\alpha_1 = \alpha_0$ ва $\alpha_2 = \alpha_0 + 90^0$ иккита бурчак аниқланади. Бош нисбий деформациялар $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ деб қабул қилинади.

Ҳажмий деформация

Эластик жисмдан ўлчамлари dx, dy, dz бўлган элементар параллелепипед ажратиб оламиз (3.1-расм). Бу элемент ташқи кучлар таъсирида деформацияланганда ўлчамлари ўзгариб, $dx + \Delta dx,\ dy + \Delta dy,\ dz + \Delta dz$ га тенг бўлади. Қаралаётган элементнинг деформациягача ҳажми $V_0 = dxdydz$ бўлиб, деформациядан кейинги ҳажми $V_1 = (dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz)$ га тенг бўлади.

Элементар жисмнинг ҳажмий нисбий деформацияси қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\theta = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{(dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz) - dxdydz}{dxdydz} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z. \quad \textbf{(3.18)}$$

Ушбу формуладан жисм эластик деформацияланганда ҳам эластик-пластик деформацияланганда ҳам фойдаланиш мумкин.

Демак, ташқи кучлар таъсиридаги жисмнинг ҳажмий нисбий деформацияси ўзаро перпендикуляр бўлган учта ўқлар бўйича ҳосил бўлган нисбий бўйлама(чўзилиш) деформацияларнинг йиғиндисига тенг бўлар экан.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

1. Нисбий чўзилиш деформациясига деформацияни қайси компоненталари киради
2. Нисбий бурчак деформациясига деформацияни қайси компоненталари киради
3. Коши муносабатлари қандай ифодаланади?
4. Нисбий чўзилиш деформацияни ишораси қандай аниқланади?
5. Нисбий бурчак деформацияни ишораси қандай аниқланади?
6. Бош деформацияларни изоҳлаб беринг?
7. Нечта бош деформация компоненталари бор?
8. Бош деформация компоненталари қандай белгиланади?
9. Деформацияларнинг инвариантини изоҳлаб беринг?
10. Йўналтирувчи косинусларни изоҳлаб беринг?
11. Куб тенгламани ечиш усулларини изоҳлаб беринг?

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

12. Қандай формуладан деформациянинг тўғри аниқланганлиги текширилади?
13. Қандай формуладан йўналтирувчи косинусларнинг тўғри аниқланганлиги текширилади?
14. Бош ўқларнинг ҳолати қандай формуладан аниқланади?
15. Сен-Венан тенгламалари қандай икки гуруҳга бўлинди?
16. Деформация узлуксизлик тенгламаларининг физик маъносини изоҳланг?
17. Хажмий деформация қандай аниқланади?

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Ўрозбоев М.Т. Материаллар қаршилиги II қисм. Олий ўқув юртлари учун дарслик. “Ўқитувчи нашриёти” Тошкент –1966. 488 бет.
2. Xolmuradov R.I., Xudoynazarov X.X., Elastiklik nazariyasi: darslik. I-II qism. –Toshkent, FAN, 2003.
3. Хамраев П.Р., Рахманов Б.Қ. Эластиклик ва пластиклик назарияси" фанидан ўқув қўлланма /Тошкент архитетура–қурилиш институти . Тошкент, 2005, 103 бет.
4. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности: учеб. пособие для студентов вузов. –2-е изд., перераб. –М.: Высш. школа, 1982. –264 с.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

5. Shirinqulov T., Ismayilov K., Qo‘ldashev A. Elastik-plastik plastinkalar hisobi: –Toshkent. Tafakkur-bo‘stoni, 2012, 240 – b.
6. Mirsaidov M.M., Matkarimov P.J., Godovannikov A.M. Materiallar qarshiligi: darslik. Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2010.- 412 бет.
7. Стружанов, В.В., Бурмашева Н.В. Теория упругости: основные положения : учеб. пособие/М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 204 с.

TIQXMMI MTU

"TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI"

MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI

ЭЪТИБОРИНГИЗ УЧУН РАХМАТ!

МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ

☎ + 998 71 237 09 81

✉ theormir@mail.ru