ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ТАЪЛИМ, ФАН ВА ИННОВАЦИЯЛАР ВАЗИРЛИГИ

“ТОШКЕНТ ИРРИГАЦИЯ ВА ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИНИ МЕХАНИЗАЦИЯЛАШ МУҲАНДИСЛАРИ ИНСТИТУТИ” МИЛЛИЙ ТАДҚИҚОТ УНИВЕРСИТЕТИ

“МЕХАНИКА ВА КОМПЮЬТЕРЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ “ КАФЕДРАСИ

Эластиклик назариясиси фани

МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ

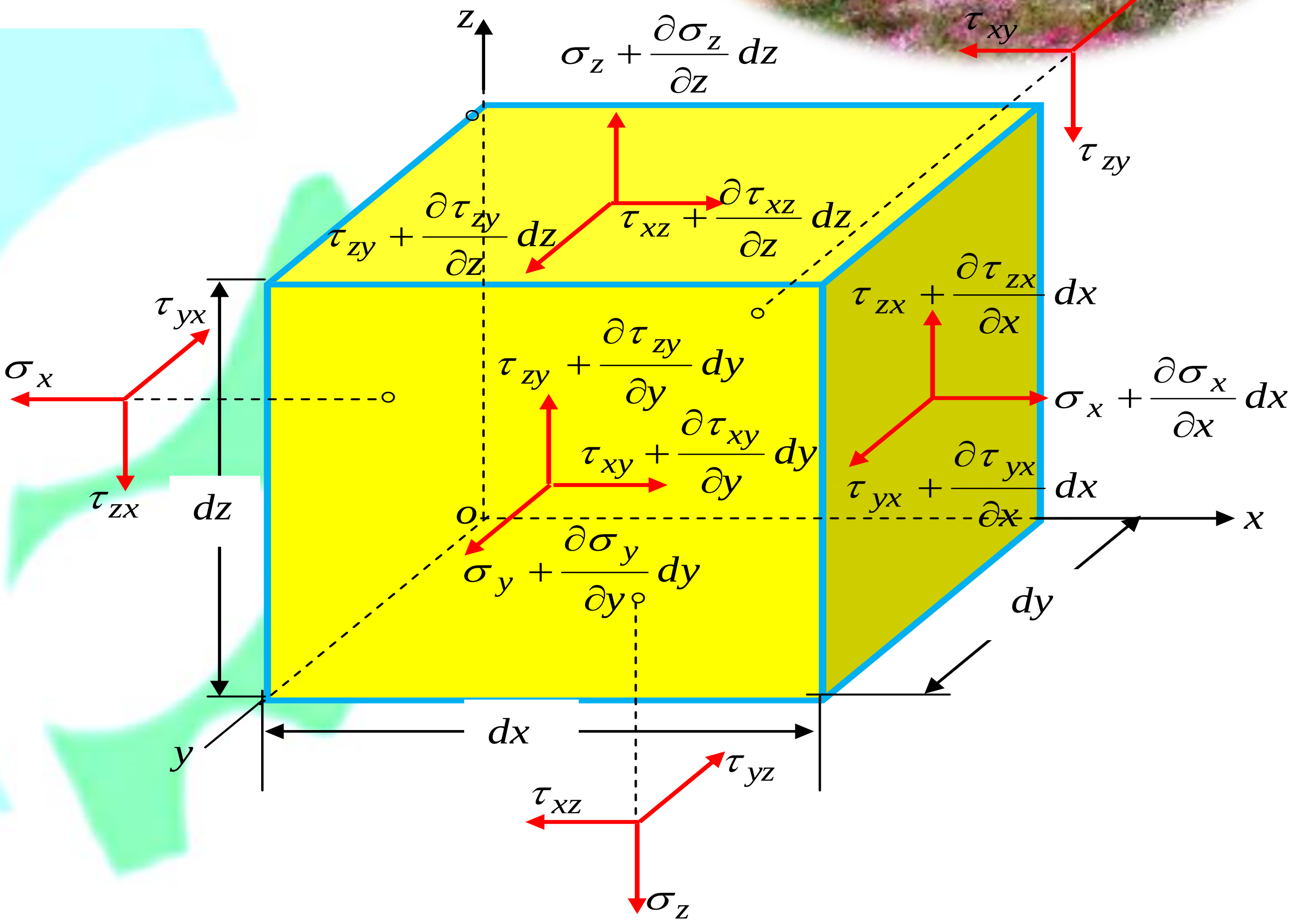
МАВЗУ -7, 8: УМУМЛАШГАН ГУК КОНУНИ

ТОШКЕНТ-2023

TIQXMMI MTU

"TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI"

MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI



МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ

т.ф.д., профессор

• -МАЪРУЗА

• РЕЖА:

1. Умумлашган Гук конуни.
2. Деформация компонентларининг кучланиш компонентлари орқали ифодаси.
3. Кучланиш компонентларининг деформация компонентлари орқали ифодаси.
4. Деформациянинг потенциал энергияси.

УМУМЛАШГАН ГУК ҚОНУНИ

Олдинги маърузаларда кўриб чиқилган барча тушинча ва муносабатларнинг биринчиси, яъни кучланиш назриясида қараладиган масаланинг статик томонига тегишли бўлса, иккинчиси яъни деформация назарияси эса масаланинг геометрик томонини ўзида акс эттирада. Бу иккита назария ташқи таъсир натижасида ечилиши керак бўлган эластиклик назарияси масалаларини ечиш учун етарли эмас. Шунинг учун юқорида келтириб чиқарилган муносабатларни қандайдир физик қонуниятлар билан ўзаро боғлаш керак бўлади. Бу қонуният умумий кўринишда аналитик формада ифодаланса масалаларни ечишда анча қулайлик туғдириши мумкин бўлади.

Физик қонунятларни энг қулайи агарда кучланиш компонентлари билан деформация компонентлари чизиқли боғланган бўлса, қаралаётган масалани ечилишини анча соддалаштиради. Одатда қаралаётган деформацияланувчан жисм бир жинслик ёки бир жинссиз бўлиши мумкин. Эластиклик назариясида асосан бир жинслик - жисмлар қаралади-яъни тузилиши ва таркиби бир хил бўлган жисмлар қаралади. Жисм бир жинслик бўлса ҳам у изотроп-яъни ҳамма йўналишлар бўйича хоссалари бир хил, ёки анизотроп - ҳар хил йўналишлар бўйича хоссалари ҳар хил бўлиши мумкин.

Биз ўрганадиган курсимизда бир жинсли жисмда нормал кучланишлар силжиш деформациясини ҳосил қилмайди, аксича уринма кучланишлар эса чўзилиш деформациясини ҳосил қилмайди деб қараймиз.

Шунинг учун бир жинслик жисмда материалнинг хоссалари материаллар қаршилиги курсида кўриб чиққан учта физик катталик E, G, v билан аниқланишини ва ҳар доим улар орасида қуйдагича $G=E/2(1+v)$ боғланиш борлигини эътиборда тутишимиз керак (E-материалнинг чўзилиш ва сиқилишдаги эластиклик модули ёки Юнг модули, G-силжишдаги эластиклик модули, v -кўндаланг деформация коэффициенти ёки Пуассон коэффициенти). Бу катталикларни асосан тажриба ёрдамида аниқланади. Қаттиқ жисмнинг ичида ҳосил бўладиган кучланиш ва дефомацияларни ўлчаб бўлмаганлиги сабабли, биз фақат баъзи ҳолатларда жисмнинг сиртларида ҳосил бўлаётган деформацияларнинг ўрта қийматларини аниқлаш имкониятига эгамиз.

Энг оддий тажрибаларни бир ўлчамли намуналарни чўзилиш ва сиқилишга ёки қувурларни бурашга синаш орқали ўтказишимиз мумкин. Бу ўтказилган тажрибаларимиз шуни кўрсатадики, таъсир қилаётган кучни қиймати маълум микдордан ошмаса куч ва деформация ўртасида пропорционал боғланиш борлигини кўрамиз. Бу қонунят Р.Гук қонунини ифодалайди (1635-1703 йй.).

Шу ва бошқа тажрибалар натижаларини умумлаштириб, биз умумлашган Гук қонунига келамиз, яъни жисмнинг мувозанат ҳолатида унинг барча нуқталаридаги кучланиш тензори компоненталари шу нуқталардаги деформация тензори компоненталарининг бир жинисли чизиқли функцияси эканлигига келамиз.

Деформация компонентларининг кучланиш компонентлари орқали ифодаси

Стерженларни чўзилишга ва сиқилишга синашда нормал кучланиш билан шу кучланиш йўналишдаги нисбий бўйлама деформация орасида қуйидаги чизиқли пропорционал боғланиш мавжудлиги маълум:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}. \qquad \textbf{(4.1)}$$

Шунингдек, бўйлама ва кўндаланг деформациялар орасида қуйидагича боғланиш борлиги ҳам тажриба натижасида аниқланган:

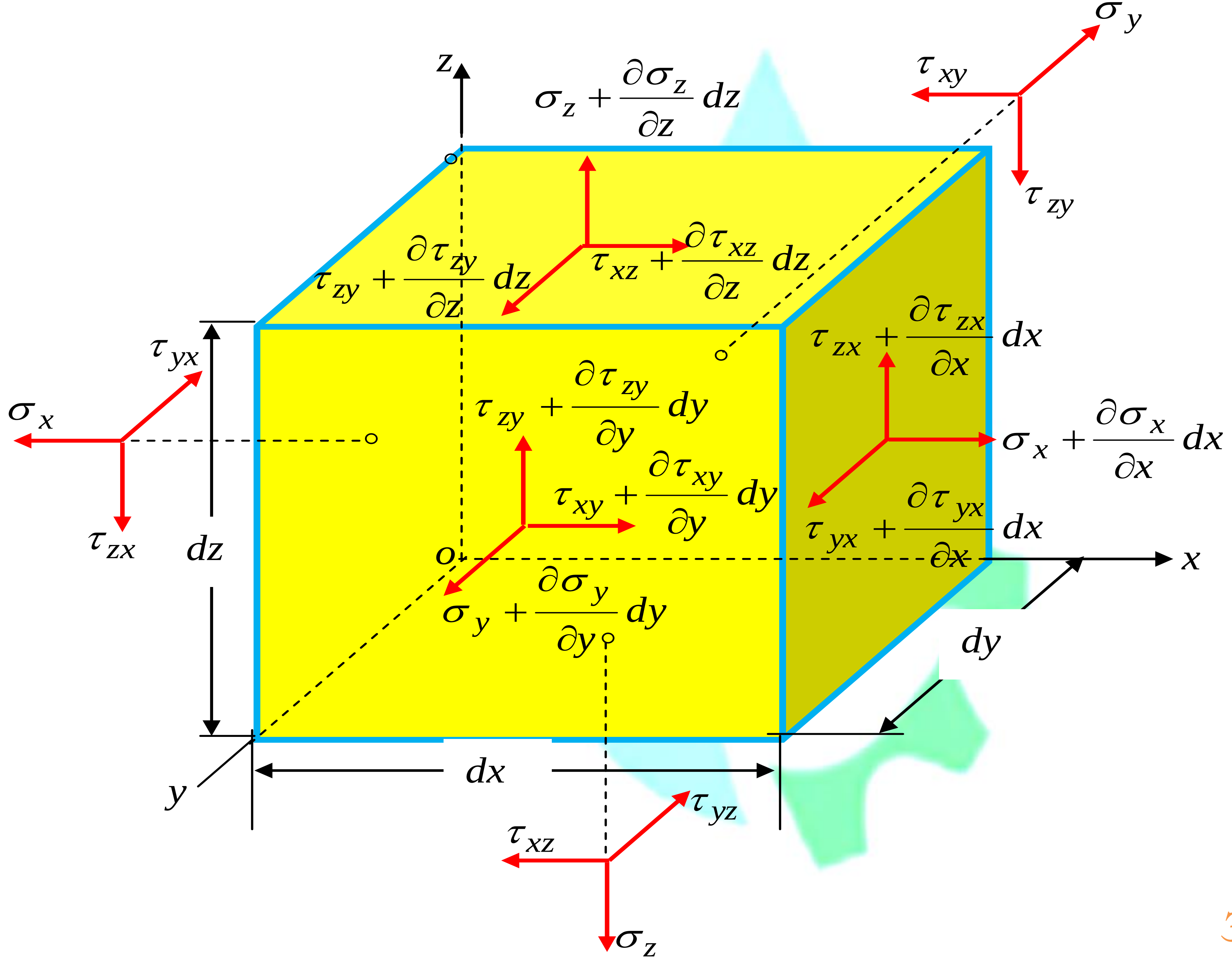
$$\varepsilon_t = -\nu\varepsilon. \qquad \textbf{(4.2)}$$

Тажрибаларнинг кўрсатиши бўйича соф силжишда ҳам уринма кучланиш билан нисбий бурчак деформация орасида қуйидаги боғланиш аниқланган:

$$\gamma = \frac{\tau}{G}. \qquad \textbf{(4.3)}$$

Бу муносабатларни барчаси бир ўқли намуналарда ўтказилган тажрибаларда аниқланган боғланишлардир.

Ҳажмий кучланганлик ҳолатида кучланишларнинг ташкил этувчилари билан деформацияларнинг ташкил этувчилари орасидаги боғланишни ўрнатиш учун 4.1-расмда келтирилган чексиз кичик параллелепипедга фақат σ_x ,σ_y ,σ_z таъсирини қараймиз.



4.1-расм. Элементар параллелепипед

Параллелепипеднинг қарама-қарши ён томонларидаги кучланишларнинг фарқини эътиборга олмаслик мумкин, чунки улар юқори даражали кичик деформация ҳосил қилади.

Қаралаётган элементнинг нормал σ_x кучланишга параллел бўлган ab қиррасининг чўзилишини аниқлаймиз. Қараётган элементимизнинг ab қиррасида нормал σ_x кучланиш таъсиридан ҳосил бўлган нисбий деформация ε'_x Гук қонуни (4.1)га асосан қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

Нормал кучланишдан Гук қонуни (4.1) га асосан қиррага перпендикуляр йўналиш бўйича чўзилишини аниқлаймиз:

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}$$

Элементнинг *ab* қирраси йўналиши бўйича ҳосил бўлган қисқариш (4.2) формулага асосан қуйидагича ифодаланади:

$$\varepsilon_x'' = -\nu\varepsilon_y \text{, ёки } \varepsilon_x'' = \nu\frac{\sigma_y}{E}$$

Худди шунингдек *ab* қиррасининг нормал кучланишдан ҳосил бўлган қисқаришини аниқлаш мумкин, унда

$$\varepsilon_x''' = -\nu\frac{\sigma_z}{E}$$

Кучларнинг мустақиллик принципига асосан қирранинг нисбий тўла деформациясини ҳар бир кучланишлардан ҳосил бўлган деформациялар йиғиндиси каби аниқланади:

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x + \varepsilon'''_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E} \quad \text{ёки} \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right].$$

Худди шунингдек, ***y***, ***z*** ўқлари бўйича чизиқли деформацияларни аниқлаш мумкин:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right]; \quad \varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right].$$

Қаралаётган элементдаги бурчак деформацияси билан уринма кучланишлар орасидаги боғланишлар Гук қонуни (4.3) га асосан, координата текисликларига параллел бўлган бир-бирига боғлиқ бўлмаган учта текисликларда қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}.$$

Шундай қилиб, қуйидаги олтита боғланишларни ҳосил қилдик:

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G};\\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right]; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G};\\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right]; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}.
\end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(4.4)}$$

Ушбу ифодалар эластик изотроп жисмларда деформация компонентлари билан кучланиш компонентлари орасидаги чизиқли боғланишни ифодалайди ва ***умумлашган Гук қонуни*** деб аталади.

Умумлашган Гук қонуни физик қонун бўлиб, эластик изотроп жисм кучланиш компонентлари билан деформация компонентлари орасидаги чизиқли боғланишни ифодалайди. Деформацияланувчан қаттиқ жисмлар учун Р.Гук қонунини кучланиш маълум чегарадан ошмаса қўллаш мумкин. Бу чегара пропорционаллик чегараси деб аталади.

Классик эластиклик назарияси асосан Р.Гук қонунига таянади ва жисм материали бир жинсли, яъни изотроп деб қаралади. Лекин кўпгина ҳолларда турли йўналишлар бўйича жисмлар материали турли хил хусусиятларга эга бўлади. Бундай жимслар анизотроп жисмлар деб аталади.

Умумий ҳолда анизотроп жисмлар учун деформация компонентлари билан кучланиш компонентлари орасидаги боғланишлар қуйидагича ифодаланади:

$$
\left.
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z + a_{14}\tau_{xy} + a_{15}\tau_{yz} + a_{16}\tau_{zx};\\
\varepsilon_y &= a_{21}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z + a_{24}\tau_{xy} + a_{25}\tau_{yz} + a_{26}\tau_{zx};\\
\varepsilon_z &= a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{33}\sigma_z + a_{34}\tau_{xy} + a_{35}\tau_{yz} + a_{36}\tau_{zx};\\
\gamma_{xy} &= a_{41}\sigma_x + a_{42}\sigma_y + a_{43}\sigma_z + a_{44}\tau_{xy} + a_{45}\tau_{yz} + a_{46}\tau_{zx};\\
\gamma_{yz} &= a_{51}\sigma_x + a_{52}\sigma_y + a_{53}\sigma_z + a_{54}\tau_{xy} + a_{55}\tau_{yz} + a_{56}\tau_{zx};\\
\gamma_{zx} &= a_{61}\sigma_x + a_{62}\sigma_y + a_{63}\sigma_z + a_{64}\tau_{xy} + a_{65}\tau_{yz} + a_{66}\tau_{zx}.
\end{aligned}
\right\}
\quad \mathbf{(4.5)}
$$

Бу формулаларда a_{mn} коэффициентлар жисмнинг эластиклик хусусиятини характерловчи коэффициентлардир.

Кучланиш ўзгармас бўлган бирдан бир қийматида ҳам, бу коэффициентларнинг қиймати қанча катта бўлса, деформация компонентлари ҳам шунча катта бўлади.

Умумий ҳолда анизотроп материаллар учун Р.Гук қонуни матрица кўринишида қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{21} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{vmatrix}. \qquad \textbf{(4.6)}$$

Бу матрица симметрик бўлгани учун $a_{mn}=a_{nm}$ жисмнинг эластиклик хусусиятини характерловчи 36 та коэффициентнинг 21таси номаълум бўлиб қолади.

Агар жисмнинг эластик хусусиятлари ўзаро перпендикуляр бўлган учта текисликлар бўйича симметрик бўлса, бундай жисмлар ортотроп жисмлар дейилади. Ортотроп жисмлар учун умумлашган Гук қонунидаги 21 та коэффициентдан тўққизтаси қолади. Ортотроп жисмларда чизиқли нисбий бўйлама ε_x; ε_y; ε_z деформациялар фақат нормал σ_x; σ_y; σ_z кучланишларга боғлиқ бўлиб, уринма τ_{xy}; τ_{yz}; τ_{zx} кучланишларга боғлиқ бўлмайди. Унда нисбий бурчак деформациялар γ_{xy}; γ_{yz}; γ_{zx} фақат уринма τ_{xy}; τ_{yz}; τ_{zx} кучланишларга боғлиқ бўлади.

Ортотроп жисмлар учун умумлашган Гук қонуни бир-бирига боғлиқ бўлмаган икки гуруҳга ажралади:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z; \\ \varepsilon_y &= a_{21}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z; \\ \varepsilon_z &= a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{33}\sigma_z. \end{aligned}\right\}. \quad \left.\begin{aligned} \gamma_{yz} &= a_{44}\tau_{yz}; \\ \gamma_{zx} &= a_{55}\tau_{zx}; \\ \gamma_{xy} &= a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(4.7)}$$

Ортотроп жисмлар учун умумлашган Гук қонуни матрица кўринишида қуйидагича ифодаланади:

$$\left.\begin{vmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & a_{66} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{vmatrix}\right\} \textbf{(4.8)}$$

Ортотроп жисмлар учун умумлашган Гук қонунидаги эластиклик коэффициентлари қуйидагиларга тенг бўлади:

$$\left.\begin{aligned}
&a_{11}=1/E_1; \quad a_{22}=1/E_2; \quad a_{33}=1/E_3;\\
&a_{12}=a_{21}=-\nu_{21}/E_2=-\nu_{12}/E_1;\\
&a_{13}=a_{31}=-\nu_{31}/E_3=-\nu_{13}/E_1;\\
&a_{23}=a_{32}=-\nu_{32}/E_3=-\nu_{23}/E_2;\\
&a_{44}=1/G_{23}; \quad a_{55}=1/G_{13}; \quad a_{66}=1/G_{12}.
\end{aligned}\right\}$$

Бу ерда: E_1, E_2, E_3 мос равишда x, y, z координата ўқлари бўйича эластиклик модуллари; ν_{12}, ν_{21}, ν_{13}, ν_{31}, ν_{23}, ν_{32} Пуассон коэффициентлари.

Масалан, ν_{12} коэффициенти нормал σ_x кучланишдан y ўқи бўйича ҳосил бўлган нисбий кўндаланг деформация миқдорини, ν_{21} нормал σ_y кучланишдан x ўқи бўйича ҳосил бўлган нисбий кўндаланг деформация миқдорини характерлайди. Матрица коэффициентлари симметрик бўлгани учун Пуассон коэффициентлари билан эластиклик модуллари орасида қуйидаги боғланиш мавжуд:

$$\nu_{ij} E_j = \nu_{ji} E_i . \qquad \textbf{(4.9)}$$

Бу коэффициентлар эътиборга олинса, ортотроп жисмлар учун умумлашган Гук қонуни қуйидагича ифодаланади:

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E_1}\sigma_x - \nu_{21}\frac{1}{E_2}\sigma_y - \nu_{31}\frac{1}{E_3}\sigma_z;\\
\varepsilon_y &= -\nu_{12}\frac{1}{E_1}\sigma_x + \frac{1}{E_2}\sigma_y - \nu_{32}\frac{1}{E_3}\sigma_z;\\
\varepsilon_z &= -\nu_{13}\frac{1}{E_1}\sigma_x - \nu_{23}\frac{1}{E_2}\sigma_y + \frac{1}{E_3}\sigma_z;\\
\gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G_{23}}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G_{31}}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{12}}.
\end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(4.10)}$$

Агар жисм материали изотроп бўлса, бу коэффицентлар сони учта бўлиб, улар орасида қуйидаги боғланиш мавжуд:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \qquad \textbf{(4.11)}$$

Бу ерда: ***E*** – чўзилиш (сиқилиш)даги эластиклик модули (Юнг модули);

G – силжишдаги эластиклик модули;

ν- Пуассон коэффиценти.

Кучланиш компонентларининг деформация компонентлари орқали ифодаси

Баъзи масалаларни ечишда Гук қонунидаги кучланиш компоненталарини деформация компоненталари орқали ифодаланган формаси керак бўлади.

Гук қонуни (4.4) нинг биринчи учтасини ҳадлаб қўшиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z). \qquad \textbf{(4.12)}$$

Бу ифодаги $\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z=\theta$ ҳажмий нисбий деформаця, $(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)=I_{1\sigma}$ кучланишлар тензорининг биринчи инварианти эканлигини эътиборга олиб, уни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$I_{1\sigma} = \frac{E}{(1-2\nu)}\theta. \qquad \textbf{(4.13)}$$

Ҳажмий эластиклик модули $K=I_{1\sigma}/3(1-2\nu)$ орқали кучланишлар тензорининг биринчи инвариантини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$I_{1\sigma} = 3K\theta. \qquad (4.14)$$

Унда ҳажмий нисбий деформацияни кучланишлар тензорининг биринчи $I_{1\sigma}=(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)=3\sigma_m$ инварианти орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\sigma_m = K\theta. \qquad (4.15)$$

Демак, бу ифода жисм нуқтасининг ўртача нормаль кучланиши ҳажмий нисбий деформацияга тўғри пропорционал эканлигини кўрсатди.

Кучланиш компоненталарини деформация компоненталари орқали ифодлаш учун қуйидаги шакл алмаштиришни бажариш керак, яъни (4.4) тенгламалар системасидаги биринчи ифодасининг ўрта қавс ичига $+\nu\sigma_x-\nu\sigma_x$ ни қўшиб ва айириб қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\left(\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right) + \nu\sigma_x - \nu\sigma_x\right]$$

Бу ифодани (2.17 шуни қаердан олинганини билмадим)??? формуланинг биринчиси кучланишлар тензорининг биринчи инварианти эканлигини эътиборга олиб, қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[(1+\nu)\sigma_x - \nu I_{1\sigma}\right].$$

Кучланишлар тензорининг биринчи инварианти (4.13)ни эътиборга олиб нисбий бўйлама деформацияни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[(1+\nu)\sigma_x - \frac{E\nu}{1-2\nu}\theta\right]$$

Бу формулани σ_x кучланишга нисбатан қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\sigma_x = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\theta + \frac{E}{1+\nu}\varepsilon_x \qquad \textbf{(4.16)}$$

Бунга қуйидаги белгилашлар киритилса:

$$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \lambda; \quad \frac{E}{1+\nu} = 2\mu. \qquad \textbf{(4.17)}$$

У ҳолда нормал кучланиш ифодаси қуйидаги жуда содда кўринишга келади:

$$\sigma_x = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_x$$

Бу ерда $\boldsymbol{\lambda}$ ва $\boldsymbol{\mu}$ ўзгармаслара ***Ламе коэффициентлари*** деб аталади ва эластиклик модуллари ***E*** ва ***G*** каби материалнинг эластиклик хусусиятларини характерлайди.

Худди шунингдек, кучланишларнинг бошқа ташкил этувчилари учун ҳам шундай муносабатларни ҳосил қилиш мумкин.

Натижада (4.4) тенгламалар системасини кучланишларга нисбатан ифодаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_x; \quad \tau_{xy} = \mu\gamma_{xy}; \\ \sigma_y &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_y; \quad \tau_{yz} = \mu\gamma_{yz}; \\ \sigma_z &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_z; \quad \tau_{zx} = \mu\gamma_{zx}. \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(4.18)}$$

Одатда бу формула Гук қонунининг тескари ифодаси деб аталади.

Деформациянинг потенциал энергияси

Эластик жисм ташқи куч таъсирида деформацияланади ва бу деформация жараёнида унда секин-аста потинциал энергия тўпланади. Эластик жисмда тўпланган бу потиенциал энергия микдори жиҳатдан ташқи куч бажарган ишга тенг бўлади: жисм ташқи кучлар таъсиридан озод этилса, унда тўпланган потенциал энергия жисмнинг олдинги шакли ва ўлчамларининг тикланишига сарфланади.

Статик деформацияланиш жараёнида эластик жисмда ҳосил бўладиган деформация кучларга пропорционал равишда ўсиб боради.

Асосан кучларнинг бажарган иши унинг охирги қиймати билан унга тегишли деформация кўпайтмасининг ярмига тенг бўлади.

Жисмдан ажратиб олинган **dx; dy; dz**дан иборат паралелепипедга σ_x; σ_y; σ_z; τ_{xy}; τ_{yz}; τ_{zx}; τ_{yx}; τ_{zy}; τ_{xz} кучланишлар таьсир этиши натижасида паралелепипедда тегишлича ε_x; ε_y; ε_z; γ_{xy}; γ_{yz}; γ_{zx}; γ_{yx}; γ_{zy}; γ_{xz} деформациялар содир бўлишини юқорида 4.1 параграфда кўрган эдик. Кучлар таъсирининг мустақиллик принципига асосан параллелепипед деформациясининг потенциал энергияси Клапейрон теоремасига асосан қуйидагича бўлади:

$$dU = \frac{1}{2}\left(\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_z\varepsilon_z + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{yz}\gamma_{yz} + \tau_{zx}\gamma_{zx}\right)dxdydz\,.$$

Фазовий эластик жисмда тўпланган тўла потенциал энергия бу ифоданинг интегралига тенг бўлади.

$$U = \iiint\limits_V W dxdydz, \qquad \textbf{(4.19)}$$

Бу ерда энергия фазовий жисмнинг ҳажми бўйича олинади.

Интеграл остидаги ифода жисмнинг бирлик ҳажмига тўғри келган потенциал энергия бўлиб, ***солиштирма потенциал энергия*** деб аталади ва у қуйидагича ифодаланади:

$$W = \frac{1}{2}\left(\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_z\varepsilon_z + \gamma_{xy}\tau_{xy} + \tau_{yz}\gamma_{yz} + \tau_{zx}\gamma_{zx}\right). \qquad \textbf{(4.20)}$$

Гук қонуни (4.4)дан фойдаланиб, солиштирма потенциал энергияни кучланишлар орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$W=\frac{1}{2E}\left[\sigma_x^2+\sigma_y^2+\sigma_z^2-2\nu\left(\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_z+\sigma_z\sigma_x\right)+2(1+\nu)\left(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2\right)\right] \quad \textbf{(4.21)}$$

Агар элементлар параллелепипед томонлари бош юзалар билан устма-уст тушиб қолса, уринма кучланишлар нолга тенг (***$\tau_{xy}=\tau_{yz}=\tau_{zx}=0$***) бўлганлиги сабабли (4.21) формула қуйидагича ифодаланади, яъни солиштирма потенциал энергия қуйидаги кўринишда бўлади:

$$W=\frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\nu\left(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1\right)\right] \quad \textbf{(4.22)}$$

Иккинчи маърузамиздаги 2.5 пунктда шар тензори натижасида (2.5 a-расм) элементар параллелепипед шаклининг, девиатор (2.5 b-расм) кучланиш натижасида эса ҳажмининг ўзгариши айтилган эди. Унда юқорида келтирилган (4.22) ифодадан фойдаланиб, ҳажимнинг ўзгаришидан ҳосил бўладиган солиштирма потенциал энергияни қуйидаги формуладан аниқланади:

$$W_{haj} = \frac{1-2\nu}{6E}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)^2. \qquad \textbf{(4.23)}$$

Шаклнинг (2.4 *b*-расм) ўзгаришидан ҳосил бўладиган солиштирма потенциал энергия қуйидаги формуладан аниқланади:

$$W_{shak} = \frac{1+\nu}{3E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1)\right] \quad \textbf{(4.24)}$$

Ҳажим ва шакл ўзгаришидан ҳосил бўладиган солиштирма потенциал энергияларнинг йиғиндиси тўла солиштирма потенциал энергияга тенг бўлиши лозим, яъни

$$W = W_{haj} + W_{shak}. \qquad \textbf{(4.25)}$$

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

1. Изотроп жисмлар деб қандай жисмларга айтилади?
2. Анизотроп жисмлар деб қандай жисмларга айтилади?
3. Умумий ҳолда анизотроп жисмлар учун Гук қонунида эластик ўзгармаслари сони нечта?
4. Ортотроп жисмлар деб қандай жисмларга айтилади?
5. Ортотроп жисмлар учун Гук қонунини изоҳлаб беринг?
6. Изотроп жисмлар учун умумлашган Гук қонунини изоҳлаб беринг?
7. Ламенинг ўзгармас коэффициентлари эластиклик модуллари орқали қандай ифодаланади?
8. Эластик жисм потециал энергияси кучланишлар орқали қандай ифодаланади?
9. Умумлашган Гук қонуни Ламе коэффициентлари орқали қандай ифодаланади?
10. Солиштирма потенциал энергия бош кучланишлар орқали қандай ифодаланади?

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Ўрозбоев М.Т. Материаллар қаршилиги II қисм. Олий ўқув юртлари учун дарслик. “Ўқитувчи нашриёти” Тошкент –1966. 488 бет.
2. Xolmuradov R.I., Xudoynazarov X.X., Elastiklik nazariyasi: darslik. I-II qism. –Toshkent, FAN, 2003.
3. Хамраев П.Р., Рахманов Б.Қ. Эластиклик ва пластиклик назарияси" фанидан ўқув қўлланма /Тошкент архитетура–қурилиш институти . Тошкент, 2005, 103 бет.
4. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности: учеб. пособие для студентов вузов. –2-е изд., перераб. –М.: Высш. школа, 1982. –264 с.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

5. Shirinqulov T., Ismayilov K., Qo‘ldashev A. Elastik-plastik plastinkalar hisobi: –Toshkent. Tafakkur-bo‘stoni, 2012, 240 – b.
6. Mirsaidov M.M., Matkarimov P.J., Godovannikov A.M. Materiallar qarshiligi: darslik. Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2010.- 412 бет.
7. Стружанов, В.В., Бурмашева Н.В. Теория упругости: основные положения : учеб. пособие/М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 204 с.

TIQXMMI MTU
"TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI"
MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI

ЭЪТИБОРИНГИЗ УЧУН РАХМАТ!

МИРСАИДОВ МИРЗИЁД МИРСАИДОВИЧ

☎ + 998 71 237 09 81

✉ theormir@mail.ru