

О‘ЗБЕКИСТОН RESPUBLIKASI FANLAR АКАДЕМИЯСИ
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

О‘ЗБЕКИСТОН
ЖУРНАЛИ

3
2021

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместители главного редактора: докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ,
докт. техн. наук З.М. МАЛИКОВ, докт. техн. наук, проф. Д.М. МУХАМАДИЕВ
Ответственный секретарь – PhD. Н.А. НИШОНОВ

Члены редколлегии: докт. техн. наук, проф. А. АБДУСАТТАРОВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. Р.А. АБДИКАРИМОВ, докт. техн. наук, проф. Ш.П. АЛИМУХАМЕДОВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. А.Б. АХМЕДОВ, докт. техн. наук, проф. Г.А. БАХАДИРОВ,
докт. техн. наук С.И. ИСМОИЛОВА, докт. физ.-мат. наук, проф. Н.А. КОРШУНОВА,
докт. техн. наук, проф. А.Е.ЛУГАЧЕВ, докт. техн. наук, проф. Р.К. МАМАЖОНОВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. Б.М. МАРДОНОВ, докт. техн. наук, проф., академик М. МИРСАИДОВ,
докт. техн. наук, проф. Р.М.МУРОДОВ, докт. техн. наук, проф. А.А. РИЗАЕВ,
канд. техн. наук Х.С. САГДИЕВ, канд. физ.-мат. наук Ш.М. ТОХИРОВ,
докт. техн. наук, проф. М. ТОШБОЛТАЕВ, докт. техн. наук, проф. А.Т. ТУХТАКУЗИЕВ,
докт. техн. наук, проф. А.З. ХАСАНОВ, докт. техн. наук, проф. И.К. ХУЖАЕВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. Б.Х. ХУЖАЁРОВ, PhD. А.С. ЮВМИТОВ,
докт. техн. наук, проф. Ш.С.ЮЛДАШЕВ

Адрес редакции:
100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 33.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз

Телефон: + 99871 262-78-34
Факс: +99871 262-71-52
E-mail: instmechofficial@gmail.com

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 22.11.2021
Сдано в набор 15.09.2021. Подписано в печать 15.11.2021.
Формат 60×84 ¹/₈. Гарнитура Times New Roman. Ризография.
Усл.-печ. л. 10.91. Уч.-изд. л. 7.34. Тираж 150. Заказ № 668.
Цена договорная.

Отпечатано в Минитипографии АН РУз:
100047, г. Ташкент, ул. акад. Я. Гулямова, 70.

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ЗАКОНОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ С ГРУНТОМ

Султанов К.С.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: sultanov.karim@mail.ru

Аннотация: Обоснована необходимость достоверного закона взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом при динамических, в том числе сейсмических, воздействиях. Методами теории деформирования и теории напряжений механики сплошных деформируемых сред показано, что по существу закон продольного взаимодействия подземного трубопровода с грунтом является законом сдвигового деформирования контактного слоя грунта на внешней поверхности подземного трубопровода с определенной толщиной. Установлено, что все параметры закона взаимодействия определяются с использованием прочностных характеристик грунта на сдвиг. Выявлено, что процесс взаимодействия подземного трубопровода с грунтом состоит из двух стадий: допредельной, где выполняются упругие, вязкоупругие модели сдвигового деформирования контактного слоя грунта, и предельной, где взаимодействие подчиняется закону трения Кулона. Рассмотрены упругие, вязкоупругие законы взаимодействия совместно с законом Кулона и определены их преимущества и недостатки на основе численного параметрического анализа уравнений законов. Установлено, что наиболее адекватен к известным результатам экспериментов закон взаимодействия, основанный на модели Эйринга и законе Кулона, который учитывает все факторы, наблюдаемые в экспериментах. Рекомендовано использование данного закона взаимодействия при решении прикладных задач сейсмостойкости подземных магистральных трубопроводов.

Ключевые слова: подземный трубопровод; грунт; контактный слой грунта; закон взаимодействия; сдвиговое деформирование грунта; структура; прочность; разрушение.

Введение. Сейсмостойкость подземных трубопроводов в последние годы привлекает пристальное внимание исследователей во всем мире [1–35]. Рассмотрены различные аспекты прочности, устойчивости, сейсмической безопасности подземных и подводных трубопроводов, как стратегических объектов жизнеобеспечения. Действительно, в настоящее время подземные трубопроводы все шире используются как транспортирующие линии в качестве газопроводов, нефтепроводов, нефтепродуктопроводов, водоводов, водопроводов и т.д. Безопасность этих линий жизнеобеспечения населения и промышленности, естественно, имеет огромное экономическое, экологическое и социальное значение.

Одной из важнейших проблем в обеспечении безопасности подземных и подводных трубопроводов является их сейсмостойкость. Как показывает анализ работ [1–35], при этом очень важным вопросом является закон взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом при сейсмических воздействиях, так как прочность подземного трубопровода полностью обусловлена законом его взаимодействия с окружающей грунтовой средой. Сейсмические нагрузки на подземный трубопровод передаются только через грунт. При этом важнейшую роль играют деформационные свойства грунтов.

В связи с этим необходимо определить в задачах сейсмостойкости подземных трубопроводов роль грунтовой среды, окружающей трубопровод.

Целью статьи является раскрытие механизмов процесса и физической сути законов взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом.

Физическая суть законов взаимодействия и их анализ. При взаимодействии подземных трубопроводов с грунтом не раскрыт механизм этого процесса, что является актуальной проблемой в настоящее время. Не выявлено, что происходит с окружающим трубопроводом грунтом. Не выяснено, какой процесс описывается законами взаимодействия и каков механизм деформирования грунта вокруг трубопровода. Чтобы решить эти задачи, более детально разберем процесс взаимодействия подземного трубопровода с грунтом.

Поставленная задача решается методами теории деформаций и напряжений механики сплошных сред.

Рассмотрим схематически процесс взаимодействия подземного трубопровода с грунтом (рис. 1). Подземный трубопровод 1 на глубине H горизонтально расположен в грунтовой среде 2 (рис. 1, а). Поверхностью контакта с грунтом трубопровода с внешним диаметром D является его внешняя поверхность S . При сейсмических воздействиях допустим, что грунтовой массив 2, в самом простом случае, начинает совершать колебания в направлении оси z трубопровода. При этом в силу деформационных и инерционных свойств грунта и трубопровода, а также конструктивных особенностей трубопроводной системы абсолютные смещения трубопровода u_c и грунта u_g могут отличаться. Анализ результатов последствий землетрясений на подземных трубопроводах [1–3, 36] показал, что смещение трубопровода относительно грунта $u = u_g - u_c$ может быть значительным, а также иногда происходит отрыв трубопровода от грунта в продольном направлении z .

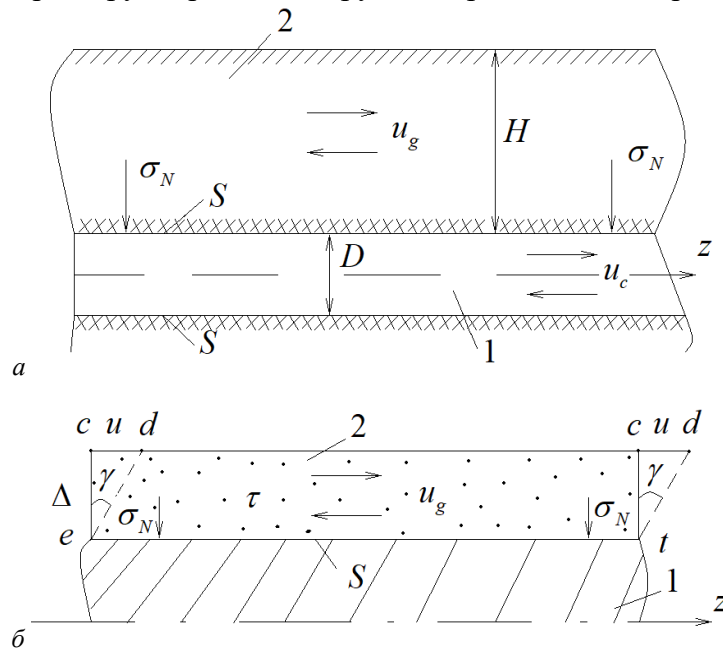


Рис. 1. Схематическое изображение расположения подземного трубопровода в грунтовой среде:
1 – трубопровод; 2 – грунт

Механизм взаимодействия трубопровода с грунтом схематически изображен на рис. 1, б. Как отмечено в [1], в силу адгезионных процессов на поверхности непосредственного контакта S трубы с грунтом частицы грунта сильно прилипают к внешней поверхности трубы. Впрочем, это зависит от материала и времени давности строительства трубопровода. Для металлических труб вследствие их коррозии это прилипание может быть сильным, а для полимерных (пластмассовых) труб более слабым. Это также зависит от температуры транспортируемых по трубопроводу жидких и газообразных веществ, и от других факторов. В любом случае связь между частицами внешней поверхности трубы с грунтом с истечением времени является более прочной, чем связь между частицами самого грунта. В сущности, закон взаимодействия трубы с грунтом определяется именно этим обстоятельством. Здесь имеется два случая: первый – связь между частицами самого грунта слабее, чем между частицами грунта и трубы; второй – наоборот.

В большинстве случаев имеет место первый случай, т.е. считаем частицы грунта прилипшими к внешней поверхности трубы. Так как в рассматриваемом случае труба совершает вместе с грунтом только продольные колебания и осевая жесткость трубы во много раз превышает жесткость грунта, для простоты примем трубу недеформируемой. Тогда относительное смещение u определяется полностью сдвиговой деформацией грунта

ε_g . Результаты экспериментов взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом, приведенные в [37–43], показывают, что в процессе взаимодействия участвует ограниченный слой грунта вокруг трубопровода, который называем контактным слоем грунта. Грунтовая среда за контактным слоем при статических экспериментах [37–43] оставалась не деформируемой. В динамических опытах [38, 43] проверить это не удалось. Однако результаты обследований последствий землетрясений [36] позволяют допускать, что и при динамических взаимодействиях также имеется контактный слой.

В этом случае происходит сдвиг грунта относительно внешней поверхности трубы S в том или в другом направлении оси z . Сдвиговая деформация грунта вблизи внешней поверхности трубы равна

$$\varepsilon_g = tg\gamma \approx \gamma = \frac{u}{\Delta}, \quad (1)$$

где γ – угол сдвига; Δ – толщина слоя грунта на внешней поверхности трубы, вовлеченной в процесс взаимодействия. Очевидно, что в процесс взаимодействия будет вовлечен определенный слой грунта с толщиной Δ , а не вся грунтовая среда вокруг трубопровода.

При сейсмических воздействиях, когда трубопровод совершает колебания вместе с грунтовым массивом, как отмечалось, относительное смещение $u = u_g - u_c$.

Касательное напряжение на этом слое грунта, если допустим, что грунт деформируется упруго, определяется из закона Гука

$$\tau = G\gamma, \quad (2)$$

где G – модуль сдвига грунта.

Из (2) с учетом (1) получим

$$\tau = G \frac{u}{\Delta} = \frac{G}{\Delta} u = K_x u, \quad (3)$$

где

$$K_x = G/\Delta. \quad (4)$$

В [36–42] коэффициент K_x называется коэффициентом продольного взаимодействия подземного трубопровода с грунтом, имеющим размерность Па/м. Согласно размерности K_x является коэффициентом сдвиговой жесткости контактного слоя грунта. А согласно (4), этот коэффициент есть модуль сдвига грунта, отнесенный к толщине контактного слоя и, следовательно, коэффициент взаимодействия является характеристикой грунта, а не трубопровода. Поэтому значения силы взаимодействия в целом зависят от свойства грунта.

Из результатов экспериментов в [36–43] определены непосредственно значения K_x , так как в опытах по взаимодействию подземного трубопровода с грунтом не представляется возможным определение толщины контактного слоя Δ . Существование такого контактного слоя наблюдалось в обследованиях последствий землетрясений [36, 37], а также в опытах [43]. При сильных землетрясениях есть случаи отрыва трубы от грунта и наблюдается полностью разрушенный контактный слой, а за ним грунт остается фактически неразрушенным [36]. Теоретически существование контактного слоя косвенно доказано в [43, 44].

Однако толщина контактного слоя Δ существенно зависит от физико-механических свойств грунта и геометрических характеристик внешней поверхности трубопровода. Такие свойства грунта, как влажность, пористость, сцепление и т.д., а также шероховатость внешней поверхности трубы и ее температура в зависимости от протекающей в ней жидкости или газа, уровня ее коррозии, сильно влияют на значения Δ – толщины контактного слоя грунта.

При землетрясениях огромный массив грунта, в котором горизонтально расположен трубопровод l (см. рис. 1, а), в рассматриваемом случае совершает горизонтальное

колебание. Если труба в грунтовом массиве лежит свободно, смещение трубопровода относительно грунта может возникнуть только благодаря инерционным свойствам трубы. Как показано в [45], при равенстве приведенного удельного веса трубопровода (вместе с протекающим в нем газом или жидкостью) и грунта, трубопровод не совершает движения относительно грунта. Следовательно, при таких случаях не образуется контактный слой грунта. Очевидно, что толщина контактного слоя незначительна в жидких средах и водонасыщенных грунтах. Далее в зависимости от прочностных, вязких и упругих, пластических свойств грунта толщина контактного слоя будет разной. Она может зависеть еще и от скорости взаимодействия.

Согласно результатам обследований последствий землетрясений [36] и экспериментов [37, 38, 42, 43], толщина контактного слоя имеет предельное значение в зависимости, в основном, от физико-механических и прочностных свойств грунтов и геометрических, трибологических характеристик внешней поверхности трубы, контактирующей с грунтом. С учетом всех этих факторов толщина контактного слоя грунта должна определяться экспериментально. Эта проблема ждет своего решения в будущем. В [44] показана возможность определения толщины контактного слоя теоретическими расчетами. Без знания толщины контактного слоя по формуле (4) значения K_x нельзя определить. Поэтому в экспериментах определение непосредственно значения K_x – это необходимость, продиктованная протеканием процесса взаимодействия трубопровода с грунтовой средой. Согласно соотношениям (2–4), правомерно утверждение, что закон взаимодействия (3) фактически закон деформирования контактного слоя грунта с учетом вышеперечисленных характеристик трубопровода. Как видно, закон взаимодействия подземного трубопровода с грунтом является особенным и сложным законом, зависящим от многих факторов. До настоящего времени этот закон экспериментально не исследован с учетом всех факторов, влияющих на его изменение.

Кроме того известно, что в грунтах сдвиговые напряжения не могут развиваться неограниченно. После достижения некоторого значения $\gamma = \gamma_*$ упругие или вязкоупругие связи между частицами грунта разрываются и наступает другой процесс – скольжение частиц грунта относительно друг друга. Это известно со времен Кулона и здесь работает закон

$$\tau_r = c + f\sigma_N, \quad (5)$$

где c – сила сцепления; f – коэффициент внутреннего трения грунта; σ_N – нормальное к поверхности скольжения напряжение.

Тогда, согласно результатам опытов [43], процесс взаимодействия трубы с грунтом схематически примет вид, как на рис. 2. Здесь кривая 1 соответствует процессу взаимодействия, когда контактный слой грунта не разрушен, т.е. это первый цикл взаимодействия долго пролежавшего трубопровода в грунте. Если этот цикл пройден полностью, тогда контактный слой разрушается и следующий цикл взаимодействия пойдет по кривой 2 (см. рис. 2). В первом случае проявляется пиковое значение касательного напряжения $\tau = \tau_p$ при значении относительного смещения $u = u_p$. Можно предположить, что до значения относительного смещения $u = (0.5-0.7)u_p$ взаимодействие происходит упруго, т.е. упругая связь между частицами в контактном слое грунта сохраняется. Исходя из этого, т.е. процесса деформирования контактного слоя в начале этой стадии взаимодействия, закон взаимодействия называем упругим. На участке AC кривой 1 (см. рис. 2) происходит интенсивное разрушение контактного слоя грунта и при $u = u_*$ этот слой полностью разрушится. На участке CE дальнейший рост относительного смещения не влияет на значение τ и здесь выполняется закон Кулона (5). Известно, что при сдвиговых деформированиях грунта диаграмма $\tau(\gamma)$ для всех маловлажных грунтов также имеет вид кривой 1 или 2 (см. рис. 2).

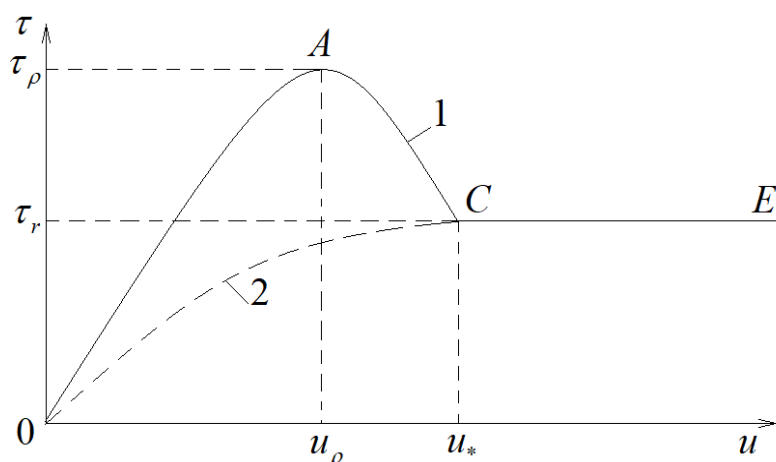


Рис. 2. Полный процесс взаимодействия подземного трубопровода с грунтом:
 1 – не разрушенный контактный слой; 2 – разрушенный контактный слой

Повторный цикл взаимодействия трубопровода с грунтом, когда контактный слой полностью разрушен, пойдет по кривой 2 (см. рис. 2). На участке $0 \leq u \leq u_*$ зависимость $\tau(u)$ – нелинейная во всех случаях [37, 38, 43].

Нелинейность кривых взаимодействия трубопровода с грунтом в [43,46] учитывается введением параметра структурного разрушения контактного слоя грунта I_S :

$$I_S = u/u_*, \quad 0 \leq u \leq u_*. \quad (6)$$

Очевидно, что $0 \leq I_S \leq 1$.

Так как на участке CE процесса взаимодействия значение τ зависит от σ_N , что установлено еще Кулоном (5), также на участке OAC (для кривой 1) и OC (для кривой 2) значение τ должно зависеть от значения нормального давления (напряжения) к внешней поверхности трубопровода σ_N .

Отсюда следует, что в законе (3) значение K_x зависит от двух параметров – σ_N и I_S .

На основе результатов многочисленных экспериментов в [43, 46] для значения K_x установлена зависимость

$$K_x(\sigma_N, I_S) = K_x^*(\sigma_N) \exp[\alpha_u(1 - I_S)], \quad (7)$$

где K_x^* – коэффициент взаимодействия трубопровода с разрушенным контактным слоем грунта; α_u – безразмерный коэффициент, определяющий структурную прочность контактного слоя грунта.

Уравнение (7) устанавливает зависимость коэффициента взаимодействия от нормального напряжения σ_N и параметра структурного разрушения грунта I_S . Здесь необходимо заметить, что σ_N – нормальное к внешней поверхности напряжение, состоящее из двух компонентов: σ_N^S – статического и σ_N^D – динамического нормального напряжения, причем σ_N^S определяется глубиной заложения трубопровода, т.е. собственным весом вышележащего грунта и трубопровода, а σ_N^D возникает при распространении волны в грунте, как волновое давление и определяется из решения волновой задачи в грунте.

Здесь существенно важно отметить, что во всех задачах, рассмотренных в [37–42], σ_N^D не учитывается. Как показано в [46–49], не учет σ_N^D в задачах сейсмостойкости подземных трубопроводов приведет к существенным ошибкам (200–300 % и более). Поэтому задачи сейсмостойкости подземных трубопроводов, решенные без учета σ_N^D , являются неточными.

Установлена также на основе результатов экспериментов [43, 46] линейная зависимость

$$\begin{aligned} K_x^*(\sigma_N) &= K_N \sigma_N, \\ \sigma_N &= \sigma_N^S + \sigma_N^D, \end{aligned} \quad (8)$$

где K_N – коэффициент, имеющий размерность 1/м.

Окончательно для значения коэффициента взаимодействия получим

$$K_x(\sigma_N, I_S) = K_N \sigma_N \exp(\alpha_u (1 - I_S)). \quad (9)$$

При $I_S=0$ из (9) получим

$$K_x = K_N \sigma_N e^{\alpha_u}, \quad (10)$$

а при $I_S=1$, аналогично (8), получим

$$K_x = K_N \sigma_N. \quad (11)$$

В этом случае соответственно из (3) получим

$$\tau = K_N \sigma_N u. \quad (12)$$

При $u = u_*$, когда контактный слой грунта полностью разрушен, из (3) и (5) получим

$$\tau = \tau_r = K_N \sigma_N u_* = c + f \sigma_N, \quad (13)$$

отсюда

$$K_N = \frac{f}{u_*} + \frac{c}{\sigma_N u_*}. \quad (14)$$

Согласно (14), коэффициент K_N , следовательно, коэффициент продольного взаимодействия подземного трубопровода с грунтом K_x , согласно (9), полностью зависит от прочностных характеристик грунтов c, f, u_*, α_u .

В случаях, когда коэффициент сцепления грунта c незначителен, для определения K_N получим формулу

$$K_N = \frac{f}{u_*}. \quad (15)$$

Согласно (15), при известных значениях f и u_* значения K_N , следовательно, K_x , можно определить, используя прочностные характеристики грунта, окружающего трубопровод. Это более надежный путь для определения значения коэффициента взаимодействия, когда отсутствуют экспериментальные значения K_x . Уравнения (15) также раскрывают физический смысл коэффициента K_N , который является аналогом коэффициента трения на первой и до предельной стадии взаимодействия подземного трубопровода с грунтом.

Как показывают результаты опытов по взаимодействию подземных трубопроводов и твердых тел с грунтом [43], для определенного вида грунта эти параметры являются величиной постоянной. Постоянство величины предельной сдвиговой деформации γ_* , при которой разрушаются горные породы, следовательно и u_* , отмечено также в [50]. Конкретные значения этих параметров для различных видов грунтов приведены в [43,46]. При этом необходимо отметить, что значение коэффициента взаимодействия K_x для каждой точки контакта трубы с грунтом является величиной переменной в зависимости от значения σ_N .

Таким образом, в целом процесс взаимодействия подземного трубопровода с грунтом состоит из двух стадий:

- допредельной – первой стадии, где силы взаимодействия развиваются в зависимости от значения относительного смещения u ;
- предельной – второй стадии, где сила взаимодействия определяется из закона трения Кулона для грунтов.

В первой, допредельной, стадии взаимодействия контактный слой может деформироваться упруго или при учете скорости взаимодействия вязкоупруго. Исходя из этого закон взаимодействия называется упругим или вязкоупругим. Применяются также термины «закон упругопластического» или «упруговязкопластического взаимодействия», когда в зависимостях $\tau(u)$ появляется разгрузочная ветвь. Однако, следуя [51], закон на этой ветви правильнее будет называть законом при обратном движении трубопровода относительно грунта, так как разгрузочная ветвь непосредственно связана с обратным движением трубопровода.

Определение пределов применимости законов взаимодействия и их обсуждение.

Упругий закон взаимодействия подземного трубопровода с грунтом при нагружении.

В случае учета только упругих свойств контактного слоя грунта в первой стадии взаимодействия полный процесс взаимодействия при нагружении описывается следующими уравнениями:

при $du/dt \geq 0$

$$\begin{aligned} \tau &= K_x(\sigma_N, I_S)u, \quad 0 \leq u \leq u_*, \\ \tau &= f\sigma_N + c, \quad u > u_*. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения (16) справедливы только при росте значения относительного смещения $abs(u) > 0$ при $0 \leq u \leq u_{\max}$. При этом, согласно результатам обследований последствий сильных землетрясений и экспериментов [36–38, 40–43], не имеет значения, движется ли труба относительно грунта или грунт движется относительно трубы. Поэтому далее под значением относительного смещения u понимается его абсолютное значение $u = abs(u)$.

Рассмотрим изменения силы взаимодействия τ при изменении относительного смещения u по соотношениям (16). Считаем, что трубопровод смещается относительно невозмущенного грунта с постоянной скоростью v_0 . Относительное смещение определяется по формуле $u = v_0 t$. Значения $v_0 = 0.0003; 0.01; 0.1; 1; 10; 100$ м/с. Начальные значения скорости трубопровода здесь соответствуют данным опытов [43].

На рис.3 приведена зависимость $\tau(u)$, полученная на ЭВМ в результате расчетов по формулам (16) с использованием соотношений (6) – (15). Кривые 0–4 относятся к значениям $\alpha_u = 0; 0.5; 1.0; 1.2$ и 1.5 , соответственно. Здесь $K_N = 100 \text{ м}^{-1}$; $u_* = 0.005 \text{ м}$; $f = 0.005$ м; $\sigma_N = 0.15 \text{ МПа}$.

Как видно из рис.3, общий ход процесса взаимодействия, согласно уравнениям (16), состоит из двух стадий. В первой стадии взаимодействия ($0 \leq u \leq u_*$) касательное напряжение зависит от значения относительного смещения, а во второй стадии ($u > u_*$) не зависит. В первой стадии проявляется пиковое значение касательного напряжения (рис. 3, кривые 2–4) в случае ненарушенной структуры контактного слоя грунта ($\alpha_u \geq 1$), а в случае грунта нарушенной структуры ($\alpha_u < 1$) пиковое значение не проявляется (рис. 3, кривые 0;1), согласно (9).

Значения пикового касательного напряжения τ_p зависят от α_u . С увеличением α_u значение τ_p увеличивается. При $\alpha_u = 0$, соответствующему случаю, когда структурные из-

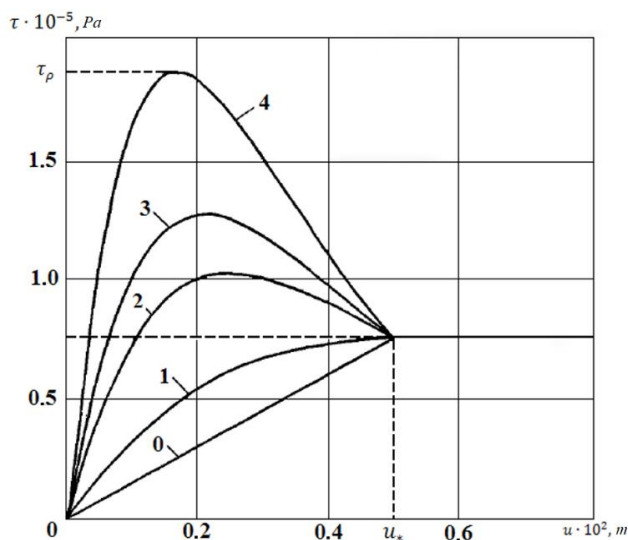


Рис. 3. Зависимости касательных напряжений от относительных смещений при упругом взаимодействии трубопровода с грунтом

менения грунта не учитываются, зависимость $\tau(u)$ в первой стадии взаимодействия является линейной (рис. 3, кривая 0).

Из модели взаимодействия (16) следует, что даже в случае нарушенной структуры грунтов ($\alpha_{ii}=0.5$, рис. 3, кривая 1) в процессе взаимодействия происходит изменение структуры грунтов. Следовательно, зависимость $\tau(u)$ в первой стадии взаимодействия становится нелинейной. Это происходит в результате переукладки частиц грунта на контактном слое при их сдвиге относительно друг друга. Следовательно, меняется значение коэффициента взаимодействия K_x . Согласно закону взаимодействия (16), нелинейность зависимости $\tau(u)$ является следствием изменения структуры контактного слоя грунта, т.е. изменения значения коэффициента K_x при взаимодействии трубопровода с грунтом. Этот фактор впервые учитывается в законе взаимодействия через соотношения (6) – (15) и соответствует физической сущности процесса взаимодействия.

Однако в упругом законе взаимодействия изменение скорости взаимодействия v_0 совершенно не влияет на ход кривых (см. рис.3). Это является недостатком закона упругого взаимодействия (16). Согласно результатам опытов [37, 38, 43], влияние скорости взаимодействия на значение силы взаимодействия τ существенно.

Вязкоупругий закон взаимодействия Кельвина–Фойгта при нагружении.

Согласно соотношениям (1) – (4), речь идет о законе деформирования контактного слоя грунта толщиной Δ . В [37, 38] вместо Δ принята глубина заложения подземного трубопровода H . Ранее была показана ошибочность такого подхода. В процессе взаимодействия активно участвует слой грунта на контакте трубопровода с грунтом толщиной Δ . Здесь также в случае вязкоупругого грунта соотношения, аналогичные (1)–(4), остаются в силе.

Наиболее простым законом, учитывающим вязкоупругие свойства грунта, является модель Кельвина–Фойгта. Для учета влияния скорости взаимодействия рассмотрим модель Кельвина–Фойгта. В этом случае первое уравнение (16) заменяется законом Кельвина–Фойгта и тогда закон взаимодействия принимает следующий вид:

$$\tau = K_x(\sigma_N, I_S)u + \eta_S(\sigma_N, I_S)du/dt, \quad du/dt \geq 0, \quad 0 \leq u \leq u_*. \quad (17)$$

В (17) $\eta_S(\sigma_N, I_S)$ – коэффициент сдвиговой вязкости, отнесенный к толщине контактного слоя Δ , которая также зависит от изменения структуры грунта. Считается, что изменение структуры грунта от ненарушенного состояния к нарушенному приводит к уменьшению значения η_S . Кроме того, также η_S зависит от значения нормального давления: с увеличением нормального давления значение η_S растет. Исходя из этого, для функции $\eta_S(\sigma_N, I_S)$ предложено следующее соотношение:

$$\eta_S(\sigma_N, I_S) = \eta_S^*(\sigma_N) \exp[\varphi(1 - I_S)], \quad (18)$$

где η_S^* – коэффициент сдвиговой вязкости грунта нарушенной структуры. Зависимости η_S^* от нормального давления определяются экспериментально.

Приближенное значение η_S^* в зависимости от σ_N можно определить по формуле [46]

$$\eta_S^* = f \sigma_N / C_S, \quad (19)$$

где C_S – скорость распространения поперечных (сдвиговых) волн в грунте.

Из второго соотношения (16) при $c=0$ и с учетом (17), (19) при $u = u_*$ с учетом (15) получим

$$u_* = \frac{f}{K_N} \left(1 - C_S^{-1} \frac{du}{dt} \right). \quad (20)$$

Из выражения (20) следует, что в законе вязкоупругого взаимодействия (17) значение u_* является переменной величиной и при $du/dt = C_s$ значение $u_* = 0$. В экспериментах [43] значение u_* не менялось – это служит недостатком модели взаимодействия (17).

Из уравнения (17) при $\eta_s=0$ получим закон упругого взаимодействия (16).

Основными параметрами вязкоупругого закона взаимодействия совместно с законом Кулона являются $\alpha_u, \varphi, K_N, f, \eta_s^*$.

Значения этих параметров, определенные из результатов опытов для различных грунтов, приведены в [43]. При этом $\alpha_u=1$ и $\varphi=0$ соответствуют грунтам нарушенной структуры, а $\alpha_u>1$ и $\varphi>0$ – грунтам ненарушенной структуры.

Результаты вычислений касательного напряжения (силы взаимодействия) по вязкоупругому закону взаимодействия приведены на рис.4. Здесь кривые 1–6 получены при скорости взаимодействия $v_0 = 0.0003; 0.01; 0.1; 1; 10; 100$ м/с, а $u = v_0 t$, $v_0 = v_m \sin(\pi t/\theta)$.

Значения остальных параметров следующие: $K_N=100$ м⁻¹; $f=0.5$; $\sigma_N=1.5 \cdot 10^5$ Па; $\alpha_u=2.0$ и $\varphi=1.5$ (сплошные кривые); $\alpha_u=1.0$ и $\varphi=0$ (пунктирные кривые).

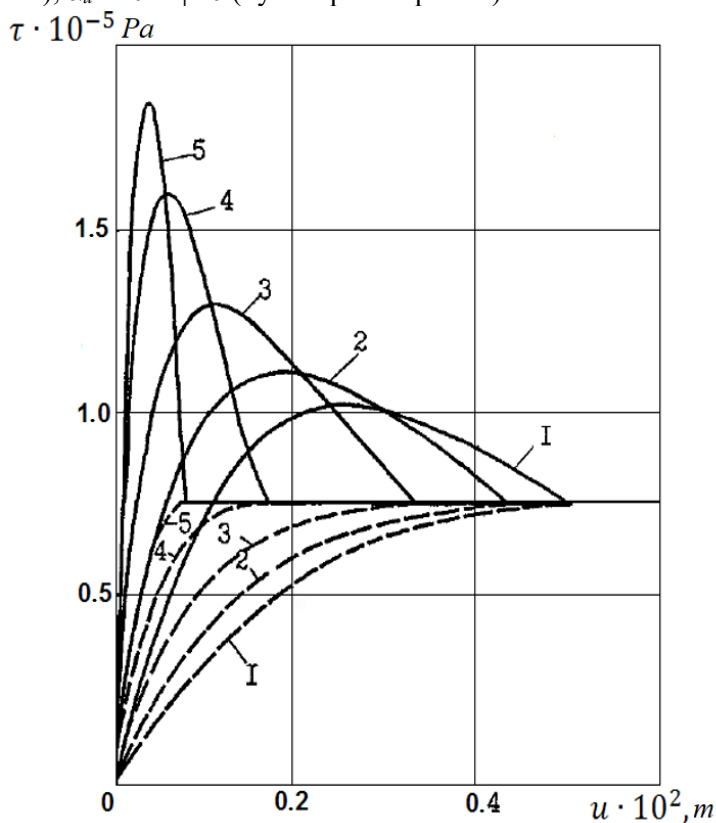


Рис. 4. Зависимости касательных напряжений от относительных смещений по закону взаимодействия Кельвина–Фойгта

На рис.4 при нарастании скорости взаимодействия значение u_* уменьшается. При $v_m = C_s$ (кривая 5) значение u_* минимальное из-за непрерывного роста значения скорости v_0 .

Таким образом, вязкоупругая модель взаимодействия Кельвина–Фойгта учитывает влияние скорости взаимодействия на зависимость $\tau(u)$. С повышением скорости взаимодействия пиковое значение касательного напряжения увеличивается. При скоростях взаимодействия $v_m = 3 \cdot 10^{-4}$ м/с (квазистатический режим) и $v_m = 3 \cdot 10^{-2}$ м/с (динамический режим), при которых проводились опыты [43], значения τ_p отличаются на 10–12%. Уменьшения u_* с ростом скорости взаимодействия в опытах не наблюдается.

Вязкоупругий закон взаимодействия Эйринга при нагружении.

Для описания процесса взаимодействия в первой стадии рассмотрим в качестве базовой модель Эйринга, которая также известна под названием «стандартно-линейное тело».

Модель стандартно-линейного тела является более совершенной, чем модель Кельвина–Фойгта, так как она учитывает и релаксацию, и ползучесть в процессе деформирования грунта. Модель Кельвина–Фойгта не учитывает релаксацию грунта.

Рассмотрим закон взаимодействия, основанный на модели стандартно-линейного тела при нагружении контактного слоя грунта.

В этом случае математическая модель сдвигового взаимодействия при нагружении имеет следующий вид:

при $du/dt \geq 0$, $0 \leq u \leq u_*$

$$\frac{d\tau}{K_x^D(\sigma_N, I_S)dt} + \mu_S(\sigma_N, I_S, \dot{u}) \frac{\tau}{K_x^S(\sigma_N, I_S)} = \frac{du}{dt} + \mu_S(\sigma_N, I_S, \dot{u})u, \quad (21)$$

где $K_x^D(\sigma_N, I_S)$ – функция динамического (при $\dot{u} \rightarrow \infty$), а $K_x^S(\sigma_N, I_S)$ – функция квазистатического взаимодействия (при $\dot{u} \rightarrow 0$); μ_S – переменный параметр сдвиговой вязкости грунта, связанный с переменным коэффициентом сдвиговой вязкости грунта $\eta_S = \eta(\sigma_N, I_S, \dot{u})$ соотношением

$$\mu_S = K_x^D K_x^S / (K_x^D - K_x^S) \eta_S. \quad (22)$$

Функции взаимодействия $K_x^D(\sigma_N, I_S)$ и $K_x^S(\sigma_N, I_S)$ аналогичны (9) и имеют следующий вид:

$$K_x^D(\sigma_N, I_S) = K_x^{D*}(\sigma_N) \exp[\beta_u(1 - I_S)], \quad (23)$$

$$K_x^S(\sigma_N, I_S) = K_x^{S*}(\sigma_N) \exp[\alpha_u(1 - I_S)], \quad (24)$$

где K_x^{D*} и K_x^{S*} – текущие коэффициенты динамического и квазистатического взаимодействия при $u = u_*$; K_x^{DN} и K_x^{SN} – начальные значения коэффициентов динамического и квазистатического взаимодействия; β_u и α_u – безразмерные коэффициенты, характеризующие степень изменения K_x^D и K_x^S соответственно.

Для ненарушенного контактного слоя грунта при I_S из (23) и (24) получим

$$K_x^{DN} = K_x^{D*}(\sigma_N) \exp(\beta_u), \quad K_x^{SN} = K_x^{S*}(\sigma_N) \exp(\alpha_u). \quad (25)$$

Из (25) найдем

$$\alpha_u = \beta_u + \ln(\gamma_*/\gamma_N), \quad (26)$$

где $\gamma_* = K_x^{D*}/K_x^{S*}$; $\gamma_N = K_x^{DN}/K_x^{SN}$.

Из результатов опытов [43] известно, что $\gamma_* \geq \gamma_N$. Тогда из (26) получим $\alpha_u \geq \beta_u$. Из результатов опытов [43] также следует

$$K_x^{S*}(\sigma_N) = K_x^S \sigma_N, \quad K_x^{D*}(\sigma_N) = K_x^D \sigma_N, \quad (27)$$

где K_x^D и K_x^S – динамический и квазистатический коэффициенты, которые являются аналогами коэффициента внутреннего трения между частицами грунта.

Степень разрушенности грунта в зависимости от скорости взаимодействия определяется из соотношения

$$\gamma_* = \gamma_N + (\gamma_*^m - \gamma_N) (\dot{u}/C_S)^\kappa, \quad (28)$$

где γ_*^m – предельное значение γ_* , получаемое при $\dot{u} = C_S$; C_S – скорость распространения сдвиговых волн в грунте; κ – коэффициент влияния скорости взаимодействия на разрушение контактного слоя грунта.

Значение μ_s при изменении структуры грунта определяется из уравнения

$$\mu_S(\sigma_N, I_S, \dot{u}) = \mu_S^* \exp[\varphi(1 - I_S)], \quad (29)$$

где φ – коэффициент, характеризующий диапазон изменения параметра сдвиговой вязкости грунта; μ_S^* – параметр вязкости структурно разрушенного грунта.

Так же, как и в предыдущих случаях, задавая скорость взаимодействия и используя закон (21) и уравнения (22) – (29), вычисляем значения касательного напряжения τ . Значение относительного смещения здесь также определяется по формуле $u = v_0 t$ после достижения предельного значения относительным смещением. Значение касательного напряжения определяется из закона Кулона.

Значения параметров модели для вычислений на ЭВМ приняты следующими [43]: $\gamma_N = 1.1$; $f_u = 0.5$; $K_N^S = 100$ м; $\sigma_N = 1.5 \cdot 10^5$ Па; $\varphi = 0$; $\beta_u = 3$; $\kappa = 0.1$; $\gamma_*^m = 10$; $v = 200$; $C_S = 100$ м/с.

На рис.5 приведены зависимости, вычисленные на ЭВМ. Кривые 1–7 относятся к значениям v_0 , равным соответственно 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} , 1, 10 и 100 м/с. Из рис.5 видно, что повышение скорости взаимодействия приводит к увеличению пикового значения касательного напряжения. При этом значение u_* не меняется, а интенсивность разрушения контактного слоя грунта увеличивается.

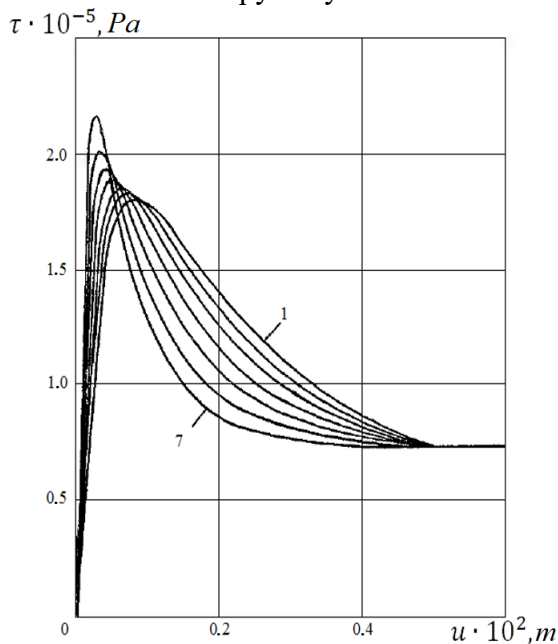


Рис. 5. Зависимости касательных напряжений от относительных смещений по закону взаимодействия Эйринга для ненарушенной структуры грунта

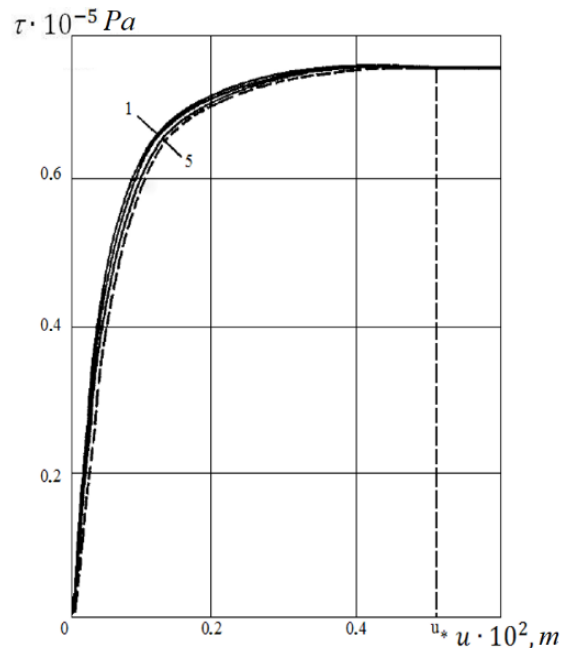


Рис. 6. Зависимости касательных напряжений от относительных смещений по закону Эйринга для нарушенной структуры контактного слоя грунта

Зависимости $\tau(u)$ для грунтов нарушенной структуры на контактном слое приведены на рис.6. Здесь кривые 1–5 получены при $\gamma_N = 3.0$; $\gamma_*^m = 4.0$; $K_N^S = 1.0$; $\sigma_N = 1.5 \cdot 10^5$ Па; $\varphi = 0$; $\beta_u = 2.0$; $\kappa = 0.1$; $C_S = 100$ м/с (сплошные кривые), $\varphi = 2.0$ (пунктирные кривые). Скорости взаимодействия v_0 для кривых 1–5 равны, соответственно, 10^{-4} , 10^{-2} , 1, 10

и 100 м/с. Как видно из рис.6, на зависимость $\tau(u)$ при нарушенных структурах грунтов, согласно модели взаимодействия (21), не влияет изменение скорости взаимодействия.

В модели взаимодействия Эйринга (21) это происходит при малой разнице γ_N и γ_* . Действительно, для грунтов нарушенной структуры значение γ_N увеличивается, а значение γ_*^m не должно сильно отличаться от значения γ_N , так как структура грунта уже разрушена.

Из рис.5 и рис.6, полученных на основе результатов расчетов, видно, что закон взаимодействия (21), базирующийся на модели стандартно-линейного тела, наиболее близко соответствует результатам экспериментов [43]. В этом случае значение u_* постоянно при разных скоростях взаимодействия. Пиковое значение касательного напряжения проявляется в случае ненарушенной структуры контактного слоя грунта, а в случае нарушенной структуры пик отсутствует. После полного разрушения контактного слоя грунта процесс взаимодействия переходит в стадию проскальзывания, где выполняется закон Кулона. Эти характерные качественные результаты также наблюдались на экспериментах по взаимодействию подземного трубопровода с грунтом.

Рассмотренные результаты на рис.3 – 5 соответствуют случаю нагружения, когда значения относительного смещения растут. Когда трубопровод совершает возвратное движение, контактный слой разгружается и начинается другой процесс взаимодействия.

Закон разгрузки в процессе взаимодействия.

В случае уменьшения значения относительного смещения после достижения u_{\max} начинается возвратное движение, например, трубы относительно грунта. В работах [37,38] процесс возвратного относительного движения отождествляется с пластическими свойствами грунта. Такая аналогия допустима только для контактного слоя грунта. При возвратном движении в процессе взаимодействия подземного трубопровода с грунтом разгружается контактный слой грунта и проявляются только его пластические свойства. В экспериментах [37, 38, 40–43] возвратное движение трубопровода или разгрузка контактного слоя происходит относительно невозмущенного грунта. За контактным слоем грунт оставался недеформируемым. Упругие, вязкие, пластические свойства проявляются только для контактного слоя, а не в целом для окружающего трубопровод грунта.

В [37, 38] при решении задач сейсмостойкости подземных трубопроводов задается абсолютное смещение массива грунта u_g вокруг трубопровода. В этом случае также может идти речь об учете пластических свойств контактного слоя грунта. Следуя [43], считаем, что при разгрузке вязкие свойства контактного слоя грунта не проявляются.

Разгрузка контактного слоя грунта или возвратное движение массива грунта либо трубопровода может начаться в любой точке диаграммы $\tau(u)$.

Исходя из этого, разгрузка контактного слоя грунта описывается следующими соотношениями:

при $du/dt < 0, 0 \leq u < u_*$

$$\tau = K_x^R(\sigma_N, I_S)u; \quad (30)$$

при $du/dt \geq 0, u > u_*$

$$\tau = f_u \sigma_N; \quad (31)$$

при $du/dt < 0, u \geq u_*$

$$\tau = 0; \quad (32)$$

$$K_x^R(\sigma_N, I_S) = K_x^{D*}(\sigma_N)/(1 - I_S), \quad (33)$$

где K_x^R – нелинейная функция разгрузки с переменным наклоном к оси u .

Рассмотрим зависимость $\tau(u)$, полученную расчетным путем на основе модели взаимодействия Эйринга (21), Кулона (5) и разгрузки (30) с учетом возвратного движения или разгрузки. Для этого скорость взаимодействия задается в виде $v = \varphi(t) = v_m \sin(\pi t / \theta)$, где v_m – амплитуда скорости взаимодействия; θ – полупериод изменения v , $u = vt$. В этом случае происходят возвратные движения трубопровода относительно грунта и в зависимостях $\tau(u)$ появляется ветвь разгрузки.

На рис.7 приведены графики зависимости $\tau(u)$, полученные при $\gamma_N = 1.1$; $\gamma_*^m = 4$; $\beta_u = 2.5$; $v_m = 10^{-4}$ м/с. Остальные параметры такие же, как на рис.5. На рис.7 пунктирная кривая получена при $\theta = 100$ с, а сплошная – при $\theta = 50$ с. При $\theta = 50$ с скорость взаимодействия меняет знак и в процессе взаимодействия через некоторое время происходит обратное движение. При этом значение τ падает до нуля, и далее его изменение происходит по кривой ВСD (см. рис.7). На втором цикле взаимодействия ВСD τ не достигает прежнего (пунктирная кривая) пикового значения, так как структура грунта на цикле ОАВ уже изменилась. Следует отметить, что в случае прекращения обратного движения на участке АВ повторное взаимодействие развивается по линии ВА до точки А и далее по пунктирной линии (см. рис.7). Наклон линии АВ по ходу процесса взаимодействия, согласно уравнению (33), меняется (см. рис.7).

После разгрузки при повторном нагружении контактного слоя по кривой ВСD пиковое значение касательного напряжения не достигает своего прежнего (пунктирная линия) значения. Чем больше значение относительного смещения u , при котором начинается возвратное движение, тем меньше значение τ_p . На рис.7 скорость взаимодействия меняет свой знак всего один раз.

В случае многократного изменения знака скорости взаимодействия происходит многократное циклическое движение трубопровода относительно грунта (рис.8).

Изменения зависимости $\tau(u)$ при значениях $v_m = 1, 10^{-1}, 10^{-4}$ м/с и $\theta = 25 \cdot 10^{-4}, 25 \cdot 10^{-3}, 25$ с (кривые 1–3, соответственно) приведены на рис.8.

При этих скоростях взаимодействия контактный слой грунта в первом цикле полностью разрушается, и в последующих циклах пиковое значение касательного напряжения не проявляется (см. рис. 8, кривые 1,2), а при низких скоростях разрушение продолжается проявлением пикового значения касательного напряжения и в последующих циклах взаимодействия (см. рис. 8, кривая 3). Здесь, при возвратном движении, значение касательного напряжения мгновенно падает до нуля.

Как видно из рис.8, разгрузка в предельной – второй стадии взаимодействия происходит по вертикальной к оси относительных смещений линии, что указывает на исчерпание структурной прочности контактного слоя грунта.

Далее результаты расчетов показывают, что при циклических колебаниях твердого тела относительно грунта с небольшой амплитудой, существенно меньшей, чем u_* , преодолевается структурная прочность контактного слоя грунта, т.е. разрушается структурная связь твердого тела с грунтом.

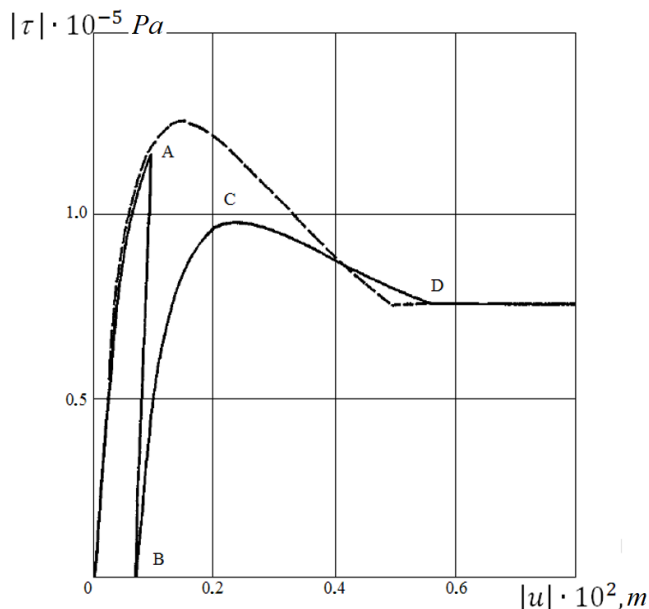


Рис. 7. Зависимости касательных напряжений от относительных смещений с учётом возвратного движения

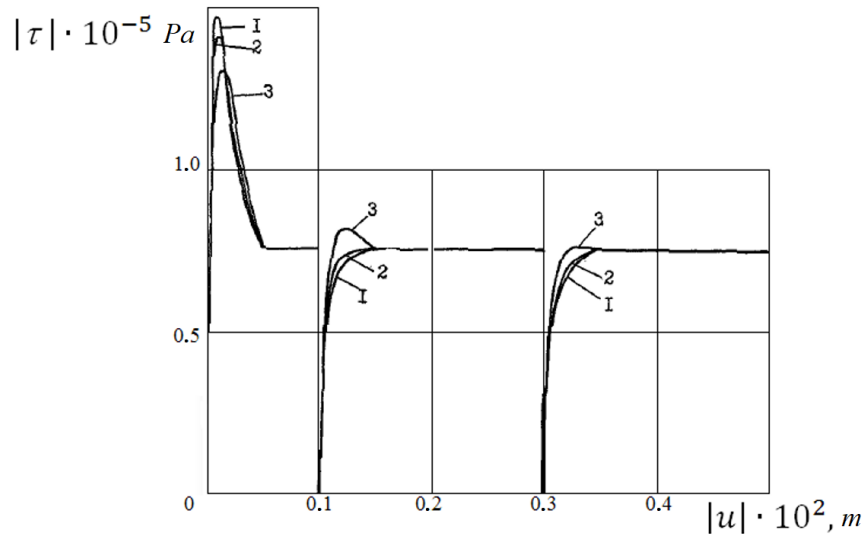


Рис. 8. Зависимости касательных напряжений от относительных смещений при циклических нагружениях

Таким образом, приведенные результаты на рис.3–8 показывают, что вязкоупругие закономерности взаимодействия подземного сооружения с грунтом, основанные на модели Эйринга – Кулона с учетом разгрузки, наиболее хорошо описывают основные свойства процесса взаимодействия, наблюдаемые в экспериментах. Этот закон взаимодействия фактически является, вязкоупругопластическим законом взаимодействия подземного трубопровода с контактным слоем грунта. И данный закон полностью раскрывает механизм процесса взаимодействия трубопровода с окружающим его грунтом при динамических воздействиях.

Заключение

Полученные результаты и их анализ позволяют сформулировать следующие основные выводы.

1. На основе схематичного анализа механизма процесса взаимодействия подземного трубопровода с грунтом показано существование контактного слоя грунта, обнаруженного при обследовании последствий землетрясений и в экспериментах.

2. Обосновано, что при продольном взаимодействии подземного трубопровода с грунтом происходит сдвиговое деформирование контактного слоя грунта до его разрушения. Грунт за контактным слоем может оставаться не разрушенным.

3. Показано, что законы продольного взаимодействия подземного трубопровода с грунтом являются законами сдвигового деформирования контактного слоя грунта.

4. Предложен метод определения значения коэффициента взаимодействия подземного трубопровода с грунтом, используя прочностные механические характеристики грунта на сдвиг.

5. Проанализированы упругие, вязкоупругие законы взаимодействия подземного трубопровода с грунтом и закон разгрузки. Результаты анализа показали, что эти законы в целом вполне применимы при решении прикладных задач сейсмостойкости подземных трубопроводов.

6. Показано, что упругий закон взаимодействия совершенно не реагирует на изменение скорости взаимодействия подземного трубопровода с грунтом. Это является основным недостатком данного закона. Простота закона и наименьшее количество параметров модели являются его преимуществами.

7. Вязкоупругий закон взаимодействия Кельвина–Фойгта является наиболее простым законом, учитывающим скорость взаимодействия подземного трубопровода с

грунтом. Однако он не учитывает релаксационных свойств грунта и не вполне соответствует результатам экспериментов.

8. Вязкоупругий закон взаимодействия Эйринга, учитывающий и релаксационные, и ползучие свойства грунта, наиболее адекватно соответствует результатам экспериментов. Этот закон описывает все наблюдаемые факторы в опытах по взаимодействию подземного трубопровода с грунтами.

9. Предложен закон разгрузки контактного слоя грунта при обратном движении трубопровода относительно грунта с переменным наклоном к оси относительного смещения. Считается, что при разгрузке не проявляются вязкие свойства грунта. Разгрузка в стадии проскальзывания трубопровода относительно грунта происходит мгновенно, так как в этом случае контактный слой грунта полностью разрушен, и он не имеет структурной прочности.

10. Результаты расчетов и их анализ, а также их интерпретация полностью раскрывают механизм процесса взаимодействия подземного трубопровода с грунтом. Установлено, что законы взаимодействия подземного трубопровода с грунтом фактически являются законами сдвигового деформирования контактного слоя грунта.

Литература

- [1] *O'Rourke M.J., Liu X.* Response of Buried Pipelines Subject to Earthquake Effects. MCEER:Univ. at Buffalo, USA, 1999. – 249 p.
- [2] *Toprak S., Taskin F., Koc A.C.* Prediction of earthquake damage to urban water distribution systems: a case study for Denizli, Turkey // *Bull. Eng. Geol. Environ.* Vol. 68. 2009. No 4. P. 499 – 510.
- [3] *O'Rourke T.D., Jeon S.S., Toprak S., Cubrinovski M., Hughes M., Ballegooy S., et al.* Earthquake Response of Underground Pipeline Networks in Christchurch, NZ // *Earthq. Spectra.* Vol. 30. 2014. No. 1. P. 183–204.
- [4] *Muravyeva L., Vatin N.* The Safety Estimation of the Marine Pipeline // *Appl. Mech. Mater.* Vol. 633–634. 2014. P. 958–964.
- [5] *Jai K. Jung, Thomas D. O'Rourke, Christina Argyrou.* Multi – directional force – displacement response of underground pipe in sand // *Canadian Geotechnical Journal.* Vol. 53. 2016. No. 11. P. 1763–1781.
- [6] *Fu – Ping Gao, Ning Wang, Jinhui Li, Xi – Ting Han.* Pipe – soil interaction model for current – induced pipeline instability on a sloping sandy seabed // *Canadian Geotechnical Journal.* Vol. 53. 2016. No. 11. P. 1822–1830.
- [7] *Dharma Wijewickreme, Manuel Monroy, Douglas G. Honegger, Douglas J. Nyman.* Soil restraints on buried pipelines subjected to reverse-fault displacement // *Canadian Geotechnical Journal.* Vol. 54. 2017. No. 10. P. 1472–1481.
- [8] *Liyanage K., Dhar A.S.* Stresses in cast iron water mains subjected to non-uniform bedding and localised concentrated forces // *Int. J. Geotech. Eng.* Vol. 12. 2018. No. 4. P. 368–376.
- [9] *Matsushashi M., Tsushima I., Fukatani W., Yokota T.* Damage to sewage systems caused by the Great East Japan Earthquake, and governmental policy // *Soils Found.* Vol. 54. 2014. No. 4. P. 902–909.
- [10] *Muravyeva L., Vatin N.* Application of the Risk Theory to Management Reliability of the Pipeline // *Appl. Mech. Mater.* Vol. 635–637. 2014. P. 434–438.
- [11] *Lalin V.V., Kushova D.A.* New Results in Dynamics Stability Problems of Elastic Rods // *Appl. Mech. Mater.* Vol. 617. 2014. P. 181–186.
- [12] *Jung J.K., O'Rourke T.D., Argyrou C.* Multi-directional force–displacement response of underground pipe in sand // *Can. Geotech. J.* Vol. 53. 2016. No. 11. P. 1763–1781.
- [13] *Wijewickreme D., Monroy M., Honegger D.G., Nyman D.J.* Soil restraints on buried pipelines subjected to reverse-fault displacement // *Can. Geotech. J.* Vol. 54. 2017. No. 10. P. 1472–1481.
- [14] *Muravieva L., Bashirzade S.* Behaviour underground pipelines laid in saturated soil // *Russ. J. Transp. Eng.* Vol. 2. 2015. No. 3.
- [15] *Israilov M.S.* Coupled seismic vibrations of a pipeline in an infinite elastic medium // *Mech. Solids.* Vol. 51. 2016. No. 1. P. 46–53.
- [16] *Georgievskii D. V., Israilov M.S.* Seismodynamics of extended underground structures and soils: Statement of the problem and self-similar solutions // *Mech. Solids.* Vol. 50. 2015. No. 4. P. 473–484.
- [17] *Israilov M.S.* A new approach to solve the problems of seismic vibrations for periodically nonuniform buried pipelines // *Moscow Univ. Mech. Bull.* Vol. 71. 2016. No. 1. P. 23–26.

- [18] *Smith A., Dixon N., Fowmes G.* Monitoring buried pipe deformation using acoustic emission: quantification of attenuation // *Int. J. Geotech. Eng.* Vol. 11. 2017. No. 4. P. 418–430.
- [19] *Meyer V., Langford T., White D.J.* Physical modelling of pipe embedment and equalisation in clay // *Géotechnique*. Vol. 66. 2016. No. 7. P. 602–609.
- [20] *Soveiti S., Mosalmani R.* Mechanical behavior of buried composite pipelines subjected to strike-slip fault movement // *Soil Dyn. Earthq. Eng.* Vol. 135. 2020. P. 106–195.
- [21] *Melissianos V.E., Vamvatsikos D., Gantes C.J.* Methodology for failure mode prediction of onshore buried steel pipelines subjected to reverse fault rupture // *Soil Dyn. Earthq. Eng.* Vol. 135. 2020. P. 106–116.
- [22] *Chaudhuri C.H., Choudhury D.* Buried pipeline subjected to seismic landslide: A simplified analytical solution // *Soil Dyn. Earthq. Eng.* Vol. 134. 2020. P. 106–155.
- [23] *Fadaee M., Farzaneganpour F., Anastasopoulos I.* Response of buried pipeline subjected to reverse faulting // *Soil Dyn. Earthq. Eng.* Vol. 132. 2020. P. 106–190.
- [24] *Manolis G.D., Stefanou G., Markou A.A.* Dynamic response of buried pipelines in randomly structured soil // *Soil Dyn. Earthq. Eng.* Vol. 128. 2020. P. 105–873.
- [25] *Овчинников И.Г., Овчинников И.И., Баширзаде С.Р.* Прогнозирование поведения трубопроводных конструкций в сложных грунтово-геологических условиях. Часть 1. Обобщенная модель деформирования трубопровода // Интернет-журнал «Науковедение». 2016. Т. 8. № 4. – 26 с.
- [26] *Денисов Г.В., Лалин В.В.* Трансформация волн, распространяющихся по заглубленному трубопроводу, вследствие конструктивных включений // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2013. № 2. С. 56 – 62.
- [27] *Лалин В.В., Денисов Г.В.* Трансформация волн, распространяющихся по струне и балке, как следствие неоднородности упругого основания // *Вестник гражданских инженеров*. 2013. № 1(36). С. 49 – 54.
- [28] *Лалин В.В., Денисов Г.В.* Динамическое поведение бесконечных стержневых элементов на упруговязком основании под действием точечного источника возмущения // *Научный вестник Воронежского ГАСУ. Строительство и архитектура*. 2013. № 2(30). С. 105 – 113.
- [29] *Денисов Г.В., Лалин В.В.* Динамическое поведение заглубленного трубопровода с участком на слабых грунтах // *Труды РГУ нефти и газа имени И. М. Губкина*. 2013. № 3 (272). С. 52 – 58.
- [30] *Денисов Г.В., Лалин В.В.* Собственные колебания заглубленных магистральных трубопроводов при сейсмическом воздействии // *Трубопроводный транспорт: теория и практика*. 2013. № 4(38). С. 14 – 17.
- [31] *Денисов Г.В., Лалин В.В.* Влияние конструктивных включений на прочность подземных трубопроводов при динамических воздействиях // *Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья*. 2012. № 2. С. 11 – 13.
- [32] *Денисов Г.В., Лалин В.В.* Особенности поведения подземных трубопроводов с конструктивными включениями при динамических воздействиях // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2012. № 4. С. 54 – 58.
- [33] *Денисов Г.В., Лалин В.В.* Предложения по расчету участков заглубленных магистральных трубопроводов с конструктивным включением на сейсмическое воздействие // *Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья*. 2013. № 3. С. 20 – 23.
- [34] *Исраилов М.Ш.* Сейсодинамика протяженных подземных сооружений: границы применимости инженерных подходов и неправомерность аналогии с наземными сооружениями // *Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений*. 2017. №1. С. 55-60.
- [35] *Баширзаде С.Р., Овчинников И.Г.* Прогнозирование поведения трубопроводных конструкций в сложных грунтово-геологических условиях. Часть 2. Модели взаимодействия грунта с трубопроводом // Интернет-журнал «Науковедение». 2017. Т. 9. № 1. – 18 с. [URL: /http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN117.pdf](http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN117.pdf).
- [36] *Ташкентское землетрясение 26 апреля 1966 года.* Ташкент: Фан, 1971. – 672 с.
- [37] *Рашидов Т.Р.* Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: Фан, 1973. – 180 с.
- [38] *Рашидов Т.Р., Хожметов Г.Х.* Сейсмостойкость подземных трубопроводов. Ташкент: Фан, 1985. –152 с.
- [39] *Okamoto Sh.* Introduction to Earthquake Engineering. University of Tokyo Press, 1973. – 629 p.
- [40] *Ясин Э.М., Черников В.И.* Устойчивость подземных трубопроводов. М.: Наука, 1967. 120 с.
- [41] *Айнбиндер А.Б.* Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра, 1992. – 288 с.
- [42] *Бородавкин П.П.* Подземные магистральные трубопроводы. М.: Недра, 1982. – 384 с.
- [43] *Султанов К.С.* Волновая теория сейсмостойкости подземных сооружений. Ташкент: Фан, 2016. –392 с.
- [44] *Bakhodirov A.A., Ismailova S.I., Sultanov K.S.* Dynamic deformation of the contact layer when there is shear interaction between a body and the soil // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. Vol. 79(6). 2015. P. 587–595.
- [45] *Mendoza E., Neves M.G., Afonso C., Silva R., Ramos F., Losada M.* Experiments on sinking of marine pipelines in clayey soils // *Water*. 2021. No. 13.

- [46] *Sultanov K.S., Bakhodirov A.A. Laws of Shear Interaction at Contact Surfaces Between Solid Bodies and Soil // Soil Mechanics and Foundation Engineering. Vol. 53(2). 2016. P. 71–77.*
- [47] *Bakhodirov A.A., Sultanov K.S. Waves in a viscoelastic bar surrounded by soils under smooth loading // Mechanics of Solids. Vol. 49(3). 2014. P. 349–359.*
- [48] *Sultanov K.S., Vatin N.I. Wave Theory of Seismic Resistance of Underground Pipelines // Appl. Sci. Vol. 11. 2021. P. 17–97.*
- [49] *Султанов К.С. Сравнительный анализ теории сейсмостойкости подземных трубопроводов // Узбекский журнал «Проблемы механики». 2021. №1. С.3–27.*
- [50] *Никифоровский В.С., Шемякин Е.И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. – 272 с.*
- [51] *Никитин Л.В. Статика и динамика твердых тел с внешним сухим трением. М.: 1998. – 261 с.*

Дата поступления
10.10.2021

Султанов К.С. Ер ости қувурларининг грунт билан ўзаро таъсири қонуниятларини қўлланилиш чегаралари.

Аннотация: Динамик ва сейсмик таъсирларда ер ости қувурларининг грунт билан ўзаро таъсирини ишончли қонуниятлари зарурлиги асосланган. Мақолада тўташ муҳитлар механикасининг деформация ва кучланишлар назарияси усуллари орқали ер ости қувурларининг грунт билан бўйлама ўзаро таъсир қонунлари, қувур ташиқи сирти яқинидаги маълум қалинликдаги грунт контакт қатламнинг силжиб деформацияланиш қонуни эканлиги кўрсатилган. Шунга асосан, ер ости қувурининг контакт грунт қатлами билан ўзаро таъсир қонунлари параметрларини грунтнинг силжишидаги мустаҳкамлик параметрларидан фойдаланиб аниқлаш тавсия этилган. Ер ости қувурларининг грунт билан ўзаро таъсир жараёни икки босқичдан иборат бўлиб, биринчи босқичда эластик ёки ёпишқоқ – эластик қонун ишласа, иккинчи босқичда Кулон қонуни ишлайди. Ўзаро таъсир эластик, қовушқоқэластик қонуниятларини, Кулон қонуни билан биргаликда қаралган ва тенгламаларни сонли параметрик таҳлили асосида уларнинг афзалликлари ва камчиликлари аниқланган. Ушбу қонунлар параметрик таҳлил қилиниб, қувур ва грунтнинг энг тажрибалар натижаларига яқин келувчи Эйринг ва Кулон қонунлари асосидаги ўзаротаъсир моделлари эканлиги исботланган. Ушбу моделини магистрал ер ости қувурларининг сейсмик мустаҳкамлигини амалий масалаларини ечишда фойдаланиш тавсия этилган.

Калим сўзлар: ер ости қувури; грунт; грунт контакт қатлами; ўзаро таъсир қонуни; силжиш деформацияси; грунт таркиби; мустаҳкамлик; бузилиш.

K.S. Sultanov. The limits of the application of the laws of interaction of underground pipes with grout.

Abstract. The necessity of a reliable law of interaction of underground pipelines with soil under dynamic, including seismic, impacts has been substantiated. Using the methods of the theory of deformation and the theory of stresses in the mechanics of continuous deformable media, it is shown that, in essence, the law of longitudinal interaction of an underground pipeline with the soil is the law of shear deformation of the contact layer of soil on the outer surface of an underground pipeline with a certain thickness. It was found that all the parameters of the interaction law are determined using the shear strength characteristics of soil. When the underground pipeline interacts with soil, the interaction process consists of two stages: the prelimit stage, where elastic, viscoelastic models of shear strain of the contact layer of soil are fulfilled, and the limit stage, where the interaction process obeys the Coulomb friction law. Elastic, visco-elastic laws of interaction are considered together with the Coulomb law and their advantages and disadvantages are determined on the basis of a numerical parametric analysis of the law equations. It was found that the interaction law based on Eyring's model and Coulomb's law is the most adequate to the known experimental results; it takes into account all the factors observed in experiments. It is recommended to use this law of interaction when solving applied problems of seismic resistance of underground main pipelines.

Keywords: underground pipeline; soil; contact layer of soil; law of interaction; shear strain of soil; structure; strength; destruction.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДРОБНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ДУФФИНГА

Ким В.А.

Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, Петропавловск-Камчатский, Россия
E-mail: valentinekim@mail.ru

Аннотация: В статье исследуются вынужденные колебания дробного осциллятора Дуффинга. Установлено, что модельное уравнение дробного осциллятора Дуффинга содержит производную дробного переменного порядка типа Римана–Лиувилля в диссипативном члене. С помощью метода гармонического баланса были получены формулы амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристики, а также добротности для установившихся колебаний дробного осциллятора Дуффинга. Построены расчетные характеристики колебательной системы в зависимости от различных значений параметров модельного уравнения. Показано, что порядок дробной производной отвечает за интенсивность диссипации энергии и связан с добротностью исследуемой колебательной системы.

Ключевые слова: осциллятор Дуффинга; производная Римана–Лиувилля; амплитудно-частотная характеристика; фазо-частотная характеристика; добротность.

Введение.

В начале XX в. итальянский математик Вито Вольтерра в работе [1] ввел понятие «эредитарность». Эредитарность—это свойство динамической системы «помнить» о своей предыстории: текущее состояние системы зависит от ее предыдущих состояний. Вито Вольтерра также впервые изучил колебательную систему с учетом эредитарности, которую назвал эредитарным осциллятором. Для такой системы он вывел закон полной механической энергии и показал, что такой закон обладает дополнительным слагаемым, который отвечает за диссипацию энергии. Идеи Вито Вольтерра были применены в наследственной механике при описании вязкоупругих сред и материалов [2].

Математический аппарат для описания эредитарных колебательных систем основывается на теории интегродифференциальных уравнений, которые обладают разностными ядрами – функциями памяти. Выбор функции памяти зависит от условий задачи или экспериментальных данных. Однако обычно в качестве функции памяти выбирают степенную функцию, которая достаточно часто встречается в различных физических (природных) законах (закон Гуттенберга–Рихтера, Амори и т.д.). Степенная функция памяти позволяет перейти к понятиям производной и интеграла дробного порядка, которые изучаются в рамках теории дробного исчисления [3,4]. Поэтому осцилляторы, которые описываются с помощью производных или интегралов дробного порядка, в литературе называются дробными [5].

В статье [6] был рассмотрен дробный осциллятор типа Дуффинга с производной постоянного дробного порядка Римана–Лиувилля в диссипативном члене и исследованы хаотические режимы с помощью различных тестов. В работах [7,8] были обобщены результаты [6] на случай производной дробного переменного порядка Римана–Лиувилля, проведен численный анализ, исследованы осциллограммы и фазовые траектории.

В публикации [9] рассмотрен дробный осциллятор Дуффинга с производной Герасимова–Капуто, предложены численные методы решения, получены осциллограммы и фазовые траектории, а в [10] исследованы его вынужденные колебания.

В настоящей статье мы продолжим изучать дробный осциллятор Дуффинга [7,8]. По аналогии с работой [10] изучим вынужденные колебания осциллятора типа Дуффинга.

Постановка задачи и методика исследования.

Рассмотрим следующую задачу Коши:

$$\ddot{x}(t) + \lambda D_{0t}^{q(t)} x(t) + x(t) + x^3(t) = \delta \cos(\omega t), \quad x(0) = x_0, \dot{x}(0) = y_0, \quad (1)$$

где λ – коэффициент трения; δ и ω – амплитуда и частота внешнего периодического воздействия; $0 < q(t) < 1$, $t \in [0, T]$ оператором Римана–Лиувилля имеет вид

$$D_{0t}^{q(t)} x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{q(t)}}, \quad (2)$$

где $\Gamma(1-q(t))$ – гамма-функция Эйлера.

В случае, когда $q(t)$ является константой и равно единице, задача Коши (1) переходит в задачу Коши для классического осциллятора Дуффинга.

Вопросы существования и единственности динамических систем типа (1) рассмотрены в статье [11].

Далее воспользуемся методикой из работы [12]. Рассмотрим зависимость амплитуды A и фазы φ установившихся колебаний для оператора (2) от частоты внешней силы ω . Решение ищем в виде

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos(U). \quad (3)$$

$$D_{0t}^{q(t)} x(\tau) = \frac{1}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{q(t)}} = *$$

$$\text{подстановка} \left| \begin{array}{l} v = t - \tau \\ dv = -d\tau \end{array} \right|$$

$$* = -\frac{1}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} x(t-v) dv = -\frac{A}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega(t-v) + \varphi) dv =$$

Применяя формулу сложения тригонометрических функций, получим:

$$\begin{aligned} &= -\frac{A}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} [\cos(\omega t - \omega v) \cos(\varphi) - \sin(\omega t - \omega v) \sin(\varphi)] dv = \\ &= -\frac{A \cos(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega t - \omega v) dv + \frac{A \sin(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega t - \omega v) dv = \\ &= -\frac{A \cos(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \left(\cos(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv \right) - \frac{A \cos(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \left(\sin(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv \right) + \\ &+ \frac{A \sin(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \left(\sin(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv \right) - \frac{A \sin(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \left(\cos(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv \right) = \end{aligned}$$

Применяя правило дифференцирования произведения, получим:

$$\begin{aligned} &= -\frac{A \cos(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \left(-\omega \sin(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv + \cos(\omega t) \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv \right) - \\ &- \frac{A \cos(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \left(\omega \cos(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv + \sin(\omega t) \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv \right) + \\ &+ \frac{A \sin(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \left(\omega \cos(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv + \sin(\omega t) \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv \right) - \\ &- \frac{A \sin(\varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \left(-\omega \sin(\omega t) \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv + \cos(\omega t) \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv \right) = \\ &= \frac{A \omega \cos(\varphi) \sin(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv - \frac{A \cos(\varphi) \cos(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv - \\ &- \frac{A \omega \cos(\varphi) \cos(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv - \frac{A \cos(\varphi) \sin(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv + \\ &+ \frac{A \omega \sin(\varphi) \cos(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv + \frac{A \sin(\varphi) \sin(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv - \\ &+ \frac{A \omega \sin(\varphi) \sin(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv - \frac{A \sin(\varphi) \cos(\omega t)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv = \end{aligned}$$

Сгруппируем выражение по интегралам от синуса и косинуса и дифференциалам от интегралов от синуса и косинуса [12]:

$$\begin{aligned}
&= \frac{A\omega}{\Gamma(1-q(t))} [\cos(\varphi) \sin(\omega t) + \sin(\varphi) \cos(\omega t)] \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv + \\
&+ \frac{A\omega}{\Gamma(1-q(t))} [-\cos(\varphi) \cos(\omega t) + \sin(\varphi) \sin(\omega t)] \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv + \\
&+ \frac{A}{\Gamma(1-q(t))} [-\cos(\varphi) \cos(\omega t) + \sin(\varphi) \sin(\omega t)] \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv + \\
&+ \frac{A}{\Gamma(1-q(t))} [-\cos(\varphi) \sin(\omega t) - \sin(\varphi) \cos(\omega t)] \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv = \\
&= \frac{A\omega \sin(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv - \frac{A\omega \cos(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv - \\
&- \frac{A \cos(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv - \frac{A \sin(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv
\end{aligned}$$

Таким образом, оператор Римана–Лиувилля для решения имеет вид

$$\begin{aligned}
D_{0t}^{q(t)} x(\tau) &= \frac{1}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{q(t)}} = \left| \begin{array}{l} v = t - \tau \\ dv = -d\tau \end{array} \right| = \\
&= \frac{A\omega \sin(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv - \frac{A\omega \cos(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv - \\
&- \frac{A \cos(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv - \frac{A \sin(\omega t + \varphi)}{\Gamma(1-q(t))} \frac{d}{dt} \int_0^t v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv
\end{aligned} \quad (4)$$

В случае установившихся колебаний при больших t интегралы в (4) запишем в виде

$$I_{\sin} = \int_0^{\infty} v^{-q(t)} \sin(\omega v) dv = \frac{\Gamma(1-q(t))}{\omega^{1-q(t)}} \cos\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right), \quad (5)$$

$$I_{\cos} = \int_0^{\infty} v^{-q(t)} \cos(\omega v) dv = \frac{\Gamma(1-q(t))}{\omega^{1-q(t)}} \sin\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right). \quad (6)$$

Подставив (5) и (6) в (4), получим

$$\begin{aligned}
D_{0t}^{q(t)} x(\tau) &= A\omega^{q(t)} \sin(\omega t + \varphi) \sin\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) - A\omega^{q(t)} \cos(\omega t + \varphi) \cos\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) - \\
&- A \frac{dq}{dt} \omega^{q(t)-1} \cos(\omega t + \varphi) \left[(\ln(\omega) - \psi(1-q(t))) \sin\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) + \frac{\pi \cos\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right)}{2} \right] - \\
&- A \frac{dq}{dt} \omega^{q(t)-1} \sin(\omega t + \varphi) \left[(\ln(\omega) - \psi(1-q(t))) \cos\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) - \frac{\pi \sin\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right)}{2} \right]
\end{aligned} \quad (7)$$

Подставив (3) и (7) в уравнение (1), учитывая, что

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad \dot{x}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi), \quad \cos^3(\omega t + \varphi) = \frac{3}{4} \cos(\omega t + \varphi) + \frac{1}{4} \cos(3\omega t + 3\varphi),$$

получим уравнение [12]

$$\ddot{x}(t) + p\dot{x}(t) + s^2 x(t) = \delta \cos(\omega t), \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = y_0, \quad (8)$$

где

$$p = -2\lambda\omega^{q(t)-1} \sin\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) + 2\lambda \frac{dq}{dt} \omega^{q(t)-2} \left[(\ln(\omega) - \psi(1-q(t))) \cos\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) - \frac{\pi \sin\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right)}{2} \right] \quad (9)$$

$$s^2 = \omega_0^2 - 2\lambda\omega^{q(t)} \cos\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) + \frac{3A^2b}{4} - 2\lambda \frac{dq}{dt} \omega^{q(t)-1} \left[(\ln(\omega) - \psi(1-q(t))) \sin\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right) + \frac{\pi \cos\left(\frac{q(t)\pi}{2}\right)}{2} \right] \quad (10)$$

Здесь $\psi(1-q(t)) = -\gamma + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1-q(t)} \right)$ – дигамма-функция, где $\gamma \approx \frac{1}{2}(\sqrt[3]{10}-1)$ – постоянная Эйлера. На практике достаточно взять $n = 50$.

Уравнение (8) представляет собой классический линейный осциллятор, для которого известны формулы для амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и фазо-частотной характеристики (ФЧХ):

$$A = \frac{\delta}{\sqrt{(s^2 - \omega^2)^2 + p^2\omega^2}}, \quad (11)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{p\omega}{s^2 - \omega^2}\right). \quad (12)$$

Добротность для дробного осциллятора Дуффинга можно определить из уравнения (8) по формуле [12]

$$Q = \frac{s}{p}, \quad (13)$$

где s и p определяются равенствами (9), (10).

Результаты исследования.

Рассмотрим некоторые примеры расчетных кривых АЧХ и ФЧХ для дробного осциллятора Дуффинга

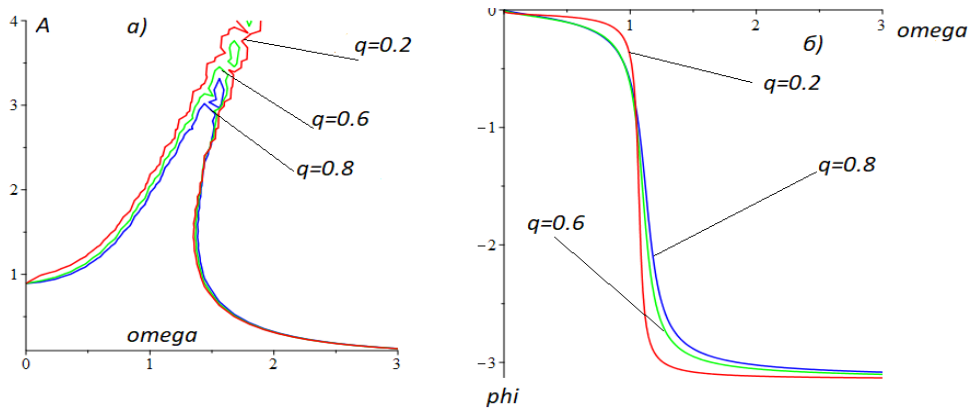


Рис. 1. АЧХ (а) и ФЧХ при $A=1.5$ (б) для оператора при $q=0.2$, $q=0.6$ и $q=0.8$

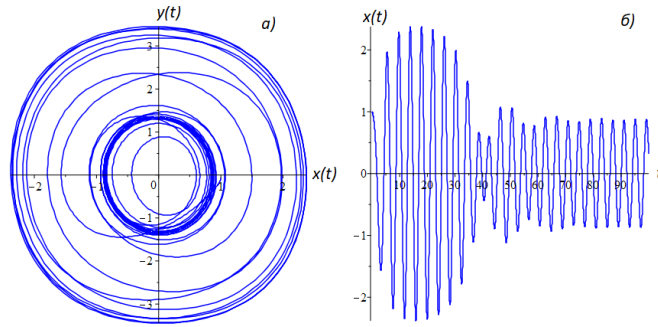


Рис 2. Фазовая траектория (а) и осциллограмма (б) при $\omega=1.55, q=0.6$

На рис. 1 изображены резонансные кривые АЧХ и ФЧХ, полученные по формулам (11), (12). АЧХ характеризует резонансную кривую, имеющую резонансную частоту и амплитуду ω_R, A_R , которые можно найти по формуле $\frac{dA}{d\omega} = 0$. ФЧХ или фазовый сдвиг φ – запаздывание смещения $x(t)$ по фазе внешней силы. Исходя из резонансных кривых, амплитуда установившихся колебаний при увеличении частоты внешней силы увеличивается до некоторого критического значения (резонансного), а затем идет резкий спад до определенного значения, затем амплитуда устанавливается. При увеличении q резонансная амплитуда уменьшается, а фазовый сдвиг φ отличается на небольшую величину, поэтому показатель q фактически не влияет на ФЧХ.

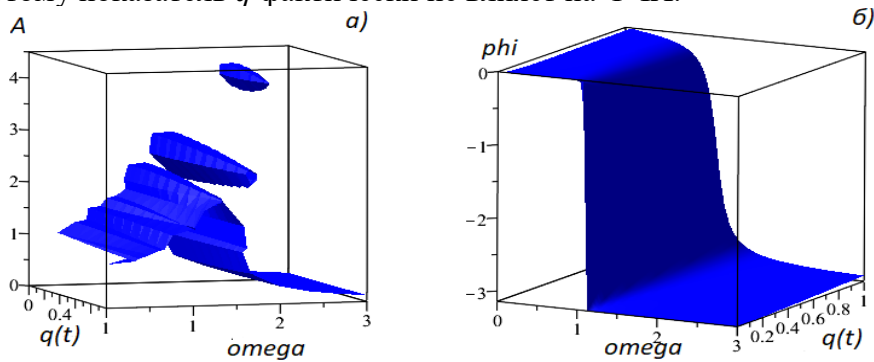


Рис 3. АЧХ (а) и ФЧХ (б) при $A=1.5$ для оператора формулы (2) с порядком $q(t) = \sin^2(\omega t)$, $q(t) \in [0,1], t \in [96.4, 97.5]$

На рис. 3 даны АЧХ и ФЧХ с теми же параметрами, что и на рис. 1, но здесь рассматривается зависимость амплитуды и фазы от частоты и показателя производной $q(t) = \sin^2(\omega t)$, изменяющегося от 0 до 1, при $t \in [96.4, 97.5]$.

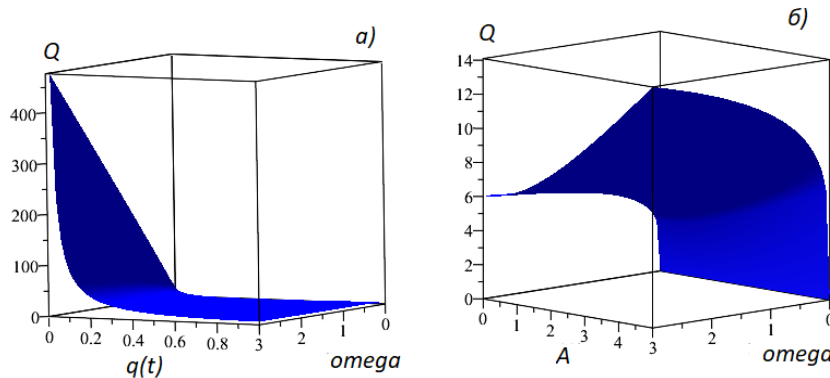


Рис 4. Добротность: а – $A=1.5, t \in [96.4, 97.5]$; б – $q(t) = \sin^2(\omega t), t = 97.4$

На рис. 4 видно, что при уменьшении параметра q добротность увеличивается. Максимальной амплитуде соответствует максимум добротности, а при уменьшении частоты уменьшается и добротность.

Выводы.

В статье были построены АЧХ и ФЧХ дробного осциллятора Дуффинга в условиях установившихся колебаний. Построены также поверхности добротности относительно амплитуды и частоты. Показано, что при уменьшении дробного порядка добротность увеличивается: максимальному значению амплитуды соответствует максимальное значение добротности. В силу того, что порядок дробной производной является функцией от времени, возникают сложные по форме резонансные кривые, что заслуживает отдельного исследования. Необходимо также исследовать хаотические режимы дробного осциллятора Дуффинга как по аналогии с работой автора [13] и сопоставить с результатами этой работы.

Работа выполнена в рамках темы НИР «Природные катастрофы Камчатки-землетрясения и извержение вулканов» № АААА-А19-119072290002-9.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н. Р.И. Паровику за ценные замечания и советы, которые послужили лучшему осмыслению результатов моделирования.

Литература

- [1] *Volterra V.* Leçons sur les fonctions de lignes, professées a la Sorbonne en 1912. Paris: Gauthier-Villars, 1913. –240 p.
- [2] *Работнов Ю. Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. –384 с.
- [3] *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.
- [4] *Учайкин В.В.* Метод дробных производных. Ульяновск: Артишок, 2008. – 512 с.
- [5] *Petras I.* Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation. New York. Springer, 2010. – 180 pp.
- [6] *Syta A. et al.* Chaotic vibrations of the Duffing system with fractional damping // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science.* Vol. 24. 2014. No. 1. P. 10–16.
- [7] *Kim V.A.* Duffing oscillator with external harmonic action and variable fractional Riemann-Liouville derivative characterizing viscous friction // *Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences.* Vol. 13. 2016. No. 2. P. 46–49.
- [8] *Ким В.А.* Модельное уравнение эрдитарного осциллятора Дуффинга с производной переменного дробного порядка Римана–Лиувилля, характеризующей вязкое трение // *Новый университет. Технические науки.* 2016. № 4–5(50–51). С. 28–31.
- [9] *Паровик Р.И.* Математическое моделирование нелокальной колебательной системы Дуффинга с фрактальным трением // *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки.* 2015. №. 1 (10). С. 18–24.
- [10] *Паровик Р.И.* Метод гармонического баланса для исследования вынужденных колебаний Дуффинга // *Matematika Instituti Byulleteni.* 2019. № 3. P. 31–36.
- [11] *Паровик Р.И.* Существование и единственность задачи Коши для фрактального нелинейного уравнения осциллятора // *Узбекский математический журнал.* 2017. № 4. С. 110–118.
- [12] *Паровик Р.И., Зуннунов Р.Т.* Анализ вынужденных колебаний дробного осциллятора // *Проблемы механики.* 2019. № 4. С. 20–23.
- [13] *Ким В.А.* Расчет максимальных показателей Ляпунова для колебательной системы Дуффинга со степенной памятью // *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки.* 2018. № 3(23). С. 98–105.

Дата поступления
04.08.2021

В.А. Ким. Касрли Дуффинг осцилляторининг мажбурий тебраниши

Аннотация. Мақолада Дуффинг осцилляторининг мажбурий тебранишлари кўриб чиқилган. Касрли Дуффинг осцилляторининг модели тенгламаси диссипатив ҳадда Риэмманн-Лиоувилле типигади каср ўзгарувчан тартибли ҳосилани ўз ичига олади. Гармоник мувозанат усулидан фойдаланиб, амплитуда-частота ва фаза-частота характеристикалари, шунингдек, Дуффинг осцилляторининг ўрнатилган тебранишлари учун сифатли формулалари олинган. Тебраниши тизимининг ҳисобий характеристикалари модел тенгламаси параметрларининг турли қийматларига қараб қурилган. Каср ҳосиласининг тартиби энергия тарқалишининг интенсивлиги учун жавобгар ва ўрганилаётган осцилляцияон тизимнинг сифат омили билан боғлиқ бўлиши кўрсатилган.

Калит сўзлар: Дуффинг осциллятори; Риэмманн-Лиоувилле ҳосиласи; амплитуда-частота характеристика, фаза-частота характеристика; сифат омили.

V.A. Kim. Forced vibrations of the Duffing fractional oscillator.

Abstract: The article examines forced oscillations of the Duffing fractional oscillator. The model equation of the fractional Duffing oscillator contains a fractional variable order derivative of the Riemann-Liouville type in the dissipative term. Using the harmonic balance method, formulas were obtained for the amplitude-frequency and phase-frequency characteristics, as well as the quality factor for the steady-state oscillations of the Duffing fractional oscillator. The calculated characteristics of the oscillatory system are constructed depending on various values of the parameters of the model equation. It is shown that the order of the fractional derivative is responsible for the intensity of energy dissipation and is associated with the quality factor of the investigated oscillatory system.

Keywords: Duffing oscillator, Riemann-Liouville derivative, amplitude-frequency response, phase-frequency response, quality factor.

УДК 517.956.8, 517.957

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЧАСТИЦ НА ПАРАМЕТРЫ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРОБОЯ СТЕНКИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Мамадалиев Н.¹, Джалилова Т.А.², Атабаев К.²

¹ЦНИИмаш Академии космонавтики, Москва, Россия

²Андижанский машиностроительный институт, Андижан, Узбекистан

Аннотация: В статье приведены результаты комплексных экспериментально-расчетных исследований ударно-волновых и термодинамических параметров соударения частицы со стенкой гермоотсека космического аппарата (КА) в зависимости от физико-механических характеристик материала ударника и скорости соударения. Результаты расчетов параметров пробоя стенки и воздушных волн в гермоотсеке КА сопоставлены с данными экспериментальных измерений.

Ключевые слова: космический аппарат; гермоотсек; метеороидные частицы; космический мусор; высокоскоростной удар; пробой; акустические волны.

Введение. Постоянно возрастающая опасность столкновения космического аппарата (КА) с частицами космического мусора (КМ) требует исследования процессов высокоскоростного удара и возможного пробоя корпуса КА, что важно при разработке средств его защиты. К последним относятся противометеоритные экраны и аппаратура оперативного определения точки удара (пробоя), работа которой основана на использовании акустической воздушной волны внутри аппарата, возникающей при высвобождении энергии в точке удара (пробоя).

Вещество частиц космического мусора природного происхождения, как правило, — это камень, железо, их смесь и лёд с различными включениями.

Основную массу частиц космического мусора техногенного происхождения составляют частицы, состоящие из обломков конструкционных материалов летательных аппаратов, в основном, из алюминия и его сплавов.

Постановка задачи.

На базе легкогазовой газокумулятивной и электроразрядной пушек проводятся экспериментальные исследования пробоя стенки гермоотсека, моделируемой пластиной толщиной 2–4 мм из алюминиевого сплава, имитаторами микрочастиц космического мусора, в дальнейшем называемыми «ударниками».

Ударники изготовлены в виде сфер, компактных цилиндров, эллипсоидов с максимальными размерами от ~ 3 до 13.7 мм.

Испытания проводятся в диапазоне скоростей ~ 0.5–6.5 км/с.

В испытаниях исследуются параметры разрушения стенки в зависимости от размеров, скорости и материала «ударника» и при помощи датчиков давления измеряются параметры акустической волны в гермоотсеке.

Поскольку при разгоне в стволе пушки «ударника» из чистого льда до скорости 500 м/с и выше происходит его дробление до вылета из ствола, в экспериментах не разрушаемые ледяные «ударники» предварительно армируются хлопчатобумажной тканью, составляющей до 40% от полного веса снаряда.

Решения и обсуждение результатов.

Рассмотрим расчетную схему для анализа процесса пробоя стенки КА толщиной 2 – 4 мм частицей из разных материалов.

Для этого в рамках модели абсолютно неупругого удара частицы по тонкому плоскому экрану напишем уравнения сохранения массы, импульса и энергии в следующем виде [1]:

$$m_{c2} = m_{cф} + m_{\text{вз}}, \quad (1)$$

$$m_{cф} V_0 = (m_{cф} + m_{\text{вз}}) V_{c2}, \quad (2)$$

$$m_{cф} V_0^2 / 2 = m_{c2} V_{c2}^2 / 2 + E_в + A_S, \quad (3)$$

где $m_{cф}$, V_0 – масса и скорость частицы до соударения с защитным экраном, m_{c2} ; V_{c2} – масса и скорость сгустка (частица вместе с выбитой частью экрана); $m_{\text{вз}}$ – масса выбитой части экрана; $E_в$ – внутренняя энергия соударяющихся тел, затраченная на пробой экрана; A_S – работа, затраченная на пробой экрана.

Сначала, предварительно анализируя систему уравнений (1) – (3), заметим, что при учете реальных значений прочностных характеристик материалов экранов и времени их сопротивления, т.е. времени пролета частиц сквозь тонкий экран, работа сил сопротивления A_S не превышает нескольких процентов от исходной кинетической энергии частицы. Следовательно, в дальнейшем при проведении расчетов в уравнении (3) величиной A_S можно пренебречь и считать $A_S \approx 0$.

После этого из решения системы уравнений (1) – (3) в принципе можно определить скорость V_{c2} , массы сгустка m_{c2} и внутреннюю энергию соударяющихся тел $E_в$. Однако для этого сначала необходимо вычислить величину массы выбитой части экрана $m_{\text{вз}}$ на основе решения задачи о расширении цилиндрической полости в материале экрана или экспериментального измерения этой величины и математически описать ударно-волновые, термодинамические составляющие внутренней энергии $E_в$ с учетом деформирования и разрушения материалов частицы, а также экрана при высокоскоростном ударном пробое.

Отметим, что внутренняя энергия $E_в$ соударяющихся тел при скоростях соударения $V_0 = (5-8)$ км/с может реализовываться в формах [2]:

- энергии нагрева E_{iT} и микроструктурных превращений E_{id} (дробления частицы и выбитой части экрана);
- кинетической энергии радиального разлета фрагментов дробления частицы и экрана K_r .

Таким образом, внутренняя энергия соударяющихся тел $E_в$ после пробоя экрана математически записывается в виде

$$E_в = E_{iT} + E_{id} + K_r, \quad (4)$$

где $E_{iT} = m_{cф} E_{iTcT}(\varepsilon, T) + m_{\text{вз}} E_{iT\text{в}T}(\varepsilon, T)$;

$m_{\text{вз}} = \rho_{\text{вз}} V_{\text{вз}}$ ($V_{\text{вз}}$ – объем выбитой части экрана); ε – объемная деформация; T – температура,

$$E_{id} = m_{cф} E_{idcd} + m_{\text{вз}} E_{id\text{в}d}; \quad K_r = (K_{r1}^{\text{л.бок}} + K_{r2}^{\text{н.бок}}) \quad K_r = (K_{r1}^{\text{л.бок}} + K_{r2}^{\text{н.бок}});$$

$$\varepsilon_{\text{сфвз}} = 1 - (\rho_{\text{сфвз}} / \rho_{\text{сф}}); \quad \varepsilon_{\text{вз}} = 1 - (\rho_{0\text{эк}} / \rho_{\text{взэк}}); \quad m_{\text{сфвз}} = \rho_{\text{сфвз}} \times V_{\text{сфвз}};$$

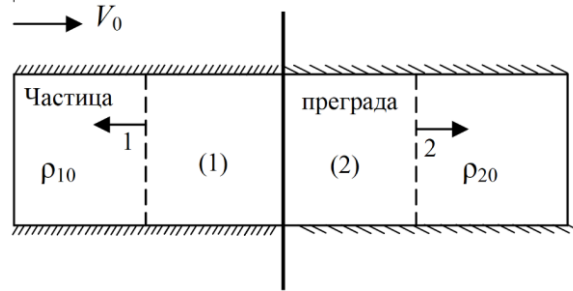
$$K_{r1}^{\text{л.бок}} = K_{r2}^{\text{н.бок}} = (m_{cф} + m_{\text{вз}}) / 2 \times V_{r,cr}^2 / 2, \quad (5)$$

где $V_{r,cr}$ – радиальная скорость разлета фрагментов дробления частицы и экрана, которая направлена перпендикулярно по отношению к поверхности экрана и определяется из решения соответствующей цилиндрической задачи о распространении цилиндрической пла-

стической волны в материале экрана по радиальному направлению под действием заданной нагрузки $P_0(t)$.

Следовательно, на основе решения системы уравнений (1) – (5) определяются численные значения массы $m_{сг}$ и скорости $V_{сг}$, в том числе внутренней энергии $E_{в}$, затраченной на пробой преграды, в зависимости от скорости удара V_0 , которые в свою очередь служат начальными данными для исследования динамики движения облака частиц в гермоотсеке КА.

Здесь дополнительно следует отметить, что начальные параметры задачи соударения двух тел при $t=0$ в случае разнородности материалов частицы и экрана определяются с использованием законов сохранения масс, энергии и импульса на фронтах, распространяющихся в их материалах отраженной и преломленной волны. В данном случае схематическая картина задачи имеет вид, как на рисунке.



Схематическая картина задачи

Напишем вышеуказанные законы сохранения на фронтах волн в виде [3]:

В материале ударника:

$$\dot{u}_1 = \varepsilon_1^* \dot{R}_1, \quad P_1^* - P_{10} = \rho_{10} \dot{u}_1 \dot{R}_1, \quad \frac{(P_1^* - P_{10})}{\rho_{10}} \left(1 - \frac{\rho_{10}}{\rho_1} \right) = E_1^* - E_{10}, \quad (6)$$

где $\varepsilon_1^* = 1 - \frac{\rho_{10}}{\rho_1}$ – объемная деформация; \dot{u}_1 – массовая скорость; \dot{R}_1 – скорость ударной

волны; $P_{10} \approx 0$, P_1^* – давление; E_1^* – внутренняя энергия в материале частицы.

В материале мишени, т.е. плоской преграды:

$$\dot{u}_2 = \varepsilon_2^* \dot{R}_2, \quad P_2^* - P_{20} = \rho_{20} \dot{u}_2 \dot{R}_2, \quad \frac{(P_2^* - P_{20})}{\rho_{20}} \left(1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_2} \right) = E_2^* - E_{20}, \quad (7)$$

где $\varepsilon_2^* = 1 - \frac{\rho_{20}}{\rho_2}$ – объемная деформация; \dot{u}_2 – массовая скорость; \dot{R}_2 – скорость ударной

волны; $P_{20} \approx 0$, P_2^* – давление; E_2^* – внутренняя энергия в материале плоской преграды.

Кроме того, на контакте двух сред, состоящих из частицы и плоской преграды, имеем следующие условия задачи:

$$P_1^* = P_2^* = P, \quad \dot{u}_1^* + \dot{u}_2^* = V_0, \quad (8)$$

где V_0 – скорость удара частицы о преграду.

Далее, для определения начальных параметров вышеуказанной задачи соударения тел необходимо дополнить систему уравнений (6) – (8) экспериментально определяемыми при высоких уровнях давлений уравнениями состояния сред, которые в общем виде имеют вид [4]:

$$P_1(\varepsilon, T) = P_{1л}(\varepsilon) + P_{1т}(\varepsilon, T), \quad (9)$$

$$E_1(\varepsilon, T) = E_{1л}(\varepsilon) + E_{1т}(\varepsilon, T);$$

$$P_2(\varepsilon, T) = P_{2л}(\varepsilon) + P_{2т}(\varepsilon, T), \quad (10)$$

$$E_2(\varepsilon, T) = E_{2л}(\varepsilon) + E_{2т}(\varepsilon, T);$$

где

$$E_{iII}(\varepsilon) = \int_{\rho_{i0}}^{\rho_i} \frac{P_{iII}(\varepsilon)}{\rho_i^2} d\rho_i + E_{i0}. \quad (11)$$

Здесь P_{iII} – потенциальное давление в i -й среде, $i=1,2$; E_{i0} – аддитивная постоянная энергии, в данном случае принято $E_{i0}=0$.

Таким образом, рассматриваемая задача определения параметров соударения разнородных частиц космического мусора (КМ) с плоской преградой сведена к нахождению решения системы нелинейных уравнений (6) – (11).

Далее учитывая, что ударно-волновой процесс в мишени происходит намного быстрее, чем термодинамический, и тепловая составляющая давления P_T при температурах $T < 10^6$ К намного меньше потенциальной составляющей давления P_{II} [5], т.е. $P_T \ll P_{II}$, вышеуказанные системы уравнений (6) – (8) решаются методом последовательных приближений. При этом в качестве первого приближения решается ударно-волновая задача с привлечением первых двух уравнений системы (6) и (7), а также уравнений (8) без учета тепловой составляющей давления $P_T(\varepsilon, T)$. Во втором приближении на основе известных динамических параметров задачи P_{iII} , \dot{u}_i , ε_i^* , R_i ($i=1,2$) определяются тепловые составляющие внутренней энергии и температуры материалов частицы и мишени $E_{iT}(\varepsilon_i, T_i)$ и T_i , с привлечением уравнений энергии, и конкретных, экспериментально установленных выражений $P_T(\varepsilon, T)$ и $E_T(\varepsilon, T)$.

В процессе проведения расчетов для выражений $P_{II}(\varepsilon)$, $E_{II}(\varepsilon)$ и $P_T(\varepsilon, T)$, $E_T(\varepsilon, T)$ используются экспериментальные данные работ [4, 6], которые справедливы для давлений порядка 10^6 кг/см² и учитывают влияние температурного фактора на волновой процесс.

Из условий (11) с учетом первых двух уравнений системы (6) и (7) после некоторых преобразований получим:

$$\dot{R}_1 = \frac{V_0 \left(1 \pm \sqrt{\frac{\rho_{10} \varepsilon_2^*}{\rho_{20} \varepsilon_1^*}} \right)}{\left(\varepsilon_1^* - \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} \varepsilon_2^* \right)}, \quad \dot{R}_2 = \frac{V_0 - \varepsilon_1^* \dot{R}_1}{\varepsilon_2^*}. \quad (12)$$

Тогда из вторых уравнений систем (6) и (7) (при $P_{10} = P_{20} = 0$) с учетом (12) получим системы двух уравнений относительно ε_1 и ε_2 в виде

$$P_{1II}^*(\varepsilon_1^*) = \frac{\rho_{10} \varepsilon_1^* V_0^2 \left(1 \pm \sqrt{\frac{\rho_{10} \varepsilon_2^*}{\rho_{20} \varepsilon_1^*}} \right)^2}{\left(\varepsilon_1^* - \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} \varepsilon_2^* \right)^2}, \quad P_{2II}^*(\varepsilon_2^*) = \frac{\rho_{20} \varepsilon_2^* V_0^2 \left(\frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} \pm \frac{\varepsilon_1^*}{\varepsilon_2^*} \sqrt{\frac{\rho_{10} \varepsilon_2^*}{\rho_{20} \varepsilon_1^*}} \right)^2}{\left(\varepsilon_1^* - \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} \varepsilon_2^* \right)^2}. \quad (13)$$

Учитывая, что уравнения адиабаты для материалов частицы и плоской преграды $P_{1II}(\varepsilon_1)$ и $P_{2II}(\varepsilon_2)$ экспериментально известны, система уравнений (13), как система двух нелинейных алгебраических уравнений относительно ε_1 и ε_2 , решается численно.

Экспериментальные и расчетные материалы, полученные при обработке результатов испытаний, приведены в табл. 1 и 2.

Представим далее обоснование для имитации ледяной частицы из полиэтилена, что важно для высоких скоростей удара.

Оценим величины кинетической энергии частицы изо льда полиэтилена (ПНД) при скоростях удара $V_0 = (0.76 - 1.14)$ км/с (см. табл.1). В данном случае частица изо льда весом 0.3 г имеет энергию

$$\varepsilon_k = m_0 \frac{V_0^2}{2} = (116 \div 174) \text{ Дж}, \quad (14)$$

где $m_0 = 0.3$ г – вес частицы изо льда.

Таблица 1

Результаты экспериментальных исследований

№ _{эксп}	Материал ударника	Форма снаряда	V_0 , км/с	$\varepsilon_{1нач}$	$\varepsilon_{2нач}$	$P_{нач}$, атм	$\dot{U}_{1нач}$, м/с	$\dot{R}_{1нач}$, м/с	$\Delta E_{1нач}$, Дж/кг	$\dot{U}_{2нач}$, м/с	$\dot{R}_{2нач}$, м/с	$\Delta E_{2нач}$, Дж/кг
1385	ПНД	Цилиндр со сфер. прит \varnothing 13.72 мм	6.14	0.74	0.33	266010	4320	5809	932920	1820	5535	1657000
1383	ПНД	Цилиндр со сфер. прит \varnothing 13.72 мм	5.9	0.73	0.31	251080	4173	5684	870770	1726	5515	1491000
1384	ПНД	Цилиндр со сфер. прит \varnothing 13.72 мм	6.05	0.74	0.32	260090	4265	5765	909710	1784	5533	1592300
1386	ПНД	Цилиндр со сфер. прит \varnothing 13.72 мм	5.97	0.74	0.32	255690	4215	5719	888610	1754	5518	1538800
1101	ПНД		0.9	0.25	0.031	23030	735	2946	270140	165	5270	13607
1098	Лед		1.03	0.27	0.033	24568	854	3121	364780	175	5265	15462
1099	Лед		1.14	0.28	0.038	28305	936	3303	438830	203	5290	20639
1100	Лед		1.0	0.27	0.032	23477	831	3073	345860	168	5275	14162
1102	Лед		1.0	0.27	0.032	23477	831	3073	345860	168	5275	14162
1103	Лед		0.76	0.24	0.021	15646	647	2648	209540	112	5288	6343
1104	Лед		0.8	0.25	0.023	16907	678	2722	230190	121	5282	7379
1387	Базальт	Овал 10.5x7.7x6.2 мм	5.84	0.41	0.52	490640	2744	6629	3766900	3095	5985	4790200
1388	Кварцит	Овал \varnothing 13.7 мм	5.92	0.41	0.52	497760	2777	6693	3856000	3142	6003	4939000
1371	Al	Шар \varnothing 6.74 мм	5.89	0.50	0.50	498700	2934	5883	4304000	2934	5883	4304000
1372	Al	Шар \varnothing 6.74 мм	5.8	0.49	0.49	454160	2889	5866	4173400	2889	5000	4304000
1374	Al	Шар \varnothing 6.74 мм	5.65	0.48	0.48	440330	2814	5836	3960400	2814	5836	3960400
1375	Al	Шар \varnothing 6.74 мм	5.75	0.49	0.49	489100	2885	5900	4163900	2885	5900	4163900
1376	Al	Шар \varnothing 6.74 мм	6.12	0.51	0.51	514300	3071	5972	4717100	3071	5972	4717100

Частица из ПНД весом 0.28 г при $V_0=0.9$ км/с имеет энергию

$$\varepsilon_k = 116 \text{ Дж.} \quad (15)$$

Согласно критерию К.П. Станюковича [5], удельная энергия $\bar{\varepsilon}_k = 100$ Дж/г дробления материала мишени из АМГ-6 по отношению к 1 г алюминия при высокоскоростном ударе составляет

$$\bar{\varepsilon}_k = 100 \text{ Дж/г.} \quad (16)$$

Сопоставляя (13) и (14) с условием (15), заметим, что при вышеуказанных скоростях удара частиц изо льда и ПНД в материале тонкостенной ($H=2$ мм) алюминиевой мишени происходят близкие по механическим и термодинамическим параметрам дробление и откольное разрушение.

Таблица 2

Результаты рассчитанных и измеренных пробойных отверстий

№ эксп.	Материал ударника	$d_{отв}^{расч}$, мм	$d_{отв}^{экс}$, мм
1385	ПНД	23.36	22x24
1101	ПНД	12.97	10.5
1102	Лед	12.98	7
1388	Кварцит	20.19	16.2x15.8
1376	Al	21.50	21.5

Анализ рассчитанных и измеренных размеров пробойных отверстий (см. табл. 2) показывает, что результаты расчетов и экспериментов находятся в удовлетворительном соответствии в пределах 10 – 20%.

Заключение.

В результате пробоя высокоскоростным «ударником» стенки КА происходят частичное испарение соударяющихся материалов и вынос продуктов соударения через пробойное отверстие в гермоотсеке, в результате чего в атмосфере гермоотсека возникает сильная ударная волна, которая по мере удаления от точки пробоя вырождается в звуковую.

В результате удара без пробоя акустическая волна возникает из-за передачи импульса движущейся стенки КА в атмосфере гермоотсека («барабанный» эффект).

Литература

- [1] *Абашкин Б.И., Буслов Е.П., Мышонков А.К., Семенов В.В.* Определение скоростных границ дробления алюминиевой частицы при пробое защитных экранов из различных материалов // *Космонавтика и ракетостроение*. Вып. 2 (47). 2007. С. 76–84.
- [2] *Абашкин Б.И., Буслов Е.И., Мышонков А.К., Семенов В.В.* Исследование защитных свойств экранов пористой структуры при ударе высокоскоростных частиц // *Космонавтика и ракетостроение*. Вып. 4 (53). 2008. С. 38 – 46.
- [3] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Изд. 4-е. М.: Наука, 1988. Т.6. – 730 с.
- [4] *Уоли Дж., Шрефлер Р.И., Уиллич Ф.* Предельные условия для образования струи при соударении на высоких скоростях // Сб. пер. и обзоров иностранной литературы: *Механика*. Вып. 2. М.: Мир, 1954.
- [5] *Станюкович К.П.* Неуставившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. – 852с.
- [6] *Сапожников А.Т., Миронова Е.Е., Шахова Л.Н.* Уравнение состояния алюминия с описанием плавления, испарения и ионизации // VIII Забалахинские научные чтения. Челябинск, 2005. С. 1–12.

Дата поступления
26.07.2021

Мамадалиев Н., Джалилова Т.А., Атабаев К. Космик аппаратлар деворига урилши жарайнида зарба тўлқини параметрларига заррачаларнинг характеристикаларини таъсири тадқиқотлари

Аннотация: Ушбу мақолада метеороид заррачасининг космик аппарат гермоотсеки деворига урилганда ҳосил бўладиган зарба тўлқини таъсири натижалари ўрганилган. Унда зарба ҳосил қилувчи заррачанинг физик-механик хусусиятлари ва унинг тезликларига боғлиқлиги текширилган. Ҳосил бўлган натижалар ЦНИИмаши да МБУ ва У-12 ФНУП қурилмаларида ўтказилган тажриба натижалари билан таққослаштирилган.

Калим сўзлар: космик аппарат; гермоотсек; метеороид заррача; тезкор зарба; акустик тўлқинлар.

Mamadaliyev N., Djalilova T.A., Atabaev K. Study of the influence of particle characteristics on the parameters of shock-wave processes of wall breakthrough space vehicles

Abstract: The paper presents the results of complex experimental and computational studies of the shock-wave and thermodynamic parameters of the particle collision with the wall of the spacecraft pressurized compartment depending on the physical and mechanical characteristics of the impactor material and the impact velocity. The results of calculating the parameters of wall breakdown and air waves in the pressurized compartment of the spacecraft are compared with the data of experimental measurements.

Keywords: spacecraft; pressurized compartment; meteoroid particles; space debris; high-speed impact; breakdown; acoustic waves.

КИНЕМАТИКА САТЕЛЛИТОВ ЭПИ - И ГИПОЦИКЛИЧЕСКОГО ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ДЛЯ ПРИВОДА ШПИНДЕЛЕЙ УБОРОЧНОГО АППАРАТА

Ризаев А.А., Алимова Д.Б.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: rizayev52@mail.ru, alimova007@inbox.ru

Аннотация. В статье приведена кинематика сателлита, взаимодействующего с гибкими звеньями эпи- и гипоциклического планетарных механизмов привода шпинделей вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата. При расчете движения шпинделей в уборочном аппарате учитывалось геометрическое скольжение приводных роликов по гибким ременным передачам из-за малой величины их угла обхвата. Дана циклограмма планетарного механизма для привода шпинделей. Составлены параметрические уравнения движения сателлита и построены траектории движения точки на его поверхности.

Ключевые слова: уборочный аппарат; шпиндельный барабан; шпиндель; привод шпинделей; кинематика; расчетная модель.

Введение.

Статья посвящена разработке математической модели и исследованию траектории движения точек на поверхности ролика шпинделя в уборочном аппарате, который совершает сложное плоско-параллельное движение:

- относительное вращение шпинделя (сателлита) вокруг своей оси;
- переносное вращение шпиндельного барабана (водило);
- поступательное движение аппарата со скоростью трактора по рядкам посева хлопчатника вместе с хлопкоуборочной машиной.

В данной статье рассмотрим кинематику сателлита (ролика шпинделя), совершающего эпи- и гипоциклические вращения при установившемся движении шпинделя.

Как известно, у современного вертикально-шпиндельного уборочного аппарата, принцип действия которого основан на изобретении Л.М. Розенблюма, при уборке урожая хлопчатника технологический процесс осуществляется за счет обжима и обкатывания растения хлопчатника между парами шпиндельных барабанов. При этом шпиндели совершают реверсивные вращательные движения, т.е. в рабочей зоне они выполняют орбитальное гипоциклическое и в зоне съема хлопка со шпинделей эпициклическое вращения [1–3]. Приводные ролики шпинделей, взаимодействуя с гибкими наружным (дуга коронного колеса) и внутренним (дуга центрального колеса) ремнями совершают планетарные движения. Несмотря на определенные недостатки ременных передач (нестабильность количества оборотов из-за металлоемкости шпинделя и малой величины центрального угла контакта, геометрические скольжения, ударные процессы в зонах реверсов роликов и др.), исследователей всегда интересовали траектории движения точек на поверхности ролика и самого шпинделя [4–6]. Одним из критериев оценки работоспособности шпиндельных уборочных аппаратов является активность поверхности шпинделя, разработанная М.В. Сабликовым [4]. При этом основным условием захвата хлопка из коробочек хлопчатника является соответствие направления вектора абсолютной скорости к направлению клинообразного зуба шпинделя. Поэтому исследование кинематики движения шпинделя в уборочном аппарате является актуальным при изучении технологического процесса сбора хлопка. И многими исследователями этот процесс был достаточно рассмотрен как с точки зрения кинематики [4, 5], так и динамики уборочного аппарата [7–8]. В данной статье рассмотрим кинематику сателлитов (роликов) привода шпинделей при эпи- (рабочая зона) и гипоциклическом (зона съема) планетарном механизме привода рабочих органов уборочного аппарата.

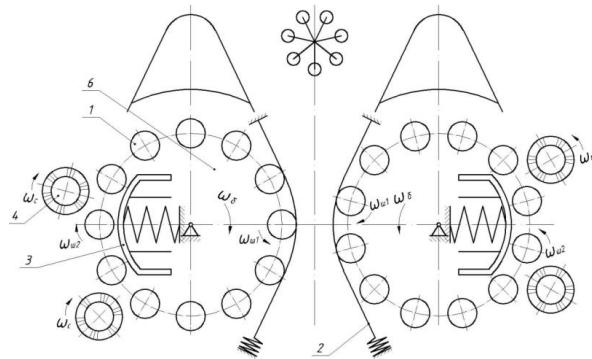
Методы исследования.

Теоретические разработки и методы расчетов осуществлялись по методике основных положений теории механизмов и машин, теоретической механики, технологических процессов уборки хлопка-сырца. При этом использованы результаты машинного анализа графиков и специально поставленные эксперименты, а также литературные данные. Обработка результатов проводилась методами математической статистики, а оформление работы осуществлено с помощью компьютерной графики.

Результаты и их обсуждение.

Выполним сравнительный анализ принципов действия двух кинематических схем уборочного аппарата с парами шпиндельных барабанов. Шпиндельный барабан уборочного аппарата выполняет функцию планетарного механизма с непрерывно реверсирующими сателлитами, где шпиндели периодически меняют направления с одной стороны в другую. Поэтому в течение одного оборота барабана вокруг своей оси шпиндели дважды реверсируются для выполнения технологического процесса сбора хлопка-сырца. Следовательно, привод шпинделей на основе гибких эпи- и гипоциклических механизмов относится к бицикловым планетарным механизмам. Так, за один оборот барабана шпиндели дважды совершают разноименные рабочие циклы – сбор хлопка-сырца наматыванием на шпиндель и сьем хлопка-сырца с его поверхности. Поэтому сателлитам приходится дважды реверсироваться на ремнях прямого и колодке обратного вращения совместно с холостыми пробегам. Здесь при выполнении технологического процесса происходит выполнение различных операций в определённой последовательности, которая протекает в два этапа: первый этап цикла относится к сбору хлопка-сырца, а второй этап – к съему хлопка-сырца со шпинделя съемниками. Работа этих циклов взаимосвязана между собой. Цикл этих работ является совокупностью определенного технологического процесса, производящего один вид выполняемой продукции, к конечной цели – сбор хлопка-сырца шпинделем с куста хлопчатника и сьем хлопка-сырца со шпинделя съемником для транспортировки их по воздуховодной трубе (рис. 1).

а



б

Переходная зона, реверс шпинделя	Рабочий ход шпинделя при сборе хлопка-сырца	Холостой ход шпинделя	Переходная зона, реверс шпинделя	Рабочий ход шпинделя при съеме хлопка-сырца	Холостой ход шпинделя
$\Phi_1; \Phi_2; \Phi_3$	Φ_4	Φ_5	$\Phi_6; \Phi_7; \Phi_8$	Φ_9	Φ_{10}
φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6
1-й цикл – гипоциклический			2-й цикл – эпициклический		
0°			180°		
			360°		

Рис. 1. Кинематическая схема (а) гипоэпициклического планетарного механизма и бициклограмма (б) планетарного механизма для привода шпинделей

После фазы Φ_5 начинается второй интервал кинематического цикла планетарного механизма с реверсирующими сателлитами, который относится к технологическому процессу съема хлопка-сырца со шпинделя съемниками 4. При этой фазе Φ_6 кинематический цикл начинается также с переходного процесса, который сопровождается тремя фазами:

Φ_6 – торможение шпинделя в переходной зоне ременной колодки 3 обратного вращения, при этом происходит частичный самосброс хлопка-сырца со шпинделя;

Φ_7 – остановка шпинделя вокруг своей оси, но при этом продолжается вращение в переносном движении барабана 6, самосброс хлопка-сырца с поверхности шпинделя продолжается;

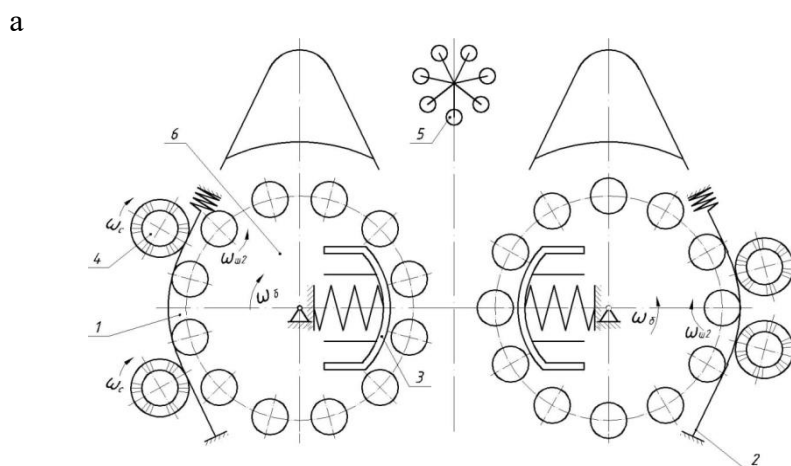
Φ_8 – разбег шпинделя ($\omega_{ш}$) по направлению движения барабана (ω_6), начало съема хлопка-сырца с поверхности шпинделя съемниками 4;

Φ_9 – установившееся движение шпинделя 1 в зоне съема, здесь на продолжении данной зоны проводится съем хлопка-сырца с поверхности шпинделя съемниками 4;

Φ_{10} – выбег шпинделя 1 в холостую зону барабана, при этом шпиндель продолжает вращаться по инерции, приобретенной в зоне колодки обратного вращения.

После этого второй кинематический цикл завершается фазой Φ_{10} и шпиндель 1 в дальнейшем продолжает процесс сбора хлопка-сырца в зоне уборочного аппарата с переходной зоны и начинает процесс реверсирования шпинделя с фазы Φ_1 .

На рис. 2,а приводится другая технологическая схема аппарата эпи- и гипоциклического планетарных механизмов с реверсирующими сателлитами для привода шпинделей.



а

б

Переходная зона, реверс шпинделя	Рабочий ход шпинделя при сборе хлопка-сырца	Холостой ход шпинделя	Переходная зона, реверс шпинделя	Рабочий ход шпинделя при съеме хлопка-сырца	Холостой ход шпинделя
$\Phi_1; \Phi_2; \Phi_3$	Φ_4	Φ_5	$\Phi_6; \Phi_7; \Phi_8$	Φ_9	Φ_{10}
φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6
1-й цикл – эпициклический			2-й цикл – гипоциклический		
0°			180°		360°

Рис. 2. Технологическая схема (а) уборочного аппарата эпи- и гипоциклического планетарных механизмов для привода шпинделей и бициклограмма (б) планетарного механизма для привода шпинделей

Здесь приведены кинематические изменения операции технологического процесса, что видно из бициклограммы (см. рис. 1, б). Направления вращения шпинделей в рабочей зоне начинается с эпициклического вращения шпинделя, а в зоне съема хлопка-сырца – гипоциклического вращения. Поэтому в рабочей камере аппарата шпиндель 1 при сборе хлопка-сырца с куста хлопчатника вращается ($\omega_{ш}$) по направлению вращения (ω_6) барабана

на, происходит эпициклическая траектория движения шпинделя, а в зоне съёма хлопка-сырца шпиндель вращается ($\omega_{ш}$) против вращения ($\omega_б$) барабана – происходит гипоциклическая траектория движения шпинделя.

Циклограмма (рис. 2, б) бициклового планетарного механизма данной технологической схемы также состоит из двух циклов. Здесь первый кинематический цикл начинается с эпициклической траектории движения шпинделя, которая проходит три интервала фаз переходного процесса: Φ_1 – торможения, Φ_2 – остановки и Φ_3 – разгона в другую сторону. После установившейся фазы Φ_4 движения шпиндель вступает в фазу Φ_5 в холостую зону. Второй цикл начинается аналогично с фаз Φ_6 , Φ_7 и Φ_8 переходного процесса, проходит фазу Φ_9 установившегося движения шпинделя и заканчивается фазой Φ_{10} холостого хода.

Рассмотрим кинематику движения шпинделя в зонах сбора и съёма хлопка-сырца в камере уборочного аппарата (рис. 2, а) с разработкой математической модели эпи- и гипоциклического планетарных механизмов с реверсирующими сателлитами для привода шпинделей. Основным узлом хлопкоуборочных машин являются уборочные аппараты, состоящие из вертикально-расположенных по периферии барабана б шпинделей 1 с приводными роликами, взаимодействующими с механизмами колодки 3 обратного и ремнями 2 прямого вращения. При движении хлопкоуборочной машины кусты 5 хлопчатника попадают в рабочую камеру, где контактируют со шпиндельными барабанами б. В рабочей камере кусты 5 хлопчатника сжимаются с двух сторон смежно расположенными барабанами б, при этом вращающиеся шпиндели 1 посредством привода колодки 2 обратного вращения захватывают хлопок-сырец и извлекают его из коробочек 5. При дальнейшем вращении шпиндельного барабана б хлопок-сырец совместно со шпинделями 1 переносится в рабочую зону съёма 3, где направление их вращения меняется на противоположное, и хлопок-сырец со шпинделя частично стряхивается самосбросом и в основном снимается съемниками 4. Отсюда воздушным потоком через вентилятор он подается в приемную камеру воздуховода и транспортируется в бункер хлопкоуборочной машины.

Задачей кинематического исследования является нахождение трёх видов траекторий движения: их перемещения, скорости и ускорений точек сателлита эпи- и гипоциклического планетарных механизмов. Кинематические исследования основываются на методике, разработанной в работе Х.Х.Усманходжаева [5]. Основываясь на этой методике, здесь разрабатывается математическая модель в виде составления параметрических уравнений движения точки сателлита в горизонтальной плоскости YOX , показанной на рис. 3.

Для определения движения траекторий точки сателлита планетарного механизма обозначим радиус водила через R_H , радиус сателлита – r_c , угол поворота водила – φ_H , угол поворота сателлита по внутренней (колодке – солнечное колесо) ременной передаче – φ_{c1} , угол поворота сателлита по наружной ременной передаче (коронное колесо) – φ_{c2} . Спроектировав соответствующие радиусы звеньев механизма на выбранные координатные оси YOX (см. рис. 3, а и б), получим параметрическое уравнение траектории движения точки сателлита:

– для эпициклической траектории движения сателлита

$$\begin{cases} X_1 = R_H \cos \varphi_H - r_c \cos(\varphi_{c1} + \varphi_H), \\ Y_1 = R_H \sin \varphi_H - r_c \sin(\varphi_{c1} + \varphi_H); \end{cases} \quad (1)$$

– для гипоциклической траектории движения сателлита

$$\begin{cases} X_2 = R_H \cos \varphi_H + r_c \cos(\varphi_{c2} - \varphi_H), \\ Y_2 = R_H \sin \varphi_H - r_c \sin(\varphi_{c2} - \varphi_H). \end{cases} \quad (2)$$

Параметрические уравнения (1) и (2) получены для устойчивой траектории движения сателлита зубчатой передачи эпи- и гипоциклических планетарных механизмов. А в предлагаемой кинематической схеме привода шпинделя в рабочей камере хлопкоуборочного аппарата его ролик катится по клиновым ремням колодки (солнечное колесо), а в зоне съёма хлопка со шпинделя - по гибким ремням, охватывающим барабан с наружи

(коронное колесо). При этом происходит не только качение, но и упругое скольжение ролика по неподвижным ремням.

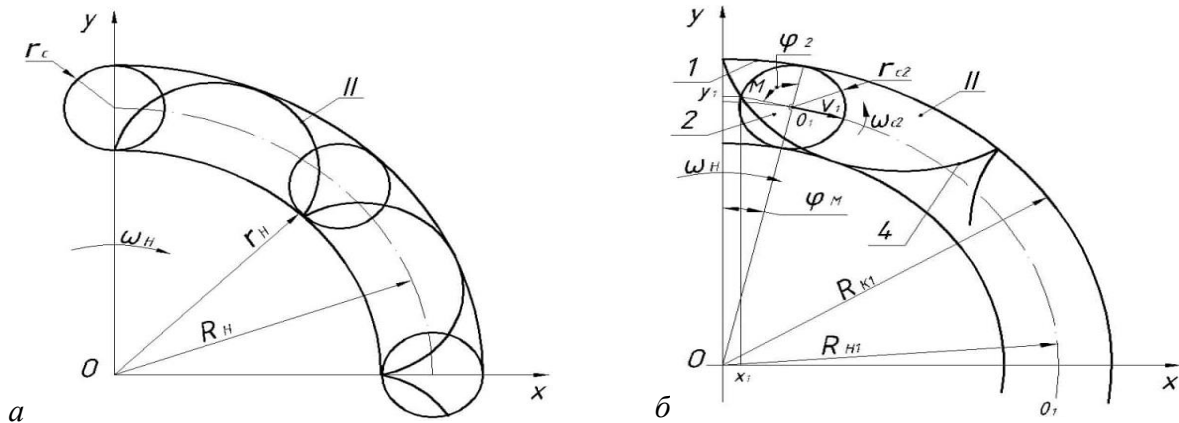


Рис. 3. Траектория движения спутника в координатной оси UOX эпициклического (а) и гипоциклического (б) планетарных механизмов

По заданным: $R_H, r_c, \varphi_H, \varphi_{c_1}, \varphi_{c_2}$ для жесткой зубчатой передачи напишем равенство:

- при эпицикле $\varphi_{c_1} \cdot r_c = \varphi_H \cdot r_H,$

где r_H – радиус сектора солнечного колеса (колодка с ремнем),

- при гипоцикле $\varphi_{c_2} \cdot r_c = \varphi_H \cdot R_H,$

где R_H – радиус коронного колеса (ремень) передачи.

А при гибких солнечных и коронных колесах в виде ремней обозначив через передаточное отношение u_{21} с учетом коэффициента скольжения ролика по ремням – ξ радиусов r_H/r_c планетарной передачи, будем иметь

$$u_{21} = r_H / r_c (1 - \xi),$$

где u_{21} – передаточное отношение радиуса r_H колодки внутренней ременной передачи по отношению радиуса r_c спутника (ролика шпинделя); ξ – коэффициент относительного скольжения, в зависимости от типа ремня варьируемый в пределах $\xi = 0.01 - 0.05$. В связи с малым углом обхвата гибких ременных неподвижных колес ролика шпинделя в последующих расчетах его следует принимать $\xi = 0.05$.

Подставляя, получим $\varphi_{c_1} = \varphi_H \cdot r_H / r_c (1 - \xi) = \varphi_H \cdot u_{21}.$

Обозначив также через передаточное отношение u_{22} в зоне наружной ременной передачи (коронное колесо), получим

$$\varphi_{c_2} = \varphi_B \cdot r_B / r_c (1 - \xi) = \varphi_B \cdot u_{22}, \quad u_{22} = (R_{K1} / r_c) \cdot (1 - \xi_1); \quad \varphi_{c_2} = \varphi_B \cdot u_{22},$$

где u_{22} – передаточное отношение радиуса R_{K1} внутренней ременной передачи относительно радиуса r_c спутника.

Подставив полученные значения u_{21} и u_{22} в выражения (1) и (2), получим:

– для эпициклической траектории движения спутника

$$\begin{cases} X_1 = R_H \cos \varphi_H - r_c (1 - \xi) \cos (u_{21} + 1) \varphi_H, \\ Y_1 = R_H \sin \varphi_H - r_c (1 - \xi) \sin (u_{21} - 1) \varphi_H; \end{cases} \quad (3)$$

– для гипоциклической траектории движения спутника

$$\begin{cases} X_2 = R_H \cos \varphi_H + r_c (1 - \xi) \cos (u_{22} - 1) \varphi_H, \\ Y_2 = R_H \sin \varphi_H - r_c (1 - \xi) \sin (u_{22} - 1) \varphi_H. \end{cases} \quad (4)$$

Преобразуем системы (3), (4) и перепишем уравнение через передаточные отношения u_{21}, u_{22} ременной передачи, тогда в безразмерном виде получим:

– для эпицикла

$$\begin{cases} u_{x_1} = [R_H \cos \varphi_H - r_c \cos(u_{21} + 1)\varphi_H] \cdot 1/r_c (1 - \xi), \\ u_{y_1} = [R_H \sin \varphi_H - r_c \sin(u_{21} - 1)\varphi_H] \cdot 1/r_c (1 - \xi); \end{cases} \quad (5)$$

– для гипоцикла

$$\begin{cases} u_{x_2} = [R_H \cos \varphi_H + r_c \cos(u_{22} - 1)\varphi_H] \cdot 1/r_c (1 - \xi), \\ u_{y_2} = [R_H \sin \varphi_H - r_c \sin(u_{22} - 1)\varphi_H] \cdot 1/r_c (1 - \xi). \end{cases} \quad (6)$$

Подставляя в уравнения (1) и (2) различные числовые значения $R_H=(90-160)$ мм с шагом $\Delta_1=10$ мм, $r_c=(10-15)$ мм с шагом $\Delta_2=10$ мм и угла поворота водила $\varphi_H=0^\circ-360^\circ$ с интервалом $\varphi_H=5^\circ$ и используя прикладные пакеты AutoCAD, можно получить график кривых эпи-гипоциклических траекторий движения точки сателлита.

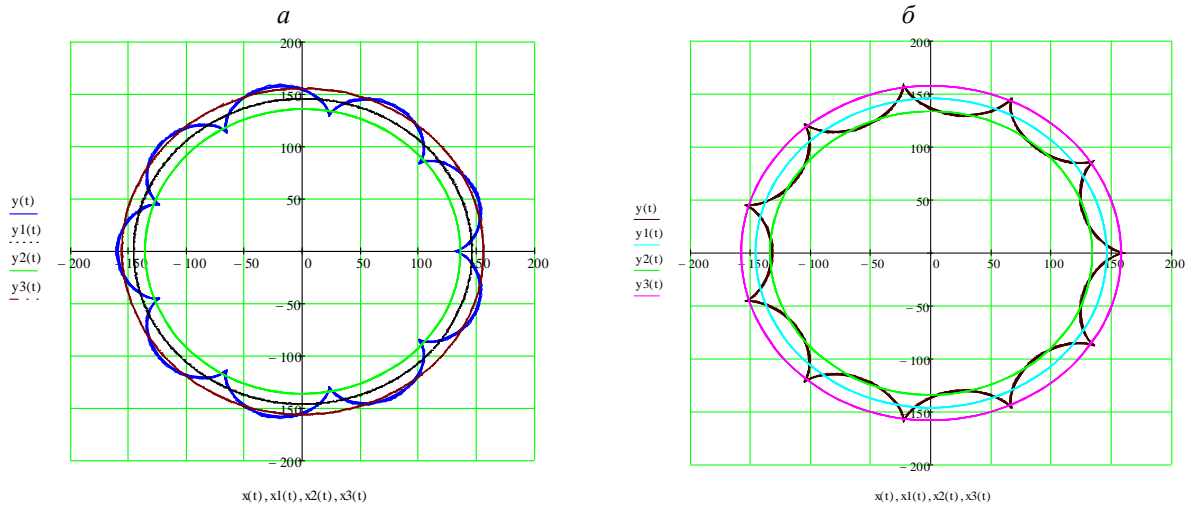


Рис. 4. График кривой эпициклической (а) и гипоциклической (б) траектории и движения точки сателлита

На рис. 4, а и б при $R_H=146$ мм, $r_c=11.5$ мм и с углом поворота водила $\varphi_H=0^\circ-360^\circ$ с интервалом $\varphi_H=5^\circ$ получен график кривой эпициклической (рис. 4, а) и гипоциклической (рис. 4, б) траекторий и движения точки сателлита в рабочей зоне сбора хлопка-сырца и в зоне съема хлопка-сырца уборочного аппарата.

Получен также совмещенный график кривой (рис. 5) эпи- и гипоциклического планетарных механизмов с реверсирующим сателлитом (при $\xi=0$). Так, при переходе точки сателлита из эпициклической (II) зоны в гипоциклическую (I) получена траектория движения точки сателлита, совмещенная с эпи-и гипоциклической (III) кривыми, а в другой переходной зоне между гипоциклической (I) и эпициклической (II) также получена траектория движения совмещенных гипо- и эпициклических (IV) кривых планетарного механизма. Гипоциклическая кривая (I) получена в зоне прямого вращения шпинделя уборочного аппарата и является траекторией движения точки сателлита-шпинделя в рабочей зоне сбора хлопка-сырца, а эпициклическая кривая (II) обратного вращения шпинделя является траекторией движения точки сателлита в зоне съема хлопка-сырца.

Как видно из рис. 5, при вращении водила с угловой скоростью ω_H почасовой стрелки ролика шпинделя при соприкосновении его с ремнями прямого вращения получена гипоциклическая кривая (I) в четырех петлях, а в зоне обратного вращения при зоне съема хлопка-сырца их эпициклическая кривая (II) в трех петлях. Габаритные размеры петли эпи- и гипоциклических кривых имеют два параметра: длину пути $S_p(S_c)$ и ширину. Длина пути $S_p(S_c)$ петли эпи- и гипоциклических кривых имеет кратчайшее расстояние между выбранными по вершинам двумя заостренными частями точки гипоцикла (эпицикла) и составляет $S_p=78.5$ мм, а ширина петли равна диаметру сателлита $d_c=25$ мм.

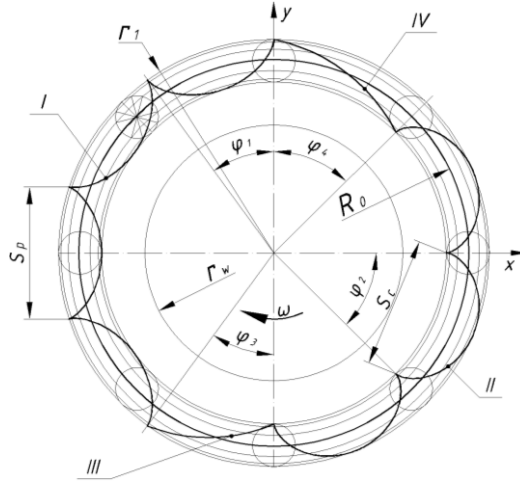


Рис. 5. Характер движения траектории точки кривой спутника планетарного механизма в рабочей (I), съемной (II) и переходных (III) (IV) зонах

Угол образования петли у гипоциклической кривой составляет $\varphi_{\Gamma} = \frac{r_c(1-\xi)}{r_B} \cdot 360^\circ$,

а у эпицикла $\varphi_{\mathcal{E}} = \frac{r_c(1-\xi)}{r_H} \cdot 360^\circ$. Подставляя численные значения, получим: $\varphi_{\Gamma} = 35^\circ 28'$;

$\varphi_{\mathcal{E}} = 44^\circ 20'$. Следовательно, угол рабочего сбора хлопка-сырца шпинделем составляет $\varphi_{p.x} = 141^\circ 52'$, а угол в зоне съема хлопка-сырца $\varphi_{x.x} = 133^\circ$.

$$\begin{cases} u_{x_1} = (u_{21} + 1)\cos\varphi_H - \cos(u_{21} + 1)\varphi_H, \\ u_{y_1} = (u_{21} + 1)\sin\varphi_H - \sin(u_{21} + 1)\varphi_H, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} u_{x_2} = (u_{22} - 1)\cos\varphi_H + \cos(u_{22} - 1)\varphi_H, \\ u_{y_2} = (u_{22} - 1)\sin\varphi_H - \cos(u_{22} - 1)\varphi_H. \end{cases} \quad (12)$$

Система уравнений (11) и (12) является параметрическим уравнением в безразмерном виде. Для определения скорости спутника дифференцируем систему уравнений (3) и (4) по времени:

$$\begin{cases} V_{x_1} = \dot{x}_1 = \frac{dy_1}{dt} \cdot \frac{d\varphi_H}{dt} = \frac{dx_1}{d\varphi_H} \omega_H, \\ V_{y_1} = \dot{y}_1 = \frac{dy_1}{dt} \cdot \frac{d\varphi_H}{dt} = \frac{dy_1}{d\varphi_H} \omega_H, \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} V_{x_2} = \dot{x}_2 = \frac{dy_2}{dt} \cdot \frac{d\varphi_H}{dt} = \frac{dx_2}{d\varphi_H} \omega_H, \\ V_{y_2} = \dot{y}_2 = \frac{dy_2}{dt} \cdot \frac{d\varphi_H}{dt} = \frac{dy_2}{d\varphi_H} \omega_H. \end{cases} \quad (14)$$

Скорость спутника для эпицикла

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1}{\partial \varphi_H} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_H} [R_H \cos\varphi_H - r_c(1-\xi)\cos(u_{21}+1)\varphi_H] = -R_H \sin\varphi_H \cdot 1 - \\ &- r_c(1-\xi)\sin(u_{21}+1)\varphi_H(u_{21}+1) \cdot 1 = -[R_H \sin\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{21}+1)\sin(u_{21}+1) \cdot \varphi_H]. \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_1}{\partial \varphi_H} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_H} [R_H \sin\varphi_H + r_c(1-\xi)\sin(u_{21}-1)\varphi_H] = -R_H \cos\varphi_H + \\ &+ r_c(1-\xi)(u_{21}-1)\cos(u_{21}-1) \cdot \varphi_H \cdot 1 = [R_H \cos\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{21}-1)\cos(u_{21}-1) \cdot \varphi_H]. \end{aligned} \quad (16)$$

Скорость спутника для гипоцикла

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_2}{\partial \varphi_H} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_H} [R_H \cos\varphi_H + r_c(1-\xi)\cos(u_{22}+1)\varphi_H] = -R_H \sin\varphi_H + \\ &+ r_c(1-\xi)\sin(u_{22}+1)\sin(u_{22}+1) \cdot \varphi_H = -[R_H \sin\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{22}+1)\sin(u_{22}+1) \cdot \varphi_H]. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_2}{\partial \varphi_H} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_H} [R_H \sin\varphi_H - r_c(1-\xi)\sin(u_{22}-1)\varphi_H] = R_H \cos\varphi_H - \\ &- r_c(1-\xi)(u_{22}-1)\cos(u_{22}-1) \cdot \varphi_H = [R_H \cos\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{22}-1)\cos(u_{22}-1) \cdot \varphi_H]. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя значения $\frac{\partial x_1}{\partial \varphi_H}$; $\frac{\partial y_1}{\partial \varphi_H}$; $\frac{\partial x_2}{\partial \varphi_H}$; $\frac{\partial y_2}{\partial \varphi_H}$ в выражения (17) и (18), получим следующее:

линейная скорость спутника для эпицикла:

$$\begin{cases} V_{x_1} = \dot{x}_1 = -\omega_H [R_H \sin\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{21}-1)\sin(u_{21}-1) \cdot \varphi_H], \\ V_{y_1} = \dot{y}_1 = \omega_H [R_H \cos\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{21}-1)\cos(u_{21}-1) \cdot \varphi_H], \end{cases} \quad (19)$$

линейная скорость спутника для гипоцикла:

$$\begin{cases} V_{x_2} = \dot{x}_2 = -\omega_H [R_H \sin\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{22}+1)\sin(u_{22}+1) \cdot \varphi_H], \\ V_{y_2} = \dot{y}_2 = \omega_H [R_H \cos\varphi_H - r_c(1-\xi)(u_{22}+1)\cos(u_{22}+1) \cdot \varphi_H]. \end{cases} \quad (20)$$

Обозначив $\frac{\dot{x}_1}{R_H \omega_H}$ через $u_{\dot{x}_1}$; $\frac{\dot{y}_1}{R_H \omega_H}$ через $u_{\dot{y}_1}$; $\frac{\dot{x}_2}{R_H \omega_H}$ через $u_{\dot{x}_2}$; $\frac{\dot{y}_2}{R_H \omega_H}$ через $u_{\dot{y}_2}$ а также:

$$\begin{aligned} r_c(1-\xi)(u_{21}-1) &= \left[\frac{r_b}{r_c(1-\xi)} - 1 \right] = r_b - r_c(1-\xi) = R_H, \\ r_c(1-\xi)(u_{22}+1) &= \left[\frac{r_H}{r_c(1-\xi)} + 1 \right] = r_H - r_c(1-\xi) = R_H, \end{aligned}$$

будем иметь расчетные формулы скорости (19) и (20) точки сателлита в безразмерном параметрическом виде:

$$\begin{cases} u_{\dot{x}_1} = -[\sin \varphi_H + \sin(u_{21} - 1) \cdot \varphi_H], \\ u_{\dot{y}_1} = [\cos \varphi_H - \cos(u_{21} - 1) \cdot \varphi_H], \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} u_{\dot{x}_2} = -[\sin \varphi_H - \sin(u_{22} + 1) \cdot \varphi_H], \\ u_{\dot{y}_2} = [\cos \varphi_H - \cos(u_{22} + 1) \cdot \varphi_H]. \end{cases} \quad (22)$$

Задаваясь различными числовыми значениями передаточных отношений и в зависимости от угла поворота водила, можно по параметрическим уравнениям (11) и (12) построить различные закономерности изменения перемещения точки сателлита, а по уравнениям (19), (20), (21) и (22) скоростные параметры движения точки сателлита. Для этого необходимо составить программу вычислений для ЭВМ и получить все необходимые результаты.

По предварительным данным, линейная скорость в зоне сбора хлопка-сырца с куста хлопчатника при эпициклическом движении траектории сателлита получается ниже, чем у серийно выпускаемых хлопкоуборочных машин. Следовательно, качество собранного хлопкового волокна будет выше при эпициклическом движении траектории шпинделя, чем при гипоциклическом движении шпинделя.

Заключение.

1. Анализ кинематики бициклового движения сателлита (ролика) планетарного механизма привода шпинделя показал, что при применении гибких, упругих неподвижных солнечных (колодка) и коронных (ремень) колес следует учитывать скольжение сателлита при взаимодействии с указанными колесами.

2. Составлены параметрические уравнения движения сателлита (ролика шпинделя) с учетом коэффициента скольжения по гибким неподвижным ремням и построены траектории точек на поверхности сателлита, которые необходимы для последующего исследования захватывающей способности шпинделя и оценки надежности работы привода.

Литература

- [1] А. с. 75225 SU. Хлопкоуборочная машина // Авт. изобр. Роземблюм Л.М. 1937 г.
- [2] Сабликов М.В., Рудаков Г.М., Ганиев М.С., Давшан С.М. Механизация хлопководства Под ред. акад. ВАСХНИЛ Сабликова М.В. М.: Колос. 1975. С. 254–261.
- [3] Матчанов Р.Д. Хлопкоуборочные машины 1929–2010 гг. Ташкент: Fan va texnologiyalar, 2013. – 352 с.
- [4] Сабликов М.В. Исследование шпиндельных аппаратов хлопкоуборочных машин. Ташкент: Госиздат РУз, 1959. – 184 с.
- [5] Усманходжаев Х.Х., Кузибаев Г.С. Кинематика и динамика механизмов и машин. Ташкент: Фан, 1969. – 203 с.
- [6] Садриддинов А.С. и др. Исследование захватывающих способностей шпинделя по траектории вершин зубьев // Известия АН Уз. Сер.техн. наук. 1972. №1. С. 34–36.
- [7] Глуценко А.Д. Динамика механизмов привода шпинделей уборочных аппаратов хлопкоуборочных машин. Ташкент: Фан, 1985. – 152 с.
- [8] Глуценко А.Д., Тошболтаев М.Т. Динамика узлов вращения уборочных аппаратов хлопкоуборочных машин. Ташкент: Фан, 1990. – 137 с.

Дата поступления
26.07.2021

А.А. Ризаев, Д.Б. Алимова. Пахта териш аппарати шпинделлари юритмаси учун эпи ва гипоцикли планетар сателлитларининг кинематикаси.

Аннотация: Мақолада вертикал шпинделли пахта териш аппарати шпинделлари эпи ва гипоцикли планетар юритмаси учун эгилувчан бўгинлар билан ўзаро ҳаракатланувчи сателлитларининг кинематикаси келтирилган. Терим аппаратининг шпинделлар ҳаракатини ҳисоблашда юритма роликларининг эгилувчан тасмали узатмалар бўйлаб геометрик силжиси уларнинг қатнов бурчаги кичик катталиги ҳисобга олинган. Шпиндел юритмаси учун планетар еханизмнинг циклограммаси берилган

Калит сўзлар: терим аппарати; шпиндел барабани; шпиндел; шпиндел юритмаси; кинематика.

A.A. Rizayev, D.B. Alimova. Kinematics satellites of epi and hypocyclic planetary mechanism for drive spindles of the cotton harvester.

Abstract: *The article presents the kinematics of the satellite interacting with the flexible links of the flexible epi and the hypocyclic planetary drive mechanism for the spindles of the vertical spindle cotton harvester. When calculating the kinematic movement of the spindles in the harvesting device, the geometric sliding of the drive rollers along flexible belt drives was taken into account due to the small value of their wrap angle. The cyclogram of the planetary gear for the spindle drive is given.*

Keywords: *harvester; spindle drum; spindle; spindle drive; kinematics; computational model.*

УДК 675 (075.8)

КОЛЕБАНИЯ И ПРОГИБ НОЖЕВЫХ ВАЛОВ РАЗВОДНЫХ МАШИН

Бахадиров Г.А.¹, Хусанов К.², Мусиров М.У.¹

¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

²Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства, Ташкент, Узбекистан
E-mail: xusanov1954@gmail.com, musirov.mech.1992@mail.ru

Аннотация: Данная статья посвящена исследованию вынужденных колебаний ножевого вала с учетом силы сопротивления среды коже обрабатываемых машин при разводке. Предположено, что к ножевому валу установлен сервомотор, который обеспечивает постоянные вращения вала. Выявлено, что коэффициент динамичности и максимальная амплитуда вынужденных колебаний наступает не при резонансе, а при экстремальных значениях коэффициента расстройки меньше единицы. Показано, что сдвиг фаз вынужденных колебаний при резонансе не зависит от линейного сопротивления. Изложены способы определения частоты колебаний при различных диаметрах ножевого вала.

Ключевые слова: колебания; прогиб; ножевой вал; сервомотор; частота; силы упругости; полуфабрикат; силы инерции.

Введение.

При механической обработке полуфабриката одними из основных звеньев сопротивления коже обрабатываемых машин являются прижимные и ножевые валы. Ножевые валы опираются на упругое основание и вращаются с большим числом оборотов [1–9]. Цель статьи – определить оптимальный диаметр расправляющего вала с учетом частоты и прогиба вала.

В ряде работ при изучении тела с электрическим приводом предполагается, что угловая скорость расправочного вала относительно оси вращения x строго постоянна. Условие постоянства угловой скорости собственного вращения можно рассматривать как связь, наложенную на вал, вращающийся вокруг оси x . Сервопривод – привод с управлением через отрицательную обратную связь, позволяющую точно управлять параметрами движения [10–15], т.е.

$$\dot{\varphi} = \omega = \text{const} (\varphi = \omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где ω – постоянная угловая скорость собственного вращения ножевого вала относительно оси вращения x ; φ – угол поворота ножевого вала по отношению к оси x . В этом случае ножевой вал совершает движения на вертикальной плоскости, так как на него будут действовать только центробежные силы инерции, которые давят вал на полуфабрикат.

Если условие 1 не выполняется, то появляются касательные силы инерции. Тогда сила инерции, которая направлена по диагонали прямоугольника, построена к центробежным и касательным силам инерции, не лежащим на вертикальной плоскости, заставляет ножевой вал отклониться от вертикали. Следовательно, появляются вибрации ножевого вала. Поэтому, чтобы улучшить обработку полуфабриката, ножевые валы должны вращаться с постоянной угловой скоростью.

Методы.

Чтобы погасить вибрации ножевого вала на опоры O и O_1 ножевого вала, установим четыре вертикальные пружины. Для определения коэффициента жёсткости пружины

рассмотрим ножевой вал в положении равновесия (рис.1,*a*). В положении равновесия на вал действуют \vec{F}_y – силы упругости верхней пружины, \vec{F}'_y – силы упругости нижней пружины (пружины закреплены таким образом, что ножевой вал всегда остается на вертикальной плоскости), $Q=Mg$ – силы тяжести вала, распределённые по длине ножевого вала.

По оси вращения ножевого вала направлена ось x . Примем, что движения ножевого вала происходят на вертикальной плоскости. Это условие выполняется тогда, когда ножевой вал вращается с постоянной угловой скоростью, т.е. $\omega=const$.

Тогда условия равновесия вала имеют вид:

$$\sum F_{ky} = 0; \quad 2F_{yn} + 2F'_{yn} - Q = 0, \quad (2)$$

где $F_{yn} = c_1 f_{cm}$, $F'_{yn} = c_2 f'_{cm}$; $f'_{cm} = f_{cm} = a$; $c_1 = c_2$; a – постоянное число, которое заранее задается, и выбор числа a зависит от диаметра вала.

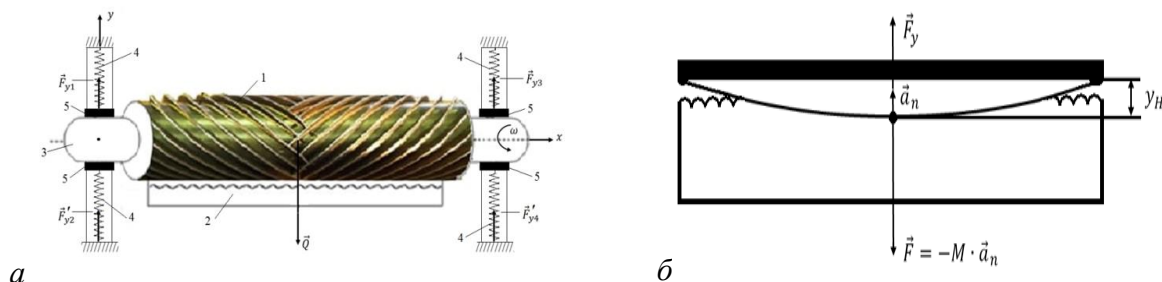


Рис. 1. Ножевой вал в положении равновесия (*a*) и в деформированном положении (*б*):
1–ножевой вал; 2–шкура; 3–цапфы; 4–пружины; 5– подшипники

Из уравнения (2) следует, что $4cf_{cm} = Q$ или $c = \frac{Mg}{4a}$.

Рассмотрим ножевой вал в произвольном положении, т.е. когда происходит его расправка в режиме динамической устойчивости.

Один из факторов потери динамической устойчивости расправочных валов происходит вследствие резонанса при совпадении числа оборотов вала с частотой его собственных колебаний. Поэтому определяем основные параметры колебательного движения ножевого вала, которые приводят к потере динамической устойчивости.

Для определения частоты собственных колебаний вала допустим, что вал с одним грузом Q был прогнут в плоскости xu на величину u_H под точкой приложения груза, после чего сила, вызвавшая прогиб вала, была устранена. Очевидно, что под действием упругих сил вал будет стремиться к положению статического равновесия, достигнет его и под влиянием инерции перейдет через это положение и начнет прогибаться в противоположную сторону. Упругие силы будут противодействовать прогибу, и прогиб вала остановится. Но, будучи напряженным без нагрузки, он под действием упругих сил начнет возвращаться к положению статического равновесия, опять по инерции перейдет через него и т. д., т.е. вал будет колебаться относительно своего равновесного (статически) положения (см. рис. 1, б).

Результаты.

Таким образом, вал совершает движение в потенциальном силовом поле, т.е. для любого положения вала имеем уравнение постоянства суммы потенциальной (Π) и кинетической (T) энергии:

$$T + \Pi = H = const.$$

Деформация при обратном прогибе вала имеет ту же величину, что и в начальный момент. Поскольку явление в дальнейшем будет повторяться, получим поперечные колебания вокруг равновесного (статически) положения с величиной прогиба $\pm u_H$. Кроме того,

в любой момент на вал действуют силы инерции $M \cdot \ddot{y}$ и сила упругости, равная пределам упругой деформации вала ky , где k – упругая постоянная вала, т.е. сила, производящая статический прогиб, равный единице (кг/см).

Во время расправки кожевенного материала также всегда имеются силы (трение среды и др.), вызывающие затухание колебаний вала. Если в простейшем случае считать сопротивление движению (силу затухания) пропорциональным его скорости (с коэффициентом пропорциональности η) и приложена периодическая возмущающая сила $F=H \cdot \sin(pt+\delta)$, то уравнение движения вала примет вид

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + k^2 y = h \cdot \sin(pt + \delta), \quad (3)$$

где $k^2 = \frac{c}{M}$; $2n = \frac{\eta}{M}$; $h = \frac{H}{M}$, $\frac{cm}{c^2}$; k – круговая частота собственных колебаний; n – коэффициент затухания; h – относительная амплитуда возмущающей силы.

Получено линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами вынужденных колебаний с учетом линейного сопротивления.

Как известно [15–20], общее решение уравнения системы – $y=y_1+y_2$, где y_1 – общее решение однородного уравнения затухающего колебания и y_2 – частное решение неоднородного уравнения (3).

Общее решение y_1 однородного дифференциального уравнения $\ddot{y}_1 + 2n\dot{y}_1 + k^2 y_1 = 0$ в зависимости от соотношения между величинами n и k выражается в одной из трех форм:

$$\begin{aligned} n < k; & y_1 = A e^{-nt} \cdot \sin(\sqrt{k^2 - n^2} \cdot t + \alpha), \\ n = k; & y_1 = e^{-nt} (c_1 t + c_2), \\ n > k; & y_1 = e^{-nt} (c_1 \cdot e^{\sqrt{n^2 - k^2} \cdot t} + c_2 \cdot e^{-\sqrt{n^2 - k^2} \cdot t}). \end{aligned}$$

Известно, что в любом из этих случаев из-за наличия множителя e^{-nt} y_1 стремится к нулю с возрастанием времени, т.е. затухает. При малых значениях коэффициента затухания ($n < k$) затухающее движение y_1 носит колебательный характер, а при больших ($n \geq k$) затухание так велико, что движение не является колебательным. Следовательно, при наличии линейного сопротивления по истечении достаточного времени общее вынужденное движение y несущественно отличается от вынужденных колебаний и можно считать, что $y=y_2$.

Частное решение y_2 уравнения (3) следует искать в форме

$$y_2 = A \cdot \sin(pt + \delta - \varepsilon).$$

Для определения A и ε вычислим первое и второе производные от y_2 и их значения подставим в уравнение (3).

Вычислим: $\dot{y}_2 = A \cdot p \cos(pt + \delta - \varepsilon)$; $\ddot{y}_2 = -A \cdot p^2 \sin(pt + \delta - \varepsilon)$ и преобразуем правую часть уравнения (3):

$$h \cdot \sin(pt + \delta) = h \cdot \sin[(pt + \delta - \varepsilon) + \varepsilon] = h \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos(pt + \delta - \varepsilon) + h \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin(pt + \delta - \varepsilon).$$

Учитывая это, подставим значение y_2 и его производные в уравнение (3), и после несложных преобразований получим

$$A(k^2 - p^2) = h \cdot \cos \varepsilon, \quad An \cdot p = h \cdot \sin \varepsilon.$$

Из этих уравнений определяем амплитуду вынужденных колебаний A и сдвиг фаз ε :

$$A = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 \cdot p^2}}; \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2np}{k^2 - p^2}.$$

Таким образом, закон вынужденных колебаний ножевого вала

$$y = A \cdot \sin(pt + \delta - \varepsilon), \quad (4)$$

где

$$A = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 \cdot p^2}}; \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2np}{k^2 - p^2}; \quad 0 \leq \varepsilon \leq \pi. \quad (5)$$

Амплитуда A и сдвиг фаз ε в соответствии с (5) не зависят от начальной фазы δ возмущающей силы. При их вычислении можно считать, например, $\delta = \pi/2$. $A_0 = h/k^2$ «амплитудой» вынужденных колебаний при действии постоянной возмущающей силы, совпадающей по величине с наибольшим значением гармонической возмущающей силы. Как известно, величина A/A_0 , называемая коэффициентом динамичности, характеризует относительную величину амплитуды вынужденных колебаний, т.е. показывает, во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний при действии гармонической возмущающей силы отличается от статического смещения, которое вызывает постоянная возмущающая сила, равная по величине наибольшему значению гармонической силы.

Учитывая A и A_0 , после преобразования получаем

$$\mu = \frac{A}{A_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - z^2)^2 + 4b^2 \cdot z^2}}, \quad (6)$$

где $z = p/k$ – коэффициент расстройки; $b = n/k$ – относительный коэффициент затухания.

Таким образом, динамический коэффициент μ зависит от параметров коэффициентов расстройки и затухания.

Для гибкого ножевого вала ($k < p$) действие возмущений силы с большой частотой не воспринимается колеблющимися ножевыми валами и не нарушает режима собственных колебаний, которые под влиянием сопротивления для линейных систем затухают.

Обозначая знаменатель в соотношении (6) через $f(z) = (1 - z^2)^2 + 4b^2 z^2$, получим $\mu = 1/\sqrt{f(z)}$.

Очевидно, что когда $f(z)$ достигает максимума, то μ имеет минимум, и наоборот. Определим экстремальные значения $f(z)$; $z_1 = 0$; $z_2 = \sqrt{1 - 2b^2}$.

Так как относительная частота может быть только положительной и равна нулю для постоянной возмущающей силы, то $1 - 2b^2 > 0$ или $b < 0.7$. Тогда $f''(z_1) < 0$, т.е. $f(z)$ достигает максимума и μ – минимума.

При $f''(z_1) > 0$, следовательно, $f(z)$ имеет минимум, а μ – максимум.

Если $1 - 2b^2 = 0$, то $z_1 = z_2 = 0$ и $f'(z) = 0$.

Используя третью и четвертую производные, можно показать, что $f(z)$ при $z=0$ достигает минимума, а μ имеет максимум.

Если $1 - 2b^2 < 0$, то z_2 становится чисто мнимым, т.е., кроме $z = 0$, функция $f(z)$ не имеет точки экстремума.

При $z=0$ $f(z)$ достигает минимума, а μ – максимума.

С увеличением z , т.е. с возрастанием круговой частоты возмущающей силы, μ при $1 - 2b^2 \leq 0$ монотонно убывает от своего максимума.

Таким образом, максимум μ , а следовательно, и амплитуды вынужденных колебаний наступают не при резонансе, когда $z=1$ ($p=k$), а при значении $z = z_2 = \sqrt{1 - 2b^2}$ меньше единицы (рис. 2).

Чтобы получить величину максимальной амплитуды A_{\max} , следует в (6) вместо z подставить $z_2 = \sqrt{1 - 2b^2}$, что соответствует критической круговой частоте возмущающей силы

$$p_{\text{кр}} = k \sqrt{1 - 2 \frac{n^2}{k^2}} = \sqrt{k^2 - 2n^2} = \sqrt{k^2 - \frac{\eta^2}{M^2}}. \quad (7)$$

Поэтому

$$A_{\max} = \frac{A_0}{\sqrt{(1-z_2^2)^2 + 4b^2 \cdot z_2^2}} = \frac{h}{2n\sqrt{k^2 - n^2}} = \frac{A}{2b\sqrt{1-b^2}}.$$

При $z = 1$ из равенства (6) получим

$$A_{\text{рез}} = \frac{h}{2nk} = \frac{A_0}{2b} < A_{\max},$$

т.е. амплитуда вынужденных колебаний при резонансе меньше максимальной амплитуды, которая достигается при $p_{\text{кр}} = \sqrt{k^2 - 2n^2}$. Критическая круговая частота, при которой амплитуда вынужденных колебаний достигает максимума, уменьшается с увеличением коэффициента затухания. Значения A_{\max} и $A_{\text{рез}}$ тоже при этом уменьшаются.

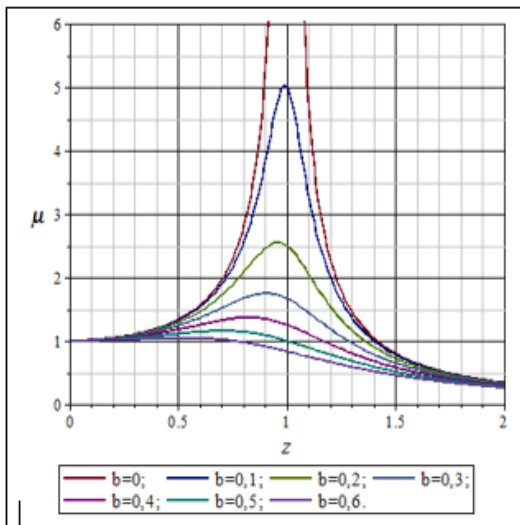


Рис. 2. Амплитудно - частотная характеристика ножевого вала

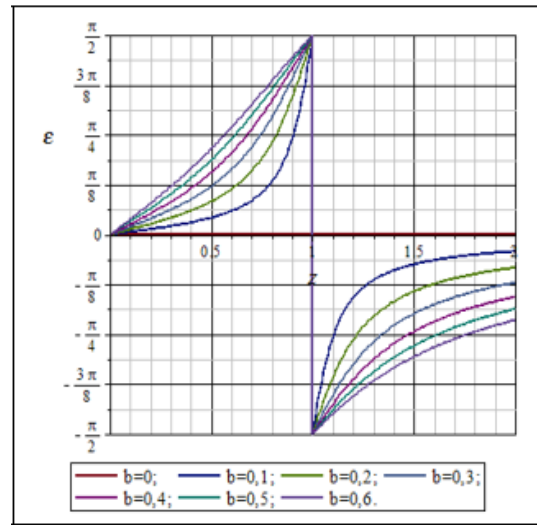


Рис. 3. Изменение сдвига фаз ножевого вала

Из равенства (5) следует

$$\text{tg} \varepsilon = \frac{2bz}{1-z^2}; \quad 0 \leq \varepsilon \leq \pi. \quad (8)$$

Тангенс сдвиг фаз ε выражается простой зависимостью от z . Пользуясь монотонностью изменения тангенса в зависимости от изменения аргумента, построим график зависимости ε от z при различных фиксированных значениях b (рис. 3). Из (8) следует, что для жестких валов ($z < 1$); $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ и для гибких валов ($z > 1$); $z = 1, \varepsilon = \pi$.

Таким образом,

$$z = 0, \varepsilon = 0 \quad z = 1, \varepsilon = \frac{\pi}{2}$$

и

$$0 < z < 1, 0 < \varepsilon < \frac{\pi}{2} \quad z \rightarrow \infty, \varepsilon = \pi.$$

Следовательно, при небольших значениях силы затухания, а значит, и величины с приближением частоты вынужденных колебаний (например, числа оборотов вала) к частоте собственных колебаний вала становятся опасными с точки зрения роста деформаций и напряжений.

Если частота возбуждающей силы меньше или больше частоты свободных колебаний вала, то направления деформаций от их действия не совпадают во времени.

Вал, у которого частота возбуждающей силы ниже частоты свободных колебаний, называется жестким; если $p > \omega$, он называется гибким. У вала с несколькими сосредоточенными поперечными нагрузками возможны прогибы нескольких форм и, следовательно, столько же круговых частот собственных колебаний. Наименьшая из них называется основной, остальные – высшими. Естественно, что совпадение числа оборотов такого вала с любой из упомянутых частот представляет собой резонанс и представляет опасность. Такое число оборотов называется критическим (первым критическим $n_{1кр}$ для основной частоты, вторым критическим $n_{2кр}$ для второй частоты и т. д.).

Для жесткого вала число оборотов n не должно приближаться больше чем на 75%, к первому критическому валу рекомендуется область чисел оборотов, т.е. $n \leq 0.75n_{1кр}$.

Для гибкого вала рекомендуется область чисел оборотов:

$$1.4n_{1кр} < n < 0.7n_{2кр} . \quad (9)$$

Нахождение критического числа оборотов $n_{1кр}$ вала, имеющего одну поперечную нагрузку, не вызывает затруднений:

$$n_{кр} = 60\nu = 60 \frac{\omega}{2\pi} = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{f_{cm}}} \approx 300 \sqrt{\frac{1}{f_{cm}}} \left| \frac{1}{\text{мин}} \right|.$$

В работе [2], пренебрегая массой шкивов, сравнительно небольшой размещенной за подшипниками, принято, что ножевой вал несет лишь одну распределенную поперечную нагрузку собственного веса. Для данного случая, используя уравнение упругой линии, определены частоты собственных колебаний и критические числа оборотов ножевого вала для колебательного движения

$$\omega = k^2 \sqrt{\beta} = \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \sqrt{\frac{gEI}{q}} \quad (n=1,2,3,\dots), \quad (10)$$

т.е. вал имеет бесконечное число частот колебаний, из которых основная (наименьшая)

$$\omega_1 = k^2 \sqrt{\beta} = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{gEI}{q}}.$$

Используя эти формулы, определим частоты собственных колебаний и критические числа оборотов ножевого вала с диаметрами $d=10; 15; 20; 25; 30$ см и длинами $\ell=180; 300$ см ножевого вала (табл.1)

Таблица 1

Определение частоты собственных колебаний и критических чисел оборотов ножевого вала

d	ℓ	E	J	γ	q	ω_1	ω_2	ω_3	$n_{1к}$	$n_{2к}$	$n_{3к}$
		$2.1 \cdot 10^6$	$J = 0.05 \cdot d^4$	$7.8 \cdot 10^{-3}$	$\frac{\pi d^2}{4} \gamma$	$\frac{\pi^2}{\ell^2} \cdot \sqrt{\frac{gEI}{q}}$	$\omega_1 \cdot 2^2$	$\omega_1 \cdot 3^2$	$\frac{60 \cdot \omega_1}{2\pi}$	$\frac{60 \cdot \omega_1 \cdot 2^2}{2\pi}$	$\frac{60 \cdot \omega_1 \cdot 3^2}{2\pi}$
см	см	Н/см ²	см ⁴	Н/см ³	Н/см	с ⁻¹	с ⁻¹	с ⁻¹	мин ⁻¹	мин ⁻¹	мин ⁻¹
10	180	$2.1 \cdot 10^6$	500	$7.8 \cdot 10^{-3}$	0.61	395.4	1581.8	3558.9	3778.1	15112.3	34002.6
15	180	$2.1 \cdot 10^6$	2531	$7.8 \cdot 10^{-3}$	1.378	591.9	2367.8	5327	5655.5	22622.0	50899.6
20	300	$2.1 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^3$	$7.8 \cdot 10^{-3}$	2.5	281.3	1125	2531.5	2687.4	10749.5	24186.3
25	300	$2.1 \cdot 10^6$	19531.3	$7.8 \cdot 10^{-3}$	3.83	355.1	1420.3	3195.7	3392.5	13569.9	30532.4
30	300	$2.1 \cdot 10^6$	40500	$7.8 \cdot 10^{-3}$	5.51	426.3	1705.3	3836.7	4072.9	16291.6	36656.1

Критические числа оборотов:

- | | | | |
|----|-----------------------------------|----|-----------------------------|
| 1) | $n \leq 0.75n_{1к}$ | 2) | $1.4n_{1к} < n < 0.7n_{2к}$ |
| | a) $n \leq 2833.58$ ($d=10$ см), | | a) $5289 < n < 10578.61$, |
| | b) $n \leq 4241.6$ ($d=15$ см), | | b) $7917.7 < n < 16966.5$, |
| | v) $n \leq 2015.55$ ($d=20$ см), | | v) $3762.36 < n < 8062.1$, |
| | g) $n \leq 2544.4$ ($d=25$ см), | | g) $4746.5 < n < 10177.4$, |
| | d) $n \leq 5054.8$ ($d=30$ см). | | d) $5702 < n < 11404.12$. |

Таким образом, область определения критических чисел оборотов гибкого вала шире, чем жесткого вала. Анализируя приведенные значения критических чисел оборотов в табл.1, в дальнейшем рекомендуем выбрать расправляющий вал с диаметром 20 см.

При дальнейших исследованиях рассматриваемая задача сводится к двум проблемам:

1. Чтобы обеспечить расправляющему валу необходимое давление на кожевенный материал, необходимо установить линейный сервопривод, который обеспечит возвратно-поступательное движение к опорам *A* и *B*. В этом случае необходимо выбрать механизм, который одновременно обеспечит возвратно-поступательное движение к точкам *A* и *B*.

2. Необходимо определить угловую скорость расправляющего вала таким образом, чтобы нормальная составляющая сила инерции обеспечила необходимое давление на кожевенный материал.

Кожа – это универсальный материал, созданный природой для выполнения функций передачи нагрузки и обмена веществ. Он показывает градиент плотности структуры, состоящей из различных тонких гидрофильных белковых волокон. Каждая часть конструкции берет на себя определенную функцию. Сетчатый слой, состоящий из пучков грубых волокон, обеспечивает высокое механическое сопротивление прочности на разрыв. Разрушение волоконной сети выросшей ткани приводит к снижению механической устойчивости в 10 раз [21–26].

Основой кожевенной технологии мехового производства является обработка шкур в водных растворах химических материалов с невысокой концентрацией, чередующаяся с механической обработкой полуфабриката на машинах проходного или непроходного типа. Во всех проходного или непроходного типа кожеобрабатывающих машин основными звеньями являются ножевые валы.

Ножевой вал, выполненный в виде расправочного вала с находящимися на его поверхности расправочными элементами, расходящимися по винтовой линии от середины цилиндрического основания к его краям, широко используется для расправки кожевенного полуфабриката при его обработке на отжимных и разводных машинах. Для таких устройств характерно использование в качестве расправочных элементов спиральных ножей, что является причиной интенсивного механического воздействия этих элементов на поверхность объекта обработки и ограничивает возможность изменения интенсивности воздействия (только за счет регулирования усилия прижатия к материалу), создает вероятность повреждения лицевой поверхности материала. В связи с этим подобные устройства используют только в оборудовании предварительной механической обработки кожевенного полуфабриката. Кроме того, в быстро вращающихся ножевых валах часто возникают инерционные напряжения, которые могут явиться причиной разрыва вала, отрыва ножа и других тяжелых аварий, опасных для людей и оборудования. Поэтому с увеличением числа оборотов ножевых валов необходим тщательный поверочный расчет их на прочность.

Для расчёта расправочного вала на изгиб, как балки на упругом основании, построим математический модуль расправочного вала. Сначала составим дифференциальные уравнения ненагруженной части изогнутой оси балки, лежащей на упругом основании, с коэффициентом жесткости *k*, которое имеет следующий вид (*y* – прогиб):

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -ky \quad \text{или} \quad \frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = 0, \quad (11)$$

где

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}. \quad (12)$$

Для уравнения (11) составим характеристическое уравнение

$$\mu^4 + 4\beta^4 = 0,$$

и, решая это уравнение относительно μ , получаем следующие две пары сопряженных мнимых корней:

$$\mu_1 = \beta(1+i), \mu_2 = -\beta(1+i), \mu_3 = \beta(1-i), \mu_4 = -\beta(1-i).$$

Тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения четвертого порядка имеет следующий вид:

$$y = c_1 \cdot e^{(1+i)\beta x} + c_2 \cdot e^{-(\beta+i)\beta x} + c_3 \cdot e^{(1-i)\beta x} + c_4 \cdot e^{-(1-i)\beta x} \quad (13)$$

или, учитывая связь между показательными и тригонометрическими функциями

$$2\cos \beta x = e^{i\beta x} + e^{-i\beta x} \quad \text{и} \quad 2\sin \beta \cdot x = e^{i\beta x} - e^{-i\beta x},$$

получим в вещественной форме

$$y = e^{\beta x} (c_1 \cdot \cos \beta x + c_2 \cdot \sin \beta x) + e^{-\beta x} (c_3 \cdot \cos \beta x + c_4 \cdot \sin \beta x), \quad (14)$$

где c_1, c_2, c_3, c_4 – постоянные интегрирования.

Постоянные интегрирования можно найти из условий, известных для некоторых точек балки, в зависимости от схемы нагрузок и закрепления. Ножевой вал (как и металлический прижимной) можно рассматривать как балку конечной длины на упругом основании с поперечной нагрузкой в виде двух сил P_0 , приложенных по ее концам (рис. 4.). Для нахождения уравнения упругой линии вала можно воспользоваться общим уравнением (14) и установить для данных условий постоянные интегрирования. Для нашего случая имеем следующие граничные условия.

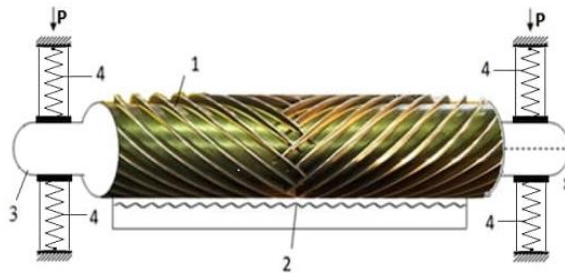


Рис. 4. К расчёту ножевого вала конечной длины на упругом основании:

1– ножевой вал; 2– обрабатываемый кожевенный полуфабрикат; 3– цапфы; 4 – пружины

На концах вала прогиб и изгибающий момент равны нулю:

$$y_{x=0} = 0; y_{x=l} = 0. \quad \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=0} = 0; \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=l} = 0. \quad (15)$$

Угол наклона касательной посередине вала к упругой линии и перерезывающая сила равны нулю:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0,5l} = 0; \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0,5l} = 0. \quad (16)$$

Составляя и решая соответствующие уравнения, можно вычислить постоянные c_1, c_2, c_3 и c_4 . Однако определение значений постоянными c_1, c_2, c_3 и c_4 требует громоздкое преобразование и отнимает много времени.

Поэтому, используя метод наложения, определяем прогибы на концах вала ($y_A = y_B$), посередине вала ($y_{x=0,5l}$) и максимальный изгибающий момент ($M_{x=0,5l}$) посередине вала для бесконечно длинной балки, решив задачу для двух систем загрузки, показанных на рис. 4. Подберем расправляющие силы Q_0 и изгибающие моменты M_0 таким образом, чтобы в сечениях A и B бесконечно длинной балки расправляющие силы Q_0 и изгибающие

моменты M_0 равнялись нулю. Очевидно, что в этом случае деформация отрезка AB бесконечно длинной балки будет такой же, как конечной балки на рис. 5.

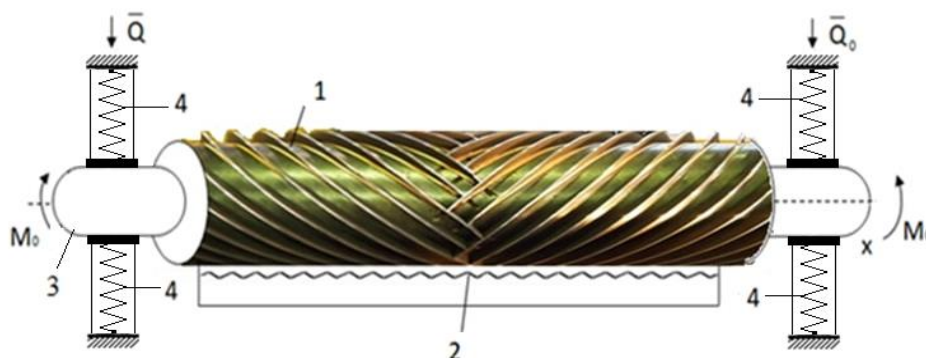


Рис. 5. К расчёту конечной длины балки на упругом основании

Как известно, в работе [2] для таких систем определены прогибы на концах вала ($y_A=y_B$), посередине вала ($y_{x=0.5l}$) и максимальный изгибающий момент посередине вала ($M_{x=0.5l}$) в виде

$$\left. \begin{aligned} y_A = y_B &= \frac{2P\beta}{k} \cdot \frac{ch\beta l + \cos\beta l}{sh\beta l + \sin\beta l}; \\ y_{0.5l} &= \frac{4P\beta}{k} \cdot \frac{ch\frac{\beta l}{2} \cdot \cos\frac{\beta l}{2}}{sh\beta l + \sin\beta l}; \\ M_{0.5l} &= -\frac{2P}{\beta} \cdot \frac{sh\frac{\beta l}{2} \cdot \sin\frac{\beta l}{2}}{sh\beta l + \sin\beta l}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Пользуясь этими уравнениями, находим все данные, требуемые для статического расчета ножевого вала (табл. 2).

Таблица 2

Прогибы конца и середины вала и изгибающие моменты при $d=5; 10; 15; 20; 30$ см

d	ℓ	P	E	k	I	β	βl	Прогибы на конце вала $Y_A=Y_B$	Прогибы на среднем вале Y_C	Максимальный изгибающий момент M_C	Разности прогибов начала и середины валов S	Давление p	Разности прогибов %
			$2.1 \cdot 10^6$		$0.05 \cdot d^4$	$\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$	$\beta \cdot 300$					$s \cdot 10$	$\frac{100 \cdot P}{6.67}$
см	см	H	$H/см^2$	$H/см^2$	$см^4$	$1/см$	рад	см	см	$H/см$	см	$H/см^2$	
10	300	1000	$2.1 \cdot 10^6$	10	$0.05 \cdot 10^4$	0.007	$2.1/120^0$	1.04	0.45	-62857.14	0.59	5.9	88
15	300	1000	$2.1 \cdot 10^6$	10	$0.05 \cdot 15^4$	0.0047	$1.4/81^0$	0.75	0.62	-72000	0.13	1.3	19
20	300	1000	$2.1 \cdot 10^6$	10	$0.05 \cdot 20^4$	0.0035	$1.05/60^0$	0.69	0.66	-104000	0.03	0.3	5
25	300	1000	$2.1 \cdot 10^6$	10	$0.05 \cdot 25^4$	0.003	$0.84/48^0$	0.73	0.7	-66666.67	0.03	0.3	5
30	300	1000	$2.1 \cdot 10^6$	10	$0.05 \cdot 30^4$	0.0023	$0.7/40^0$	0.66	0.65	-76521.74	0.01	0.1	2

Беря необходимое значение величин P, l, β и k из табл. 2, построим графики прогибов конца и середины вала и изгибающие моменты при $d=5; 10; 15; 20; 30$ см (рис.6 –8).

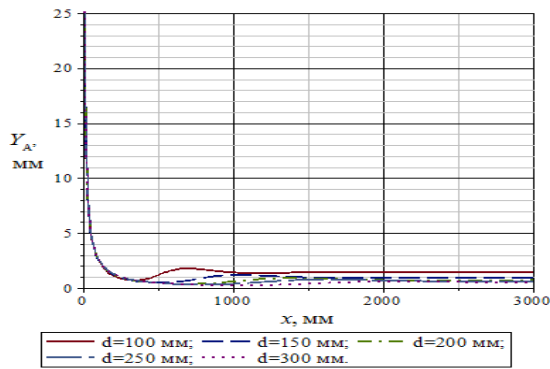


Рис. 6. Графики прогибов начала и конца вала

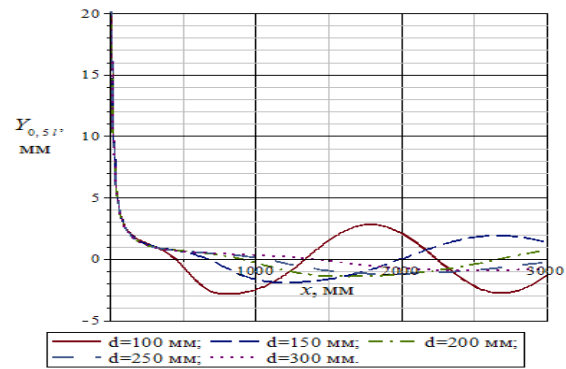


Рис. 7. Графики прогибов середины вала

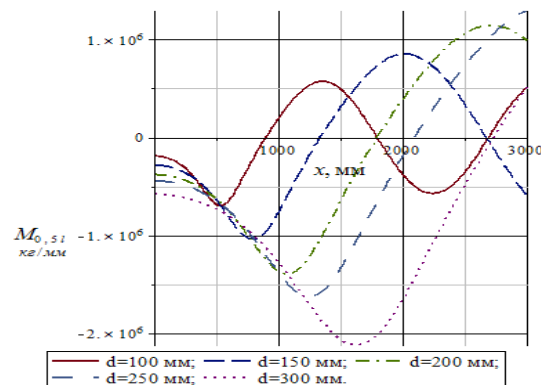


Рис.8. Графики прогибов изгибающих моментов

Обсуждение.

Сравнивая построенные графики, можно заключать, что среди выбранных расправляющих валов на прогибах конца и середины вала и изгибающих моментов диаметров $d=5; 10; 15; 20; 30$ см при дальнейшем исследовании рекомендуется вал диаметром $d=20$ см.

Заключение.

Исследованы вынужденные колебания ножевого вала с учетом силы сопротивления среды кожеобрабатывающих машин при разводке. Предполагается, что к ножевому валу установлен сервомотор, который обеспечивает постоянные вращения вала. Показано, что вал совершает движение в потенциальном силовом поле, т.е. для любого положения вала имеем уравнение постоянства суммы потенциальной ($П$) и кинетической (T) энергии. Коэффициент динамичности и максимальная амплитуда вынужденных колебаний наступает не при резонансе, а при экстремальных значениях коэффициента расстройки меньше единицы. Кроме того, показано, что сдвиг фаз вынужденных колебаний при резонансе не зависит от линейного сопротивления. Графически определено состояние ножевого вала около резонансных значений. Показано, что область определения критических чисел оборотов гибкого вала шире, чем жесткого вала. Определены значение прогибов конца и середины вала и изгибающие моменты при различных диаметрах. В дальнейшем рекомендуется выбрать расправляющий вал с диаметром 20 см.

Литература

- [1] Бурмистров А. Г. Машины и аппараты производства кожи и меха. М.: Колос, 2006. – 384 с.
- [2] Бахадиров Г.А. Механика отжимной валковой пары. Ташкент: Фан, 2010. – 166 с.
- [3] Алимухамедов Ш.П., Хикматов Ш.И., Ахмедов Д.А., Нарзиев С.О. Динамика трансмиссии колесных мобильных машин. Ташкент: Adabiyot uchqunlari, 2017. – 188 с.
- [4] Афанасьев В.В. Совершенствование заточных систем строгальных машин с целью повышения качества обработки натуральных кож: Дис... канд. техн. наук. М., 2005. –149 с.
- [5] Каплин Л.А. Научные основы совершенствования оборудования для механической обработки кожевенных и меховых материалов по условиям повышения качества продукции и эффективности производства: Дис... докт. техн. наук. М., 1999. – 349 с.
- [6] Большаков П.А., Виницкий Д.Б., Копейкин В.П. Справочник. М.: Легпромбытиздат, 1995. –312с.

- [7] Amanov Auezhan T., Bahadirov Gayrat A., Tsoy Gerasim N., Nabiev Ayder M. A New Method to Wring Water-Saturated Fibrous Materials //Int. J. Mech. Eng. Robot. Res. Vol. 10. 2021, No. 3. Pp. 151–156. doi: 10.18178/ijmerr.10.3.151–156.
- [8] Bahadirov G., Tsoy G., Nabiev A. Study of the efficiency of squeezing moisture-saturated products// Eureka Phys. Eng., 2021. doi: 10.21303/2461–4262.2021.001606.
- [9] Полато Антинио. Патент РФ №2302468. Способ и установка для непрерывного постепенного растягивания и сушки технических кож и аналогичных продуктов. Бюл. 2007. № 19.
- [10] Беген А. Теория гироскопических компасов. М.: Наука, 1967. – 192 с.
- [11] Азизов А.Г. Вопросы аналитической динамики систем с сервосвязями: Дис... докт.физ.-мат. наук. М., 1974. – 220 с.
- [12] Khusanov K. Stabilization of mechanical system with holonomic servo-constraints// IOP Conf. Ser: Mater. Eng., 2020. №883. 012146.
- [13] Сервоприводы: подключение, управление, примеры работы. <http://wiki.amperka.ru/articles:servo>. 2020.
- [14] Teshayev M.K. Realization of servo constraints by electromechanical servosystems. Russian Mathematics. vol. 54(12). 2010. Pp. 38–44.
- [15] Kozlov W.W. The dynamics of systems with servoconstraints. II //Regular and Chaotic Dynamics, Vol.20:4. 2015. P. 401–427.
- [16] Анпель П. Теоретическая механика. Динамика системы. Аналитическая механика / Пер. с франц. М.: Гостехиздат, 1960. Т.2. – 487 с.
- [17] Дронг В. И., Ильин и др. Курс теоретической механики / Под.общ. ред. Колесникова К.С. Изд. 3-е, стереотип. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. – 736 с.
- [18] Пэнлеве, П. Лекции о трении. М.: Гостехиздат, 1954. – 316 с.
- [19] Добронравов В.В., Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. Учебник. Изд. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа; 1983. – 575 с.
- [20] Иванов А.П. О трении качения// Eco-Vector Journals Portal journals.eco-vector.com. 2019. – 121 с.
- [21] ISO 3376: 2020 Leather Physical and Mechanical Tests Determination of Tensile Strength and Percentage Elongation. ISO: Geneva, Switzerland.
- [22] ISO 3377-1: 2011 Leather Physical and Mechanical Tests Determination of Tear Load- Part 1: Single Edge Tear. ISO: Geneva, Switzerland, 2011.
- [23] ISO 17186: 2011 Leather–Physical and Mechanical Tests–Determination of Surface Coating Thickness. ISO: Geneva, Switzerland, 2011.
- [24] ISO 32100: 2018 Rubber or Plastics Coated Fabrics Physical and Mechanical Tests-Determination of Flex Resistance by the Flexometer Method. ISO: Geneva, Switzerland, 2018.
- [25] ISO17229: 2016 Leather– Physic a land Mechanical Tests– Determination of Water Vapour Absorption. ISO: Geneva, Switzerland. 2016.
- [26] Meyer M. Processing of collagen based biomaterials and the resulting materials properties. Biomed. Eng. Online Vol.18. 2019. 1–74, doi:10.1186/s12938-019-0647-0.

Дата поступления
02.11.2021.

Бахадиров Г.А., Хусанов К., Мусиров М.У. Терини текисловчи машинанинг валини тебраниши ва эгилиши.

Аннотация: Ушбу мақолада текисловчи вални муҳитнинг қаршилик кучи ҳисобига олингандаги мажбурий тебранма ҳаракатини таҳлили кўриб чиқилган. Текисловчи вал сервомотор ёрдамида доимий бурчак тезлик билан айланади деб қабул қилинади. Динамик коэффициент ва мажбурий тебранма ҳаракат амплитудасининг энг катта қиймати валнинг резонанс ҳолатида эмас, балки бузилиш коэффициентининг экстремал қийматларида эришиши кўрсатилган. Мажбурий тебранма ҳаракатнинг сурилиш фазаси валнинг резонанс ҳолатида чизиқли қаршиликка боғлиқ эмаслиги кўрсатилган. Турли диаметрли валлар учун тебраниш частотасини аниқлаш усуллари ёритиб берилган.

Калим сўзлар: частота; амплитуда; эгилиш; текисловчи вал; динамик коэффициент.

Bahadirov G.A., Khusanov K., Musirov M.U. Vibrations and deflection of knife shafts of adjustable machines

Abstract: This article is devoted to the study of forced oscillations of the knife shaft, taking into account the resistance force of the medium to the skin of processing machines during wiring. It is assumed that a servo motor is installed to the knife shaft, which ensures constant rotation of the shaft. It is established that the coefficient of dynamism and the maximum amplitude of forced oscillations occurs not at resonance, but at extreme values of the detuning coefficient less than one. It is shown that the phase shift of forced oscillations at resonance does not depend on the linear resistance. Methods for determining the frequency of vibrations at different diameters of the knife shaft are described.

Keywords: vibrations; deflection; knife shaft; servo motor; frequency; elastic forces; semi-finished product; inertia forces.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ДВУХВАЛКОВЫХ МОДУЛЯХ

Хуррамов Ш.Р.¹, Бахадиров Г.А.², Абдукаримов А.²

¹Ташкентский архитектурно-строительный институт, Ташкент, Узбекистан

²Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: shavkat-xurramov59@mail.ru

Аннотация: В статье изложены основы теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях. Рассмотрен двухвалковый модуль, в котором валки расположены относительно вертикали наклонном справа, имеют неравные диаметры и эластичные покрытия из материалов с различными жесткостями и коэффициентами трения, слой материала подан наклонном вниз относительно линии центров. Разработаны математические модели кривых контакта валков, напряжений трения, распределения нормальных и касательных напряжений по кривой контакта нижнего и верхнего валков.

Ключевые слова: двухвалковый модуль; контактное взаимодействие; задачи контактного взаимодействия; математическое моделирование.

Введение.

Технологические процессы, выполняемые в двухвалковых модулях, осуществляются в результате контактного взаимодействия обрабатываемого материала с парами валков.

В теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях решаются следующие основные задачи.

1. Определение и оценка контактных углов (угла захвата и угла выхода) нижнего и верхнего валков. Эти углы являются основными величинами, определяющими начальные и граничные условия в задачах контактного взаимодействия.

2. Аналитическое описание кривого контакта нижнего и верхнего валков. Эти кривые имеют важное значение при моделировании контактных напряжений в двухвалковых моделях с валками, имеющими эластичное покрытие.

3. Определение моделей напряжений трения нижнего и верхнего валков. Эти модели устанавливают связь между нормальными и касательными напряжениями, распределенными по кривой контакта нижнего и верхнего валков.

4. Моделирование распределения нормальных и касательных напряжений по кривой контакта верхнего и нижнего валков. Закономерности распределения этих напряжений определяют параметры и технологическую эффективность двухвалковых модулей.

Явления контактного взаимодействия в двухвалковых модулях происходят вместе с физическим явлением, связанным с целевым функционированием технологического процесса, например, при валковом отжиме мокрых материалов фильтрацией влаги. Поэтому решения контактных задач без учета изменения физического явления не позволяют получить достоверные параметры технологического процесса.

На базе исследования явления контактного взаимодействия с учетом физического условия нами разработаны основы теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях. Основная часть этих исследований опубликована в работах [1–8]. Данная статья посвящена обобщению результатов этих работ. В ходе обобщения проводятся некоторые уточнения и дополнения. В статье не дан обзор литературы, так как соответствующие обзоры исследований приведены в вышеуказанных работах [1–8].

Контактные явления в двухвалковых модулях в первую очередь зависят от деформации обрабатываемого материала. Когда валки имеют эластичные покрытия, тогда на контактные явления влияет также деформация покрытия валков. Соответственно решения контактных задач в двухвалковых модулях определяются при этом деформационными свойствами обрабатываемого материала и покрытия валков, т. е. деформированием контактирующихся тел двухвалковых модулей.

Накоплено большое количество экспериментальных данных о деформировании контактирующих тел двухвалковых модулей, таких как кожа, ткани, хлопок, бумага, резина, шерсть, техническое сукно и др. Анализ этих данных показал, что деформационные свойства таких материалов могут быть описаны либо эмпирической зависимостью «напряжения – относительная деформация», либо реологической моделью, учитывающей упругость по Гуку, вязкость – по Ньютону и пластичность – по Сен-Венану.

В статье рассматриваются решения контактных задач в случае, когда деформирование контактирующих тел задано эмпирической зависимостью «напряжения – относительная деформация».

Для описания деформирования контактирующих тел в двухвалковых модулях используют различные эмпирические формулы. Среди этих формул, ввиду своей простоты и достаточно хорошего соответствия опытным данным, наиболее используемым является степенной закон связи напряжений и деформаций $\sigma = A\varepsilon^n$, где A , n – коэффициенты деформирования и упрочнения. Изменения коэффициента упрочнения n от единицы до бесконечности соответствуют широкому диапазону моделей материалов от линейно - упругого до жестко-идеальнопластического [9].

Методы.

Рассмотрим двухвалковый модуль, в котором валки расположены относительно вертикали наклоном справа под углом β , имеют неравные диаметры ($R_1 \neq R_2$) и эластичные покрытия из материалов с различными жесткостями и коэффициентами трения ($f_1 \neq f_2$), нижний вал приводной, верхний – свободный. Слой материала имеет равномерную толщину δ_1 и подан наклоном вниз относительно линии центров под углом γ_1 (рис. 1).

Статьи [1, 2] посвящены решению первой задачи теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях, в которых на основе анализа геометрических условий и оценки условиями захвата слоя материала валками определены контактные углы для рассматриваемого двухвалкового модуля.

Контактные углы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= \frac{1}{R_1 + R_2} \left(R_2 \left(v_{11} - v_{ш} \frac{r_{ш}}{R_2} \right) + \delta_1 \gamma_1 \right), & \varphi_{12} &= \frac{1}{R_1 + R_2} \left(R_2 \left(v_{12} - v_{ш} \frac{r_{ш}}{R_2} \right) + \delta_2 \gamma_2 \right), \\ \varphi_{21} &= \frac{1}{R_1 + R_2} \left(R_1 \left(v_{11} - v_{ш} \frac{r_{ш}}{R_2} \right) - \delta_1 \gamma_1 \right), & \varphi_{22} &= \frac{1}{R_1 + R_2} \left(R_1 \left(v_{12} - v_{ш} \frac{r_{ш}}{R_2} \right) - \delta_2 \gamma_2 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где φ_{11} , φ_{22} – угол захвата и угол выхода нижнего валка; φ_{21} , φ_{12} – угол захвата и угол выхода верхнего валка; δ_2 – толщина слоя материала в конце очага деформации; $v_{11} = \arctg f_{11}$; $v_{12} = \arctg f_{12}$; $v_{ш} = \arctg f_{ш}$; v_{11} , f_{11} , v_{12} , f_{12} – углы трения и коэффициенты трения в начальной и конечной точках зоны контакта приводного нижнего валка; $v_{ш}$, $r_{ш}$, $f_{ш}$ – угол трения, радиус и коэффициент трения в шейках свободного верхнего валка.

Моделирование кривого контакта нижнего и верхнего валков.

Работы [3–5] посвящены решению второй задачи теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях, в которых получены математические модели кривых контакта валков двухвалковых модулей. В данной статье приведем некоторые уточнения и дополнения к полученным моделям.

Одним из условий, используемых при определении уравнения кривого контакта валка (нижнего или верхнего), является равенство напряжений сжатия (восстановления) контактирующих тел (слоя материала и покрытия валка) в каждой точке этой кривой. Однако этого условия будет недостаточно для описания формы кривого контакта валка. Поэтому в исследованиях по описанию формы кривого контакта валка применяют различные дополнительные условия.

В теории качения колеса аналитическое определение линии контакта связывают с анализом соотношения скоростей деформирования контактирующих тел. Во многих работах это соотношение считают постоянным [10, 11].

При рассмотрении любой валковой системы, в том числе двухвалковых модулей технологических машин, можно считать, что валок перекачивается по поверхности другого тела (по смежному валку или по поверхности обрабатываемого материала). Здесь практически должен рассматриваться процесс качения [11]. Таким образом, контактное взаимодействие валка с эластичным покрытием и слоем материала можно рассматривать по аналогии с качением эластичного колеса по деформируемому грунту. Поэтому как в теории качения колеса определение формы кривого контакта валка связываем с соотношением скоростей деформирования (относительной деформации) контактирующих тел.

В процессе контактного взаимодействия в очаге деформации слоя материала, в том

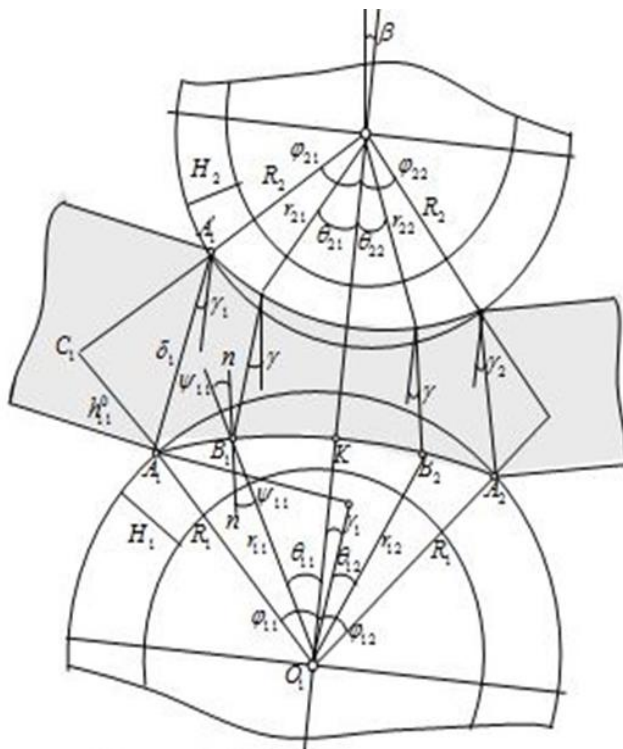


Рис.1. Схема двухвалкового модуля с геометрическими параметрами

числе на ее границах, т. е. в кривых контакта валков, происходят одновременные изменения двух параметров – деформационного и технологического. При этом деформационный параметр определяется относительной деформацией, а технологический характеризуется основной выполняемой функцией двухвалкового модуля. Например, в отжимных двухвалковых модулях таким параметром является влажность.

Согласно [12], изменение технологического параметра в очаге деформации слоя материала в итоге также приводит к изменению ее деформационного свойства. Поэтому можно считать, что в очаге деформации слоя материала имеет место зависимость вида

$$\sigma = f(\varepsilon, W),$$

где σ , ε , W – напряжения, относительная деформация и технологический параметр слоя материала в очаге де-

формации.

Пусть в очаге деформации свойства обрабатываемого материала при сжатии ($j=1$) и восстановлении ($j=2$) заданы степенными законами.

Тогда в границах очага деформации, т. е. в точках кривого контакта i -го валка, имеет место равенство

$$\sigma_{ij}^* = K_j \varepsilon_{ij}^{*k_j} W_{ij}^{*s_j}. \quad (2)$$

В очаге деформации слоя материала деформационные и технологические параметры связаны между собой. Согласно исследованиям Г.К.Кузнецова [13], технологический параметр в точках очага деформации является функцией относительной деформации, т. е. $W = W(\varepsilon)$. Пусть эта функция также будет степенной.

Тогда в точках кривого контакта i -го валка имеет место зависимость

$$W_{ij}^* = M_j \varepsilon_{ij}^{*l_j}. \quad (3)$$

Теперь равенство (2) с учетом зависимости (3) имеет вид

$$\sigma_{ij}^* = B_j \varepsilon_{ij}^{*m_j}, \quad (4)$$

где $B_j = K_j M_j^{s_j}$, $m_j = k_j + s_j l_j$.

Аналогично опишем деформационные свойства эластичного покрытия i -го валка при сжатии ($j=1$) и восстановлении ($j=2$):

$$\sigma_{ij} = A_{ij} \varepsilon_{ij}^{n_{ij}}, \quad (5)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} – напряжения и относительная деформация эластичного покрытия i -го валка при сжатии и восстановлении; A_{ij} , n_{ij} , – коэффициенты деформирования и упрочнения точек i -го валка на j -м участке.

Рассмотрим взаимодействие слоя материала с нижним валком. Кривая контакта нижнего ($i=2$) валка (кривая A_1A_2) состоит из двух участков – A_1K ($j=1$) и KA_2 ($j=2$) (рис. 1). На участке A_1K происходит сжатие контактирующих тел, а на KA_2 – восстановление, где K – точка кривого контакта нижнего валка, лежащая на линии центра (прямой, соединяющей центры валков). Точка B_1 участка A_1K определяется полярными координатами r_{11} и θ_{11} , а точка B_2 участка KA_2 – r_{12} и θ_{12} .

Согласно рис. 1,

$$-\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0, \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}. \quad (6)$$

В процессе взаимодействия с валком угол наклона слоя материала меняется и выражается зависимостями [4]:

$$\gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{11}}{\varphi_{11}}, \quad -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0, \quad \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{12}}{\varphi_{12}}, \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}. \quad (7)$$

В точках кривой контакта нижнего валка деформация контактирующих тел будет происходить по нормали $n-n$. Поэтому в каждой точке участка A_1K выполняется условие

$$\frac{\sigma_{11}}{\cos \psi} = \frac{\sigma_{11}^*}{\cos \psi}, \quad \text{где } \psi \text{ – угол между радиусом } r_{11} \text{ и линией } n-n.$$

Отсюда имеем $\sigma_{11} = \sigma_{11}^*$.

Тогда из равенства (4) и (5) получим

$$A_{11} \varepsilon_{11}^{n_{11}} = B_1 \varepsilon_{11}^{*m_1}. \quad (8)$$

Продифференцировав обе части равенства (8), находим $n_{11} A_{11} \varepsilon_{11}^{n_{11}-1} d\varepsilon_{11} = m_1 B_1 \varepsilon_{11}^{*m_1-1} d\varepsilon_{11}^*$.

Отсюда

$$\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11}^*} = \frac{n_{11}}{m_1} \cdot \frac{d\varepsilon_{11}}{d\varepsilon_{11}^*} = \frac{n_{11}}{m_1} \cdot \frac{\frac{d\varepsilon_{11}}{dt}}{\frac{d\varepsilon_{11}^*}{dt}}. \quad (9)$$

Обозначим соотношение относительных деформаций эластичного покрытия нижнего валка и слоя материала при сжатии через λ_{11} :

$$\frac{\frac{d\varepsilon_{11}}{dt}}{\frac{d\varepsilon_{11}^*}{dt}} = \lambda_{11}. \quad (10)$$

Из равенства (9) и (10) имеем

$$\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11}^*} = \frac{n_{11}}{m_1} \lambda_{11}. \quad (11)$$

Согласно рис. 2, относительные деформации контактирующих тел имеют вид

$$\varepsilon_{11} = \frac{R_1 - r_{11}}{H_1}, \quad \varepsilon_{11}^* = \frac{r_{11} - R_1 \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)}}{h_{11}^0}, \quad (12)$$

где H_1 – толщина эластичного покрытия нижнего валка.

Из треугольника имеем

$$h_{11}^0 = \delta_1 \frac{\sin(\varphi_{21} - \gamma_1)}{\sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}. \quad (13)$$

Из равенства (11) с учетом выражения (12) находим

$$R_1 - r_{11} = k_{11} \lambda_{11} \left(r_{11} - R_1 \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right), \quad (14)$$

где $k_{11} = \frac{n_{11} H_1}{m_1 h_{11}^0}$ или с учетом выражения (13)

$$k_{11} = \frac{n_{11} H_1 \sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{m_1 \delta_1 \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)}. \quad (15)$$

Решив равенство (14) относительно r_{11} , найдем уравнение кривой контакта участка A_1K и напишем ее с учетом выражения (7)

$$r_{11} = \frac{R_1}{1 + k_{11} \lambda_{11}} \left(1 + k_{11} \lambda_{11} \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right), \quad \gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{11}}{\varphi_{11}}, \quad -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0. \quad (16)$$

Аналогично формуле (16) находим уравнение кривой контакта участка KA_2

$$r_{12} = \frac{R_1}{1 + k_{12} \lambda_{12}} \left(1 + k_{12} \lambda_{12} \frac{\cos(\varphi_{12} + \gamma)}{\cos(\theta_{12} + \gamma)} \right), \quad \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{12}}{\varphi_{12}}, \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}, \quad (17)$$

где $k_{12} = \frac{n_{12} H_1 \sin(\varphi_{12} + \varphi_{22})}{m_2 \delta_2 \sin(\varphi_{22} - \gamma_2)}$, $\lambda_{12} = \frac{d\varepsilon_{12}}{dt} \frac{d\varepsilon_{12}^*}{dt}$ – известная величина, определяющая соотношение относительных деформаций эластичного покрытия нижнего валка и слоя материала при восстановлении.

Обобщая уравнения (16) и (17), найдем уравнения кривой контакта нижнего валка

$$\begin{cases} r_{11} = \frac{R_1}{1 + k_{11} \lambda_{11}} \left(1 + k_{11} \lambda_{11} \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right), & \gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{11}}{\varphi_{11}}, \quad -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0, \\ r_{12} = \frac{R_1}{1 + k_{12} \lambda_{12}} \left(1 + k_{12} \lambda_{12} \frac{\cos(\varphi_{12} + \gamma)}{\cos(\theta_{12} + \gamma)} \right), & \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{12}}{\varphi_{12}}, \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}. \end{cases} \quad (18)$$

По аналогии определения уравнения кривой контакта нижнего валка определяем уравнения кривой контакта верхнего валка:

$$\begin{cases} r_{21} = \frac{R_2}{1 + k_{21} \lambda_{21}} \left(1 + k_{21} \lambda_{21} \frac{\cos(\varphi_{21} + \gamma)}{\cos(\theta_{21} - \gamma)} \right), & \gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{21}}{\varphi_{21}}, \quad -\varphi_{21} \leq \theta_{21} \leq 0, \\ r_{22} = \frac{R_2}{1 + k_{22} \lambda_{22}} \left(1 + k_{22} \lambda_{22} \frac{\cos(\varphi_{22} - \gamma)}{\cos(\theta_{22} - \gamma)} \right), & \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{22}}{\varphi_{22}}, \quad 0 \leq \theta_{22} \leq \varphi_{22}, \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{где } k_{21} = \frac{n_{21}H_2 \sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{m_1\delta_1 \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)}, \quad k_{22} = \frac{n_{22}H_2 \sin(\varphi_{12} + \varphi_{22})}{m_2\delta_2 \sin(\varphi_{12} + \gamma_2)}, \quad \lambda_{21} = \frac{\frac{d\varepsilon_{21}}{dt}}{\frac{d\varepsilon_{21}^*}{dt}}, \quad \lambda_{22} = \frac{\frac{d\varepsilon_{22}}{dt}}{\frac{d\varepsilon_{22}^*}{dt}}.$$

Из системы уравнений (18) и (19) следует, что основными показателями математических моделей кривых контакта валков являются величины φ_{ij} , k_{ij} и λ_{ij} .

Проанализируем эти показатели.

Показатели φ_{ij} , т. е. контактные углы для рассматриваемого двухвалкового модуля, где нижний валок свободный, а верхний валок приводной, определяются формулами (1).

Из формул (1) следует, что для двухвалкового модуля, имеющего нижний приводной и верхний свободный валок, выполняются условия

$$\varphi_{11} + \varphi_{21} = v_{11} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2}, \quad \varphi_{21} + \varphi_{22} = v_{21} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2}. \quad (20)$$

С учетом этих выражений суммы углов контакта величины k_{ij} для двухвалкового модуля с нижним приводным и верхним свободным валками имеют вид

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{n_{11}H_1 \sin\left(v_{11} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2}\right)}{m_1\delta_1 \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)}, & k_{12} &= \frac{n_{12}H_1 \sin\left(v_{12} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2}\right)}{m_2\delta_2 \sin(\varphi_{22} - \gamma_2)}, \\ k_{21} &= \frac{n_{21}H_2 \sin\left(v_{11} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2}\right)}{m_1\delta_1 \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)}, & k_{22} &= \frac{n_{22}H_2 \sin\left(v_{12} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2}\right)}{m_2\delta_2 \sin(\varphi_{12} + \gamma_2)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Для любого времени t в зоне сжатия нижнего валка имеют место следующие соотношения:

$$\Delta r_{11} + \Delta h_{11} = \Delta l_{11}, \quad (22)$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{\Delta r_{11}}{H_1}, \quad \varepsilon_{11}^* = \frac{\Delta h_{11}}{h_{11}^0}, \quad \frac{d\varepsilon_{11}}{dt} = \frac{1}{H_1} \frac{dr_{11}}{dt}, \quad \frac{d\varepsilon_{11}^*}{dt} = \frac{i}{h_{11}^0} \frac{dh_{11}}{dt}. \quad (23)$$

Подставляем выражения относительных деформаций из зависимостей (23) в равенства (8) и преобразуем их

$$\begin{aligned} A_{11} \left(\frac{\Delta r_{11}}{H_1} \right)^{n_{11}} &= B_1 \left(\frac{\Delta h_{11}}{h_{11}^0} \right)^{m_1}, \\ A_{11} \left(1 - \frac{H_1 - \Delta r_{11}}{H_1} \right)^{n_{11}} &= B_1 \left(1 - \frac{h_{11}^0 - \Delta h_{11}}{h_{11}^0} \right)^{m_1}, \\ A_{11} \left(1 - n_{11} \frac{H_1 - \Delta r_{11}}{H_1} \right) &= B_1 \left(1 - m_1 \frac{h_{11}^0 - \Delta h_{11}}{h_{11}^0} \right), \end{aligned}$$

или

$$A_{11} ((1 - n_{11})H_1 + n_{11}\Delta r_{11})h_{11}^0 = B_1 ((1 - m_1)h_{11}^0 + m_1\Delta h_{11})H_1. \quad (24)$$

Заметим, что

$$\lambda_{11} = \frac{\frac{d\varepsilon_{11}}{dt}}{\frac{d\varepsilon_{11}^*}{dt}} = \frac{\frac{dr_{11}}{dt}}{\frac{dh_{11}}{dt}} \approx \frac{h_{11}^0 \Delta r_{11}}{H_1 \Delta h_{11}}.$$

Учитывая это, из равенства (22) имеем

$$\Delta r_{11} = \frac{H_1 \lambda_{11}}{h_{11}^0 + H_1 \lambda_{11}} \Delta l_{11}, \quad \Delta h_{11} = \frac{h_{11}^0}{h_{11}^0 + H_1 \lambda_{11}} \Delta l_{11}.$$

Подставим эти выражения Δr_{11} и Δh_{11} в равенство (22) и после преобразования его находим

$$\lambda_{11} = \frac{B_1 m_1 \Delta l_{11} - (A_{11}(1 - n_{11}) - B_1(1 - m_1)) h_{11}^0}{A_{11} n_{11} \Delta l_{11} + (A_{11}(1 - n_{11}) - B_1(1 - m_1)) H_1}. \quad (25)$$

Из равенства (22) с учетом выражений (12) и (23) находим

$$\Delta l_{11} = R_1 \cdot \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right). \quad (26)$$

Расчетами λ_{11} по формуле (25) можно упростить выражение Δl_{11} , определяемое выражением (26), заменой средним значением.

Среднее значение $(\Delta l_{11})_{cp}$ определим в соответствии с теоремой о среднем интегрального исчисления, заменяя при этом выражение $\cos(\varphi_{11} - \gamma)$ выражением $\cos(\varphi_{11} - \gamma_1)$:

$$(\Delta l_{11})_{cp} = \frac{1}{\varphi_{11}} \int_0^{\varphi_{11}} R_1 \cdot \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma_1)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right) d\theta_{11}.$$

или после интегрирования

$$(\Delta l_{11})_{cp} = R_1 \cdot \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma_1)}{2\varphi_{11}} \ln \left| \frac{1 + \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)}{1 - \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)} \right| \right). \quad (27)$$

Таким образом, соотношение скоростей деформации покрытия нижнего вала и слоя материала в зоне сжатия определяется по формуле

$$\lambda_{11} = \frac{B_1 m_1 (\Delta l_{11})_{cp} - (A_{11}(1 - n_{11}) - B_1(1 - m_1)) h_{11}^0}{A_{11} n_{11} (\Delta l_{11})_{cp} + (A_{11}(1 - n_{11}) - B_1(1 - m_1)) H_1}, \quad (28)$$

где

$$h_{11}^0 = \delta_1 \frac{\sin(\varphi_{21} - \gamma_1)}{\sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}, \quad (\Delta l_{11})_{cp} = R_1 \cdot \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma_1)}{2\varphi_{11}} \ln \left| \frac{1 + \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)}{1 - \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)} \right| \right).$$

Соотношение скоростей деформации покрытия нижнего вала и слоя материала в зоне восстановления, а также верхнего вала и слоя материала в зонах сжатия и восстановления определяется аналогично:

$$\lambda_{12} = \frac{B_2 m_2 (\Delta l_{12})_{cp} - (A_{12}(1 - n_{12}) - B_2(1 - m_2)) h_{12}^0}{A_{12} n_{12} (\Delta l_{12})_{cp} + (A_{12}(1 - n_{12}) - B_2(1 - m_2)) H_1}. \quad (29)$$

Здесь

$$h_{12}^0 = \delta_2 \frac{\sin(\varphi_{22} - \gamma_2)}{\sin(\varphi_{12} + \varphi_{22})}, \quad (\Delta l_{12})_{cp} = R_1 \cdot \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{12} + \gamma_2)}{2\varphi_{12}} \ln \left| \frac{1 + \sin(\varphi_{12} + \gamma_2)}{1 - \sin(\varphi_{12} + \gamma_2)} \right| \right);$$

$$\lambda_{21} = \frac{B_1 m_1 (\Delta l_{21})_{cp} - (A_{21}(1 - n_{21}) - B_1(1 - m_1)) h_{21}^0}{A_{21} n_{21} (\Delta l_{21})_{cp} + (A_{21}(1 - n_{21}) - B_1(1 - m_1)) H_2}, \quad (30)$$

где

$$h_{21}^0 = \delta_1 \frac{\sin(\varphi_{11} + \gamma_1)}{\sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}, \quad (\Delta l_{21})_{cp} = R_2 \cdot \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{21} + \gamma_1)}{2\varphi_{21}} \ln \left| \frac{1 + \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)}{1 - \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)} \right| \right);$$

$$\lambda_{22} = \frac{B_2 m_2 (\Delta l_{22})_{cp} - (A_{22}(1 - n_{22}) - B_2(1 - m_2)) h_{22}^0}{A_{22} n_{22} (\Delta l_{22})_{cp} + (A_{22}(1 - n_{22}) - B_2(1 - m_2)) H_2}, \quad (31)$$

$$h_{22}^0 = \delta_2 \frac{\sin(\varphi_{12} + \gamma_2)}{\sin(\varphi_{12} + \varphi_{22})}, \quad (\Delta l_{22})_{cp} = R_2 \cdot \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{22} - \gamma_2)}{2\varphi_{22}} \ln \left| \frac{1 + \sin(\varphi_{22} - \gamma_2)}{1 - \sin(\varphi_{22} - \gamma_2)} \right| \right).$$

Когда $\theta_{11} = \theta_{12} = 0$ и $\theta_{21} = \theta_{22} = 0$, имеют место равенства (см. рис. 1)

$$r_{11}(0) = \frac{R_1}{1 + k_{11}\lambda_{11}} (1 + k_{11}\lambda_{11} \cos \varphi_{11}) = \frac{R_1}{1 + k_{12}\lambda_{12}} (1 + k_{12}\lambda_{12} \cos \varphi_{12}) = r_{12}(0),$$

$$r_{12}(0) = \frac{R_2}{1 + k_{21}\lambda_{21}} (1 + k_{21}\lambda_{21} \cos \varphi_{21}) = \frac{R_2}{1 + k_{22}\lambda_{22}} (1 + k_{22}\lambda_{22} \cos \varphi_{22}) = r_{22}(0).$$

Преобразуя эти равенства, находим выражение, определяющее зависимость между величинами λ_{11} и λ_{12} , а также λ_{21} и λ_{22} :

$$\lambda_{12} = \frac{k_{11}\varphi_{11}^2\lambda_{11}}{k_{12}\varphi_{12}^2 - k_{11}k_{12}(\varphi_{11}^2 - \varphi_{12}^2)\lambda_{11}}, \quad \lambda_{22} = \frac{k_{21}\varphi_{21}^2\lambda_{21}}{k_{22}\varphi_{22}^2 - k_{21}k_{22}(\varphi_{21}^2 - \varphi_{22}^2)\lambda_{21}}. \quad (32)$$

Таким образом, получены выражения (28) – (32), определяющие соотношение скоростей деформации в двухвалковых модулях. Первые четыре из них позволяют выполнять расчеты показателей λ_{ij} , а последние два – проверку выполненных расчетов. Полученные формулы показывают, что величины λ_{ij} зависят от показателей φ_{ij} и k_{ij} , при этом k_{ij} также зависит от показателей φ_{ij} .

Системы уравнений (18) и (19) описывают кривые контакта валков двухвалкового модуля, представленные на рис. 1. Они являются математическими моделями этих кривых в случае, когда деформационные свойства контактирующих тел описаны эмпирическими степенными зависимостями. Модели (18) и (19) являются более общим, чем модели, полученные в статьях [3–5].

Если в двухвалковом модуле валки имеют недеформируемое покрытие, то $\lambda_{ij}=0$. Тогда из систем (18) и (19) следует:

$$r_i = R_i, \quad -\varphi_i \leq \theta_i \leq \varphi_i.$$

Если в двухвалковом модуле слой материала недеформируемый, то $\lambda_{ij}=\infty$. Тогда из систем (18) и (19) следует:

$$r_i = \frac{R_i \cos \varphi_i}{\cos \theta_i}, \quad -\varphi_i \leq \theta_i \leq \varphi_i.$$

Таким образом, любой график кривого контакта i -го валка двухвалкового модуля (рис. 2, кривая 2) лежит между графиками кривых $r_i = \frac{R_i \cos \varphi_i}{\cos \theta_i}$, $-\varphi_i \leq \theta_i \leq \varphi_i$ (рис. 2, кривая 1) и $r_i = R_i$, $-\varphi_i \leq \theta_i \leq \varphi_i$ (рис. 2, кривая 3).

Моделирование напряжений трения нижнего и верхнего валков.

Статьи [4, 6] посвящены решению третьей задачи теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях, в которых получены математические модели напряжений трения в двухвалковых модулях.

На рис. 3 представлена схема двухвалкового модуля, на которой приведены силовые параметры.

Проанализируем напряженное состояние контактного взаимодействия слоя материала и нижнего валка, происходящее по кривой контакта A_{11} , A_{12} .

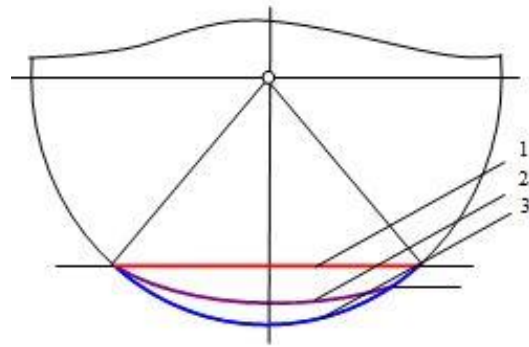


Рис. 2. Схема расположения графика кривого контакта валка

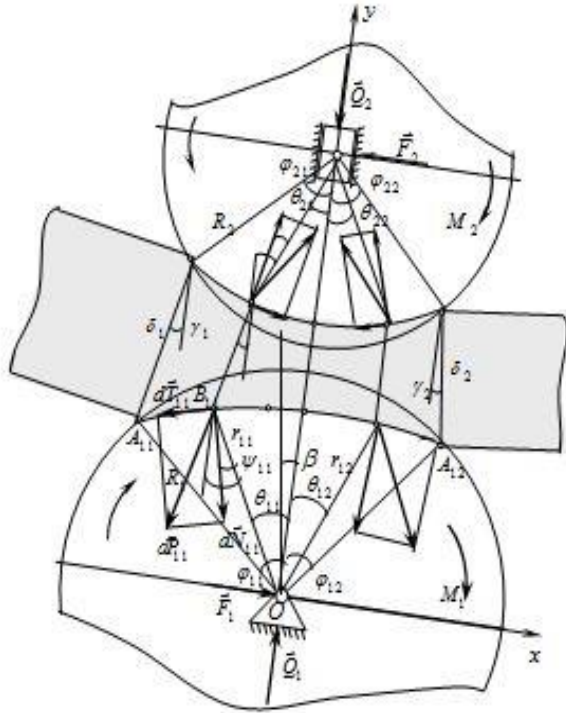


Рис.3. Схема двухвалкового модуля с силовыми параметрами

Из схемы сил зоны сжатия (см.рис. 4) находим

$$dN_{11x} = dN_{11} \sin(\theta_{11} - \psi_{11}), \quad dN_{11y} = -dN_{11} \cos(\theta_{11} - \psi_{11}), \quad dT_{11x} = -dT_{11} \cos(\theta_{11} - \psi_{11}),$$

$$dT_{11y} = -dT_{11} \sin(\theta_{11} - \psi_{11}), \quad dF_{11x} = dF_{11}, \quad dF_{11y} = 0, \quad dQ_{11x} = 0, \quad dQ_{11y} = dQ_{11}, \quad (34)$$

где ψ_{11} – угол между силой dN_{11} и радиусом r_{11} .

С учетом уравнения (34) из системы (33) для зоны сжатия имеем

$$\frac{dF_{11}}{dQ_{11}} = \frac{dT_{11} \cos(\theta_{11} - \psi_{11}) - dN_{11} \sin(\theta_{11} - \varphi_{11})}{dT_{11} \sin(\theta_{11} - \psi_{11}) + dN_{11} \cos(\theta_{11} - \psi_{11})}. \quad (35)$$

Так как рассматриваем установившийся процесс, то можно считать, что $\frac{F_1}{Q_1} = C_1$,

где C_1 – постоянная величина.

$$\text{Отсюда имеем } d\left(\frac{F_1}{Q_1}\right) = \frac{Q_1 dF_1 - F_1 dQ_1}{Q_1^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dF_1}{dQ_1} = \frac{F_1}{Q_1} = C_1.$$

Считая $C_{11} = \frac{dF_{11}}{dQ_{11}}$, из уравнения (35) получим

$$\frac{dT_{11}}{dN_{11}} = \frac{\sin(\theta_{11} - \psi_{11}) + C_{11} \cos(\theta_{11} - \varphi_{11})}{\cos(\theta_{11} - \psi_{11}) - C_{11} \sin(\theta_{11} - \psi_{11})}. \quad (36)$$

Элементарные силы связаны с контактными напряжениями соотношениями [12]

$$dN_{11} = n_{11} \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2} d\theta_{11}, \quad dT_{11} = t_{11} \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2} d\theta_{11}, \quad (37)$$

где $n_{11} = n_{11}(\theta_{11})$, $t_{11} = t_{11}(\theta_{11})$, – соответственно, нормальные и касательные напряжения, распределенные по зонам сжатия кривой контакта валков.

В установившемся процессе взаимодействия на нижний валок воздействуют: сила давления прижимных устройств \bar{Q}_1 , горизонтальная реакция опор валка \bar{F}_1 , момент сил сопротивления M_1 , элементарные силы нормального давления и трения по всей кривой контакта валка. Элементарные силы в зонах сжатия (N_{11} , T_{11}) и восстановления (N_{12} , T_{12}) представим раздельно.

Рассматривая нижний валок в равновесии под действием приложенных сил, получаем

$$\begin{cases} N_{1jx} + T_{1jx} + F_{1jx} + Q_{1jx} = 0 \\ N_{1jy} + T_{1jy} + F_{1jy} + Q_{1jy} = 0 \end{cases},$$

или

$$\begin{cases} dN_{11x} + dT_{11x} + dF_{11x} + dQ_{11x} = 0 \\ dN_{11y} + dT_{11y} + dF_{11y} + dQ_{11y} = 0 \end{cases}, \quad (33)$$

где N_{11x} , N_{11y} , T_{11x} , T_{11y} – проекции главных нормальных и касательных сил зоны сжатия на осях x и y .

Подставим выражения (37) в равенства (36), затем преобразуем, согласно выражениям $\cos \psi_{11} = \frac{r_{11}}{\sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2}}$, $\sin \psi_{11} = \frac{r_{11}'}{\sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2}}$, и получим зависимость, связывающую касательные и нормальные напряжения в точках зоны сжатия нижнего валка:

$$t_{11} = \frac{(\sin \theta_{11} + C_{11} \cos \theta_{11})r_{11} - (\cos \theta_{11} - C_{11} \sin \theta_{11})r_{11}'}{(\cos \theta_{11} - C_{11} \sin \theta_{11})r_{11} + (\sin \theta_{11} + C_{11} \cos \theta_{11})r_{11}'} n_{11}, \quad -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0. \quad (38)$$

Формулу, связывающую касательные и нормальные напряжения в точках зоны восстановления нижнего валка, получим аналогично. Она имеет следующий вид:

$$t_{12} = \frac{(\sin \theta_{12} + C_{12} \cos \theta_{12})r_{12} - (\cos \theta_{12} - C_{12} \sin \theta_{12})r_{12}'}{(\cos \theta_{12} - C_{12} \sin \theta_{12})r_{12} + (\sin \theta_{12} + C_{12} \cos \theta_{12})r_{12}'} n_{12}, \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}, \quad (39)$$

где $C_{12} = \frac{dF_{12}}{dQ_{12}}$.

Заметим, что в точке кривой контакта, лежащей на линии центров, выполняются граничные условия

$$t_{11}(0) = t_{12}(0), \quad n_{11}(0) = n_{12}(0), \quad r_{11}(0) = r_{12}(0) = R_{10}, \quad r_{11}'(0) = r_{12}'(0) = 0.$$

Эти условия приводят к равенству $C_{11} = C_{12}$. Тогда имеем $C_1 = C_{11} = C_{12} = \frac{F_1}{Q_1}$.

Коэффициент $C_1 = \frac{F_1}{Q_1}$ называют динамическим коэффициентом нижнего валка [14].

Следовательно, из уравнений (38) и (39) получим систему, описывающую модель напряжений трения для нижнего приводного валка:

$$\begin{cases} t_{11} = \frac{(Q_1 \sin \theta_{11} + F_1 \cos \theta_{11})r_{11} - (Q_1 \cos \theta_{11} - F_1 \sin \theta_{11})r_{11}'}{(Q_1 \cos \theta_{11} - F_1 \sin \theta_{11})r_{11} + (Q_1 \sin \theta_{11} + F_1 \cos \theta_{11})r_{11}'} n_{11}, & -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0, \\ t_{12} = \frac{(Q_1 \sin \theta_{12} + F_1 \cos \theta_{12})r_{12} - (Q_1 \cos \theta_{12} - F_1 \sin \theta_{12})r_{12}'}{(Q_1 \cos \theta_{12} - F_1 \sin \theta_{12})r_{12} + (Q_1 \sin \theta_{12} + F_1 \cos \theta_{12})r_{12}'} n_{12}, & 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}. \end{cases} \quad (40)$$

В рассматриваемом двухвалковом модуле верхний вал – свободный. В этом случае действующие на верхний валок силы \vec{F}_2 и \vec{T}_2 меняют направление [13]. Поэтому в уравнениях системы (40) величины t_{2j} ($j=1,2$) и F_2 имеют обратные знаки. В связи с этим модель напряжений трения для верхнего валка имеет вид

$$\begin{cases} t_{21} = -\frac{(Q_2 \sin \theta_{21} - F_2 \cos \theta_{21})r_{21} - (Q_2 \cos \theta_{21} + F_2 \sin \theta_{21})r_{21}'}{(Q_2 \cos \theta_{21} + F_2 \sin \theta_{21})r_{21} + (Q_2 \sin \theta_{21} - F_2 \cos \theta_{21})r_{21}'} n_{21}, & -\varphi_{21} \leq \theta_{21} \leq 0, \\ t_{22} = -\frac{(Q_2 \sin \theta_{22} - F_2 \cos \theta_{22})r_{22} - (Q_2 \cos \theta_{22} + F_2 \sin \theta_{22})r_{22}'}{(Q_2 \cos \theta_{22} + F_2 \sin \theta_{22})r_{22} + (Q_2 \sin \theta_{22} - F_2 \cos \theta_{22})r_{22}'} n_{22}, & 0 \leq \theta_{22} \leq \varphi_{22}. \end{cases}$$

Системы уравнений (45) и (46) определяют модели напряжений трения нижнего и верхнего валков в рассматриваемом двухвалковом модуле. Они показывают, что модели напряжений трения в двухвалковых модулях не зависят от наклона подачи слоя материала к линии центров и от наклона верхнего валка относительно вертикали. Анализ этих моделей показал, что они описывают модели напряжений всех частных случаев рассматриваемого двухвалкового модуля.

Полагая $tg \xi_1 = \frac{F_1}{Q_1}$, первое уравнение системы (40) преобразуем к виду

$$t_{11} = \frac{\sin(\theta_{11} + \xi_1)r_{11} - \cos(\theta_{11} + \xi_1)r_{11}'}{\cos(\theta_{11} + \xi_1)r_{11} + \sin(\theta_{11} + \xi_1)r_{11}'} n_{11}. \quad (41)$$

Учитывая теперь $tg\psi_{11} = \frac{r'_{11}}{r_{11}}$, перейдем к выражению $t_{11} = tg(\theta_{11} - \psi_{11} + \xi_1)n_{11}$.

Аналогично преобразуем модели напряжений трения t_{12} , t_{21} , t_{22} .

Обобщая их, имеем

$$\begin{cases} t_{11} = tg(\theta_{11} - \psi_{11} + \xi_1)n_{11}, & -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0, \\ t_{12} = tg(\theta_{12} - \psi_{12} + \xi_1)n_{12}, & 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}, \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} t_{21} = -tg(\theta_{21} - \psi_{21} - \xi_2)n_{21}, & -\varphi_{21} \leq \theta_{21} \leq 0, \\ t_{22} = -tg(\theta_{22} - \psi_{22} - \xi_2)n_{22}, & 0 \leq \theta_{22} \leq \varphi_{22}, \end{cases} \quad (43)$$

где $\xi_2 = arctg C_2 = arctg \frac{F_2}{Q_2}$.

Системы уравнений (48) и (49) определяют модели напряжений трения нижнего и верхнего валков в рассматриваемом двухвалковом модуле в упрощенном виде.

Разработанные математические модели трения нижнего и верхнего валков устанавливают связь между нормальными и касательными напряжениями, распределенными по кривой контакта соответствующего валка как в зонах скольжения, так и в зоне прилипания.

Моделирование распределения нормальных и касательных напряжений по кривой контакта верхнего и нижнего валков.

На участке сжатия очага деформации выделим элемент длиной dl_{11} и направленный по линии $n-n$, так как деформация слоя материала происходит в этом направлении (рис. 4). На выделенный элемент слоя материала действуют со стороны нижнего валка элементарные нормальная dN_{11} и касательная dT_{11} силы и реакция отсеченных частей слоя материала. Силами инерции и тяжести выделенного элемента слоя ввиду их малости пренебрегаем. Составляющие силы dN_{11} и dT_{11} по направлению $n-n$ уравниваются силой $\sigma' dl_{11}$ (рис. 4):

$$\sigma' dl_{11} - dN_{11} \cos 0^\circ - dT_{11} \sin 0^\circ = 0$$

и

$$\sigma'_{11} = n_{11}, \quad (44)$$

где σ'_{11} – напряжения сжатия слоя материала в направлении $n-n$.

Согласно рис. 4, имеем

$$\sigma'_{11} = \sigma_{11} \cos \psi_{11}, \quad (45)$$

где σ_{11} – напряжения сжатия слоя материала для участка сжатия нижнего валка в радиальном направлении к ее оси.

Тогда с учетом равенства (4) имеем

$$\sigma'_{11} = B_1 \varepsilon_{11}^{*n_1} \cos \psi_{11}. \quad (46)$$

Из равенства (12) и (13) следует, что

$$\varepsilon_{11}^* = \frac{\sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{\delta_1 \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)} \left(r_{11} - R_1 \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right). \quad (47)$$

После подстановки выражения r_{11} из первого уравнения системы (19) получим

$$\varepsilon_{11}^* = \frac{R_1 \sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{(1 + k_{11} \lambda_{11}) \delta_1 \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right).$$

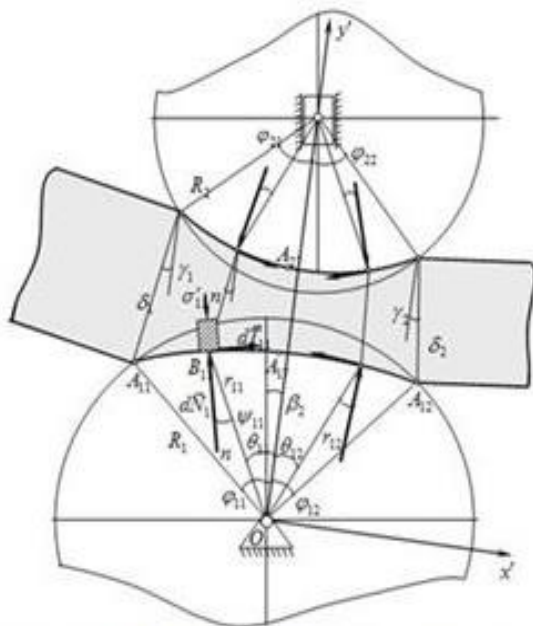


Рис.4. Схема силового взаимодействия в двухвалковом модуле

Подставляя это выражение ε_{ij}^* в равенство (46) и учитывая равенства (44), находим

$$n_{11} = B_{11} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right)^{m_1} \cos \psi_{11},$$

где $B_{11} = B_1 \left(\frac{R_1 \sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{(1 + k_{11} \lambda_{11}) \delta_1 \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)} \right)^{m_1}$.

Дифференцировав первое уравнение системы уравнений (17), имеем

$$r'_{11} = \frac{k_{11} \lambda_{11} R_1}{1 + k_{11} \lambda_{11}} \cdot \left(\frac{\sin(\varphi_{11} + \theta_{11}) \gamma'}{\cos^2(\theta_{11} + \gamma)} + \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \operatorname{tg}(\theta_{11} + \gamma) \right).$$

Расчеты по этой формуле свидетельствуют о том, что величиной первого члена в скобке можно пренебречь, придав формуле для определения r'_{11} более простой вид:

$$r'_{11} = \frac{k_{11} \lambda_{11} R_1}{1 + k_{11} \lambda_{11}} \cdot \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos \varphi(\theta_{11} + \gamma)} \operatorname{tg}(\theta_{11} + \gamma). \quad (48)$$

С учетом первого уравнения системы (19) имеем

$$\cos \psi_{11} = \frac{\cos(\theta_{11} + \gamma) + k_{11} \lambda_{11} \cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\sqrt{(\cos(\theta_{11} + \gamma) + k_{11} \lambda_{11} \cos(\varphi_{11} - \gamma)) + (k_{11} \lambda_{11} \cos(\varphi_{11} - \gamma))^2 \operatorname{tg}^2(\theta_{11} + \gamma)}}.$$

Если принять допущение $\operatorname{tg}^2(\theta_{11} + \gamma) \approx 0$, то получим простую и удобную формулу для определения закономерностей распределения нормальных напряжений по участку A_1K :

$$n_{11} = B_{11} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right)^{m_1}, \quad \gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{11}}{\varphi_{11}}, \quad -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0, \quad (49)$$

где $B_{11} = B_1 \left(\frac{R_1 \sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{(1 + k_{11} \lambda_{11}) \delta_1 \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)} \right)^{m_1}$.

Закономерностей распределения нормальных напряжений по участку KA_2 , а также по кривой контакта верхнего валка определяем аналогично. Они имеют вид:

$$n_{12} = B_{12} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{12} + \gamma)}{\cos(\theta_{12} + \gamma)} \right)^{m_1}, \quad \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{12}}{\varphi_{12}}, \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}, \quad (50)$$

где $B_{12} = B_1 \left(\frac{R_1 \sin(\varphi_{12} + \varphi_{22})}{(1 + k_{12} \lambda_{12}) \delta_2 \sin(\varphi_{22} - \gamma_2)} \right)^{m_1}$;

$$n_{21} = B_{21} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{21} + \gamma)}{\cos(\theta_{21} - \gamma)} \right)^{m_2}, \quad \gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{21}}{\varphi_{21}}, \quad -\varphi_{21} \leq \theta_{21} \leq 0, \quad (51)$$

где $B_{21} = B_2 \left(\frac{R_2 \sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{(1 + k_{21} \lambda_{21}) \delta_1 \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)} \right)^{m_2}$;

$$n_{22} = B_{22} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{22} - \gamma)}{\cos(\theta_{22} - \gamma)} \right)^{m_2}, \quad \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{22}}{\varphi_{22}}, \quad 0 \leq \theta_{22} \leq \varphi_{22}, \quad (52)$$

где $B_{22} = B_2 \left(\frac{R_2 \sin(\varphi_{12} + \varphi_{22})}{(1 + k_{22} \lambda_{22}) \delta_2 \sin(\varphi_{12} + \gamma_2)} \right)^{m_2}$.

Из системы уравнений (42) и (43) с учетом выражений (49) и (52) находим закономерности распределения касательных напряжений по кривой контакта нижнего и верхнего валков рассматриваемого двухвалкового валка. Они имеют следующий вид:

$$t_{11} = B_{11} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right)^{m_1} \operatorname{tg}(\theta_{11} - \psi_{11} + \xi_1), \quad \gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{11}}{\varphi_{11}}, \quad -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq 0, \quad (53)$$

где $\psi_{11} = \arctg \frac{k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} - \gamma) \operatorname{tg}(\theta_{11} + \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma) + k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} - \gamma)}$;

$$t_{12} = B_{12} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{12} + \gamma)}{\cos(\theta_{12} + \gamma)} \right)^{m_1} \operatorname{tg}(\theta_{12} - \psi_{12} + \xi_1), \quad \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{12}}{\varphi_{12}}, \quad 0 \leq \theta_{12} \leq \varphi_{12}, \quad (54)$$

$\psi_{12} = \arctg \frac{k_{12}\lambda_{12} \cos(\varphi_{12} + \gamma) \operatorname{tg}(\theta_{12} + \gamma)}{\cos(\theta_{12} + \gamma) + k_{12}\lambda_{12} \cos(\varphi_{12} + \gamma)}$;

$$t_{21} = -B_{21} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{21} + \gamma)}{\cos(\theta_{21} - \gamma)} \right)^{m_2} \operatorname{tg}(\theta_{21} - \psi_{21} - \xi_2), \quad \gamma = -\frac{\gamma_1 \theta_{21}}{\varphi_{21}}, \quad -\varphi_{21} \leq \theta_{21} \leq 0; \quad (55)$$

$\psi_{21} = \arctg \frac{k_{21}\lambda_{21} \cos(\varphi_{21} + \gamma) \operatorname{tg}(\theta_{21} - \gamma)}{\cos(\theta_{21} - \gamma) + k_{21}\lambda_{21} \cos(\varphi_{21} + \gamma)}$;

$$t_{22} = -B_{22} \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{22} - \gamma)}{\cos(\theta_{22} - \gamma)} \right)^{m_1} \operatorname{tg}(\theta_{22} - \psi_{22} - \xi_2), \quad \gamma = \frac{\gamma_2 \theta_{22}}{\varphi_{22}}, \quad 0 \leq \theta_{22} \leq \varphi_{22}. \quad (56)$$

$\psi_{22} = \arctg \frac{k_{22}\lambda_{22} \cos(\varphi_{22} - \gamma) \operatorname{tg}(\theta_{22} - \gamma)}{\cos(\theta_{22} - \gamma) + k_{22}\lambda_{22} \cos(\varphi_{22} - \gamma)}$.

Для анализа характера распределения контактных напряжений по кривой контакта валка особые значения имеют две точки, лежащие на этой кривой. Первая – точка, в которой нормальное напряжение равно максимуму, т. е. точка максимума нормального напряжения. Вторая – точка, в которой касательная напряжения равна нулю, т. е. нейтральная точка.

Экспериментами установлено, что точка максимума нормального напряжения находится от линии центров в сторону входа слоя материала в зону контакта валка [13].

Пусть точка максимума нормального напряжения, распределенная по кривой контакта нижнего валка, определяется углом $(-\varphi_{17})$.

Для определения угла $(-\varphi_{17})$ проведем дифференцирование в равенстве (49)

$$n'_{11} = -B_{11} m_1 \left(1 - \frac{\cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right)^{m_1 - 1} \frac{\sin(\varphi_{11} + \theta_{11}) \gamma' + \sin(\theta_{11} + \gamma) \cos(\varphi_{11} - \gamma)}{\cos^2(\theta_{11} + \gamma)}.$$

Из условия максимума функции находим

$$n'(-\varphi_{17}) = \sin(\varphi_{11} - \varphi_{17}) \frac{\gamma_1}{\varphi_{11}} + \sin \left(1 + \frac{\gamma_1}{\varphi_{11}} \right) (-\varphi_{17}) \cos \left(\varphi_{11} + \frac{\gamma_1}{\varphi_{11}} \varphi_{17} \right) = 0.$$

Принимая $\sin(\varphi_{11} - \varphi_{17}) \approx \varphi_{11} - \varphi_{17}$, $\sin \left(1 + \frac{\gamma_1}{\varphi_{11}} \right) (-\varphi_{17}) \approx - \left(1 + \frac{\gamma_1}{\varphi_{11}} \right) \varphi_{17}$, $\cos \left(\varphi_{11} + \frac{\gamma_1}{\varphi_{11}} \varphi_{17} \right) \approx \cos \varphi_{11}$,

имеем

$$\varphi_{17} = \frac{\gamma_1 \varphi_{11}}{\gamma_1 + (\gamma_1 + \varphi_{11}) \cos \varphi_{11}}. \quad (57)$$

Аналогично определяем угол максимума нормального напряжения, распределенный по кривой контакта верхнего валка $(-\varphi_{27})$:

$$\varphi_{27} = \frac{\gamma_1 \varphi_{21}}{\gamma_1 - (\gamma_1 - \varphi_{21}) \cos \varphi_{21}}. \quad (58)$$

Пусть нейтральная точка кривого контакта верхнего валка определяется углом $(-\varphi_{16})$.

Тогда из формулы (53) следует, что для приводного нижнего валка справедливо равенство

$$\operatorname{tg}(-\varphi_{16} - \psi_{11}(-\varphi_{16}) + \xi_1) = 0$$

или

$$\operatorname{tg}(-\varphi_{16} - \psi_{11}(-\varphi_{16}) + \xi_1) \approx \operatorname{tg}(-\varphi_{16} - \psi_{11}(-\varphi_{16})) + \operatorname{tg} \xi_1 = -\frac{Q_1 \varphi_{16} - F_1(1 + k_{11} \lambda_{11} \cos \varphi_{11})}{Q_1(1 + k_{11} \lambda_{11} \cos \varphi_{11})} = 0.$$

Отсюда имеем

$$\varphi_{16} = \frac{F_1(1 + k_{11} \lambda_{11} \cos \varphi_{11})}{Q_1}. \quad (59)$$

Аналогично для свободного верхнего вала имеем

$$\varphi_{26} = -\frac{F_2(1 + k_{21} \lambda_{21} \cos \varphi_{21})}{Q_2}. \quad (60)$$

Таким образом, получены математические модели распределения контактных напряжений по кривой контакта валков в случае, когда деформирование контактирующих тел описано эмпирическими степенными зависимостями.

Физическая модель кривого контакта валков.

В двухвалковых модулях в каждом кривом контакте имеются такие точки, которые определяют место происхождения какого-либо явления процесса контактного взаимодействия.

Выделяем семь таких точек кривого контакта i -го вала: A_{i1} – точка начала взаимодействия слоя материала и вала; A_{i2} – точка конца взаимодействия слоя материала и вала; A_{i3} – точка максимальной деформации контактирующих тел; A_{i4} – точка, разделяющая зоны скольжения отставания и прилипания; A_{i5} – точка, разделяющая зоны прилипания и скольжения опережения; A_{i6} – нейтральная точка; A_{i7} – точка максимума нормального напряжения.

Кривую контакта вала, содержащую все характерные точки, называем ее физической моделью. Углы φ_{ij} , определяющие точку A_{ij} , назовем характеристиками физической модели i -го вала.

Таким образом, основными характеристиками двухвалкового модуля в каждом валке являются: угол контакта (захвата) установившегося процесса φ_{i1} ; угол выхода φ_{i2} ; угол максимальной деформации контактирующих тел φ_{i3} ; угол, разделяющий зоны скольжения отставания и прилипания φ_{i4} ; угол, разделяющий зоны прилипания и скольжения опережения φ_{i5} ; нейтральный угол φ_{i6} ; угол максимума нормального напряжения φ_{i7} .

Четыре пары характеристик из пяти пар для рассматриваемого вала определяются по формулам (1), (57) – (60), (59).

Перейдем к определению остальных трех пар характеристик.

В статических условиях точка максимальной деформации лежит на линии центров. При вращающихся валках вследствие действия реактивных сил, направленных в обратную сторону их вращения, эта точка будет смещена от линии центров в сторону входа материала в зону контакта валков [15]. Выявлено [14], что в двухвалковом модуле с валками, имеющими эластичное покрытие, это смещение в кривой контакта составляет всего 0.09–1.75 %. Поэтому можно считать, что характерная точка максимальной деформации контактирующих тел лежит на линии центров, т.е.

$$\varphi_{13} = 0, \quad \varphi_{23} = 0. \quad (61)$$

Модели (40) и (41) (или (42) и (43)) устанавливают связи между касательными и нормальными напряжениями как в зонах скольжения, так и в зоне прилипания. Кроме того, в статье [16] были предложены уточненные модели напряжений трения для зоны скольжения:

для зоны отставания:

$$t_{11} = -f_{11} n_{11} \frac{v_{ck}(\theta_{11})}{|v_{ck}(-\varphi_{11})|}, \quad (62)$$

где f_{11} – коэффициент трения в зоне отставания нижнего вала; t_{11} , $v_{ck}(\theta_{11})$, n_{11} – значения касательного напряжения, скорости скольжения и нормального напряжения в точке, определяемой углом θ_{11} ;

для зоны опережения:

$$t_{12} = -f_{12}n_{12} \frac{v_{ck}(\theta_{12})}{|v_{ck}(\varphi_{12})|}, \quad (63)$$

где f_{12} – коэффициент трения в зоне опережения нижнего валка, t_{12} , $v_{ck}(\theta_{12})$, n_{12} – значения касательного напряжения, скорости скольжения и нормального напряжения в точке, определяемой углом θ_{12} .

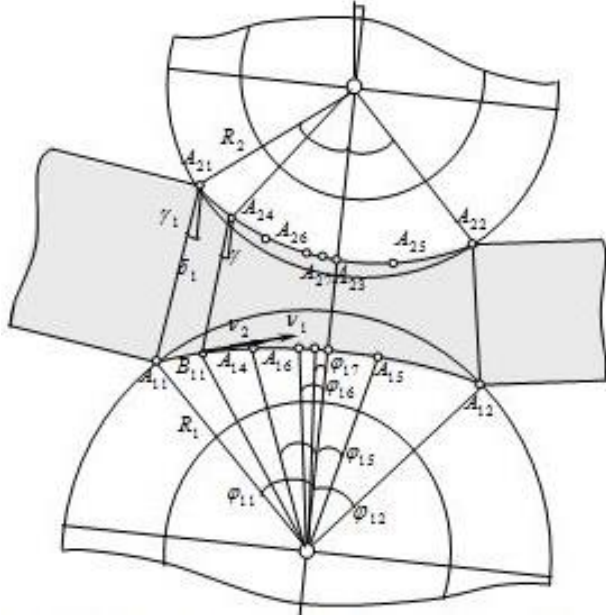


Рис.5. Схема физической модели контактного взаимодействия в двухвалковом модуле

Из зоны отставания физической модели нижнего валка выделим элементарную дугу dl_{11} , равную по абсолютной величине $dl_{11} = \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2} d\theta_{11}$. Возьмем произвольную точку $B_{11}(B_{11}^1, B_{11}^2)$, лежащую на этой дуге (см. рис. 5). В этой точке совмещены две одноименные точки, из которых B_{11}^1 принадлежит эластичному покрытию валка, а B_{11}^2 – слою материала. Абсолютная скорость точки B_{11}^1 изображена вектором \vec{v}_1 . Она перпендикулярна радиусу $OB_{11} = r_{11}$ и равна по величине $v_1 = \omega_1 \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2}$, где ω_1 – угловая скорость нижнего валка.

Величина относительной скорости отставания материала по поверхности нижнего валка v_{12} равна разности абсолютных скоростей v_1 и v_2 , где \vec{v}_2 – век-

тор абсолютной скорости точки B_{11}^2 .

При наличии контакта абсолютная скорость точки B_{11}^2 может быть направлена только по касательной к поверхности контакта валка [14]. Следовательно, направление вектора \vec{v}_2 совпадает с направлением вектора \vec{v}_1 и поэтому можно принять $v_{ck}(\theta_{11}) = v_2 - v_1$. Определив абсолютную скорость точки B_{11}^2 через скорости слоя материала v_m и подставив v_1 и v_2 в это выражение, получим

$$v_{ck}(\theta_{11}) = \omega_1 \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2} - v_m \cos(\theta_{11} - \psi_{11} + \gamma), \quad \gamma = -\frac{\gamma_1}{\varphi_{11}} \theta_{11}, \quad -\varphi_{11} \leq \theta_{11} \leq -\varphi_{14}. \quad (64)$$

Отсюда имеем

$$v_{ck}(-\varphi_{11}) = \omega_1 R_1 - v_m \cos(\varphi_{11} - \gamma_1). \quad (65)$$

Определим $r_{11}(-\varphi_{14})$ по первому уравнению системы (18) и $r_{11}'(-\varphi_{14})$ – по формуле (48). Принимая при этом $\sin \varphi_{14} \approx \varphi_{14}$, $\cos \varphi_{14} \approx 1$, имеем

$$r_{11}(-\varphi_{14}) = \frac{R_1}{1 + k_{11} \lambda_{11}} (1 + k_{11} \lambda_{11} \cos \varphi_{11}), \quad r_{11}'(-\varphi_{14}) = -\frac{k_{11} \lambda_{11} R_1 \cos \varphi_{11}}{1 + k_{11} \lambda_{11}} \varphi_{14}.$$

Подставив значение $r_{11}(-\varphi_{14})$ и $r_{11}'(-\varphi_{14})$ в формулу (64), получим

$$v_{ck}(-\varphi_{14}) = \frac{\omega_1 R_1 (1 + k_{11} \lambda_{11} \cos \varphi_{11}) - v_m (1 + k_{11} \lambda_{11})}{1 + k_{11} \lambda_{11}}. \quad (66)$$

Из равенства (62) имеем

$$\frac{t_{11}(-\varphi_{14})}{n_{11}(-\varphi_{14})} = -\frac{f_{11} v_{ck}(-\varphi_{14})}{v_{ck}(-\varphi_{11})} \quad (67)$$

или с учетом равенств (65) и (66)

$$\frac{t_{11}(-\varphi_{14})}{n_{11}(-\varphi_{14})} = -\frac{f_{11}(\omega_1 R_1(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})-v_m(1+k_{11}\lambda_{11}))}{(1+k_{11}\lambda_{11})(\omega_1 R_1-v_m\cos(\varphi_{11}-\gamma_1))}. \quad (68)$$

С другой стороны, из первого уравнения системы (42) следует

$$\frac{t_{11}(-\varphi_{14})}{n_{11}(-\varphi_{14})} = \operatorname{tg}(-\varphi_{14}-\psi_{11}(-\varphi_{14})+\xi_1). \quad (69)$$

С учетом значения $r_{11}(-\varphi_{14})$, $r'_{11}(-\varphi_{14})$ и допущения $\sin\varphi_{14}\approx\varphi_{14}$, $\cos\varphi_{14}\approx 1$, $\varphi_{14}\cdot\xi_1\approx 0$ получим следующие последовательности выражений:

$$\operatorname{tg}\psi_{11}(-\varphi_{14}) = -\frac{k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11}}{1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11}}\varphi_{14},$$

$$\operatorname{tg}(-\varphi_{14}-\psi_{11}(-\varphi_{14})) \approx \operatorname{tg}(-\varphi_{14}) - \operatorname{tg}\psi_{11}(-\varphi_{14}) = -\frac{\varphi_{14}}{1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11}},$$

$$\operatorname{tg}(-\varphi_{14}-\psi_{11}(-\varphi_{14})+\xi_1) \approx \operatorname{tg}(-\varphi_{14}-\psi_{11}(-\varphi_{14})) + \operatorname{tg}\xi_1 = -\frac{Q_1\varphi_{14}-F_1(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})}{Q_1(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})}.$$

С учетом последнего выражения имеем

$$\frac{t_{11}(-\varphi_{14})}{n_{11}(-\varphi_{14})} = -\frac{Q_1\varphi_{14}-F_1(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})}{Q_1(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})}. \quad (70)$$

Приравниваем правые части равенства (69) и (70) и учитывая выражения (65) и (66), имеем

$$\varphi_{14} = \frac{(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})(f_{11}Q_1(\omega_1 R_1(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})-v_m(1+k_{11}\lambda_{11}))}{Q_1(1+k_{11}\lambda_{11})(\omega_1 R_1-v_m\cos(\varphi_{11}-\gamma_1))} + \frac{F_1(1+k_{11}\lambda_{11}\cos\varphi_{11})(1+k_{11}\lambda_{11})(\omega_1 R_1-v_m\cos(\varphi_{11}-\gamma_1))}{Q_1(1+k_{11}\lambda_{11})(\omega_1 R_1-v_m\cos(\varphi_{11}-\gamma_1))}. \quad (71)$$

Аналогично определяем угол φ_{15} :

$$\varphi_{15} = \frac{(1+k_{12}\lambda_{12}\cos\varphi_{12})(f_{12}Q_2(\omega_1 R_1(1+k_{12}\lambda_{12}\cos\varphi_{12})-v_m(1+k_{12}\lambda_{12}))}{Q_2(1+k_{12}\lambda_{12})(\omega_1 R_1-v_m\cos(\varphi_{12}+\gamma_2))} - \frac{F_1(1+k_{12}\lambda_{12}\cos\varphi_{12})(1+k_{12}\lambda_{12})(\omega_1 R_1-v_m\cos(\varphi_{12}+\gamma_2))}{Q_2(1+k_{12}\lambda_{12})(\omega_1 R_1-v_m\cos(\varphi_{12}+\gamma_2))}. \quad (72)$$

Углы $(-\varphi_{14})$ и φ_{15} , вычисляемые выражениями (71) и (72), позволяют определить положение характерных точек A_{14} и A_{15} , отделяющие зоны прилипания от зон скольжения отставания и скольжения опережения.

В рассматриваемом двухвалковом модуле верхний валок – свободный. В этом случае выражения (69) и (70) примут вид

$$\frac{t_{21}(-\varphi_{24})}{n_{21}(-\varphi_{24})} = -\frac{f_{21}v_{ck}(-\varphi_{24})}{v_{ck}(-\varphi_{21})}, \quad \frac{t_{21}(-\varphi_{24})}{n_{21}(-\varphi_{24})} = -\operatorname{tg}(-\varphi_{24}-\psi_{21}(-\varphi_{24})-\xi_2).$$

Приравнивая правые стороны этих выражений, после преобразований находим

$$\varphi_{24} = \frac{(1+k_{21}\lambda_{21}\cos\varphi_{21})(f_{21}Q_2(\omega_2 R_2(1+k_{21}\lambda_{21}\cos\varphi_{21})-v_m(1+k_{21}\lambda_{21}))}{Q_2(1+k_{21}\lambda_{21})(\omega_2 R_2-v_m\cos(\varphi_{21}-\gamma_1))} - \frac{F_2(1+k_{21}\lambda_{21}\cos\varphi_{21})(1+k_{21}\lambda_{21})(\omega_2 R_2-v_m\cos(\varphi_{21}-\gamma_2))}{Q_2(1+k_{21}\lambda_{21})(\omega_2 R_2-v_m\cos(\varphi_{21}-\gamma_2))}. \quad (73)$$

Аналогично определяем угол φ_{25} :

$$\varphi_{25} = \frac{(1+k_{22}\lambda_{22}\cos\varphi_{22})(f_{22}Q_2(\omega_2 R_2(1+k_{22}\lambda_{22}\cos\varphi_{22})-v_m(1+k_{22}\lambda_{22}))}{Q_2(1+k_{22}\lambda_{22})(\omega_2 R_2-v_m\cos(\varphi_{22}+\gamma_2))} + \frac{F_2(1+k_{22}\lambda_{22}\cos\varphi_{22})(1+k_{22}\lambda_{22})(\omega_2 R_2-v_m\cos(\varphi_{22}+\gamma_2))}{Q_2(1+k_{22}\lambda_{22})(\omega_2 R_2-v_m\cos(\varphi_{22}+\gamma_2))}. \quad (74)$$

Таким образом, получены характеристики двухвалкового модуля.

Обсуждение.

На основе анализа математических моделей кривого контакта валков выявлено, что любой график кривого контакта i -го валка двухвалкового модуля лежит между графиками

кривых $r_i = \frac{R_i \cos \varphi_i}{\cos \theta_i}$ и $r_i = R_i$.

Анализ математических моделей напряжения трения показал, что угол подачи слоя материала к линии центров и угол наклона верхнего валка относительно вертикали не влияют на зависимость между касательными и нормальными контактными напряжениями.

Анализ расчетных данных по полученным моделям распределения контактных напряжений свидетельствует о том, что нормальные и касательные контактные напряжения по поверхности контакта валков распределяются неравномерно:

- нормальные контактные напряжения изменяются от нуля в начале и в конце зоны контакта валков до максимума в точке, лежащей влево от линии центров;
- касательные контактные напряжения меняют свои знаки в нейтральной точке, которая в приводном валке находится в стороне входа слоя материала в зону контакта валков, а в свободном – в стороне выхода.

На основе анализа полученных показателей физической модели кривых контакта выявлено:

- с возрастанием радиуса верхнего валка и угла наклона слоя материала относительно линии центров угол контакта нижнего валка увеличивается, верхнего – уменьшается;
- с увеличением коэффициента трения валка по обрабатываемому материалу снижается процентное содержание зон скольжения в кривой контакта и в приводном валке;
- с увеличением динамического коэффициента в приводном валке угол, разделяющий зоны скольжения отставания и прилипания, увеличивается, а угол, разделяющий зоны скольжения опережения и прилипания, уменьшается;
- с повышением скорости материала значения углов, отделяющих зоны прилипания от зон скольжения отставания и опережения, уменьшаются;
- с увеличением динамического коэффициента и угла начального контакта нейтральный угол возрастает. При этом в приводном валке нейтральный угол находится в стороне входа слоя материала в зону контакта валков, а в свободном – в стороне выхода;
- с увеличением углов начального контакта угол максимума нормальных напряжений в приводном валке увеличивается. С увеличением угла наклона обрабатываемого материала относительно линии центров угол максимума нормальных напряжений увеличивается и асимптотически приближается к некоторой величине.

Выводы.

На основе исследования явления контактного взаимодействия с учетом физического явления разработаны основы теории контактного взаимодействия двухвалковых модулей.

Получены следующие теоретические результаты.

1. Разработана обобщенная модель двухвалковых модулей, из которой двухвалковый модуль произвольного типа получается изменением его параметров.
2. На основе анализа геометрического условия и условий захвата найдены аналитические выражения для углов захвата и выхода для обобщенного двухвалкового модуля.
3. Моделированы кривые контакта нижнего и верхнего валков в случае, когда деформация контактирующих тел описана эмпирическими степенными зависимостями. Анализируя частные виды этих моделей и соответствующие частные случаи взаимодействия валков с обрабатываемым материалом, установлено, что полученные математические модели являются общими в том смысле, что они описывают все частные случаи взаимодействия обрабатываемого материала с парами валков в двухвалковых модулях.

4. Созданы модели напряжений трения в двухвалковых модулях, которые устанавливают связь между касательными и нормальными контактными напряжениями как в зонах скольжения, так и в зоне прилипания.

5. Разработаны математические модели распределения контактных напряжений в двухвалковом модуле в случае, когда деформация контактирующих тел описана эмпирическими степенными зависимостями, которые учитывают все основные параметры двухвалковых модулей.

6. Разработана физическая модель контактного взаимодействия в двухвалковых модулях, характеристики которой дополняют полученные решения задач теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях.

Литература

- [1] Хуррамов Ш.Р., Бахадиров Г.А., Абдукаримов А. Анализ углов контакта двухвалкового модуля // Проблемы механики. Ташкент, 2018. № 4. С.68 –72.
- [2] Хуррамов Ш.Р., Бахадиров Г.А., Абдукаримов А. Углы контакта со свободным верхним валком двухвалкового модуля // Проблемы механики. Ташкент, 2019. № 1. С.47 – 50.
- [3] Khurramov Sh. R. Some questions of the contact interaction theory in two-roll modules // Journal of Physics: Conference Series. 2020. 1546012132.
- [4] Khurramov Sh. R. Modeling of Friction Stress in Twin Roll Modules // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 1780912004.
- [5] Хуррамов Ш.Р. Уточнение математических моделей кривых контакта валков // Проблемы механики. Ташкент, 2020. № 3. С.40 – 43.
- [6] Khurramov Sh. R., Abdulkarimov A., Khalturayev F.S., Kurbanova F.Z. Moduling of frrection forces in an asymetric two-roll module // IOP Conference Series. Materials Science and Engineering. 2020. 916012051.
- [7] Khurramov Sh. R., Khalturayev F.S. Simulation of contact voltages in two-roll modules // IOP Conf. Series: Earh and Environmental Science. 2020. 614012097.
- [8] Khurramov Sh. R., Kurbanova F.Z. Distribution of contact voltages in asymmetric two-roll module // IOP Conf. Series: Earh and Environmental Science. 2020. 614012098.
- [9] Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. –510 с.
- [10] Хайлис Г. А. Определение глубины колеи и силы сопротивления перекачиванию по почве свободного пневматического колеса // Достижения науки и техники АПК. 2006. №4. С.10–14.
- [11] Пелевин Л.Е., Абрашкевич Ю.Д., Балака М.Н., Аржаев Г.А. Моделирование процесса взаимодействия эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью // Горное оборудование и электромеханика. 2013. № 7. С.10–16.
- [12] Городисский Л.Г., Кузнецов Г.К., Фарукишин В.В., Сочинин Н.В. Обобщенное представление и анализ материала, обрабатываемого в валковых системах текстильных машин, как «третьего тела» / Вестник Костромского государственного технологического университета. Кострома, 2006. №1(13). С. 96–99.
- [13] Кузнецов Г.К. Исследование и методика проектирования валковых отжимных устройств текстильных машин: Дис. ... докт. техн. наук. Кострома, 1970. – 287 с.
- [14] Крючков В.Я. Исследование процесса отжима текстильных материалов валковыми машинами: Дис. ...канд. техн. наук. Л.: 1970. – 163 с.
- [15] Хуррамов Ш.Р. Оптимизация конструктивных параметров отжимных машин на основе анализа напряженного состояния кожполуфабриката в зоне контакта валов: Дис. ...канд. техн. наук. М.: 1989. – 148 с.
- [16] Васильев Я.Д. Уточнение модели напряжений трения при прокатке // Известия вузов. Черная металлургия. М.: 2001. №5. С. 1–23.

Дата поступления
18.07.2021

Хуррамов Ш.Р., Бахадиров Г.А., Абдукаримов А. Икки валикли модуларда контактли ўзаро таъсир назарияси асослари

Аннотация: Мақолада икки валикли модуларда контактли ўзаро таъсир назарияси асослари баён қилинган. Валиклари вертикалга нисбатан ўннга қия жойлашган, тенг бўлмаган диаметрларга ҳамда турли қаттиқлик ва ишқаланиш коэффициенти эластик ўрамаларга эга, материал қатлами марказлар чизигига нисбатан пастга қия узатилган икки валикли модуль қаралган. Валиклар контакт эгри чизиқларининг, ишқаланиш кучланишларининг, нормал ва уринма кучланишларнинг пастки ва юқори валлар контакт эгри чизиқлари бўйлаб тақсимотларининг математик моделлари ишлаб чиқилган.

Калим сўзлар: икки валикли модуль; контактли ўзаро таъсир; контактли ўзаро таъсир масалалари; математик моделлаштириши.

Khurramov Sh.R., Bakhadirov G.A., Abdulkarimov A. Fundamentals of the theory of contact interaction in two-roll modules

Abstract: The paper presents the fundamentals of the theory of contact interaction in two-roll modules. A two-roll module is considered, in which the rolls are inclined to the right relative to the vertical, have unequal diameters and elastic coatings made of materials with different stiffness and friction coefficients, the material layer is inclined downward relative to the center line. Mathematical models of roll contact curves, friction stresses, and distribution of normal and tangential stresses along the contact curve of the lower and upper rolls have been developed.

Keywords: two-roll module; contact interaction; contact interaction problems; mathematical modeling.

УДК 631.371

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ И СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДВУХОСНОГО ТРАКТОРНОГО ПРИЦЕПА ПРИ ТОРМОЖЕНИИ

Тошболтаев М.¹, Худайкулиев Р.², Холиков Б.¹

¹Научно-исследовательский институт механизации сельского хозяйства, пос. Гульбахор, Узбекистан

²Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: qabulxona@uzmei.uz

Аннотация: В статье исследованы вынужденные и свободные колебания двухосного тракторного прицепа модели 2ПТС-4973-03А при торможении. Прицеп заменен динамической моделью с четырьмя степенями свободы и действующими обобщенными силами. Колебания прицепа возникают под действием неровностей опорной поверхности. Составлены выражения кинетической и потенциальной энергии, диссипативной функции рассеяния энергии, обобщенных сил механической системы. Используя уравнения Лагранжа второго рода, получили систему дифференциальных уравнений вынужденных колебаний прицепа при торможении тракторного поезда относительно продольно-вертикальной и поперечной осей. Рассмотрен случай, когда колебания передней и задней частей прицепа независимы. Получены система дифференциальных уравнений свободных колебаний поддрессоренной части прицепа, выражения для вычисления частот собственных и парциальных колебаний масс. Для упрощения решения полученных дифференциальных уравнений перемещения передней и задней частей прицепа могут быть представлены в виде детерминированных функций.

Ключевые слова: колебания прицепа; тракторный прицеп; торможение; упругие элементы; рессора; шина.

Несмотря на наличие обширной научной литературы по динамике тракторного прицепа [1, 2], вопросы его вынужденных колебаний в процессе перевозки сельскохозяйственных грузов изучены недостаточно.

На плавность хода прицепа, сохранность и качество перевозимых грузов сильное влияние оказывают линейные и угловые колебания его остова относительно вертикальной и поперечной осей. Такие возбуждающие колебания силы и их амплитуды заметно возрастают при экстренном торможении прицепа. Следовательно, изучение вопросов возникновения и протекания вертикально-линейных и поперечно-угловых колебаний прицепа является важной научной задачей.

Разработка проводилась нами на основе методов общей динамики колесных машин [3, 4], тракторных и автомобильных поездов [5, 6], исследований малых колебаний мобильных машин [7, 8].

Заменим реальный двухосный прицеп марки 2ПТС-4-793-03А (рисунок, а) эквивалентной ему динамической моделью (рисунок, б). Общая масса прицепа m_{Π} ($m_{\Pi} = G_{\Pi}/g$, где G_{Π} – вес прицепа; g – ускорение свободного падения) состоит из суммы масс поддрессоренной части $m_{\Pi P}$ и опорных колес m_F . Доля массы $m_{\Pi P}$, приходящейся на переднюю и заднюю оси прицепа, обозначим через m_{1P} и m_{2P} . Момент инерции поддрессоренной части (основания) прицепа относительно поперечной оси $O_{\Pi Y}$, проходящей через центр масс O_{Π} , равен J_y . На передние и задние оси прицепа 2ПТС-4-793-03А установлены одинаковые рессоры и колеса. Шины колес [9]: пневматические с размерами 9–16 дюйм; модель Я-324А по ТУ 38.10497-88. Поэтому на рисунке, б суммарные жесткости $2C_{P1}$, $2C_{\text{ши}}$ шин и рессор передней и задней осей, их суммарные коэффициенты сопротивления $2K_{P1}$, $2K_{\text{ши}}$ обозначены идентичными символами.

В момент торможения на прицеп действуют сила веса G_{Π} , сцепные силы $P_{\text{вл}1}$, $P_{\text{вл}2}$ и нормальные $Z_{\Pi1}$, тормозные $F_{\Pi1}$ реакции опорной поверхности.

Под влиянием сцепных $P_{\text{вл}1}$, $P_{\text{вл}2}$ и тормозных $F_{\Pi1}$ сил возникают силы Q_{Z1} , Q_{Z2} , действующие на переднюю и заднюю оси прицепа.

Высота неровностей опорной поверхности под передними h_{H1} и задними h_{H2} колесами является функцией времени. Причем сигнал, вызванный неровностью поверхности, поступает на заднее колесо с запаздыванием t_o относительно переднего колеса. Следовательно,

$$h_{H1} = h(t); h_{H2} = h(t - t_o); t_o = \frac{L_{\Pi}}{V},$$

где L_{Π} – база прицепа; V – скорость движения.

На прицеп (механическую систему) действуют следующие обобщенные силы: возбуждающие (возмущающие) силы, упругие силы и силы сопротивления (трения).

Возмущающие силы, возникающие под действием неровностей h_{H1} , h_{H2} опорной плоскости на колеса прицепа, являются случайными функциями времени. Под их действием возникают вынужденные, сначала не установившиеся, а затем установившиеся колебания системы.

Упругие силы, возникающие в результате эластических деформаций рессор и шин, направленные противоположно отклонению системы относительно ее первоначального положения, восстанавливают её.

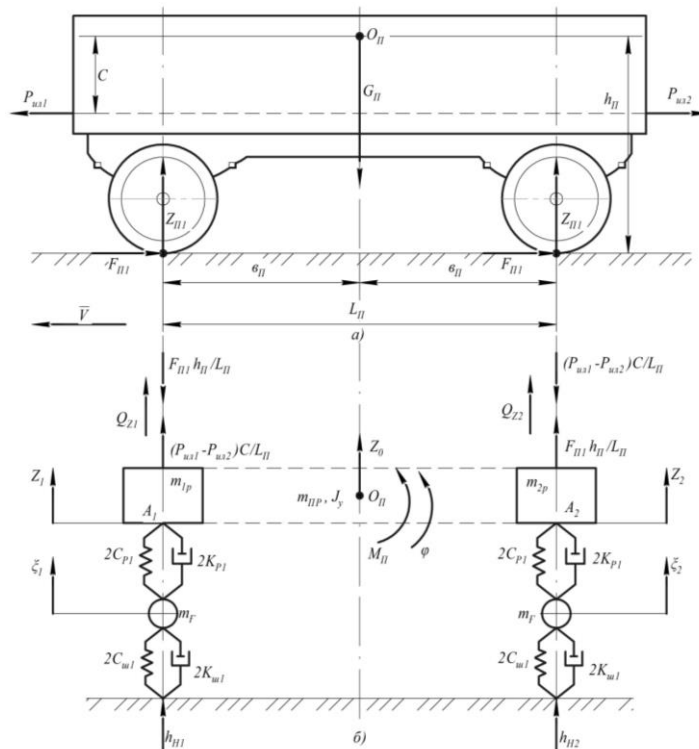


Схема конструкции двухосного прицепа 2ПТС-4-793-03А (а) и его динамическая модель (б)

Силы сопротивления, возникающие на рессорах и шинах, уменьшают механическую энергию колебательного движения системы, превращая ее в тепловую. Силы сопротивления системы направлены в сторону, противоположную линейным прогибам упругих элементов и пропорциональны скоростям их деформаций.

Для упрощения анализа вынужденных колебаний остова прицепа допустим, что: 1) прицеп движется равномерно и прямолинейно; 2) профиль опорной поверхности под правыми и левыми колесами одинаков; 3) входной сигнал, вызывающий колебания, совпадает с профилем пути (колеса прицепа сохраняют постоянный точечный контакт с опорной поверхностью); 4) профиль пути – есть стационарная случайная функция расстояния.

Расчетная динамическая модель прицепа имеет четыре степени свободы: Z_1 и Z_2 – вертикальные перемещения подрессоренных масс m_{1p} , m_{2p} над передними и задними колесами; ξ_1 и ξ_2 –

перемещения неподрессоренных масс m_F . Вертикальные координаты Z_1 и Z_2 , ξ_1 и ξ_2 отсчитываются от положения статистического равновесия системы.

При малых угловых колебаниях остова прицепа, когда $tg\varphi \approx \varphi$, угол поворота поддрессоренной массы относительно поперечной оси OY , проходящей через центр упругости O_{II} , определим по выражению

$$\varphi = (Z_2 - Z_1) / L_{II}.$$

Вертикальное перемещение центра поддрессоренной массы прицепа Z_o связано с вертикальными перемещениями Z_1 и Z_2 следующей зависимостью:

$$Z_o = \frac{(Z_1 \epsilon_{II} + Z_2 \epsilon_{II})}{L_{II}} \quad \text{или} \quad Z_o = \frac{(Z_1 + Z_2) \epsilon_{II}}{L_{II}}.$$

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{1}{2} m_{II} \dot{Z}_o^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_1^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_2^2.$$

С учётом $\dot{Z}_o = \frac{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2) \epsilon_{II}}{L_{II}}$, $\dot{\varphi} = \frac{\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1}{L_{II}}$ запишем:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_{II} \frac{\epsilon_{II}^2}{L_{II}^2} (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)^2 + \frac{1}{2} J_y \frac{(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1)^2}{L_{II}^2} + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_1^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_2^2 = \frac{m_{II} \epsilon_{II}^2}{2L_{II}^2} (\dot{Z}_1^2 + 2\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2^2) + \\ &+ \frac{J_y}{2L_{II}^2} (\dot{Z}_2^2 - 2\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_1^2) + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_1^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_2^2 = \frac{m_{II} \epsilon_{II}^2}{2L_{II}^2} \dot{Z}_1^2 + \frac{m_{II} \epsilon_{II}^2}{L_{II}^2} \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \frac{m_{II} \epsilon_{II}^2}{2L_{II}^2} \dot{Z}_2^2 + \frac{J_y}{2L_{II}^2} \dot{Z}_2^2 - \\ &- \frac{J_y}{L_{II}^2} \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \frac{J_y}{2L_{II}^2} \dot{Z}_1^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_1^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_2^2 = \left(\frac{m_{II} \epsilon_{II}^2}{2L_{II}^2} + \frac{J_y}{2L_{II}^2} \right) \dot{Z}_1^2 + \left(\frac{m_{II} \epsilon_{II}^2}{2L_{II}^2} + \frac{J_y}{2L_{II}^2} \right) \dot{Z}_2^2 + \left(\frac{m_{II} \epsilon_{II}^2}{L_{II}^2} - \frac{J_y}{L_{II}^2} \right) \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \\ &+ \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_1^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_2^2 = \frac{(J_y + m_{II} \epsilon_{II}^2)}{2L_{II}^2} \dot{Z}_1^2 + \frac{(J_y + m_{II} \epsilon_{II}^2)}{2L_{II}^2} \dot{Z}_2^2 + \frac{(m_{II} \epsilon_{II}^2 - J_y)}{L_{II}^2} \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_1^2 + \frac{1}{2} m_F \dot{\xi}_2^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $m_1 = \frac{J_y + m_{II} \epsilon_{II}^2}{L_{II}^2}$; $m_2 = \frac{J_y + m_{II} \epsilon_{II}^2}{L_{II}^2}$; $m_3 = \frac{m_{II} \epsilon_{II}^2 - J_y}{L_{II}^2}$ – приведенные массы.

Потенциальная энергия системы равна работе упругих сил поддрессоривания и шин, являющихся функциями линейных прогибов. Прогибы упругих элементов (рессор, шин), отсчитываемые от положения равновесия, равны:

для рессор $Z_1 - \xi_1$ и $Z_2 - \xi_2$; для шин $\xi_1 - h_{H1}$ и $\xi_2 - h_{H2}$.

Выражение потенциальной энергии системы имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} 2C_{P1} (Z_1 - \xi_1)^2 + \frac{1}{2} 2C_{P1} (Z_2 - \xi_2)^2 + \frac{1}{2} 2C_{ш1} (\xi_1 - h_{H1})^2 + \frac{1}{2} 2C_{ш1} (\xi_2 - h_{H2})^2 \\ \text{или} \quad \Pi &= C_{P1} (Z_1 - \xi_1)^2 + C_{P1} (Z_2 - \xi_2)^2 + C_{ш1} (\xi_1 - h_{H1})^2 + C_{ш1} (\xi_2 - h_{H2})^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Диссипативную функцию рассеяния энергии представим через силы сопротивления по формуле

$$\Phi = \frac{1}{2} 2K_{P1} (\dot{Z}_1 - \dot{\xi}_1)^2 + \frac{1}{2} 2K_{P1} (\dot{Z}_2 - \dot{\xi}_2)^2 + \frac{1}{2} 2K_{ш1} (\dot{\xi}_1 - \dot{h}_{H1})^2 + \frac{1}{2} 2K_{ш1} (\dot{\xi}_2 - \dot{h}_{H2})^2$$

$$\text{или} \quad \Phi = K_{P1} (\dot{Z}_1 - \dot{\xi}_1)^2 + K_{P1} (\dot{Z}_2 - \dot{\xi}_2)^2 + K_{ш1} (\dot{\xi}_1 - \dot{h}_{H1})^2 + K_{ш1} (\dot{\xi}_2 - \dot{h}_{H2})^2. \quad (3)$$

Обобщенные силы для передней и задней опор остова прицепа:

$$Q_{Z1} = \frac{(P_{ш1} - P_{ш2})C - F_{ш1} h_{II}}{L_{II}}; \quad Q_{Z2} = \frac{F_{ш1} h_{II} - (P_{ш1} - P_{ш2})C}{L_{II}}. \quad (4)$$

Величины сцепных $P_{ш1}$, $P_{ш2}$, нормальных $Z_{ш1}$ и тормозных $F_{ш1}$ сил определяются известными методикам [1, 5, 6].

Составим для данной системы уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial \Pi}{\partial q} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}} = Q_q, \quad (5)$$

где q – обобщенные координаты.

Для рассматриваемой системы $q_1=Z_1$; $q_2=Z_2$; $q_3=\xi_1$; $q_4=\xi_2$.

Взяв соответствующие производные от выражений для кинетической (1) и потенциальной (2) энергий, диссипативной функции (3) и подставляя их в уравнения Лагранжа (5) с учётом обобщенных сил (4), выведем следующие уравнения вынужденных колебаний прицепа при торможении:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{Z}_1 + m_3\ddot{Z}_2 + 2C_{p1}(Z_1 - \xi_1) + 2K_{p1}(\dot{Z}_1 - \dot{\xi}_1) &= \frac{(P_{u1} - P_{u2})C - F_{\Pi}h_{\Pi}}{L_{\Pi}}; \\ m_2\ddot{Z}_2 + m_3\ddot{Z}_1 + 2C_{p1}(Z_2 - \xi_2) + 2K_{p1}(\dot{Z}_2 - \dot{\xi}_2) &= \frac{F_{\Pi}h_{\Pi} - (P_{u1} - P_{u2})C}{L_{\Pi}}; \\ m_F\ddot{\xi}_1 + 2C_{p1}(\xi_1 - Z_1) + 2C_{\Pi1}(\xi_1 - h_{H1}) + 2K_{p1}(\dot{\xi}_1 - \dot{Z}_1) + 2K_{\Pi1}(\dot{\xi}_1 - \dot{h}_{H1}) &= 0; \\ m_F\ddot{\xi}_2 + 2C_{p1}(\xi_2 - Z_2) + 2C_{\Pi1}(\xi_2 - h_{H2}) + 2K_{p1}(\dot{\xi}_2 - \dot{Z}_2) + 2K_{\Pi1}(\dot{\xi}_2 - \dot{h}_{H2}) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Раскроем скобки в левой части первого уравнения системы (6):

$$m_1\ddot{Z}_1 + 2K_{p1}\dot{Z}_1 + 2C_{p1}Z_1 + m_3\ddot{Z}_2 - 2K_{p1}\dot{\xi}_1 - 2C_{p1}\xi_1 = \frac{(P_{u1} - P_{u2})C - F_{\Pi}h_{\Pi}}{L_{\Pi}}.$$

Разделим обе части этого уравнения на m_1 :

$$\ddot{Z}_1 + \frac{2K_{p1}}{m_1}\dot{Z}_1 + \frac{2C_{p1}}{m_1}Z_1 + \frac{m_3}{m_1}\ddot{Z}_2 - \frac{2K_{p1}}{m_1}\dot{\xi}_1 - \frac{2C_{p1}}{m_1}\xi_1 = \frac{(P_{u1} - P_{u2})C - F_{\Pi}h_{\Pi}}{L_{\Pi}m_1}.$$

Вводим следующие обозначения: $\eta_1 = \frac{m_3}{m_1}$; $\omega_1^2 = \frac{2C_{p1}}{m_1}$;

$$2h_1 = \frac{2K_{p1}}{m_1}; \quad F_1(t) = \frac{(P_{u1} - P_{u2})C - F_{\Pi}h_{\Pi}}{L_{\Pi}m_1}.$$

Тогда

$$\ddot{Z}_1 + 2h_1\dot{Z}_1 + \omega_1^2 Z_1 + \eta_1\ddot{Z}_2 - 2h_1\dot{\xi}_1 - \omega_1^2 \xi_1 = F_1(t). \quad (7)$$

Точно также из второго уравнения системы (6) имеем:

$$\begin{aligned} m_2\ddot{Z}_2 + m_3\ddot{Z}_1 + 2C_{p1}Z_2 - 2C_{p1}\xi_2 + 2K_{p1}\dot{Z}_2 - 2K_{p1}\dot{\xi}_2 &= \frac{F_{\Pi}h_{\Pi} - (P_{u1} - P_{u2})C}{L_{\Pi}}; \\ \ddot{Z}_2 + \frac{m_3}{m_2}\ddot{Z}_1 + \frac{2C_{p1}}{m_2}Z_2 - \frac{2C_{p1}}{m_2}\xi_2 + \frac{2K_{p1}}{m_2}\dot{Z}_2 - \frac{2K_{p1}}{m_2}\dot{\xi}_2 &= \frac{F_{\Pi}h_{\Pi} - (P_{u1} - P_{u2})C}{L_{\Pi}m_2}; \\ \eta_2 = \frac{m_3}{m_2}; \quad \omega_2^2 = \frac{2C_{p1}}{m_2}; \quad 2h_2 = \frac{2K_{p1}}{m_2}; \quad F_2(t) = \frac{F_{\Pi}h_{\Pi} - (P_{u1} - P_{u2})C}{L_{\Pi}m_2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из третьего уравнения системы (6) имеем:

$$\begin{aligned} m_F\ddot{\xi}_1 + 2C_{p1}\xi_1 - 2C_{p1}Z_1 + 2C_{\Pi1}\xi_1 - 2C_{\Pi1}h_{H1} + 2K_{p1}\dot{\xi}_1 - 2K_{p1}\dot{Z}_1 + 2K_{\Pi1}\dot{\xi}_1 - 2K_{\Pi1}\dot{h}_{H1} &= 0. \Rightarrow \\ \ddot{\xi}_1 + \frac{2C_{p1}}{m_F}\xi_1 - \frac{2C_{p1}}{m_F}Z_1 + \frac{2C_{\Pi1}}{m_F}\xi_1 - \frac{2C_{\Pi1}}{m_F}h_{H1} + \frac{2K_{p1}}{m_F}\dot{\xi}_1 - \frac{2K_{p1}}{m_F}\dot{Z}_1 + \frac{2K_{\Pi1}}{m_F}\dot{\xi}_1 - \frac{2K_{\Pi1}}{m_F}\dot{h}_{H1} &= 0. \\ \omega_{p1}^2 = \frac{2C_{p1}}{m_F}; \quad \omega_{F1}^2 = \frac{2C_{\Pi1}}{m_F}; \quad 2h_{p1} = \frac{2K_{p1}}{m_F}; \quad 2h_{F1} = \frac{2K_{\Pi1}}{m_F}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1 + \omega_{p1}^2 \xi_1 - \omega_{p1}^2 Z_1 + \omega_{F1}^2 \xi_1 - \omega_{F1}^2 h_{H1} + 2h_{p1}\dot{\xi}_1 - 2h_{p1}\dot{Z}_1 + 2h_{F1}\dot{\xi}_1 - 2h_{F1}\dot{h}_{H1} &= 0. \\ \ddot{\xi}_1 + (2h_{F1} + 2h_{p1})\dot{\xi}_1 + (\omega_{F1}^2 + \omega_{p1}^2)\xi_1 - 2h_{p1}\dot{Z}_1 - \omega_{p1}^2 Z_1 = 2h_{F1}\dot{h}_{H1} + \omega_{F1}^2 h_{H1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из четвертого уравнения системы (6) имеем:

$$\begin{aligned} m_F\ddot{\xi}_2 + 2C_{p1}\xi_2 - 2C_{p1}Z_2 + 2C_{\Pi1}\xi_2 - 2C_{\Pi1}h_{H2} + 2K_{p1}\dot{\xi}_2 - 2K_{p1}\dot{Z}_2 + 2K_{\Pi1}\dot{\xi}_2 - 2K_{\Pi1}\dot{h}_{H2} &= 0. \Rightarrow \\ \ddot{\xi}_2 + \frac{2C_{p1}}{m_F}\xi_2 - \frac{2C_{p1}}{m_F}Z_2 + \frac{2C_{\Pi1}}{m_F}\xi_2 - \frac{2C_{\Pi1}}{m_F}h_{H2} + \frac{2K_{p1}}{m_F}\dot{\xi}_2 - \frac{2K_{p1}}{m_F}\dot{Z}_2 + \frac{2K_{\Pi1}}{m_F}\dot{\xi}_2 - \frac{2K_{\Pi1}}{m_F}\dot{h}_{H2} &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_2 + \omega_{p1}^2 \xi_2 - \omega_{p1}^2 Z_2 + \omega_{F1}^2 \xi_2 - \omega_{F1}^2 h_{H2} + 2h_{p1} \dot{\xi}_2 - 2h_{p1} \dot{Z}_2 + 2h_{F1} \dot{\xi}_2 - 2h_{F1} \dot{h}_{H2} = 0. \\ \ddot{\xi}_2 + (2h_{F1} + 2h_{p1}) \dot{\xi}_2 + (\omega_{F1}^2 + \omega_{p1}^2) \xi_2 - 2h_{p1} \dot{Z}_2 - \omega_{p1}^2 Z_2 = 2h_{F1} \dot{h}_{H2} + \omega_{F1}^2 h_{H2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Обобщив выражения (7), (8), (9) и (10), получим систему дифференциальных уравнений, описывающих вынужденные колебания прицепа при торможении относительно продольно-вертикальной плоскости и поперечной оси:

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_1 + 2h_1 \dot{Z}_1 + \omega_1^2 Z_1 + \eta_1 \ddot{Z}_2 - 2h_1 \dot{\xi}_1 - \omega_1^2 \xi_1 = F_1(t); \\ \ddot{Z}_2 + 2h_2 \dot{Z}_2 + \omega_2^2 Z_2 + \eta_2 \ddot{Z}_1 - 2h_2 \dot{\xi}_2 - \omega_2^2 \xi_2 = F_2(t); \\ \ddot{\xi}_1 + (2h_{F1} + 2h_{p1}) \dot{\xi}_1 + (\omega_{F1}^2 + \omega_{p1}^2) \xi_1 - 2h_{p1} \dot{Z}_1 - \omega_{p1}^2 Z_1 = 2h_{F1} \dot{h}_{H1} + \omega_{F1}^2 h_{H1}; \\ \ddot{\xi}_2 + (2h_{F1} + 2h_{p1}) \dot{\xi}_2 + (\omega_{F1}^2 + \omega_{p1}^2) \xi_2 - 2h_{p1} \dot{Z}_2 - \omega_{p1}^2 Z_2 = 2h_{F1} \dot{h}_{H2} + \omega_{F1}^2 h_{H2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) видно, что в общем случае колебания передней и задней частей поддрессорного остова прицепа взаимосвязаны, так как ускорения \ddot{Z}_1 и \ddot{Z}_2 в первом и втором уравнениях участвуют одновременно.

Рассмотрим случай, когда колебания передней и задней частей прицепа независимы. Это возможно при $\varepsilon=1$, т.е. при $\rho^2 = \varepsilon_{\Pi}^2$ или $m_{\Pi\Pi} \varepsilon_{\Pi}^2 = J_y$.

$$\text{При этом } m_3 = 0; \quad \eta_1 = \eta_2 = 0; \quad m_1 = m_2 = \frac{m_{\Pi\Pi} \varepsilon_{\Pi}^2 + m_{\Pi\Pi} \varepsilon_{\Pi}^2}{4\varepsilon_{\Pi}^2} = \frac{m_{\Pi\Pi}}{2}; \quad \omega_1^2 = \omega_2^2 = \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}}; \quad 2h_1 = 2h_2 = \frac{4K_{p1}}{m_{\Pi\Pi}}.$$

В таком случае система дифференциальных уравнений (11) примет следующий упрощенный вид:

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_1 + \frac{4K_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} \dot{Z}_1 + \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} Z_1 - \frac{4K_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} \dot{\xi}_1 - \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} \xi_1 = F_1(t); \\ \ddot{Z}_2 + \frac{4K_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} \dot{Z}_2 + \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} Z_2 - \frac{4K_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} \dot{\xi}_2 - \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} \xi_2 = F_2(t); \\ \ddot{\xi}_1 + (2h_{F1} + 2h_{p1}) \dot{\xi}_1 + (\omega_{F1}^2 + \omega_{p1}^2) \xi_1 - 2h_{p1} \dot{Z}_1 - \omega_{p1}^2 Z_1 = 2h_{F1} \dot{h}_{H1} + \omega_{F1}^2 h_{H1}; \\ \ddot{\xi}_2 + (2h_{F1} + 2h_{p1}) \dot{\xi}_2 + (\omega_{F1}^2 + \omega_{p1}^2) \xi_2 - 2h_{p1} \dot{Z}_2 - \omega_{p1}^2 Z_2 = 2h_{F1} \dot{h}_{H2} + \omega_{F1}^2 h_{H2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для оценки возможности такого упрощения подсчитывают отношение частот собственных колебаний прицепа Ω_1, Ω_2 к парциальным ω_1, ω_2 , т.е. Ω_1/ω_1 и Ω_2/ω_2 .

Эти частоты определяются в результате исследования собственных колебаний прицепа.

$$\text{Из системы уравнений (6) при } \xi_1 = \xi_2 = 0, \quad K_{p1} = K_{p2} = 0, \quad \frac{(P_{u1} - P_{u2})C - F_{\Pi\Pi} h_{\Pi}}{L_{\Pi}} = \frac{F_{\Pi\Pi} h_{\Pi} - (P_{u1} - P_{u2})C}{L_{\Pi}} = 0$$

получим систему дифференциальных уравнений, описывающих свободные колебания поддрессорной части прицепа:

$$m_1 \ddot{Z}_1 + m_3 \ddot{Z}_2 + 2C_{p1} Z_1 = 0; \quad m_2 \ddot{Z}_2 + m_3 \ddot{Z}_1 + 2C_{p1} Z_2 = 0.$$

Разделив первое уравнение на m_1 , а второе – на m_2 , получим

$$\ddot{Z}_1 + \frac{m_3}{m_1} \ddot{Z}_2 + \frac{2C_{p1}}{m_1} Z_1 = 0; \quad \ddot{Z}_2 + \frac{m_3}{m_2} \ddot{Z}_1 + \frac{2C_{p1}}{m_2} Z_2 = 0.$$

С учетом $m_1 = m_2 = \frac{m_{\Pi\Pi}}{2}$ запишем следующее:

$$\ddot{Z}_1 + \frac{2m_3}{m_{\Pi\Pi}} \ddot{Z}_2 + \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} Z_1 = 0; \quad \ddot{Z}_2 + \frac{2m_3}{m_{\Pi\Pi}} \ddot{Z}_1 + \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}} Z_2 = 0.$$

Введя обозначения $\eta_1 = \frac{2m_3}{m_{\Pi\Pi}}$, $\eta_2 = \frac{2m_3}{m_{\Pi\Pi}}$, $\omega_1^2 = \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}}$, $\omega_2^2 = \frac{4C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}}$, получим:

$$\ddot{Z}_1 + \eta_1 \ddot{Z}_2 + \omega_1^2 Z_1 = 0; \quad \ddot{Z}_2 + \eta_2 \ddot{Z}_1 + \omega_2^2 Z_2 = 0. \quad (13)$$

Коэффициенты η_1 и η_2 принято называть коэффициентами связи между колебаниями Z_1 и Z_2 .

При колебании поддрессорной части относительно задней точки A_2 при $Z_2=0$ справедливо следующее уравнение динамики:

$$\ddot{Z}_1 + \omega_1^2 Z_1 = 0, \quad (14)$$

где $\omega_1 = 2 \sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{\Pi\Pi}}}$.

Обобщенный интеграл (решение) данного дифференциального уравнения

$$Z_1 = C_1 \sin \omega_1 t + C_2 \cos \omega_1 t. \quad (15)$$

Постоянное интегрирование C_1 и C_2 определяется из начальных условий. Допустим, при начальном моменте времени ($t=0$) масса m_1 занимает наивысшее положение; его отклонение от состояния равновесия равно амплитуде (A) колебаний; скорость этой массы равна нулю, т.е. $\dot{Z}_1=0$.

Берем производную от (15):

$$\dot{Z}_1 = C_1 \omega_1 \cos \omega_1 t - C_2 \omega_1 \sin \omega_1 t. \quad (16)$$

Из уравнения (15) при $t=0$ получим $Z_1=A=C_2$.

При $t=0$ из (16) имеем: $\dot{Z}_1=0=C_1 \omega_1$ или $C_1=0$.

Подставив $C_1=0$ и $C_2=A$ в (15), находим

$$Z_1 = A \cos \omega_1 t. \quad (17)$$

Точно в таком же порядке имеем

$$Z_2 = A \cos \omega_2 t. \quad (18)$$

Общие решения уравнений системы (13) могут быть записаны в виде

$$Z_1 = A \cos \Omega_1 t + B \cos \Omega_2 t; \quad Z_2 = C \cos \Omega_1 t + D \cos \Omega_2 t. \quad (19)$$

Тогда первыми производными выражений (19) будут следующие:

$$\dot{Z}_1 = -A \Omega_1 \sin \Omega_1 t - B \Omega_2 \sin \Omega_2 t; \quad \dot{Z}_2 = -C \Omega_1 \sin \Omega_1 t - D \Omega_2 \sin \Omega_2 t.$$

Представим производные этих выражений:

$$\ddot{Z}_1 = -A \Omega_1^2 \cos \Omega_1 t - B \Omega_2^2 \cos \Omega_2 t; \quad \ddot{Z}_2 = -C \Omega_1^2 \cos \Omega_1 t - D \Omega_2^2 \cos \Omega_2 t. \quad (20)$$

После подстановки выражений (19) и (20) в (13) получим:

$$\begin{aligned} [(\omega_1^2 - \Omega_1^2)A - \eta_1 \Omega_1^2 C] \cos \Omega_1 t + [(\omega_1^2 - \Omega_2^2)B - \eta_1 \Omega_2^2 D] \cos \Omega_2 t &= 0; \\ [(\omega_2^2 - \Omega_1^2)C - \eta_2 \Omega_1^2 A] \cos \Omega_1 t + [(\omega_2^2 - \Omega_2^2)D - \eta_2 \Omega_2^2 B] \cos \Omega_2 t &= 0. \end{aligned}$$

Эти равенства справедливы только тогда, когда выражения, принятые в квадратные скобки, равняются нулю при любых значениях времени t . Следовательно:

$$\begin{aligned} (\omega_1^2 - \Omega_1^2)A - \eta_1 \Omega_1^2 C &= 0; \quad (\omega_1^2 - \Omega_2^2)B - \eta_1 \Omega_2^2 D = 0; \\ (\omega_2^2 - \Omega_1^2)C - \eta_2 \Omega_1^2 A &= 0; \quad (\omega_2^2 - \Omega_2^2)D - \eta_2 \Omega_2^2 B = 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений получим следующие соотношения:

$$\frac{A}{C} = \frac{\eta_1 \Omega_1^2}{\omega_1^2 - \Omega_1^2} = \frac{\omega_2^2 - \Omega_1^2}{\eta_2 \Omega_1^2}; \quad \frac{B}{D} = \frac{\eta_1 \Omega_2^2}{\omega_1^2 - \Omega_2^2} = \frac{\omega_2^2 - \Omega_2^2}{\eta_2 \Omega_2^2}.$$

Из соотношения A/C получим:

$$\begin{aligned} \eta_1 \eta_2 (\Omega_1^2)^2 &= (\omega_1^2 - \Omega_1^2)(\omega_2^2 - \Omega_1^2). \quad \Rightarrow \eta_1 \eta_2 (\Omega_1^2)^2 = \omega_1^2 \omega_2^2 - \Omega_1^2 \omega_2^2 - \omega_1^2 \Omega_1^2 + (\Omega_1^2)^2. \quad \Rightarrow \\ \eta_1 \eta_2 (\Omega_1^2)^2 - (\Omega_1^2)^2 &= \omega_1^2 \omega_2^2 - \Omega_1^2 (\omega_2^2 + \omega_1^2). \quad \Rightarrow \Omega_1^4 (\eta_1 \eta_2 - 1) + \Omega_1^2 (\omega_2^2 + \omega_1^2) - \omega_1^2 \omega_2^2 = 0. \quad \Rightarrow \\ (\eta_1 \eta_2 - 1) \Omega_1^4 &+ (\omega_1^2 + \omega_2^2) \Omega_1^2 - \omega_1^2 \omega_2^2 &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Если в (21) примем обозначения $\Omega_1^2 = t$, то получим квадратическое уравнение следующего вида:

$$(\eta_1 \eta_2 - 1)t^2 + (\omega_1^2 + \omega_2^2)t - \omega_1^2 \omega_2^2 = 0. \quad (22)$$

Корень уравнения (22):

$$\begin{aligned} t &= \frac{-(\omega_1^2 + \omega_2^2) - \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 + 4 \cdot (\eta_1 \eta_2 - 1) \cdot \omega_1^2 \omega_2^2}}{2(\eta_1 \eta_2 - 1)} = \frac{-(\omega_1^2 + \omega_2^2) - \sqrt{\omega_1^4 + 2\omega_1^2 \omega_2^2 + \omega_2^4 - 4\omega_1^2 \omega_2^2 + 4\eta_1 \eta_2 \omega_1^2 \omega_2^2}}{2(\eta_1 \eta_2 - 1)} = \\ &= \frac{-(\omega_1^2 + \omega_2^2) - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1 \eta_2 \omega_1^2 \omega_2^2}}{2(\eta_1 \eta_2 - 1)} = \frac{-[(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1 \eta_2 \omega_1^2 \omega_2^2}]}{2(\eta_1 \eta_2 - 1)} = \\ &= \frac{1}{2(1 - \eta_1 \eta_2)} [(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1 \eta_2 \omega_1^2 \omega_2^2}]. \end{aligned} \quad (23)$$

Из соотношения B/D получим:

$$\begin{aligned} \eta_1 \eta_2 \Omega_2^4 &= (\omega_1^2 - \Omega_2^2)(\omega_2^2 - \Omega_2^2) = \omega_1^2 \omega_2^2 - \Omega_2^2 \omega_2^2 - \omega_1^2 \Omega_2^2 + \Omega_2^4 = \omega_1^2 \omega_2^2 - \Omega_2^2 (\omega_2^2 + \omega_1^2) + \Omega_2^4. \quad \Rightarrow \\ (\eta_1 \eta_2 - 1) \Omega_2^4 &+ (\omega_1^2 + \omega_2^2) \Omega_2^2 - \omega_1^2 \omega_2^2 &= 0. \end{aligned}$$

Введем обозначение $\Omega_2^2 = t$ и получим

$$t = \frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)} [(\omega_1^2 + \omega_2^2) - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1\eta_2\omega_1^2\omega_2^2}]. \quad (24)$$

С учетом обозначения $\Omega_1^2 = t$ и $\Omega_2^2 = t$ выражения (23) и (24) запишем так:

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)} [(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1\eta_2\omega_1^2\omega_2^2}]. \quad (25)$$

$$\Omega_2^2 = \frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)} [(\omega_1^2 + \omega_2^2) - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1\eta_2\omega_1^2\omega_2^2}]. \quad (26)$$

При равенстве $\omega_1 = \omega_2$ выражение (25) примет вид

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)} (2\omega_1^2 + 2\omega_1^2\sqrt{\eta_1\eta_2}) = \frac{2\omega_1^2(1+\sqrt{\eta_1\eta_2})}{2(1-\eta_1\eta_2)} = \frac{\omega_1^2(1+\sqrt{\eta_1\eta_2})}{1-\eta_1\eta_2} = \frac{\omega_1^2}{1-\sqrt{\eta_1\eta_2}}$$

или

$$\Omega_1 = \frac{\omega_1}{\sqrt{1-\sqrt{\eta_1\eta_2}}}. \quad (27)$$

Так как $\omega_1 = 2\sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{pp}}}$, то собственная частота колебаний массы m_1 составит

$$\Omega_1 = 2\sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{pp}(1-\sqrt{\eta_1\eta_2})}}. \quad (28)$$

В таком же порядке при $\omega_1 = \omega_2$ из (26) получим выражение для вычисления частоты собственных колебаний массы m_2 :

$$\Omega_2 = \frac{\omega_1}{\sqrt{1+\sqrt{\eta_1\eta_2}}}, \quad (29)$$

или

$$\Omega_2 = 2\sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{pp}(1+\sqrt{\eta_1\eta_2})}}. \quad (30)$$

Выражения (27) и (29) в общем виде показывают разницу частот Ω_1 , Ω_2 собственных колебаний остова от парциальных ω_1 , ω_2 частот.

Частоты Ω_1 и Ω_2 называют также частотами связи. Частоты связи в двухосном прицепе две, в трехосном – три, в одноосном – одна.

Для прицепа 2ПТС-4-793А справедливо $m_1 = m_2$ и $\eta_2 = \eta_1$. Тогда из (28) и (30) имеем:

$$\Omega_1 = 2\sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{pp}(1-\eta_1)}}; \quad \Omega_2 = 2\sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{pp}(1+\eta_1)}}. \quad (31)$$

Как приведено выше, когда коэффициент рассеивания $\varepsilon = 1$, тогда $\rho^2 = \sigma_{II}^2$, $m_{pp}\sigma_{II}^2 = J_y$ и $m_3 = 0$, $\eta_1 = 0$. В этом случае из (31) вытекает

$$\Omega_1 = \Omega_2 = 2\sqrt{\frac{C_{p1}}{m_{pp}}} = \omega_1 = \omega_2. \quad (32)$$

Таким образом, вынужденные колебания тракторного прицепа при торможении описываются системой дифференциальных уравнений второго порядка. Причем, первое и второе уравнения соответствуют вертикальным перемещениям поддрессоренной, третье и четвертое – неподдрессоренной части прицепа.

Для упрощения решения полученных дифференциальных уравнений перемещения передней (Z_1 , ξ_1) и задней (Z_2 , ξ_2) частей прицепа могут быть представлены в виде гармонических (детерминированных) функций.

Колебания любой точки остова, в том числе точек, расположенных сверху над передней и задней навесками, имеют негармонический вид с нижними Ω_1 и верхними Ω_2 частотами связи.

Частоты Ω_1 , Ω_2 связи меняются в зависимости от значений коэффициентов η_2 , η_1 и упругих свойств C_{p1} навески.

Когда коэффициент рассеивания масс равен единице, то парциальные частоты прицепа и частоты связи между собой уравниваются. В этом случае передние и задние части прицепа совершают независимые колебания.

Литература

- [1] Закин Я.Х. Прикладная теория движения автопоезда. М.: Транспорт, 1967. – 255 с.
- [2] Рашидов Н.Р. Тракторные многозвенные поезда. Ташкент: Узбекистан, 1981. – 368 с.
- [3] Барский И.Б., Анилович В.Я., Кутьков Г.М. Динамика трактора. М.: Машиностроение, 1973. – 280 с.
- [4] Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы: Теория. Учебн. для студентов вузов по спец. «Автомобили и тракторы» / Под общ.ред. Гуськова В.В. М.: Машиностроение, 1988. – 376 с.
- [5] Артемьев П.П., Атаманов Ю.Е., Богданов Н.В. и др. Тракторные поезда / Под ред. Гуськова В.В. М.: Машиностроение, 1982. – 183 с.
- [6] Розанов В.Г. Торможение автомобиля и автопоезда. М.: Машгиз, 1964. – 244 с.
- [7] Динамика системы дорога – шина / Под общ.ред. Хачатурова А.А. М.: Машиностроение, 1976. – 536 с.
- [8] Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. М.: Машиностроение, 1972. – 392 с.
- [9] Прицепы тракторные 2ПТС-4-793А-03. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. Ташкент: ОАО «Ташкентский тракторный завод», 2005. – 64 с.

Дата поступления
12.07.2021

М.Тошболтаев, Р.Худайкулиев, Б.Холиқов. Икки ўқли трактор тиркамасининг тормозланишидаги мажбурий ва эркин тебранишларини тадқиқ этиши.

Аннотация: Мақолада 2ПТС-4973-03А русумли икки ўқли трактор тиркамасининг тормозланишидаги мажбурий ва эркин тебранишлари ўрганилган. Тиркама эркинлик даражаси тўртга тенг ва умумлашган кучлар таъсир қиладиган динамик модел билан алмаштирилади. Тиркаманинг тебранишлари таянч юзанинг нотекислигидан келиб чиқади. Механик тизимнинг кинетик ва потенциал энергияси, энергия йўқолишининг диссипатив функцияси, умумлашган кучларининг ифодалар тузилган. Лагранжнинг иккинчи турдаги тенгламаларидан фойдаланиб, трактор поездини бўйлама-вертикал ва кўндаланг ўқларга нисбатан тормозлаида тиркаманинг мажбурий тебранишлари учун дифференциал тенгламалар тизими олинади. Тиркаманинг олд ва орқа қисмларининг тебранишлари мустақил бўлганда, тиркама қисмининг эркин тебранишларининг дифференциал тенгламалари тизими, массаларнинг табиий ва қисман тебранишларининг частоталарини ҳисоблаш учун ифодалар олинган ҳолда кўриб чиқилган. Олинган дифференциал тенгламаларнинг ечимини соддалаштириши учун тиркаманинг олд ва орқа қисмларининг кўчишларини детерминистик функциялар сифатида ифодалаш мумкин.

Калим сўзлар: трактор тиркамаси; тиркама тебраниши; тормозланиш; эластик элементлар; рессор; шина.

M.Toshboltaev, R.Xudaykuliev, B. Kholikov. Investigation of forced and free vibrations in the braking of a two-axle tractor trailer.

Abstract: The article investigates the forced and free vibrations of a two-axle tractor trailer model 2PTS-4973-03A during braking. The trailer is replaced by a dynamic model with four degrees of freedom and generalized forces acting. The vibrations of the trailer are caused by the unevenness of the supporting surface. The expressions for kinetic and potential energy, dissipative function of energy dissipation, generalized forces of a mechanical system are compiled. Using the Lagrange equations of the second kind, a system of differential equations for forced oscillations of a trailer when braking a tractor train relative to the longitudinal-vertical and transverse axes is obtained. The case is considered when the oscillations of the front and rear parts of the trailer are independent, a system of differential equations of free oscillations of the sprung part of the trailer, expressions for calculating the frequencies of natural and partial oscillations of the masses are obtained. To simplify the solution of the obtained differential equations, the displacements of the front and rear parts of the trailer can be represented as deterministic functions.

Keywords: pizza fluctuations; tractor trailer; braking; elastic elements; springs; tire.

АНАЛИЗ СМЕННОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КОМБИНИРОВАННОЙ ХЛОПКОУБОРОЧНОЙ МАШИНЫ МХ-1,8 ГВ

Матчанов Р.Д.¹, Йулдашев А.Т.², Кулдошев Д.А.²

¹СП «Agrixim» Ташкент, Узбекистан

²Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: raf1942@mail.ru, don_02@mail.ru

Аннотация: В данной статье приведены расчетные модели по определению влияния на работу комбинированной хлопкоуборочной машины основных факторов, связанных с технологией уборки хлопка. Сделан анализ влияния основных составляющих баланса времени смены, а также урожайности хлопчатника, вместимости бункера, длины гона на сменную производительность комбинированной хлопкоуборочной машины со сменными аппаратами. Разработаны предложения по повышению качества машинного сбора хлопка.

Ключевые слова: хлопкоуборочные машины, сменная производительность, численные исследования, автоматическая трамбовка хлопка в бункере, урожайность по раскрытому хлопку, длина гона, основные факторы, баланс времени смены, вместимость бункера.

Введение.

Проектирование новых, высокопроизводительных, энерго- и ресурсосберегающих хлопкоуборочных машин (ХУМ), усовершенствование существующих моделей машин, а также повышение эффективности их использования за счет предварительного прогноза качества и количества собранного хлопка-сырца, выращенного на полях, являются одной из важнейших задач [1–8]. В связи с этим для обеспечения производительности хлопкоуборочных машин на необходимом уровне актуальным является усовершенствование существующих и разработка новых эффективных методов их оценки и испытаний.

Хлопчатник возделывается в Узбекистане на орошаемых землях, с междурядьями 60 и 90 см. Урожайность хлопка изменяется от 2 до 6 т/га. Для сбора урожая хлопка разработаны различные модификации хлопкоуборочных машин: 2- 4-, 6- рядных. В монографии Р.Д.Матчанова [9] в хронологическом порядке описаны основные этапы создания отечественных одно-, двух-, четырех- и шестирядных хлопкоуборочных машин. Описаны конструкции хлопкоуборочных машин и их рабочие органы.

Приведены преимущества и недостатки каждой разработанной конструкции хлопкоуборочной машины. В Узбекистане до последнего времени сбор хлопка хлопкоуборочными машинами осуществлялся в 2 этапа. Первый сбор начинался при раскрытии коробочек 55–65%, а второй – при раскрытии свыше 85% оставшихся коробочек. В последние годы меняется технология машинного сбора хлопка. Применяется одноразовый сбор при раскрытии урожая свыше 90%. В дехканских и фермерских хозяйствах применяются также машины производства США, Китая и Индии.

С учетом расположения хлопководства Узбекистана в зоне рискованного земледелия в АО «Технолог» разработана комбинированная хлопкоуборочная машина для селективного сбора хлопка [10]. В зависимости от раскрытой урожайности для сбора хлопка на трактор можно повесить уборочный аппарат горизонтально-шпиндельного или вертикально-шпиндельного типа. Комбинированная хлопкоуборочная машина с горизонтально-шпиндельными аппаратами обеспечивает полноту сбора хлопка, одинаковую с зарубежными машинами. Однако её стоимость будет в 1.5 раза дешевле по сравнению с зарубежными.

В этой машине использованы новая пневмосистема, устройство для копирования аппаратами профиля поля, уплотнитель хлопка в бункере [11]. Применение автоматической трамбовки хлопка в бункере приводит к повышению его вместимости и, в конечном

итоге, влияет на повышение сменной производительности машины. На производительность сбора хлопка также влияют другие факторы.

Х.Х. Усманходжаевым и др. [6] предложена эмпирическая формула для определения производительности хлопкоуборочных машин

$$W(k,t) = \eta \cdot m \cdot n \cdot v_a \cdot y \cdot P \cdot q_{sr}(k,t),$$

где $W(k,t)$ – производительность машины, т/ч; η – КПД машины; m – число одновременно обрабатываемых рядков хлопчатника; n – ширина междурядья, см; v_a – скорость агрегата, м/ч; y – урожайность, ц/га; P – раскрытие коробочек, %; $q_{sr}(k,t)$ – функции потери полноты сбора хлопка.

Представленная формула не учитывает влияние длины гона ℓ , объема бункера V , время t_{ost} и др.

Авторами [7] производительность хлопкоуборочной машины определяется следующим выражением:

$$W_c = 0.36 B_p v_p Y_x \varepsilon \rho_p,$$

где W_c – сменная производительность, га; B_p – ширина захвата машины, м; v_p – рабочая скорость движения, м/с; Y_x – урожайность хлопка, т/га; ε – степень раскрытия коробочек хлопчатника, %; ρ_p – полнота сбора хлопка; t_p – время чистой работы; 0.36 – коэффициент пересчета меры в правой и левой частях уравнения.

Представленная формула также не дает возможность проводить численное исследование. Очевидно, что с увеличением t_p повышается производительность. Например, такие факторы, как длина гона ℓ , объем бункера V и др., влияют на чистое время работы t_p .

Не имеется методики определения того, как будет изменяться баланс времени смены при изменении исходных факторов.

На основе разработанной модели [12] проведены численные исследования по определению производительности ХУМ [13,14]. В ней определяются сменная производительность $W_{кг}$ – собранного хлопка-сырца и обработанная площадь $W_{га}$.

С использованием этой модели невозможно учесть следующее:

t_0 – основное время, затраченное за смену (t) времени;

t_n – общее время, затраченное на повороте за смену (t) времени;

t_p – общее время, затраченное на выгрузку бункерного хлопка-сырца и с учетом на переезды на рабочем месте за смену (t) времени

$$t_p = t_b + t_3,$$

где t_b – общее время, затраченное на выгрузку бункерного хлопка-сырца за смену (t) времени; t_3 – общее время, затраченное на переезды на рабочем месте (на выгрузку и обратно) за смену (t) времени.

Вышеприведенный анализ показывает необходимость разработки математической модели производительности ХУМ с учетом приведённых факторов.

Материалы и методы.

В данной статье рассматривается разработка математической модели сменной производительности хлопкоуборочных машин и рекомендаций по повышению эффективности работы комбинированной хлопкоуборочной машины со сменными аппаратами.

Разработка математической модели:

скорость машины – V_m м/с;

ширина захвата – $B \cdot n$, м;

B – ширина междурядья, м;

n – количество обрабатываемых рядков;

G_b – конструктивная вместимость бункера (при $\gamma_x = 50$ кг/м³), кг;

$G_b \cdot k_b = G_x$, кг – количество собранного и разгруженного бункерного хлопка-сырца;
 k_b – коэффициент заполняемости бункера хлопком $k_b = G_x / G_b$;
 $P = G_b / G_p$ – полнота машинного сбора;
 G_p – урожайность по раскрытому хлопку, кг/га;
 ℓ – длина гона, м.

Факторы, входящие в сменный баланс времени [16]:

время основной работы;
 время на повороты;
 время на переезды на рабочем месте (на выгрузку и обратно);
 время на разгрузку бункера;
 время на другие вспомогательные операции;
 время на ежесменное техническое обслуживание;
 время на подготовку и окончание работ;
 время на проведение наладки и регулировки;
 время на устранение технических неисправностей;
 время на отдых;
 время на холостые переезды;
 время на ежесменное техническое обслуживание машины;
 итого сменное время – 7.0 ч, t .

На основе факторов, входящих в сменный баланс времени, составим следующее равенство:

$$t = t_0 + t_{\Pi} + t_p + t_{ost}. \quad (1)$$

Здесь $t_{ost} = t - (t_0 + t_{\Pi} + t_p)$ – суммарное время, когда хлопкоуборочная машина находится не в рабочем технологическом режиме

Вышеуказанные входные параметры определяются на основе расчетных, опытных и конструкторских данных, в том числе:

- урожайность раскрытого хлопчатника определяется на основе оценки агрофона и составляет $G_p = (2.0 - 5.0) \cdot 10^3$, кг/га;
- полнота сбора хлопка-сырца машиной определяется на основе экспериментальных данных. Коэффициент полноты сбора хлопка $P = (0.85 - 0.95)$;
- ширина междурядья составляет $B = 0.6$ м или 0.9 м;
- длина гона полей определяется на основе замера и составляет $\ell = (200 - 1500)$ м;
- количество рядов при машинной уборке заложено в конструкции и составляет $n = 2, 4, 6, 8$;

– время одного поворота на разворотной полосе определяется хронометражем и составляет $t_{\Pi} = (1 - 3) \cdot 60$ с.

Время на повороты зависит от параметров агрегата, вида поворота способа движения, скорости поворота и типа агрегата;

– время одной выгрузки бункерного хлопка-сырца с учетом переезда на рабочем месте определяется хронометражем и составляет $t_{p1} = (3 - 5) \cdot 60$ с.

Время разгрузки бункера относится к технологическому обслуживанию. Продолжительность разгрузки зависит от навыков водителя, конструктивных особенностей ХУМ:

- вместимость бункера с учетом автоматической трамбовки определяется экспериментально и составляет $G_b = (700 - 1200)$ кг;
- при этом коэффициент заполняемости бункера принимаем: $k_b = (0.7 - 1.0)$ (без уплотнителя);

– полное сменное время, затраченное на уборку хлопка-сырца, принимаем $t = 7 \cdot 3600$ с;

– суммарное время, когда хлопкоуборочная машина находится не в рабочем технологическом режиме, в смену принимаем $t_{ost} = (1.5 - 2.5) \cdot 3600$ с;

- скорость машины принимаем $V_M=(1.0 - 1.5)$ м/с;
- площадь для сбора хлопка ($1 \text{ га} = 10^4$) м².

В результате численного расчета на ЭВМ конечными полученными параметрами программного пакета являются:

- 1) производительность хлопкоуборочной машины $W_{кз}$ за t времени;
- 2) производительность хлопкоуборочной машины $W_{за}$ за t времени;
- 3) t_0 – основное время, затраченное за смену, ч;
- 4) t_{II} – общее время, затраченное на повороты на разворотной полосе за смену, ч;
- 5) t_p – общее время, затраченное на выгрузку бункерного хлопка-сырца и с учетом на переезды на рабочем месте за смену, ч;

б) с учетом вышеуказанных параметров составлена математическая модель по определению производительности хлопкоуборочной машины, которая зависит от:

времени заполнения одного бункера (t_{01}):

$$t_{01} = \frac{G_b \cdot k_b \cdot 10^4}{G_p \cdot B \cdot n \cdot V_M \cdot P}, \text{ с,} \quad (2)$$

количества проходов для заполнения одного бункера (N_n)

$$N_n = t_{01} \cdot \left(\frac{\ell}{V_M} \right), \text{ с,} \quad (3)$$

количества собранных бункеров за (t) времени

$$N_b = \frac{t - t_{ост}}{(t_{01} + t_{II} \cdot N_n + t_p)}. \quad (4)$$

Определяем производительность машины за смену (t) времени:

$$W_{кр} = G_b \cdot K_b \cdot N_b, \quad (5)$$

$$W_{га} = B \cdot n \cdot \ell \cdot N_n \cdot N_b \cdot 10^{-4}. \quad (6)$$

Определяем основное время, затраченное за смену (t) времени, ч:

$$t_0 = (t_{01} \cdot N_b) : 3600. \quad (7)$$

Определяем общее время, затраченное для поворотов на разворотной полосе за смену (t) времени, ч:

$$t_{II} = (t_{II1} \cdot N_n \cdot N_b) : 3600 \quad (8)$$

Определяем общее время, затраченное для разгрузки бункера за смену (t) времени, ч:

$$t_p = (t_{p1} \cdot N_b) : 3600. \quad (9)$$

Для численного исследования принимаем следующее:

минимальная раскрытая урожайность $G_p=3000$ кг/га;

максимальная раскрытая урожайность $G_p=4500$ кг/га;

длина гона $\ell=500$ м.

Вместимость бункера без трамбовки $G_b=700$ кг, трамбовка механиками-водителями $G_b=800$ кг, автоматическая трамбовка $G_b=1000$ кг. При трамбовке механиками-водителями принимаем время $t_{ост}=2.1 \cdot 3600$ с, с автоматическими трамбовками $t_{ост}=1.44 \cdot 3600$ с принимаем время $t_{II1}=1.5 \cdot 60$ с, $t_{p1}=5 \cdot 60$ с во всех случаях.

Результаты.

На основании перечисленных исходных данных на разработанной математической модели определяем производительность и показатели баланса времени смены комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске горизонтально-шпиндельного аппарата, показанные в табл. 1.

Таблица 1

Показатели сменной производительности и баланс времени смены в зависимости от раскрытой урожайности и применения способа трамбовки бункерного хлопка комбинированной хлопкоуборочной машиной с горизонтальными шпиндельными аппаратами

Показатели		$W_{кз}$	$W_{за}$	t_0 ч	t_{III} ч	t_{PI} ч	$t_{ост}$ ч	t ч	
1	Без трамбовки $G_b=700$ кг/га	$G_p=3000$ кг/га	9058	3.25	3.58	0.90	1.08	1.44	7.0
		$G_p=3500$ кг/га	10234	3.14	3.46	0.87	1.23	1.44	7.0
		$G_p=4000$ кг/га	11340	3.05	3.36	0.85	1.35	1.44	7.0
		$G_p=4500$ кг/га	12390	2.96	3.26	0.83	1.47	1.44	7.0
2	Трамбовка механиками-водителями $G_b=800$ кг/га	$G_p=3000$ кг/га	8160	2.93	3.22	0.82	0.86	2.1	7.0
		$G_p=3500$ кг/га	9280	2.85	3.14	0.79	0.97	2.1	7.0
		$G_p=4000$ кг/га	10338	2.79	3.05	0.78	1.07	2.1	7.0
		$G_p=4500$ кг/га	11200	2.68	2.95	0.78	1.17	2.1	7.0
3	С автоматической трамбовкой $G_b=1000$ кг/га	$G_p=3000$ кг/га	9620	3.44	3.80	0.96	0.80	1.44	7.0
		$G_p=3500$ кг/га	10960	3.36	3.71	0.93	0.92	1.44	7.0
		$G_p=4000$ кг/га	12230	3.29	3.62	0.92	1.02	1.44	7.0
		$G_p=4500$ кг/га	13420	3.24	3.55	0.89	1.12	1.44	7.0

Примечание: Для вертикально-шпиндельного аппарата максимальная урожайность принята равной 3500 кг/га, исходя из возможностей сбора; ($t_{III}=1.5\cdot60$ с; $t_{PI}=5\cdot60$ с; $l=500$ м; $P=0.93$; $V_M=1.4$ м/с; $t_{ост}=2.1\cdot3600$ с –трамбовка механиками-водителями; $t_{ост}=1.44\cdot3600$ с автоматической трамбовкой и без нее).

На основе численных данных табл. 1 построим график влияния раскрытой урожайности и способа трамбовки на сменную производительность комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске горизонтально-шпиндельного аппарата (ГША), показанного на рис. 1.

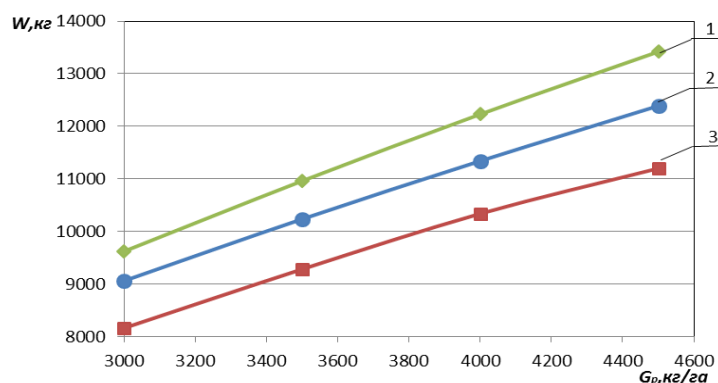


Рис. 1. Влияние раскрытой урожайности и способа трамбовки на сменную производительность комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске аппарата ГША: 1 – $G_b=1000$ кг, автоматическая трамбовка; 2 – $G_b=700$ кг, без трамбовки; 3 – $G_b=800$ кг, трамбовка механиками-водителями

Расчетные численные данные по определению сменной производительности комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске аппарата ВША приведены в табл. 2.

Таблица 2

Показатели сменной производительности и баланса времени смены в зависимости от раскрытой урожайности и способа трамбовки хлопка в бункере комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске с вертикально-шпиндельных аппаратов

Показатели		$W_{кз}$	$W_{за}$	t_0 ч	t_{III} ч	t_{PI} ч	$t_{ост}$ ч	t ч	
1	Без трамбовки $G_b=700$ кг/га	$G_p=2000$ кг/га	4809	2.83	4.2	0.78	0.58	1.44	7.0
		$G_p=2500$ кг/га	5852	2.76	4.09	0.77	0.70	1.44	7.0
		$G_p=3000$ кг/га	6860	2.69	3.99	0.75	0.82	1.44	7.0
		$G_p=3500$ кг/га	7819	2.62	3.90	0.73	0.93	1.44	7.0
2	Трамбовка механиками-водителями $G_b=800$ кг/га	$G_p=2000$ кг/га	4296	2.53	3.75	0.70	0.45	2.1	7.0
		$G_p=2500$ кг/га	5240	2.47	3.67	0.68	0.55	2.1	7.0
		$G_p=3000$ кг/га	6160	2.41	3.59	0.67	0.64	2.1	7.0
		$G_p=3500$ кг/га	7040	2.37	3.51	0.66	0.73	2.1	7.0
3	С автоматической трамбовкой $G_b=1000$ кг/га	$G_p=2000$ кг/га	4960	3.92	4.33	0.81	0.42	1.44	7.0
		$G_p=2500$ кг/га	6260	2.86	4.38	0.65	0.53	1.44	7.0
		$G_p=3000$ кг/га	7180	2.81	4.19	0.78	0.59	1.44	7.0
		$G_p=3500$ кг/га	8230	2.76	4.10	0.76	0.70	1.44	7.0

Примечание: $t_{III}=1.5\cdot60$ с; $t_{PI}=5\cdot60$ с; $l=500$ м; $P=0.85$; $V_M=1.04$ м/с; $t_{ост}=2.1\cdot3600$ с, трамбовка механиками-водителями; $t_{ост}=1.44\cdot3600$ с автоматической трамбовкой и без нее.

На основе численных данных табл. 2 построены графики влияния раскрытой урожайности и способа трамбовки на производительность комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске вертикально-шпиндельного аппарата (ВША) (рис.2).

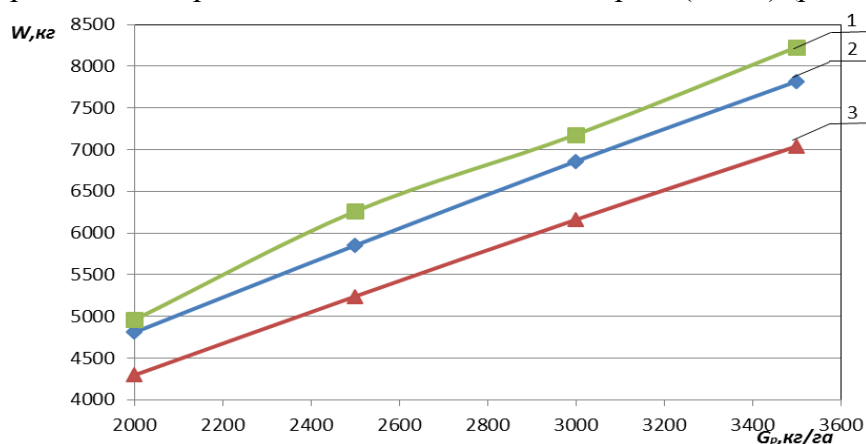


Рис.2. Влияние раскрытой урожайности и способа трамбовки на сменную производительность комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске аппарата ВША: 1 – $G_b=1000$ кг, автоматическая трамбовка; 2 – $G_b=700$ кг, без трамбовки; 3 – $G_b=800$ кг, трамбовка механиками-водителями

Анализ и обсуждение.

Анализ табл. 1 и графика на рис.1 показывает, что при раскрытой урожайности $G_b=3000$ кг/га применение автоматической трамбовки повышает сменную производительность в $9620:8160=1.179$ раза, т.е. на 17.9% по сравнению с трамбовками механиками-водителями. А при раскрытой урожайности $G_p=4500$ кг/га повышается сменная производительность в $13420:11200=1.198$ раза, т.е. на 19.8% по сравнению с трамбовками механиками-водителями.

С повышением раскрытой урожайности от 3000 до 4500 кг/га растет сменная производительность при применении автоматической трамбовки от 17.9% до 19.8% по сравнению с трамбовкой механиками-водителями. Однако при работе без трамбовки $G_b=700$ кг отсутствует остановка ХУМ, поэтому она является более эффективной по производительности по сравнению с трамбовкой механиками-водителями. В связи с этим автоматическая трамбовка, которая осуществляется в ходе машинного сбора, является самой эффективной.

Анализ табл. 2 и графика на рис. 2 показывает, что при раскрытой урожайности $G_b=3000$ кг/га применение автоматической трамбовки повышает сменную производительность в $7180:6160=1.165$ раза, т.е. на 16.5% по сравнению с трамбовками механиками-водителями.

Сменная производительность при раскрытой урожайности $G_b=3000$ кг/га в процессе применения аппарата ГША составляет $W_{кз}=9620$ кг, а для аппарата ВША – $W_{кз}=7180$ кг. Следовательно, при одинаковых условиях применение аппарата ГША способствует повышению сменной производительности в $9620:7180=1.34$ раза.

Сменная производительность по обрабатываемой площади при раскрытой урожайности $G_p=3000$ кг/га с применением аппарата ГША составляет $W_{за}=3.44$ га, а аппарата ВША – $W_{за}=2.81$ га.

В связи с этим при большой раскрытой урожайности $G_b \geq 3000$ применение аппарата ГША является экономически выгодным.

Рассмотрим влияние длины гона (ℓ) на сменную производительность комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске аппарата ГША, которая представлена в табл. 3.

Показатели сменной производительности комбинированной хлопкоуборочной машины при навеске аппарата ГША от длины гона ℓ

Показатели		$W_{кз}$	$W_{за}$	t_0 Ч	t_{III} Ч	t_{PI} Ч	$t_{ост}$ Ч	t Ч	
1	С автоматической трамбовкой $G_b=1000$ кг/га	$\ell=1327$ м	14960	3.57	3.94	0.37	1.25	1.44	7.0
		$\ell=664$ м	14000	3.35	3.68	0.7	1.18	1.44	7.0
		$\ell=443$ м	13180	3.15	3.47	0.98	1.11	1.44	7.0
		$\ell=322$ м	12400	2.96	3.26	1.24	1.06	1.44	7.0

Примечание: $t_{III}=1.5 \cdot 60$ с; $t_{PI}=5 \cdot 60$ с; $P=0.93$; $G_p=4500$ кг/га; $V_m=1.4$ м/с; $t_{ост}=1.44 \cdot 3600$ автоматической трамбовки.

Анализ табл. 3 показывает, что максимальная сменная производительность машины наблюдается при длине гона $\ell=1327$ м, когда бункер заполняется за один проход. При $\ell=664$ м бункер заполняется за два прохода, при $\ell=443$ м – за три прохода, при $\ell=322$ м – за четыре прохода.

С уменьшением длины гона увеличивается число проходов и снижается производительность.

Заключение.

1. Разработанная математическая модель сменной производительности комбинированной хлопкоуборочной машины МХ-1,8ГВ позволяет анализировать влияние основных факторов, определяющих эффективность работы машины при её горизонтально-шпиндельном и вертикально-шпиндельном исполнениях.

2. Автоматическая трамбовка хлопка в бункере хлопкоуборочной машины МХ-1,8ГВ с горизонтально-шпиндельными аппаратами позволяет повысить её производительность при урожайности 4500 кг/га на 19.8%.

3. Прогнозируемая сменная производительность хлопкоуборочной машиной МХ-1,8ГВ с ГША при равных условиях с ВША при урожайности 3000 кг/га выше в 1.34 раза.

4. Прогнозируемый объем сбора хлопка хлопкоуборочной машиной МХ-1,8ГВ с ГША с одного гектара в сравнении с ВША больше на 9.43% за счет увеличенной полноты сбора.

5. Наибольшая прогнозируемая сменная производительность комбинированной ХУМ с ГША достигается при длине гона 1327 м, когда бункер заполняется за один проход.

Литература

- [1] Cotton: WorldStatistics. <http://www.ICAC.org>; <http://www.statista.com>.
- [2] Matchanov R.D., Rizaev A.A., Yuldashev A.T., Kuldoshev D.A., AkhmedovSh.A. Pneumatic Transport System of a Cotton Picker. // International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE). Vol. 9. Issue-4. February 2020. P. 2267–2270.
- [3] Mygdakos E., Gemtos T.A. IT – Information Technology and the Human Interface: Reliability of Cotton Pickers and its Effect on Harvesting Cost // Biosystems Engineering. Vol. 82. Issue 4. 2002. P. 381–391.
- [4] Yuldashev A.T., Kuldoshev D.A., Djuraeva N.B., Temirov D.R. The raw cotton entering volume computational and numerical study of the vertical-spindle cotton harvester receiving chamber // E3S Web of Conferences 264. 04013 (2021). <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126404013>.
- [5] Tian Jing-shan1, Zhang Xu-yi1, Zhang Wang-feng1, Li Jian-feng1, Yang Yan-long1, Dong Heng-yi2, Jiu Xing-li2, Yu Yong-chuan3, Zhao Zhan4, Xu Shou-zhen1, Zuo Wen-qing1. Fiber damage of machine-harvested cotton before ginning and after lint cleaning // Journal of Integrative Agriculture. 2018. N 17(5). P. 1120–1127.
- [6] Усманходжаев Х.Х. Прогноз производительности хлопкоуборочной машины. Ташкент: Узбекистан, 1980. С. 10–26.
- [7] Юлдашев Ш.У. Основы технического уровня хлопкоуборочных машин. Ташкент: Фан, 1980. –240 с.
- [8] Юлдашев Ш.У., Ризаев А.А., Юлдашев А.Т., Кўлдошев Д.А. Моделирование и расчет производительности хлопкоуборочных машин // Тракторы и сельхозмашины. М.: 2010. №2. С. 35–38.
- [9] Матчанов Р.Д. Хлопкоуборочные машины 1929–2010 г. Ташкент 2011. – 353 с.
- [10] Матчанов Р.Д., Ризаев А.А., Худайкулиев Р.Р. Некоторые кинематические параметры хлопкоуборочной машины при разовом сборе хлопка// Проблемы механики. Ташкент. 2021. №1. С. 81–89.
- [11] Matchanov R.D., Rizaev A.A., Yuldashev A.T., Kuldoshev D.A., Mirzaeva M.M. New universal inlet chamber for vertical and horizontal spindle cotton pickers //Journal of Physics: Conference Series 1889 (2021). 042006 IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/1889/4/042006.

- [12] Глуценко А.Д., Ризаев А.А., Тошболтаев М.Т., Йўлдашев А.Т., Қўлдошев Д.А. Определение производительности ХУМ // Гувохнома. №ДГУ 01813. 24.08.2009.
- [13] Қўлдошев Д.А. Пахта териш машинасининг иш унуми ва агротехник кўрсаткичларини баҳолаш моделларини такомиллаштириш: Автореф. дис. ... PhD. Тошкент, 2019. 5–18 б.
- [14] Протокол №9-2020 (И-КМ-2019-35)Центр сертификации и испытания сельскохозяйственной техники и технологий. Гульбахор, 2020. С. 3–21.

Дата поступления
9.09.2021

Р.Д.Матчанов, А.Т.Йўлдашев, Д.А.Қўлдошев. МХ-1,8 ГВ комбинациялашган пахта териш машинасининг сменали иш унумдорлиги таҳлили

Аннотация: Мақолада пахта териш технологияси билан боғлиқ асосий омилларнинг комбинациялашган пахта териш машинасининг ишлашига таъсирини аниқлаш учун ҳисоблаш моделлари келтирилган. Смена вақти балансининг асосий таркибий қисмларининг таъсири, ҳамда пахта ҳосилдорлиги, бункер сизими, алмаштириладиган аппаратлар билан жиҳозланган комбинациялашган пахта териш машинасининг сменали иш унумдорлигига бурилиш узунлигининг мослиги таҳлил қилинган. Машинада пахта териш сифатини ошириш бўйича таклифлар ишлаб чиқилган.

Калим сўзлар: пахта таерии машиналари; смена унумдорлиги; сонли тадқиқотлар; бункерда пахтанинг автоматик тўқмоғи; очилган пахтанинг ҳосилдорлиги; бурилиш узунлиги; асосий омиллар; смена вақти баланси; бункер сизими.

R.D.Matchanov, A.T. Yuldashev, D.A. Kuldoshev. Analysis of the shift performance of the MX-1.8 GV combined cotton picker

Abstract: This article presents calculation models for determining the influence of the main factors associated with the technology of cotton harvesting on the operation of a combined cotton harvesting machine. The analysis of the influence of the main components of the shift time balance, as well as the yield of cotton, the capacity of the hopper, the length of the rut on the replaceable performance of a combined cotton harvester with replaceable devices is made. Proposals have been developed to improve the quality of machine cotton harvesting.

Keywords: cotton harvesters; shift productivity; numerical studies; automatic ramming of cotton in a hopper; yield on opened cotton; rutting length; main factors; shift time balance; hopper capacity.

УДК 631.358:633.51

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОСТОВА ПУСТЫННОГО ТРАКТОРА

Аннакулова Г.К., Астанов Б.Ж., Саидов С.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: annakulova_g@mail.ru

Аннотация. В статье представлена математическая модель исследования вертикальных колебаний остова пустынного трактора. Рассмотрены колебания остова пустынного трактора с учетом физико-механических свойств и профиля поверхности грунта. Уравнения колебаний трактора получены в форме уравнений Лагранжа II рода. Произведен анализ вертикальных колебаний остова пустынного трактора с учетом свойств почвы и подвесок. Получена характеристика плавности хода по ускорениям вертикальных колебаний остова пустынного трактора. По ускорениям остова трактора произведена сравнительная оценка характеристик плавности хода проектируемого трактора с характеристикой плавности хода по допустимым значениям ускорений подрессоренной массы от скорости (по Барскому И.Б.). Установлено, что характеристика плавности хода проектируемого трактора хорошо согласуется с нормированной характеристикой плавности хода тракторов.

Ключевые слова: устойчивость; пустынный трактор; вертикальные колебания; физико-механические свойства грунта; математическая модель.

Введение.

При проектировании новых моделей тракторов большое внимание уделяется повышению их надежности и долговечности, унификации основных деталей и узлов, что позволяет повысить эффективность использования транспортных средств в производстве. Исследование влияния на устойчивость различных эксплуатационных и конструктивных

факторов, обоснование и разработка уточненных расчетных параметров, позволяющие объективно оценить устойчивость трактора, являются важной актуальной проблемой. Исследователями установлено, что рельеф полей оказывает сильное влияние на износ деталей коробки передач и заднего моста. Износ в условиях высокой рельефности более чем в 2 раза превышает износ, полученный на ровных участках. Особенно он сказывается на изнашивании деталей двигателя, трансмиссии и ходовой части [1].

Тяговое усилие транспортного средства между колесом и поверхностью земли является особым элементом конструкции для передвижения по дорогам и бездорожью. Адекватное сцепление с сухим песком связано со способностью транспортного средства преодолевать пустыни, песчаные дюны, подниматься по склонам. В статье [2] предложен унифицированный алгоритм для непрерывного прогнозирования тяги в диапазоне тормозных, буксируемых и механизированных операций для колес, работающих на песке. Производительность алгоритма сравнивается с измеренными данными, а также с двумя альтернативными уравнениями. Статья [3] посвящена исследованию разницы между поворотом и условиями рулевого управления, разработана численная модель песка для рулевого управления и установлена методом дискретных элементов на основе трехосных испытаний. В статье [4] представлены улучшенные алгоритмы расчета качения (погружения) колесных транспортных средств, работающих на рыхлом сухом песке. Моделирование транспортных средств в песке имеет решающее значение для характеристик устойчивости и мобильности по бездорожью в засушливых и прибрежных районах. Алгоритмы разработаны на основе 2737 испытаний, проведенных на песке с 23 различными конфигурациями колес. Статья [5] посвящена многоцелевой оптимизации тяги транспортных средств на рыхлом сухом песке с использованием обобщенного метода пониженного градиента. Оптимизационная модель распределяет тягу между управляемыми и неуправляемыми колесами. Представлен метод применения результатов оптимизации для прогнозирования характеристик колесной машины и контроля тяги на сухом песке. В статье [6] произведена оценка мобильности с использованием сводной базы данных, разработанной для колесных транспортных средств, работающих на сухих песках. Проведено значительное количество лабораторных и полевых испытаний для оценки характеристик различных конструкций колес на рыхлых грунтах. В исследовании создана сводная база данных по испытаниям колесных транспортных средств, работающих на рыхлом сухом песке, для оценки существующих алгоритмов мобильности почвы.

Методы исследования.

Рассмотрим расчетную модель пустынного трактора, схема которого представлена на рис.1. Согласно работе [7], математическую модель движения трактора опишем обобщенными координатами: x_c – координата поступательного перемещения остова трактора; z_c – координата вертикального перемещения остова трактора; φ – координата углового перемещения остова относительно центра его масс (галопирование); $\varphi_{нк}$, $\varphi_{зк}$ – координаты вращательного движения переднего и заднего колес трактора относительно их геометрических центров.

Массы трактора связаны между собой упруго диссипативными связями и имеют следующие характеристики: α_n – приведенный коэффициент вязкого сопротивления передних амортизаторов подвески переднего моста трактора; c_n – приведенный коэффициент жесткости упругих элементов подвески переднего моста трактора.

Известно, что колесные машины относятся к классу неголономных механических систем с наложенными на них кинематическими связями [8–10]. Неголономные кинематические связи выражают зависимости между скоростями точек системы, не сводящиеся к зависимостям между ее координатами. Составим дифференциальные уравнения движения в форме уравнений Лагранжа II рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \lambda_i \frac{\partial f_j}{\partial \dot{q}_i} + Q_{q_i}, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; Φ – диссипативная функция системы; q_i – обобщенные координаты масс системы; f_j – уравнения кинематических связей колес с опорной поверхностью; λ_i – неопределенные множители Лагранжа; Q_{q_i} – обобщенные силы.

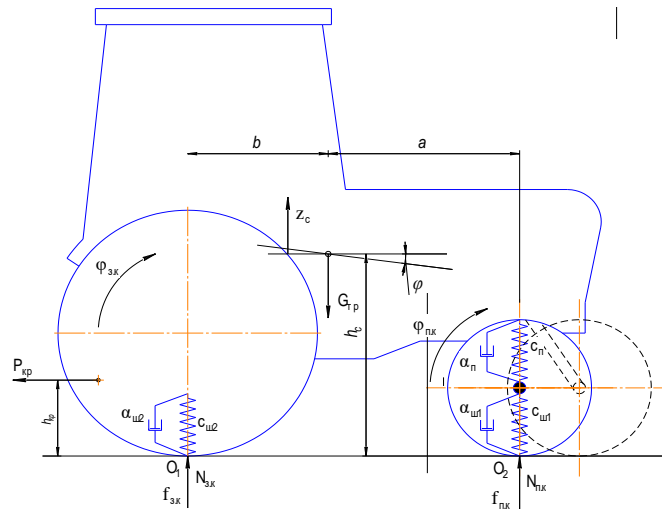


Рис. 1. Схема расчетной модели пустынного трактора

Уравнения интегрируемых кинематических связей качения колеса, согласно [9], для рассматриваемой модели записываются в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_c - r_{\text{оз}} \dot{\varphi} &= 0, \\ \dot{x}_c - r_{\text{он}} \dot{\varphi}_{\text{нк}} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Кинетическая энергия системы представляется в форме

$$T = \frac{1}{2} [M_{\text{мп}} \dot{x}_c^2 + J_c \dot{\varphi}^2 + M_{\text{мп}} \dot{z}_c^2 + J_{\text{нк}} \dot{\varphi}_{\text{нк}}^2 + J_{\text{зк}} \dot{\varphi}_{\text{зк}}^2], \quad (3)$$

где \dot{x}_c – скорость поступательного перемещения остова трактора; $\dot{\varphi}$ – угол поворота остова трактора; \dot{z}_c – скорость вертикального перемещения центра масс остова трактора; J_c – момент инерции остова трактора относительно оси, проходящей через его центр масс; $J_{\text{нк}}$ – приведенный момент инерции передних колес трактора относительно оси, проходящей через его центр масс; $J_{\text{зк}}$ – приведенный момент инерции задних колес трактора относительно оси, проходящей через центр масс; $M_{\text{мп}}$ – масса подрессоренных частей.

Потенциальная энергия системы при использовании упругого элемента, установленного на оси шарнира балансирующей балки переднего моста трактора, определяется в форме

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} [c_{\text{шннк}} (f_{\text{нк}})^2 + c_n (a\varphi - z_c)^2 + c_{\text{шнзк}} (f_{\text{зк}} - b\varphi - z_c)^2], \quad (4)$$

где $c_{\text{шннк}}$, $c_{\text{шнзк}}$ – приведенные жесткости шин передних и задних колес трактора; $f_{\text{нк}}$, $f_{\text{зк}}$ – случайные возмущения на колеса передней и задней осей трактора; a , b , L – горизонтальные координаты центра тяжести подрессоренной массы и база трактора.

Диссипативная функция колебательной системы с совмещенной подвеской балки моста трактора

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} [\alpha_{\text{шннк}} (\dot{f}_{\text{нк}})^2 + \alpha_n (a\dot{\varphi})^2 + \alpha_{\text{шнзк}} (\dot{f}_{\text{зк}} - b\dot{\varphi} - \dot{z}_c)^2], \quad (5)$$

где $\alpha_{\text{шннк}}$, $\alpha_{\text{шнзк}}$ – приведенные коэффициенты вязкого сопротивления передних и задних шин колес трактора; $\dot{f}_{\text{нк}}$, $\dot{f}_{\text{зк}}$ – скорости случайных возмущений на передние и задние колеса трактора.

Диссипативная функция с подвесками управляемых колес определяется в форме

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} \left[\alpha_{\text{шнк}} (\dot{f}_{\text{нк}} - \dot{z}_c + a\dot{\varphi})^2 + \alpha_{\text{шзк}} (\dot{f}_{\text{зк}} - b\dot{\varphi} - \dot{z}_c)^2 \right]. \quad (6)$$

В реальных условиях движения трактора, в транспортном или тяговом режимах движения, со стороны опорной поверхности на колеса трактора воздействуют дорожные неровности, которые могут оказывать существенное влияние на нормальные реакции $N_{\text{нк}}$ и $N_{\text{зк}}$. С учетом дорожных возмущений статические вертикальные реакции согласно [7]:

$$\begin{aligned} N_{\text{нк}} &= \frac{M_{\text{мп}} bg}{a+b} - \frac{P_{\text{кр}} h_{\text{кр}}}{a+b} + c_{\text{шнк}} f_{\text{нк}}, \\ N_{\text{зк}} &= \frac{M_{\text{мп}} ag}{a+b} + \frac{P_{\text{кр}} h_{\text{кр}}}{a+b} + c_{\text{шзк}} (f_{\text{зк}} - b\varphi - z_c). \end{aligned} \quad (7)$$

Обобщенная сила по координате поступательного перемещения, согласно выражениям (7), принимает вид

$$Q_{x_c} = \varphi_{\text{сц}} \left[\frac{M_{\text{мп}} bg + P_{\text{кр}} h_{\text{кр}}}{a+b} (r_{\text{дз}} + r_{\text{дн}}) \right] \varphi, \quad (8)$$

по координате вертикального перемещения

$$Q_{z_c} = \varphi_{\text{сц}} [c_{\text{шнк}} f_{\text{нк}} r_{\text{дн}} + c_{\text{шзк}} f_{\text{зк}} r_{\text{дз}} - (c_{\text{шнк}} r_{\text{дн}} + c_{\text{шзк}} r_{\text{дз}}) z_c], \quad (9)$$

по координате углового перемещения

$$Q_{\varphi} = -\varphi_{\text{сц}} bc_{\text{шзк}} r_{\text{дз}}, \quad (10)$$

где $P_{\text{кр}}$ – сила на крюке; $\varphi_{\text{сц}}$ – коэффициент сцепления; $h_{\text{кр}}$ – высота крюка; $r_{\text{дн}}$, $r_{\text{дз}}$ – динамические радиусы качения передних и задних колес. Согласно выражениям (2) – (10), выведем динамические уравнения движения трактора относительно перемещений. Для этого в качестве обобщенных координат q_i примем $q_1 = x_c$, $q_2 = z_c$, $q_3 = \varphi$, а $\varphi_{\text{зк}}$ и $\varphi_{\text{нк}}$ выражаются, согласно уравнениям кинематических связей (2), через x_c :

$$\dot{\varphi}_{\text{зк}} = \frac{\dot{x}_c}{r_{\text{дз}}}, \quad \dot{\varphi}_{\text{нк}} = \frac{\dot{x}_c}{r_{\text{дн}}}. \quad (11)$$

Тогда выражение (3) для кинетической энергии принимает вид

$$T = \frac{1}{2} \left[\left(M_{\text{мп}} + \frac{J_{\text{нк}}}{r_{\text{дн}}} + \frac{J_{\text{зк}}}{r_{\text{дз}}} \right) \dot{x}_c^2 + M_{\text{мп}} \dot{z}_c^2 + J_c \dot{\varphi}^2 \right], \quad (12)$$

уравнение для поступательного перемещения x_c , согласно (2), (8) и (11), имеет вид

$$\ddot{x}_c = \varphi_{\text{сц}} \left[\frac{M_{\text{мп}} bg + P_{\text{кр}} h_{\text{кр}}}{a+b} (r_{\text{дз}} + r_{\text{дн}}) \right] \frac{1}{a_1}, \quad a_1 = M_{\text{мп}} + \frac{J_{\text{нк}}}{r_{\text{дн}}} + \frac{J_{\text{зк}}}{r_{\text{дз}}}, \quad (13)$$

для вертикального перемещения центра масс z_c и угла поворота остова φ трактора представляются в форме

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} + a_{1\varphi} \dot{\varphi} + a_{2\varphi} \varphi + c_{1z} \dot{z}_c + c_{2z} z_c &= b_{1\varphi} + b_{2\varphi} + b_{3\varphi}, \\ \ddot{z}_c + a_{1z} \dot{z}_c + (a_{2z} + d_{3z}) z_c + c_{1\varphi} \dot{\varphi} + c_{2\varphi} \varphi &= d_{1z} + d_{2z}, \end{aligned} \quad (14)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} a_{1\varphi} &= \frac{\alpha_n a^2 + 2a^2 \alpha_{\text{шнк}} + 2b^2 \alpha_{\text{шзк}}}{J_c}, \quad a_{2\varphi} = \frac{c_{\text{шзк}} b^2 + c_{\text{шнк}} a^2}{J_c}, \quad c_{1z} = \frac{2(\alpha_{\text{шзк}} b - a \alpha_{\text{шнк}})}{J_c}, \quad c_{2z} = \frac{bc_{\text{шзк}} - ac_{\text{шнк}}}{J_c}, \\ a_{1z} &= \frac{2(\alpha_{\text{шзк}} - \alpha_{\text{шнк}})}{M_{\text{мп}}}, \quad a_{2z} = \frac{2c_{\text{шзк}} + c_n - c_{\text{шнк}}}{M_{\text{мп}}}, \quad c_{1\varphi} = \frac{2(\alpha_{\text{шзк}} b - a \alpha_{\text{шнк}})}{M_{\text{мп}}}, \quad c_{2\varphi} = \frac{2bc_{\text{шзк}} + a(c_n + c_{\text{шнк}})}{M_{\text{мп}}}, \\ b_{1\varphi} &= \frac{2(ac_{\text{шнк}} f_{\text{нк}} - bc_{\text{шзк}} f_{\text{зк}})}{J_c}, \quad b_{2\varphi} = \frac{2(ac_{\text{шнк}} f_{\text{нк}} - b \alpha_{\text{шзк}} f_{\text{зк}})}{J_c}, \\ d_{1z} &= \frac{2(c_{\text{шнк}} f_{\text{шн}} + c_{\text{шзк}} f_{\text{зк}})}{M_{\text{мп}}}, \quad b_{3\varphi} = \frac{\varphi_{\text{сц}} bc_{\text{шзк}} d_{3z}}{J_c}, \quad d_{2z} = \frac{2(\alpha_{\text{шзк}} \dot{f}_{\text{зк}} + \alpha_{\text{шнк}} \dot{f}_{\text{шн}})}{M_{\text{мп}}}, \quad d_{3z} = \frac{\varphi_{\text{сц}} (c_{\text{шн}} r_{\text{дн}} + c_{\text{шз}} r_{\text{дз}})}{J_c}. \end{aligned} \quad (15)$$

Общее решение неоднородной системы уравнений (14) с учетом соотношений (15) представляет собой сумму общего решения однородной системы (φ_1 и z_{c1}) и частного решения неоднородной системы (φ_2 и z_{c2}).

Допустим, что трактор переезжает через единичную неровность, профиль которой задан уравнениями

$$\text{при } 0 \leq t \leq \tau_0, h = \frac{h_0}{2}(1 - \cos \mathcal{G}t) \text{ при } t > \tau_0, h = 0. \quad (16)$$

Время переезда через неровность $\tau_0 \geq h_0/v$ зависит от длины неровности h_0 и скорости движения трактора v . Величина v зависит от времени переезда через неровность $v = 2\pi/\tau_0$.

Общее решение системы, полученной из исходной системы уравнений (14), представим в форме заданной функции дорожного профиля

$$\varphi_1 = \frac{h_0}{2} + \Phi(\sin \mathcal{G}t + \alpha), \quad z_{c1} = \frac{h_0}{2} + Z(\sin \mathcal{G}t + \beta). \quad (17)$$

Подставляя соотношения (17) в (14), определим коэффициенты и фазовые углы в форме, согласно [12]:

$$Z = \frac{h_0}{2} \sqrt{\frac{(a_{2z} + d_{3z})^2 + 2c_{1\varphi}^2 \mathcal{G}^2}{\chi^2 + 2c_{1\varphi}^2 \mathcal{G}^2 \psi^2}}, \quad \Phi = \frac{h_0}{2} \sqrt{\frac{(\mathcal{G}^2 + a_{2z}^2) + 2a_{2z} \mathcal{G}^2}{\chi^2 + 2c_{1\varphi}^2 \mathcal{G}^2 \psi^2}},$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{2(a_{2z} + d_{3z}) \mathcal{G}^2 \psi - \chi(a_{2z} + d_{3z} - \mathcal{G}^2)}{c_{1\varphi} \mathcal{G} [\chi + (a_{2z} + d_{3z}) \psi]}, \quad \text{tg} \beta = \frac{2(a_{2z} + d_{3z}) \mathcal{G}^2 \psi - \chi(a_{2z} + d_{3z} - \mathcal{G}^2)}{c_{1\varphi} \mathcal{G} [\chi + (a_{2z} + d_{3z} - \mathcal{G}^2) \psi]}, \quad (18)$$

$$\psi = \frac{\mathcal{G}^2}{a_{2\varphi}} - 1, \quad \chi = \mathcal{G}^2 \left(\frac{\mathcal{G}^2}{a_{2\varphi}} - 1 \right) - a_{2z} \psi.$$

Для определения собственных колебаний пустынного трактора характеристическое уравнение системы (14) представим в форме

$$\lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0, \quad (19)$$

где $a_1 = a_{1\varphi} + a_{1z}$, $a_2 = a_{2\varphi} + a_{1\varphi} a_{1z} - c_{1\varphi} c_{1z} + a_{2z} + d_{3z}$,

$$a_3 = a_{2\varphi} a_{1z} + a_{1\varphi} (a_{2z} + d_{3z}) - c_{1\varphi} c_{2z} - c_{1z} c_{2\varphi}, \quad a_4 = a_{2\varphi} a_{2z} - c_{2z} c_{2\varphi}.$$

Характеристическое уравнение (19) имеет четыре комплексных попарно сопряженных корня [11]

$$\lambda_1 = -q + ip, \quad \lambda_2 = -q - ip, \quad \lambda_3 = -Q + iP, \quad \lambda_4 = -Q - iP. \quad (20)$$

Здесь p – низкая частота колебаний; P – высокая частота колебаний; q и Q – показатели затухания.

Определим корни (20) характеристического уравнения (19) согласно [11]:

$$q = -\frac{a_1 + A}{4}, \quad p = \pm \left(\frac{a_1 + A}{4} - A_*^+ \right)^{1/2},$$

$$Q = -\frac{a_1 - A}{4}, \quad P = \pm \left(\frac{a_1 - A}{4} - A_*^- \right)^{1/2}. \quad (21)$$

Соотношения (20) с учетом (21) показывают, что собственные колебания трактора должны состоять из двух затухающих составляющих: низкочастотной и высокочастотной.

Точные расчеты и эксперименты [12] показывают, что в случае преодоления трактором длинных неровностей, когда время переезда через неровность превышает половину периода низкочастотных колебаний ($\tau_0 > \pi/p$), основное значение имеет низкочастотная составляющая, а влияние высокочастотной составляющей не превышает 5–8%. Кроме того, колебания неподрессоренной массы (точнее, деформации шины) также оказываются малыми, и при расчетах принимается, что в случае длинной неровности центр колеса повторяет профиль дороги, т.е.

$$x \approx \frac{h_0}{2}(1 - \cos \mathcal{G}t), \quad (22)$$

поэтому уравнение собственных колебаний подрессоренной массы в случае длинной неровности берется только с одной составляющей.

Частное решение тогда имеет форму

$$z_c = A_1 e^{-qt} \sin(pt + \alpha'). \quad (23)$$

При заданных начальных условиях уравнение собственных колебаний подрессоренной массы имеет вид

$$z_c = \frac{f_1}{p} e^{-qt} \left[z_0 \sin(pt + \theta) + \frac{\dot{z}_0}{f_1} \sin pt \right], \quad (24)$$

где $f_1 = \sqrt{p^2 + q^2}$ – модуль комплексного корня; θ – угол, определяемый соотношением $\operatorname{tg} \theta = p/q$. Колебания трактора различаются в зависимости от того, переезжает ли он через длинный бугор или через впадину. Входящие в уравнение собственных колебаний (24) величины p , q и θ имеют различные значения при ходе отбоя и ходе сжатия.

Рассмотрим случай, когда коэффициент сопротивления подвески равен нулю. Колебания подрессоренной массы на неровности определяются уравнением

$$z_c = \frac{h_0}{2} [-(A_1 + 1) \cos pt + A_1 \cos \mathcal{G}t + 1], \quad (25)$$

где A_1 – коэффициент, характеризующий действие неровности данного профиля; p – низкая частота собственных колебаний подвески.

В момент переезда через неровность при $t = \tau_0$ получим

$$z_c = \frac{h_0}{2} (A_1 + 1) (1 - \cos p\tau_0), \quad \dot{z}_c = \frac{h_0}{2} (A_1 + 1) p \sin p\tau_0. \quad (26)$$

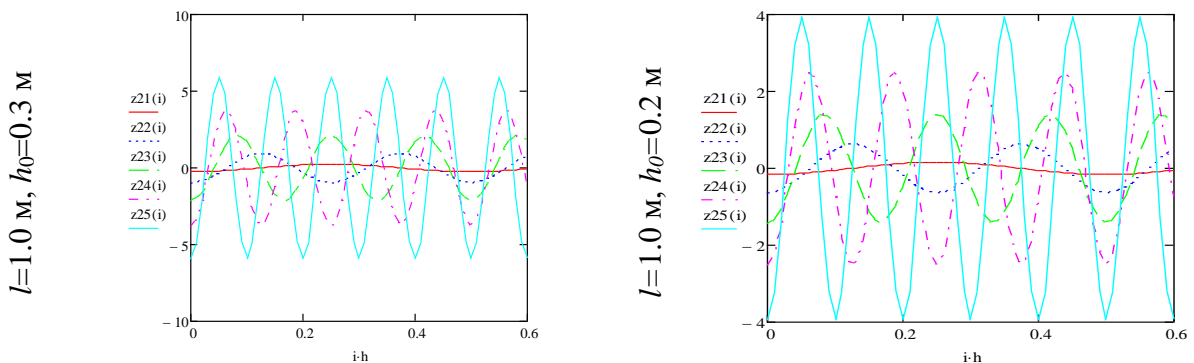
Условия (26) позволяют составить уравнение колебаний подрессоренной массы после переезда через неровность, которое после несложных преобразований можно записать в виде

$$z_c = h_0 (A_1 + 1) \sin \frac{p\tau_0}{2} \sin p \left(t - \frac{\tau_0}{2} \right). \quad (27)$$

Результаты.

На рис. 2 приведены кривые вертикальных перемещений остова пустынного трактора, рассчитанные при различных скоростях, для значений конструктивных параметров: $l = 0.2 \div 1 \text{ м}$; $h_0 = 0.2 \div 0.3 \text{ м}$; $L = 2.56 \text{ м}$:

$v = 2, 4, 6, 8, 10 \text{ (м/с)}$.



$v = 2 : z_c \sim z_{21}(i); v = 4 : z_c \sim z_{22}(i); v = 6 : z_c \sim z_{23}(i); v = 8 : z_c \sim z_{24}(i); v = 10 : z_c \sim z_{25}(i); t-h \sim t :$

Рис. 2. Вертикальные колебания остова пустынного трактора при различных скоростях движения, высоты и длины неровностей

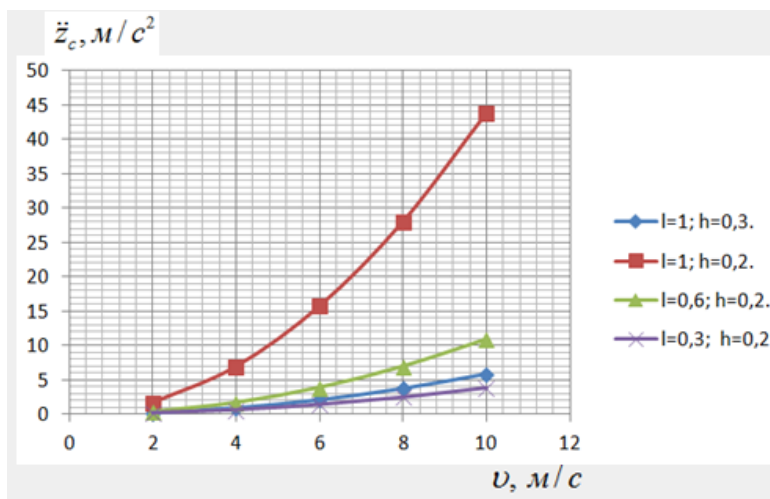


Рис. 3. Вертикальные ускорения остова трактора при периодическом воздействии

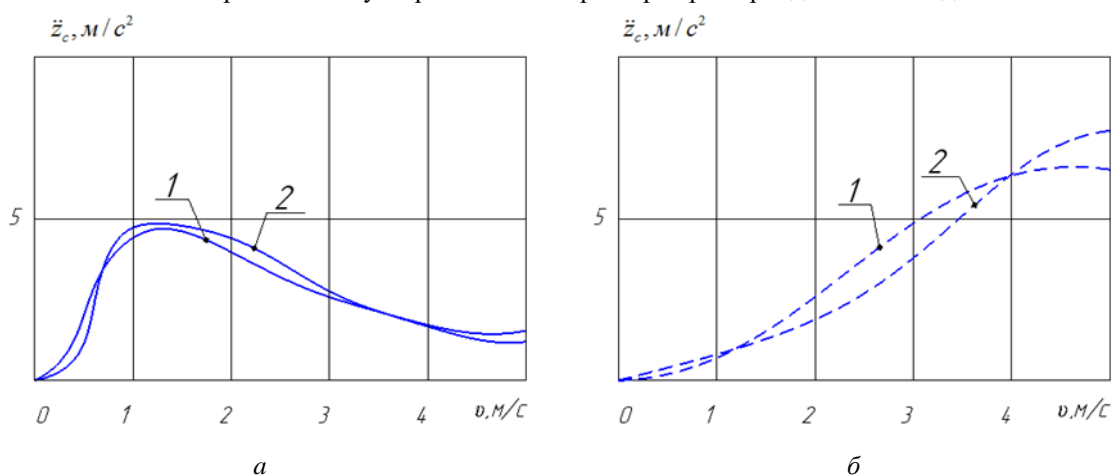


Рис.4. Вертикальные ускорения остова трактора при единичном воздействии:
а – сплошные линии соответствуют короткой неровности; *б* – штриховые длинной неровности
 (по данным работы И.Б Барского [13])

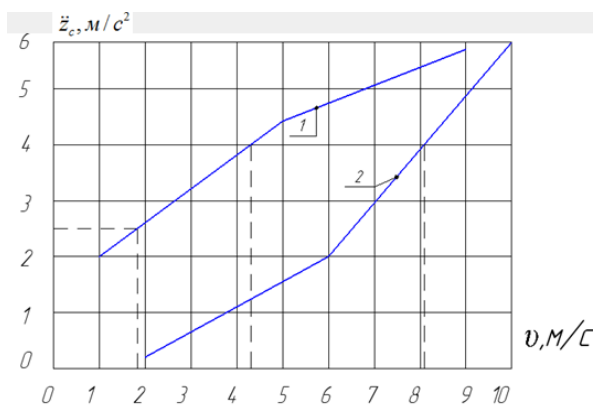


Рис. 5. Характеристика плавности хода пустынного трактора: 1–характеристика плавности хода (зависимость по среднеквадратичным значениям вертикальных ускорений от скорости по данным работы И.Б Барского [13]); 2–характеристика плавности хода проектируемого пустынного трактора, вычисленная по уравнениям (14)

На рис. 3 представлены ускорения при периодическом воздействии (линии 1 и 2 соответствуют длинной неровности, 3 и 4 – короткой неровности), а на рис.4,*а* и *б* приведены ускорения при единичном воздействии (сплошные линии соответствуют короткой неровности, штриховые – длинной неровности по данным работы И. Б. Барского [13]). Сравнение результатов показывает, что возникающие ускорения как при единичном воз-

действию, так и при периодическом близки, но при движении по коротким неровностям на большой скорости отличаются значительно.

На рис. 5 представлены характеристики плавности хода по допустимым (нормированным) значениям ускорений подрессоренной массы от скорости – I (по данным работы И.Б Барского [13]) и полученной характеристики плавности хода проектируемого пустынного трактора по системе уравнений (14) – 2. Как видно из рис. 4, характеристика плавности хода проектируемого трактора хорошо согласуется с нормированной характеристикой плавности хода для тракторов.

Заключение.

Составлена математическая модель движения уравнений колебаний пустынного трактора с учетом физико-механических свойств и профиля поверхности грунта. Выведены дифференциальные уравнения вынужденных колебаний остова трактора, работающего в пустынных землях в форме уравнений Лагранжа II рода. Произведен анализ вертикальных колебаний остова пустынного трактора с учетом свойств почвы и подвесок. Получена характеристика плавности хода по ускорениям вертикальных колебаний остова пустынного трактора. По ускорениям остова трактора произведена сравнительная оценка характеристик плавности хода проектируемого трактора с характеристикой плавности хода по допустимым значениям ускорений подрессоренной массы от скорости (по И.Б. Барскому). Установлено, что характеристика плавности хода проектируемого трактора хорошо согласуется с нормированной характеристикой плавности хода тракторов.

Литература

- [1] *Мирошниченко А.Н.* Основы теории автомобиля и трактора. Томск: Издательство ТГАСУ, 2014. – 487 с.
- [2] *George L. Mason, James M. Williams, Farshid Vahedifard, Jody D. Priddy* A Unified equation for predicting traction for wheels on sand over a range of braked, towed, and powered operations // *Journal of Terramechanics*. Vol. 79. 2018. P. 33–40.
- [3] *Yonghao Du, Jingwei Gao, Lehua Jiang, Yuanhao Zhang* Numerical analysis on tractive performance of off-road wheel steering on sand using discrete element method // *Journal of Terramechanics*. Vol. 71. 2017. P. 25–43.
- [4] *George L. Mason, Farshid Vahedifard, Joe D. Robinson, Isaac L. Howard, Jody D. Priddy* Improved sinkage algorithms for powered and unpowered wheeled vehicles operating on sand // *Journal of Terramechanics*. Vol. 67. 2016. P. 25–36.
- [5] *Joe D. Robinson, Farshid Vahedifard, Masoud Rais-Rohani, George L. Mason, Jody D. Priddy* Multi-objective traction optimization of vehicles in loose dry sand using the generalized reduced gradient method // *Journal of Terramechanics*. Vol. 64. 2016. P. 46–57.
- [6] *Farshid Vahedifard, Joe D. Robinson, George L. Mason, Isaac L. Howard, Jody D. Priddy* Mobility algorithm evaluation using a consolidated database developed for wheeled vehicles operating on dry sands // *Journal of Terramechanics*. Vol. 63. 2016. P.13-22.
- [7] *Сазонов И.С., Ки Йонг Чой.* Математические модели динамики разгона колесного трактора // *Вестник Белорусско-Российского университета*. 2014. № 4. С. 71–79.
- [8] *Лурье А.И.* Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
- [9] *Неймарк Ю.Н.* Динамика негोलомных систем. М.: Наука, 1967. – 520 с.
- [10] *Линник Д.А.* Теоретические исследования колебаний масс колесного трактора с моделированием случайных возмущений на ПЭВМ // *Вестник Белорусско-Российского университета*. 2015. № 2(47). С. 23–30.
- [11] *Аннакулова Г.К., Астанов Б.Ж., Саидов С.А., Юсупов А.З.* Возмущенное движение универсально-пропашного трактора // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа, 2019. С. 301–303.
- [12] *Гельфгот Д.В.* Колебания автомобиля на длинных неровностях // *Автомобильная и тракторная промышленность*. 1951. №12. С.7–15.
- [13] *Барский И.Б., Анилович В.Я. и др.* Динамика трактора. М.: Машиностроение, 1973. – 335 с.

Дата поступления
27.04.2021

Г.К. Аннақулова, Б.Ж. Астанов, С.А. Саидов. Чўл трактори асосининг вертикал тебранишини математик моделлаштириши.

Аннотация. Мақолада чўл трактори асоси вертикал тебранишларининг математик модели тузилган. Чўл тракторининг тебранишлари тупроқнинг физик-механик хоссалари ва йўлнинг нотекислигини ҳисобга олинган ҳолда кўрилган. Тракторнинг тебранишлари Лагранжнинг II тур тенгламалари кўринишида олинган. Тупроқ ва трактор осмасининг хусусиятлари ҳисобга олинган ҳолда чўл трактори асосининг вертикал тебранишлари таҳлил қилинган. Чўл трактори асосининг вертикал тебранишлари бўйича трактор юриши раванлиги тавсифи олинган. Трактор асоси тезланишлари бўйича лойиҳалаштирилаётган трактор юриши раванлиги тавсифи, рессорланган массанинг тезликка боғлиқ рухсат этилган тезланишлари бўйича юриши раванлиги тавсифи (И.Б.Барский асосида) таққосланиб баҳоланди. Лойиҳалаштирилаётган трактор юриши раванлиги тавсифи, тракторларнинг нормалаштирилган юриши раванлиги тавсифига мувофиқ келиши кузатилди.

Калит сўзлар: тургунлик; чўл трактори; вертикал тебранишлар; тупроқнинг физик-механик хусусиятлари; математик модел.

G.K. Annakulova, B.Zh. Astanov, S.A. Saidov. Mathematical model to study vertical vibrations of the body of a desert tractor.

Abstract. The article presents a mathematical model to study vertical vibrations of the body of a desert tractor. Vibrations of the body of a desert tractor are considered with account of physical and mechanical properties and the soil roughness. The equations of tractor vibrations are obtained in the form of Lagrange equations of the second kind. The analysis of vertical longitudinal vibrations of the body of a desert tractor was performed taking into account the properties of soil and suspensions. The characteristic of the running smoothness is obtained according to the acceleration of vertical vibrations of the desert tractor frame. According to the accelerations of the tractor frame, a comparative assessment of the running smoothness characteristic of the designed tractor with the characteristic of the running smoothness calculated according to the permissible values of the acceleration of the spring mass relative to the speed (according to Barsky I.B.) was made. It was determined that the characteristic of the running smoothness of the designed tractor is in good agreement with the normalized characteristic of the running smoothness of tractors.

Keywords: sustainability; desert tractor; vertical vibration; physical and mechanical properties the soil; mathematical model.

МУНДАРИЖА

К.С. Султанов. Ер ости қувурларининг грунт билан ўзаро таъсири қонуниятларини қўлланилиш чегаралари.....	3
В.А. Ким. Касрли Дуффинг оциляторининг мажбурий тебраниши.....	20
Н. Мамадалиев, Т.А. Джалилова, К.Атабаев. Космик аппаратлар деворига урилиш жараёнида зарба тўлқини параметрларига заррачаларнинг характеристикаларини таъсири тадқиқотлари.....	26
А.А. Ризаев, Д.Б. Алимова. Пахта териш аппарати шпинделлари юритмаси учун эпи ва гипоцикли планетар сателлитларининг кинеметикаси.....	32
Г.А. Бахадиров, К. Хусанов, М.У. Мусиров. Терини текисловчи машинанинг валини тебраниши ва эгилиши.....	41
Ш.Р. Хуррамов, Г.А. Бахадиров, А. Абдукаримов. Икки валикли модуларда контактли ўзаро таъсир назарияси асослари.....	52
М.Тошболтаев, Р.Худайкулиев, Б. Холиқов. Икки ўкли трактор тиркамасининг тормозланишидаги мажбурий ва эркин тебранишларини тадқиқ этиш.....	70
Р.Д. Матчанов, А.Т. Йулдашев, Д.А. Кулдошев. МХ-1,8 ГВ комбинациялашган пахта териш машинасининг сменали иш унумдорлиги таҳлили.....	78
Г.К. Аннакулова, Б.Ж. Астанов, С.А. Саидов. Чўл трактори асосининг вертикал тебранишини математик моделлаштириш.....	85

СОДЕРЖАНИЕ

К.С. Султанов. Пределы применимости законов взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом.....	3
В.А. Ким. Вынужденные колебания дробного осциллятора Дуффинга.....	20
Н. Мамадалиев, Т.А. Джалилова, К.Атабаев. Исследования влияния характеристик частиц на параметры ударно-волновых процессов пробоя стенки космических аппаратов.....	26
А.А. Ризаев, Д.Б. Алимова. Кинематика сателлитов эпи - и гипоциклического планетарного механизма для привода шпинделей уборочного аппарата	32
Г.А. Бахадиров, К. Хусанов, М.У. Мусиров. Колебания и прогиб ножевых валов разводных машин.....	41
Ш.Р. Хуррамов, Г.А. Бахадиров, А. Абдукаримов. Основы теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях.....	52
М. Тошболтаев, Р. Худайкулиев, Б. Холиков Исследование вынужденных и свободных колебаний двухосного тракторного прицепа при торможении.....	70
Р.Д. Матчанов, А.Т. Йулдашев, Д.А. Кулдошев. Анализ сменной производительности комбинированной хлопкоуборочной машины МХ-1,8 ГВ.....	78
Г.К. Аннакулова, Б.Ж. Астанов, С.А. Саидов. Математическая модель вертикальных колебаний остова пустынного трактора.....	85