

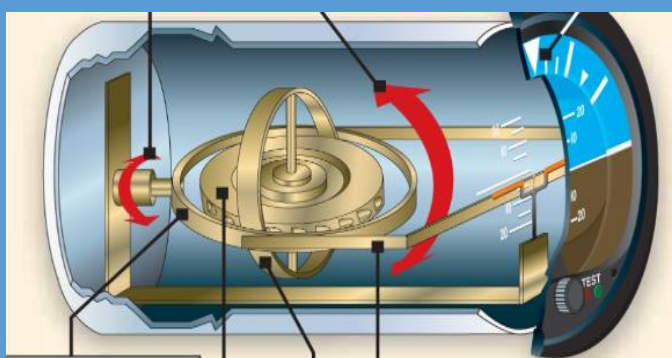
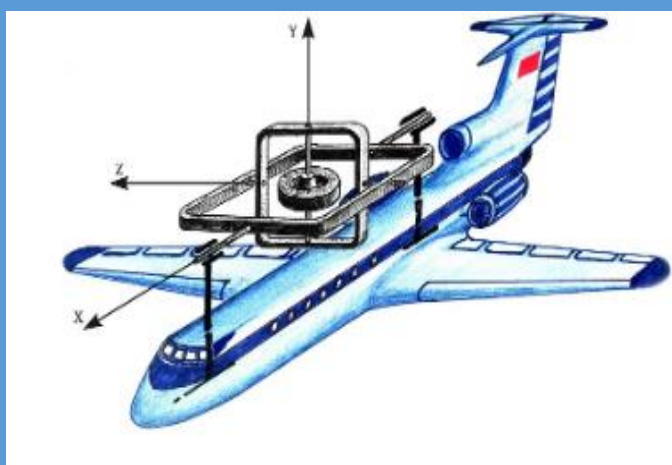
**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA  
O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

**“TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO‘JALIGINI  
MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI”  
MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI**

**Q. HUSANOV**

**NAZARIY MEXANIKA FANIDAN  
LABORATORIYA ISHLARI**

**(USLUBIY QO‘LLANMA)**



**TOSHKENT–2023**

**Ushy uslubiy qo‘llanma universitet ilmiy-uslubiy kengashining 2023 yil 25–oktyabrdagi 7–sonli majlisida ko‘rib chiqildi va chop etishga tavsiya etildi.**

Uslubiy qo‘llanmada Nazariy mexanika fani bo‘yicha laboratoriya mashg‘lotlari uchun jismlarning inersiya momentini aniqlash va energiyaning saqlanish qonunini tekshirish; tebranma harakatni va rezonans hodisasini yuzaga keltiruvchi asosiy parametrlarni aniqlash; qo‘zg‘almas asosga o‘rnatilgan giroskop yordamida giroskofik effekt, nutatsion harakat va precession harakatlarni aniqlash bo‘yicha laboratoriya ishlarini bajarish ketma-ketligi va ularning nazariy asoslari yoritib berilgan.

Uslubiy qo‘llanma texnika oliy o‘quv yurtlarining bakalavriyat ta‘lim yo‘nalishi va qishloq va suv xo‘jaligi ta‘lim sohasi talabalari uchun tavsiya etiladi.

**Tuzuvchi:**

**Q. Husanov** – texnika fanlari doktori, dosent

***Taqrizchilar:***

**A. Nabiev** – Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi institutining “Mexanizmlar va mashinalar nazariyasi” laboratoriyasi mudiri, katta ilmiy xodim, PhD

**B. Yuldashev** – “TIQXMMI- MTU”, “Mexanika va kompyuterli modellashtirish” kafedrasida dotsenti, PhD

© Toshkent irrigatsiya va qishloq xo‘jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti” Milliy tadqiqot universiteti, 2023 y.

## KIRISH

Kafedraga zamonaviy laboratoriya jihozlari keltirilganligi sababli talabalarga laboratoriya ishlarini bajarish ketma-ketligi va ularning nazariy asoslarini yoritib berish uchun ushbu uslubiy qoʻllanmani tayyorlash va chop etish zaruriyati tugʻildi. Nazariy mexanika faniga oʻquv rejasida ajratilgan oʻquv yuklamalariga asosan laboratoriya mashgʻulotlari uchun quyidagi mavzular tanlab olindi:

I. “Maksvell mayatnigi”. Jismlarning inersiya momentini aniqlash va energiyaning saqlanish qonunini tekshirish»ga doir laboratoriya ishi.

II. ”Qiya tekislikda dumalayotgan jismning inersiya momentini aniqlash”ga doir laboratoriya ishi.

III. “Mexanik rezonans hodisasini oʻrganish”ga doir laboratoriya ishi.

IV.5.1. Girooskop presessiyasining burchak tezligini aniqlashga doir 1-laboratoriya ishi.

IV.5.2. Girooskop maxovikining aylanish burchak tezligidan girooskop presessiyasining burchak tezligini aniqlashga doir 2-laboratoriya ishi

Koʻplab injenerlik masalalarida tekis parallel, sferik va murakkab harakat qiluvchi mexanik sistemalar yoki mashimalarning qismlari aylanma harakatda ishtirok etadi. Maʼlumki, jismlarning aylanma harakatdagi inertlik xarakteristikasini oʻlchovi sifatida dinamik kattalik “Jism inersiya momenti” tushunchasi kiritiladi. Jismlarning inersiya momentlari ularning qanday harakatda ishtirok etishiga bogʻliq boʻladi, Masalan, jism biror oʻq atrofida aylanayotgan boʻlsa, u holda “jismning oʻqqa nisbatan inersiya momenti”, agar jism biror markaz atrofida aylanayotgan boʻlsa, “jismning markazga (qtubga) nisbatan inersiya momenti”, agar mexanik sistema bir nechta parallel oʻqlar atrofida aylansa “jismning parallel oʻqlarga nisbatan inersiya momenti” va jism koordinata tekisliklariga nisbatan harakatlansa, “jismning tekislikka nisbatan inersiya momenti” tushunchalari kiritiladi. Shu sababli ushbu uslubiy qoʻllanmada inersiya monenti toʻgʻrisida asosiy tushunchalar berilgan. Maʼlumki, texnikada va tabiatda uchraydigan harakatlarning

aksariyati tebranma harakatlardan va tebranishlari sodir bo‘lisi mumkin bo‘lgan jarayonlarni o‘z ichiga olgan qurilmalardan iborat bo‘ladi.

Agar bu tebranishlar kichik tebranishlardan iborat bo‘lib, qisqa baqt oralig‘ida tez takrorlansa, u holda tebranishlar *qaltirashlar (vibrasiya)* deb ataladi. Bu tebranish va vibrasiyalar tashqi kuchlar ta‘sirida ta‘sodifiy yuzaga kelsa, ba‘si nohushliklarni keltirib chiqarishi mumkin, yoki biror maqsad sari amalga oshirilsa, u holda bu tebranish va vibrasiyalar yordamida foydali ishlarni amalga oshirish mumkin. Tebranma harakatlar ikkiga bo‘linadi, ya‘ni qaytaruvchi (jismni muovzanat holatiga qaytaruvchi) kuch ta‘siridagi erkin tebranma harakat va o‘yg‘otuvchi (o‘zgarmas yoki o‘zgaruvchi tashqi kuchlar) kuch ta‘siridagi majburiy tebranma harakatlardan iborat bo‘ladi. Qachonki, erkin tebranma harakatning hususiy chastotasi bilan uyg‘otuvchi kuchning chastotasi ustma-ust tushganda *rezonans* hodisasi sodir bo‘ladi. Bu hodisa injenerlarning ish jarayonida noqulayliklar tug‘dirishi mumkin. Shu sababli qo‘llammada jismning tebranma harakatini o‘rganish uchun "*Mexanik rezonans hodisasini o‘rganish*" mavzusidagi laboratoriya ishi kiritildi va tebranma harakatning qisqacha nazariy asoslari keltirildi.

**Giroskop – katta burchak tezlik bilan aylanubchi va erkin aylanish o‘qiga ega bo‘lgan qurilma bo‘lib, u o‘rnatilgan tananing yo‘nalish burchagi o‘zgarishiga javob bera oladi.** Qurilmaning asosiy vazifasi uning o‘rnini doimiy ravishda ushlab turishdir. Bu esa uni joylashgan ob‘ektning harakati va aylanishini aniqlash uchun sensor sifatida foydalanishiga imkon beradi.

Hozirgi davrda giroskoplar turli sohalarda, ya‘ni foto va videokameralarni barqarorlashtirish uchun, mobil qurilmalarda va o‘yin boshqaruvchilarida, o‘qotar qurol va robototexnikada, aviatsiyada, kemalarda, kosmosda navigatsiya va boshqaruv tizimlarida qo‘llaniladi.

Giroskop nafaqat foydali, balki qiziqarli qurilma bo‘lib, uning ishlash printsipti bir nechta turdagi bolalar o‘yinchoqlarini ishlab chiqarishga kiritilgan. Uning asosiy o‘q bo‘ylab aylanish tufayli qurilmaning ma‘lum bir holatda ushlab turish sifati qadrlanadi. Giroskopning sensor sifatida ishlash xususiyatiga kelsak, u radio boshqaruvidagi vertolyotlar ishlab chiqarishda qo‘llaniladi.

# I. “MAKSVELL MAYATNIGI”. JISMLARNING INERSIYA MOMENTINI ANIQLASH VA ENERGIYANING SAQLANISH QONUNINI TEKSHIRISH»GA DOIR LABORATORIYA ISHI

## I.1. KIRISH

Laboratoriya ishlarini bajarish bo‘yicha ushbu ko‘rsatmalar kafedra professor-o‘qituvchilari tomonidan “Universal mayatnik (fizika-



matematik mayatnik)” laboratoriya qurilmasi yordamida nazariy bilimlarni tezkorlik bilan ozlashtirib olish va ish rejalariga muvofiq laboratoriya ishlari uchun zarur uslubiy materiallarni ishlab chiqishga mo‘ljallangan.

Stendni o‘quv jarayoniga joriy etishning dastlabki bosqichida tajriba yoki uning alohida shakli talabalar tomonidan laboratoriya ishlarini bajarishda bevosita foydalanishlari mumkin.

1- rasm

## I.2. Laboratoriya ishi bo‘yicha hisobot tayyorlash qoidalari

Laboratoriya ishi- bu kichik, ammo to‘liq o‘quv ilmiy tadqiqotdir. Laboratoriya ishi hisoboti maksimal to‘liqlik va ob‘ektivlik bilan bajarilgan tadqiqot natijalarini aks ettiruvchi hujjatdir.

Ilmiy-texnik hujjatlarni loyihalashda yagona talablar qo‘yiladi. Laboratoriya ishlari bo‘yicha hisobot ma’lum darajada ushbu talablarga javob berishi kerak.

## I.3. Hisobotni rasmiylashtirishga qo‘yiladigan talablar

Hisobot standart o‘lchamdagi qog‘ozda (A4 formatida) matnning har ikki tomonida chetlari bilan tuzilishi kerak. Hisobot materiali aniq sarlavhaga ega bo‘lishi kerak, har bir bo‘lim sarlavha bilan ta’minlanishi kerak.

Laboratoriya ishi bo‘yicha hisobotning namunabiy tarkibi :

- ishning maqsadi;
- laboratoriya ishlarini bajarish tartibi;

- pasport ma'lumotlari ko'rsatilgan o'lchov asboblarning ro'yxati;
- eksperimental tadqiqotlar va bajarilgan hisob-kitoblar jadvallari;
- bajarilgan ish bo'yicha xulosalar.

## I.4. QISQACHA NAZARIY MA'LUMOTLAR

### I.5. Jismning inersiya momenti

Biror nuqta yoki o'q atrofidagi aylanma harakat qiluvchi jism va sistemaning massa taqsimotini xarakterlash uchun ularning markazga (qutbga) yoki o'qqa nisbatan inersiya momentlari tushunchalaridan foydalaniladi.

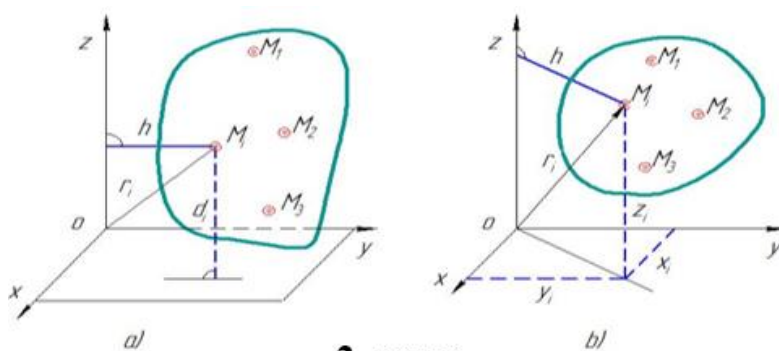
Mexanik sistemaning  $O$  qutbga,  $z$  o'qqa va  $Oxy$  tekislikka nisbatan inersiya momentlari deb, mos ravishda, quyidagi ifodalardan aniqlanuvchi  $I_O$ ,  $I_z$ ,  $I_{Oxy}$  kattaliklarga aytiladi:

$$I_O = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (1)$$

$$I_z = \sum_{i=1}^n m_i h_i^2, \quad (2)$$

$$I_{Oxy} = \sum_{i=1}^n m_i d_i^2. \quad (3)$$

Bu munosabatlarda  $r_i$ ,  $h_i$ ,  $d_i$  bilan sistemani tashkil etuvchi har bir  $M_i$  nuqtadan mos ravishda,  $O$  qutbgacha,  $z$  o'qqacha va  $Oxy$  tekislikkacha bo'lgan masofalar belgilangan (2, a-rasm).



2- rasm

$Oxyz$  sanoq sistemasini kiritamiz va quyidagi munosabatlarni tuzamiz:

$$I_{xy} = \sum_{i=1}^n m_i x_i y_i, \quad I_{xz} = \sum_{i=1}^n m_i x_i z_i, \quad I_{yz} = \sum_{i=1}^n m_i y_i z_i, \quad (4)$$

Bunda  $x_i, y_i, z_i$  bilan  $M_i$  nuqtaning koordinatalari belgilangan.  $I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$  kattaliklarga mexanik sistemaning *markazdan qochuvchi inersiya momentlari* deyiladi. Bu kattaliklar musbat, manfiy va nol qiymatlarni qabul qilishi mumkin.

Qattiq jismning inersiya momentini hisoblashda uning massalari  $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n$  bo'lgan  $M_1, M_2, \dots, M_n$  bo'lakchalardan tashkil topgan (2,b-rasm) va har bir  $M_i$  bo'lakchadan  $O$  koordinatalar boshigacha bo'lgan masofalar  $r_i$  ga teng, koordinatalari esa  $(x_i, y_i, z_i)$  deb olsak, (1) formulalarga asosan, jismning  $O$  markazga nisbatan inersiya momenti (2-rasm).

$$I_O = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 = \sum_{i=1}^n \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2). \quad (5)$$

Jismning koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momentlari:

$$\begin{aligned} I_{Ox} &= \sum_{i=1}^n \Delta m_i (y_i^2 + z_i^2), \\ I_{Oy} &= \sum_{i=1}^n \Delta m_i (x_i^2 + z_i^2), \\ I_{Oz} &= \sum_{i=1}^n \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2). \end{aligned} \quad (6)$$

Jismning koordinata tekisliklariga nisbatan inersiya momentlari esa

$$\begin{aligned} I_{Oyz} &= \sum_{i=1}^n \Delta m_i x_i^2, \\ I_{Oxz} &= \sum_{i=1}^n \Delta m_i y_i^2, \\ I_{Oxy} &= \sum_{i=1}^n \Delta m_i z_i^2, \end{aligned} \quad (7)$$

tengliklardan aniqlanadi. Qattiq jismni zichligi  $\rho = const$  bo'lgan bir

jinsli deb qarab,  $M_i$  bo‘lakcha hajmini  $\mathcal{G}_i$  desak, u holda uning elementar massasi  $\Delta m = \rho \Delta \mathcal{G}_i$  bo‘ladi.

Buni (5) - (7) formulalarga qo‘yib,  $v_i$  hajmini nolga intiltirib, limitni hisoblasak, jism inersiya momentlari uchun quyidagi formulalarni hosil qilamiz:

$$I_O = \int_{(M)} r^2 dm = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot r^2 d\mathcal{G} \quad (8)$$

$$\begin{cases} I_{Ox} = \int_{(M)} (y^2 + z^2) dm = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot (y^2 + z^2) d\mathcal{G}, \\ I_{Oy} = \int_{(M)} (x^2 + z^2) dm = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot (x^2 + z^2) d\mathcal{G}; \\ I_{Oz} = \int_{(M)} (x^2 + y^2) dm = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot (x^2 + y^2) d\mathcal{G}. \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} I_{Oxy} = \int_{(M)} z^2 dm = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot z^2 d\mathcal{G}, \\ I_{Oxz} = \int_{(M)} y^2 dm = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot y^2 d\mathcal{G}, \\ I_{Oyz} = \int_{(M)} x^2 dm = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot x^2 d\mathcal{G}. \end{cases} \quad (10)$$

(8)-(10) formulalardan foydalanib  $I_{Ox} + I_{Oy} + I_{Oz} = 2I_O$  va  $I_{Oxy} + I_{Oxz} + I_{Oyz} = I_O$  munosabatlar o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatish mumkin. Shuningdek, qattiq jismning markazdan qochuvchi inersiya momentlari quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$I_{xy} = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot x \cdot y d\mathcal{G}, \quad I_{xz} = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot x \cdot z d\mathcal{G}, \quad I_{yz} = \int_{(\mathcal{G})} \rho \cdot y \cdot z d\mathcal{G},$$

Turli materiallardan bir xil ko‘rinishda yasalgan bir jinsli jismlarning inersiya momentlari bir-biridan farq qiladi. Material masalasiga bog‘liq bo‘lmagan xarakteristika sifatida jismning inersiya radiusi  $\rho_z$  ni olish mumkin. Jismning  $Oz$  o‘qqa nisbatan inersiya radiusi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\rho_z = \sqrt{\frac{I_z}{M}}.$$



Agar jismning biror o'qqa nisbatan inersiya radiusi berilgan bo'lsa, uning shu o'qqa nisbatan inersiya momentini quyidagi ifodadan topish mumkin:

$$I_z = M \cdot \rho_z^2. \quad (11)$$

Xalqaro birliklar sistemasi (SI) da inersiya momentining o'lchov birligi  $kg \cdot m^2$  bilan hisoblanadi.

Ko'p hollarda jism bir nechta o'zaro parallel o'qlar atrofida aylanma harakatda bo'ladi. Bunday jismlarning inersiya momentlarini hisoblash uchun quyidagi teoremdan foydalanamiz.

**Shteyner teoremasi.** *Qattiq jismning biror o'qqa nisbatan inersiya momenti deb jismning massalar markazidan berilgan o'qqa parallel ravishda o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momentiga va jism massasining ushbu o'qlar orasidagi masofa kvadrati ko'paytmasining yig'indisiga teng, ya'ni*

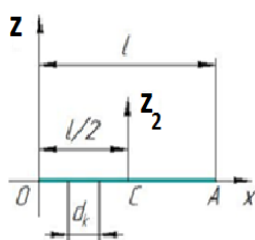
$$I_{z_1} = I_{Cz} + M \cdot d^2 \quad (12)$$

Agar sistema bir qancha parallel o'qlar atrofida aylanma harakatda bo'lsa, u holda (12) formulani ketma-ket qo'lash mumkin bo'ladi.

## I.6. Oddiy bir jinsli jismlarning inersiya momentlarini hisoblash

Texnikaga oid masalalarda berilgan sistema bir qancha jismlarning birikishidan iborat bo'ladi. Bunday sistema inersiya momentini hisoblash uchun uni oddiy jismlarga ajratilib, har birini inersiya momenti hisoblanib, ularni yig'indisi olinadi. Shu sababli avval oddiy bir jinsli jismlarning inersiya momentlarini hisoblashni ko'rsatamiz.

1. **Sterjenning inersiya momenti.** Ko'ndalang kesimining o'lchamlari kichik bo'lgan ingichka bir jinsli sterjenning unga perpendikulyar bo'lgan  $Oz$  o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlaymiz (3-rasm).



3- rasm

2. Massasi  $M$ , uzunligi  $\ell$ , bo'lgan sterjenning  $Oz$  o'qdan  $x$  masofada joylashgan  $dx$  bo'lagining massasini  $dm$ , zichligini  $\rho$  bilan belgilaylik. U holda

$$dm = \rho dx .$$

Natijada (9)ga ko'ra:

$$I_{oz} = \int_0^{\ell} \rho \cdot x^2 dx = \frac{\rho \cdot \ell^3}{3}$$

hosil bo'ladi.

Sterjen massasi  $M = \rho \cdot \ell$  bo'lishini e'tiborga olsak,

$$I_{oz} = \frac{M \cdot \ell^2}{3} \quad (13)$$

formulani hosil qilamiz.

Sterjenning massa markazidan unga perpendikulyar ravishda o'tuvchi  $Cz_2$  o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblash uchun Shteyner teoremasidan foydalanamiz.

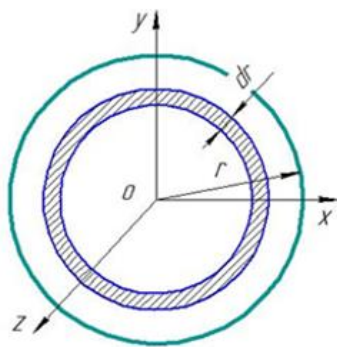
(10) va (12) ni e'tiborga olsak, quyidagi kelib chiqadi:

$$I_{Cz_2} = I_{oz} - M \cdot \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{M \cdot \ell^2}{12}$$

Shunday qilib,

$$I_{Cz_2} = \frac{M \cdot \ell^2}{12} .$$

**2. Doiraviy diskning inersiya momenti.** Massasi  $M$ , radiusi  $R$  bo'lgan bir jinsli yupqa diskning  $O$  markazga nisbatan inersiya momenti  $I_O$  ni hisoblaymiz (4-rasm).



4- rasm

Diskni kengligi  $dr$  bo'lgan bir nechta konsentrik halqalarga ajratamiz. Bu halqaning yuzi  $2\pi r dr$ , massasi esa  $dm = \rho \cdot 2\pi r dr$  bilan ifodalanadi.

U holda, (8) formulaga ko'ra

$$I_O = \int_M r^2 \cdot dm = \rho \cdot 2\pi \int_0^R r^3 \cdot dr = 2\pi\rho \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{M \cdot R^2}{2} .$$

hosil bo'ladi. Shunday qilib,

$$I_O = \frac{M \cdot R^2}{2} .$$

Agar  $Oz$  o'qni disk tekisligiga perpendikulyar ravishda,  $Ox$  va  $Oy$

o'qlarni esa disk tekisligi orqali o'tkazsak,  $I_z = I_O = \frac{M \cdot R^2}{2}$  bo'lishi ravshan. Disk simmetriya o'qiga ega bo'lganidan  $I_x = I_y$ ;  $I_x$  ni hisoblashda  $2I_O = I_x + I_y + I_z$  formuladan foydalanamiz:

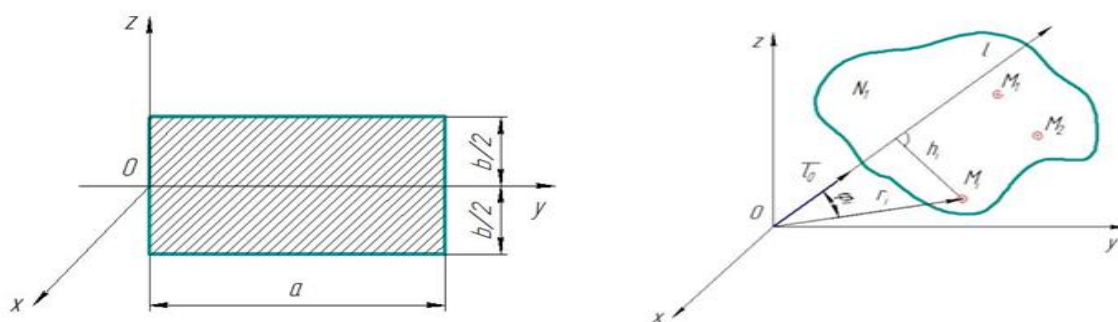
$$2I_x = 2I_O - I_z = I_O$$

yoki

$$I_x = \frac{I_O}{2} = \frac{M \cdot R^2}{4}$$

Shunday qilib,  $I_x = I_y = \frac{M \cdot R^2}{4}$ .

Shunga o'xshash, radiusi  $R$  ga teng bo'lgan ingichka doiraviy halqaning  $O$  markazga nisbatan inersiya momenti uchun  $I_O = M \cdot R^2$  va



5- rasm

yupqa to'g'ri to'rtburchak shaklidagi plastinkaning 5,a -rasmda ko'rsatilgan koordinata o'qllarilariga nisbatan inersiya momentlari uchun

$$I_x = \frac{M \cdot b^2}{12}, \quad I_y = \frac{M \cdot a^2}{3}, \quad I_z = M \cdot \frac{b^2 + 4a^2}{12}.$$

formulalarga ega bo'lamiz.

$R$  radiusli bir jinsli doiraviy silindrning simmetriya o'qiga nisbatan inersiya momenti uchun  $I_z = \frac{M \cdot R^2}{2}$ , bir jinsli sharning  $O$  markaziga nisbatan inersiya momenti uchun  $I_O = 0,6M \cdot R^2$ ,  $O$  markazdan o'tuvchi koordinata o'qlariga nisbatan esa  $I_x = I_y = I_z = 0,4M \cdot R^2$  formulalarni hosil qilish mumkin.

## I.7. Jismning berilgan nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momenti

Ko'p hollarda jismning berilgan o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblash talab qilinadi. Qattiq jismni massalari  $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n$  bo'lgan  $M_1, M_2, \dots, M_n$  bo'lakchalar - moddiy nuqtalardan tashkil topgan deb qarab, uning berilgan  $O$  koordinata boshidan o'tuvchi  $O\ell$  o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlashni ko'rib chiqamiz.

$O\ell$  o'qning yo'naltiruvchi kosinuslarini  $\alpha, \beta, \gamma$  bilan belgilaymiz (5, b - rasm).

U holda (6) ga ko'ra

$$I_\ell = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot h_i^2$$

Bunda  $h_i$  bilan  $M_i$  nuqtaning  $\ell$  o'qdan uzoqligi belgilangan  $M_i$  nuqtaning koordinatalari  $x_i, y_i, z_i$ . Uning  $O$  koordinatalar boshiga nisbatan radius-vektori  $\vec{r}_i$  va  $\ell$  o'qning birlik yo'naltiruvchi vektori  $\vec{\ell}_o$  bo'lsin. Shakldan  $h_i^2 = (OM_i)^2 - (ON_i)^2$ .

Agar  $\vec{r}_i$  bilan  $\vec{\ell}_o$  orasidagi burchakni  $\varphi_i$  bilan belgilasak,  $ON_i = r_i \cos \varphi_i = \vec{r}_i \vec{\ell}_o$ ; demak,  $h_i^2 = r_i^2 - (\vec{r}_i \vec{\ell}_o)^2$  deb yozish mumkin. U holda

$$I_\ell = \sum_{i=1}^n \Delta m_i h_i^2 = \sum \Delta m_i \left[ r_i^2 - (\vec{r}_i \vec{\ell}_o)^2 \right]$$

kelib chiqadi.

Bunda  $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$  va  $\vec{r}_i \vec{\ell}_o = x_i \alpha + y_i \beta + z_i \gamma$  ekanligini e'tiborga olsak,

$$I_\ell = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \left[ x_i^2 (1 - \alpha^2) + y_i^2 (1 - \beta^2) + z_i^2 (1 - \gamma^2) - 2\alpha\beta x_i y_i - 2\alpha\gamma x_i z_i - 2\beta\gamma y_i z_i \right]$$

hosil bo'ladi. Ma'lumki,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$

Shuning uchun

$$I_\ell = \alpha^2 \sum_{i=1}^n \Delta m_i (y_i^2 + z_i^2) + \beta^2 \sum_{i=1}^n \Delta m_i (x_i^2 + z_i^2) + \gamma^2 \sum_{i=1}^n \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2) - 2\alpha\beta \sum_{i=1}^n \Delta m_i x_i y_i - 2\alpha\gamma \sum_{i=1}^n \Delta m_i x_i z_i - 2\beta\gamma \sum_{i=1}^n \Delta m_i y_i z_i \quad (14)$$

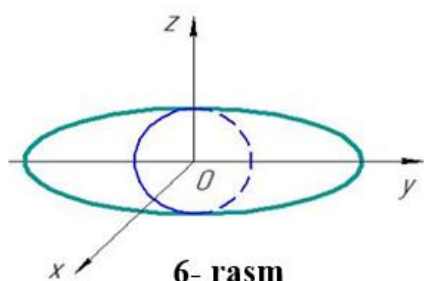
munosabat kelib chiqadi. (4) va (6) formulalarni e'tiborga olsak, (14)ni quyidagi ko'rinishda yoziladi

$$I_l = I_x \cos^2 \alpha + I_y \cos^2 \beta + I_z \cos^2 \gamma - 2I_{xy} \cos \alpha \cdot \cos \beta - 2I_{xz} \cos \alpha \cdot \cos \gamma - 2I_{yz} \cos \beta \cdot \cos \gamma \quad (15)$$

(15) ifodada  $I_x, I_y, I_z$ , jismning koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momentlari,  $I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$  esa jismning markazdan qochuvchi inersiya momentlaridir.

Texnika masalalarini yechish jarayonida (15) formuladagi  $I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$  markazdan qochuvchi inersiya momentlarini hisoblash ko'p vaqtni oladi. Shu sababli hisoblashlarni yengillashtirish maqsadida "inersiya elipsoidasi" tushunchasini kiritamiz.

Biror qattiq jism va markazi ixtiyoriy  $O$  nuqtada bo'lgan  $l_1, l_2, \dots, l_n$  o'qlar dastasi berilgan. Jismning dasta o'qlariga nisbatan inersiya momentlari mos ravishda  $I_{l_1}, I_{l_2}, \dots, I_{l_n}$  bo'lsin. Inersiya momentlaridan iborat ushbu sonlar to'plamining geometrik talqinini izlaymiz. Dasta markazini koordinatalar sistemasining boshi deb qabul



qilamiz. Dastaning ixtiyoriy o'qini olib, uni  $l$  orqali belgilaymiz. Jismning ushbu o'qqa nisbatan inersiya momenti  $I_l$  bo'lsin.  $l$  o'qda koordinatalar boshidan boshlab  $OM = \frac{1}{\sqrt{I_l}}$

kesma ajratamiz (6-rasm).

Agar dastaning barcha o'qlari ustida ham mos inersiya momentlaridan tuzilgan shunday kesmalar ajratilsa, kesmalarning uchlari qandaydir sirtni tashkil qiladi.

Ushbu sirtni aniqlaylik.  $M$  nuqtaning koordinatalarini  $x, y, z$  orqali belgilaymiz.

$l$  o'qning yo'naltiruvchi kosinuslari  $\alpha, \beta, \gamma$  bo'lsin.

U holda

$$\alpha = \frac{x}{OM} = x\sqrt{I_l}, \beta = \frac{y}{OM} = y\sqrt{I_l}, \gamma = \frac{z}{OM} = z\sqrt{I_l}$$

bo'ladi. Bu ifodalarni (15) formulaga qo'yamiz:

$$I_\ell = I_x I_\ell x^2 + I_y I_\ell y^2 + I_z I_\ell z^2 - 2I_{xy} I_\ell xy - 2I_{xz} I_\ell xz - 2I_{yz} I_\ell yz$$

Bu tenglikni  $I_\ell$  ga qisqartirib,

$$I_x x^2 + I_y y^2 + I_z z^2 - 2I_{xy} xy - 2I_{xz} xz - 2I_{yz} yz = 1 \quad (16)$$

tenglamani hosil qilamiz. (16) tenglama ikkinchi tartibli sirtning, ya'ni *ellipsoidaning* tenglamasidir. (16) bilan ifodalanuvchi ellipsoidaning markazi koordinatalar boshida bo'ladi. Bu ellipsoidaga *inersiya ellipsoidasi* deyiladi. Koordinatalar boshidan o'tgan o'qlar ellipsoidaning *bosh o'qlari* deyiladi (6- rasm).

Agar koordinata o'qlari ellipsoidning bosh o'qlaridan iborat bo'lsa, inersiya ellipsoidning tenglamasi

$$I_x x^2 + I_y y^2 + I_z z^2 = 1$$

ko'rinishda bo'ladi (6- rasm).

Bu holda inersiya ellipsoidining bosh o'qlari *jismning inersiya bosh o'qlari* deyiladi. Jismning inersiya bosh o'qlariga nisbatan  $I_x, I_y, I_z$  inersiya momentlari *inersiya bosh momentlari* deyiladi. Ko'ramizki, jismning inersiya bosh o'qlariga nisbatan markazdan qochuvchi inersiya momentlari nolga teng ekan.

Agar jismning inersiya bosh o'qlari jismning massalar markazidan o'tsa, u o'qqa *inersiya markaziy bosh o'qi* deyiladi.

Inersiya bosh o'qlarining quyidagi hossalari mavjud:

1. Inersiya markaziy bosh o'qi ushbu o'qning ixtiyoriy nuqtasiga nisbatan bosh inersiya o'qi bo'ladi.
2. Jismning simmetriya o'qi uning inersiya markaziy bosh o'qi bo'ladi.
3. Jismning simmetriya tekisligiga tik bo'lgan har qanday o'q ushbu tekislik bilan kesishish nuqtasiga nisbatan inersiya bosh o'qidan iborat bo'ladi.

Statika qismida sistemaga ta'sir etuvchi kuchlarni tashqi va ichki kuchlarga ajratish to'g'risidagi qisqacha to'xtalgan edik. Ma'lumki, mexanik sistemaga ta'sir etuvchi kuchlar shu sistema tarkibiga kirmaydigan jismlar orqali qo'yilgan bo'lsa, unday kuchlar tashqi

kuchlar, sistema nuqtalarining o'zaro ta'sir kuchlari esa ichki kuchlar deyiladi.

Tashqi kuchlarni yuqori indeksda «*e*» harfni, ichki kuchlarni esa yuqori indeksda «*i*» harfni (*frantsuzcha exterieur – tashqi va interieur – ichki* so'zlarning boshlang'ich harflari) qo'yish bilan belgilaymiz;

$F^e$  - tashqi kuch,  $F^i$  - ichki kuch.

### I.8. Labaratoriya ishini bajarish

Maksvell mayatnigi gorizontal o'qda mahkamlangan va bifilyar tarzda osilgan diskdir. Massalarni osishni amalga osirish uchun diskga halqalar kiydirilgan va mayatnikning inersiya momentini o'zgartirish imkoniyatiga ega bo'lishi ta'minlangan.

Mayatnik elektromagnit yordamida yuqori holatda ushlab turiladi. Elektromagnit o'chirilganda, gorizontal o'q atrofida aylanadigan Maksvell mayatnigi tezlashuv bilan vertikal pastga tushadi.

Bunday holda, energiyaning saqlanish qonuni bajariladi, ya'ni, ko'tarilgan mayatnikning potentsial energiyasi ilgarilanma va aylanma harakatining kinetik energiyasiga aylanadi.

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (17)$$

bu yerda  $m=m_0+m_d+m_k$  Maksvell mayatnigining massasi;  $m_0$  - mayatnik o'qining massasi;  $m_d$  - diskning massasi;  $m_k$  - halqaning massasi.

Olingan ifodadan mayatnikning  $J$  inersiya momentini aniqlash mumkin.

### I.9. Mayatnikning inersiya momentini aniqlash

(17) tenglamadan mayatnikning inersiya momentini aniqlaymiz. Buning uchun  $\vartheta$  va  $\omega$  qiymatlarini mayatnik balandligi  $h$  orqali ifodalaymiz. Mayatnikning pastga siljish harakati boshlang'ich tezligi  $\vartheta = 0$  bilan bir xilda tezlashtirilgan deb faraz qilsak. U holda kinematik tenglamadan:

$$h = \frac{at^2}{2}; \quad a = \frac{\vartheta}{t}; \quad \vartheta = \omega \cdot r; \quad \vartheta = \frac{2h}{t}; \quad \omega = \frac{2h}{rt} \quad (18)$$

bu yerda  $r$  - disk o'qining radiusi. Keyin olingan  $\vartheta$  va  $\omega$  qiymatlarini (17) ifodaga almashtirib, quyidagilarni olamiz:

$$mgh = \frac{4mh^2}{2t^2} + \frac{4J \cdot h^2}{2r^2 \cdot t^2}; \quad (19)$$

Olingan ifodani inersiya momentiga nisbatan:

$$J = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \text{ yoki } J_{tajr} = \frac{mD^2}{4} \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (20)$$

bu yerda  $D = D_0 + D_H$ ;  $D_0$  - disk o'qining diametri ;  $D_H$  - ipning diametri.

(20) ifoda mayatnikning inersiya momentini tajriba orqali aniqlash uchun ishchi formuladir.

Maksvell mayatnigining inersiya momenti uning qismlarini inersiya momentlarining yig'indisiga teng:

a) Mayatnik o'qining inersiya momenti

$$J_0 = \frac{1}{8} m_0 D_0^2 \quad (21)$$

bu yerda  $m_0$  va  $D_0$  mayatnik o'qining massasi va tashqi diametri.

b) Diskning inersiya momenti

$$J_d = \frac{1}{8} m_d (D_0^2 + D_d^2) \quad (22)$$

bu yerda  $m_d$  va  $D_d$  diskning massasi va tashqi diametri.

b) Halqaning inersiya momenti

$$J_k = \frac{1}{8} m_k (D_d^2 + D_k^2) \quad (23)$$

bu yerda  $m_k$  va  $D_k$  - halqaning massasi va tashqi diametri.

Ushbu miqdorni quyidagicha yozamiz:

$$J_{nazariy} = J_0 + J_d + J_k$$

$$J_{nazariy} = \frac{1}{8} m_0 D_0^2 + \frac{1}{8} m_d (D_0^2 + D_d^2) + \frac{1}{8} m_k (D_d^2 + D_k^2) \quad (24)$$

(24) ifoda Maksvell mayatnigining inersiya momentining nazariy qiymatini aniqlash uchun ishchi formuladir.



## I.10. Energiyaning saqlanish qonunini tekshirish

Energiyaning saqlanish qonuni: faqat konservativ kuchlar ta'sirida harakat qiladigan yopiq tizimining umumiy mexanik energiyasi doimiy bo'lib qoladi.

$$W = W_K + W_{\Pi}$$

Ko'tarilgan mayatnikning potentsial energiyasi:

$$W_{\Pi} = mgh \quad (25)$$

bu yerda  $m = m_0 + m_d + m_k$  - mayatnikning massasi.

Mayatnikning kinetik energiyasi ilgariylanma va aylanma harakatlarning kinetik energiyasining yig'indisiga tengdir:

$$W_K = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (26)$$

(18) tenglamadagi  $v$  va  $w$  qiymatlarini almashtirgandan so'ng quyidagilarni olamiz:

$$W_K = \frac{2h^2}{t^2} \left( m + \frac{J\omega^2}{2} \right) \quad (27)$$

bu yerda  $m = m_0 + m_d + m_k$  - mayatnikning massasi.

Agar muhitning ishqalanishi va qarshiligi hisobga olinmasa,  $W_{\Pi}$  va  $W_K$  qiymatlari bir xil bo'lishi kerak.

## I.11. Nisbiy kattaliklarning nisbiy va absolyut xatolarini hisoblash

Ketma-ket (20) ifodani logarifmlab va differensiyallab, inersiya momentini o'lchashda nisbiy xatoni hisoblash formulasini olamiz:

$$\varepsilon_J = \frac{\Delta J}{J} = \frac{2\Delta D_0}{D_0} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{2\Delta t}{t} \quad (28)$$

$J$  inersiya momentini o'lchashda absolyut xatolik quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\Delta J = \varepsilon_J \cdot J \quad (29)$$

Ushbu tajriba qurilmasida olingan natijalarni to'g'ri baholash uchun mayatnik inersiya momentining tajribaviy  $J_{\text{tajr}}$  va nazariy

qiymatlarini  $J_{nazar}$  solishtirish kerak.

Inersiya momentini aniqlashdagi xatolar quyidagicha ifodalanadi:

$$\varepsilon_J = \frac{|J_{nazar} - J_{tajri}|}{J_{nazar}} \cdot 100\% \quad (30)$$

Energiyani aniqlashda xatolik quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$\varepsilon_W = \frac{|W_{\Pi} - W_K|}{W_{\Pi}} \cdot 100\% \quad (31)$$

## I.12. TAJRIBA O'TKAZISH TARTIBI

1. Mayatnikka qo'yilgan yukni eng pastki holatiga qo'ying.
2. Mayatnik yukining o'qi tayanchida o'lchogichning nolga to'g'ri kelishini tekshiring. Agar tog'ri kelmasa, o'lchogichni siljitish orqali sozlang.
3. Mayatnikning o'qini asbob asosiga parallel bo'ladigan tarzda sozlang.
4. Fotosurat eshigi o'rnini shunday o'rnatibki, mayatnikning pastki holatidagi diskning o'qi foto sensorning optik o'qini kesib o'tsin.
5. Universal sekundomerni yoqing.
6. "Rejim" tugmachasini bosib, 2-sonli rejimni o'rnatib
7. Elektromagnitga kuchlanish berish uchun "Qayta tiklash (сброс)" tugmasini bosib. Elektromagnit mayatnikni fiksirlangan holatini ta'minlab, yukni yuqori holatda qotirilishini ta'minlaydi.
8. Mayatnik o'qiga yukni ipini o'rang va mayatnikni elektromagnit bilan mahkamlang.
9. "START" tugmasini bosib - elektromagnit o'chadi va karkas harakatlana boshlaydi.
10. START tugmasini bosganingizda sekundomer yonadi va hisoblashni boshlaydi.

11. Pastki nuqtaga yetganda, sekundomer hisoblashni to'xtatadi.

12. Jihozning vertikal stendidagi shkalada mayatnikning tushish balandligini aniqlang va mayatnikni yuqori va pastki ornini belgilang.

13. Mayatnikning tushish vaqti va balandligining natijaviy qiymatini yozing.

14. Diskdagi bir xil halqa bilan o'lchovlarni 5 marta takrorlang. Tushish vaqti va balandligining o'rtacha qiymatini aniqlang.

15. (20,24,25,27) formulalar yordamida mayatnikning inersiya momenti va energiyasini hisoblang  $J_{\text{tajr}}$ ,  $J_{\text{nazar}}$ ,  $W_{\Pi}$ ,  $W_K$ .

16.  $J_{\text{tajr}}$ ,  $J_{\text{nazar}}$ ,  $W_{\Pi}$ ,  $W_K$ ning o'rtacha qiymatlaridan foydalangan holda (28-30) formulalar yordamida inersiya momentini va  $W$  energiya qiymatlarini aniqlashdagi  $\epsilon_j$  xatolarni hisoblang.

Hisob-kitoblar uchun  $J = 8 \cdot 10^{-5} \text{ kg} / \text{m}^2$  ni oling .

17. O'lchov va hisoblashlarning natijalarini 1-jadvalga yozing .

18. Hisoblashni amalga oshirish uchun diskning diametri, halqa, mayatnik o'qi, ip, disk o'qining tashqi diametri, diskning tashqi diametri, halqaning tashqi diametrini o'lchash kerak.

Hisoblash uchun quyidagi massa qiymatlarini oling:

- Mayatnik o'qining massasi - 0,09 kg,
- Disk massasi - 0,111 kg,
- Halqalarning massalari -  $0,09 \pm 0,009 \text{ kg}$ ;  $0,18 \pm 0,018 \text{ kg}$ ;  $0,27 \pm 0,027 \text{ kg}$ .

## 1-jadval

T/r	$h, m$	$t, s$	$m, kg$	$J_{tajr}, kg \cdot m^2$	$J_{nazar}, kg \cdot m^2$	$W_{\Pi}, J$	$W_K, J$
1							
2							
3							
4							
5							
O'rtacha qiymati							

19. Xulosa chiqaring.

### I.13. NAZORAT SAVOLLARI

1. Jismning inersiya momenti deb nimaga aytiladi?
2. Inersiya momenti jismning aylanma harakatdagi inetligini o'lchovidir. Ushbu iboraning ma'nosini tushuntiring.
3. Diskning inersiya momenti nimaga teng?
4. Halqaning inersiya momentini aniqlash formulasini yozing?
5. Yupqa devorli silindrning inersiya momenti nimaga teng?
6. Maksvell mayatnigining inersiya momentini tajriba qiymati formulasini chiqaring.
7. Mexanik energiyaning saqlanish qonunini tuzing.
8. Potensial energiyaning aniqlang.
9. Kinetik energiya tushunchasini keltiring.
10. Maksvell mayatnigida energiyaning saqlanish qonuni qanday ko'rinishga ega?

## II. “QIYA TEKISLIKDA DUMALAYOTGAN JISMNING INERSIYA MOMENTINI ANIQLASH” USHUN LABORATORIYA QURILMASI

### II.1. Qyriqlarning tavsifi



7- rasm- Qurilmaning tarkibi

1-to‘xtatuvchi elektromagnit; 2- jismlarning dumalanishi uchun fazoviy tuzilma; 3-elektron sekundomer.

Qurilma - to‘xtatuvchi elektromagnit, jismlarni dumalanishi uchun fazoviy tuzilma va elektron sekundomerlardan iborat bo‘lib, elektron sekundomer tekshirilayotgan jismning boshlang‘ich nuqtasidagi o‘rnini aniqlaydi va jism harakatlanayotganda o‘chadi. Jismlarni dumalanishi uchun fazoviy tuzilmaning eng pastki nuqtasida datchik sensori joylashgan. Jism dumalanishi uchun fazoviy tuzilmaning pastki nuqtasiga



8- rasm- Elektron sekundomer:

1- sekundomerni yoqish tugmasi; 2- boshlash/tanlash (START/SELECT) tugmasi; 3- to‘xtatish/tiklash/orqaga qaytarish (STOP/RESET/BACK) tugmasi; 4- rejimlarni tanlash tugmasi; 5- 220V 50 Гц elektor toki tarmog‘iga ulanish ulagichi; 6-sensornlarni ulash uchun ulagichlar.

yetib borgan vaqtini hisoblash elektron sekundomer tomonidan amalga oshiriladi.

## II.2. Sekundomerning ishlash algoritmi

1. Sekundomerni AC 220V 50 Гц o'zgaruvchan elektr toki tarmog'iga ulaning.

2. "Сеть (TARMOQ)" tugmasini bosib sekundomerni yoqing;

3. Raqamli indikator (display) "ВЫБОР РЕЖИМА(Rejimni tanlash)" ni ko'rsatadi;



9- rasm

4. "РЕЖИМ (Rejim)" tugmasini ketma-ket bosib, joriy sekundomerning ishlash rejimini tanlang. Rejim raqami raqamli indikatorida ko'rsatiladi ("10- РЕЖИМ( Rejim)");

5. Tajriba natijalarini yozishni boshlash uchun "ishga tushirish/tanlash" (ПУСК/ВЫБОР(START/Select)) tugmasini bosing. Bunda, rejim raqami raqamli indikatorning o'ng burchagida ko'rsatiladi (РЕЖ.10);

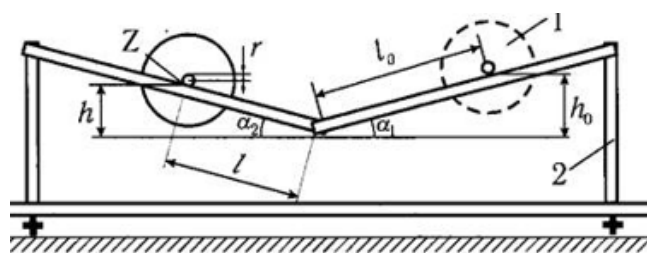


10- rasm

**Sekundomerning boshqa ish rejimini tanlash uchun "РЕЖИМ" tugmasini bosing va "РЕЖИМ 10" raqamli indikatorida yonib turguncha ushlab turing.**

Bu ishda  $r$  radiusli va o'qi silindrsimon sterjendan iborat jismlar olinadi. Ulardan biri gorizontallik bilan  $\alpha_1$  va  $\alpha_2$  burchaklarni hosil qiluvchi parallel yonaltiruvchilarga joylashtiriladi (11-rasm).

Agar jism qo'yib yuborilsa, u pastga dumalab, pastki nuqtaga yetib boradi va inersiyasi bilan harakatlanib, yo'naltiruvchilar bo'ylab yuqoriga



11- rasm

ko‘tariladi. Agar jismning barcha nuqtalarning traektoriyalari biror qo‘zg‘almas tekislikka parallel tekisliklarda harakatlansa, u holda jism *tekis harakatda deb qaraladi*. Tekis harakatni ikki korinishda ifodalash mumkin: yoki massa markazining tezligidan iborat ilgarilanma harakati va massa markazidan o‘tuvchi o‘q atrofida aylanish harakati to‘plami sifatida; yoki doimiy ravishda o‘z o‘rnini o‘zgarib turadigan tezliklar oniy markazidan o‘tuvchi oniy o‘q atrofidagi harakati sifatida olish mumkin. Bizning holatda, oniy aylanish  $z$  o‘qini yuk bilan yo‘naltiruvchi tekislik tegishib turgan nuqta orqali o‘tadi.

### II.3. “QIYA TEKISLIKDA HARAKATLANAYOTGAN JISMNING INERSIYA MOMENTINI ANIQLASH”GA DOIR LABORATORIYA ISHI

**Maqsad:** oddiy elementlardan tashkil topgan jismlarning inersiya momentini oniy aylanish o‘qiga nisbatan va eksperimental usulida aniqlash .

#### Nazariy ma’lumotlar

Dumalayotganda jism  $h_0 = \sin\alpha_1 l_0 = l_0 \alpha_1$  balahdlikdan tushib,  $l_0$  yo‘lni bosib o‘tadi va inersiya bilan  $h \cong l \alpha_2$  balahdlikka ko‘tarilib,  $l$  yo‘lni bosib o‘tadi. Pastki nuqtada,

$v = 2l_0/t$ - massa markazining tezligi va jismning burchak tezligi

$$\omega = \frac{v}{r} = 2l_0/t/r, \quad (32)$$

bu erda  $t$  – yuqori nuqtadan pastga harakatlanish vaqti,  $r$  – tsilindr o‘qining radiusi.  $M_{qk}$  – dumalanayotgan jismga ta'sir qiluvchi qarshilik kuchi momenti. Uning  $l_0$  yo‘ldagi ishi  $A = M_{qk}j$  bo‘lib, bunda  $j = l_0/r$  burchak yo‘li.

$l_0$  yoʻlining segmentidagi energiyaning saqlanish qonuni quyidagi koʻrinishga ega:

$$mgh_0 = \frac{J\omega^2}{2} + M_{qk}\varphi, \quad (33)$$

bu erda  $J$  – oniy aylanish oʻqiga nisbatan dumalovchi jismning inersiya momenti,  $m$  – sterjen oʻqining massasini oʻz ichiga olgan jismning massasi.

Jism  $h_0$  balandlikdan pastga dumalayotgandagi va uni  $h$  balandlikka koʻtarilayotgandagi qarshilik momentinig bajargan ishi  $(l + l_0)$  yoʻldagi potentsial energiyaning kamaeishiga teng boʻladi:

$$M_{qk} \frac{l+l_0}{r} = mgh_0 - mgh \quad (34)$$

Dinamik usulda inersiya momentini aniqlash uchun quyidagi formulani yozamiz:

$$J = \frac{mglr^2(\alpha_1 + \alpha_2)t^2}{2l_0(l+l_0)} \quad (35)$$

bu yerda  $-\alpha_1$  va  $\alpha_2$  qiymatlari berilgan qurilma uchun doimiy hisoblanadi.

Jismning bir lahzali aylanishga nisbatan inersiya momenti Shteyner teoremasi bilan aniqlanadi.

$$J = J_0 + ma^2 \quad (36)$$

bu yerda  $J_0$  – jismning massalar markaziga nisbatan inersiya momenti;  $a$  – jismning massalar markazidan aylanish oʻqigacha boʻlgan masofa (bu tajribada  $a = r$ ).

## Ishni bajarish tartibi

### 1- Vazifa. Jismning inersiya momentini dinamik usulda aniqlash

1. Oʻrnatish holati toʻgʻri yoki notogriligini tekshiring. Dumalayotganda, jism yoʻnaltiruvchilargan biriga qarab harakat qilmasligi kerak yaʼni chapga yoki oʻnga qarab harakatlanmasligi kerak. Silindrning  $d$  diametrini turli joylarda oʻlchab, uning oʻrtacha qiymatini va oʻrtacha radiusini aniqlang.



2. Jismni yoʻnaltiruvchilarga qoʻying.
3. Sekundomerni yuqoridagi algoritmgaga muvofiq yoqing va “РЕЖИМ 10” ni tanlang.
4. Sekundomerni ishga tushirish uchun «ПУСК/ВЫБОР» tugmasini bosing. Bunday holda, elektromagnit oʻchadi va jism harakatlana boshlaydi. Jism pastki nuqtaga yetganda, sekundomer avtomatik ravishda oʻchadi. Jadvalda jismning pastki nuqtaga oʻtish vaqtini yozing.
5. Jismni yuqoriga inersiyasi bilan harakatini kuzatib, bosib oʻtilgan  $l_0$  masofani belgilang ( $u$  toʻxtash joyini belgilaydi).
6. Xulosa chiqaring.
7. Oʻlchov xatolarini baholang va tegishli xulosalar chiqaring.

**2-jadval**

<b>T/r</b>	<b><math>l, m</math></b>	<b><math>l_0, m</math></b>	<b><math>\alpha_1</math></b>	<b><math>\alpha_2</math></b>	<b><math>t, s</math></b>	<b><math>r, m</math></b>	<b><math>J_{po'lat}</math> <math>kg \cdot m^2</math></b>
1							
2							
3							
4							
5							

### **III. "Mexanik rezonans hodisasini o'rganish" uchun laboratoriya qurilmasi**

#### **"Mexanik rezonansni o'rganish"ga doir laboratoriya ishi**

##### **III.1. Maqsad**

Laboratoriya qurilmasi qaytaruvchi (elastik) kuch ta'sirida erkin va majburiy mexanik tebranishlarni o'rganish uchun ishlatiladi. Bu tizimga tashqi ta'sirlarning chastotasini o'lchash, tebranishlarning amplitudasi va chastotasini aniqlash, rezonans egri chizig'ini qurish, rezonans chastotasini aniqlash, tizim va uning sifat omilini o'z ichiga oladi (12 -rasm).



**12- rasm**

##### **III.2. Uskunalar**

- Stol usti metall stendi - 1 dona.
- Ekssentrikli elektr motori - 1 dona.
- Magnit suspenziyadagi aravacha - 2 dona.
- Yuk 100 g - 2 dona. Raqamli ultratovushli masofa datchigi - 1 dona
- Raqamli optoelektrikli datchik - 1 dona.
- Boshqarish bloki -1 dona.
- Ta'minlash dasturi.

##### **III.3. Tajribalar otkazishga umumiy tayyorgarlik**

Ma'lumotlar kompyuter dasturi orqali qabul qilinadi, qayta ishlanadi va ekranda ko'rsatiladi. Dastur intuitiv tushunarli, uni o'rganish oson, ko'rsatmatlar bilan ta'milangan, ammo foydalanuvchi qo'llanma yordamida asosiy tushunchalarni o'zlashtirish uchun tajribalarga **tayyorgarlik ko'rishda majburiy element sifatida** tavsiya etiladi.

### III.4. Qurilma ta'rifi

Qurilma po'lat quvurlardan yasalgan ramka konstruktsiyasi asosida yig'iladi, laboratoriya stoliga o'rnatiladi va asosiy elementlar sifatida gorizontal metall rels, elektr motor, magnitli osma aravalarni o'z ichiga oladi. Jihoz ikki xil bikirlik qiymatiga ega prujinalar bilan jihozlangan. Elektr dvigatelini quvvatlantirish uchun elektr kuchlanishini muammosiz o'zgartirishga imkon beruvchi boshqaruv bloki ishlatiladi. Harakatlanuvchi kuchning chastotasini ro'yxatga olish optoelektrik datchik yordamida amalga oshiriladi, uning uchun to'xtatuvchi vosita miliga o'rnatiladi. Aravachalar tebranishlarining amplitudasi va chastotasini o'lchash raqamli ultratovushli masofa datchiki yordamida amalga oshiriladi. Qurilmaga kiritilgan ikkita aravada magnit suspenziyalar mavjud bo'lib, ular metall rels bo'ylab ishqalanishsiz harakatlanish imkonini beradi. Qurilmani tarkibiga kiritilgan yuklar aravalarga o'rnatilganda ularning harakatga qarshiligini taxminan 9 baravar oshirish imkonini beradi. Qabul qilish va uzatish elementi ultratovushli masofa datchiki korpusiga, uning old yuzasiga qattiq o'rnatiladi va o'qdan chetga chiqishga yo'l qo'ymaydi (o'rnatish bardoshliligi bundan mustasno).

### III.5. Qisqacha nazariyasi

Tebranish xarakteridagi harakatlar va jarayonlar ko'pincha fizik hodisalar va texnik qurilmalarda uchraydi. Mexanik, elektromagnit va boshqa tebranishlar hosil qiladigan fizik tizim **ossillyator** deb ataladi (lotincha oscillare - tebranish). Ossillyatorlarga misollar hamma joyda uchraydi: soat, musiqiy tor, prujinali mashina va boshqalar. Tebranishlar erkin yoki so'nuvchi va majburiy tebranishlarga bo'linadi. Prujinaga osilgan jismning vertikal harakati erkin tebranishlarga misoldir. Xususiy chastota deb ataladigan erkin tebranishlar chastotasi ossillyatorning parametrlari: prujinali ossillyator uchun -jism massasi va prujinaning bikirligi bilan belgilanadi.

Agar prujinaga osilgan jismga garmonik (sinusoidal) qonunga muvofiq o'zgaruvchan tashqi vertikal kuch ta'sir etsa, u holda majburiy tebranishlar paydo bo'ladi. Ular o'yg'otuvchi (majburlovchi) kuchning

chastotasi bilan yuzaga keladi. Chastotaning o'zgarishi bilan majburiy tebranishlarning amplitudasi o'zgaradi. Xususiy chastotaga yaqin chastotada amplituda keskin oshishi mumkin. Bu hodisa **rezonans** deb ataladi.

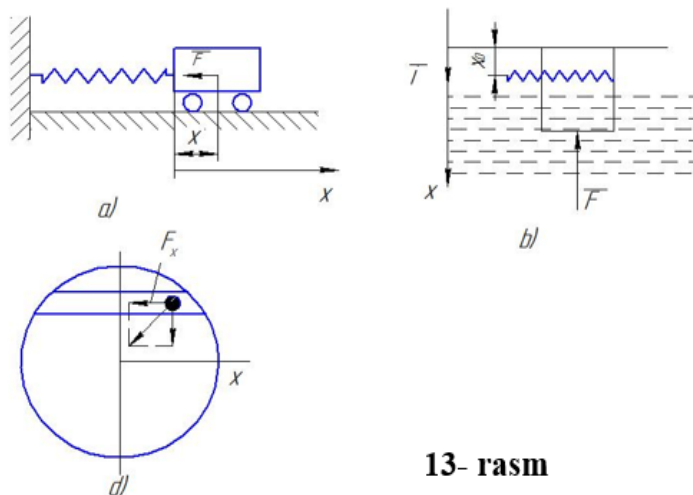
Shunday qilib, mexanik rezonans - bu tizim xususiy tebranish chastotasi tizimga ta'sir qiluvchi tashqi kuch chastotasiga mos kelishi, tebranish amplitudasining keskin oshishi rezonans hodisasiga sabab bo'ladi. Rezonansda, harakatlantiruvchi kuchning amplitudasi katta bo'lmasa ham, tebranish amplitudasi sezilarli qiymatga yetishi mumkin. Majburiy tebranishlar va rezonansning xarakteristikalarini erkin tebranishlarning xususiyatlari bilan o'zaro bog'liqdir. Shuning uchun biz birinchi navbatda erkin tebranishlarni ko'rib chiqamiz, ular so'nuvchan va so'nmaydigan tebranma harakatlarga bo'linadi.

Mexanik tizimda ishqalanish kuchlari bo'lmasa, erkin so'ndirilmagan tebranishlar paydo bo'lishi mumkin, bu mexanik energiyaning issiqlik energiyasiga aylanishiga olib keladi.

**Ilgarilanma harakat bilan harakatlanuvchi prujinali ossillyator.** Ma'lumki, tabiatda asosan ikki xil harakat: oddiy va tebranma harakatlar sodir bo'ladi. Oddiy harakatga jismning erkin holda pastga tushishini, yomg'ir tomchisi harakatini misol keltirish mumkin. Tebranma harakatga esa o'zining muvozanat holatiga qaytuvchi barcha harakatlarni, masalan matematik va fizik mayatnikning harakatlari, mashina korpusining titrashi, ko'priklarni silkinishi va binolarning qimirlashini misol keltirish mumkin. Jismning tebranma harakati jarayonida unga ta'sir etuvchi kuchlardan qaytaruvchi kuch hisoblanib, bu kuch jismning muvozanat holatidan uzoqlashish masofasiga bog'liq bo'lib, jismning muvozanati tomon yo'nalgan bo'ladi. Qaytaruvchi kuch jismni tebranma harakat qilishga majbur etadi (13 - rasm).

Haqiqatdan, ham 13, *a* - rasmda qaytaruvchi kuch prujinaning elastiklik kuchi ko'rinishida ko'rsatilgan bo'lib, bu kuch ta'sirida prujina cho'ziladi yoki qisiladi.

13, *b* - rasmda suv sathida suzuvchi jismning muvozanat holatiga qaytaruvchi qo'shimcha Arximed kuchi ta'sir etib, qaytaruvchi kuch vazifasini bajaradi.



13- rasm

13, d - rasmda esa yarim yoy shaklidagi (Galiley tarnovi) kanalda harakatlanuvchi moddiy nuqtaga yerning tortishish kuchi ta'sir etib, u doimo nuqtani muvozanat holatiga qaytarib turadi, ya'ni yerning tortishish kuchi qaytaruvchi kuch vazifasini bajaradi.

Keltirilgan barcha misollarda moddiy nuqtaga qaytaruvchi kuchdan tashqari ishqalanish kuchi va muxitning qarshilik kuchi ta'sir qiladi.

Ushbu bobda yuqorida keltirilgan kuchlarni hisobga olgan holda moddiy nuqtaning eng sodda bo'lgan to'g'ri chiziqli tebranma harakati o'rganiladi.

Harakat sodda bo'lishiga qaramay, olingan natijalarni amaliyotga keng qo'llanishidan tashqari, nuqtaning harakatini o'rganish uchun ham to'g'ridan-to'g'ri qo'llaniladi. Shu sababli nuqtaning olinadigan harakat differensial tenglamalarini 2- jadvalda keltiramiz.

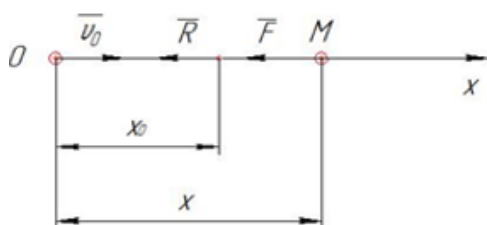
2-jadval

Ta'sir etuvchi kuchlar	Differensial tenglamalar	Tebranma harakat turlari
Qaytaruvchi kuch $F_x$	$m\ddot{x} + cx = 0$	Erkin tebranma harakat
Qaytaruvchi kuch $F_x$ va qarshilik kuchi $R_x$ $F_x = -cx$ ; $R_x = -b\dot{x}$	$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0$	Muhitning qarshilik kuchi hisobga olingandagi erkin tebranma harakat
Qaytaruvchi kuch $F_x$ va uyg'otuvchi kuch $Q_x = Q_x(t)$	$m\ddot{x} + cx = Q_x(t)$	Majburiy tebranma harakat
Qaytaruvchi kuch $F_x$ , qarshilik kuchi $R_x$ va uyg'otuvchi kuch $Q_x = Q_x(t)$	$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = Q_x(t)$	Muhitning qarshilik kuchi hisobga olingandagi majburiy tebranma harakat

Ushbu jadvaldan ko‘rinadiki, nuqtaning to‘g‘ri chiziqli tebranma harakatining harakat differensial tenglamalari bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamalardan iborat bo‘ladi. Ba‘zida nuqtaga ta‘sir etuvchi kuchlar vaqtga, koordinatalarga va tezlikka bog‘liq bo‘ladi. Bu holda harakat differensial tenglamalarini integrallash ancha murakkablashadi.

### III.6. Moddiy nuqtaning erkin tebranma harakati.

Aytaylik, moddiy nuqtaga doimo vaqt uning  $O$  muvozanat holatiga tomon yo‘nalgan kuch (14-rasm) ta‘sir qilsin va mazkur nuqta to‘g‘ri chiziqli harakatda bo‘lsin.



14- rasm

U holda quyidagi ta‘rif o‘rinli: *moddiy nuqta koordinatalariga bog‘liq bo‘lgan va nuqtaning muvozanat holatiga qarab yo‘nalgan kuch qaytaruvchi kuch deb ataladi.* Qaytaruvchi kuch nuqtaning tekshiralayotgan ondagi

o‘rniga bog‘liq bo‘ladi, ya‘ni:

$$F_x = -cx \quad (37)$$

bunda  $c$  - o‘zgarmas kattalik bo‘lib, bikkirlik koeffitsienti deyiladi.  $c$  - proporsionallik koeffitsienti bo‘lib, prujina uchun prujinaning bir birlikka o‘zgargan vaqtdagi prujinani deformatsiyalovchi kuchga son qiymati jihatdan teng bo‘lgan kattalikni bildiradi va o‘lchov birligi uchun  $N/m$  qabul qilinadi.

Aytaylik, boshlang‘ich paytda  $M$  nuqtaning absissasi  $x_0$ , tezligi  $\mathcal{G}_0$  bo‘lsin.  $M$  nuqtaning harakat differensial tenglamasini tuzamiz:

$$m\ddot{x} = -cx \quad (38)$$

Agar

$$k^2 = \frac{c}{m} \quad (39)$$

belgilash kiritsak, (38) tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$\ddot{x} + k^2 x = 0. \quad (40)$$

(40) tenglama *moddiy nuqtaning erkin tebranma harakat differensial tenglamasi deyiladi*. Oliy matematikadan ma'lumki, (40) tenglikning umumiy yechimini quyidagicha yozish mumkin:

$$x = c_1 \cos kt + c_2 \sin kt \quad (41)$$

(41)dagi  $c_1$  va  $c_2$  lar integral doimiylari bo'lib, ular masalaning boshlang'ich shartlaridan aniqlanadi. Boshlang'ich shartlarni quyidagicha olamiz:

$$t = 0 \text{ da } x_0 = \dot{x}_0, \quad \dot{x}_0 = g_{Ox} \quad (42)$$

$c_1$  va  $c_2$  doimiylarni aniqlash uchun (38) tenglikning har ikkala tomonidan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$g_x = \dot{x} = -c_1 \cdot k \cdot \sin kt + c_2 \cdot k \cdot \cos kt \quad (43)$$

(41) va (43) tengliklarga (42) qiymatlarini qo'yib  $c_1$  va  $c_2$  ning qiymatlarini aniqlaymiz:

$$c_1 = x_0, \quad c_2 = \frac{g_{Ox}}{k}$$

Shunday qilib,  $M$  nuqtaning harakati quyidagi

$$x = x_0 \cos kt - \left( \frac{g_0}{k} \right) \sin kt \quad (44)$$

tenglama bilan aniqlanadi.

Moddiy nuqtaning tebranma harakatini umumiy holda tekshirish qulay bo'lishi uchun  $c_1$ ,  $c_2$  o'zgarmlarini quyidagicha tanlaymiz:

$$c_1 = a \sin \alpha, \quad c_2 = a \cos \alpha \quad (45)$$

bunda  $a$  - tebranish amplitudasi va  $\alpha$  - boshlang'ich faza aniqlanishi kerak bo'lgan kattaliklar hisoblanadi. (45)ni (41)ga qo'yib,  $M$  nuqta harakatini aniqlovchi tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$x = a \sin(kt + \alpha). \quad (46)$$

Bu tenglikni har ikkala tomonidan  $t$  vaqt bo'yicha hosila olsak,

$$\dot{x} = ak \cos(kt + \alpha) \quad (47)$$

(42) shartni (45) va (47) ifodalarga qo'yib, ularni har ikkala tomonini kvadratga ko'tarib, o'zaro qo'shamiz. So'ngra (46)ga hadlab

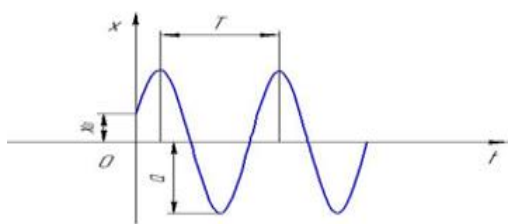
bo'lsak, natijada tebranish amplitudasi va boshlang'ich fazani aniqlash uchun quyidagi

$$a = \sqrt{x_0^2 + (g_0^2 / k^2)}, \quad \text{tg } \alpha = \frac{x_0 k}{g_{0x}}. \quad (48)$$

ko'rinishdagi formulalarga ega bo'lamiz.

(46)dan ko'rinadiki, moddiy nuqtaning qaytaruvchi kuch ta'siridagi harakati davriy xarakterga ega bo'lgan erkin tebranma harakatdan iborat ekan. Shuning uchun (40) tenglik - *erkin tebranma harakatning harakat differensial tenglamasi*, (46) tenglama esa *moddiy nuqtaning erkin tebranma harakat qonunini* ifodalaydi.

(46) tenglamadagi  $a$  – nuqtaning muvozanat holatidan eng katta og'ishi - *tebranish amplitudasi*,  $kt + \alpha$  - *tebranish fazasi*,  $\alpha$  - *boshlang'ich faza*,  $k$ -*tebranishning doiraviy takrorligi* deyiladi.



15- rasm

Erkin tebranma harakat grafigi 15-rasmda ko'rsatilgan.  $T$  - davr oralig'ida tebranish fazasi  $2\pi$  ga o'zgarishini hisobga olsak, (46)dan quyidagi tenglikni yozish mumkin:

$$k(t + T) + \alpha = kt + (\alpha + 2\pi)$$

Bu tenglikdan tebranma harakat davrini aniqlovchi

$$T = \frac{2\pi}{k} \quad (49)$$

formulani hosil qilamiz.

Tebranish davrining teskari qiymati *tebranish takrorligi* deyiladi, uni  $f$  bilan belgilasak, ta'rifga ko'ra:

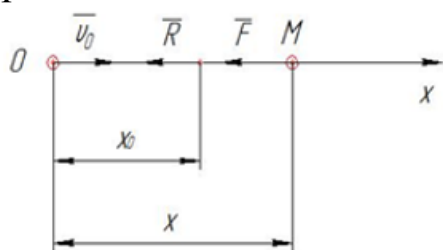
$$f = \frac{1}{T} = \frac{k}{2\pi}$$

(38), (49) tengliklardan ko'ramizki, tebranish amplitudasi va boshlang'ich faza harakatning boshlang'ich shartlariga bog'liq, tebranish davri, shuningdek, tebranish takrorligi nuqtaning boshlang'ich holatiga bog'liq emas. Binobarin, tebranish davri tebranma harakatdagi nuqtaning o'zgar olmaydigan xarakteristikasidir. Tebranish davrini topish uchun tebranma harakatning differensial tenglamasini (40) ko'rinishida tuzish va  $k$  ni aniqlash kifoya.



### III.7. Moddiy nuqtaning soʻnuvchi tebranma harakati

Massasi  $m$  boʻlgan  $M$  moddiy nuqta qaytaruvchi kuch va muhitning qarshilik kuchi taʼsirida toʻgʻri chiziqli harakatda boʻlsin (16- rasm).



16- rasm

Muhitning qarshilik kuchi moddiy nuqta tezligining birinchi darajasiga toʻgʻri proporsional, yaʼni:

$$R_x = -\mu\dot{x}$$

Bu harakatni tekshirish uchun moddiy nuqta harakatining differensial tenglamasini tuzamiz:

$$m\ddot{x} = -cx - \mu\dot{x} \quad (50)$$

yoki

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0 \quad (51)$$

(50)ning ikki tomonini  $tga$  boʻlib,  $\frac{c}{m} = k^2$ ,  $\frac{\mu}{m} = 2n$  belgilashlarni kiritamiz.

Natijada

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2x = 0 \quad (52)$$

kelib chiqadi.

Boshlangʻich paytda  $M$  nuqta  $M_0$  da boʻlib, uning absissasi  $x_0$ , tezligi  $\mathcal{G}_0$  boʻlsin. (52)ning yechimini topish uchun uning xarakteristik tenglamasi tuziladi:

$$\lambda^2 + 2n\lambda + k^2 = 0$$

Agar bu tenglamani  $p$  ga nisbatan yechsak:

$$\lambda_{1,2} = -n \pm \sqrt{n^2 - k^2} .$$

koʻrinishda boʻlib, undagi  $p$  va  $k$  ga nisbatan quyidagi hollar boʻlishi mumkin:

- 1)  $n < k$  qarshilik kuchi qaytaruvchi kuchga nisbatan kichik boʻlgan hol;
- 2)  $n > k$  qarshilik kuchi qaytaruvchi kuchga nisbatan katta boʻlgan hol;

3)  $n = k$  chegaraviy hol.

Bu hollarni alohida-alohida tekshiramiz.

1)  $n < k$  bo'lganda xarakteristik tenglama ildizlari kompleks sondan iborat, ya'ni:

$$\lambda_{1,2} = -n \pm i\sqrt{k^2 - n^2} \quad \text{yoki} \quad \lambda_{1,2} = -n \pm k_1 i ,$$

bu tenglikda

$$k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$$

Bu holda (52) differensial tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi:

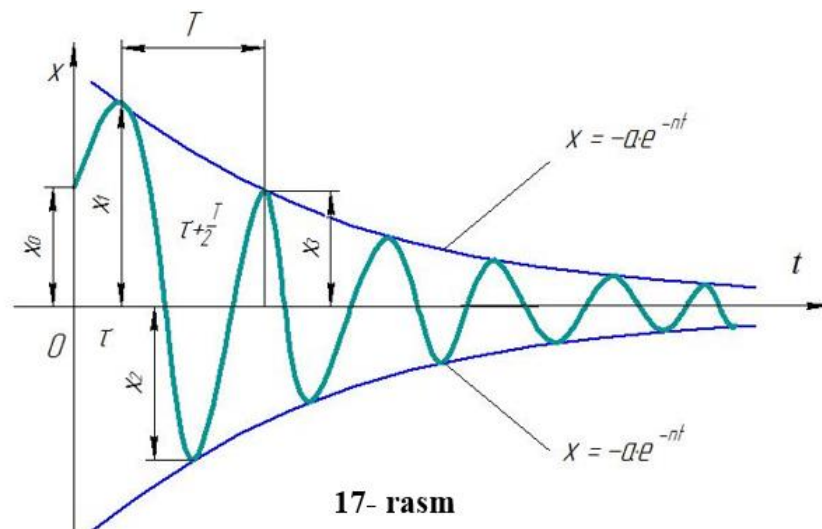
$$x = e^{-nt} (c_1 \cos k_1 t + c_2 \sin k_1 t) \quad (53)$$

(53) dagi  $c_1, c_2$  o'zgarmaslarni (45) ko'rinishida tanlab olsak, u holda (53) quyidagicha yoziladi:

$$x = e^{-nt} \cdot a \sin(k_1 t + \alpha) \quad (54)$$

(54) dagi  $ae^{-nt}$  ifoda vaqt o'tishi bilan nolga intiladi, ya'ni asta-sekin so'na boradi. Shuning uchun muhitning qarshilik kuchi va qaytaruvchi kuch ta'sirida nuqtaning harakati kichik qarshiliklar ta'sirida *so'nuvchi tebranma harakat* bo'ladi.

(52) tenglama – *so'nuvchi tebranma harakatning harakat differensial tenglamasini*, (54) tenglama esa *so'nuvchi tebranma harakatning harakat qonunini* ifodalaydi. So'nuvchi tebranma harakat grafigi (54) tenglamaga asosan, tenglamalari  $x = \pm ae^{-nt}$  bo'lgan egri chiziq orasida bo'lib, bu egri chiziq'larga urinib o'tadi (17-rasm).



17- rasm

(54) tenglamadagi  $a$  va  $\alpha$  kattaliklarni harakatning boshlang'ich shartlaridan foydalanib topamiz. Buning uchun (54) tenglikning har ikkala tomonidan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\dot{x} = -n \cdot a e^{-nt} \cdot \sin(k_1 t + \alpha) + k_1 a \cdot e^{-nt} \cdot \cos(k_1 t + \alpha). \quad (55)$$

(54) va (55) tengliklarga boshlang'ich shartlarni qo'ysak:

$$x_0 = a \cdot \sin \alpha, \quad \mathcal{G}_0 = -a \cdot n \sin \alpha + k_1 a \cos \alpha$$

yoki

$$x_0 = a \cdot \sin \alpha$$

Bu tenglamalar sistemasini yechsak:

$$a = \frac{1}{k_1} \cdot \sqrt{k_1^2 \cdot x_0^2 + (\mathcal{G}_0 + nx_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{k_1 x_0}{\mathcal{G}_0 + nx_0}.$$

hosil bo'ladi.

(54) tenglamada  $\sin(kt + \alpha)$  qatnashgani tufayli nuqta harakati davriy xarakterga ega, lekin  $e^{-nt}$  nuqtaning to'liq avvalgi holatiga qayta olmasligini ko'rsatadi. Shuning uchun so'nuvchi tebranishning tebranish davri tushunchasini shartli kiritamiz.

$$T_1 = 2\pi / k_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - n^2}}$$

yoki

$$T_1 = \frac{2\pi}{T} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{k}\right)^2} \quad (56)$$

(56) dagi  $\left(\sqrt{1 - \left(\frac{n}{k}\right)^2}\right)'$  ifodani qatorga yoyib,  $\frac{n}{k}$  ning ikkinchi

darajadan yuqori bo'lgan darajadagi hadlarini tashlab yuborsak va (49) ni e'tiborga olsak,

$$T_1 = T \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{n}{k}\right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (57)$$

kelib chiqadi. Bu ifodadagi  $n/k$  *qarshilik koeffitsienti* deb ataladi.

(57)dan ko'ramizki  $T_1 > T$ , biroq qarshilik juda kichik bo'lganda

tebranma harakat davri erkin tebranish davridan deyarli farq qilmaydi, ya'ni  $T_1 \approx T$ .

Endi so'navchi tebranma harakat amplitudasi o'zgarishini aniqlaymiz.  $M$  nuqta o'zining muvozanati holatidan  $\tau, \tau + \frac{T}{2}, \tau + 2\frac{T}{2}$  vaqtlardagi og'ishi,  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , cheksiz kamayuvchi progressiyani tashkil etadi. Haqiqatdan, ham:

$$x_1 = |a|e^{-n\tau}, \quad x_2 = |a|e^{-n\left(\tau + \frac{T}{2}\right)}, \quad x_3 = |a|e^{-n\left(\tau + 2\frac{T}{2}\right)}, \dots$$

deb qabul qilsak, u holda

$$\dots \frac{x_3}{x_2} = \frac{x_2}{x_1} = e^{-n\frac{T}{2}} = q$$

Yuqoridagi ketma-ketlik maxragi  $q$  ga teng bo'lgan cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyani beradi. Bu erda  $q = e^{-n\frac{T}{2}}$ ,  $\ln q^{-1} = n\frac{T}{2}$  kattaliklar mos holda so'navchi tebranma harakatning *dekrementi* va *logarifmik dekrementi* deyiladi. 17-rasmda ko'rsatilgan sinusoidani chegaralovchi eksponentsial egri chiziq, *egri chiziqning dekrementi* deyiladi.

2.  $n > k$  bo'lgan holda xarakteristik tenglama ildizlari haqiqiy va manfiy bo'ladi, ya'ni:

$$\lambda_{1,2} = -n \pm \sqrt{n^2 - k^2},$$

u holda bu ildizlarga mos keluvchi (52) tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$x = e^{-nt} (c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{-k_1 t}), \quad (58)$$

bunda  $k_1 = \sqrt{n^2 - k^2}$ .

Agar  $c_1$  va  $c_2$  integrallash doimiylari o'rniga

$$c_1 = \frac{A+B}{2}, \quad c_2 = \frac{A-B}{2}.$$

tengliklar vositasida aniqlanadigan yangi  $A$  va  $B$  doimiylarni kiritsak, u holda yuqoridagi tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$x = e^{-nt} \cdot \left( A \cdot \frac{e^{k_1 t} + e^{-k_1 t}}{2} + B \cdot \frac{e^{k_1 t} - e^{-k_1 t}}{2} \right).$$

Ma'lumki, giperbolik funksiya

$$ch(k_1 t) = \frac{e^{k_1 t} + e^{-k_1 t}}{2}, \quad sh(k_1 t) = \frac{e^{k_1 t} - e^{-k_1 t}}{2}.$$

tengliklarni yozish mumkin. U holda nuqtaning harakat qonunini

$$x = e^{-nt} \cdot [(A \cdot ch(k_1 t) + B \cdot sh(k_1 t))]$$

ko'rinishda yozish mumkin. Agar  $A$  va  $B$  o'zgarmaslarning o'rniga

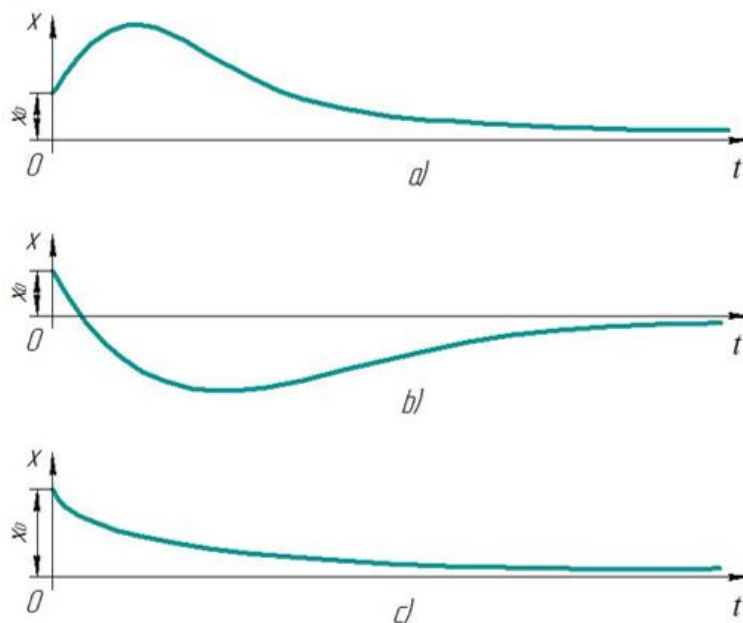
$$A = a \cdot sh\alpha, \quad B = a \cdot ch\alpha$$

tengliklar bilan ifodalanadigan  $a$  va  $\alpha$  o'zgarmaslarni kiritsak, nuqtaning harakat qonunini

$$x = a \cdot e^{-nt} \cdot sh(k_1 t + \alpha).$$

ko'rinishda yozamiz. Bu tenglikdan ko'rinadiki,  $n > k$  bo'lgan holda nuqta tebranma harakatda bo'lmaydi, chunki giperbolik sinus funksiyasi davriy funksiya emas. Shuning uchun bu holdagi harakat *aperiodik* (ya'ni davriy bo'lmagan) *so'nuvchi harakat* deyiladi.

Bunday harakat grafigi boshlang'ich shartlarning qanday tanlab olinishiga qarab, 18-rasmda tasvirlangan grafiklarning birortasiga mos keladi.



18- rasm

Agar nuqta boshlang'ich vaqtda  $x$  o'qining musbat yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan boshlang'ich  $\vec{g}_0$  tezlikka ega bo'lsa, u holda bu tezlik hisobiga nuqta dastlab muvozanat holatidan uzoqlasha boradi, so'ngra qaytaruvchi kuch ta'sirida asta-sekin muvozanat holatiga yaqinlasha boradi (18, *a*-rasm).

Agar nuqta boshlang'ich vaqtda  $x$  o'qiga nisbatan qarama-qarshi tomonga yo'nalgan  $\vec{g}_0$  boshlang'ich tezlikka ega bo'lsa, nuqtaning harakat grafigi 18, *b*-rasmda ko'rsatilgandek bo'ladi. Bu holda nuqtaning boshlang'ich tezligi yetarlicha katta bo'lsa, nuqta muvozanat holatidan bir marotaba o'tib, so'ngra bu holatga asta-sekin yaqinlasha boradi (18, *c*-rasm).

3.  $n = k$  bo'lgan holda (52) differensial tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$x = e^{-nt} (c_1 + c_2 t) \quad (59)$$

Agar boshlang'ich shartlardan foydalanib,  $c_1$  va  $c_2$  o'zgarmaslarning qiymatlarini aniqlasak:

$$x = e^{-nt} [x_0 + (g_0 + nx_0) \cdot t]$$

ko'rinishdagi nuqtaning harakat qonunini olamiz. Bu tenglikdan ko'rinadagi, nuqtaning harakati davriy bo'lmaydi.  $t$ ning o'sishiga nisbatan  $e^{-nt}$  ning kamayishi tezroq, demak  $x$  kamayuvchi funksiya bo'ladi va harakat so'nuvchi, lekin davriy bo'lmagan harakatdan iborat bo'ladi.

Boshlang'ich shartlarni qanday tanlab olishga bog'liq holda harakat grafigi 18-rasmda ko'rsatilgan grafiklarning birortasiga mos keladi.

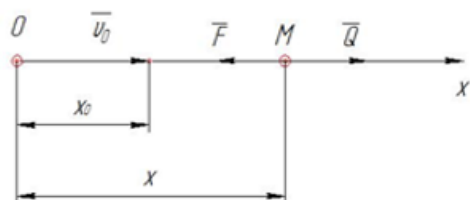
### **III.8. Nuqtaning majburiy tebranma harakat differensial tenglamasi**

Moddiy nuqtaning majburiy tebranma harakati nuqtaga qo'yilgan  $\vec{F}$  qaytaruvchi kuch va vaqtning uzluksiz funksiyasi sifatida o'zgaruvchi kuch  $Q$ - uyg'otuvchi kuch ta'sirida sodir bo'ladi. Uyg'otuvchi kuch vaqtning davriy funksiyasi sifatida berilgan holni ko'ramiz, ya'ni:

$$Q = H \sin(pt + \delta),$$

Aytaylik, moddiy nuqta  $\vec{F}$  va  $\vec{Q}$  kuchlar ta'sirida  $x$  o'qi bo'ylab to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlansin (19-rasm).

U holda nuqtaning harakat qonunini aniqlash uchun, avvalo bu nuqtaning harakat differensial tenglamasini tuzamiz:



19- rasm

$$m\ddot{x} = -cx + H \sin(pt + \delta)$$

bunda  $H$  - uyg'otuvchi kuch amplitudasi,  $\rho$  - uyg'otuvchi kuchning tsiklik chastotasi,  $\delta$  - boshlang'ich faza.

Bu tenglamaning har ikkala tomonini  $t$  massaga bo'lsak, u holda quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\ddot{x} + k^2 x = h \sin(pt + \delta), \quad (60)$$

bunda  $k^2 = \frac{c}{m}$ ,  $h = \frac{H}{m}$ .

(60) tenglama *majburiy tebranma harakatning harakat differensial tenglamasi* deyiladi. Ma'lumki, bu tenglama matematik nuqtai nazardan *bir jinsli bo'lmagan ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsienti differensial tenglama* deyiladi va uning umumiy yechimini  $x = x_1 + x_2$  ko'rinishda qidiramiz.

Bunda  $x_1$  - (60) tenglamani bir jinsli qismining, ya'ni  $\ddot{x}_1 + k^2 x_1 = 0$  tenglamaning umumiy yechimi (46) tenglamadan iborat bo'ladi;  $x_2$  - (60) tenglamaning xususiy yechimini bildirib, uni  $k \neq p$  hol uchun

$$x_2 = A \sin(pt + \delta)$$

ko'rinishda qidiramiz. Bu tenglikning har ikkala tomonidan ikki marta vaqt bo'yicha hosila olamiz va (60) tenglamaga qo'yamiz:

$$-Ap^2 \sin(pt + \delta) + k^2 A \sin(pt + \delta) = h \sin(pt + \delta)$$

Bu tenglamadan  $-Ap^2 + k^2 A = h$  tenglikka ega bo'lamiz. Bu tenglamani  $A$  ga nisbatan yechib, majburiy tebranma harakatning amplitudasini qiymatini aniqlash formulasiga ega bo'lamiz:

$$A = \frac{h}{k^2 - p^2} \quad (61)$$

Shunday qilib, (60) tenglamaning umumiy yechimi uchun

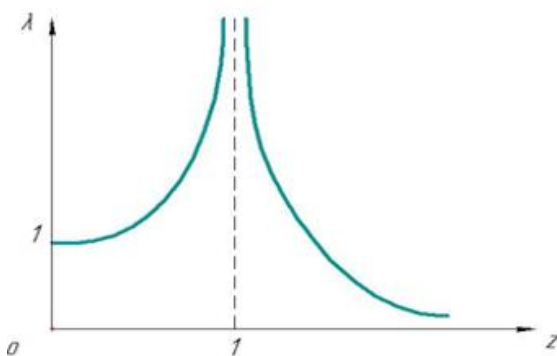
$$x = a \cdot \sin(kt + \alpha) + \frac{h}{k^2 - p^2} \sin(pt + \delta) \quad (62)$$

ifodani hosil qilamiz. (62) tenglama *majburiy tebranma harakatning harakat qonuni* deyiladi. (62) dan ko‘rinadiki, nuqta ikki garmonik tebranma harakatdan, ya’ni  $k$  xususiy chastotali erkin tebranma harakat va  $A$  amplitudali majburiy tebranma harakatlar yig‘indisidan iborat bo‘ladi. Demak, nuqta uyg‘otuvchi kuch ta’sirida ikki harakat yig‘indisidan iborat murakkab harakatda bo‘ladi.

(62) ifodadan ko‘rinadiki, amplituda erkin tebranma harakatning  $k$  xususiy chastotasidan va  $\rho$  - uyg‘otuvchi kuchning chastotasidan iborat bo‘ladi. Shu sababli ular orasida bog‘lanishni tahlil qilish maqsadida (61) tenglikni quyidagicha yozamiz

$$A = \frac{A_0}{1 - \left(\frac{\rho}{k}\right)^2}, \quad (63)$$

bunda  $A_0 = \frac{h}{k^2}$  bo‘lib, u moddiy nuqtaning muvozanat holatidan *statik og‘ishi* deyiladi, chunki  $x = A_0$  da  $\vec{F}$  qaytaruvchi kuch va uyg‘otuvchi kuchning eng katta qiymati  $Q_{\max} = H$  o‘zaro muvozanatlashadi.



20- rasm

Agar  $\lambda = \frac{A}{A_0}$  belgilash kiritsak, u

holda  $\lambda$  - *dinamik koeffitsienti*;  $z = \frac{p}{k}$

esa *nosozlik* (rasstroyki) *koeffitsienti* deyiladi. 20 - rasmda  $\lambda = \lambda(z)$

funksiyasining grafigi ko‘rsatilgan  $z \rightarrow 1$  ( $p \rightarrow k$ )da majburiy tebranma

harakatning amplitudasi cheksiz oshib boradi,  $z$  ning keyingi o‘sishi esa majburiy tebranma harakatning amplitudasini kamayib nolga intilishiga olib keladi.



Ma'lumki, (60) tenglamaning umumiy yechimini

$$x = c_1 \cdot \cos kt + c_2 \cdot \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} \cdot \sin(pt + \delta) \quad (64)$$

ko'rinishda yozish mumkin.  $c_1$  va  $c_2$  integral doimiylarning qiymatlarini aniqlash uchun, (64) tenglikning har ikkala tomonidan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\dot{x} = -c_1 \cdot k \cdot \sin kt + c_2 \cdot k \cdot \cos kt + \frac{p \cdot h}{k^2 - p^2} \cdot \sin(pt + \delta) \quad (65)$$

(42) boshlang'ich shartlarni (64) va (65) tenglamalarga qo'yib,  $c_1$  va  $c_2$  integral doimiylarining qiymatlarini aniqlaymiz:

$$c_1 = x_0 - \frac{h}{k^2 - p^2} \cdot \sin \delta, \quad c_2 = \frac{\dot{x}_0}{k} - \frac{p}{k} \cdot \frac{h}{k^2 - p^2} \cdot \cos \delta.$$

Demak, (60) tenglamaning umumiy yechimini quyidagicha yozish mumkin:

$$x = x_0 \cdot \cos kt + \frac{\dot{x}_0}{k} \cdot \sin kt - \frac{h}{k^2 - p^2} (\sin \delta \cdot \cos kt + \frac{p}{k} \cos \delta \cdot \sin kt) + \frac{h}{k^2 - p^2} \cdot \sin(pt + \delta) \quad (66)$$

Agar (42)da  $x_0 = 0$  va  $\dot{x}_0 = 0$  deb qabul qilinsa, u holda nuqtaning uyg'otuvchi kuch ta'sirida

$$x = -\frac{h}{k^2 - p^2} (\sin \delta \cdot \cos kt + \frac{p}{k} \cos \delta \cdot \sin kt) + \frac{h}{k^2 - p^2} \cdot \sin(pt + \delta)$$

qonun asosida sodir bo'ladigan tebranishlar erkin tebranishlar chastotasiga teng chastota bilan tebranma harakatda bo'ladi va bu tebranishlar amplitudasi boshlang'ich shartlarga bog'liq bo'lmaydi.

Majburiy tebranma harakat chastotasi  $p$  erkin tebranish chastotasi  $k$  bilan deyarli ustma-ust tushganda, bir xil amplitudali va qarama-qarshi fazali ikkita bir-biriga yaqin chastotali harakatlarni qo'shish natijasida nuqtaning *tepkili* (izbenie) deb ataladigan harakati sodir bo'ladi.

Aytaylik,  $\frac{p}{k} \approx 1$ , lekin  $(k^2 - p^2 \neq 0)$  bo'lsin, u holda  $x_0 = 0$ ,  $\dot{x}_0 = 0$

boshlang'ich shartlarda (66) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$x \approx \frac{h}{k^2 - p^2} [\sin(pt + \delta) - \sin(kt + \delta)], \quad (67)$$

yoki  $\frac{p+k}{2} \approx p$  deb olsak,

$$x = \frac{2h}{k^2 - p^2} \cdot \sin\left(\frac{p-k}{2}t\right) \cdot \cos(pt + \delta) \quad (68)$$

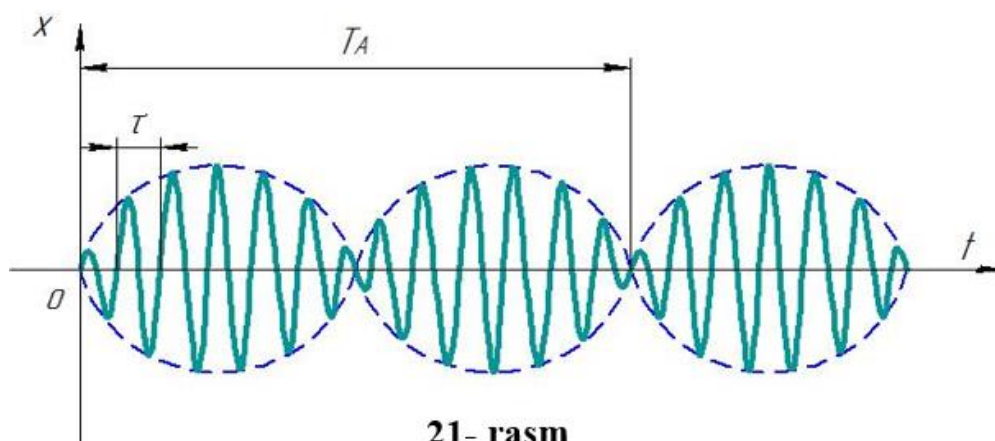
tenglikka ega bo'lamiz.

Agar 
$$A(t) = \frac{2h}{k^2 - p^2} \cdot \sin\left(\frac{p-k}{2}t\right), \quad (69)$$

ko'rinishdagi belgilash kiritsak, u holda (68) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$x = A(t) \cdot \cos(pt + \delta) \quad (70)$$

(70) funksiyaning grafigi 21-rasmda tasvirlangan.



(70) tenglikdan ko'ramizki, tepkili tebranishni chastotasi  $p$ , davri  $\tau = \frac{2\pi}{\delta}$  ga teng, hamda amplitudasi vaqtga bog'liq (68) tenglik bilan ifodalanadigan davriy qonun asosida o'zgaradigan tebranma harakatdan iborat deb qarash mumkin.

Amplitudaning o'zgarish davri

$$T_A = \frac{2\pi}{\frac{p-k}{2}} = \frac{4\pi}{p-k}$$

ko'rinishdagi formula bilan aniqlanadi.

### III.9. Rezonans hodisasi

*Ta'rif. Erkin tebranma harakatning chastotasi bilan majburiy tebranma harakat chastotasining ustma-ust tushishi rezonans hodisasi deb ataladi.*

Endi rezonans vaqtida majburiy tebranma harakat amplitudasi vaqtga proporsional ravishda o'sib borishini ko'rsatamiz. Buning uchun (60) tenglamaning umumiy yechimini (66) ko'rinishda yozamiz.

Bu ifodaning birinchi ikki hadi nuqtaning  $k$  chastotali erkin tebranma harakatidan, uchinchi va to'rtinchi hadi esa uyg'otuvchi kuchning  $\rho$  chastotali nuqtaning majburiy tebranma harakatidan iboratdir.

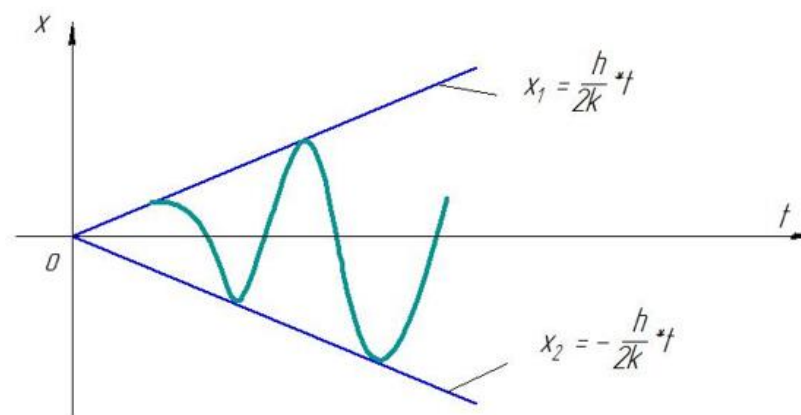
Rezonans holatida uchinchi va to'rtinchi hadlarida aniqmaslik hosil bo'ladi va bu aniqlanmaslikni Lopital qoidasiga asosan aniqlanadi:

$$x_2 = h \lim_{\rho \rightarrow k} \frac{\sin \rho t - \frac{\rho}{k} \sin kt}{k^2 - \rho^2} = h \lim_{\rho \rightarrow k} \frac{\frac{d}{d\rho} \left( \sin \rho t - \frac{\rho}{k} \sin kt \right)}{\frac{d}{d\rho} (k^2 - \rho^2)} = -\frac{h}{2k} \cdot t \cdot \cos kt.$$

Demak, rezonans holatida nuqtaning majburiy tebranma harakatning differensial tenglamasini xususiy yechimi

$$x_2 = -\frac{h}{2k} \cdot t \cdot \cos kt \quad (71)$$

ko'rinishda qabul qilinadi. Bu funksiya'ning grafigi 22-rasmda ko'rsatilgan.



22- rasm

Nuqtaning majburiy tebranma harakatining rezonans holi uchun boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini quyidagicha yozish

mumkin:

$$x = \frac{\dot{x}_0}{k} \sin kt + x_0 \cos kt - \frac{h}{2k} \cdot t \cdot \cos kt$$

(60) tenglamaning umumiy yechimini esa

$$x = a \sin(kt + \alpha) - \frac{h}{2k} \cdot t \cos pt \quad (72)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Rezonans hodisasi ingenerlik ishlarida havfli hisoblanadi, shu sababli qurilmalar yoki mexanizmlar loyihalashtirilayotganda rezonans sodir bo'lishi mumkin bo'lgan hollarni albatta hisobga olish kerak. Lekin radiotexnikada rezonans hodisasi ijobiy ko'rsatkichlarga ega bo'ladi, chunki signallarni qabul qilish rezonans hodisasiga bog'liqdir.

### III.10. Muxitning qarshilik kuchi hisobga olingandagi nuqtaning majburiy tebranma harakati

Aytaylik,  $Ox$  o'q bo'yicha harakatlanuvchi  $M$  nuqtaga qaytaruvchi kuch  $\vec{F}$ , uyg'otuvchi kuch  $\vec{Q}$  va tezlikning birinchi darajasiga proporsional bo'lgan  $\vec{R} = -\mu\dot{x}$  qarshilik kuchi ta'sir etsin.

Koordinatalar boshini prujina deformatsiyalanmagan holatiga mos keluvchi nuqtaning egallagan holatida olib, uning ixtiyoriy paytdagi koordinatasini  $x$  bilan belgilaylik.

U holda nuqtaning harakat differensial tenglamasini quyidagicha yozish mumkin:

$$m\ddot{x} = Q_x + F_x + R_x$$

bunda

$$F_x = -cx; \quad Q_x = H \sin(pt + \delta), \quad R_x = -\mu\dot{x}.$$

Bunday kuchlar ta'siridagi nuqtaning harakat differensial tenglamasini

$$m\ddot{x} = -cx + H \sin(pt + \delta) - \mu\dot{x}$$

ko'rinishda yozish mumkin.  $cx$  va  $\mu\dot{x}$  hadlarni chap tomonga o'tkazib, tenglamaning ikkala tomonini  $m$  ga bo'lsak,

$$\ddot{x} + \frac{\mu}{m} \dot{x} + \frac{c}{m} x = \frac{H}{m} \sin(pt + \delta)$$

va

$$\frac{\mu}{m} = 2n, \quad \frac{c}{m} = k^2, \quad \frac{H}{m} = H_0$$

belgilashlarni kiritsak,

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = H_0 \sin(pt + \delta) \quad (73)$$

differensial tenglama hosil bo'ladi.

(73) tenglama harakat tezligiga proporsional bo'lgan qarshilik kuchi ta'siridagi nuqtaning majburiy tebranma harakat differensial tenglamasini ifodalaydi. Bu tenglama koeffitsientlari o'zgaras bo'lgan ikkinchi tartibli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamadan iborat bo'lib, uning umumiy yechimi (52) bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi  $x_1$  va (73) tenglamaning xususiy yechimi  $x_2$  larning yig'indisiga teng bo'ladi:

$$x = x_1 + x_2 \quad (74)$$

(53) tenglamaning umumiy yechimini  $n$  va  $k$  larning qanday qiymatlarni qabul qilishiga qarab, mos ravishda (53) yoki (54), (58) yoki (59) ko'rinishda olish mumkin.

(73) tenglamaning xususiy yechimini

$$x_2 = A \sin(p + \delta - \varepsilon) \quad (75)$$

ko'rinishida olamiz.

Bundagi  $A$  va  $\varepsilon$  doimiylarni aniqlash uchun  $\dot{x}_2$  va  $\ddot{x}_2$  larni hisoblab,

$$\dot{x}_2 = Ap \cos(pt + \delta - \varepsilon), \quad \ddot{x}_2 = -Ap^2 \sin(pt + \delta - \varepsilon)$$

so'ngra  $x_2$ ,  $\dot{x}_2$  va  $\ddot{x}_2$  larning qiymatini (73) ga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} -Ap^2 \sin(pt + \delta - \varepsilon) + 2nAp \cos(pt + \delta - \varepsilon) + Ak^2 \sin(pt + \delta - \varepsilon) = \\ = H_0 \sin(pt + \delta) \end{aligned} \quad (76)$$

Bu tenglamaning o'ng tomonidagi ifodani quyidagicha yozib:

$$\begin{aligned} H_0 \sin(pt + \delta) = H_0 \sin(pt + \delta - \varepsilon + \varepsilon) = H_0 \sin(pt + \delta - \varepsilon) \cdot \cos \varepsilon + \\ + H_0 \cos(pt + \delta - \varepsilon) \cdot \sin \varepsilon, \end{aligned}$$

olingan natijani (76) ga qo‘yamiz:

$$\begin{aligned} & -A(k^2 - p^2)\sin(pt + \delta - \varepsilon) + 2npA\cos(pt + \delta - \varepsilon) = \\ & = H_0 \cos \varepsilon \cdot \sin(pt + \delta - \varepsilon) + H_0 \sin \varepsilon \cdot \cos(pt + \delta - \varepsilon). \end{aligned}$$

Bu tenglama  $t$  vaqtning har qanday qiymatida o‘rinli bo‘lishi uchun  $\sin(pt + \delta - \varepsilon)$  va  $\cos(pt + \delta - \varepsilon)$  oldidagi mos koeffitsientlar o‘zaro teng bo‘lishi kerak:

$$\left. \begin{aligned} A(k^2 - p^2) &= H_0 \cdot \cos \varepsilon, \\ 2npA &= H_0 \cdot \sin \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

(77) dan  $A$  va  $\varepsilon$  lar aniqlanadigan ushbu munosabatlarni olamiz:

$$A = \frac{H_0}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}}, \quad (78)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2np}{k^2 - p^2}. \quad (79)$$

$\varepsilon$  ni (79)dan aniqlash mumkinligini nazarda tutib, majburiy tebranma harakat amplitudasi  $A$  ning qiymatini (75) ga qo‘ysak,

$$x_2 = \frac{H_0}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}} \cdot \sin(pt + \delta - \varepsilon), \quad (80)$$

tenglikni olamiz.

Shunday qilib,  $k$  va  $n$  lar orasidagi munosabat qanday bo‘lishiga qarab, (73) tenglamaning umumiy yechimini

1)  $n < k$  bo‘lganda ( $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$  belgilash kiritish)

$$x = e^{-nt}(c_1 \cos k_1 t + c_2 \sin k_1 t) + A \sin(pt + \delta - \varepsilon) \quad (81)$$

yoki

$$x = ae^{-nt} \sin(k_1 t + \alpha) + A \sin(pt + \delta - \varepsilon) \quad (82)$$

2)  $n > k$  munosabat o‘rinli bo‘lganda ( $h = \sqrt{n^2 - k^2}$ ).

$$x = e^{-nt}(c_1 e^{ht} + c_2 e^{-ht}) + A \sin(pt + \delta - \varepsilon) \quad (83)$$

yoki

$$x = ae^{-nt} \operatorname{sh}(ht + \alpha) + A \sin(pt + \delta - \varepsilon) \quad (84)$$

3)  $n = k$  holda

$$x = e^{-nt}(c_1 t + c_2) + A \sin(pt + \delta - \varepsilon) \quad (85)$$

ko'rinshda yozish mumkin.

Bu tenglamalarda  $c_1, c_2$  va  $a, \alpha$  lar integrallash doimiylari bo'lib, harakatning boshlang'ich shartlaridan aniqlanadi.

Masalan, (81)dagi  $c_1$  va  $c_2$  larni aniqlash uchun undan vaqt bo'yicha hosila olamiz hamda olingan tenglamaga va (81) ga

$t = 0$  da  $x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0$  boshlang'ich shartlarni qo'yamiz:

$$c_2 = \frac{1}{k_1} [\dot{x}_0 + nx_0 - nA \sin(\delta - \varepsilon) - Ap \cos(\delta - \varepsilon)],$$

$$c_1 = x_0 = A \sin(\delta - \varepsilon).$$

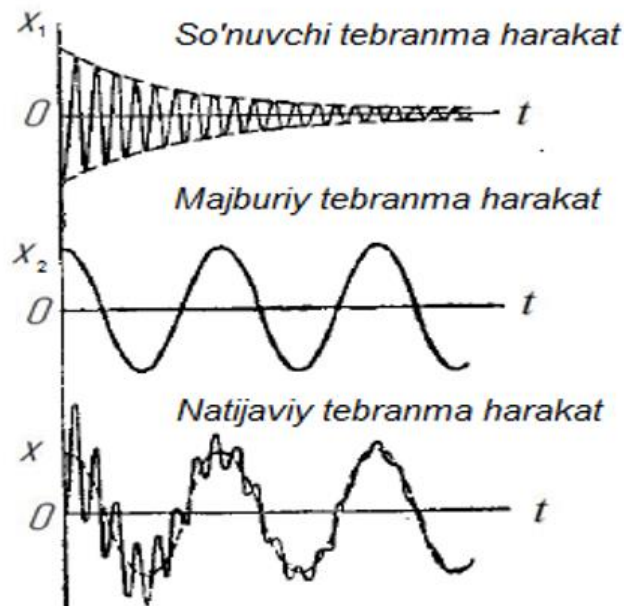
$c_1$  va  $c_2$  ning qiymatlarini (81) ga qo'yib, moddiy nuqtaning  $n < k$  holdagi harakat qonunini olamiz

$$\begin{aligned} x = e^{-nt} & \left[ \frac{\dot{x}_0 + nx_0}{k_1} \cdot \sin k_1 t + x_0 \cos k_1 t \right] - \\ & - e^{-nt} \left\{ \frac{A}{k_1} [n \sin(\delta - \varepsilon) + p \cos(\delta - \varepsilon)] \sin k_1 t + \right. \\ & \left. + A \sin(\delta - \varepsilon) \cdot \cos k_1 t \right\} + A \sin(pt + \delta - \varepsilon) \end{aligned} \quad (86)$$

(3.76) dan ko'ramizki,  $n < k$  bo'lganda moddiy nuqtaning harakatini birinchi qo'shiluvchi bilan ifodalanadigan va boshlang'ich shartlarga bog'liq bo'lgan so'nuvchi tebranma harakat, ikkinchi qo'shiluvchi bilan ifodalanadigan va uyg'otuvchi kuch ta'sirida  $k_1$  chastota bilan sodir bo'ladigani so'nuvchi tebranma harakat hamda uchinchi qo'shiluvchi bilan ifodalanadigan sof majburiy tebranma harakatlardan tashkil topgan deb qarash mumkin (23-rasm).

(83-86) formulalarda qatnashuvchi  $e^{-nt}$  ko'paytuvchi vaqtning o'tishi bilan nolga intiladi, ya'ni bu ko'paytuvchi qatnashgan hadlar so'nuvchi tebranma yoki aperiodik harakatni ifodalaydi. Shu sababli ma'lum vaqt o'tgandan keyin nuqtaning harakati faqat qonun bilan ifodalanadigan majburiy tebranishdan iborat bo'lib qoladi

$$x_2 = \frac{H_0}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}} \cdot \sin(pt + \delta - \varepsilon),$$



23- rasm

hamda majburiy tebranma harakatga qarshilik kuchi ta'sirida so'nmaydi.

Majburiy tebranishdan farqli o'laroq erkin tebranma harakatda juda kichik qarshilik mavjud bo'lganda ham harakat so'nuvchi bo'ladi. Endi muhitning qarshilik kuchi hisobga olingandagi majburiy tebranma harakatning asosiy parametrini aniqlashni ko'rsatamiz.

Qarshilik mavjud bo'lganda majburiy tebranma harakat chastotasi  $p$  va tebranish davri  $\tau = \frac{2\pi}{p}$ , uyg'otuvchi kuchning chastotasiga va davriga teng bo'ladi, ya'ni muhitning qarshiligi majburiy tebranma harakat chastotasi va davriga ta'sir etmaydi.

Qarshilik kuchi mavjud bo'lganda majburiy tebranma harakat fazasi  $(pt + \delta - \alpha)$  uyg'otuvchi kuch fazasi  $(pt + \delta)$  dan faza silgishi deb ataladigan va (79) formula yordamida aniqlanadigan  $\varepsilon$  kattalikda orqada qoladi.

(77)dan ko'ramizki,  $\varepsilon$  kattalik  $0 \leq \varepsilon = \pi$  segmentda o'zgaradi. Shu sababli  $\varepsilon$  ni (81) formula vositasida bir qiymatli aniqlash mumkin:

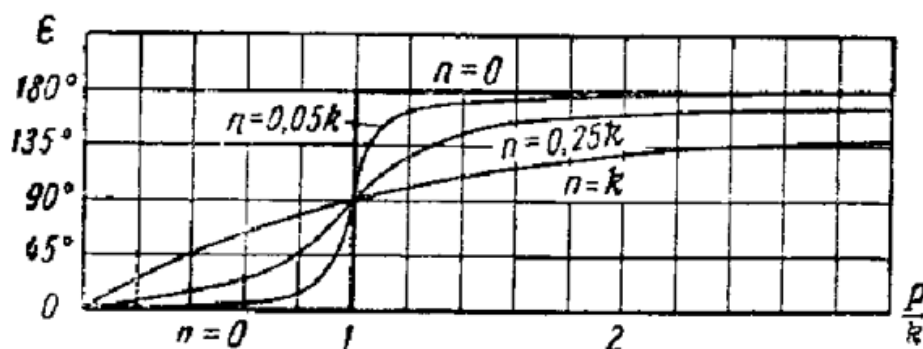
$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2\pi p}{k^2 - p^2}$$



yoki

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2 \frac{\pi}{k} \cdot \frac{p}{k}}{1 - \left(\frac{p}{k}\right)^2}$$

Ushbu formulalardan ko‘rinadiki,  $\varepsilon$  ning qiymati uyg‘otuvchi kuch chastotasi bilan erkin tebranish chastotasining nisbatiga teng bo‘lgan  $\frac{p}{k}$  kattalikka hamda so‘nish koeffitsienti deb ataladigan  $\frac{n}{k}$  ning miqdoriga bog‘liq bo‘ladi. Binobarin,  $\frac{n}{k}$  ga ma‘lum qiymatlarni berib,  $\varepsilon$  bilan  $\frac{p}{k}$  orasidagi munosabatni (24-rasm) rasmdagidek tasvirlash mumkin.



24- rasm

Qarshilik kuchi ta'sir etmagan holda  $n = 0$  va  $\operatorname{tg} \varepsilon = 0$  bo‘ladi. Bu holda kichik chastota ( $p < k$ ) bilan sodir bo‘ladigan majburiy tebranma harakat uchun  $\varepsilon = 0$  bo‘lib, majburiy tebranma harakat fazasi bilan uyg‘otuvchi kuch fazasi ustma-ust tushadi.

$p = k$  bo‘lsa, ya‘ni uyg‘otuvchi kuch chastotasi erkin tebranishlar chastotasi bilan ustma-ust tushsa, so‘nish koeffitsienti  $n$  qanday qiymatni qabul qilishdan qa'tiy nazar,

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2\pi\rho}{k^2 - p^2} = \infty, \text{ ya'ni } \varepsilon = \frac{\pi}{2}$$

bo‘ladi. Binobarin majburiy tebranma harakat fazasi uyg‘otuvchi kuch fazasidan  $\varepsilon$  ga orqada qoladi.

$k$ ,  $p$  va  $n$ larning qiymatlari ma'lum bo‘lsa, 24-rasmda tasvirlangan grafikdan silgish fazasi  $\varepsilon$  ni bevosita aniqlash mumkin.

Yuqorida ko‘rdikki, qarshilik kuchi hisobga olingandagi majburiy tebranma harakatning amplitudasi (78) formula bilan aniqlanadi. Bu formuladan ko‘rinadiki, muhitning katta qarshilik kuchiga, ya’ni  $n$  so‘nish koeffitsientining katta qiymatiga majburiy tebranma harakatni  $A$  amplitudasining kichkina qiymati mos keladi.

III.11. kiritilgan  $\eta$  - dinamik koeffitsientning yordamida majburiy tebranma harakatning amplitudasi  $A$  bilan uyg‘otuvchi kuchning  $p$  chastotasi o‘rtasidagi munabatni aniqlaymiz.

Bu koeffitsient  $Q = H \sin(pt + \delta)$  uyg‘otuvchi kuch ta’sirida sodir bo‘luvchi majburiy tebranma harakat amplitudasining nuqtaning  $H$  o‘zgarmas kuch ta’sirida koordinatalar boshidan  $A_0 = \frac{H_0}{k^2}$  statik og‘ishiga nisbatan bildiradi. (78) formuladagi kasrni surat va maxrajini  $A_0$  ga bo‘lib, dinamik koeffitsient uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$\eta = \frac{A}{A_0} = \frac{\frac{H_0}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}}}{\frac{h}{k^2}},$$

yoki

$$\eta = \frac{H_0}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{p}{k}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{n}{k}\right)^2 \cdot \left(\frac{p}{k}\right)^2}} \quad (87)$$

(87) tenglikdan ko‘rinadiki, dinamik koeffitsient  $\frac{p}{k}$  va  $\frac{n}{k}$  kattaliklarga bog‘liq bo‘ladi. Shu sababli 25-rasmda  $\eta$  dinamik koeffitsientni  $\frac{p}{k}$  kattalikka bog‘liq ravishda  $\frac{n}{k}$  berilgan qiymatlaridagi egri chiziqqa qurilgan.

Qarshilik kuchi ta’sir etmaganda rezonans hodisasi majburiy tebranma harakat amplitudasi cheksizlikka intilganda sodir bo‘ladi.

Yuqorida ko‘rsatilgan 20-rasmda  $n = 0$  uchun  $p = k$ , ya’ni  $\frac{p}{k} = 1$  uzilish nuqtasiga ega bo‘ladi. Qarshilik kuchi qatnashganda esa, majburiy

tebranma harakat amplitudasi (78) formula bo'yicha aniqlanib,  $p = k$  da chekli kattalikka ega bo'ladi.

$$A = \frac{h}{2nk} \quad (88)$$

Ma'lumki, (78) formuladagi  $A$  maksimum qiymatga erishishi uchun uning mahrajidagi ifoda minimumga erishishi kerak.

Shuning uchun (78) formulaning mahrajidan  $p$  bo'yicha hosila olib uni nolga tenglaymiz:

$$\frac{d}{dp} [(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2] = 2(k^2 - p^2) \cdot (-2p) + 4n^2 \cdot 2p$$

Bu tenglamaning ildizlari

$$p_1 = 0 ; p_2 = \sqrt{k^2 - 2n^2} \quad (89)$$

Bu ildizlarga mos keluvchi majburiy tebranma harakat amplitudasi  $A = \frac{H_0}{k^2}$  teng bo'ladi.

$p_2$  ning qiymatini (78) formulaga qo'yib, berilgan qarshilik kuchi ta'siridagi majburiy tebranma harakatning amplitudasini maksimum qiymatini aniqlaymiz:

$$A_{\max} = \frac{H_0}{2n\sqrt{k^2 - n^2}} \quad (90)$$

$n$  ning kichik qiymatlarida  $\sqrt{k^2 - 2n^2}$  ildizning qiymatlari  $k$  ga yaqin bo'ladi.

Haqiqatdan, ham  $n = 0,05k$  da  $\sqrt{k^2 - 2n^2} = 0,9975k$

Bu hol uchun

$$A_{\max} = 10,0125 \frac{H_0}{k^2} = 10,0125 A_0$$

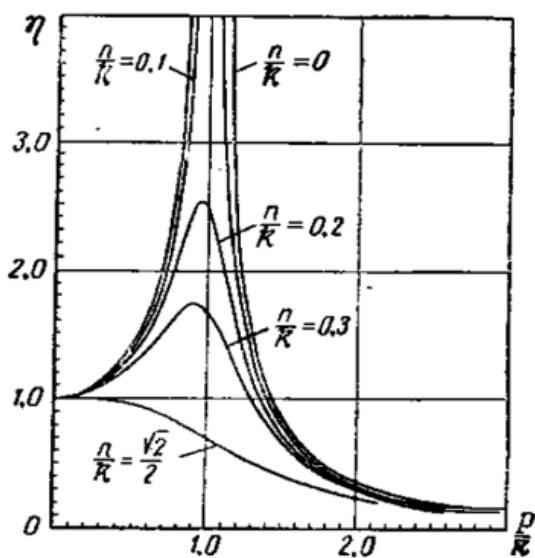
Shunday qilib,  $p_2 = \sqrt{k^2 - 2n^2}$  da  $n$  ning kichik qiymatlari uchun amplitudaning qiymatini birdaniga oshib ketadi.  $n$  ning qiymatlari oshishi bilan  $A$  ning qiymati kamayib boradi.

Qarshilik kuchi hisobga olingandagi majburiy tebranma harakatning amplitudasining eng katta qiymati faqatgina  $k^2 - 2n^2 > 0$ ,

ya'ni  $n < \frac{k\sqrt{2}}{2}$  shart bajarilgandagina mavjud bo'ladi.

$n > \frac{k\sqrt{2}}{2}$  holda esa  $A$  amplitudaning eng katta qiymati mavjud

bo'lmaydi, ya'ni  $\frac{P}{k}$  ning o'sishi bilan egri chiziqning (25-rasm)



25- rasm

ordinatasi kamayib boradi.

$p = \sqrt{k^2 - 2n^2}$  da  $A$  amplituda eng katta qiymatga ega bo'lsa, u holda  $n$  ning o'sishi bilan  $P$  ning qiymati kamaya boradi, ya'ni  $\eta$  dinamik koeffitsientning eng katta qiymati  $\frac{P}{k} = 1$  nuqtadan chap tomonda yotadi.

Shunday qilib, nuqtaning majburiy tebranma harakatiga qarshilik kuchining ta'siri, tebranish fazasining uyg'otuvchi kuch fazasiga nisbatan surilishida va qarshilik kuchining ortishi bilan tebranish amplitudasini kamayishi orqali ifodalanadi.

### III.11. 1-Tajriba

#### Qurilmani tajribaga tayyorlash

Ushbu tajribada ikkita arava va ikkita prujinadan iborat tizimdagi rezonans hodisasini ko'rib chiqamiz.

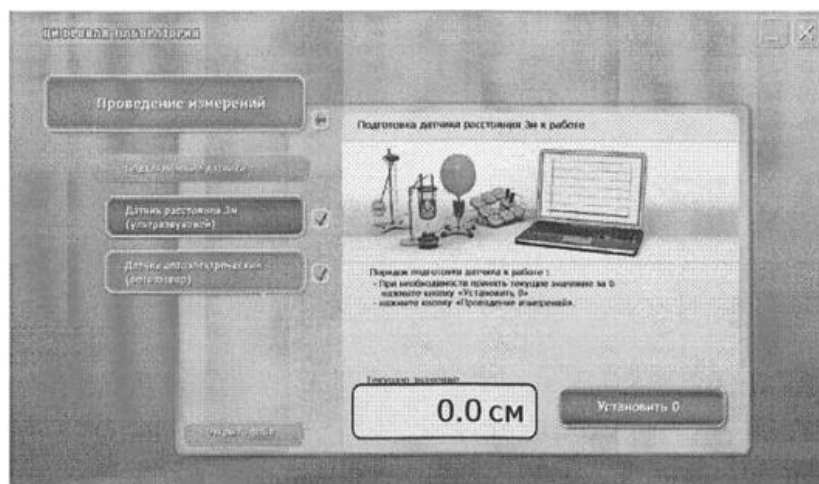
Eksperimental qurilmani yig'ing. Buning uchun stolga stol usti metall stendini o'rnatish kerak. Stend gorizontal holatda, yo'naltiruvchi relsni egmasdan o'rnatilishi kerak. Magnit suspenziyadagi aravalarni stol usti metall stendining yo'naltiruvchi relsiga birin-ketin joylashtiring.

Aravalarni prujinalar yordamida bir-biriga ulang, uni qanot vintlariga mahkamlang. Raqamli ultratovush datchik masofasidan uzoqda joylashgan aravani prujina bilan yo'naltiruvchi relsning uchiga o'rnatilgan vilkaga ulang, uni bir uchini aravaga o'rnatilgan qanotli vintga, ikkinchisini esa oxirgi vilkaga mahkamlangan ilgakka qo'ying. Tebranadigan stulga o'rnatilgan halqa bilan ipni oling va uni datchikga

yaqin bo'lgan aravaning vint qanotiga qo'ying. Buning uchun prujinalar bilan bog'langan aravalarni datchikga yaqinroq masofada harakatlantiring. Aravalarni qo'yib yuboring va tizim muvozanatga kelguncha kuting. Tebranishlar to'xtaganda, aravalarni bog'laydigan prujinalarning biroz cho'zilganligini ko'rishingiz mumkin. So'ngra, qulaylik uchun, tebranadigan stuldan ip ulangan aravani - birinchi arava va unga prujina bog'langan aravani - ikkinchi arava deb ataymiz.

Kompyuterni yoqing va "Радуга" DigLab raqamli laboratoriya dasturiga chaqiring .

Raqamli masofa datchigi va raqamli optoelektrik datchigini kompyuterning USB kirishiga ulang. Ulangan datchiklarni avtomatik ravishda aniqlagandan so'ng, datchik nomi bilan tugmani belgilab, ularga kiring. Shunda, datchik ishlashga tayyor. Raqamli ultratovush masofa sensori ko'rsatkichlarini nolga tenglashtiring. Buning uchun ushbu datchikni tanlaganingizda va faollashtirilganingizda, ekranning pastki qismidagi "Set 0" tugmasini bosing (26-rasmga qarang).



26- rasm

Ultratovush masofa datchiki uzoqdagi (ikkinchi) aravaning harakatlarini yozib olishiga ishonch hosil qiling. Buning uchun ushbu aravani biroz harakatlantiring va ekranning pastki qismidagi datchik oynasidagi ko'rsatkichlar o'zgarganligini tekshiring. Agar kerak bo'lsa, datchikning balandligini sozlang.

### **Tajriba o'tkazish**

1."Raduga raqamli laboratoriya" dasturining "Foydalanuvchilar uchun qo'llanma"sini ko'rib chiqing.

2. Ish stolidagi "DigiLab" yorlig'idan foydalanib, "Raduga raqamli laboratoriya" dasturiga kiring.

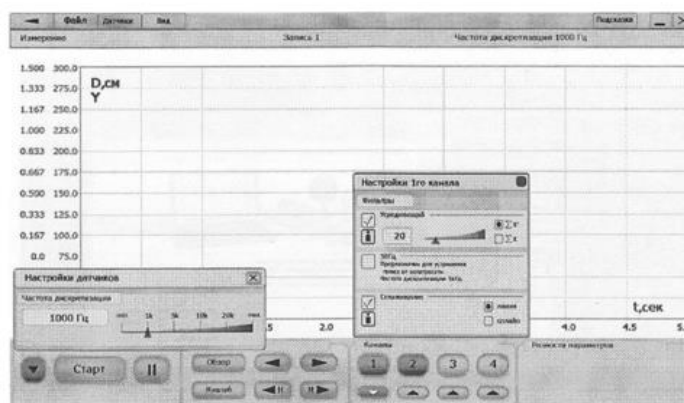
3. Keyingi ta'rifdagi "tugmachani bosing" tushunchasi quyidagi amallarni anglatadi: ko'rsatilgan tugma bilan "sichqoncha" manipulyatorining markerini tekislang va "sichqoncha" ning chap tugmasini bosing.

4. Agar biron bir dastur buyrug'ini ishlatish qiyin bo'lsa, "Yordam" tugmasini bosing.

5. O'lchovlar sahifasiga o'ting.

6. Birinchi kanal «▲»tugmasini bosing. "Усреднение (O'rtacha)" va "Сглаживание(Текizlash)" katakchalarini belgilang.

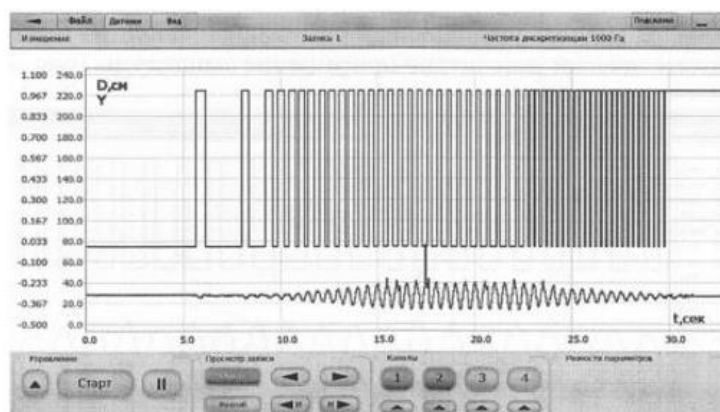
7. "Управление(Вoshqarish)" panelidagi «▲»tugmani bosing. Ochiladigan Menyuda namuna tezligi indikatorini ko'rsatkichini 1 kHz holatiga o'tkazing (27-rasm).



27- rasm

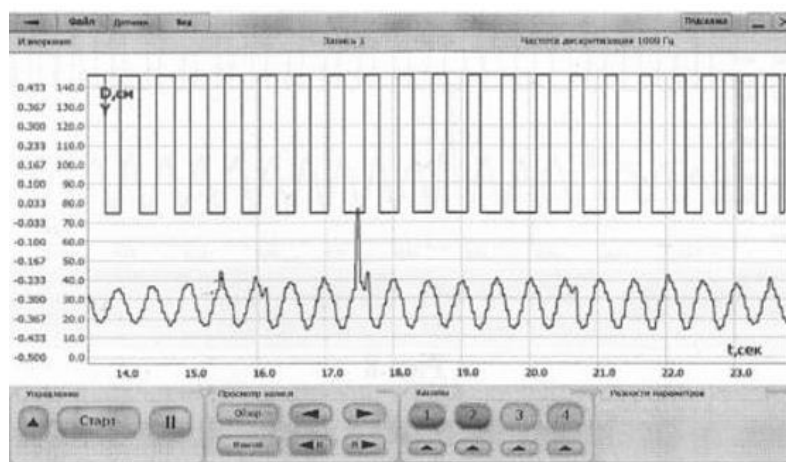
## Tajriba natijalarini qayta ishlash

1."Обзор (Browse)" ekran tugmasini bosing. Tajriba jarayonida olingan grafiklar kompyuter ekranida aks ettiriladi (28-rasm).



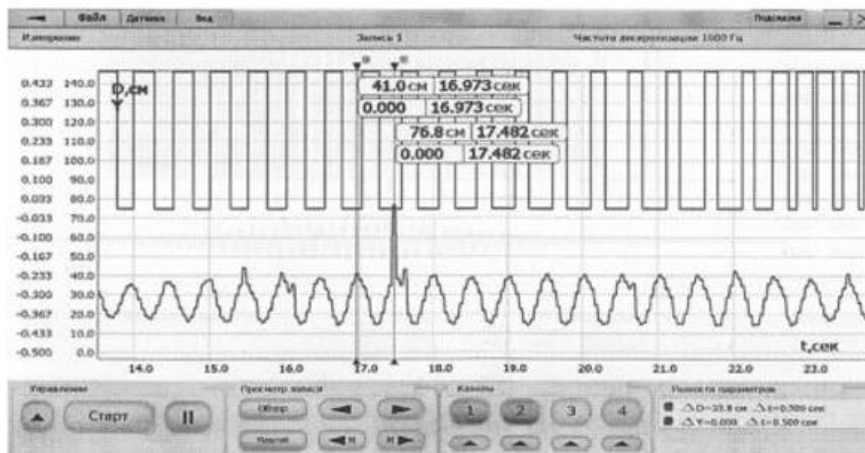
28- rasm

2. Rezonans paydo boʻladigan grafikning sizni qiziqtirgan qismini tanlang. Buni amalga oshirish uchun “sichqonchani” sizni qiziqtirgan qismining chap tomoniga va ustiga qoʻying, oʻng tugmachani bosib ushlab turing va uni qoʻyib yubormasdan, “sichqonchani” torting, diagrammaning sizni qiziqtirgan qismini ajratib oling. U holda, ekranda ingichka koʻk chiziqlar bilan chegaralangan toʻrtburchaklar paydo boʻladi, bu tanlangan qismning hajmini koʻrsatadi. Qismni tanlaganingizdan soʻng, “sichqoncha”ning oʻng tugmachasini qoʻyib yuboring va qism ekranga sigʻadigan darajada koʻpayadi (29-rasm).



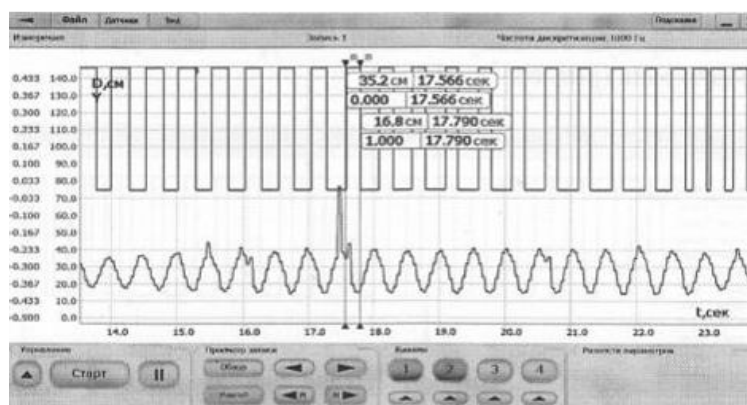
29- rasm

3. “Sichqoncha”ning oʻng tugmasi yordamida diagrammada rezonansning boshlanishiga mos keladigan tebranishlarning maksimal amplitudasini belgilang. Amplituda oʻsishini aniqlash uchun diagrammada qoʻshni choʻqqining maksimal miqdorini xuddi shu tarzda belgilang. Pastki oʻng burchakda siz amplituda oʻsishi avtomatik ravishda hisoblab chiqiladigan jadvalni koʻrasiz (30-rasm).



30- rasm

4. Tizimning rezonansi paydo bo‘ladigan chastotasni aniqlash uchun rezonans cho‘qqisiga eng yaqin impulsni o‘lchash va mos yozuvlar nuqtalarini belgilash orqali uning davomiyligini aniqlash kerak (31-rasm).



31- rasm

Pulsning davomiyligi  $T$  tebranadigan stulning tebranish davriga to‘g‘ri keladi, shuning uchun ushbu

$$\nu = \frac{1}{T}$$

formuladan foydalanib, tizimning rezonans chastotasini hisoblay olamiz.

5. Rezonansning boshlanishida tajribada o‘lchangan tebranishlar amplitudasini va rezonans chastotasining hisoblangan qiymatini daftarga yozing.

### III.12. 2 - Tajriba

#### Tajriba o‘tkazishga tayyorgarlik

Tajriba uchun jihozni 1- tajribadagi kabi yig‘ing. Ikkinchi aravaga 100 g og‘irlikdagi yukni o‘rnatish. Yukni o‘rnatishda yuk ustiga o‘rnatilgan ilgak aravaning ustki yuzasidagi teshikka kirganligiga ishonch hosil qiling. Bu tebranishlar amplitudasi oshganida uning tushishiga yo‘l qo‘ymaydi.

Yukni o‘rnatish aravaning harakatiga qarshiligini o‘rtacha 9 marta oshiradi.

#### Tajriba o‘tkazish

1. O‘lchovlar sahifasiga o‘ting.
2. Eksperimentni bajaring, bosqichlarni to‘liq takrorlang va 1- tajriba uchun ko‘rsatmalarga rioya qiling.



## **Tajriba natijalarini qayta ishlash**

1. Ekrandagi “Обзор(Browse)” tugmasini bosing. Tajriba natijasida olingan grafiklarni 1- tajriba bo‘yicha tavsiyalarda ko‘rsatilgan usul bo‘yicha qayta ishlang.

2. Daftarga eksperimentda rezonansning boshlanishida o‘lchangan tebranishlar amplitudasini va rezonans chastotasining hisoblangan qiymatini yozing;

3. 2- tajribada olingan ma‘lumotlarni 1-tajribada olingan qiymatlar bilan solishtiring. Harakatga qarshilik kuchayishi kuchni tebranishlar amplitudasi va tizimning rezonans chastotasiga qanday ta‘sir qilganligini tahlil qiling. Xulosa qiling va ularni daftaringizga yozing.

### **III.13. 3-Tajriba**

Ushbu tajribada 2- tajriba shartlarini yagona farq bilan takrorlash kerak, ya‘ni yukni birinchi aravaga qo‘yish kerak, unga tebranadigan moslamadan (kachalkadan) ip ulanadi.

Tajribani bajaring va ushbu tizim konfiguratsiyasi uchun tebranish amplitudasi va rezonans chastotasini aniqlang. Qabul qilingan ma‘lumotlarni yozing va ularni tahlil qiling. Tajriba davomida olingan ma‘lumotlarni birinchi va ikkinchi tajriba ma‘lumotlari bilan solishtiring. O‘zingiz xulosa chiqaring. B u holda aravaning rezonans chastotasi 1- tajribada olingan qiymatlarga to‘g‘ri kelishini ko‘rishingiz mumkin.

### **III.14. 4 - Tajriba**

Ushbu tajribada yuklarni ikkala aravaga ham qo‘yish kerak. Ularga yuklarni qo‘ying, tajriba o‘tkazing va tizimning bunday konfiguratsiyasi uchun tebranishlar amplitudasini va rezonans chastotasini aniqlang. Qabul qilingan ma‘lumotlarni yozing va ularni tahlil qiling. Tajriba davomida olingan ma‘lumotlarni oldingi 3ta tajriba ma‘lumotlari bilan solishtiring va xulosa chiqaring. U holda aravaning rezonans chastotasi 2- tajribada olingan qiymatlarga to‘g‘ri kelishini ko‘rishingiz mumkin.

O‘tkazilgan tajribalarga asoslanib, tebranish sistemasida rezonansning paydo bo‘lishiga qanday omillar va qanday ta‘sir qilishlari haqida hulosaga chiqaring. U qanday sharoitlarda sodir bo‘ladi va u sodir bo‘lganda tebranishlar amplitudasi qanchalik ko‘payadi.

## IV. "GIROSKOPIK EFFEKT " O'QUV VA LABORATORIYA USKUNALARI TO'PLAMI

### Laboratoriya ishlarini bajarish bo'yicha ko'rsatmalar

#### IV.1. USKUNANING MAQSADI

"Girooskop" o'quv va laboratoriya uskunalari to'plami (keyingi o'rinlarda stand deb yuritiladi) girooskopik effektini o'rganish uchun mo'ljallangan.

Laboratoriya tajribalari og'irlik kuchi ta'sirida og'ir girooskopning aylanish o'qining majburiy presessiya harakatini o'rganishga qaratilgan.

Uskunalar "Nazariy mexanika" fanining "Dinamika" bo'limidan asosiy ko'nikmalarni olish uchun oliy ta'lim muassasalarida o'qitish uchun ishlatilishi mumkin. Uskunalar, shuningdek, korxonalar va tashkilotlarning elektrotexnika xodimlarining malakasini oshirish ustaxonalari va kurslarida ham qo'llanilishi mumkin.

#### IV.2. ASOSIY TEXNIK XUSUSIYATLAR

Asosiy kattaliklar	Qiymati
Ijro	ish stoli
Og'irligi, <b>kg</b> dan oshmasligi kerak	12
Ishga tushirish moslamasining quvvat manbai: - nol va himoya o'tkazgichlari bo'lgan bir fazali AC tarmog'idan, <b>V</b>	220
- ta'minot kuchlanishining chastotasi, <b>Hz</b>	50
Ishga tushirish moslamasining quvvat sarfi, <b>Vt</b> dan oshmaydi	30
Ishga tushirish moslamasining aylanish tezligi, <b>rpm</b> dan oshmaydi	11000
Stand bilan bir vaqtning o'zida ishlaydigan odamlarning tavsiya etilgan soni	1

#### IV.3. XAVFSIZLIK CHORALARI

Qurilmani ishlatishda quyidagi xavfsizlik qoidalariga rioya qilish kerak:

Ushbu pasportni o'rgangan shuningdek, xavfsizlik choralari bo'yicha ko'rsatmalarga ega bo'lgan shaxslarga qurilmalarga texnik

xizmat ko'rsatishga ruxsat beriladi.

- Qurilmani ishlatishdan oldin o'chirilganligiga ishonch hosil qiling.

- Qurilmaning shikastlanishi yoki noto'g'ri ishlashini sezsangiz yoki tutun, uchqunlar yoki haddan tashqari qizib ketgan izolyatsiyaning o'ziga xos hidini sezsangiz, darhol qurilmadan uskunani ajratib oling.

- Nosoz qurilmani ishlatmang.

- Qurilmani va uning alohida tarkibiy qismlarini mo'ljallanganidan boshqa maqsadlarda foydalanmang.

- Qurilmani ochmang.

- Qurilmani sxemasi va umumiy funktsiyalarini o'zgartirmang.

- Qurilmani sovuq xonada saqlanganidan keyin yoki qish sharoitida tashishdan so'ng, uni xona haroratida 6 soatdan oldin tarmoqqa ulash mumkin emas.

- Qurilmani foydalanganda "Iste'molchi elektr qurilmalarini texnik ekspluatatsiya qilish qoidalari" va "Iste'molchi elektr qurilmalarini ishlatishda xavfsizlik qoidalari"ga rioya qilish kerak.

- Elektr toki urishi darajasi havfli bo'lgan binoda ishlatmaslik va qurilmani faqat havfsiz bino ichida ishlatish kerak.

- Elektr toki urishi va qurilma elementlarining ishdan chiqishini oldini olish uchun ish paytida tashqi quvvat manbalaridan foydalanish taqiqlanadi.

- Qurilmani yonuvchan yoki yong'inga olib keladigan narsalarga yaqin joyda o'rnatmang.

- Yoqilgan qurilmani qarovsiz qoldirmang.

- Qurilmaga suyuqlik kirishiga yo'l qo'ymang.

- Qurilmani kutish rejimida uzoq vaqt (12 soatdan ortiq) qoldirmang.

- Qurilmaga zarar yetkazmaslik uchun boshqaruv elementlarini boshqarishda ortiqcha kuch ishlatmang.

Qurilmani yuqori harorat va tajovuzkor muhitga, shuningdek, haddan tashqari mexanik ta'sirga (zarba, egilish va boshqalar) ishlatish taqiqlanadi.

Qurilmani yonuvchan yoki yong‘inga olib keladigan narsalarga yaqin joyda o‘rnatmang.

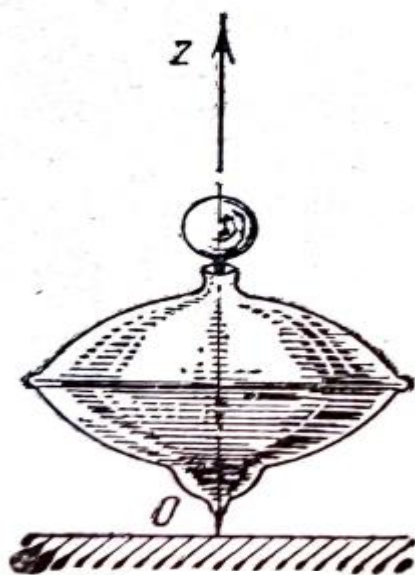
Giroskopni ishga tushirish moslamasi bilan ishlashda ehtiyot bo‘ling - diskning aylanish tezligi 3000 ob/min. bilan aylanayotganda diskni qo‘llaringiz bilan to‘xtatishga urinmang !

Giroskopning rotorini sinib ketmaslik uchun uni majburan to‘xtatish taqiqlanadi.

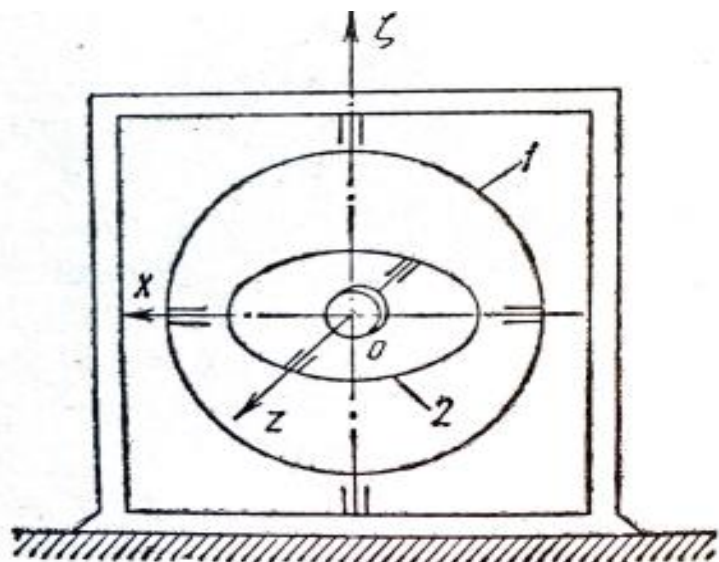
#### IV.4. NAZARIY MA'LUMOTLAR

**1. Erkin giroskopning harakati.** O‘zining simmetriya o‘qi atrofida tez aylanadigan va simmetriya o‘qidagi qo‘zg‘almas nuqta atrofida harakatlana oladigan jism *giroskop* deyiladi.

Giroskopga oddiy misol tariqasida bir uchi gorizontal tekislikka tayangan va simmetriya o‘qi atrofida tez aylanuvchi *pildiroqni* olish mumkin (32-rasm). Texnikada turli giroskopik asboblarda giroskop rotorini 33-rasmda sxematik tasvirlangan kardan osmasiga o‘rnatiladi. Kardan osmasi odatda qo‘zg‘almas  $O\xi$  o‘q atrofida aylana oladigan tashqi 1-dumaloq halqadan va unga podshipniklar vositasida biriktirilgan va



32- rasm



33-rasm

gorizontal  $Ox$  o‘qi atrofida aylana oladigan ichki 2- dumaloq halqadan iborat bo‘ladi.  $Ox$  o‘qi tashqi halqaga,  $Oz$  esa ichki halqagi podshipniklar vositasida o‘rnatiladi. Giroskop  $Oz$  o‘qining bu tarzda o‘rnatilishi uning bitta  $O$  nuqtasi qo‘zg‘almas bo‘lishini ta‘minlashi bilan

birga mazkur o‘qning fazoda ixtiyoriy yo‘nalishni egallashiga ham imkon beradi.

Kardan osmasiga o‘rnatilgan giroskopning holati  $Oz$ ,  $O\xi$  va  $Ox$  o‘qlari atrofidagi uchta aylanish burchaklari  $\varphi, \psi, \theta$  bilan aniqlanadi. Shu sababli bunday giroskopning erkinlik darajasi 3 ga teng bo‘ladi.

Agar giroskopga ta’sir etuvchi tashqi kuchlarning qo‘zg‘almas  $O$  nuqtaga nisbatan bosh momenti nolga teng bo‘lsa, bunday giroskop *erkin giroskop* deyiladi. Erkin giroskopni ba’zida *muvozanatlashgan* yoki *astatik giroskop* deb ataladi

Kardan osmasiga o‘rnatilgan va og‘irlik markazi qo‘zg‘almas  $O$  nuqta bilan ustma-ust tushuvchi giroskop erkin giroskopga misol bo‘la oladi.

Erkin giroskopni Eyler - Puanso va Langranj - Puasson hollarining majmuidan iborat deb qarash mumkin.

Erkin giroskopga ta’sir etuvchi tashqi kuchlarning bosh momenti  $\vec{M}_0^e = 0$  bo‘lgani uchun giroskopning absolyut harakat kinetik momentining o‘zgarishi haqidagi teorema ko‘ra

$$\frac{d\vec{K}_0}{dt} = \vec{M}_0^e = 0 \quad (91)$$

bo‘ladi. Binobarin, qo‘zg‘almas  $O$  nuqtaga nisbatan giroskopning kinetik momenti  $\vec{K}_0$  miqdor va yo‘nalish jihatdan o‘zgarmas bo‘ladi:

$$\vec{K}_0 = \overrightarrow{const} \quad (92)$$

Giroskopning elementar nazariyasida  $\vec{K}_0$  vektorini giroskopning  $Oz$  o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan deb qaraladi. *Binobarin, erkin giroskopning o‘qi inersial hisoblash sistemasiga nisbatan o‘zgarmas yo‘nalishini saqlaydi.* Erkin giroskopning bu asosiy xususiyatidan turli navigatsiya asboblari yordamida fazoda o‘zgarmas yo‘nalishni ta’minlashda keng foydalaniladi.

**2. Rezal teoremasi.** Qo‘zg‘almas  $O$  nuqtaga ega bo‘lgan jism uchun kinetik momentning o‘zgarishi haqidagi teoremani

$$\frac{d\vec{K}_0}{dt} = \vec{M}_0^e \quad (93)$$

ko‘rinishda yozish mumkin. Bunda  $\vec{K}_0$  - jismning qo‘zg‘almas  $O$  nuqtaga nisbatan kinetik momenti;  $\vec{M}_0^e$  - jismga ta’sir etuvchi tashqi kuchlarning qo‘zg‘almas  $O$  nuqtaga nisbatan bosh momenti.

$\vec{K}_0$  vektordan vaqt bo‘yicha olingan hosila bu vektor uchining tezligi  $\vec{u}$  ni ifodalaydi, ya’ni

$$\frac{d\vec{K}_0}{dt} = \vec{u}$$

Bunda  $\vec{u}$  vektori  $\vec{K}_0$  vektori godografiga o‘tkazilgan urinma bo‘yicha yo‘naladi. Shunday qilib, (3) ni quyidagicha yoza olamiz:

$$\vec{u} = \vec{M}_0^e \quad (94)$$

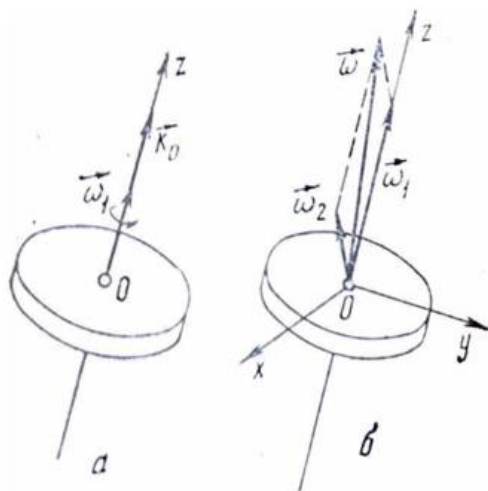
Bu formula *Rezal’ teoremasini* ifodalaydi: *jismning qo‘zg‘almas  $O$  nuqtaga nisbatan kinetik momenti vektori uchining tezligi barcha tashqi kuchlarning shu nuqtaga nisbatan bosh momentiga teng.*

Rezal’ teoremasi jism kinetik momenti o‘zgarishi haqidagi teoremaning kinematik interretatsiyasini ifodalaydi.

**3. Giroskopning elementar nazariyasi.** Texnikada qo‘llaniladigan giroskop rotorining o‘z o‘qi atrofida aylanish burchak tezligi 20 000 - 60 000 ayl/min.ga to‘g‘ri keladi. Giroskoplar kema, samolyot, raketa va kosmik kemalarni boshqarishda keng qo‘llaniladi.

Giroskopning harakatini o‘rganishda ko‘pincha uning rotori harakatini aniqlash alohida ahamiyatga ega.

Agar giroskop rotori faqat o‘zining  $Oz$  simmetriya o‘qi, atrofida  $\vec{\omega}_1$



34rasm

burchak tezlik bilan aylansa, uning  $\vec{K}_0$  kinetik momenti  $Oz$  o‘q bo‘ylab  $\vec{\omega}_1$  bilan bir xil yo‘naladi (34- rasm, a) hamda (91) ga ko‘ra

$$K_z = I_z \omega_1$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.  $z$  o‘qni  $\vec{\omega}_1$  bilan bir xil yo‘nalishda olsak,  $K_0 = K_z$  bo‘lib,

$$\vec{K}_0 = I_z \vec{\omega}_1$$

Aytaylik, giroskop rotori o‘z o‘qi  $Oz$  atrofida  $\vec{\omega}_1$  burchak tezlik bilan aylansin;  $Oz$  o‘q esa,  $O$  nuqta atrofida  $\vec{\omega}_2$  burchak tezlik bilan aylansin. U holda qattiq jismning aylanma harakatlarini qo‘shish haqidagi teorema asosan giroskop rotorining absolyut burchak tezligi  $\vec{\omega}_1$  va  $\vec{\omega}_2$  burchak tezliklarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘ladi (34- rasm, *b*).  $Oxyz$  koordinatalar sistemasining  $z$  o‘qini giroskop rotori o‘qi bo‘ylab yo‘naltirsak, bu koordinatalar sistemasining o‘qlari  $O$  nuqta uchun yasalgan inersiya ellipsoidining bosh o‘qlaridan iborat bo‘ladi, binobarin, inersiya bosh o‘qlari uchun

$$K_x = I_x \omega_x, K_y = I_y \omega_y, K_z = I_z \omega_z$$

formulalarga asosan kinetik momentning  $x, y, z$  o‘qlardagi proeksiyalari uchun

$$K_x = I_x \omega_{2x}, K_y = I_y \omega_{2y}, K_z = I_z (\omega_1 + \omega_2) \quad (95)$$

munosabatlarni olamiz. Bunda giroskol  $z$  o‘qqa nisbatan simmetrik bo‘lgani uchun  $I_x = I_y$ .

Zamonaviy giroskoplarda  $\omega_1 = 6000 \text{ rad/s}$  yoki  $n = 60000 \text{ ayl/min}$ . gacha bo‘lgan qiymatga erishadi;  $\omega_2$  esa odatda  $0,01 \text{ rad/s}$  dan oshmaydi. Birinchi yaqinlashishda  $\vec{\omega}_2$  ni e‘tiborga olmasak, (95) ni

$$K_x = 0, K_y = 0, K_z = I_z \omega_1$$

ko‘rinishda yozish mumkin. Natijada kinetik moment  $\vec{K}_0$  ni  $Oz$  o‘q bo‘ylab yo‘nalgan deb qarash mumkin va avvalgidek

$$\vec{K}_0 = I_z \vec{\omega}_1 \quad (96)$$

formula o‘rinli bo‘ladi.

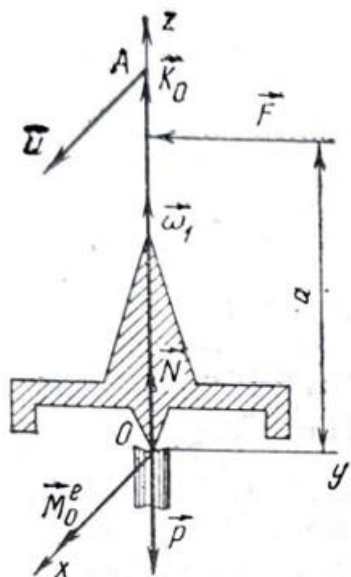
Shunday qilib, elementar nazariyada giroskopning kinetik momenti uning simmetriya o‘qi  $Oz$  bo‘ylab yo‘nalgan va moduli esa giroskopning simmetriya o‘qi  $Oz$  ga nisbatan uning inersiya momenti bilan mazkur o‘q atrofidagi aylanish burchak tezligi ko‘paytmasiga teng deb qaraladi. Bunday giroskopning ayrim xususiyatlarini ko‘rib chiqamiz.

**1. Kuchning giroskop o‘qiga ta’siri.** Shu paytgacha giroskopning qo‘zg‘almas nuqtaga nisbatan harakatini tashqi kuchlarning momenti

nolga teng bo‘lgan holda tekshirdik. Endi giroskopga ta’sir etuvchi tashqi kuchlarning momenti noldan farqli bo‘lgan holni ko‘ramiz.

Aytaylik, og‘irlik markazi  $O$  nuqtada bo‘lgan giroskop rotori o‘qiga unga perpendikulyar ravishda yo‘nalgan  $\vec{F}$  kuch ta’sir etsin (35- rasm).

Agar giroskop rotori o‘z o‘qi atrofida aylanmasa, u  $\vec{F}$  kuch ta’sirida



35-rasm

$O$  nuqta atrofida mazkur kuch yo‘nalishida ko‘chadi. Agar giroskop rotori o‘z o‘qi atrofida juda katta burchak tezlik bilan aylansa, u holda  $\vec{F}$  kuch ta’sirida giroskop butunlay boshqacha harakatda bo‘ladi.

Haqiqatdan ham Rezal’ teoremasiga asosan  $\vec{K}_0$  vektori uchining tezligi

$$\vec{u} = \vec{M}_0^e \quad (97)$$

yoki uning miqdori

$$u = M_0^e = F \cdot a \quad (98)$$

formuladan aniqlanadi.

Shunday qilib,  $\vec{\omega}_1$  burchak tezlik bilan aylanuvchi giroskop o‘qi  $\vec{F}$  kuch ta’siridan shu kuch yo‘nalishida emas, balki uning moment- vektori  $\vec{M}_0^e$  yo‘nalishida, ya’ni kuchning yo‘nalishiga perpendikulyar tekislikda ko‘chadi. (98) formuladan ko‘ramizki,  $\vec{F}$  kuchning ta’siri to‘xtagan zahoti  $\vec{u} = 0$  bo‘ladi. Demak, rotori tez aylanayotgan giroskop o‘qi inertsiya xususiyatga ega bo‘lmaydi.

Agar giroskop o‘qiga oniy kuch ta’sir etsa (ya’ni zarba berilsa), u holda kinetik moment vektori uchidagi  $A$  nuqta juda kichik  $\vec{\tau}$  vektori vaqt ichida  $\vec{u} \cdot \vec{\tau}$  ga teng ko‘chish oladi hamda giroskop o‘qi deyarli boshlang‘ich holatini saqlaydi. Bu natija giroskopning asosiy xossalardan biri bo‘lib, *giroskop o‘qining ustuvorlik xususiyatini* ifodalaydi.

Aytaylik, oniy  $\vec{F}$  kuch giroskop o‘qiga juda kichik vakt  $t = \tau$  davomida ta’sir etsin, u holda giroskop o‘qidagi  $A$  nuqta  $Ox$  o‘qi yo‘nalishida  $u\tau = Fa\tau$  masofaga ko‘chadi. Bunda giroskop o‘qi



$$\alpha = \frac{u_\tau}{K_0} = \frac{Fa\tau}{I\omega_1} \quad (99)$$

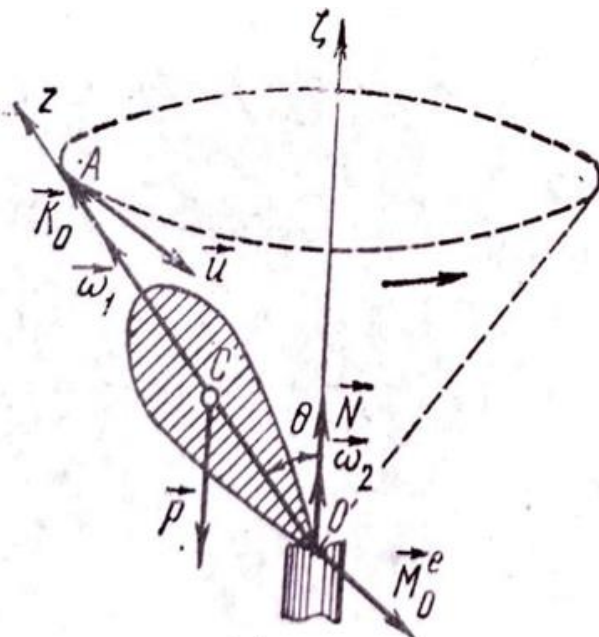
burchakka og'adi.

(99) formuladan ko'ramizki, burchak tezlik orta borgan sari  $\alpha$  burchak kamaya boradi. Masalan, og'irligi  $P = 50 N$ , inersiya radiusi  $\rho_u = 0,1 m$  bo'lgan giroskop rotori  $n = 60000$  ayl/min. burchak tezlik bilan aylansin. Agar giroskop o'qiga perpendikulyar yo'nalgan va  $O$  nuqtadan  $a = 0,2 m$  masofaga qo'yilgan  $F = 100 N$  kuch  $\tau = 0,1 s$  davomida ta'sir etsa, shu vaqt ichida giroskop o'qi  $\vec{F}$  kuchiga perpendikulyar yo'nalishda

$$\alpha = \frac{Fa\tau}{\frac{P}{g} \rho_u^2 \cdot \frac{2\pi n}{60}} = \frac{100 \cdot 0,2 \cdot 0,1}{\frac{50}{9,8} \cdot 0,01 \cdot \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 60000}{60}} = 0,0063 \text{ rad} = 0,36^\circ$$

burchakka og'adi, ya'ni giroskop o'qi deyarli ko'chishga ulgurmaydi.

**2. Giroskop o'qining pretsessiyasi.** Pildiroq harakatlenganda, pretsessiya qanday sodir bo'lishini ko'rib chiqamiz. Yuqorida chiqarilgan formulalarni o'tkir uchi silliq yarim sferik sirtga tayangan va simmetriya o'qi atrosida o'zgarmas  $\vec{\omega}_1$  burchak tezlik bilan aylanuvchi pildiroq uchun qo'llaymiz (36- rasm). Giroskopning elementar nazariyasiga ko'ra, pildiroqning  $O$  nuqtaga nisbatan kinetik momenti miqdor jihatdan



36-rasm

$K_0 = I_z \omega_1$  ga teng bo'lib, Pildiroqning simmetriya o'qi  $Oz$  bo'ylab yo'naladi, bunda  $I_z$  - pildiroqning  $Oz$  o'qqa nisbatan inersiya momenti. Normal reaksiya kuchi  $\vec{N}$  ning  $O$  nuqtaga nisbatan momenti nolga teng bo'lgani uchun tashqi kuchlarning  $O$  nuqtaga nisbatan momenti  $\vec{M}_0^e$  og'irlik kuchi  $\vec{P}$  ning shu nuqtaga nisbatan momentigagina teng bo'ladi.

Qo'zg'almas  $O$  nuqtadan pildiroqning og'irlik markazi  $C$  nuqttagacha bo'lgan masofani  $OC = a$  va simmetriya o'qi  $Oz$  bilan vertikal  $O\xi$  o'q orasidagi burchakni  $\theta$  bilan belgilasak,

$$M_0^e = Pa \sin \theta \quad (100)$$

bo'ladi hamda  $\vec{M}_0^e$  vektori simmetriya o'qi yotgan vertikal tekislikka perpendikulyar yo'naladi.

(100) ni ettiborga olsak, Rezal' teoremasiga ko'ra quyidagi tenglikni yoza olamiz:

$$u = Pa \sin \theta \quad (101)$$

Bunda  $\vec{u}$  vektori  $Oz$  o'qi yotgan vertikal tekislikka perpendikulyar bo'lib,  $\vec{M}_0^e$  bilan bir xil yo'nalishga ega bo'ladi.

$A$  nuqta pildiroqning simmetriya o'qida yotgani tufayli, bu o'qning harakati  $A$  nuqtaning harakati bilan aniqlanadi. Binobarin pildiroqning simmetriya o'qi og'irlik kuchi  $\vec{P}$  yotgan vertikal tekislikka perpendikulyar ravishda harakatlanadi. Bunda  $\theta$  burchak o'zgarmay, mazkur o'q doiraviy konus sirti bo'ylab, 36- rasmda tasvirlangan strelka yo'nalishida aylanadi. Pildiroq o'qining bunday harakati *pretsessiya* deyiladi.

$Oz$  simmetriya o'qi vertikal  $O\xi$  o'q atrofida  $\vec{\omega}_2$  burchak tezlik bilan aylanganda  $\vec{K}_0$  vektori uchidagi  $A$  nuqtaning tezligi

$$\vec{u} = \vec{\omega}_2 \times \vec{K}_0 \quad (102)$$

tenglikdan aniqlanadi. Shuningdek, giroskopning elementar nazariyasida  $\vec{K}_0 = I_z \vec{\omega}_1$  deb olinishini nazarda tutsak,

$$\vec{u} = I_z (\vec{\omega}_2 \times \vec{\omega}_1) \quad (103)$$

uning miqdori esa

$$u = I_z \omega_1 \omega_2 \sin \theta \quad (104)$$

formuladan aniqlanadi. (103) va (104) formulalarni solishtirib,

$$I_z \omega_1 \omega_2 \sin \theta = Pa \sin \theta$$

tenglikni olamiz. Bundan pildiroqning pretsessiya burchak tezligi  $\omega_2$  ni aniqlaymiz:

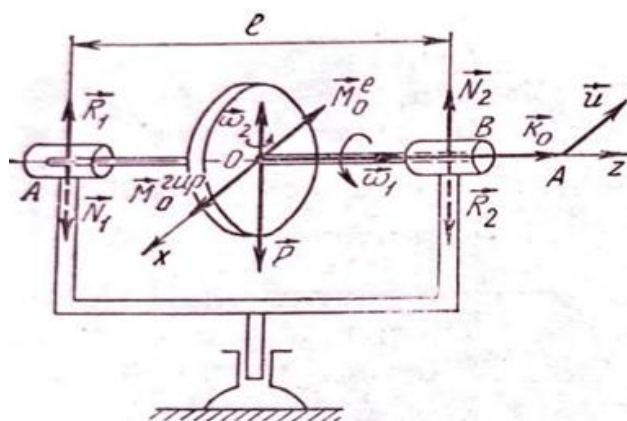
$$\omega_2 = \frac{Pa}{I_z \omega_1}$$

Bu tenglikdan ko‘ramizki,  $\omega_1$  ortgan sari protsessiya burchak tezligi kamaya boradi.

### 3. Giroskopik moment

Giroskop o‘qining harakati ma’lum bo‘lganda bu o‘q tayangan nuqtalarda hosil bo‘ladigan kuchlarni aniqlaymiz.

Aytaylik,  $A$  va  $B$  podshipniklarga o‘rnatilgan giroskop rotori simmetriya o‘qi atrofida  $\vec{\omega}_1$  burchak tezlik bilan aylansin (37- rasm);  $A$  va  $B$  podshipniklar esa vertikal o‘q atrofida o‘zgarimas  $\vec{\omega}_2$  burchak tezlik bilan aylanuvchi ramkaga o‘rnatilgan bo‘lsin.  $\omega_1 \gg \omega_2$  bo‘lgan holda



37-rasm

giroskopning elementar nazariyasini qo‘llash mumkin. Giroskop o‘qi  $\vec{\omega}_2$  burchak tezlik bilan vertikal o‘q atrofida pretsessiya harakatida bo‘lgani uchun  $Oz$  o‘q bo‘ylab yo‘nalgan  $\vec{K}_0 = I_z \vec{\omega}_1$  vektori uchining tezligi  $\vec{u}$  uchun (104 formula o‘rinli bo‘ladi.

Lekin  $\vec{u} = \vec{\omega}_2 \times \vec{K}_0 = I_z (\vec{\omega}_2 \times \vec{\omega}_1)$  bo‘lgani tufayli

$$\vec{M}_0^e = I_z (\vec{\omega}_2 \times \vec{\omega}_1) \quad (105)$$

$\vec{M}_0^e$  moment  $A$  va  $B$  podshipniklarning giroskop o‘qiga bosimi natijasida hosil bo‘ladi va  $\vec{K}_0$  vektori uchining tezligi  $\vec{u}$  bilan bir xil yo‘naladi. Ta’sir aks ta’sirga tengligi haqidagi qonunga ko‘ra o‘z navbatida giroskop o‘qi  $A$  va  $B$  podshipniklarga miqdor jihatdan mazkur reaksiya kuchlariga teng, yo‘nalishi esa ularga qarama-qarshi yo‘nalgan  $(\vec{N}_1, \vec{N}_2)$  juft kuch bilan aks ta’sir ko‘rsatadi. Bu juft kuch *giroskopik juft* deyiladi. Uning momenti esa *giroskopik moment* deyiladi va  $\vec{M}_0^{gir}$  bilan belgilanadi. Giroskopik moment miqdor jihatdan tashqi kuchlarning bosh

momentiga teng va yo‘nalishi unga qarama-qarshi bo‘lgani uchun

$$\vec{M}_0^{gir} = -\vec{M}_0^e$$

yoki (105) ni e‘tiborga olsak,

$$\vec{M}_0^{gir} = -I_z(\vec{\omega}_2 \times \vec{\omega}_1) = I_z(\vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}_2) \quad (106)$$

Bundan giroskopik momentning modulini aniqlaymiz:

$$M_0^{gir} = I_z \omega_1 \omega_2 \sin \theta$$

Ko‘rilayotgan holda  $\theta = 90^\circ$  bo‘lgani uchun

$$M_0^{gir} = I_z \omega_1 \cdot \omega_2 \quad (107)$$

(105) tenglik Jukovskiy qoidasini ifodalaydi: *agar giroskop o‘qi majburiy pretsessiya harakatida ishtirok etsa, u holda giroskop o‘qi o‘rnatilgan podshipniklarga momenti giroskopik moment  $\vec{M}_0^{gir}$  ga teng juft kuch ta’sir etadi va bu juft kuch  $\vec{\omega}_1$  vektori  $\vec{\omega}_2$  ustiga eng qisqa yo‘l bilan tushadigan yo‘nalishda giroskopning simmetriya o‘qini pretsessiya o‘qi bilan ustma-ust tushirishga intiladi.*

Agar  $A$  va  $B$  podshipniklar orasidagi masofa  $l$  ga teng bo‘lsa, u holda  $(\vec{N}_1, \vec{N}_2)$  giroskopik juft momentning miqdori uchun

$$M_0^{gir} = N_1 \cdot l = N_2 \cdot l \quad (108)$$

formula o‘rinli bo‘ladi.

(107) va (108) ni solishtirib, quyidagi tenglikni olamiz:

$$I_z \omega_1 \omega_2 = N_1 \cdot l = N_2 \cdot l$$

Bundan giroskopik bosim kuchlarini aniqlaymiz:

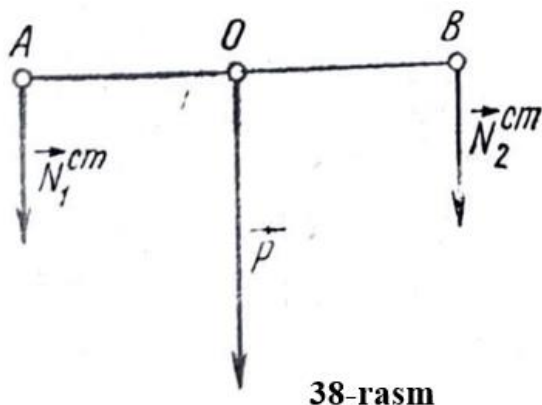
$$N_1 = N_2 = \frac{I_z \omega_1 \omega_2}{l}. \quad (109)$$

$A$  va  $B$  podshipniklarga  $\vec{N}_1$  va  $\vec{N}_2$  giroskopik bosim kuchlaridan tashqari  $\vec{N}_1^{st}$  va  $\vec{N}_2^{st}$  statik bosim kuchlari ham ta’sir etadi (33- rasm) hamda bu kuchlar giroskop ohirlik kuchi  $\vec{P}$  ning yarmiga teng bo‘ladi:

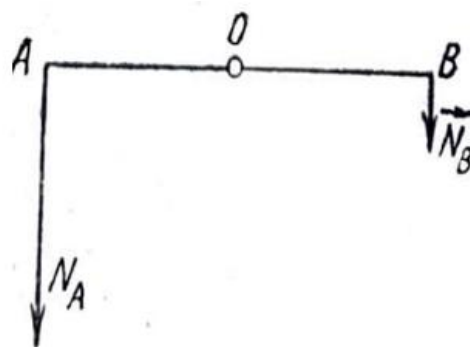
$$N_1^{st} = N_2^{st} = \frac{1}{2} P \quad (110)$$

Shunday qilib,  $A$  va  $B$  nuqtalarning to‘liq reaksiya kuchi statik va

giroskopik tashkil etuvchilardan iborat bo‘ladi. 38 va 39-rasmlarda



38-rasm

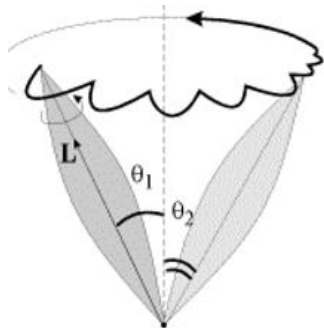


39-rasm

tasvirlangan  $\vec{N}_1$ ,  $\vec{N}_2$  va  $\vec{N}_1^{st}$ ,  $\vec{N}_2^{st}$  kuchlarning yo‘nalishini e‘tiborga olib, (109) va (110) ga asosan  $\vec{N}_A$  va  $\vec{N}_B$  to‘liq bosim kuchlarining miqdorlarini formulalar yordamida aniqlaymiz (40- rasm).

Giroskoplar vositasida snaryad, samolyot yoki raketa kabi turli uchuvchi apparatlarnig pretsessiya burchak tezligini aniqlashda yoki ularning barqaror holatini ta‘minlashda samarali foydalaniladi.

Agar tayanchdagi ishqalanish tufayli nutasiyalar giroskopning simmetriya o‘qi atrofida aylanishigan ko‘ra tezroq so‘nib borsa (amalda

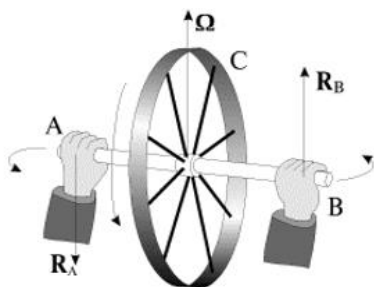


40-rasm

shunday bo‘ladi), giroskopning "boshlang‘ich" holatidan ko‘p o‘tmay, nutatsiyalar yo‘qoladi va toza pretsessiya qoladi (40-rasm). Bunday holda, giroskop o‘qining vertikal bilan hosil qilgan burchagi  $\theta_2$ , uning boshlang‘ich burchagi  $\theta_1$  dan kattaroq bo‘ladi, ya‘ni giroskopning potentsial energiyasi kamayadi. Shunday qilib, vertikal o‘q

atrofida oldinga siljish imkoniyatiga ega bo‘lish uchun giroskopning o‘qi biroz tushirilishi kerak.

### Giroskopik kuchlar

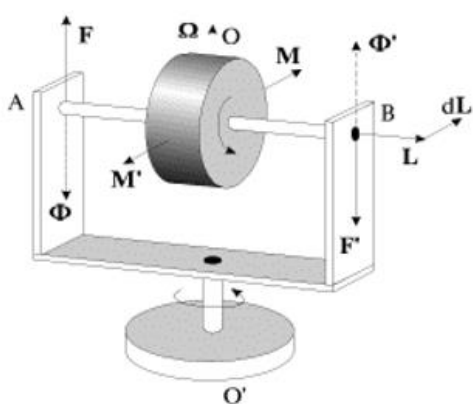


41- rasm

Keling, oddiy tajribaga murojaat qilaylik:  $AB$  valga o‘rnatilgan  $C$  g‘ildirakni (41-rasm) ko‘raylik. Agar g‘ildirak aylantirilmasa,  $AB$  valni istalgan burchakka burish mumkin. Agarda g‘ildirak aylantirilsa, u holda  $AB$  valni gorizontaal tekislikda

unchalik katta bo‘lmagan burchak tezlik  $\Omega$  bilan aylantirilsa qiziqarli hodisa codir bo‘ladi:  $AB$  val qo‘llardan qochishga va vertikal tekislikda burilishga intiladi;  $R_A$  va  $R_B$  reaksiya kuchlari bilan qo‘llarga ta’sir qiladi (41-rasm). Aylanadigan g‘ildirak bilan  $AB$  valni gorizonta tekislikda ushlab turish uchun aniq jismoniy kuch sarflash kerak.

Keling, giroskop o‘qining majburiy aylanishidan kelib chiqadigan ta’sirlarni batafsil ko‘rib chiqaylik. Giroskopning o‘qi  $OO'$  vertikal o‘qi atrofida aylantirilishi mumkin bo‘lgan  $U$  shaklidagi ramkaga o‘rnatilsin (42-rasm). Bunday giroskop odatda erkin bo‘lmagan giroskop deb ataladi - uning o‘qi gorizonta tekislikda yotadi va uni tark eta olmaydi.



42- rasm

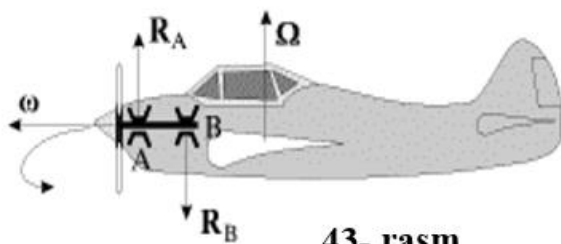
Giroskopni simmetriya o‘qi atrofida yuqori burchak tezligi bilan aylantiramiz ( $L$  kinetik moment simmetriya o‘qi bo‘ylab yonalgan) va unda o‘rnatilgan giroskop bilan ramkani  $OO'$  vertikal o‘qi atrofida  $\Omega$  burchak tezlik bilan aylana boshlaymiz.  $L$  kinetik moment giroskop o‘qi bo‘ylab yonalgan  $M$  moment ta’sirida  $dL$  ortirma oladi, Moment  $M$ , o‘z navbatida, giroskop

o‘qining majburiy aylanishidan kelib chiqadigan va o‘qda ramkaning yon tomoniga ta’sir qiluvchi kuchlar juftligi  $F \div F'$  bilan hosil qilinadi. Nyutonning uchinchi qonuniga ko‘ra,  $F \div F'$  juftga qarama-qarshi tomonga yonalgan va giroskop o‘qining ramaga ta’sir natijasida sodir bo‘ladigan  $\Phi \div \Phi'$  juht hosil bo‘ladi (42-rasm). Bu kuchlar giroskopik kuchlar deb ataladi va bu kuchlar ta’sirida giroskopik moment  $M'$  hosil bo‘ladi. Giroskopik kuchlarning ko‘rinishi giroskopik effekt deb ataladi. Aylanayotgan g‘ildirakning o‘qini aylantirmoqchi bo‘lganimizda aynan shu giroskopik kuchlarni his qilamiz (41-rasm).

Mashinalarning burilishida uning tez aylanuvchi qismlarining (kemalarning turbinalarida, samalyotlarning vintlari va haho kazolar) podshipniklariga giroskopik kuchlar ta’sir qiladi.  $\Omega$  majburiy presessiya burchak tezligining aniq qiymatlarida va sof aylanish burchak tezligi  $\omega$  hamda katta o‘lchamli maxobiklarda bu kuchlar podshipniklarni hatto ishdan chiqarishi mumkin.

Keling, giroskopik kuchlarning namoyon bo'lishiga ba'zi misollarni ko'rib chiqaylik.

**1- Misol.** O'ng vintli engil bir dvigatelli samolyot chapga burilish qiladi (43-rasm).  $A$  va  $B$  podshipniklarga ta'sir qiluvchi giroskopik kuchlar giroskopik momentni hosil qiladi va bu moment samolyot tanasiga

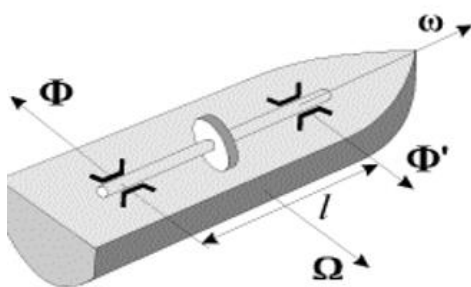


43- rasm

uzatiladi va unga ta'sir qiladi, vintning o'z aylanish o'qini (vektor  $\omega$ ) majburiy precessiya o'qi (vector  $\Omega$ ) bilan moslashtirishga harakat qiladi. Samolyot burnini yuqoriga bura boshlaydi va uchuvchi "tutqichni

o'zidan uzoqlashtirishi", ya'ni tutqichni pastga tushirishi kerak. Shunday qilib, giroskopik kuchlar momenti aerodinamik kuchlar momenti bilan qoplanadi.

**2-Misol.** Kema ko'ldalang o'qi atrofida tebranma harakat qiladi va yuqori burchak tezlik bilan harakatlanuvchi turbinaning rotorini ikki harakatda ishtirok etadi: o'z o'qi atrofida  $\omega$  burchak tezlik bilan va turbina o'qiga perpendikulyar bo'lgan gorizonttal o'q atrofida,  $\Omega$  burchak tezligi bilan aylanadi. (44-rasm). Bunday holda, turbina o'qi podshipniklarga



44- rasm

$\Phi \div \Phi'$  gorizonttal tekislikda yotadigan kuchlar bilan bosim hosil qiladi. Turbina aylanayotganda, bu kuchlar, xuddi giroskopik moment kabi, vaqti-vaqti bilan o'z yo'nalishini o'zgartiradi va agar u juda katta bo'lmasa kemani vertical o'qi atrofida aylanishiga olib kelishi mumkin.

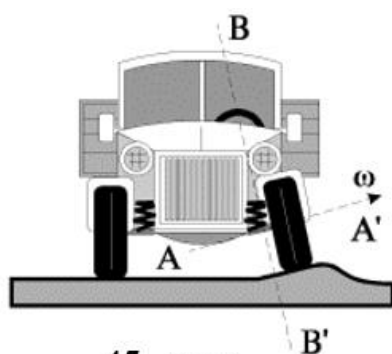
Faraz qilaylik, turbinaning massasi  $m = 3000 \text{ kg}$ , uning inersiya radiusi  $R_{in} = 0,5 \text{ m}$ , turbinaning aylanish tezligi  $n = 3000 \text{ ayl/min}$ , gorizonttal o'q atrofida,  $\Omega$  maksimal burchak tezligi bilan aylanadi. eel pitching paytida kema korpusining maksimal burchak tezligi  $\Omega = 5 \text{ rad/s.}$ , podshipniklar orasidagi  $l$  masofa  $l = 2 \text{ m}$ . Podshipniklarning har biriga ta'sir qiluvchi giroskopik kuchning maksimal qiymati.

$$\Phi = \frac{M}{l} = \frac{JW\Omega}{l} = \frac{mR^2 2\pi n\Omega}{l},$$

bunda  $R = R_{in}$  inersiya radiusi.

Raqamli ma'lumotlarni almashtirgandan so'ng, biz,  $\Phi \approx 10^4$  H ya'ni taxminan 1 tonnani olamiz.

**3-Misol.** Giroskopik kuchlar avtomobil g'ildiraklarining "shimli" tebranishlarini keltirib chiqarishi mumkin (45-rasm), AA' o'qi atrofida  $\omega$  burchak tezlik bilan aylanuvchi avtomobil g'ildiragi yolda uchraydigan

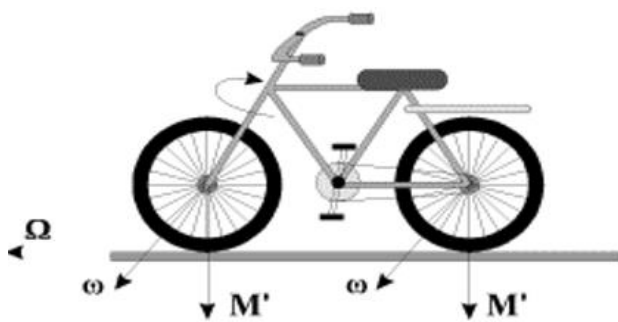


45- rasm

turli to'siqlar bilan to'qnashuvi jarayonida shakl tekisligiga perpendikulyar bo'lgan o'q atrofida qo'shimcha majburiy aylanish tezligi hosil bo'ladi. U holda, qo'shimcha giroskopik kuchlar hosil bo'lib, ular g'ildirakni BB' o'qi atrofida biror burchakka burilishga majburlaydi.

G'ildirak BB' o'qi atrofida ma'lum burchakka burilganda, g'ildirak yana shakl tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida burilib, g'ildirak elementlarida deformatsiyalar hosil qilib, ma'lum burchakka buriladi. G'ildirak elementlari tomonidan hosil bo'ladigan elastik kuchlar hisobiga g'ildirak o'zining vertical holatiga qaytadi. Bu hol qayta-qayta takrorlanadi. Agar avtomobil g'ildiraklarini loyixalashtirish jarayonida bu hisobga olinmasa, g'ildirak balonlarida qirqilishlar va qotirish moslamalarida sinishlar hosil bo'lishi mumkin.

**4 - Misol.** Velosiped haydashda ham giroskopik effektga duch kelamiz (46-rasm). Masalan, o'ngga burilib, velosipedchi instinktiv ravishda tanasining og'irlik markazini o'ngga siljitadi, go'yo u



46- rasm

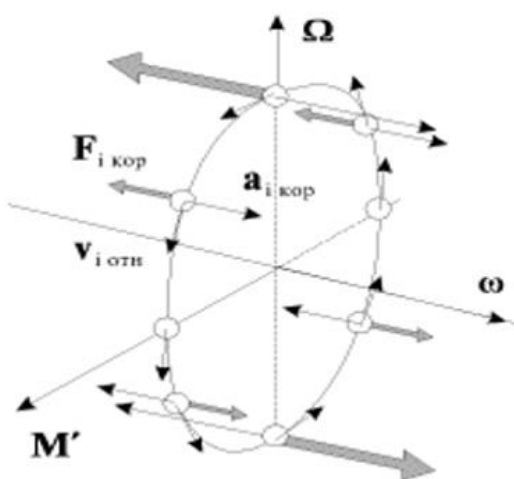
velosipedni tashlab yuboradi. Natijada velosipedning  $\Omega$  burchak tezligi bilan majburiy aylanishi,  $M'$  moment bilan giroskopik kuchlarning paydo bo'lishiga olib keladi.

Orqa g'ildirakda bu moment ramkaga qattiq bog'langan podshipniklarda o'chadi. Ramkaga nisbatan



rul ustunida aylanish erkinligiga ega bo'lgan old g'ildirak giroskopik moment ta'sirida velosipedni o'ngga aylantirish uchun zarur bo'lgan yo'nalishda aylana boshlaydi. Tajribali velosipedchilar bunday burilishlarni, ular "qo'lsiz bosqarish" deb ataydilar.

Giroskopik kuchlarning kelib chiqishi masalasini boshqa nuqtai nazardan ham ko'rib chiqish mumkin. 47- rasmda ko'rsatilgan giroskop deb taxmin qilishimiz mumkin bo'lgan disk bir vaqtning o'zida ikkita harakatda ishtirok etadi:  $\omega$  burchak tezligi bilan o'z o'qi atrofida nisbiy



47- rasm

aylanishi va ko'chirma harakatdagi  $\Omega$  burchak tezligi bilan vertikal o'q atrofida majburiy burilishi. Shunday qilib,  $\Delta m_i$  giroskop diskini ajratish mumkin bo'lgan elementar massalar (47-rasmdagi kichik doiralar) Koriolis tezlashishini boshdan kechirishi kerak.

$$a_{ikor} = 2\Omega \times v_{iotn}, \quad (111)$$

Bu tezlanishlar diskning vertikal diametrida joylashgan massalar uchun

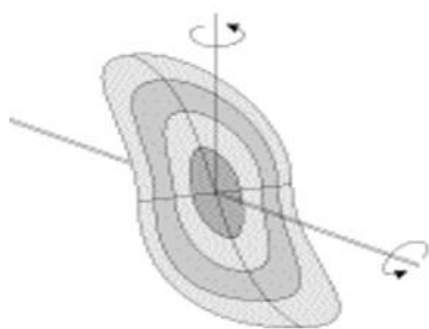
maksimal bo'ladi va gorizontaldagi massalar uchun nolga teng bo'ladi (47-rasm).

Burchak tezligi  $\Omega$  bilan aylanadigan diskning vertikal diametrida joylashgan massalar uchun qo'shimcha Coriolis inersiya kuchlari ta'sir qiladi.

Coriolis inersiya kuchlari massalarga ta'sir qiladi.

$$F_{ikor} = 2\Delta m_i v_{otn} \times \Omega . \quad (112)$$

Ushbu kuchlar  $M'$  moment bilan giroskop o'qini  $\Omega$   $\omega$  vektor bilan



48- rasm

mos keladigan tarzda aylantirishga intiladi. Moment  $M'$  bo'lgan  $F \div F'$  juftlar tomonidan giroskopning o'qiga ta'sir qiluvchi reaksiya kuchlari bilan muvozanatda bo'lishi kerak. Nyutonning uchinchi qonuniga ko'ra, o'q juftlarga va ular orqali bu o'q o'rnatilgan ramkaga giroskopik kuchlar  $F \div F'$  bilan

ta'sir qiladi. Shuning uchun giroskopik kuchlar Koriolis kuchlariga bog'liq bo'ladi.

Agar qattiq disk o'rniga (42-rasm) egiluvchan kauchuk gulbargini olsak (48-rasm) Koriolis kuchlarining paydo bo'lishini osongina ko'rsatish mumkin. Burilmagan gulbargli mil vertikal o'q atrofida aylantirilsa, gulbarg vertikal holatdan o'tayotganda egiladi (48-rasmda ko'rsatilgan).

### ***O'z-o'zini tekshirish uchun savollar***

Qanday qattiq jism giroskop deb ataladi?

- Tez aylanadigan giroskopning qo'zg'almas nuqtasiga nisbatan kinetik momenti nimaga teng va qanday aniqlanadi?

- Erkinlik darajasi uchga teng bo'lgan va tez aylanadigan giroskopning fizik xususiyatlari qanday?

- Erkinlik darajasi uchga teng bo'lgan harakatsiz va tez aylanadigan giroskopning o'qiga qo'llaniladigan bir xil kuchning ta'siri qanday aniqlanadi?

- giroskop o'qining presessiyasining burchak tezligini hisoblash formulasini chiqaring.

- Ikki va uchta erkinlik darajasiga ega giroskoplarning xossalari qanday farq qiladi?

- Giroskopik ta'sirning mohiyati nimadan iborat va u qanday sharoitlarda sodir bo'ladi?

- Erkinlik darajasi ikkiga teng giroskopning podshipniklaridagi dinamik reaksiyalarini qanday formulalar yordamida aniqlash mumkin?

## IV.5. LABORATORIYA ISHLARI

### IV.5.1 “Giroskop presessiyasi”ning burchak tezligini aniqlashga doir 1-laboratoriya ishi

- 1.1. Giroskopning asosini gorizontal holatga o‘rnatib.
- 1.2. Balansirlovchi yukni sterjen bo‘ylab harakatlantirib, giroskopik sistema muvozanat holatida bo‘lishini ta‘minlang.
- 1.3. Blokning "CETb (Tarmoq)" tugmasini bosib. Maksimal tezlikni o‘rnatish uchun giroskop tezligini boshqaruvchini aylantiring.
- 1.4. Maxobikning (Volanning) tezlashishini belgilangan tezlikka ega bo‘lgunga qadar 10 soniya kuting.
- 1.5. Blokni o‘chiring, volanning to‘xtashini kuting. Yuk o‘rnini 10 *mm.* ga siljiting.
- 1.6. 1.3-1.4. bandlarni takrorlang, bir vaqtning o‘zida sterjenni balansirlovchi yukni qo‘l bilan ushlab turing.
- 1.7. Balansirlovchi yukni sterjen bilan sekin tushiring. Bunday holda, giroskopik sistema bir me‘yorda tekis aylana boshlaydi.
- 1.8 Giroskopik tizimning harakatlanish vaqtini diskning to‘rtidan biriga aylanishiga to‘g‘ilang.
- 1.9. Blokni o‘chiring va balansirlovchi yukni yana 10 *mm* siljiting.
- 1.10 Pretsessiya tezligini o‘lchash uchun 1,6 - 1,7 bandlarning bajarilishini takrorlang.
- 1.11 Tajribalar natijalariga ko‘ra 3-jadvalni to‘ldiring.

**3-jadval**

Giroskopning aylanishlar soni (rpm)	Qarama-qarshi og‘ir-lik holati ( <i>mm</i> )	Prekretsiya burchagi qiymati ( <i>rad</i> )	Prekretsiya vaqti ( <i>C</i> )	Prekretsiya tezligi $\Omega$ ( <i>rad/s</i> )

## IV.5.2 “Girooskop maxovikining aylanish burchak tezligidan girooskop presessiyasining burchak tezligini aniqlash”ga doir 2-laboratoriya ishi

- 1.1. Girooskopning asosini gorizontal holatga o‘rnatib.
- 1.2. Balansirolovchi yukni sterjen bo‘ylab harakatlantirib, girooskopik tizim muvozanat holatida bo‘lishini ta’minlang.
- 1.3. Yuk o‘rnini 10 *mm*.ga siljiting.
- 1.4. Blokning "CETb(Tarmoq)" tugmasini bosib. Girooskopning tezligini boshqarish qo‘lini aylantirib, maksimal tezlikni o‘rnatib.
- 1.5. Balansirolovchi yukni sterjen bilan sekin tushiring. Bunday holda, girooskopik tizim bir me’yorda aylana boshlaydi.
- 1.6 Girooskopik tizimning harakatlanish vaqtini diskning to‘rtidan biriga aylanishiga to‘g‘rilang.
- 1.7. Girooskopning aylanish tezligini o‘zgartirib.
- 1.8 Presessiya tezligini o‘lchash uchun 1.8- bandini takrorlang.
- 1.9 Tajriba natijalari asosida 4-jadvalni to‘ldirib.

**4-jadval**

Girooskopning aylanishlar soni (Gz)	Balansirolovchi yukni holati (mm)	Presessiya burchagi qiymati (rad)	Presessiya vaqti (C)	Presessiya burchak tezligi $\Omega$ (rad/s)
10000	10	$\pi/4$		
9000	10	$\pi/4$		
8000	10	$\pi/4$		
7000	10	$\pi/4$		

2.10 Presessiya tezligining  $\Omega$  volan(maxovik) aylanish tezligiga nisbatan grafigini tuzing.

### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Husanov Q. “Nazariy mexanika”. Darslik. “Ilm-Ziyo-Zakovat”, 2019. – 576 с.
2. Хусанов К. Исследование движений гироскопа в кардановом подвесе с неидеальными сервосвязями. Вестник Туринского политехнического университета в г. Ташкенте. Выпуск. 4/2019. С.83–87.
3. Григорьев А.Ю., Малявко Д.П., Федорова Л.А. Лабораторные работы по теоретической механике: Учебно-методическое пособие. – СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014. – 53 с.
4. Xusanov Q. Nazariy mexanika fanidan laboratoriya topshiriqlari to‘plami. Qishloq va suv xo‘jaligi ta’lim sohasi talabalari uchun o‘quv qo‘llanma – T.: ToshDAU, 2007. – 112 b
5. М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. „Теоретическая механика в примерах и задачах“. М.: „Наука“, 1990, Т.1-2.
6. ТД. «Профобразование» Комплект учебно-лабораторного оборудования «Гироскопический эффект». Методические указания по выполнению лабораторных работ. Москва, 2015. – с.28.
7. **ООО «Производственное объединение «Зарница»**  
– Лабораторная установка «Маятник Максвелла». Методические рекомендации по проведению лабораторных работ. Москва 2022. – с.8.  
– Лабораторная установка «Качение тел с разными моментами инерции». Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ. Москва, 2022. – с.5.  
– Лабораторная установка «Изучение механического резонанса». Методические рекомендации работ Москва, 2022. – с.13

## MUNDARIJA

<b>KIRISH.....</b>	<b>3</b>
<b>I. “Maksvell mayatnigi”. Jismlarning inersiya momentini aniqlash va energiyaning saqlanish qonunini tekshirish»ga doir laboratoriya ishi.....</b>	<b>5</b>
<b>I.1. Kirish.....</b>	<b>5</b>
<b>I.2. Laboratoriya ishi bo‘yicha hisobot tayyorlash qoidalari.....</b>	<b>5</b>
<b>I.3. Hisobotni rasmiylashtirishga qo‘yiladigan talablar.....</b>	<b>5</b>
<b>I.4. Qisqacha nazariy ma'lumotlar.....</b>	<b>6</b>
<b>I.5. Jismning inersiya momenti.....</b>	<b>6</b>
<b>I.6. Oddiy bir jinsli jismlarning inersiya momentlarini hisoblash.....</b>	<b>9</b>
<b>I.7. Jismning berilgan nuqtadan o‘tuvchi ixtiyoriy o‘qqa nisbatan inersiya momenti.....</b>	<b>12</b>
<b>I.8. Laboratoriya ishini bajarish .....</b>	<b>15</b>
<b>I.9. Mayatnikning inersiya momentini aniqlash.....</b>	<b>15</b>
<b>I.10. Energiyaning saqlanish qonunini tekshirish.....</b>	<b>17</b>
<b>I.11. Nisbiy kattaliklarning nisbiy va absolyut xatolarini hisoblash.....</b>	<b>17</b>
<b>I.12. Tajriba o‘tkazish tartibi.....</b>	<b>18</b>
<b>I.13. Nazorat savollari.....</b>	<b>20</b>
<b>II. ”Qiya tekislikda dumalayotgan jismning inersiya momentini aniqlash” uchun laboratoriya qurilmasi.....</b>	<b>21</b>
<b>II.1. Qyrimaning tavsifi.....</b>	<b>21</b>
<b>II.2. Sekundomerning ishlash algoritmi.....</b>	<b>22</b>
<b>II.3. Qiya tekislikda harakatlanayotgan jismning inersiya momentini aniqlash”ga doir laboratoriya ishi.....</b>	<b>23</b>
<b>III. "Mexanik rezonans hodisasini o‘rganish"ga doir laboratoriya ishi.....</b>	<b>26</b>

III.1. Maqsad.....	26
III.2. Uskunalar.....	26
III.3. Tajribalar otkazishga umumiy tayyorgarlik.....	26
III.4. Qurilma ta' rifi.....	27
III.5. Qisqacha nazariyasi.....	27
III.6. Moddiy nuqtaning erkin tebranma harakati.....	30
III.7. Moddiy nuqtaning so' nuvchi tebranma harakati.....	33
III.8. Nuqtaning majburiy tebranma harakat differensial tenglamasi.....	38
III.9. Rezonans hodisasi.....	43
III.10. Muxitning qarshilik kuchi hisobga olingandagi nuqtaning majburiy tebranma harakati.....	44
III.11. 1-Tajriba.....	52
III.12. 2- Tajriba.....	56
III.13 3-Tajriba.....	57
III.14. 4-Tajriba.....	57
<b>IV. “Giroskopik effekt” o‘quv va laboratoriya uskunalari to‘plami.....</b>	<b>58</b>
IV.1. Uskunaning maqsadi.....	58
IV.2. Asosiy texnik xususiyatlar.....	58
IV.3. Xavfsizlik choralari.....	58
IV.4. Nazariy ma'lumotlar.....	60
IV.5. laboratoriya ishlari.....	75
IV.5.1. “Giroskop presessiyasi”ning burchak tezligini aniqlashga doir 1-laboratoriya ishi.....	75
IV.5.2. “Giroskop maxovikining aylanish burchak tezligidan giroskop presessiyasining burchak tezligini aniqlashga doir 2-laboratoriya ish.....	76
<b>Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati.....</b>	<b>78</b>

**Husanov Qaxramonjon**

**NAZARIY MEXANIKA**

**fanidan laboratoriya ishlari bo'yicha**

**uslubiy qo'llanma**

**Muharrir: Mustafaeva M.**

---

Bosishga ruxsat etildi: \_\_\_\_ . \_\_\_\_ 202\_\_y.

Qog'oz bichimi: 60x84 - 1/16

Hajmi: 5 bosma taboq. Nusxa - 50.

Buyurtma № \_\_\_\_\_

TIQXMMI MTU bosmaxonasida chop etildi.

Toshkent - 100000. Qori-Niyoziy ko'chasi, 39 uy.



