



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH
MUHANDISLARI INSTITUTI



FAN: NAZARIY MEXANIKA

MAVZU

08

QATTIQ JISMNING TEKIS PARALLEL HARAKATI

Husanov Q.

Mexanika va kompyuterli
modellashtirish kafedrası
dotsenti



Mavzu rejasasi

1.

2.

3.

i.

ii.

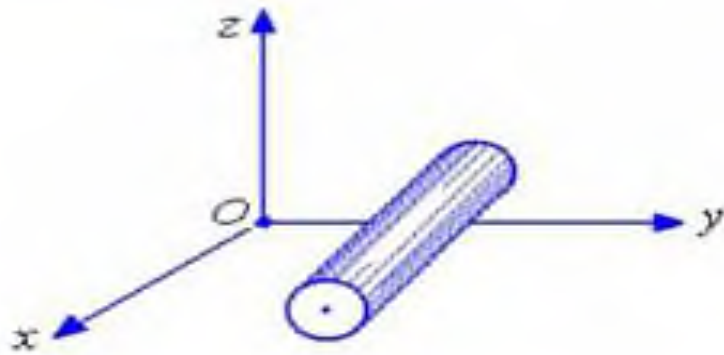
iii.

i.

ii.

Jismning harakat tenglamasi

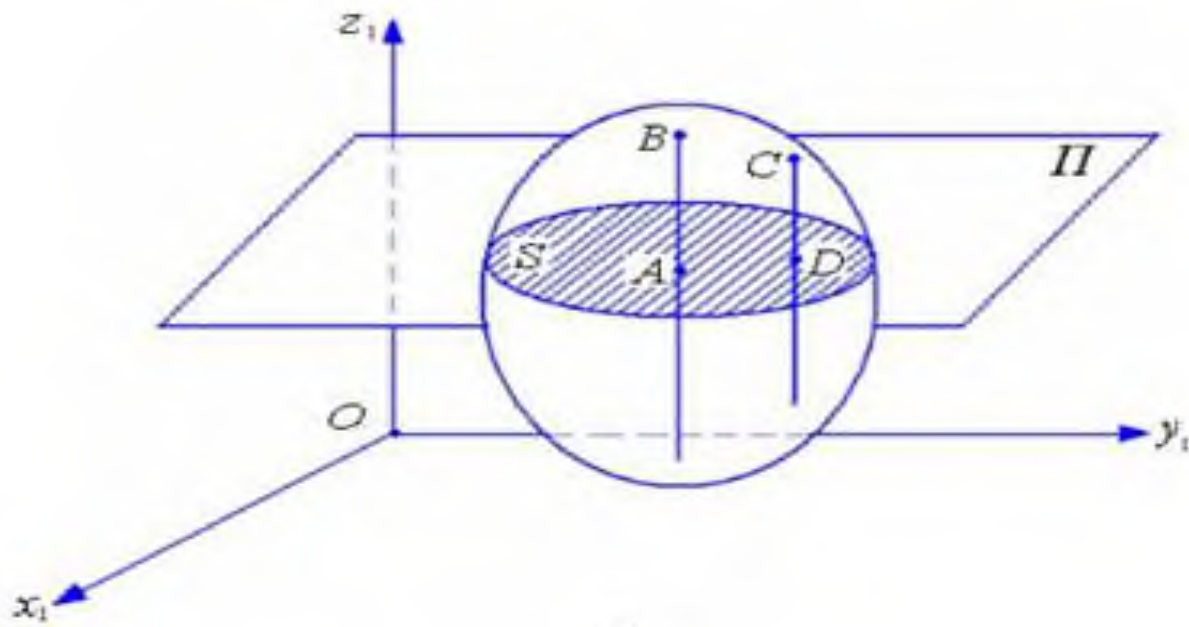
- *Agar qattiq jismning barcha nuqtalari doimo biror qo'zg'almas tekislikka parallel bo'lgan tekislikda harakatlansa, bunday harakatga qattiq jismning tekis parallel harakati yoki tekis harakati deyiladi.*
- Qattiq jismning tekis parallel harakatiga silindrning tekislikdagi harakatini, avtomobil g'ildiraklarini va krivoshipli-shatunli mexanizm shatunining harakatini misol keltirish mumkin (a , b , c -shakllar).



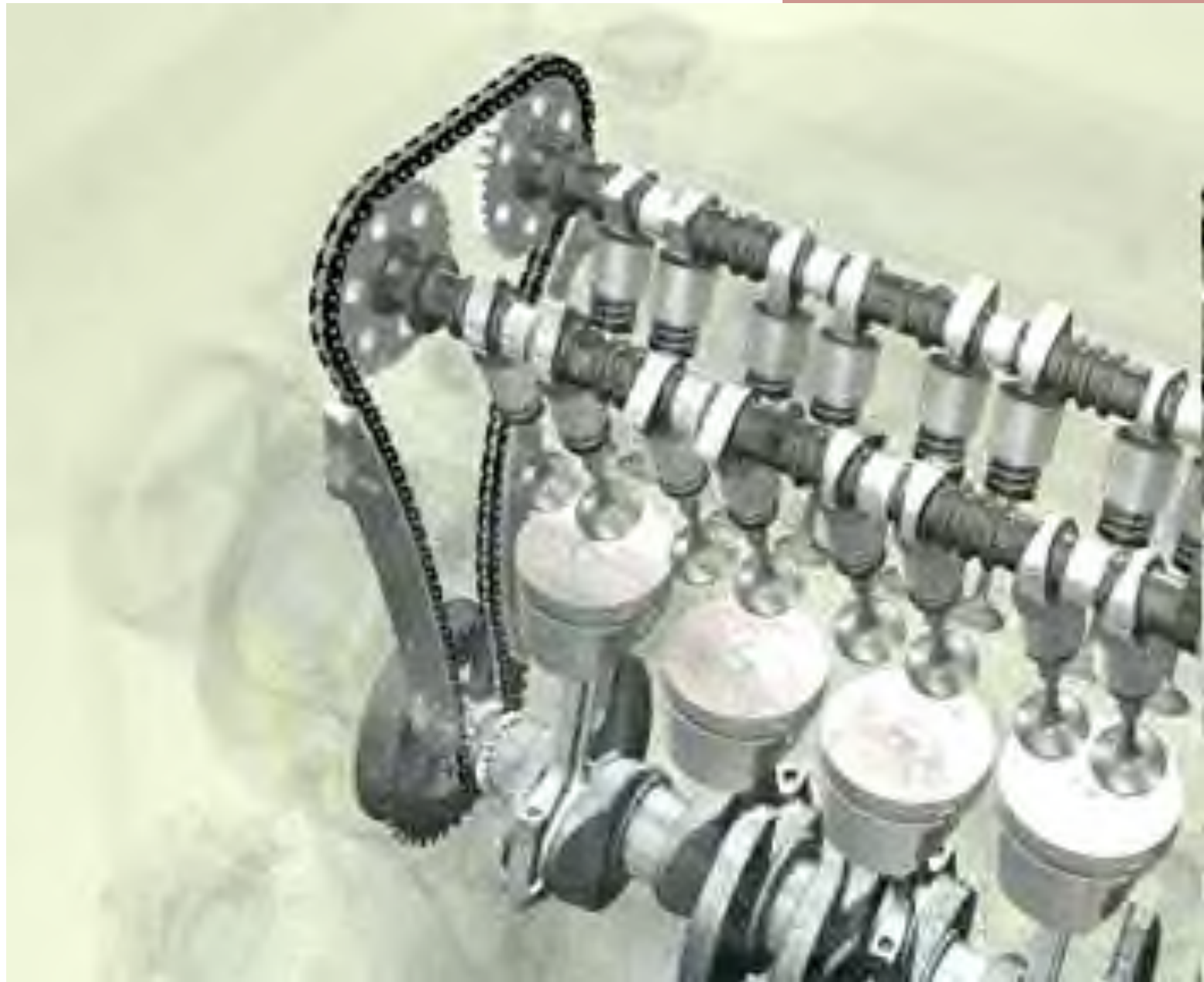
a)



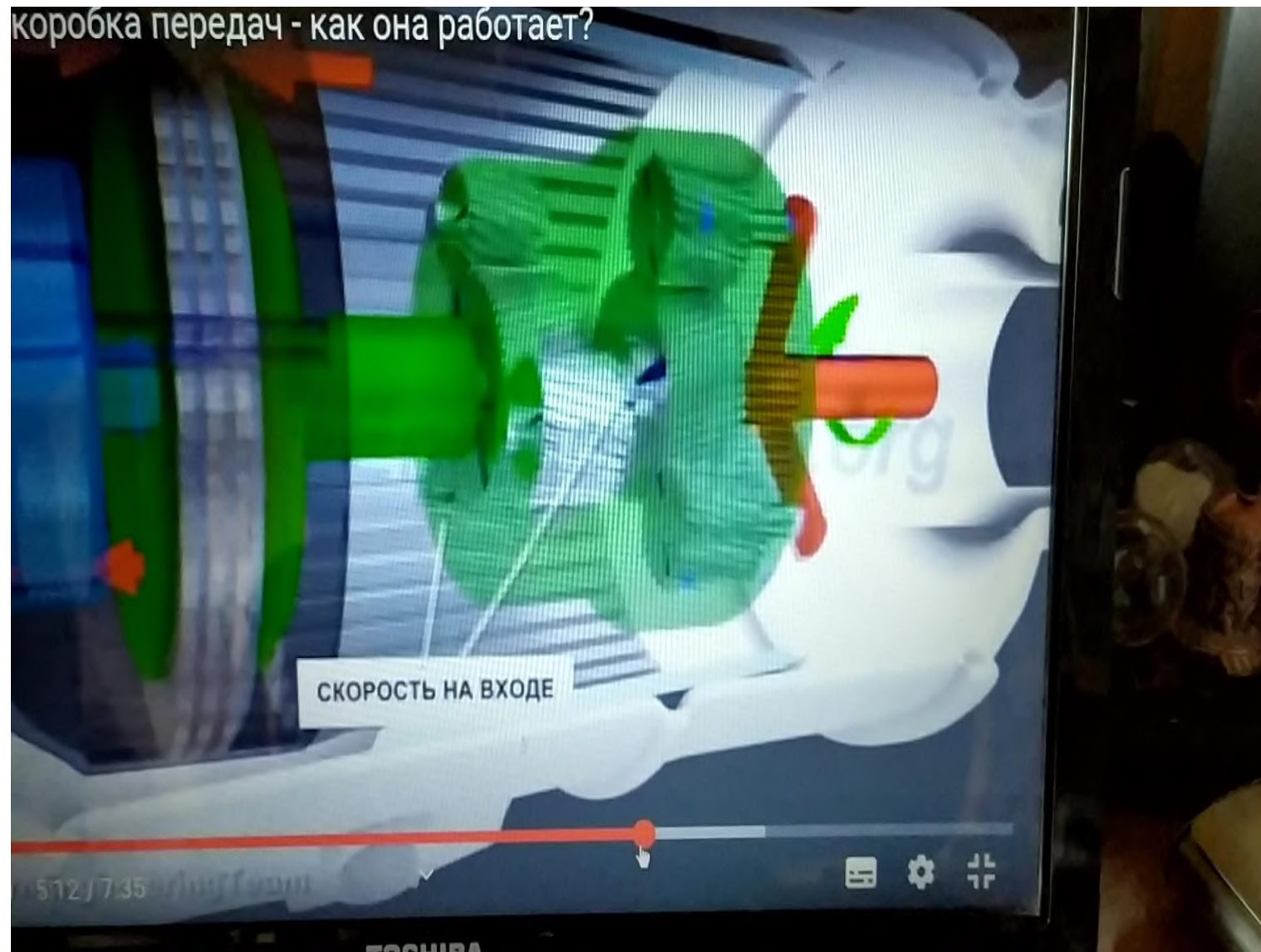
b)



c)



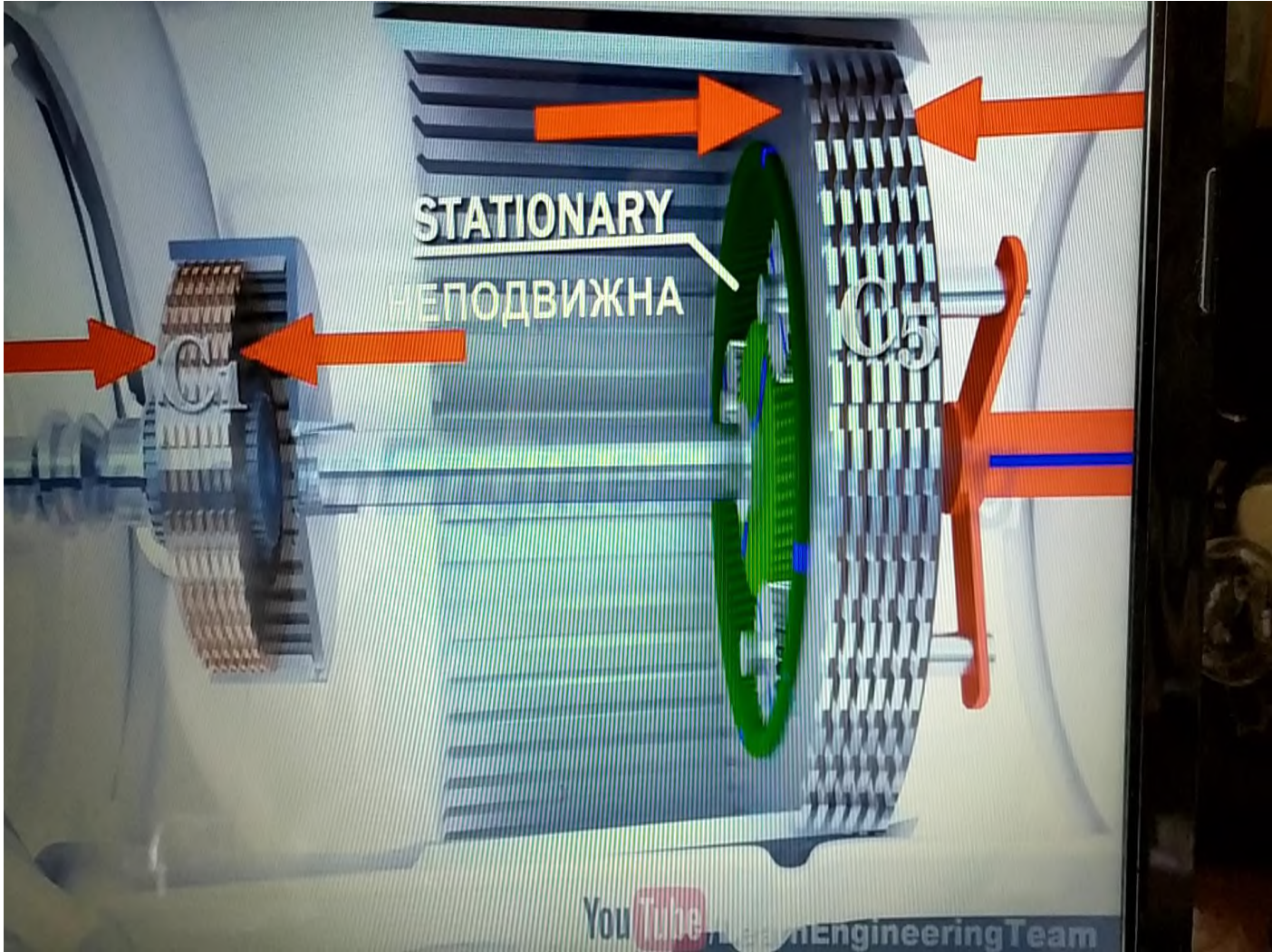
коробка передач - как она работает?



СКОРОСТЬ НА ВХОДЕ

512/7:35

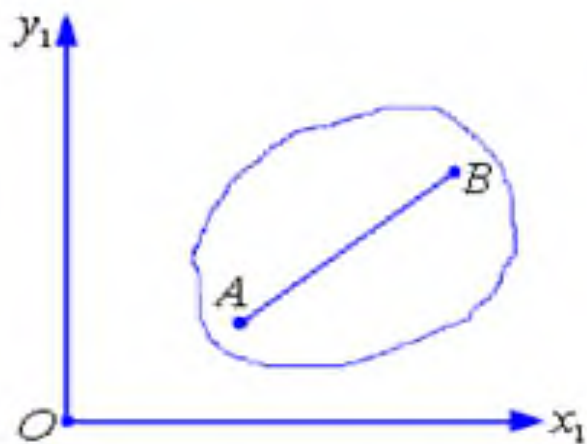




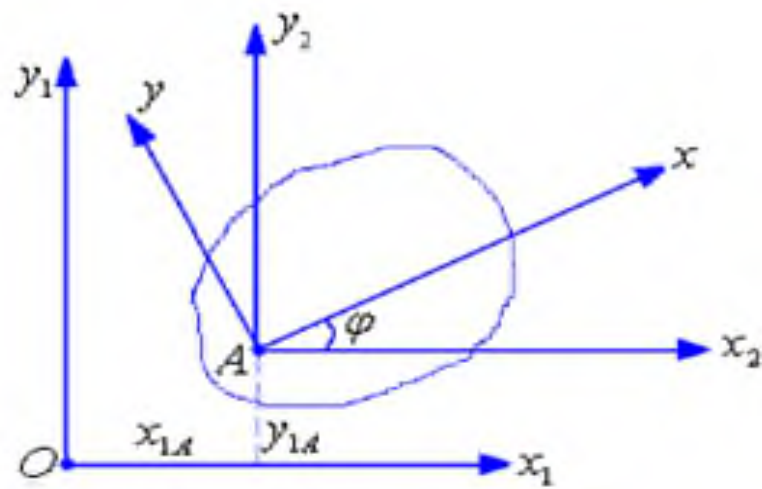
Aytaylik, s tekis shakl Ox_1y_1 koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlansin (2.a-shakl). Avvalo s tekis shaklning erkinlik darajasini aniqlaymiz. Buning uchun tekis shaklda $A(x_A, y_A)$ va $B(x_B, y_B)$ nuqtalarni olamiz. Ma'lumki, bu nuqtalar orasidagi masofa o'zgarmay qoladi, shu sababli bog'lanish tenglamasi:

$$(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = AB^2$$

$$S = 2N - a = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$



a)



b)

2-shakl

Demak, $S=2N-a=2\cdot 2-1=3$, ya'ni A va B nuqtaning to'rtta koordinatasidan uchtasi erkli va bittasi erkli bo'lmagan koordinatani ifodalaydi, ya'ni tekis harakatda jismning erkinlik darajasi uchta bo'ladi. Boshqacha aytganda, tekis harakatdagi jismning harakatini o'rganish uchun uchta erkli parametrlar kiritish kerak. Buning uchun s tekis shaklga biriktirilgan Axy qo'zg'aluvchan koordinatalar sistemasini kiritamiz. Ax o'qi bilan Ox_1 o'qi orasidagi burchakni φ bilan va tekis shakl A nuqtasining Ox_1y_1 koordinatalar sistemasiga nisbat o'rnini x_{1A} va y_{1A} bilan belgilaymiz. U holda tekis shaklning harakatini aniqlash uchun x_{1A}, y_{1A} va φ burchakni har ondagi qiymatlarini aniqlash kerak bo'ladi. Demak, bu koordinatalarning vaqt funksiyasi ko'rinishida berilishi, ya'ni (2.b-shakl).

$$x_{1A} = x_{1A}(t), \quad y_{1A} = y_{1A}(t), \quad \varphi = \varphi(t),$$

tenglamalar tekis shaklning ixtiyoriy vaqtdagi o'rnini to'la aniqlaydi. *Shu sababli tenglamalar tekis parallel harakatdagi qattiq jismning harakat tenglamalari deyiladi.*

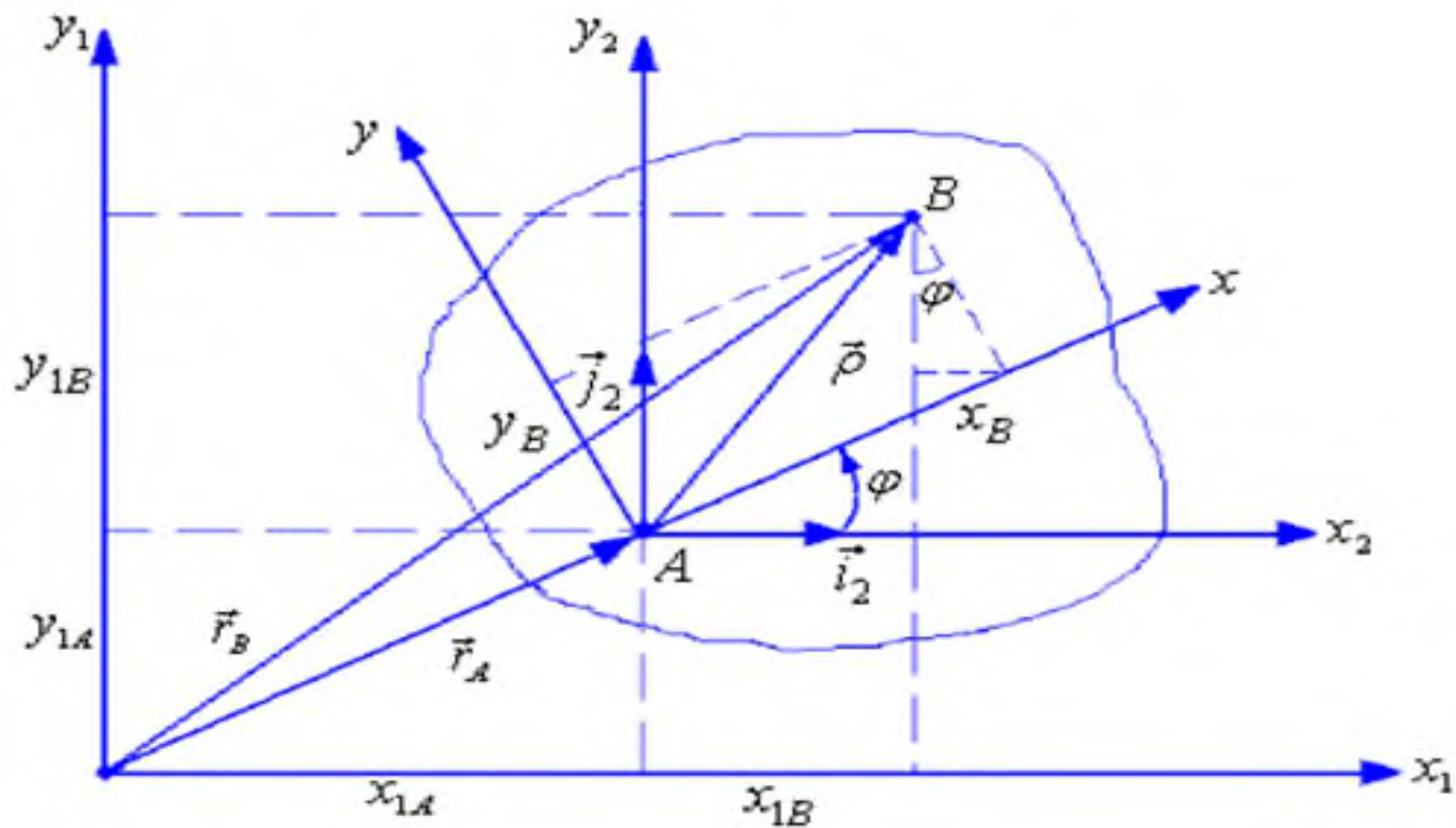
Tekis harakatdagi jism nuqtalarining tezliklarini aniqlash

Tekis parallel harakatdagi qattiq jism nuqtasining tezligi quyidagi usullar yordamida aniqlanadi:

1. Qutb nuqtasi yordamida.
2. Jism ikki nuqtasining tezliklarini shu nuqtalarni birlashtiruvchi to'g'ri chiziqdagi proeksiyasi yordamida.
3. Tezliklar oniy markazi yordamida.
4. Grafik usulda.

1. Qutb nuqtasi yordamida tekis parallel harakatdagi qattiq jism nuqtalarining tezliklarini aniqlash. Qattiq jism tekis parallel harakatda bo'lib, uning uchun (2.) tenglik aniqlangan bo'lsin.

Aytaylik, Ax_2y_2 koordinatalar sistemasi tekis shakl bilan birgalikda Ox_1y_1 qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan ilgarilanma harakatda bo'lsin. Bundan tashqari tekis shaklga mahkamlangan Axy qo'zg'aluvchan koordinatalar sistemasi ham berilgan bo'lsin.



3-shakl

3-shakldan ko'rinadiki,

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{\rho} \quad (3)$$

(3) tenglikning har ikkala tomonidan t vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{\rho}}{dt} \quad (4)$$

Ma'lumki, $d\vec{r}_B/dt = \vec{g}_B$; $d\vec{r}_A/dt = \vec{g}_A$. B nuqta Ax_2y_2 qo'zg'aluvchan koordinatalar sistemasiga nisbatan aylanma harakatda bo'lganligi sababli, $d\vec{\rho}/dt$ hosila B nuqtaning Ax_2y_2 koordinatalar sistemasiga nisbatan chiziqli tezligini bildiradi:

$$\vec{g}_{BA} = \frac{d\vec{\rho}}{dt} \cdot$$

\vec{g}_{BA} tezlik Ax_2y_2 tekislikka perpendikulyar yo'nalgan Az_2 o'q atrofidagi B nuqtaning aylanma tezligini ifodalaydi, ya'ni

$$\vec{g}_{BA} = \vec{\omega}_A \times \vec{\rho},$$

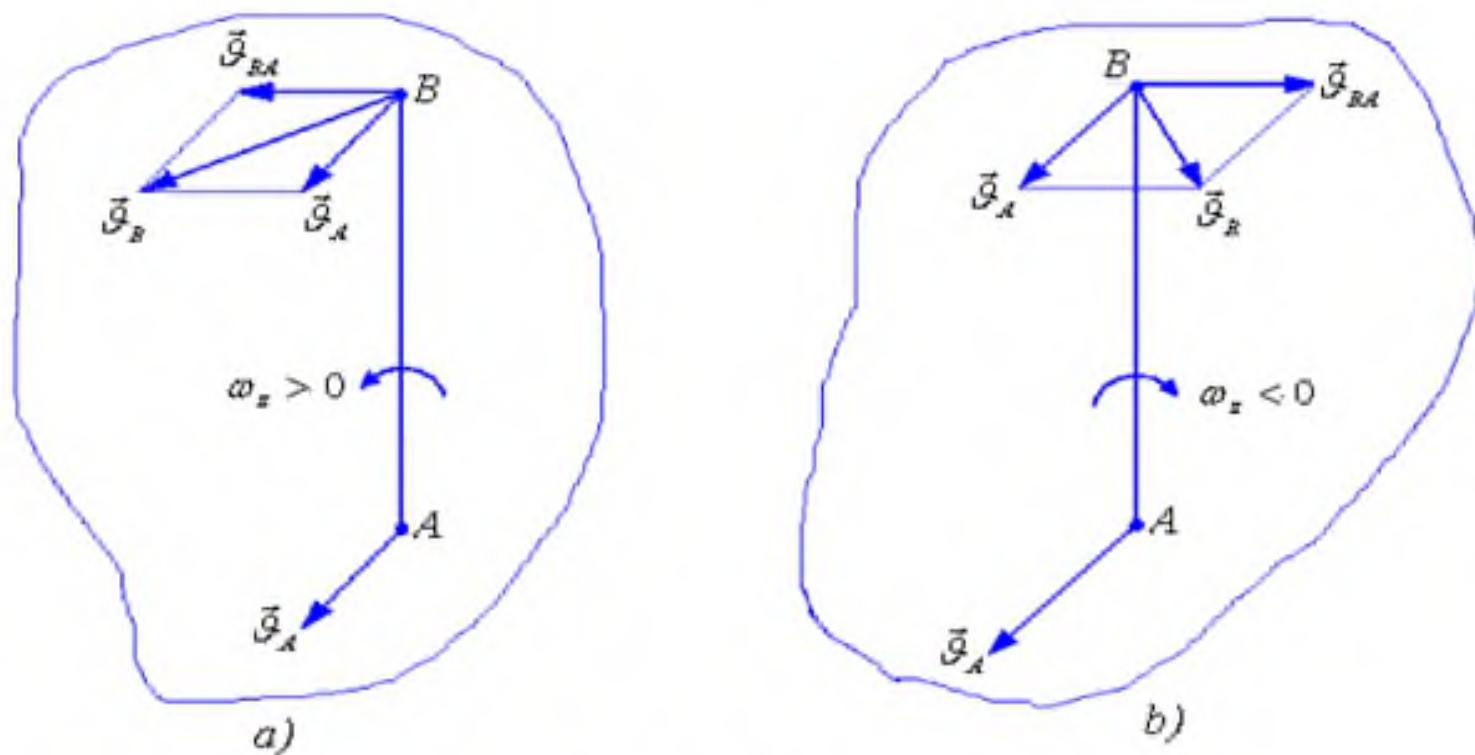
bunda $\vec{\omega}_A$ – tekis shaklning A nuqta (Az_2 o'q) atrofidagi burchak tezligini bildirib, kelgusida A nuqtani *qutb nuqtasi* deb qabul qilamiz.

Shunday qilib, (4) formulani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\vec{g}_B = \vec{g}_A + \vec{\omega}_A \times \vec{\rho} = \vec{g}_A + \vec{g}_{BA}, \quad (5)$$

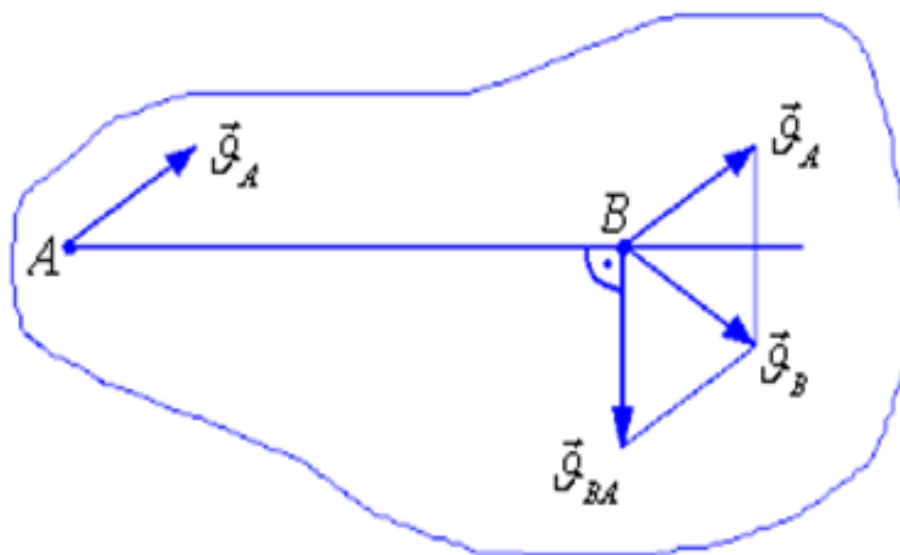
ya'ni *tekis shakl ixtiyoriy B nuqtasining tezligi, uning A qutb nuqtasining tezligi bilan B nuqtasining A qutb nuqtasi atrofidagi chiziqli tezliklarining geometrik yig'indisiga teng.*

Tekis shakl burchak tezligi $\vec{\omega}_A$ A qutb nuqtasini tanlab olinishiga bog'liq emas.



4-shakl

2. Jism ikki nuqtasining tezliklarini shu nuqtalarni birlashtiruvchi to'g'ri chiziqdagi proeksiyasi yordamida jism nuqtasining tezligini aniqlash. Tekis shaklning A nuqtasi tezligining kattaligi va yo'nalishi ma'lum bo'lsin (5-shakl).



5-shakl

(5) tenglikka asosan

$$\vec{g}_B = \vec{g}_A + \vec{g}_{BA}.$$

Bu tenglikning har ikki tomonini AB to'g'ri chiziqqa proeksiyalaymiz:

$$(\vec{g}_B)_{AB} = (\vec{g}_A)_{AB} + (\vec{g}_{BA})_{AB}.$$

Agar $\vec{g}_{BA} \perp AB$ ekanligini hisobga olsak, u holda yuqoridagi tenglikdan

$$(\vec{g}_B)_{AB} = (\vec{g}_A)_{AB},$$

ekanligi kelib chiqadi, ya'ni *tekis harakatdagi jismning ikki nuqtasining tezliklarini shu nuqtalarni birlashtiruvchi to'g'ri chiziqdagi proeksiyalari o'zaro teng.*

Masalalar yechishda qutb nuqtasi uchun shunday nuqtani tanlash kerakki, birinchidan uning yo'nalishi va son qiymatini aniqlash mumkin bo'lsin yoki avvaldan berilgan bo'lsin; ikkinchidan esa albatta, shu nuqta atrofida jism aylanma harakatda bo'lishi kerak.

Tezliklar oniy markazi. Sentroidalar

Agar qattiq jismning biror nuqtasining tezligi tekshirilayotgan vaqtda nolga teng bo'lsa, bunday nuqtani tezliklar oniy markazi deyiladi. Tezliklar oniy markazini P bilan belgilaymiz.

Endi tekis shaklning burchak tezligi noldan farqli bo'lsa, tekis shakl uchun doimo P nuqtani mavjud bo'lishini ko'rsatamiz.

Aytaylik, tekis shaklning A nuqtasining tezligi noldan farqli bo'lsin. 6-shaklda ko'rsatilganidek, $\omega_z = \dot{\phi}$ yo'nalishini tanlab olamiz va A nuqtadan $AP = \mathcal{G}_A / \omega$ masofani $\vec{\mathcal{G}}_A$ tezlikka perpendikulyar qilib o'tkazamiz (6-shakl).

(5) tenglikka asosan P nuqtaning tezligini aniqlaymiz:

$$\vec{\mathcal{G}}_P = \vec{\mathcal{G}}_A + \vec{\mathcal{G}}_{PA}.$$

Yuqoridagi shartga asosan \vec{g}_{PA} tezlik \vec{g}_A tezlikka parallel yo'nalgan bo'ladi, chunki AP masofa \vec{g}_A tezlikka perpendikulyar qilib tanlab olindi. U holda \vec{g}_{PA} ning moduli

$$g_{PA} = \omega \cdot AP = \omega \cdot \frac{g_A}{\omega} = g_A,$$

kattalik bilan aniqlanib, $\vec{g}_{PA} = -\vec{g}_A$ bo'ladi. Demak, $\vec{g}_P = \vec{g}_A + \vec{g}_{PA} = 0$, ya'ni P nuqtaning tezligi nolga teng bo'lib, har onda tezliklar oniy markazini mavjud bo'lishini isbotlaydi.

P nuqtani qutb nuqtasi uchun qabul qilib, tekis shaklning ixtiyoriy A nuqtasining tezligini aniqlaymiz:

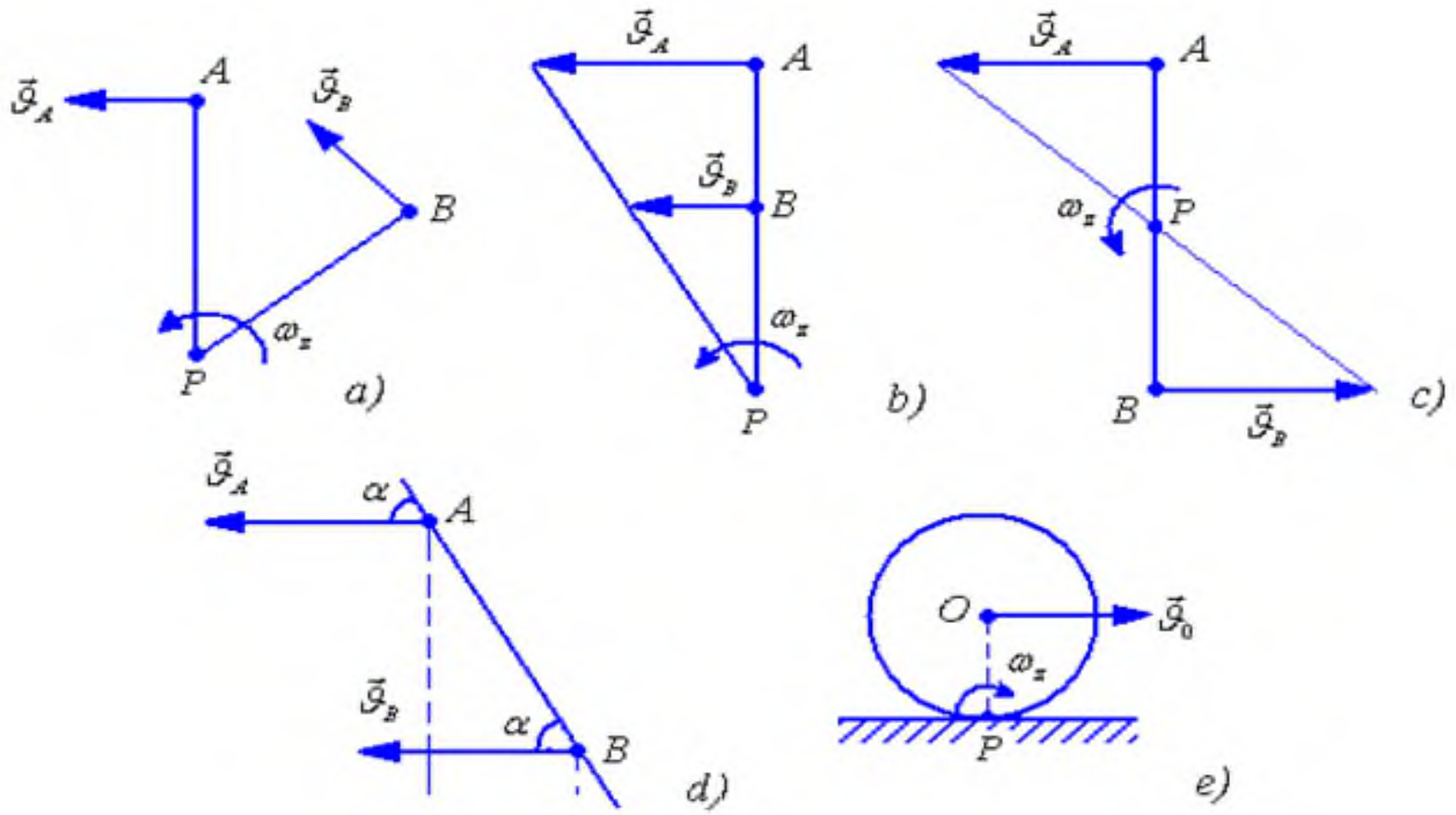
$$\vec{g}_A = \vec{g}_P + \vec{g}_{AP} = \vec{\omega} \times P\vec{A},$$

chunki $\vec{g}_P = 0$.

Shunday qilib, tekis parallel harakatdagi qattiq jism har onda tezliklar oniy markazidan o'tuvchi oniy o'q atrofida aylanma harakatda bo'ladi va har bitta nuqtasining tezliklari tekshiralayotgan onda xuddi qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanganidek taqsimlanadi. Boshqacha aytganda, tekis shaklning ixtiyoriy B nuqtasining tezligini aniqlash uchun P va B nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq o'tkazamiz va \vec{v}_B tezlikni hamda ω_z burchak tezligining yo'nalishini hisobga olib, PB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar qilib yo'naltiramiz (7-shakl):

$$\omega_z = \frac{v_A}{AP} = \frac{v_B}{BP} \quad \text{yoki} \quad v_B = \omega_z \cdot BP. \quad (6)$$

Haqiqatdan ham, agar \vec{v}_A tezlik to'la aniqlangan bo'lsa, u holda $v_A = \omega \cdot AP$ tenglikdan $\omega = v_A / AP$ aniqlaymiz. So'ngra ixtiyoriy B nuqtaning tezligi $v_B = v_A \cdot PB / PA$ formula bilan aniqlanadi.



8-shakl

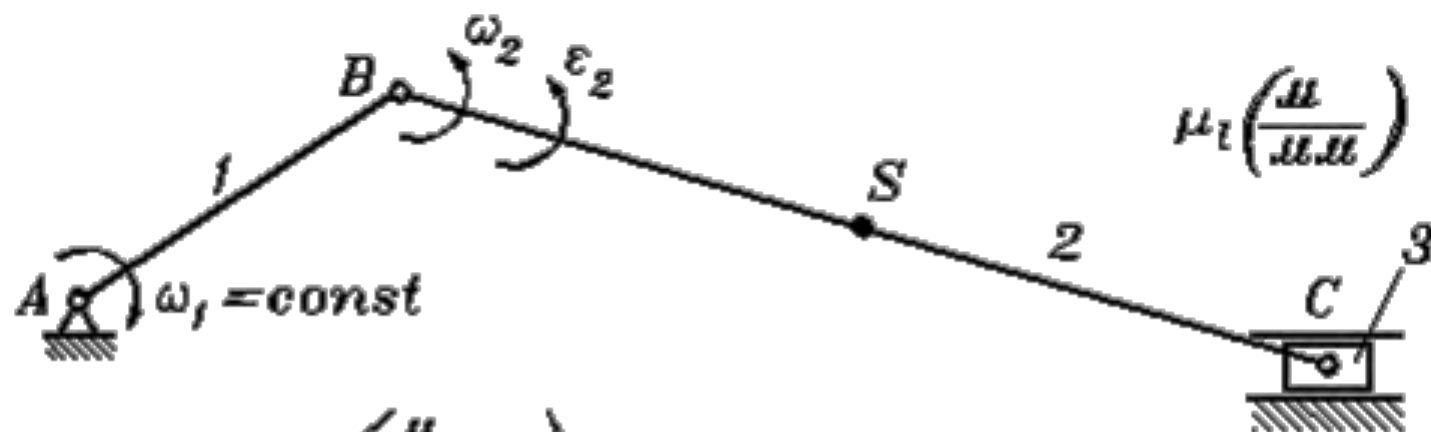
Tezliklar oniy markazining qo'zg'almas tekislikdagi geometrik o'rni qo'zg'almas sentroida deyiladi.

Tezliklar oniy markazining jismga mahkamlangan qo'zg'aluvchan tekislikdagi geometrik o'rni qo'zg'aluvchan sentroida deyiladi.

Demak, har onda qo'zg'aluvchan va qo'zg'almas sentroida tezliklari nolga teng bo'lgan umumiy bitta nuqtaga, ya'ni tezliklar oniy markaziga ega bo'ladi. Shu sababli, qattiq jismning tekis parallel harakatini qo'zg'aluvchan sentroidani qo'zg'almas sentroida ustida tebranishidan iborat deb qarash mumkin.

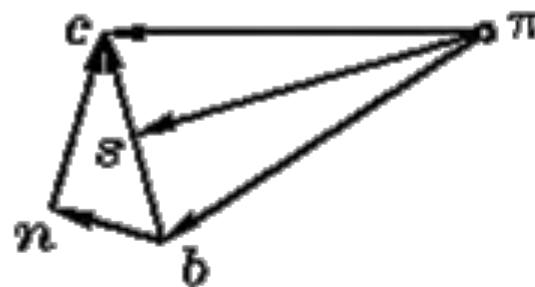
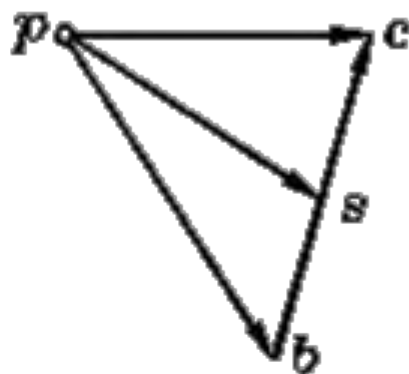
Tekis shakl nuqtasining tezligini grafik usulda aniqlash

Tezliklar rejasi – tekis shakl kutb nuqtasini tezligi, kutb nuqtasi atrofidagi nuqtaning chiziqli tezligi va aniqlanishi kerak bo'lgan nuqtaning vektorlariga qurilgan ko'pburchagidan iborat. bunday ko'pburchakni kutb nuqtasining tezligini qiymati va yo'nalishi xamda tekis shaklni biror nuqtasini tezligini yo'nalishi ma'lum bo'lganda qurish mumkin krivoship-polzunli mexanizmning tezliklar rejasi misolida ko'rib chiqamiz. masalaning berilgan qiymati mexanizmning geometrik parametrlari xisoblanib, u μ knematik sxemasi qurilgan va uning kirish kinematik parametri – ω_1 o'zgarmas burchak tezlikka egadir.



$$\mu_v = \mu_2 \omega_1 \left(\frac{m}{c \cdot m m} \right)$$

$$\mu_a = \mu_2 \omega_1^2 \left(\frac{m}{c^2 \cdot m m} \right)$$



9-shakl

Tekis shakl nuqtasining tezligini grafik usulda aniqlash

$$\overline{v_B} = \overline{pb} = \perp \overline{AB}$$

$$\overline{v_{CB}} = \overline{bc} \perp \overline{BC}$$

$$\overline{v_C} = \overline{pc} \parallel \overline{\text{йунал}}$$

$$\overline{v_S} = \overline{ps}$$

$$\omega = \frac{v_{BC}}{BC} = \frac{ab}{BC}$$

$$\overline{a_B^n} = \overline{\pi b} = \parallel \overline{AB}$$

$$\overline{a_{CB}^n} = \overline{bn} \parallel \overline{BC} \left. \vphantom{\overline{a_{CB}^n}} \right\} \overline{a_{CB}} = \overline{bc}$$

$$\overline{a_{CB}^t} = \overline{nc} \perp \overline{BC}$$

$$\overline{a_C} = \overline{\pi c} \parallel \overline{\text{йунал}}$$

$$\overline{a_S} = \overline{\pi s}$$

Tezlanish rejas – bu tekis shakl kutb nuqtasining tezlanish vektoriga, tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining chiziqli tazlanishi va shu nuqtaning tezlanishi yo'nalishiga qurilgan ko'pburchakdan iborat. krivoshipning burchak tezligi o'zgarmas bo'lganligi sababli, uning har bir nuqtasi normal (markazga intilma) tezlanishga, qiymati esa quyidagi formuladan topiladi:

$$a_B^n = AB\omega_1^2$$

tezliklar rejasini qurishni osonlashtirilganidek, bu mashtabni ham ixtiyoriy olmasdan, uni krivoship B nuqtasining tezlanish vektorini mexanizm sxemasidagi krivoship uzunligiga teng qilib olinsa, ya'ni , unda tezlanishning mashtabi (4.7) hisobga olgan holda quyidagicha bo'ladi

Tekis shakl nuqtasining tezlanishini aniqlash.

Tezlanishlar oniy markazi

Tekis shakl ixtiyoriy B nuqtasining tezlanishini aniqlash uchun (5) tenglikning har ikki tomonidan t vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\frac{d\vec{\mathcal{G}}_B}{dt} = \frac{d\vec{\mathcal{G}}_A}{dt} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{\rho} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{\rho}}{dt}.$$

Bu tenglikda $d\vec{\mathcal{G}}_B/dt = \vec{a}_B$, $d\vec{\mathcal{G}}_A/dt = \vec{a}_A$ kattaliklar mos holda B va A nuqtalarning tezlanishini; $d\vec{\omega}/dt = \vec{\varepsilon}$ – tekis shaklning burchak tezlanishini va $d\vec{\rho}/dt = \vec{\omega} \times \vec{\rho} = \vec{\mathcal{G}}_{B,A}$ kattalik esa B nuqtaning A qutb nuqta atrofida chiziqli tezligini bildiradi.

Demak, tekis shakl ixtiyoriy B nuqtasining tezlanishi uchun

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho} + \vec{\omega} \times \vec{g}_{BA},$$

tenglikni olish mumkin. Bu tenglikning oxirgi ikki hadi B nuqtaning A qutb nuqta atrofidagi aylanma va markazga intilma tezlanishlarini bildiradi, ya'ni:

$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^{ay} + \vec{a}_{BA}^m,$$

bunda, $\vec{a}_{BA}^{ay} = \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}$ – aylanma tezlanish bo'lib, u AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi va $\vec{a}_{BA}^m = \vec{\omega} \times \vec{g}_{BA} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \rho)$ – markazga intilma tezlanish bo'lib, u B nuqtadan BA to'g'ri chiziq bo'ylab A qutb nuqtaga yo'nalgan bo'ladi. Bu tezlanishlarning modullarini

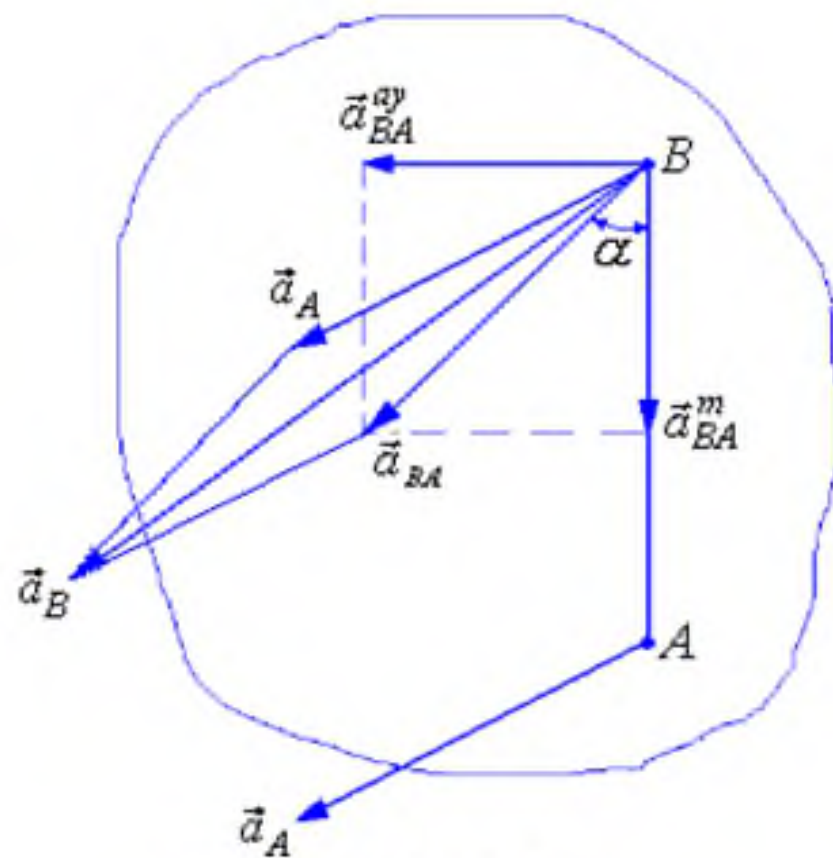
$$a_{BA}^{ay} = \varepsilon \cdot AB, \quad a_{BA}^m = \omega^2 \cdot AB,$$

tengliklar orqali hisoblash mumkin.

Demak, tekis parallel harakatdagi qattiq jismning ixtiyoriy B nuqtasining tezlanishi

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{ay} + \vec{a}_{BA}^m, \quad (6)$$

ya'ni, tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining tezlanishi, uning qutb nuqtasining tezlanishi bilan mazkur nuqtaning qutb nuqtasi atrofidagi aylanma va markazga intilma tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng.



10-shakl

10-shaklda tekis shakl B nuqtasining tezlanishi ko'rsatilgan. Bu tezlanishni to'la aniqlash uchun avvalo (9.10) tengliklarga asosan \vec{a}_{BA}^{ay} , \vec{a}_{BA}^m tezlanishlar yo'nalishini aniqlaymiz va ularga qurilgan to'rtburchak dioganali bo'ylab \vec{a}_B tezlanishni yo'naltiramiz. So'ngra berilgan \vec{a}_A tezlanishni B nuqtaga parallel ko'chiramiz va \vec{a}_A hamda \vec{a}_{BA} tezlanishlarga qurilgan parallelogramm dioganali bo'yicha \vec{a}_B tezlanishni yo'naltiramiz. Agar \vec{a}_{BA}^{ay} bilan \vec{a}_{BA}^m orasidagi burchakni α bilan belgilasak, u holda bu burchakning kattaligi

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_{BA}^{ay}}{a^m} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}, \quad (7)$$

ya'ni, bu burchak qutb nuqtasini tanlab olishga bog'liq bo'lmay, tekshirilayotgan vaqt uchun barcha nuqtalar uchun bir xil bo'ladi.

\vec{a}_{BA} tezlanishning modulini

$$a_{BA} = AB \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}, \quad (8)$$

formula orqali aniqlaymiz.

Ko'p hollarda masalalar yechish uchun *“Tezlanishlar oniy markazi”* tushunchasidan foydalaniladi.

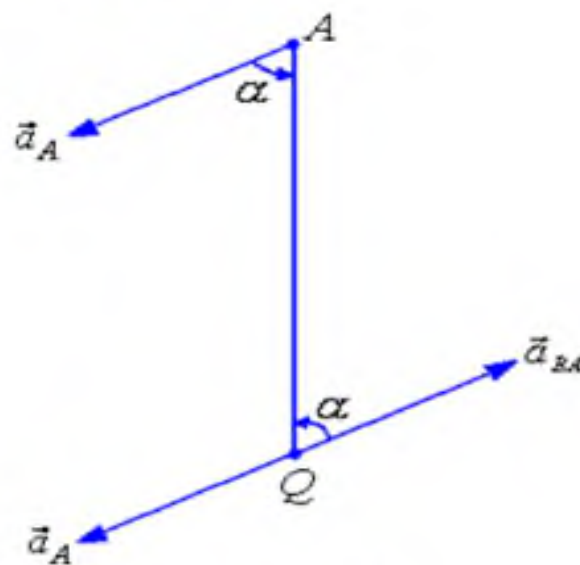
Tekshirilayotgan onda tezlanishi nolga teng bo'lgan tekis shakl nuqtasiga tezlanishlar oniy markazi deyiladi. Tezlanishlar oniy markazini Q bilan belgilaymiz.

Tezlanishlar oniy markazini qurish uchun A qutb nuqtasining \vec{a}_A tezlanishi va tekis shaklning burchak tezligi hamda ε burchak tezlanishi berilgan bo'lishi kerak. Bundan tashqari bir vaqtda ω va ε nolga teng bo'lmasligi kerak.

A nuqtadan \vec{a}_A tezlanishga $\alpha = \arctg(\varepsilon / \omega^2)$ burchak ostida va

$$AQ = \frac{a_A}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}},$$

Uzunlikda AQ masofani tanlaymiz.



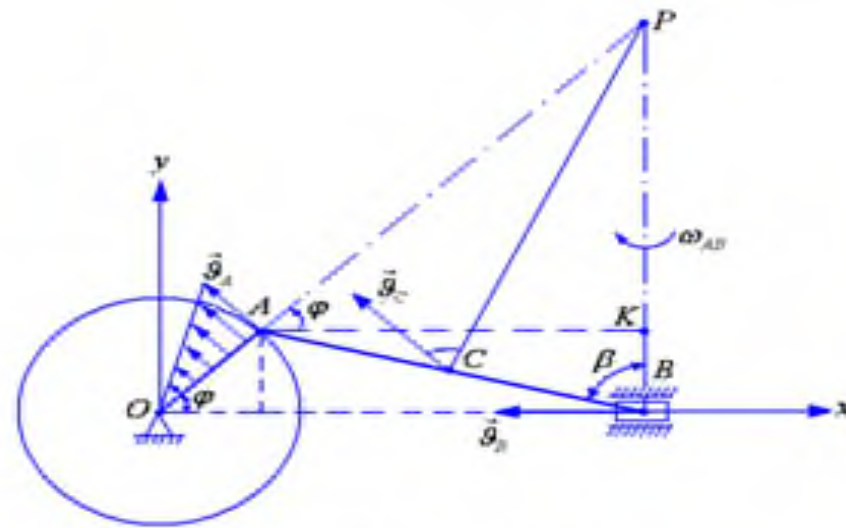
11-shakl

Olingan natijalarga asosan, tekis shaklning ixtiyoriy nuqtasining tezlanishini uning qo'zg'almas o'q atrofidagi harakati kabi aniqlash mumkin, chunki $\vec{a}_Q = 0$:

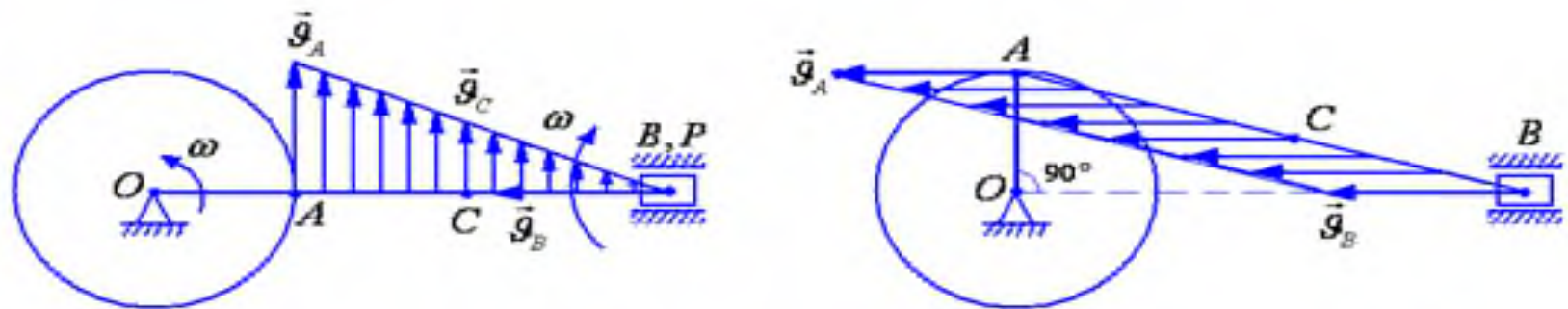
$$\vec{a}_A = \vec{a}_Q + \vec{a}_{AQ} = \vec{a}_{AQ} = \vec{a}_{AQ}^{ay} + \vec{a}_{AQ}^m.$$

Tezliklar oniy markazi bilan tezlanishlar oniy markazi turli nuqtalarda bo'ladi. Haqiqatdan, markazi o'zgarmas tezlik bilan tekislikda sirpanmasdan harakatlanuvchi g'ildirakni olsak, uning tezliklar oniy markazi g'ildirak bilan tekislik tegishib turgan p nuqtada bo'lsa, tezlanishlar oniy markazi esa g'ildirakning markazida bo'ladi.

1-masala. Krivoshipli-shatunli mexanizmning OA krivoshipi minutiga 2700 marta aylanadi. Shatunning burchak tezligi, burchak tezlanishi va shatunning o'rtasida yotuvchi c nuqtaning trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi aniqlansin. $OA=10\text{sm}$, $AB = 30\text{ sm}$, $\angle AOB = 30^\circ$ (11-shakl).



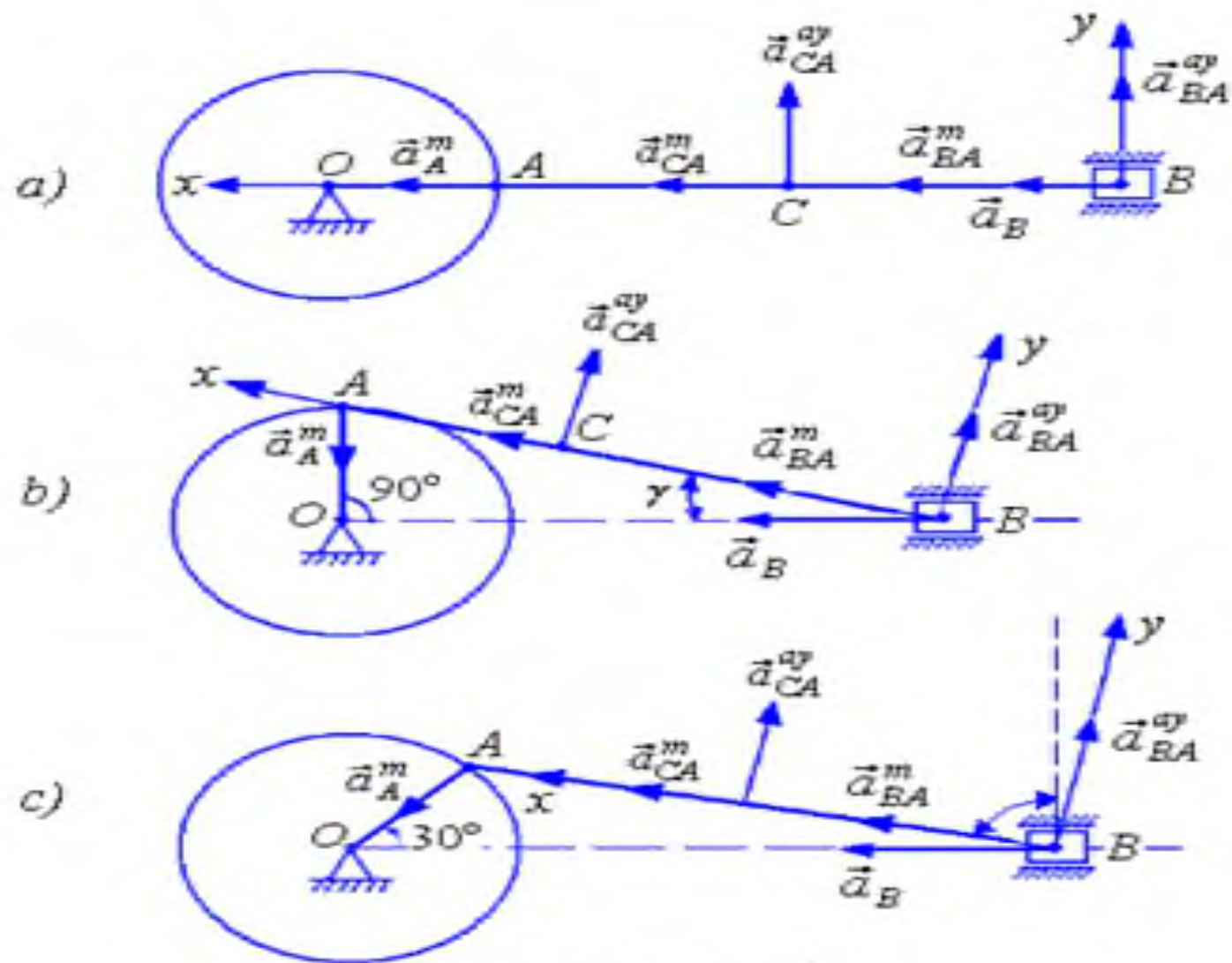
12-shakl



a)

13-shakl

b)



14-shakl

1. Qattiq jismning tekis parallel harakatini qanday tushunasiz?
2. Qattiq jismning tekis parallel harakatiga oid misollar keltira olasizmi?
3. Tekis harakatdagi jismning erkinlik darajasi to'g'risida nimalar bilasiz?
4. Tekis shaklning harakat tenglamalari qanday aniqlanadi?
5. Tekis shakl nuqtasining tezligini aniqlashni qanday usullarini bilasiz?
6. Tezliklar oniy markazi deb nimaga aytiladi?
7. Tekis shakl nuqtasi tezliklarini grafik usulda aniqlash to'g'risida qanday fikrdasiz?
8. Tekis shakl nuqtasi tezlanishini qanday aniqlanadi?
9. Tezlanishlar oniy markazini aniqlash usulini bilasizmi?
10. Qo'zg'almas va qo'zg'aluvchan sentroidalar to'g'risida nimalar bilasiz?



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH
MUHANDISLARI INSTITUTI



E'TIBORINGIZ UCHUN RAHMAT!



HUSANOV Q.



Nazariy va qurilish
mexanikasi kafedrası
dotsenti

